物理教育における数学の役割りについて

原　島　　鮮

1. はしがき

物理を高校または大学（特に大学初年級）で授業する場合に心を悩ますことの一つは，数学をどの程度使ったらよいかということである。要点は“数学を使い過ぎることによって現象の物理的内容を覆いかくす恐れがある”ということである。

この問題は物理教育についての諸種の会議でよく問題として取り上げられるもので，たとえば1965年軽井沢で開かれた日米協力の物理教育会議（Physics Education, US-Japan Joint Committee for Promotion of Science）でも議題の一つとして論じられた。

また，物理学を縦書きの書物（日本語で書く場合）の形で書けないかという質問はよく受けるものである。これは縦書が親しみ易いと考えるほかに，式を使わないで物理の話をして欲しいという要求が含まれているものと思われる。

数学といっても物理的内容を覆いかくすのは，解析（代数，微分，積分）を使用する場合を指すことが多く，幾何学的な考察をする場合には幾何そのものが図形を使うことが多いためか比較的直感的で物理内をむしろよく伝えると考えられることが多い。

2. いくつかの例について

例として連成振動の場合を考えよう。図1に示すように，水平面上にある二つの点A，Bから等しい長さの振り子をつるす。糸の上端に近いC，

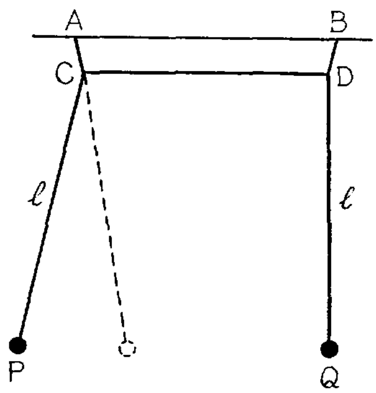

図 1

D点（AC=BD とする）をもう一つの水平な糸で図のように結ぶ。CP=DQ=l とする。C を固定して P だけを振らせるとき，または D を固定して Q だけを振らせるときには長さ l の単振り子の振動数で振動する。C，D を放して全体系を自由に運動させるときは P の振動と Q の振動がたがいに影響しあって複雑な運動となる。

いま，はじめCをつりあいの位置のまま固定し，Pだけを振らせる。Q は静止しているものとする。Cを放すと糸 CD から右の振り子に点 D で力が周期的に加わり，その周期が Q だけを振らせたときの周期と一致しているため，いわゆる共振れ（共鳴）の現象が起こりQも動き出しその振幅がしだいに大きくなる。これはQにエネルギーが与えられたこと（糸 CD を伝わって）を意味する。そのため P のエネルギーはしだいに小さくなり，その振幅が減少しついにほとんど止まってしまう。そのときQの振幅は最大となり，この運動の最初の時刻でのPとQとの役割りを交換したものとなる。以下上に述べたと同様の現象でエネルギーがQからPへ移り，また P から Q に移る。

以上物理のいろいろな現象と関連の深い連成振動を式を使わずに説明してみたのであるが，式を使えばつぎのようになる。ただし式をそのまま書くのはこの報告の趣意ではないので式を書いたらどうなるかということを述べるに止める。[1]

式を書くのには，P，Q に働く力と糸の各部分に働いている力を考えて，P，Q について運動方程式を立てればよい。これは2階の連立微分方程式となる。この運動方程式を立てるのに物理的思考を正しくすることが必要である。式が立ち，はじめにPだけをずらして運動させるという初期条件を与えれば，あとは微分方程式の解法にしたがって，解析的に，つまり機械的に，問題が解かれる。そして，前に述べた物理的考察による結果も含

1） 同様な問題の取扱いは　原島　鮮・力学（裳華房）§13，2 参照

めてすべてのことが導き出される。このような取り扱いで，物理的考察が必要なのははじめの運動方程式を立てることと，最後にこれを解釈するときだけで，途中の計算は計算機のような役目をもつことになる。つまり，はじめの物理的な考察で使った共振れとか，エネルギーの移動とかいう考え方はすべて自動的に，計算する者が気付く必要もなく，繰り入れられているのである。

実際教授する場合にどちらの方法をとるべきであろうか。

第一の物理的方法は高校三年ならば理解されよう。第二の解析的方法は大学の理工系の相当できる学生でなければ完全には理解されない。

一人の物理学者が図1のような問題を与えられたらどういう態度をとるであろうか。おそらく第二の解析的な方法で解き，あとからゆっくりとその物理的内容を考え，物理の初歩を知っている人に話すときは第一の方法で説明するであろう。実際物事を物理的に式を使わず巧みに説明する方法を考えるのは，解析的に機械的に解くのよりもむずかしいことが多い。しかも現象の一つ一つについて特別な工夫をこらさなければならないことが多い。これに反して解析的方法は方針が一様でいろいろな現象に対して統一された方法で扱えることが多い。

別な例をとろう。Newton の Principia にある例である（Newton: Mathematical Principles Book I, Section II, Proposition 1, Theorem I）[1]。力学でよく知られた中心力の場合の面積の原理で

"The areas which revolving bodies describe by radii drawn to an immovable centre of force do lie in the same immovable planes, and are proportional to the times in which they are described".

Newton はこれを証明するのに図2で示されるように幾何学的に考えた[2]。S が力の中心で，物体がある短い時間（t）の間に A→B と運動す

1) Britanica : Great Books 34, p. 32 より
2) 記号は今日の記号のつけかたとわずかちがっているが Newton の原著(英訳)にしたがった。

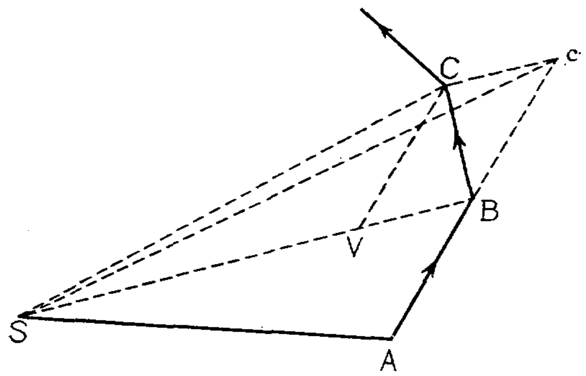

図 2

るものとする。物体に力が働いていなければつぎの等間隔の時間 t に Bc=AB で与えられる点 c までいくであろう。ところがSから力を受けているため，この t の間に BV で与えられる変位を BS の方向に受けることになる。その結果 BV に平行に，また長さを等しく，cC を c から引けば，物体は B を通ってから t だけたった後 C までるであろう。$\triangle$SBC と $\triangle$SBc は面積が等しく，後者はまた $\triangle$SAB (AB=Bc であるから) に等しいから，

$$\triangle SBC = \triangle SAB$$

すなわち，S と物体を結ぶ直線に等しい時間内に等しい面積を覆うことになる。

これが Newton の証明であるが，中心力によって動径の描く面積速度が一定であることが，幾何学的にはっきりわかるように示されている。幾何学的であると同時に物理的といってもよいであろう。

解析的に運動方程式から出発すれば，この法則が出てくることはよく知られていることである。

授業する場合にどちらの道をとればよいであろうか。この場合も物理的説明は工夫を必要とするが，解析的説明は大体機械的である。

3. 二つの方針の組み合わせと従来の教授法に対する改良方法について

前の節で二つの例をあげたが，同様な例は多くあげることができる。通常は教授者の方針，好みなどによって一つ方法がとられたり，他の方法がとられたりしている。また授業時間に制約されることも多い。筆者の提案はつぎのようである。

(a) 解析的方法を，それが統一的で発展性があるという理由でまず教

える。

（b） 物理的解釈が可能なときにはかならずこれを説明する。

場合によっては（b）を先きにして，それから（a）に移るのもよいかも知れない。

終りに，国際基督教大学大学院に日本ではじめての理科教育法の課程を創設された日高第四郎先生に感謝を捧げる。