

都市間結合を考慮した中心地モデルの定式化

石 崎 研 二

I はじめに

最適施設配置問題に用いられる立地・配分モデル(石崎, 2003)は, その語源とも言うべき Cooper (1963) の論文をはじめとして, 複数施設への需要配分と施設の立地点を同時に求める問題として位置付けられてきた。そこでは, 財・サービスを供給する施設と需要分布との位置関係がもたら問われたといえる。しかしその後, 保有する財・サービスの種類や規模が施設間で異なることを前提とした階層的施設配置問題に関する研究が進展すると, 財・サービスの交換のために施設間の関係も考慮する必要性が生じてきた。たとえば, より高度な医療サービスを求めて転院するような医療施設の場合, 速やかな患者の移送が重要であるため, 医療施設と需要分布との関係のみならず, 専門医と移送先である総合病院との連携のように施設間での結合関係が問われる (Church and Eaton, 1987)。

従来の階層的施設配置問題では, 施設の階層性やサービス圏の包含関係など, モデルを整理する際に, 理論的基盤としての中心地理論に着目してきたが(石崎, 2016), 上記の施設間の結合関係とは, 中心地システムないしは都市システムにおける都市間結合に相当する。都市システムがノードとしての都市とリンクとしての都市間結合からなる一種のグラフとみなせるならば(村山, 1994), 施設間あるいは都市間を結ぶネットワークの構造に着目した新たなモデルの構築と整理が必要と考えられる。

最適なネットワークの形成を目的としたモデルには, 物流の中継地点であるハブ施設の立地問題(O'Kelly, 1986; Farahani *et al.*, 2013) や, 施設の立地と交通ネットワークを同時に求めるモデル(Melkote and Daskin, 2001a, b; Bigotte *et al.*, 2010) など, これまでにもいくつかの研究例がある。しかしながら, Ishizaki (2015) でも指摘したように, 施設や都市の立地とそのネットワークを同時に考

察する際には, 目的間のトレードオフ関係に留意する必要がある。そこで本稿では, Ishizaki (2015) で定式化した中心地理論の交通原理モデルをベースとして, 都市間結合を考慮した多目的計画法による中心地モデルの構築と, モデルの適用結果からみたネットワーク構造の検証を研究の目的としたい。

II モデルの定式化

財・サービスが供給される地点(以下, 財の供給地点とする)を中心地あるいは都市とすると, 都市間結合とは財の交換によって財の供給地点同士が結びついた結果を意味する。中心地理論で前提とされる最近隣中心地利用に基づく消費者行動と同様に, 財の交換も最近隣の中心地間で行なわれると仮定すると, 都市間結合を表すネットワークは, 異なる財を保有する最近隣の中心地間を結ぶリンクで構成される。ネットワーク全体のリンク数が多ければ規模が大きく複雑な構造となり, 少なれば単純なネットワークと考えられる。

そこで, 需要分布に対して財を供給する基本原理である中心地理論の供給原理を, Ishizaki (2015) と同様に最大カバー問題として定義し, 中心地間の結合関係に基づくネットワーク構造の単純性を総リンク数最小化で定義すると, モデルは以下のように二つの目的からなる多目的計画法として定式化できる。

$$\min Z = w \sum_m \sum_i a_i Z_{im} + (1-w) \sum_j \sum_k L_{jk} \quad (1)$$

制約条件:

$$\sum_{j \in M_m} Y_{jm} + Z_{im} \geq 1 \quad \forall i, m \quad (2)$$

$$L_{jk} \geq Y_{jm} + Y_{kl} - 1 - \sum_{h \in N_{jk}} Y_{hl} \quad \forall j, k, m, l > m \quad (3)$$

$$\sum_j Y_{jm} = p_m \quad \forall m \quad (4)$$

$$Z_{im} = 0, 1 \quad \forall i, m \quad (7)$$

$$Y_{jm}=0, 1 \quad \forall j, m \quad (8)$$

$$L_{jk}=0, 1 \quad \forall j, k \quad (9)$$

ただし、 Z_{im} は財 m について需要地点 i がカバーされない場合は 1、それ以外は 0 となる非カバー変数、 Y_{jm} は地点 j が財 m の供給地点となる場合に 1、それ以外は 0 となる立地変数、そして L_{jk} は地点 j と地点 k が財の交換によってつながる場合は 1、それ以外は 0 となるリンク変数である。 a_i は需要地点 i の人口、 p_m は財 m の供給地点数である。 d_{ij} を地点 i, j 間の距離、 S_m を財 m の到達範囲とすると、需要地点 i を財 m でカバーすることのできる地点 j の集合は $M_{im} = \{j | d_{ij} \leq S_m\}$ である。また、地点 j, k 間よりも近隣にある地点 h の集合は $N_{jk} = \{h | d_{jh} < d_{jk}\}$ である。

式 (1) は、右辺第 1 項が非カバー人口最小化、すなわち最大カバーを、第 2 項が総リンク数最小化を表す目的関数であり、重み付け w の値を微小に変化させることによって、折衷的な非劣解を導出する。ただし、 $0 < w < 1$ とする。式 (2) は地点 i をカバーする財 m の供給地点が一つ以上ある場合は、最小化の対象である Z_{im} が 0 になることを保証する制約条件であり、式 (4) は財 m の供給地点数を定義している。式 (3) は財 m とそれより高次の財 l を供給する地点間のリンクを定める制約条件である。具体的に説明すると、地点 j が財 m の供給地点 ($Y_{jm}=1$)、地点 k が財 l の供給地点 ($Y_{kl}=1$) となり、地点 j, k 間よりも近隣に財 l の供給地点が一つも立地していないとすると、式 (3) は $L_{jk} \geq 1$ となるため、 L_{jk} は 1 の値をとる。地点 j や地点 k に財の供給地点が立地していない場合や、地点 j, k 間よりも近隣に財 l の供給地点が立地している場合は、最小化の対象である L_{jk} は自ずと 0 の値をとる。したがって、式 (3) は異なるレベルの財間の組合せで最近隣の供給地点同士を結びつける役割を果たす。

III モデルの適用と考察

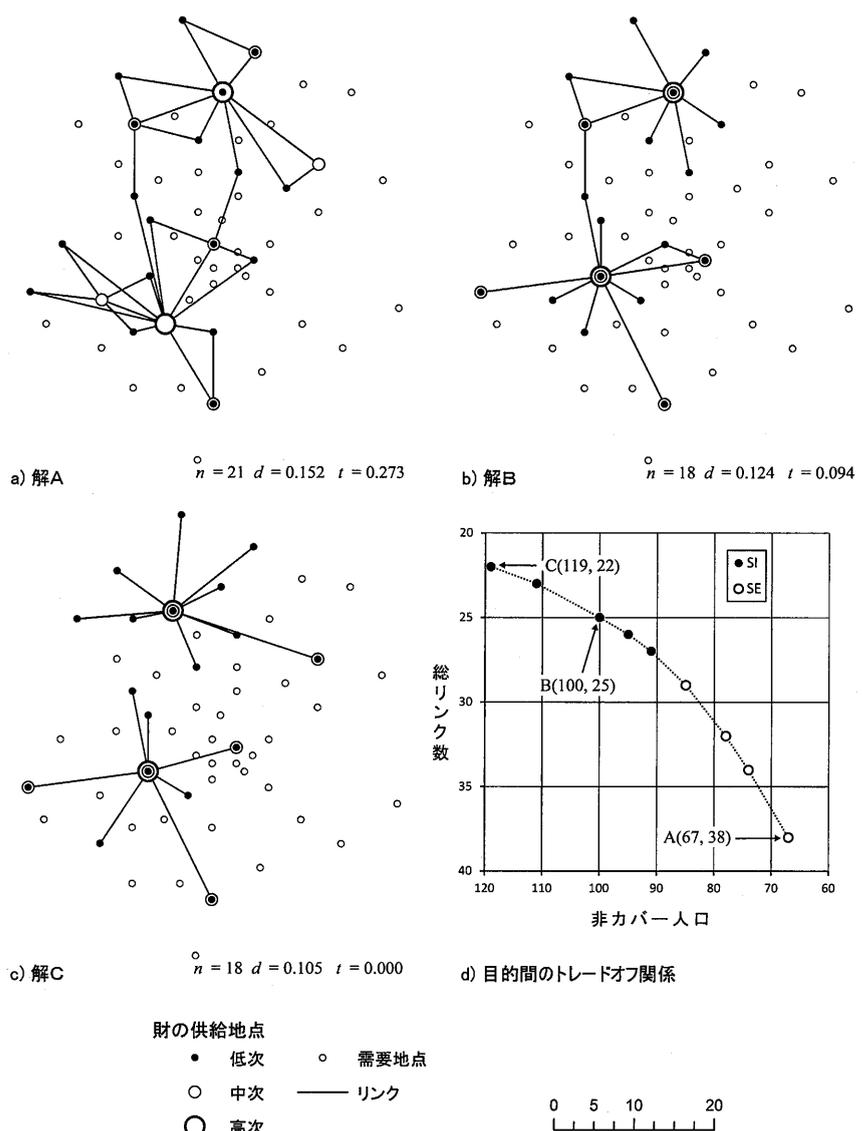
ここで、Ishizaki (2015) や石崎 (2016) と同様に、Swain (1971) による 55 地点のサンプルデータにモデルを適用する。地点間の距離は直線距離で算出し、すべての地点は需要地点かつ財の供給候補地点である。財のレベルは低次 ($m=1$) から

高次 ($m=3$) の三種類とし、財の到達範囲 S_m はそれぞれ $S_1=5$, $S_2=10$, $S_3=20$ 、そして財の供給地点数 p_m はそれぞれ $p_1=18$, $p_2=6$, $p_3=2$ と設定した。つまり、財の交換の組合せは 3 通りとなる。モデルを解く際は、株式会社 NTT データ数理システムの汎用数理計画法パッケージ NUOPT ver. 15.1.0 を利用した。式 (3) の制約条件の導入によって問題の規模は増大するが、本稿で用いたデータと計算機環境では、シンプレックス法と分枝限定法を用いて数分～数十分程度で解を求めることができた。

第 1-d 図は、式 (1) の重み付け w を 0.01 刻みで変化させて得られた九つの非劣解のトレードオフ関係を示している。そのうち解 A~C の三つの解を図示したのが、それぞれ第 1-a~c 図である。非カバー人口が最小、すなわち需要分布の最大カバーを満たす解 A の結果 (第 1-a 図) をみると、低次財、中次財 ($m=2$)、高次財の供給地点が個々の財の供給の論理に基づいて立地しているため、必ずしも財の供給地点が一致していないことがわかる。これは、あらゆる財が一点に集積する財の包括的保有 successively inclusive の条件 (以下、SI の条件と略) に対置される、財の専門的保有 successively exclusive の条件 (同じく SE の条件と略) による階層性を示している。前者がクリスタラーの中心地理論 (クリスタラー, 1969) に特有の階層構造であり、後者は必ずしも財の集積を所与としない、レッシュ (1968) の市場地域論の特徴でもある。

式 (3) で定義されるリンクには、異なる財が同一地点で供給される場合の地点内リンクや、見かけ上は 1 本でも異なるレベルの財間の組合せによってリンクが重複しているケースも含まれる。したがって、解 A の総リンク数 38 よりも第 1-a 図に示されたリンクは少ない。しかし、自地点にはない財との交換を求めて近隣の財の供給地点とつながった結果、網の目状にリンクが張られ、複雑なネットワークが構成されている。

しかし、第 2 の目的関数である総リンク数最小化を改善させると、リンクは淘汰され階層構造にも変化が生じる。第 1-d 図をみると、最大カバーの目的が優先的な解 A を含む四つの非劣解 (第 1-d 図の白丸) は SE の条件に相当するが、総リンク数の減少に伴い SI の条件を満たした解 (同じく黒



第1図 モデルの適用結果

注) a)~c)の図には、中心地数 n 、ネットワーク密度 d 、推移性 t の値を示している。また、d)の図に示した解A~Cには目的関数値である非カバー人口と総リンク数を括弧内に示している。いずれの目的関数値も小さいほど効果が表れていると考えられるため、両軸を反転させている。

丸) が出現する。第1-b図は後者のうちの解Bを図示しており、第1-c図は総リンク数が最小となる解Cの結果である。いずれもSIの条件が満たされることによって、クリスタラーの中心地理論にみられる明瞭な階層性を有した中心地が形成されている。解A(第1-a図)では偶然集積によって複数の財の供給地点となる中心地が存在しているが、たとえば低次財と中次財、低次財と高次財のように、同じ二つの財の集積であっても同一レベルの階層とはみなせない場合があり、階層性は

不明瞭である。

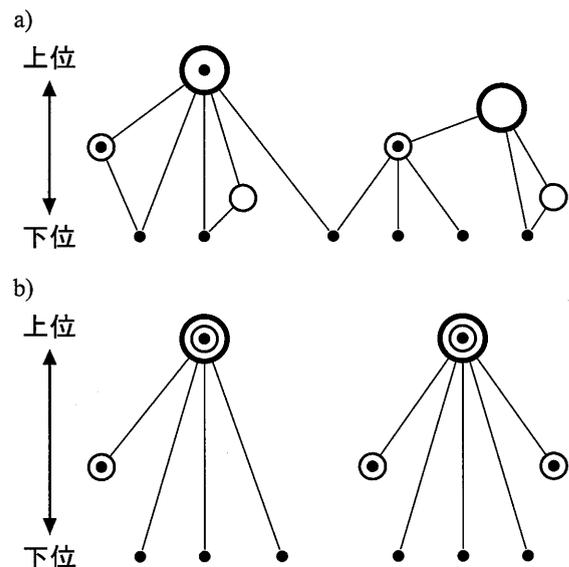
すなわち第1図の結果は、総リンク数最小化によってネットワーク構造の単純化が図られる過程で、階層構造に関してレッシュの市場地域論からクリスタラーの中心地理論へと移行することを物語っている。石崎(2015)では財の集積効果を表す目的関数を明示的に組み込むことによって、クリスタラーとレッシュの両理論の階層構築を実現できるモデルを構築した。本稿のモデルの適用結果から理解できることは、都市間結合の単純

性という視点を用いることでも、結果的に両理論の階層構築に基づく中心地システム（都市システム）が導出されるという点である。

ただし、単純な構造がネットワークとしての都市システムにとって合理的とは限らない。近年の複雑ネットワークをめぐる議論の中で、ネットワークの特性を把握するためのいくつかの指標が利用されている（鈴木，2009；増田・今野，2010）。本稿では、これらの指標のうちネットワーク全体の緊密性を測る密度（安田，1997；鈴木，2009）と、連続性を測る推移性（鈴木，2009；増田・今野，2010）を用いて、モデルの適用結果のネットワーク構造を評価したい。

第1-a~c図における地点内リンクや重複リンクを除いた中心地間のリンク数を、中心地数から求められる最大リンク数で除した値が密度 d である。したがって、総リンク数の多い解Aが最も密度は高く、中心地間の関係は緊密といえる。他方、推移性 t は隣接する三つの中心地間で三角形のように互いに接続している構造であれば高くなるが、リンクが欠けている場合はネットワークとしてのつながりが弱く、推移性の値は低くなる。解Aにはそうした三角形のリンク構造がいくつか存在しているが、解Cはいわゆる“スター構造”となっており、高次財から低次財までを供給する二つの上位中心地と他の中心地とのリンクのみで構成されるため、推移性は0となっている。

第2図は、中心地の階層性を縦軸として、解Aと解Cの都市間結合を垂直的關係として模式的に表現したものである。解Aの結果を示した第2-a図では、階層性が不明瞭であることと、下位の中心地から複数のリンクが張られることによって、垂直的關係とはいえ横のつながりに近い結合関係が見出せる。とりわけ、高次財を供給する二つの上位中心地が形成するサブシステムを介する下位中心地の存在は、全体の都市システムのネットワーク化に貢献しており、第1-a図を見ると、二つの下位中心地がこうした“橋渡し”的存在として機能していることがわかる。しかし、総リンク数の減少とともに“橋渡し”的機能は薄れ（第1-b図）、やがて個々のサブシステムが完全に独立した状態に至る（第1-c図）。解Cの結果を模式化した第2-b図では、上位中心地を核とする垂直的關係のみの都市間結合が成立し、いわば中央集権的な



第2図 都市間結合の模式図

注) a)は第1図中の解Aを、b)は解Cを表している。なお、凡例は第1図と同様である。

構造となっている。

つまり、ネットワーク全体の連続性や緊密性という観点からみると、財の供給地点が集積していない方が他都市とのつながり、すなわち“紐帯”がもたらされると考えられる。少なくとも本稿のモデルの適用結果によれば、都市システムにおける階層と紐帯はトレードオフの係にあることが示唆されたといえよう。

IV 得られた知見と課題

本稿では、階層的施設配置問題で考慮されるべき施設間の結合関係を、中心地システムあるいは都市システムにおける都市間結合に見立て、ネットワーク形成を加味した中心地モデルの構築を試みた。多目的計画法によるモデルの適用結果からは、個々の財を最大限供給する配置原理を優先すると中心地の階層性が不明瞭になり、システム全体の構成に関わる目的を改善すると財の供給地点が集積するという、石崎（2015）と同様の洞察が得られた。もっとも、中心地の階層性を直接的に操作する集積効果を加えずとも、都市間結合というネットワーク構造の観点からレッシュとクリスタラーの階層構築を再現できたことは、新たな知見といえよう。

あらためて付言するまでもなく、第2図に示した模式的な都市間結合の表現は、Pred (1971)のそれを範としている。垂直的関係のみで構成されるクリスタラーの階層構造に対して、水平的関係に近い都市間結合も含むレッシュのそれを踏まえ、さらに上位中心地間のつながりも考慮したPred (1971)の都市システムはより現実的といえる。本稿で提示したモデルでは、式(3)で異なるレベルの財間の組合せについては考慮したが、同じレベルの財の交換は前提としていない。また、リンクで結ばれる対象は最近隣の中心地のみであるため、必ずしも距離のみで定まらない都市間結合や、同じ財でも複数の中心地との交換が想定される場合など、より現実的なモデルへと拡張する余地はあるだろう。

しかし、モデルの精緻化を追求する前に、本稿でも考察の一部に用いた、近年の複雑ネットワーク研究の成果を踏まえた、実証的な都市システム研究の必要性を筆者は感じている。その理由も含めて、上記の研究成果が都市システム研究にいかなる新たな視角をもたらすかについては、稿をあらためて検討したい。

付記 私が1985年に東京都立大学に入学したときは、渡辺良雄先生はすでに病に臥しておられたと思う。翌冬先生の葬儀にお手伝いとして動員されたことが、学生時代の私と先生の唯一の接点であった。その後、学部3年生のときに受講した杉浦芳夫先生のゼミで中心地理論を知ることになり、私の研究の道筋はついた。もし、生前の渡辺先生から直接ご指導を受ける機会があったならば、私の中心地研究はどのように深化したのだろうか。渡辺先生が日本の中心地研究の先駆者であることは疑う余地もないが、あらためて渡辺(1967)などを読むと、実は日本の都市システム研究の先駆者でもあったように思われる。脈々とつながる中心地研究そして都市システム研究の末席に私も加えていただけるならば、何より光栄と感じます。

(奈良女子大学・文学部)

文 献

石崎研二(2003): 立地・配分モデル. 杉浦芳夫編『シ

- リーズ<人文地理学>3 地理空間分析』朝倉書店, 61-83.
- 石崎研二(2015): 階層構築からみた数理計画法による中心地理論の体系化. 地理学評論, 88, 305-326.
- 石崎研二(2016): 多目的計画法を用いた行政原理モデルの定式化. 理論地理学ノート, 18, 21-26.
- クリスタラー, W. 著, 江沢譲爾訳(1969): 『都市の立地と発展』大明堂, 396p. Christaller, W. (1933): *Die zentralen Orte in Süddeutschland*. Gustav Fischer, Jena, 331S.
- 鈴木 努(2009): 『ネットワーク分析 (Rで学ぶデータサイエンス8)』共立出版, 192p.
- 増田直紀・今野紀雄(2010): 『複雑ネットワーク基礎から応用まで』近代科学社, 279p.
- 村山祐司(1994): 都市群システム研究の成果と課題. 人文地理, 46, 396-417.
- 安田 雪(1997): 『ネットワーク分析—何が行為を決定するか』新曜社, 219p.
- レッシュ, A. 著, 篠原泰三訳(1968): 『レッシュ経済立地論』大明堂, 622p. Lösch, A. (1962): *Die räumliche Ordnung der Wirtschaft*. Fischer, Jena, 380S.
- 渡辺良雄(1967): 東北地方における中心地の階層分化. 東北地理, 19, 1-9.
- Bigotte, J. F., Krass, D., Antunes, A. P. and Berman, O. (2010): Integrated modeling of urban hierarchy and transportation network planning. *Transportation Research Part A*, 44, 506-522.
- Church, R. L. and Eaton, D. J. (1987): Hierarchical location analysis using covering objectives. Ghosh, A. and Rushton, G. eds.: *Spatial Analysis and Location-Allocation Models*. Van Nostrand Reinhold, New York, 163-185.
- Cooper, L. (1964): Location-allocation problems. *Operations Research*, 11, 331-343.
- Farahani, R. Z, Hekmatfar, M., Arabani, A. B. and Nikbakhsh, E. (2013): Hub location problems: A review of models, classification, solution techniques, and applications. *Computers & Industrial Engineering*, 64, 1096-1109.
- Ishizaki, K. (2015): A multiobjective maximal covering location problem incorporating inter-city traffic network. *Geographical Reports of Tokyo Metropolitan University*, 50, 37-44.
- Melkote, S. and Daskin, M. S. (2001a): An integrated model of facility location and transportation network design. *Transportation Research Part A*, 35, 515-538.
- Melkote, S. and Daskin, M. S. (2001b): Capacitated facility location/network design problems. *European Journal of Operational Research*, 129, 481-495.
- O'Kelly, M. E. (1986): The location of interacting hub facilities. *Transportation Science*, 20, 92-106.

Pred, A. (1971): Large-city Interdependence and the pre-electronic diffusion of Innovations in the U.S. *Geographical Analysis*, **3**, 165-181.

Swain, R. A. (1971): *A Decomposition Algorithm for a Class of Facility Location Problems*. Ph. D. dissertation, Cornell University, Ithaca, N. Y. (筆者未見)