産業研究（高崎経済大学産業研究所紀要）第48巻第1号

内生的製品差別化モデルにおける競争均衡の確率的安定性

山 森 哲 雄

Stochastic Stability of Competitive Equilibrium in Endogenous Product Differentiation

Tetsuo Yamamori

Summary

Matsumura *et al.*（2011）introduces an imitation dynamics perturbed by mutations into a duopoly model with product differentiation. They find that central agglomeration appears in the unique stochastically stable state in which the equilibrium price is equal to the marginal cost of firms. This paper extends their model to reflect the idea that price is a more flexible variable than location, and reexamines the stochastically stable states under their imitation dynamics.

1．はじめに

製品差別化に関する企業間競争を分析した代表的なモデルは Hotelling（1929）の線分都市モデルである。このモデルでは，同質財を販売する2つの企業が線分上に分布する消費者をめぐって立地点を選択する。線分を地理的な空間ではなく，企業が選択する製品の特性を表すと解釈することで，これを製品の内生的差別化に関するモデルとして理解することができる。製品の特性に関する好みが消費者ごとに異なっており，それが線分 $[0, 1]$ 上に一様に分布しているものとしよう。2企業が財を同じ価格で販売している状況では，消費者は自分の好みにより近い特性を選択した企業から財を購入する。したがって，より多くの消費者を獲得するために，企業が選択する製品特性は互いにライバル企業に近づいていく。その結果，均衡において2つの企業はともに線分の中点を選択することになる。これを「差別化最小の原理」と呼ぶ。

線分都市モデルに企業間の価格競争を導入し，Hotelling（1929）とは正反対の結果を導いたのが d'Aspremont *et al.*（1979）である。2つの企業がはじめに立地点を選択し，その立地点を所与として製品の販売価格を選択するという2段階ゲームを考えよう。企業が選択する製

品の類似性が高まると企業間の価格競争が激しくなるため，各企業は差別化を図ることで価格競争を回避しようとする。その結果，均衡において両企業が線分の両端に立地するという「差別化最大の原理」が導出されるのである。

企業が立地と価格に関して競争する場合であっても，企業の合理性に制約を課すことで「差別化最小の原理」が現れる可能性がある。Matsumura *et al.*（2011）は，Hotelling（1929）の線分都市を基にした立地－価格競争のモデルに確率進化過程を導入し，確率的に安定な状態において差別化が最小化されることを証明した。Hotelling（1929）と d'Aspremont *et al.*（1979）のモデルでは，各企業は利潤最大化を目的として合理的に行動すると想定されているのに対し，Matsumura *et al.*（2011）のモデルでは，企業は相対的に高い利潤を得ているライバル企業の行動を模倣し，さらに（非常に小さな確率で）自らの行動をランダムに「間違える」と想定されている。このような状況が繰り返されたとき，もっとも頻繁に観察される状態を確率的安定状態と呼ぶことにしよう。すると，２つの企業がともに線分の中点に立地して限界費用に（ほぼ）等しい価格を選択するという競争均衡の状態が唯一の確率的安定状態となる。[1)]

本稿の目的は，Matsumura *et al.*（2011）のモデルを拡張し，競争均衡の確率的安定性について再検証することにある。「差別化最大の原理」を示した d'Aspremont *et al.*（1979）の２段階ゲームの背景には，立地点を変更するよりも価格を変更する方が企業にとって容易いという考えがある。他方，Matsumura *et al.*（2011）のモデルでは，立地と価格という２つの変数は対称的に扱われており，価格の方がより柔軟な変数であるという考えが反映されていない。そこで，本稿では，各企業がライバル企業の行動を模倣する際，そしてランダムに行動を選択する際に，立地点を変更する確率よりも価格を変更する確率の方が大きいという仮定をおく。このように Matsumura *et al.*（2011）のモデルを修正したとしても，競争均衡が確率的安定状態として現れることを示す。

2. 競争均衡の安定性（Matsumura *et al.* 2011）

本節では Matsumura *et al.*（2011）のモデルを概観する。線分 [0,1] によって表される都市には消費者が一様に分布しており，同質財を販売している２つの企業（企業 1，企業 2）は線分上の立地点と自社製品の価格を選択するものとしよう。簡単化のため，企業 1 は線分 [0,1/2] 上に，企業 2 は線分 [1/2,1] 上にのみ立地すると仮定する。ここで，n を任意の自然数とし，各企業の立地集合を $A=\{0,1/n,2/n,\ldots,1\}$ と定義しよう。企業 1 が行動 $a_1\in A$ を選択することは線分上の点 $(1-a_1)/2$ に立地することを意味し，企業 2 が行動 $a_2\in A$ を選択することは線分上の点 $(1+a_2)/2$ に立地することを意味している。すなわち，各企業は都市の中心からどれだけ離れるかを選択するのである。次に，各企業が選択可能な価格の集合を $P=\{\delta,2\delta,\ldots,\nu\delta\}$ と定義する。ここで，$\delta>0$ は十分に小さい正の実数であり，ν は任意の自然数である。企業 i の立地点 $a_i\in A$ と価格 $p_i\in P$ を定めたものを企業 i の戦略と呼び，s_i と表記する。すなわち，$s_i=(a_i,p_i)$ である。

各消費者は多くても１単位の製品を購入する。消費者が製品を購入するために距離 d を移動することで生じる費用を関数 $t(d)$ によって表す。$t(d)$ は連続増加であり，かつ強凸である。

消費者がこの製品から得る効用を $u>0$ とおけば，線分上の点 x にいる消費者が，製品を企業 1 から購入した場合に得る余剰と企業 2 から購入した場合に得る余剰はそれぞれ次の式で与えられる。

$$u-p_1-t\left(\left|\frac{1}{2}(1-a_1)-x\right|\right),$$
$$u-p_2-t\left(\left|\frac{1}{2}(1+a_2)-x\right|\right).$$

ここで，u は十分に大きく，各消費者はどちらかの企業から必ず製品を購入するものとしよう。すると，各消費者は価格と移動費用の和がより低い企業から 1 単位の製品を購入することになる。

戦略の組 $s=(s_1,s_2)$ が実現したもとでの企業 i の需要量を $D_i(s_1,s_2)$ と表記する。仮定より $D_2(s_1,s_2)=1-D_1(s_1,s_2)$ が成り立つ。簡単化のため，生産に関する限界費用は 0 であると仮定しよう。すると，$s=(s_1,s_2)$ が実現したときに企業 i が得る利潤は $p_iD_i(s_1,s_2)$ で与えられる。これを $\pi_i(s_1,s_2)$ と表記する。容易に分かるように，両企業の価格が同じであるなら，より中心に近い企業の方が利潤は大きい。また，両企業がともに中心に立地しているときは価格のより低い企業の方が利潤は大きい。これらの主張を補題として以下にまとめておく。

補題 1

戦略の組 $(s_1,s_2)=((a_1,p_1),(a_2,p_2))$ が与えられたとき，以下の主張が成り立つ。

① $p_1=p_2$ であり，$a_j>a_i$ であるなら，$\pi_i(s_1,s_2)>\pi_j(s_1,s_2)$ である。

② $p_j>p_i$ であり，$a_1=a_2=0$ であるなら，$\pi_i(s_1,s_2)>\pi_j(s_1,s_2)$ である。

企業は次のような確率過程に従って自社の立地と価格を決定する。まず，ある時点 $t\in\{0,1,2,\ldots\}$ における状態を，その期に実現する戦略の組 $s=(s_1,s_2)$ として定義する。したがって，状態空間は戦略の組の集合と同一であり，これを Ω と表記する。毎期，各企業は独立にある一定の確率 $r>0$ で自社の戦略を変更することができるとしよう。自社の戦略を変更する際，ライバル企業が自社よりも高い利潤を得ているとき，そしてそのときに限り，ライバル企業の戦略を模倣する。ここで，確率 r は現在の状態と時間から独立であると仮定する。

このような模倣過程は状態空間 Ω 上のマルコフ過程 $T_0=\{T_0(s,s')\}_{s,s'\in\Omega}$ を構成する。ここで，$T_0(s,s')$ は状態 s から状態 s' への推移確率である。マルコフ過程 T_0 のもとで，他の状態へ移動する確率が 0 であるような状態 θ を吸収状態と呼ぶ。次の補題は模倣過程 T_0 における吸収状態を特徴づけたものである。

補題 2

① $\pi_1(s)\neq\pi_2(s)$ をみたす任意の状態 s に対し，$\pi_1(\theta)=\pi_2(\theta)$ を満たす吸収状態 θ が存在して $T_0(s,\theta)>0$ が成り立つ。

②ある状態 s が吸収状態であるための必要十分条件は，状態 s において $\pi_1(s)=\pi_2(s)$ が成り立つことである。

言うまでもなく，両企業が同じ戦略をとっているような状態では両企業の利潤は常に等しい。したがって，一般には無数の吸収状態が存在していることになる。そこで，確率進化をゲーム理論の均衡選択問題に応用した先駆的な論文，Kandori *et al*.（1993）と Young（1993）に倣い，模倣過程 T_0 に「突然変異」を導入することによって，吸収状態のなかで「もっとも起こりやすい状態」を特定化しよう。

毎期の終わりに，各企業の立地と価格がそれぞれ独立に ε の確率で変化すると想定しよう。突然変異の確率 ε は $1>\varepsilon>0$ を満たし，現在の状態と時間から独立であるとする。また，突然変異によって企業の行動はどのような立地，もしくは価格にも変化し得ると仮定する。経済学の文脈において，突然変異はプレイヤーの選択の「誤り」や「気まぐれ」を表現している。このモデルでは，立地と価格に対してそれぞれ独立に突然変異が生じるので，たとえば，一つの企業に立地を決めるマネジャーと価格を決めるマネジャーがおり，それぞれのマネジャーが独立に選択を誤ると解釈することができる。

さて，模倣過程と突然変異によって定義される状態 s から状態 s' への推移確率を $T_\varepsilon(s,s')$ と表記しよう。仮定より，状態空間 Ω に属す任意 2 つの状態 s と s' について，$T_\varepsilon(s,s')>0$ が成り立つ。このとき，Ω 上のマルコフ過程 $T_\varepsilon=\{T_\varepsilon(s,s')\}_{s,s'\in\Omega}$ には，$\mu_\varepsilon^* T_\varepsilon=\mu_\varepsilon^*$ を満たす安定分布 μ_ε^* が一意に存在する。さらに，その極限分布，$\lim_{\varepsilon\to 0}\mu_\varepsilon^*$ が存在することが知られている[2)]。この極限分布のサポートに含まれる状態を確率的安定状態（Young 1993）と呼ぶ。確率的安定状態とは，突然変異の確率 ε が十分に小さいとき，状態空間のなかでもっとも実現しやすい状態である。

確率的安定状態を特定化する代表的な方法は，状態間を移動するのに必要な突然変異の最小数を計算するという方法である[3)]。まず，各状態 s に対し，s-tree h を次の 2 つの性質をみたす順序対 $(s'\to s'')$ の集合として定義する。(i) 状態 s 以外のすべての状態 s' に対し，$(s'\to s'')$ をみたす状態 $s''(\neq s')$ がただ一つ存在する。(ii) 状態 s 以外のすべての状態 s' に対し，ある順序対の列，$(s^0\to s^1), (s^1\to s^2), \dots, (s^{l-1}\to s^l)$ が存在し，$s^0=s'$ かつ $s^l=s$ を満たす。言うまでもなく，各状態 s に対して上の性質を満たす順序対の集合は一般には複数存在している。ここで，各状態 s について，s-tree の集合を Hs と表記し，$v_\varepsilon(s)$ を次のように定義しよう。

$$v_\varepsilon(s)=\sum_{h\in H_s}\prod_{(s'\to s'')\in h} T_\varepsilon(s',s'') \tag{1}$$

すると，安定分布 μ_ε^* において s が実現する確率 $\mu_\varepsilon^*(s)$ は以下で与えられることが知られている。

$$\mu_\varepsilon^*(s)=\frac{v_\varepsilon(s)}{\sum_{s'\in\Omega} v_\varepsilon(s')} \tag{2}$$

容易に分かるように，任意の状態 s について $v_\varepsilon(s)$ は ε に関する多項式である。したがって，確率的安定状態とは，ε を 0 に近づけたとき，$v_\varepsilon(s)$ が 0 に収束するスピードがもっとも遅くなるような状態 s ということになる。

ここで，順序対 $(s'\to s'')$ に対し，状態 s' から状態 s'' へ移動するのに必要な最小の突然変異の個数を，順序対 $(s'\to s'')$ のコストと呼び，$\varphi(s',s'')$ と表記することにしよう。$(s'\to s'')$ のコ

スト $\varphi(s',s'')$ は, ε を 0 に近づけたとき, 推移確率 $T_\varepsilon(s',s'')$ が 0 に収束する速さを表している。すなわち，$T_\varepsilon(s',s'')=O(\varepsilon^{\varphi(s',s'')})$ である。順序対の列や tree のコストを，そこに属している順序対のコストの和として定義する。たとえば，s-tree h のコストとは，s-tree h に属しているすべての順序対のコストの和，

$$\sum_{(s'\to s'')\in h}\varphi(s',s'')$$

によって与えられる。⑴式より，ε を 0 に近づけたときに $v_\varepsilon(s)$ が 0 に収束する速さは，Hs に属す s-tree のコストのなかで最小の値によって与えられる。すなわち，

$$\min_{h\in Hs}\sum_{(s'\to s'')\in h}\varphi(s',s'')$$

である。したがって, ⑵式より, 上の値がもっとも小さくなるような状態が確率安定状態である。

突然変異がなければ吸収状態から他の状態に移動することはできない。したがって，吸収状態 θ と θ 以外の任意の状態 s について，順序対 $(\theta\to s)$ のコストは $\varphi(\theta,s)\geq 1$ を満たしている。他方，補題 2 より，吸収状態ではない状態 s について，ある吸収状態 θ が存在して $\varphi(s,\theta)=0$ をみたす。容易に分かるように，ある状態が確率的安定状態であるなら，それは必ず吸収状態である。

定理 1（Matsumura *et al.* 2011）

両企業が都市の中心に立地し，最低価格をつけている状態，つまり，状態 $\theta^*=((0,\delta),(0,\delta))$ が唯一の確率的安定状態である。

定理の証明は容易である。まず，すべての吸収状態から他の状態に移動するには突然変異が必要であることに注意しよう。状態空間 Ω における吸収状態の集合を Θ とおくと，任意の吸収状態 θ について，θ-tree h のコストは少なくとも $(\#\Theta-1)$ となる。次に，θ^* 以外の任意の吸収状態からは，1 回の突然変異（確率 ε）によって他の吸収状態へ移動することができることに着目する。たとえば，状態 $\theta=((a,p),(a,p))$ を考えよう。$a>0$ であるとき，企業 1 の立地 a のみが確率 ε で 0 に変化すると，状態は $s=((0,p),(a,p))$ に移行する。補題 1 の①より，$\pi_1(s)>\pi_2(s)$ であるから，模倣過程によって（突然変異なしで）状態は吸収状態 $\theta'=((0,p),(0,p))$ に正の確率で移行する。さらに，吸収状態 θ' において，企業 1 の価格 p のみが確率 ε で δ に変化すると，状態は $s'=((0,\delta),(0,p))$ に移行する。補題 1 の②より，$\pi_1(s')>\pi_2(s')$ であるから，模倣過程によって（突然変異なしで）状態は正の確率で θ^* に移行する。このように，1 回の突然変異を繰り返すことによって，θ^* 以外の任意の吸収状態から状態 θ^* に移動することができる。これは，コストがちょうど $(\#\Theta-1)$ に一致するような θ^*-tree h が存在することを意味している。一方で，1 回の突然変異では状態 θ^* から他の吸収状態へ移動することはできない。補題 1 より，突然変異を起こした企業が戦略 $(0,\delta)$ をとっている企業よりも高い利潤を得るためには，立地と価格が同時に変化する必要がある。立地と価格は独立

に突然変異を起こすため，この確率は最低でも ε^2 となる。したがって，θ^* 以外の任意の吸収状態 θ について，θ-tree h のコストは $(\#\Theta - 1)$ よりも厳密に大きい。

3. Matsumura *et al.* 2011 の拡張

「差別化最大の原理」を示した d'Aspremont *et al.*（1979）の2段階ゲームの背景には，企業にとって立地点よりも価格の方が変更しやすいという考えがある。一方で，Matsumura *et al.*（2011）のモデルでは，立地と価格は対称的に扱われており，価格の方がより柔軟な変数であるという考えが反映されていない。そこで，本節では Matsumura *et al.*（2011）を拡張し，価格の方がより柔軟な変数であるという考えをモデルに反映させたうえで確率的安定状態について再検討する。

まずは模倣過程について再考しよう。Matsumura *et al.*（2011）のモデルでは，毎期，各企業はある一定の確率 $r > 0$ で自社の戦略を変更することが可能であった。ここで，企業が立地だけを変更することができる確率を r^a，価格だけを変更することができる確率を r^p とおき，$r^p > r^a > 0$ を仮定する。モデルをこのように修正したとしても，立地と価格を同時に変化させることができる限り，Matsumura *et al.*（2011）における主張はすべて成立する。また，立地と価格を同時に変更することはできないと仮定した場合には補題2の①が厳密には成り立たなくなるものの，定理1は変わらずに成立する。補題2の①は，両企業の利潤が異なる状態 s に対して，両企業の利潤が等しいある状態 s' が存在し，$T_0(s, s') > 0$ が成り立つことを主張しているが，定理1の証明に必要なのは，状態 s から状態 s' に到達する確率が正であるという事実のみである。実際，立地と価格を同時に変更することはできないとしても，状態 s から状態 s' には長くても2期後には正の確率で到達する。

次に，突然変異の過程を次のように修正しよう。毎期の終わりに，突然変異によって立地だけが変化する確率を $\gamma^a(\varepsilon)$，価格だけが変化する確率を $\gamma^p(\varepsilon)$，立地と価格の両方が変化する確率をを $\gamma^{ap}(\varepsilon)$ とおく。これらはすべて ε の多項式で表され，0より大きく1よりも小さいと仮定する。さらに，$c^{ap} > c^a \geq c^p \geq 1$ を満たす3つの自然数，c^a，c^p，c^{ap} が存在し，

$$\gamma^a(\varepsilon) = O(\varepsilon^{c^a}),\quad \gamma^p(\varepsilon) = O(\varepsilon^{c^a}),\quad \gamma^{ap}(\varepsilon) = O(\varepsilon^{c^{ap}})$$

が成り立つとする。立地に比べて価格の方が柔軟な変数であるという考えは $c^a \geq c^p$ という仮定によって表現されている。言うまでもなく，$c^a = c^p = 1$，$c^{ap} = 2$ の場合に Matsumura *et al.*（2011）のモデルと一致する。

突然変異による過程をこのように一般化したとしても定理1が依然として成り立つことを説明しよう。$c^{ap} > c^a \geq c^p$ であるから，ある吸収状態 $s = ((a, p), (a, p))$ についてコストが最小となるような s-tree を構成するためには，立地に関する突然変異を可能な限り少なくしたい。ここで, 両企業が同じ立地 $a'\,(\neq a)$ を選択しているような吸収状態の集合を $V(a')$ と表記しよう。この集合から外部の吸収状態へ移行するためには，どちらかの企業の立地について，少なくとも1回の突然変異が必要である。$\#(A \setminus \{a\}) = n$ であるから，s-tree にはコストが c^a である順序対が少なくとも n 個は含まれていなくてはならない。したがって，s-tree のコストは以下の

値を下回ることはない。

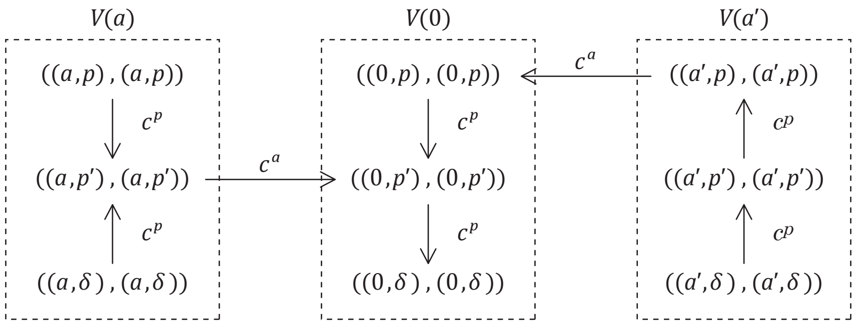
$$c^a n + c^p (\#\Theta - n - 1) \tag{3}$$

状態 $\theta^* = ((0,\delta),(0,\delta))$ が確率的安定状態であることを示すには，θ^*-tree h でコストが⑶式にちょうど一致するものが存在することを示せばよい。補題 1 の①より，$V(a)$ $(a \neq 0)$ に属す任意の吸収状態から $V(0)$ に属す吸収状態へ c^a のコストで移動することが可能である。ただし，θ^*-tree h のコストが⑶式の値と一致するためには，$V(0)$ に属す吸収状態 θ' と順序対 (θ, θ') を構成する吸収状態 $\theta \in V(a)$ は，各 $a \neq 0$ についてただ 1 つでなければならない。そこで，各 $a \neq 0$ について，以下の条件を満たす価格 $p^a \in P$ を考えよう。

$$\pi_1((a, p^a),(a, p)) - \pi_2((a, p^a),(a, p)) \geq 0 \text{ } for\ any\ p \in P$$

すると，$V(a)$ $(a \neq 0)$ に属す任意の吸収状態は，コスト c^p の順序対の列によって吸収状態 $((a,p^a),(a,p^a)) \in V(a)$ に連結させることが可能となる。すなわち，最小のコストを実現するためには，$V(a)$ $(a \neq 0)$ に属しているすべての吸収状態から，$((a,p^a),(a,p^a))$ にコスト c^p の順序対の列によって移動し，あとは，$((a,p^a),(a,p^a))$ から $((0,p^a),(0,p^a))$ にコスト c^a で移動すればよい（図 1 を参照のこと）。

図 1　θ^*-tree の例 $(A = \{0, a, a'\}, P = \{\delta, p, p'\})$



以下の補題は，任意の $a \in A$ に対して上の条件をみたす価格 $p^a \in P$ が常に存在することを保証している。

補題 3

任意の $a \in A$ に対し，価格 $p^a \in P$ は以下を満たすような価格とする。

$$p^a \in \arg\max_{p_1}\left(\min_{p_2}\left(\pi_1\big((a,p_1),(a,p_2)\big) - \pi_2\big((a,p_1),(a,p_2)\big)\right)\right)$$

すると，任意の $a \in A$，$p \in P$ について，

$$\pi_1((a,p^a),(a,p)) - \pi_2((a,p^a),(a,p)) \geq 0$$

が成り立つ。

証明：任意の $a\in A$ に対し，

$$R_i^a(p_1,p_2)=\pi_i((a,p_1),(a,p_2))-\pi_j((a,p_1),(a,p_2))$$

とおく。すべての $p\in P$ について $R_1^a(p,p)=0$ が成り立つので，$\min_{p_2}R_1^a(p_1,p_2)\le 0$ が任意の p_1 について成り立つ。したがって，$\max_{p_1}\min_{p_2}R_1^a(p_1,p_2)\le 0$ を得る。$\max_{p_1}\min_{p_2}R_1^a(p_1,p_2)<0$ であるとすると，$R_1^a(p_1,p_2)=-R_2^a(p_1,p_2)$ より，

$$-\max_{p_1}\min_{p_2}R_1^a(p_1,p_2)=\min_{p_1}\max_{p_2}R_2^a(p_1,p_2)>0$$

を得るが，これは，すべての $p\in P$ について $R_2^a(p,p)=0$ が成り立つことに矛盾する。よって，$\max_{p_1}\min_{p_2}R_1^a(p_1,p_2)=0$ である。したがって，任意の $p\in P$ について，

$$R_1^a(p^a,p)\ge\min_{p_2}R_1^a(p^a,p)=\max_{p_1}\min_{p_2}R_1^a(p_1,p_2)=0$$

が成り立つ。‖

以上の議論から，状態 $\theta^*=((0,\delta),(0,\delta))$ が確率的安定状態であることが分かった。あとは，θ^* 以外の吸収状態で確率的安定状態は存在しないことを示せばよい。厳密な証明は煩雑であるが，直感的には補題１より明らかであろう。θ^* 以外の吸収状態 θ で確率的に安定なものが存在すれば，コストが⑶式と一致するような θ-tree h が存在していることになる。この θ-tree h において，θ^* から $V(0)$ に属するある吸収状態へコスト c^p で移動しているか，もしくは，$V(a)$ $(a\ne 0)$ に属するある吸収状態へコスト c^a で移動していなくてはならない。しかし，補題１はこれが不可能であることを意味している。

4. おわりに

本稿は，内生的製品差別化モデルに確率進化過程を導入して競争均衡の進化的安定性を証明した Matsumura *et al.*（2011）を拡張し，立地よりも価格の方がより柔軟な変数であるという論点が競争均衡の安定性に影響を与えるか否かを検証した。Matsumura *et al.*（2011）では，確率的模倣過程において立地と価格の変化確率が対称的に扱われていたのに対し，本稿は，価格に関する模倣確率と突然変異確率が立地に関するそれらよりも大きい場合を含んだモデルを分析した。Matsumura *et al.*（2011）のモデルをこのように拡張したとしても，競争均衡が確率的安定状態として現れるという結果は変わらずに成立している。

本稿の分析結果は Hehenkamp and Wambach（2010）と関連している。彼らは，Matsumura *et al.*（2011）とは独立に，内生的製品差別化モデルに確率進化過程を導入して「差別化最小の原理」を示した。本稿とは異なり，彼らのモデルは，立地点の選択は確率的な模倣過程に従うものの，価格については常に Nash 均衡が実現すると想定することによって，立地と価格という２つの変数の柔軟性に関する違いを表現している。すなわち，立地点に比べて価格の改定は頻繁に行われるため，立地を所与して価格は速やかに Nash 均衡に収束すると考えるのである。しかし，変数の柔軟さに関する立地と価格の違いは，企業がそれらの選択について異なる

行動基準に従うということを含意していない。つまり，価格は最適反応に従い，立地点は模倣に従うという想定を進化過程の背後に置くことは，変数の柔軟さに関する違い以上のことを仮定していると言えよう。

このように，分析している進化過程は異なるものの，Hehenkamp and Wambach (2010) は多次元の特性空間を扱っているという点では本稿よりも一般的である。本稿のモデルを多次元モデルに拡張することが今後の課題となろう。

（やまもり　てつお・本学経済学部講師）

［参考文献］

d'Aspremont, C., J.J. Gabszewicz, and J.F. Thisse (1979) "On Hotelling's Stability in Competition," *Econometrica*, 47(5), 1145-1150.

Freidlin, M.I.and A.D. Wentzel (1984) *Random Perturbations of Dynamical Systems*, New York: Springer Verlag.

Hehenkamp, B. and A, Wambach (2010) "Survival at the Center—The Stability of Minimum Differentiation," *Journal of Economic Behavior & Organization*, 76(3), 853-858.

Hotelling, H. (1929) "Stability in Competition," *Economic Journal*, 39(153), 41-57.

Kandori, M., G. Mailath, and R. Rob (1993) "Learning, Mutation, and Long-run Equilibria in Games," *Econometrica*, 61(1), 29-56.

Matsumura, T., N. Matsushima, and T. Yamamori (2011) "Evolution of Competitive Equilibrium with Endogenous Product Differentiation," ISER Discussion Paper No. 776.

Vega-Redondo, F. (1997) "The Evolution of Walrasian Behavior," *Econometrica*, 65(2), 375-384.

Young, H. P. (1993), "The Evolution of Conventions," *Econometrica*, 61(1), 57-84.

〔注〕

1）Vega-Redondo（1997）はこれと同様の確率過程をクールノー競争に導入し、競争均衡が確率的安定状態であることを示している。

2）たとえば、Freidlin and Wentzel（1984）を参照せよ。

3）以下の議論の詳細については、たとえば Kandori *et al.*（1993）を参照せよ。