

Ссылка на статью:

// Математика и математическое моделирование.
2018. № 05. С. 17 – 34DOI: [10.24108/mathm.0518.0000153](https://doi.org/10.24108/mathm.0518.0000153)

Представлена в редакцию: 07.09.2018

© НП «НЕИКОН»

УДК 519.711.2

Анализ геометрической разрешимости при сборке сложных изделий как задача принятия решений

Божко А.Н.^{1,*}[*abozhko@inbox.ru](mailto:abozhko@inbox.ru)¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

Геометрическая разрешимость – это важнейшее условие существования проектных решений сборочного этапа. Задача анализа геометрических препятствий в изделии поставлена как математическая игра двух лиц по окрашиванию упорядоченного множества в два цвета. Эта игра сведена к задаче принятия решений в условиях неопределенности. Проведен вычислительный эксперимент по окрашиванию упорядоченных множеств. Класс всех упорядоченных множеств разделен на 13 подклассов, радикально отличающихся своими структурными свойствами. Разработана программа, которая создает случайный порядок в выбранном подклассе и реализует игровой сеанс по окраске этого порядка. В многочисленных экспериментах самыми эффективными оказались критерии Гурвица и Байеса-Лапласа. Полученные результаты позволяют минимизировать число прямых проверок методами анализа столкновений, необходимых для генерации полной информации о геометрических ограничениях при сборке сложных технических систем.

Ключевые слова: сборка, автоматизация проектирования сборочных процессов, геометрическая разрешимость, упорядоченное множество, задача принятия решений

Введение

Автоматизированное проектирование процессов сборки (Computer aided assembly planning, CAAP) сложных технических объектов – это важная и актуальна проблема современных информационных технологий. Последовательность сборки зависит от большого числа конструкторских, технологических и экономических факторов. Геометрия изделия накладывает базовые, первичные ограничения на проектные решения сборочного персонала. Для каждой детали должна существовать траектория перемещения в служебное положение, свободная от геометрических препятствий, которые образуют собранный фрагмент изделия и средства технологического оснащения. В изданиях по CAAP это свойство сборочных операций и процессов принято называть геометрической разрешимостью или геометрическим доступом (Geometric obstacle avoidance, Geometric reasoning) [6].

В исследованиях по автоматизации проектирования сборочных процессов предложены различные подходы к моделированию геометрической разрешимости (ГР) [1 – 8]. Классификация моделей и методов приведена на рис. 1.

Методы геометрической аппроксимации основаны на приближенном описании геометрии деталей изделия при помощи простых форм, допускающих эффективную проверку на пересечение. Геометрическую разрешимость в процессе сборки моделируют прямым способом. Устанавливаемую деталь перемещают по выбранной траектории и проверяют ее пересечение (непересечение) со статическим фрагментом, который образует собранный фрагмент изделия [6].



Рис. 1. Классификация моделей и методов геометрической разрешимости при сборке

В методах планирования перемещений (Motion planning, Path planning) геометрическая разрешимость при сборке рассматривается как голономная задача планирования перемещений. Предполагается, что если изделие можно разобрать в некоторой последовательности, то обратная последовательность представляет собой конструктивно реализуемое проектное решение, удовлетворяющее ГР. В такой постановке собранный фрагмент изделия и элементы технологической системы (приспособления, инструменты, стеллажи, стенды и пр.) образуют совокупность препятствий, а демонтируемая деталь рассматривается как подвижный объект, который следует переместить из служебного положения в изделии в некоторую удаленную позицию, которую можно считать состоянием разборки. В современных исследованиях по Motion planning голономная задача планирования перемещений ставится как задача поиска траектории перемещения точки, описывающей подвижный объект (деталь), в многомерном конфигурационном пространстве геометрической системы [3]. Предложены многочисленные методы решения данной задачи: графовые, вероятностные декомпозиционные и др. [5]. Размерность конфигурационного пространства очень быстро растет с увеличением числа деталей. Кроме того, парадигма планирования перемещений не учитывает многочисленные конструкторские и технологические ограни-

чения на проектные решения. Поэтому методы Motion planning решают вспомогательные задачи в процессе автоматизированного проектирования сборочных операций и переходов.

Геометрическую разрешимость при сборке можно считать расширением известной проблемы комбинаторной геометрии – делимости геометрических множеств (Separability problem) [10]. В самом общем случае эта проблема имеет следующую постановку. Дана система геометрических тел в n -мерном пространстве. Говорят, что система делима, если для каждого тела найдется траектория извлечения, свободная от пересечений с другими телами системы. В публикациях по комбинаторной геометрии обсуждают разновидности задачи делимости для простейших геометрических объектов: сфер, интервалов, выпуклых фигур на плоскости и пр. [1]. Эти простейшие идеализированные формы своей геометрической сложностью значительно уступают деталям, которые используются в машиностроительных и приборостроительных отраслях промышленности.

В [8, 9, 11] различные геометрические связи между элементами сложной технической системы моделируются при помощи графов. Данные носители описывают глубину вложения деталей в конструкцию [9], локальные контакты деталей [11], геометрические препятствия на заданном направлении разборки [8] и др. Анализ графовой модели позволяет сделать вывод о возможности (невозможности) монтажа (демонтажа) детали в данной проектной ситуации. Наибольшее распространение получили методы, основанные на db -графе (Directional blocking graph) и его модификациях (ndb -граф, Non-directional blocking graph и др.). Графы не позволяют выполнить полный анализ геометрической разрешимости. Самые точные модели этого типа (db -графы) дают только необходимые условия разборки конструкции по геометрическим основаниям.

Метод пространственной декомпозиции для автоматизации проектирования процессов сборки описан в [2] и [9]. Пространство растеризуют при помощи регулярной трехмерной сетки, элементами которой являются параллелепипеды. Эту сетку представляют в виде восьмеричного дерева (Ostree), элементами которого служат воксели. Воксели разбиваются на свободные, занятые и неопределённые. Неопределённые элементы пространственного разбиения делят на меньшие по размеру воксели до тех пор, пока не будет получена требуемая точность аппроксимации. Для анализа геометрической разрешимости используют версию классического волнового алгоритма, фронт которого распространяется по свободным вокселям пространственной сетки. Воксельная модель описывает геометрическую форму объектов с некоторой систематической погрешностью, которая, в общем случае, является принципиально неустранимой. По этой причине, любые критерии геометрической разрешимости, основанные на воксельной модели, являются заведомо неточными.

В общем случае, полную информацию о геометрических препятствиях может дать только моделирование движения детали методами анализа столкновений (Collision detection) [7]. В этих методах модель детали движется по заданной траектории и проверяется ее пересечение со статической частью геометрической конфигурации. Данный подход использован для проектирования последовательности сборки изделий в «тяжелых» САПР: NX, Catia и Creo. Анализ методами Collision detection требует больших вычислительных

затрат, поскольку, в общем случае, проверка необходима для всех деталей (кроме базовой) и анализ приходится выполнять для нескольких направлений.

В [15] предложен способ минимизации числа тестовых конфигураций, которые требуют проверки на столкновения. Анализ всех таких конструкторских фрагментов позволяет полностью объективировать геометрические ограничения, которые влияют на перемещения деталей при сборке сложной технической системы.

Геометрические ситуации и геометрическая наследственность

Приведем основные определения. Пусть $X = \{x_i\}_{i=1}^n$ – множество деталей изделия.

Определение 1. Пару (A, x) , $A \subset X; x \in X$ назовем ситуацией, если A и $A \cup \{x\}$ являются связными и геометрически определенными конструктивными фрагментами.

Определение 2. Ситуацию (A, x) назовем разрешенной, если существует движение, которое переводит деталь x в служебное положение в изделии X , В противном случае ситуация называется запрещенной.

Пусть X – некоторое изделие, x – деталь, а A и B две ситуации, порожденные установкой детали x . Введем два утверждения о геометрической наследственности.

Утверждение 1. Если ситуация (A, x) является разрешенной, то любая ситуация (B, x) такая, что $B \subseteq A$, также является разрешенной.

Действительно, если A не содержит геометрических препятствий для установки детали x , то их не может быть в меньшем по составу собираемом множестве B .

Утверждение 2. Если ситуация (A, x) является запрещенной, то любая ситуация (B, x) такая, что $B \supseteq A$, является запрещенной.

В самом деле, если A включает в себя геометрические препятствия, запрещающие установку x в служебное положение, то добавление новых деталей способно только усложнить конфигурацию B и не может устранить наличные запреты.

Анализ геометрической разрешимости как задача принятия решений

Основные положения

Обозначим $GS(x)$ – множество всех ситуаций в изделии X , связанных с установкой детали x . Введем на $GS(x)$ порядок следующим правилом $\forall g_1 = (A, x)$ и $g_2 = (B, x) \in GS(x)$ $g_1 = (A, x) \leq g_2 = (B, x) \Leftrightarrow A \subseteq B$. На диаграммах Хассе упорядоченных множеств будем изображать запрещенные ситуации черным цветом, а разрешенные – белым.

Задачу анализа геометрической разрешимости можно поставить как неантагонистическую игру двух лиц: ЛППР и природы. Дано неокрашенное упорядоченное множество (УМ). Ход ЛППР заключается в выборе неокрашенной вершины g , ответ природы состоит в выборе цвета для этой вершины. Если цвет белый, то все вершины порядкового идеала $I(g)$ вершины g получают белый цвет (утверждение 2). Если природа «выбрала» черный цвет, то все вершины порядкового фильтра $F(g)$ окрашиваются черным цветом (утвержде-

ние 1). Требуется окрасить все вершины упорядоченного множества за минимальное число ходов.

Обозначим эту игру $\Gamma(R)$, где R – произвольное упорядоченное множество. Выбор цвета вершины означает проверку на геометрическую разрешимость. Рациональная стратегия окрашивания упорядоченного множества позволит минимизировать числа таких проверок. Будем считать, что на любом шаге игры природа с равной вероятностью выберет белый или черный цвет.

Рассмотрим игру $\Gamma(R)$ на примере коробки передач гидравлического экскаватора ЕК-18. На рис. 2 показана важная часть этой непростой конструкции, полная спецификация которой состоит из 123 деталей и комплектующих. Ограничимся частью конструкции, состоящей из следующих деталей: фланец 1, шайба 4, разрезное кольцо 5, вал 6, подшипник 7, крышка 8, прокладка 9, подшипник 34, шестерня 54, крышка 55, манжета 56, кольцо 57. Легко видеть, что данная совокупность деталей может быть собрана независимо.

Найдем множество всех геометрических ситуаций $GS(7)$, относящихся к установке подшипника 7 (рис. 3). Множество $GS(7)$, состоит из двух компонент связности. Одна из компонент представляет собой трехэлементную цепь, вторая является решеточно-упорядоченным множеством.

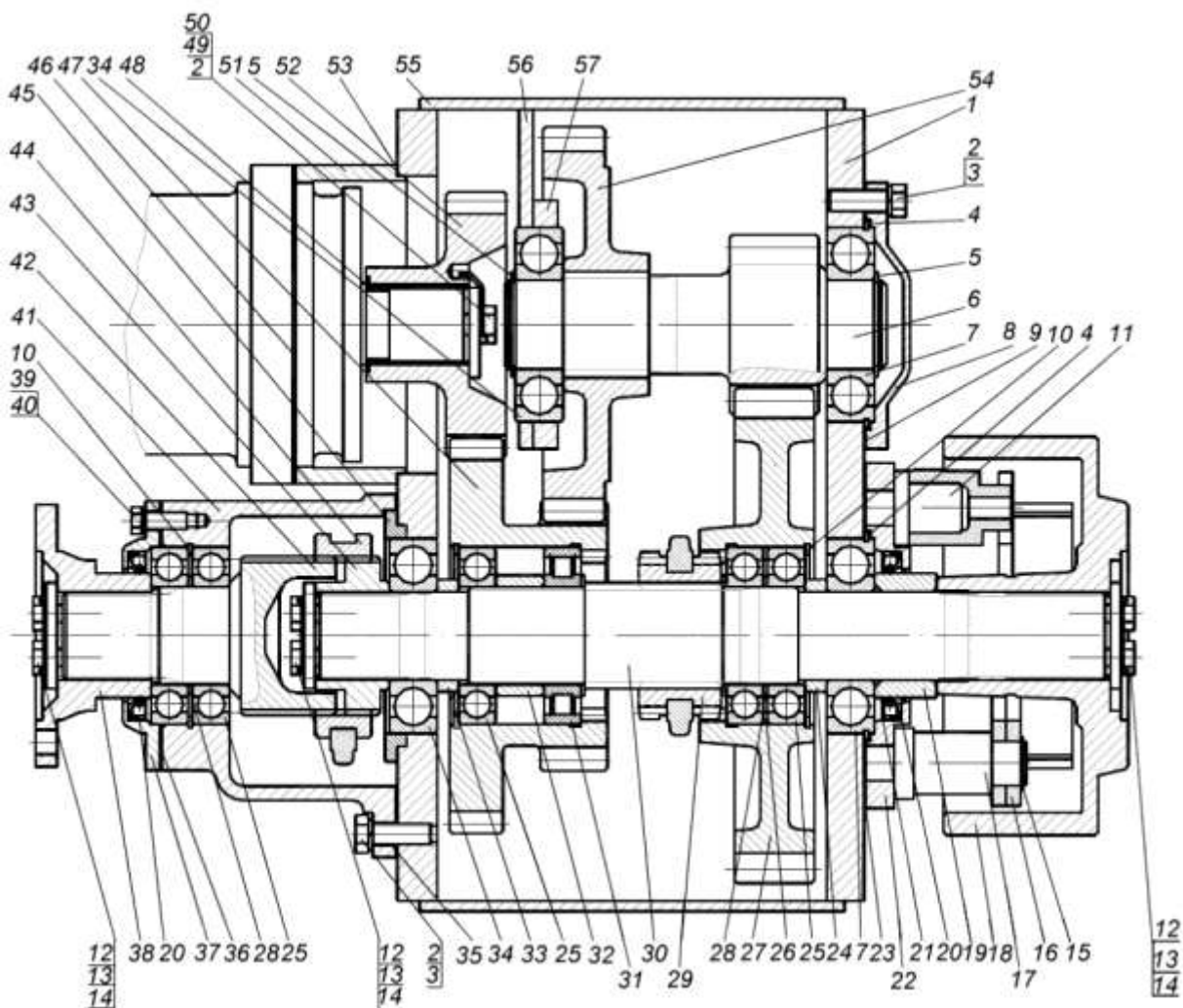


Рис. 2. Фрагмент коробки передач гидравлического экскаватора

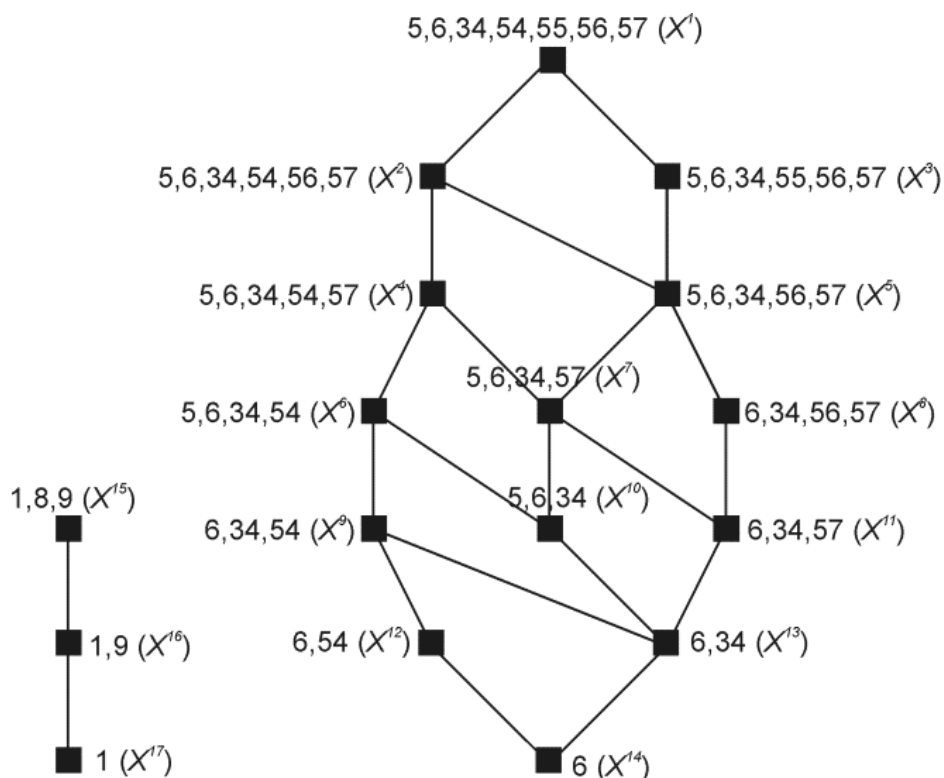


Рис. 3. Упорядоченное множество GS (7) всех геометрических ситуаций, порожденных подшипником 7

Критерии принятия решений в условиях неопределенности

На каждом шаге игры $\Gamma(R)$ ситуацию принятия решений можно представить в виде так называемой платежной матрицы (матрицы решений, матрицы выигрышей и пр.), общий вид которой представлен на рис. 4.

X		X^1	X^2	...	X^n
Y	Y_1	X_{11}	X_{12}	...	X_{1n}
	Y_2	X_{21}	X_{21}		X_{2n}

Рис. 4. Платежная матрица для игры $\Gamma(R)$

Здесь X – лицо принимающее решение; Y – природа; $X^i, i = \overline{1, n}$ – ходы ЛПР; Y_1, Y_2 – ответы природы (цвет вершин); $x_{ij}, i = 2; j = \overline{1, n}$ – выигрыш первого игрока при собственном ходе X_i и ответе природы Y_j . Ходы ЛПР представляют собой выбор неокрашенной вершины упорядоченного множества, ответы природы – цвет вершины выбранной вершины. Выигрыш ЛПР – мощность порядкового фильтра или порядкового идеала, вершины которых окрашиваются автоматически в зависимости от цвета вершины.

Теория принятия решений предлагает несколько критериев рационального выбора альтернатив в условиях неопределенности. Прежде всего это классические критерии Вальда, Лапласа, Севиджа, Ходжа-Лемана. Приведем их формулировки для общего случая и применительно к поставленной задаче [16].

Критерий Вальда (*WLD*) или принцип наибольшего гарантированного результата (принцип максимина) рассчитан на наихудшее, антагонистическое поведение природы. Он задается следующим выражением $\max_j \min_i x_{ij}$. Для игры $\Gamma(R)$ критерий Вальда принимает вид $\max_j \min(x_{1j}, x_{2j})$.

Критерий Байеса-Лапласа (*BL*) в общем случае записывают в виде $\max_j z_j, z_j = \sum_{i=1}^n x_{ij} p_{ij}$, где p_{ij} – вероятность ответа природы Y_i на ход ЛПР X^j , z_j – математическое ожидание выигрыша ЛПР при выборе хода X^j . В игре $\Gamma(R)$ существует всего два возможных и равновероятных ответа природы, поэтому критерий BL примет вид $\max_j z_j, z_j = \frac{x_{1j} + x_{2j}}{2}$. Если критерий Вальда оценивает ход первого игрока по одному наихудшему ответу противника, то критерий BL опосредованно принимает во внимание все ответы второго игрока.

Критерий Севиджа (*SVG*) – это минимаксный критерий, который рассчитывается не по платежной матрице, а по матрице сожалений (потерь). Критерий имеет вид $\min_j \max_i r_{ij}, r_{ij} = \max_p x_{ip} - x_{ij}$, где r_{ij} – элемент матрицы потерь, который равен разности между максимальным элементом в i -ой строке и элементом x_{ij} . В игре $\Gamma(R)$ платежная матрица состоит из двух строк, поэтому критерий Севиджа примет вид $\min_j \max(r_{1j}, r_{2j})$.

Критерий произведений (*MPL*) – это сравнительно новое решающее правило в теории принятия решений и теории игр. Критерий имеет очень простую форму записи: $\max_j \prod_i x_{ij}$. Для игры $\Gamma(R)$ критерий MPL принимает вид $\max_j (x_{1j} \times x_{2j})$.

Критерий Ходжа-Лемана (*HL*) – это синтетический критерий, который строится на основе классических критериев Вальда и Байеса-Лапласа. В общем случае критерий Ходжа-Лемана записывается следующим выражением $\max_j \left(\beta \times \sum_{i=1}^n x_{ij} p_{ij} + (1 - \beta) \times \min_i x_{ij} \right)$, где $\beta, 0 \leq \beta \leq 1$ – коэффициент, выражающий степень доверия к распределению вероятностей. Для игры $\Gamma(R)$ данный критерий принимает вид $\max_j \left(\beta \times \frac{x_{1j} + x_{2j}}{2} + (1 - \beta) \times \min(x_{1j}, x_{2j}) \right)$.

Критерий Гурвица (HW) –синтетический критерий, выражающий компромисс между точками зрения крайнего оптимизма и пессимизма. В общем виде критерий задает выражение $\max_j \left(\alpha \times \max_i x_{ij} + (1 - \alpha) \times \min_i x_{ij} \right)$, где $\alpha, 0 \leq \alpha \leq 1$ – коэффициент доверия или оптимизма. Это априорно заданная величина, оценивающая вероятность ответа природы, который наиболее благоприятен для ЛПП. Если коэффициент доверия равен 0, то критерий Гурвица превращается в критерий Вальда; если он равен 1, то критерий выбирает лучшее решение с позиции крайнего оптимизма. Для игры $\Gamma(R)$ критерий Гурвица принимает вид $\max_j \left(\alpha \times \max(x_{1j}, x_{2j}) + (1 - \alpha) \times \min(x_{1j}, x_{2j}) \right)$.

Подсчитаем значения перечисленных критериев для вершин $X^1 - X^{14}$. Это вершины правой компоненты связности упорядоченного множества $GS(7)$, изображенного на рис.3. Вычислим критерий Ходжа-Лемана для трех значений параметра: $\beta = 1/3$ ($HL_{1/3}$), $\beta = 1/2$ ($HL_{1/2}$) и $\beta = 2/3$ ($HL_{2/3}$). Легко видеть, что при $\alpha = 1/2$ критерий Гурвица совпадает с критерием Байеса-Лапласа, поэтому рассчитаем его только для двух параметров $\alpha = 1/3$ ($HW_{1/3}$) и $\alpha = 2/3$ ($HW_{2/3}$). Вычисленные значения критериев сведены в табл. 1.

Таблица 1. Значения критериев для вершин $X^1 - X^{14}$ множества $GS(7)$

ЛПП	X^1	X^2	X^3	X^4	X^5	X^6	X^7	X^8	X^9	X^{10}	X^{11}	X^{12}	X^{13}	X^{14}
Белый Y_1	14(0)	12(2)	8(6)	9(5)	7(7)	6(8)	5(9)	4(10)	4(10)	3(11)	3(11)	2(12)	2(12)	1(13)
Черный Y_2	1(13)	2(12)	2(12)	3(11)	3(11)	4(10)	6(8)	5(9)	5(9)	8(6)	8(6)	6(8)	12(2)	14(0)
WLD	1	2	2	3	3	4	5	4	4	3	3	2	2	1
BL	7,5	7	5	6	5	5	5,5	4,5	4,5	5,5	5,5	4	7	7,5
SVG	13	12	12	11	11	10	9	10	10	11	11	12	12	13
MPL	14	24	16	27	21	24	30	20	20	24	24	12	24	14
$HL_{1/3}$	19	22	18	24	22	26	31	25	25	23	23	16	22	19
$HL_{1/2}$	17	18	14	18	16	18	21	17	17	17	17	12	18	17
$HL_{2/3}$	16	16	12	15	13	14	16	13	13	14	14	10	16	16
$HW_{1/3}$	16	16	12	15	13	14	16	13	13	14	14	10	16	16
$HW_{2/3}$	29	26	18	21	17	16	17	14	14	19	19	14	26	29

Экспериментальная проверка эффективности критериев

Для выбора рациональной стратегии последовательной окраски упорядоченных множеств общего вида R разработана программа и проведен вычислительный эксперимент. Класс всех связных упорядоченных множеств GS разделен на 13 подклассов, различающихся по структурным характеристика (рис. 5).

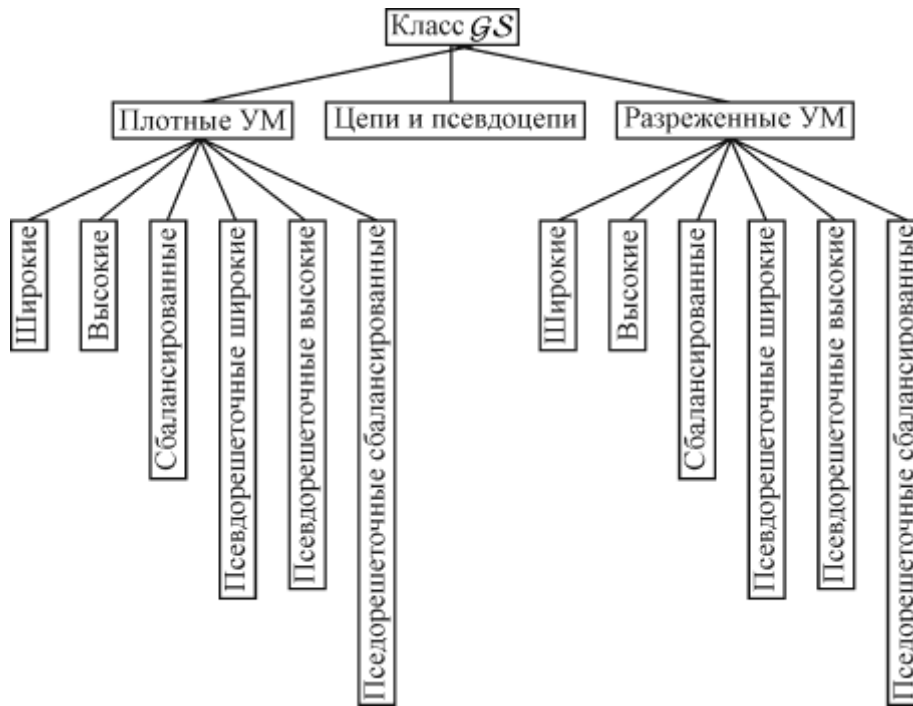


Рис. 5. Классификация упорядоченных множеств

Очевидно, что последствия выбора очередной неокрашенной вершины зависят от числа связей в упорядоченном множестве. Большое число связей, в общем случае, влечет за собой высокую мощность главного идеала (фильтра) неокрашенной вершины, что означает большой выигрыш ЛПР. Поэтому класс GS необходимо разделить по критерию плотности связей.

Введем несколько определений, необходимых для классификации УМ.

Определение 3. Упорядоченное множество называется плотным, если в диаграмме Хассе число ребер r намного превосходит число вершин n , то есть $r \gg n$. Если $r \ll n$, то упорядоченное множество называется разреженным.

В работе принят следующий «порог плотности» $r > 2n$, то есть все УМ, у которых число ребер превосходит удвоенное число вершин, считаются плотными (рис.6).

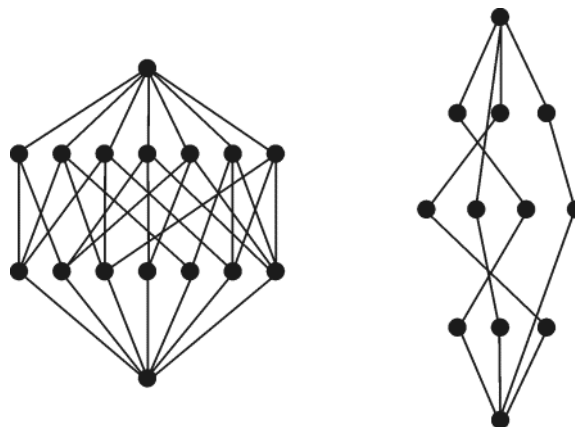


Рис. 6. Примеры плотного и разреженного УМ

Определение 4. Высотой $h(R)$ упорядоченного множества R называется длина максимальной цепи в R [12].

Определение 5. Шириной $w(R)$ упорядоченного множества R называется максимальная мощность антицепи в R [12].

Определение 6. Связное упорядоченное множество R называется псевдоцепью, если большая часть вершин этого множества принадлежит максимальной цепи, то есть $h(P)+1 \approx |R|$.

Псевдоцепи выделены в отдельный подкласс, поскольку УМ данного типа достаточно часто описывают структуру геометрических связей реальных конструкций. Если $h(P)+1=|R|$, то все элементы упорядоченного множества R являются попарно сравнимыми, то есть псевдоцепь становится цепью. На рис. 7 приведены примеры псевдоцепей с различной структурой.

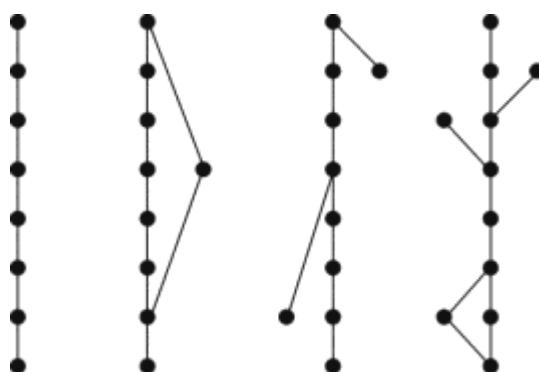


Рис. 7. Примеры псевдоцепей

Определение 7. Упорядоченное множество R называется высоким, если $h(R) \gg w(R)$. Упорядоченное множество называется широким, если $h(R) \ll w(R)$. Упорядоченное множество называется сбалансированным, если $h(R) \approx w(R)$.

На рис. 8 приведены примеры широкого (а), высокого (б) и сбалансированного (в) упорядоченных множеств.

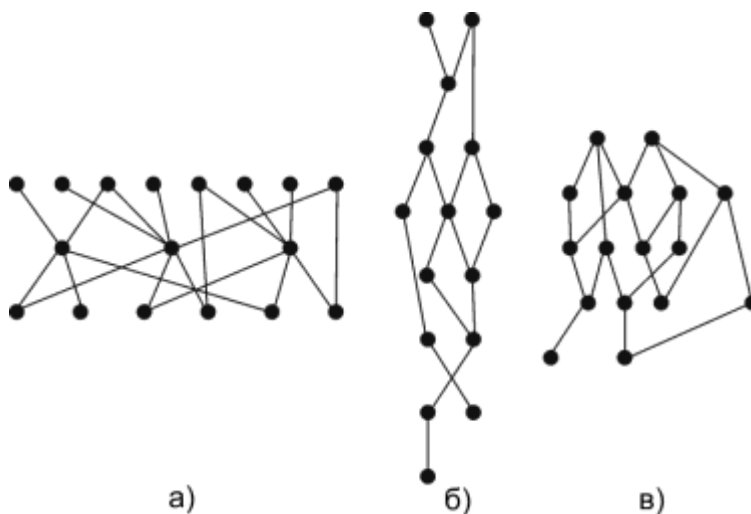


Рис. 8. Примеры широкого (а), высокого (б) и сбалансированного (в) упорядоченных множеств

Определение 8. Упорядоченное множество называется псевдорешеточным, если оно имеет наибольший и наименьший элементы.

Псевдорешеточные УМ демонстрируют внешнее сходство с решетками (рис. 9), но таковыми не являются в строгом алгебраическом смысле [12]. Для псевдорешеточных УМ не гарантирована корректность операций взятия инфимума и супремума. Основанием для выделения таких упорядоченных множеств в отдельный класс служит возможность их окраски за один ход: в черный цвет, при выборе наименьшей вершины; в белый цвет, если выбрана наибольшая вершина. Это обстоятельство может решающим образом повлиять на эффективность критериев при окраске экземпляров данного класса.

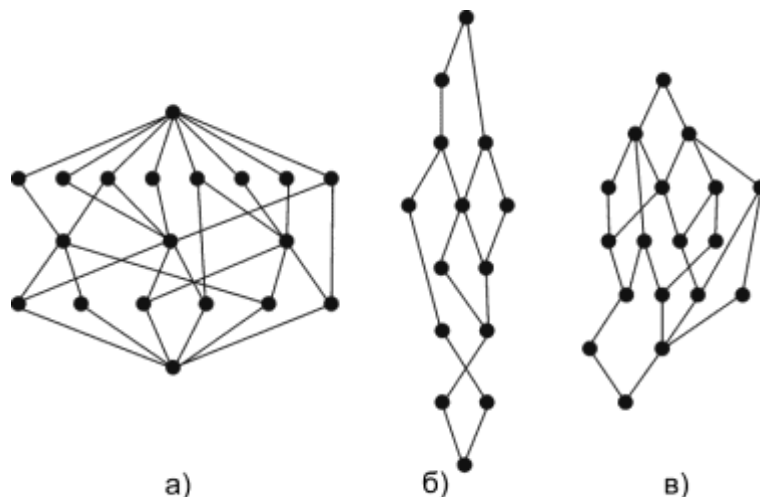


Рис. 9. Примеры псевдорешеточных упорядоченных множеств: широкое (а), высокое (б) и сбалансированное (в)

Во всех подклассах рассматриваются только связные упорядоченные множества, поскольку в процессе окраски различные компоненты несвязного упорядоченного множества никак не влияют друг на друга.

Организация вычислительного эксперимента

Вычислительный эксперимент по окраске упорядоченных множеств выполнен на персональном компьютере со следующими характеристиками: операционная система Windows 7, центральный процессор Core i5 с тактовой частотой 2700 МГц, оперативная память 16 Гб, жесткий диск объемом 1 Тб.

Для реализации вычислительного эксперимента по окраске упорядоченных множеств разработана программа GraphBuilder. Она предназначена для создания упорядоченных множеств их редактирования, реализации игровых сеансов по окрашиванию вершин упорядоченного множества, а также сбора и обработки статистики. Главное окно программы изображено на рис. 10.

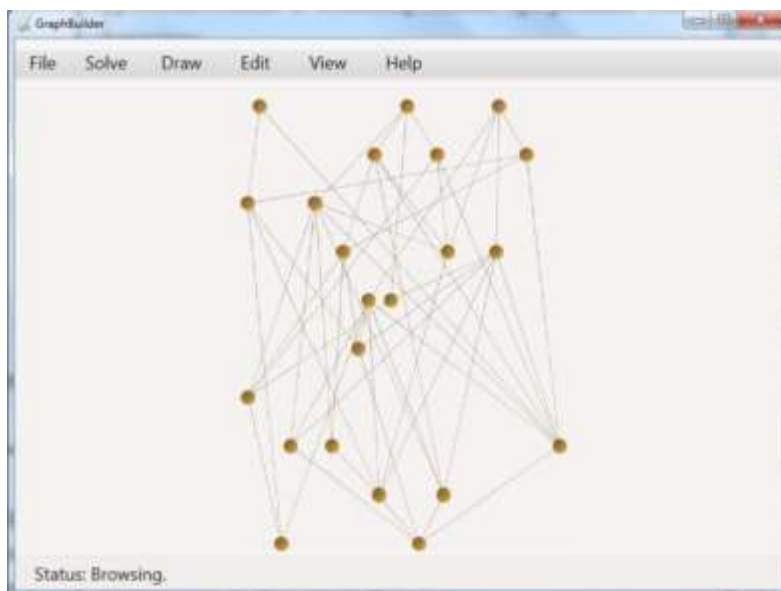


Рис. 10. Главное окно программы GraphBuilder

В основном сценарии программа GraphBuilder создает случайное упорядоченное множество в заданном классе и реализует игровой сеанс по окраске созданного УМ в два цвета. Для этого определяется лучшая согласно данному критерию неокрашенная вершина и этой вершине случайным образом назначается цвет. Если существует несколько вершин с равным значением критерия, то с одинаковой вероятностью выбирается любая из них.

Вероятности окраски в белый или черный цвета равны. После выбора цвета вершины программа окрашивает неокрашенную часть УМ по правилам игры $\Gamma(R)$. Данная последовательность действий повторяется до тех пор, пока не будут окрашены все вершины упорядоченного множества. Весь сеанс окрашивания выполняется при помощи одного критерия. Испытания проведены для следующих критериев принятия решений в условиях неопределенности: BL , SVG , MPL , $HL_{1/3}$, $HL_{1/2}$, $HL_{2/3}$, $HW_{1/3}$, $HW_{2/3}$.

Для генерации случайного упорядоченного множества программа использует специальный шаблон (сетку), в точках которого случайным образом размещаются вершины УМ. Основными параметрами этого шаблона служат Wd – максимальное число вершин на одном уровне и Ht – максимально количество уровней упорядоченного множества.

Для определения базовых подклассов упорядоченных множеств были приняты следующие соотношения параметров n , r , Wd , Ht :

плотные УМ – $r > 2n$;

разреженные УМ – $r < 2n$;

высокие УМ – $Wd \leq Ht / 10$;

широкие УМ – $Wd \geq 10Ht$;

сбалансированные УМ – $Wd \approx Ht$;

псевдоцепи – $Ht \gg Wd$, $Wd < 4$.

В каждом подклассе плотных упорядоченных множеств эксперименты проведены для пяти значений $Ht = 100, 200, 300, 400$ и 500 . В каждом подклассе разреженных упорядоченных множеств эксперименты выполнены для трех значений $Ht = 100, 200$ и 300 . Это связано с тем, что окраска разреженных множеств потребовала существенно больше времени, чем плотных.

Созданное программой случайное упорядоченное множество окрашивалось при помощи выбранного критерия и равновероятных ответов природы.. Эта процедура повторялась 200 раз при неизменной структуре УМ. Потом программа создавала новое УМ при фиксированном наборе параметров n, r, Wd, Ht , и серия из 200 испытаний выполнялась заново. Данная последовательность операций повторялась по сто раз. Таким образом, в каждом базовом подклассе и для каждого значения Ht выполнено по $100 \cdot 200 = 20000$ прогонов игры $\Gamma(R)$. Общее число испытаний для подклассов равно:

- $20000 \cdot 5 = 100000$ для каждого подкласса класса плотных УМ;
- $20000 \cdot 3 = 60000$ для каждого подкласса класса разреженных УМ.

Для псевдоцепей испытания проводились для десяти значений аргумента $Ht = 100, 200, \dots, 1000$. Общее число испытаний для псевдоцепей равно $20000 \cdot 10 = 200000$.

Оценкой эффективности критерия служит величина N_{avr} – среднее число проверок по результатам 20000 испытаний, вычисленное для каждого значения Ht . Лучшим результатам соответствует меньшее значение N_{avr} .

Основные результаты

Вычислительный эксперимент показал, что во всех подклассах УМ, кроме псевдоцепей, лучшие результаты у критериев Гурвица с коэффициентом доверия $2/3$ ($HW_{2/3}$) и Баяса-Лапласа (BL). Стабильно худшие результаты показали критерии Севиджа (SWG) и Вальда (WLD). В экспериментах разница между худшим и лучшим результатами достигала 70% при максимальных значениях параметра Ht . Она монотонно увеличивается с ростом максимального числа уровней упорядоченного множества.

Из большого массива экспериментальных данных приведем для справки значения эффективности критериев для псевдорешеточных высоких плотных УМ (табл. 2, рис. 11).

Таблица 2. Среднее число проверок для псевдорешеточных высоких упорядоченных множеств в подклассе плотных УМ

Ht	Критерии принятия решений								
	WLD	BL	SWG	$HW_{1/3}$	$HW_{2/3}$	$HL_{1/3}$	$HL_{1/2}$	$HL_{2/3}$	MPL
100	159,1	96,1	166,5	90,7	90,7	102,6	102,8	100,4	114,3
200	507,1	275,1	523,9	290,6	277,6	300,5	305,2	310,6	349,1
300	1040,4	586,9	1040,8	600,7	582,7	590,9	602,1	599,2	733,7
400	1698,2	930,2	1727,7	989,4	936,4	988,4	999,3	992,7	1163,7
500	2564,1	1422,2	2623,1	1510,9	1426,9	1520,3	1552,4	1510,3	1719,5

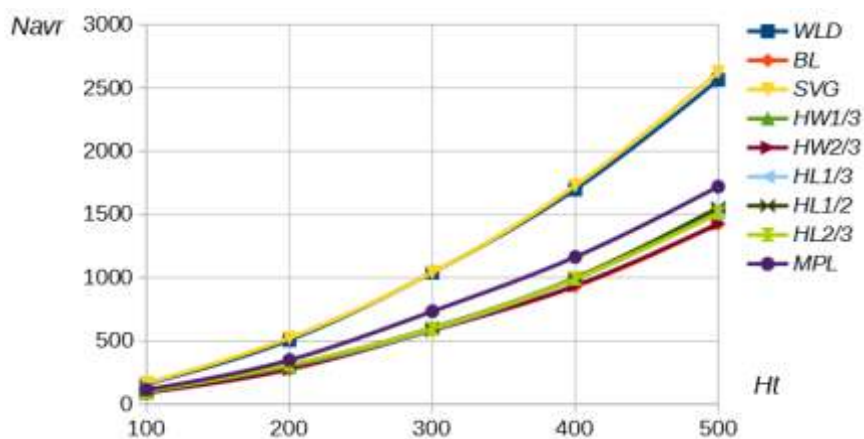


Рис. 11. Зависимость среднего числа проверок $Navr$ от числа уровней Ht для псевдорешеточных высоких упорядоченных множеств в подклассе плотных УМ

В подклассе псевдоцепей эффективность всех критериев оказалась примерно одинаковой (табл.3, рис. 11).

Таблица 3. Среднее число проверок для псевдоцепей

Ht	Критерии принятия решений								
	WLD	BL	SVG	$HW_{1/3}$	$HW_{2/3}$	$HL_{1/3}$	$HL_{1/2}$	$HL_{2/3}$	MPL
100	57,1	52,7	56,9	53,7	54,6	56,7	57,7	56,2	56,9
200	107,9	102,1	107,7	102,1	104,2	107,8	106,7	105,5	107,8
300	159,9	153,5	160	153,3	155,2	159,9	158,8	157,8	160,1
400	209,9	204	209,9	203,8	203,8	209,9	208,8	207,7	209,8
500	260,7	253,5	260,5	253,5	255,4	260,6	261,7	260,7	260,6
600	309,1	302,2	309,3	302,2	303,1	309,2	308,1	309,2	309,3
700	360,8	353,8	360,9	353,6	355,7	360,8	361,8	362,7	360,9
800	410,4	402,9	410,2	402,9	405,8	410,3	412,2	413,4	410,5
900	462,2	454,7	462	454,7	456,8	462,1	463,3	464,3	462,1
1000	508,9	501,1	508,8	500,9	504,7	505,3	506,2	506,3	508,9

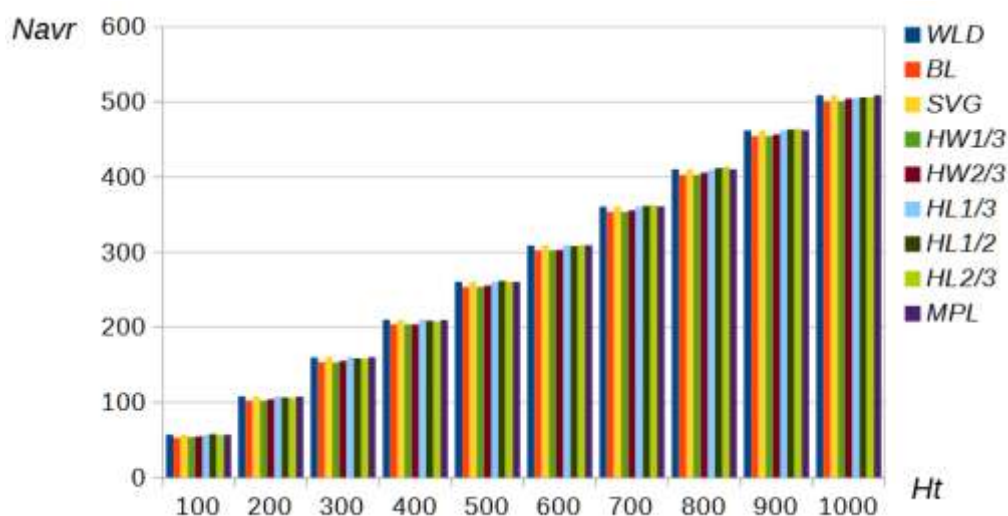


Рис. 12. Зависимость среднего числа проверок $Navr$ от числа уровней Ht для псевдоцепей

Заключение

В статье описан метод минимизации числа прямых проверок на геометрическую разрешимость. Введено понятие геометрической ситуации, которое формализует такие фрагменты конструкции, для которых требуется проверка геометрическую разрешимость. Сформулированы два утверждения о геометрической наследственности при сборке. Задача минимизации числа прямых проверок поставлена как неантагонистиченская игра двух лиц по окрашиванию упорядоченного множества в два цвета. Приведены основные критерии принятия решений в условиях неопределенности. Для определения лучшего критерия проведен вычислительный эксперимент по окрашиванию упорядоченных множеств с радикально различными структурными свойствами. Все связанные упорядоченные множества разбиты на 13 подклассов, в каждый из которых входят структурно подобные экземпляры. Для реализации эксперимента создана специальная программа, которая создает случайное упорядоченное множество в выбранном подклассе, реализует игровой сеанс по его окрашиванию, а также собирает и обрабатывает статистические данные по группе однородных экспериментов.

Вычислительный эксперимент показал, что во всех подклассах частичных порядков лучшие результаты у критериев Гурвица с коэффициентом доверия $2/3$ и Байеса-Лапласа. Худшие результаты продемонстрировали критерии Вальда и Севиджа. Разница между лучшими и худшими результатами достигала в эксперименте 70%. Эта разница имеет тенденцию к быстрому росту с увеличением высоты (максимального числа уровней) упорядоченного множества. В подклассе псевдоцепей все критерии показали примерно равные результаты.

Игровая модель геометрической разрешимости позволяет формализовать данные о геометрической наследственности и получить данные о составе и минимальном числе конфигураций, проверка которых объективирует все геометрические ограничения на движения деталей при сборке, существующие в изделии.

Список литературы

1. Dehne F., Sack J.-R. Translation separability of sets of polygons // *The Visual Computer*. 1987. Vol. 3. No. 4. Pp. 227-235. DOI: [10.1007/BF01952829](https://doi.org/10.1007/BF01952829)
2. Failli F., Dini G. Octree modelling in automated assembly planning // *Advanced manufacturing systems and technology*. Vienna: Springer, 1996. Pp. 463 – 470. DOI: [10.1007/978-3-7091-2678-3_55](https://doi.org/10.1007/978-3-7091-2678-3_55)
3. Elbanhawi M., Simic M. Sampling-based robot motion planning: A review // *IEEE Access*. 2014. Vol. 2. No. 1. Pp. 56 – 77. DOI: [10.1109/ACCESS.2014.2302442](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2014.2302442)
4. Latombe J.-C. *Robot motion planning*. Boston: Kluwer, 1991. 651 p.
5. Lozano-Perez T. Spatial planning: A configuration space approach // *IEEE Trans. on Computers*. 1983. Vol. C-32. No. 2. Pp. 108 – 120. DOI: [10.1109/TC.1983.1676196](https://doi.org/10.1109/TC.1983.1676196)

6. González D., Pérez J., Milanés V., Nashashibi F. A review of motion planning techniques for automated vehicles // IEEE Trans. on Intelligent Transportation Systems. 2016. Vol. 17. No. 4. Pp. 1135 – 1145. DOI: [10.1109/TITS.2015.2498841](https://doi.org/10.1109/TITS.2015.2498841)
7. Ericson C. Real-time collision detection. Amst.; Boston: Elsevier, 2005. 593 p.
8. Ghandi S., Masehian E. Review and taxonomies of assembly and disassembly path planning problems and approaches // Computer-Aided Design. 2015. Vol. 67 – 68. Pp. 58 – 86. DOI: [10.1016/j.cad.2015.05.001](https://doi.org/10.1016/j.cad.2015.05.001)
9. Sukhan Lee, Yeong Gil Shin. Assembly planning based on geometric reasoning // Computers & Graphics. 1990. Vol. 14. No. 2. Pp. 237 – 250. DOI: [10.1016/0097-8493\(90\)90035-V](https://doi.org/10.1016/0097-8493(90)90035-V)
10. Medellín H., Corney J., Davies J.B.C., Lim T., Ritchie J.M. Algorithms for the physical rendering and assembly of octree models // Computer-Aided Design. 2006. Vol. 38. No. 1. Pp. 69 – 85. DOI: [10.1016/j.cad.2005.07.003](https://doi.org/10.1016/j.cad.2005.07.003)
11. Roman S. Lattices and ordered sets. N.Y.: Springer, 2008. 305 p. DOI: [10.1007/978-0-387-78901-9](https://doi.org/10.1007/978-0-387-78901-9)
12. Srinivasan H., Gadh R. A non-interfering selective disassembly sequence for components with geometric constraints // IIE Trans. 2002. Vol. 34. No. 4. Pp. 349 – 361. DOI: [10.1023/A:1012899701993](https://doi.org/10.1023/A:1012899701993)
13. Toussaint G.T. Movable separability of sets // Machine Intelligence and Pattern Recognition. 1985. Vol. 2. Pp. 335 – 375. DOI: [10.1016/B978-0-444-87806-9.50018-9](https://doi.org/10.1016/B978-0-444-87806-9.50018-9)
14. Wilson R.H. Geometric reasoning about assembly tools // Artificial Intelligence. 1998. Vol. 98. No. 1-2. Pp. 237-279. DOI: [10.1016/S0004-3702\(97\)00062-3](https://doi.org/10.1016/S0004-3702(97)00062-3)
15. Божко А.Н. Геометрическая разрешимость трехмерных сцен // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер.: Приборостроение. 2013. № 3(92). С. 76 – 89.
16. Черноруцкий И.Г. Методы принятия решений: учеб. пособие. СПб.: БХВ-Петербург, 2005. 408 с.

Analysis of Geometric Obstacles Avoidance in Assembling Complex Products as a Decision-making Problem

A.N. Bozhko^{1,*}

[*abozhko@inbox.ru](mailto:abozhko@inbox.ru)

¹Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

Keywords: assembly, computer aided assembly planning, geometric obstacles avoidance, ordered set, decision making problem

Computer aided assembly planning (CAAP) of complex products is an important and urgent problem of state-of-the-art information technologies. A configuration of the technical system imposes fundamental restrictions on the design solutions of the assembly process. The CAAP studies offer various methods for modelling geometric constraints. The most accurate results are obtained from the studies of geometric obstacles, which prohibit the part movement to the appropriate position in the product, by the collision analysis methods. An assembly of complex technical systems by this approach requires very high computational costs, since the analysis should be performed for each part and in several directions.

The article describes a method for minimizing the number of direct checks for geometric obstacle avoidance. Introduces a concept of the geometric situation to formalize such fragments of a structure, which require checking for geometric obstacle avoidance. Formulates two statements about geometric heredity during the assembly. Poses the task of minimizing the number of direct checks as a non-antagonistic two-person game on two-colour painting of an ordered set. Presents the main decision criteria under uncertainty. To determine the best criterion, a computational experiment was carried out on painting the ordered sets with radically different structural properties. All the connected ordered sets are divided into 13 subclasses, each of which includes structurally similar instances. To implement the experiment, a special program has been developed that creates a random ordered set in the selected subclass, implements a game session on its coloration, and also collects and processes statistical data on a group of the homogeneous experiments.

The computational experiment has shown that in all subclasses of the partial orders, the Hurwitz criterion with a confidence coefficient of $2/3$ and that of Bayes-Laplace demonstrate the best results. The Wald and Savage criteria have demonstrated the worst results. In the experiment, a difference between the best and worst results reached 70%. With increasing height (maximum number of levels) of an ordered set, this difference tends to grow rapidly. In the subclass of pseudo-chains, all criteria showed approximately equal results.

The game model of geometric obstacles avoidance allows formalizing data on geometric heredity and obtaining data on the composition and the minimum number of configurations, the test of which objectifies all existing-in-the-product geometric constraints on the movements of parts during assembly.

References

1. Dehne F., Sack J.-R. Translation separability of sets of polygons. *The Visual Computer*, 1987, vol. 3, no. 4, pp. 227-235. DOI: [10.1007/BF01952829](https://doi.org/10.1007/BF01952829)
2. Failli F., Dini G. Octree modelling in automated assembly planning. *Advanced manufacturing systems and technology*. Vienna: Springer, 1996. Pp. 463 – 470. DOI: [10.1007/978-3-7091-2678-3_55](https://doi.org/10.1007/978-3-7091-2678-3_55)
3. Elbanhawi M., Simic M. Sampling-based robot motion planning: A review. *IEEE Access*, 2014, vol. 2, no. 1, pp. 56 – 77. DOI: [10.1109/ACCESS.2014.2302442](https://doi.org/10.1109/ACCESS.2014.2302442)
4. Latombe J.-C. Robot motion planning. Boston: Kluwer, 1991. 651 p.
5. Lozano-Perez T. Spatial planning: A configuration space approach. *IEEE Trans. on Computers*, 1983, vol. C-32, no. 2, pp. 108 – 120. DOI: [10.1109/TC.1983.1676196](https://doi.org/10.1109/TC.1983.1676196)
6. González D., Pérez J., Milanés V., Nashashibi F. A review of motion planning techniques for automated vehicles. *IEEE Trans. on Intelligent Transportation Systems*, 2016, vol. 17, no. 4, pp. 1135 – 1145. DOI: [10.1109/TITS.2015.2498841](https://doi.org/10.1109/TITS.2015.2498841)
7. Ericson C. Real-time collision detection. Amst.; Boston: Elsevier, 2005. 593 p.
8. Ghandi S., Masehian E. Review and taxonomies of assembly and disassembly path planning problems and approaches. *Computer-Aided Design*, 2015, vol. 67 – 68, pp. 58 – 86. DOI: [10.1016/j.cad.2015.05.001](https://doi.org/10.1016/j.cad.2015.05.001)
9. Sukhan Lee, Yeong Gil Shin. Assembly planning based on geometric reasoning. *Computers & Graphics*, 1990, vol. 14, no. 2, pp. 237 – 250. DOI: [10.1016/0097-8493\(90\)90035-V](https://doi.org/10.1016/0097-8493(90)90035-V)
10. Medellin H., Corney J., Davies J.B.C., Lim T., Ritchie J.M. Algorithms for the physical rendering and assembly of octree models. *Computer-Aided Design*, 2006, vol. 38, no. 1, pp. 69 – 85. DOI: [10.1016/j.cad.2005.07.003](https://doi.org/10.1016/j.cad.2005.07.003)
11. Roman S. Lattices and ordered sets. N.Y.: Springer, 2008. 305 p. DOI: [10.1007/978-0-387-78901-9](https://doi.org/10.1007/978-0-387-78901-9)
12. Srinivasan H., Gadh R. A non-interfering selective disassembly sequence for components with geometric constraints. *IIE Trans.*, 2002, vol. 34, no. 4, pp. 349 – 361. DOI: [10.1023/A:1012899701993](https://doi.org/10.1023/A:1012899701993)
13. Toussaint G. Movable separability of sets. *Machine Intelligence and Pattern Recognition*, 1985, vol. 2, pp. 335 – 375. DOI: [10.1016/B978-0-444-87806-9.50018-9](https://doi.org/10.1016/B978-0-444-87806-9.50018-9)
14. Wilson R.H. Geometric reasoning about assembly tools. *Artificial Intelligence*, 1998, vol. 98, no. 1-2, pp. 237-279. DOI: [10.1016/S0004-3702\(97\)00062-3](https://doi.org/10.1016/S0004-3702(97)00062-3)
15. Bozhko A.N. Geometrical resolvability of three-dimensional scenes. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Priborostroenie* [Herald of the Bauman MSTU. Instrument Engineering], 2013, no. 3(92), pp. 76 – 89 (in Russian).
16. Chernorutskij I.G. *Metody priniatiia reshenij* [Decision making methods]: a textbook. S.-Peterburg: BHV-Peterburg Publ., 2005. 408 p. (in Russian).