

# РАДИОТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ПЕРЕДАЧИ, ПРИЕМА 💻 И ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

УДК 621.391

Г. С. Нахмансон Военно-воздушная академия им. проф. Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина (Воронеж) С. В. Козлов Воронежский государственный университет

## Эффективность приема фазоманипулированного широкополосного сигнала с квадратурной фазовой модуляцией в условиях взаимных помех и внутренних шумов аппаратуры

Рассмотрен прием фазоманипулированных широкополосных сигналов с квадратурной модуляцией фаз псевдослучайными последовательностями в условиях взаимных помех, обусловленных многостанционным доступом, и внутренних шумов аппаратуры. Получены аналитические выражения для средней вероятности ошибки оценивания значений информационных символов при приеме сигналов со случайными начальными фазами и амплитудами, содержащими регулярные и флуктуационные составляющие, с учетом фазовых флуктуаций канала синхронизации. Проанализированы зависимости вероятности ошибки от отношений "сигнал/шум" и "помеха/шум", числа помех и качества синхронизации.

### Фазоманипулированный широкополосный сигнал, взаимные помехи, квадратурная фазовая модуляция, псевдослучайные последовательности, средняя вероятность ошибки

В современных системах радиосвязи (СРС) широкое применение находят фазоманипулированные широкополосные сигналы (ФМШПС) с расширением спектра при помощи модуляции несущей псевдослучайными последовательностями (ПСП). Несмотря на большое количество работ, посвященных исследованию СРС с ФМШПС при приеме в условиях различных помех, в том числе и взаимных [1]–[3], недостаточное внимание уделено использованию ФМШПС, у которых расширение спектра осуществляется с помощью квадратурной фазовой модуляции ПСП.

В [4] рассмотрено обнаружение ФМШПС с расширением спектра при помощи квадратурной модуляции ПСП, формируемых схемами с последовательно-параллельным преобразованием информационной последовательности в условиях взаимных помех. Однако до настоящего времени отсутствуют результаты, позволяющие оценивать в этих условиях эффективность передачи дискретной информации с помощью таких сигналов. Поэтому получение аналитических выражений для средней вероятности ошибки (CBO) и анализ на их основе эффективности приема информации в СРС с помощью ФМШПС с квадратурной модуляцией ПСП в условиях взаимных помех представляет практический интерес.

Постановка задачи. При формировании ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией ПСП схемой с последовательно-параллельным



© Нахмансон Г. С., Козлов С. В., 2015

преобразованием информационной последовательности (рис. 1) выражение для излучаемого ФМШПС можно записать как [1], [2]

$$s_0(t) = d_1(t) p_{10}(t) \cos(\omega_0 t) + + d_2(t) p_{20}(t) \sin(\omega_0 t), \ 0 < t < T,$$
(1)

где  $d_1$ ,  $d_2$  – параллельные информационные последовательности;  $p_{10}$ ,  $p_{20}$  – функции, расширяющие спектры информационных импульсов;  $\omega_0 = 2\pi f_0$  ( $f_0$  – частота несущего колебания).

Символы информационных последовательностей  $d_1$  и  $d_2$  формируются в последовательно-параллельном преобразователе (ППП) на основе символов информационной последовательности  $\{d\}$ длительностью *T* следующим образом: если d = 1, то  $d_1 = 1$ ,  $d_2 = 0$ ; если d = -1, то  $d_1 = 0$ ,  $d_2 = 1$ .

Функции, расширяющие спектры информационных импульсов, представляют собой непрерывные последовательности из *L* элементарных импульсов:

$$p_{10}(t) = \sum_{k=1}^{L} p_{10_k} \operatorname{rect} \left[ t - (k-1)\tau_{\rm M} \right];$$
$$p_{20}(t) = \sum_{k=1}^{L} p_{20_k} \operatorname{rect} \left[ t - (k-1)\tau_{\rm M} \right],$$

где  $p_{10_k}$ ,  $p_{20_k}$  – ПСП, описывающие законы фазовой модуляции квадратурных составляющих полезного сигнала, элементы которых принимают значения ±1;

$$\operatorname{rect}\left[t - (k-1)\tau_{\mathsf{H}}\right] = \begin{cases} 1, & (k-1)\tau_{\mathsf{H}} < t < k\tau_{\mathsf{H}}; \\ 0, & t < (k-1)\tau_{\mathsf{H}}, & t > k\tau_{\mathsf{H}} \end{cases}$$

– прямоугольная огибающая элементарного импульса длительностью  $\tau_{\rm H}$ , причем  $L \tau_{\rm H} = T$ .

При формировании ФМШПС (1) информационные импульсы длительностью T с амплитудами, определяемыми значениями символов  $d_1$  и  $d_2$ , умножаются на формируемые генератором ПСП (ГПСП) сигналы  $p_{10_k}(t)$  и  $p_{20_k}(t)$  (рис. 1), расширяющие спектры импульсов, и модулируют по амплитуде высокочастотные колебания  $\cos(\omega_0 t)$  и  $\sin(\omega_0 t)$ , создаваемые генератором несущего колебания (ГН) и фазовращателем на  $\pi/2$ , с последующим сложением.

Поступающий на вход приемника сигнал можно записать как

$$x(t) = s(t) + s_{B3}(t) + n(t),$$

где s(t),  $s_{B3}(t)$  и n(t) – полезный сигнал, совокупность *K* мешающих сигналов от однотипных СРС, рассматриваемых как взаимные помехи, и внутренние шумы аппаратуры соответственно.

С учетом (1) полезный сигнал имеет вид

$$s(t) = ad_{1}(t) p_{10}(t) \cos(\omega_{0}t + \varphi_{0}) + + ad_{2}(t) p_{20}(t) \sin(\omega_{0}t + \varphi_{0}),$$

где *а* и  $\phi_0$  – случайные амплитуда и начальная фаза соответственно.

Совокупность мешающих сигналов описывается следующим образом:

$$s_{B3}(t) =$$

$$= \sum_{i=1}^{K} \{ a_i d_{1i} (t - \tau_i) p_{1i} (t - \tau_i) \cos \left[ \omega_0 (t - \tau_i) + \varphi_i \right] +$$

$$+ a_i d_{2i} (t - \tau_i) p_{2i} (t - \tau_i) \sin \left[ \omega_0 (t - \tau_i) + \varphi_i \right] \},$$

где  $a_i$ ,  $\tau_i$ ,  $\phi_i$  – амплитуда, время задержки относительного полезного сигнала и фаза *i*-го сигнала помехи соответственно;  $d_{1i}(\cdot)$ ,  $d_{2i}(\cdot)$  – двоичные информационные символы *i*-го помехового сигнала, получаемые с помощью последовательнопараллельного преобразования его информационной последовательности  $d_i(\cdot)$ ;  $p_{1i}(\cdot)$ ,  $p_{2i}(\cdot)$  – функции, расширяющие спектр *i*-го помехового сигнала, отличающиеся от  $p_{10}(t)$  и  $p_{20}(t)$  коэффициентами ПСП  $\{p_{1i_k}\}$  и  $\{p_{2i_k}\}$ ;  $i = \overline{1, K}$ .

Внутренние шумы аппаратуры n(t) аппроксимируются аддитивным "белым" гауссовским шумом с нулевым средним значением и функцией корреляции  $\langle n(t_1), n(t_2) \rangle = (N_0/2)\delta(t_1 - t_2)$  со спектральной плотностью  $N_0$ , где  $\delta(\cdot)$  – дельтафункция Дирака.

В дальнейшем полезный сигнал и помехи полагаются статистически независимыми. Совместная плотность распределения вероятностей (ПРВ) амплитуды a и случайной начальной фазы  $\varphi_0$ полезного сигнала описывается выражением [5]

$$W(a,\phi_0) = \frac{a}{2\pi\sigma_a^2} \exp\left(-\frac{a^2 + a_0^2 - 2aa_0\cos\phi_0}{2\sigma_a^2}\right), (2)$$

где *a*<sub>0</sub> – регулярная составляющая амплитуды полезного сигнала;  $\sigma_a^2$  – дисперсия флуктуационной составляющей амплитуды.

Совместные ПРВ амплитуд и случайных начальных фаз для каждого из *K* помеховых сигналов определяются аналогичными (2) выражениями при условии замены в нем для *i*-го помехового сигнала (*i* = 1, ..., *K*) *a* на *a<sub>i</sub>*,  $\phi_0$  на  $\phi_i$ , *a*<sub>0</sub> на *a*<sub>0*i*</sub> и  $\sigma_a^2$  на  $\sigma_{ai}^2$ , где *a<sub>i</sub>* – амплитуда;  $\phi_i$  – случайная начальная фаза *i*-го помехового сигнала.

При нулевой регулярной составляющей амплитуды  $(a_0 = 0)$  распределение (2) хорошо описывает замирания (фединги), при которых значения амплитуд удовлетворяют ПРВ Рэлея, а случайные начальные фазы распределены равномерно. При  $\sigma_a^2 \rightarrow 0$  (2) соответствует случаю, когда амплитуды принимаемых сигналов детерминированы, а случайные начальные фазы распределены равномерно.

Прием описанного ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией выполняется когерентным приемником с фазовой автоподстройкой частоты (ФАПЧ) (рис. 2). При оценивании значений информационного символа выходной эффект этого приемника пропорционален следующему выражению:

$$M(T) = \int_{0}^{T} x(t) p_{10}(t) \cos(\omega_{0}t + \varphi_{0} + \Delta\varphi) dt - \int_{0}^{T} x(t) p_{20}(t) \sin(\omega_{0}t + \varphi_{0} + \Delta\varphi) dt, \quad (3)$$

где  $\Delta \phi$  – флуктуационная составляющая фазы высокочастотного колебания на выходе системы ФАПЧ, описываемая ПРВ [5]:

$$W(\Delta \varphi) = \frac{1}{2\pi I_0(D)} \exp(D \cos \Delta \varphi), \quad -\pi \le \Delta \varphi \le \pi, \quad (4)$$

где  $D \gg 1$  – константа, зависящая от отношения "сигнал/шум".

При приеме бита информации выходной эффект приемника (3) можно представить как



$$M(T) = \frac{aT}{2} d \cos \Delta \varphi + \\ + \sum_{i=1}^{K} \left[ \frac{a_i T}{2} d_i \rho_i (\tau_i) \cos (\Delta \varphi + \varphi_0 - \varphi_i) \right] + N_c - N_s,$$
  
rge  $d = d_1 - d_2, \ d_i = d_{1i} - d_{2i};$   
 $\rho_i (\tau_i) = \frac{1}{T} \int_0^T p_{10}(t) p_{1i} (t - \tau_i) dt = \\ = \frac{1}{T} \int_0^T p_{20}(t) p_{2i} (t - \tau_i) dt$ 

– взаимно корреляционные функции (ВКФ) расширяющих спектр функций одного семейства ПСП полезного и *i*-го мешающего сигналов;  $N_{\rm c}$ ,  $N_{\rm s}$  – шумовые составляющие на выходе интегра-

торов в квадратурных каналах; i = 1, ..., K.

ВКФ между двумя различными семействами ПСП полагаются много меньшими по сравнению с функциями корреляции внутри одного семейства [3], т. е. можно считать, что

$$\frac{1}{T}\int_{0}^{T}p_{10}(t)p_{2i}(t-\tau_i)dt \approx 0.$$

Шумовые составляющие на выходе интеграторов

$$\frac{N_{\rm s}}{N_{\rm c}} = \int_{T} n(t) p_{0i}(t) \begin{cases} \sin(\omega_0 t + \Delta \varphi + \varphi_0) \\ \cos(\omega_0 t + \Delta \varphi + \varphi_0) \end{cases} dt, \quad i = 1, 2$$

являются нормальными некоррелированными между собой случайными величинами с нулевыми средними значениями и дисперсиями  $\sigma_{\Pi}^2 = N_0 T/4$ .

Решающее устройство приемника (рис. 2) на основе сформированного выходного эффекта M(T) принимает решение d = 1, если  $M(T) \ge 0$ , и d = -1, если M(T) < 0. Принимаемые решения будут ошибочны, если M(T) > 0 при d = -1 или  $M(T) \le 0$  при d = 1.

Эффективность приема характеризуется вероятностями ошибочных решений. Так как обычно принято считать, что априорные вероятности ошибок первого и второго рода одинаковы и равны 0.5 [2], [5], выражение для СВО принимает вид

$$P_{\text{OIII}} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{0} W(M|d=1) \, dM + \frac{1}{2} \int_{0}^{\infty} W(M|d=-1) \, dM,$$
 (5)

где W(M|d=1), W(M|d=-1) – ПРВ значений выходного эффекта приемника M(T) при усло-

вии, что информационный символ принимает значения 1 и – 1 соответственно.

Выражение для СВО оценивания значения информационного символа. Для определения ПРВ значений выходного эффекта приемника при различных значениях информационного символа воспользуемся методом характеристических функций. В рассматриваемом случае характеристическую функцию можно записать как

$$\theta(u) = \left\langle \exp(juM) \right\rangle_{\mathbf{a}, \mathbf{\phi}, N_{\mathrm{c}}, N_{\mathrm{s}}, \Delta \mathbf{\phi}, \mathbf{d}}$$

где усреднение проводится по амплитудам  $\mathbf{a} = \{a, a_1, ..., a_K\}$ , начальным фазам  $\mathbf{\phi} = \{\phi_0, \phi_1, ..., \phi_K\}$  полезного и помеховых сигналов, шумовым составляющим  $N_c$ ,  $N_s$ , а также по флуктуационной составляющей фазы опорного сигнала  $\Delta \phi$  и по  $\mathbf{d} = \{d_i\}$ , i = 1, ..., K. Тогда выражение для характеристической функции можно представить следующим образом:

$$\theta(u) = \int_{0}^{\infty} \dots \int_{0}^{\infty} d\mathbf{a} \int_{-\pi}^{\pi} \dots \int_{-\pi}^{\pi} W(\mathbf{a}, \mathbf{\phi}) d\mathbf{\phi} \times \\ \times \int_{-\infty}^{\infty} W(N_{\rm c}) dN_{\rm c} \int_{-\infty}^{\infty} W(N_{\rm s}) dN_{\rm s} \times \\ \times \int_{-\pi}^{\pi} W(\Delta \phi) d(\Delta \phi) \left\langle \exp\left\{ ju \left[ \frac{aT}{2} d \cos \Delta \phi + \right. \right. \\ \left. + \sum_{i=1}^{K} \frac{a_i T}{2} d_i \rho_i(\tau_i) \cos(\Delta \phi + \phi_0 - \phi_i) + \right. \\ \left. + N_{\rm c} - N_{\rm s} \right] \right\} \right\rangle_{\mathbf{d}}.$$
(6)

Проведя в (6) усреднение по  $N_c$ ,  $N_s$ , по амплитудам  $\mathbf{a} = \{a, a_1, ..., a_K\}$  и по фазам  $\mathbf{\phi} = \{\phi_0, \phi_1, ..., \phi_K\}$  с учетом (2) и (4), а также приняв во внимание, что информационные символы помеховых сигналов  $\{d_i\}, i = 1, ..., K$  являются случайными величинами со значениями  $v_i = \pm 1$ , принимаемыми с вероятностями 0.5, получим:

$$\theta(u) =$$

$$= \exp(-\alpha u^{2}) \frac{1}{2\pi 2^{K} I_{0}(D)} \sum_{v_{1}=\pm 1} \int_{0}^{\infty} da \int_{-\pi}^{\pi} d\phi_{0} \times$$

$$= \frac{v_{K}}{v_{K}=\pm 1}$$

$$\times \frac{a}{2\pi \sigma_{a}^{2}} \exp\left(-\frac{a^{2} + a_{0}^{2} - 2aa_{0}\cos\phi_{0}}{2\sigma_{a}^{2}}\right) \times$$

$$\times \int_{-\pi}^{\pi} \exp\left[D\cos(\Delta\varphi) + ju\frac{aT}{2}d\cos(\Delta\varphi) + ju\frac{aT}{2}d\cos(\Delta\varphi) + ju\frac{\sigma_{\Pi}}{2}\sum_{i=1}^{K}\gamma_{i}\nu_{i}\beta_{i}\cos(\Delta\varphi + \varphi_{0})\right]d(\Delta\varphi), \quad (7)$$

где  $\alpha = \sigma_{\Pi}^2 \left( 1 + \frac{1}{8} \sum_{i=1}^K \beta_i^2 \right); \quad \beta_i = \frac{\sigma_{ai} \rho_i(\tau_i) T}{\sigma_{\Pi}}.$ 

Проинтегрировав (7) по  $\Delta \phi$ , получим:

$$\Theta(u) = \exp\left(-\alpha u^{2}\right) \frac{1}{2\pi 2^{K} I_{0}(D)} \sum_{v_{1}=\pm 1} \int_{0}^{\infty} dx \times \frac{1}{v_{K}=\pm 1} \sum_{v_{K}=\pm 1}^{\pi} x \exp\left(-\frac{x^{2}+\gamma^{2}-2x\gamma\cos\varphi_{0}}{2}\right) d\varphi_{0} \times x + I_{0} \left\{ \left[D^{2}+ju\sigma_{\Pi}Dz_{\mathbf{v}}-\frac{u^{2}\sigma_{\Pi}^{2}}{4}z_{\mathbf{v}}^{2}-\frac{u^{2}\sigma_{\Pi}^{2}}{4}z_{\mathbf{v}}^{2}-\frac{u^{2}\sigma_{\Pi}^{2}}{4}z_{\mathbf{v}}^{2}-\frac{u^{2}\sigma_{\Pi}^{2}}{4}z_{\mathbf{v}}^{2}\right\}, \quad (8)$$

где  $\gamma = a_0 / \sigma_a$ ;  $\gamma_i = a_{0i} / \sigma_{ai}$ , i = 1, ..., K – отношения регулярных составляющих амплитуд к среднеквадратическим значениям их флуктуационных составляющих для полезного и *i*-го помехо-*K* 

вого сигналов;  $z_{\mathbf{v}} = 2x\sqrt{Q_{\phi0}} \cdot d + \sum_{i=1}^{K} \gamma_i v_i \beta_i \cos \varphi_0$ ;  $\mathbf{v} = \{v_i\}, \quad i = 1, \dots, K;$  причем  $Q_{\phi0} = \sigma_a^2 T / N_0$  – отношение "сигнал/шум" для флуктуационной составляющей амплитуды полезного сигнала.

Значение аргумента D функции Бесселя  $I_0$  в (8) должно быть велико ( $D \gg 1$ ), иначе когерентный прием невозможен [5]. При выполнении этого условия функцию Бесселя можно заменить ее асимптотическим приближением [6]:

$$I_0(x) \approx \frac{\exp(x)}{\sqrt{2\pi x}} \left(1 + \frac{1}{8x}\right).$$

С учетом этой замены выражение (8) принимает вид

$$\theta(u) = \exp(-\alpha u^2) \frac{1}{2\pi 2^K} \times \sum_{\substack{v_1 = \pm 1 \\ v_K = \pm 1}} \int_0^\infty dx \int_{-\pi}^{\pi} d\phi_0 x \exp\left(-\frac{x^2 + \gamma^2 - 2x\gamma\cos\phi_0}{2}\right) \times$$

$$\times \exp\left(\frac{ju\sigma_{\Pi}}{2}z_{\mathbf{v}}\right) \times \left[1 - \frac{1}{2D}\left[ju\sigma_{\Pi}z_{\mathbf{v}} + \frac{u^{2}\sigma_{\Pi}^{2}}{4}\left(\sum_{i=1}^{K}\gamma_{i}\nu_{i}\beta_{i}\sin\varphi_{0}\right)^{2}\right]\right].$$
 (9)

Используя характеристическую функцию (9), получим выражение для ПРВ выходного эффекта приемника:

$$W(M) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Theta(u) \exp(-juM) du =$$

$$= \frac{1}{2\pi 2^{K} 2\sqrt{\pi\alpha}} \sum_{\nu_{1}=\pm 1} \int_{0}^{\infty} dx \int_{-\pi}^{\pi} d\phi_{0} x \times \frac{\nabla_{K} = \pm 1}{\nabla_{K} = \pm 1} \times \exp\left(-\frac{x^{2} + \gamma^{2} - 2x\gamma\cos\phi_{0}}{2}\right) \times \frac{\nabla_{K} = \pm 1}{16\alpha} \times \exp\left[-\frac{(2M - \sigma_{\Pi} z_{\mathbf{v}})^{2}}{16\alpha}\right] \times \left(1 - \frac{1}{8D\alpha} \left\{\sigma_{\Pi} z_{\mathbf{v}} \left(2M - \sigma_{\Pi} z_{\mathbf{v}}\right) + \frac{\sigma_{\Pi}^{2}}{2} \left(\sum_{i=1}^{K} \gamma_{i} \nu_{i} \beta_{i} \sin\phi_{0}\right)^{2} \left[1 - \frac{(2M - \sigma_{\Pi} z_{\mathbf{v}})^{2}}{8\alpha}\right] \right\} \right). (10)$$

В дальнейшем будем рассматривать случай  $\tau_i = 0$ , когда взаимно корреляционные функции  $\rho_i(\tau_i)$  достигают максимума, т. е. влияние взаимных помех на СВО максимально. Как показано в [2],  $\rho_i(0) = 1/\sqrt{L}$ . Тогда  $\beta_i = 2\sqrt{Q_{\phi i}}/\sqrt{L}$ , где  $Q_{\phi i} = \sigma_{ai}^2 T/N_0$ , i = 1, ..., K – отношение "помеха/шум" для флуктуационной составляющей *i*-го помехового сигнала.

Подставив выражение для ПРВ выходного эффекта приемника (10) в (5) и проведя преобразования, получим выражение для СВО оценивания значений информационных символов при приеме ФМШПС в условиях взаимных помех:

$$P_{\text{OIII}} = \frac{1}{4\pi 2^{K}} \sum_{\nu_{1}=\pm 1} \int_{0}^{\infty} dx \int_{-\pi}^{\pi} d\phi_{0} x \times \frac{\overline{\nu_{K}} = \pm 1}{\sqrt{\nu_{K}} = \pm 1} \times \exp\left(-\frac{x^{2} + \gamma^{2} - 2x\gamma\cos\phi_{0}}{2}\right) \times \left[1 - \operatorname{erf} \frac{z_{1\boldsymbol{v}}}{2} + \frac{z_{1\boldsymbol{v}}}{D\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{z_{1\boldsymbol{v}}^{2}}{4}\right) \left(1 + \frac{H_{\boldsymbol{v}}^{2}}{4}\right)\right], \quad (11)$$

где erf 
$$x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{0}^{x} e^{-t^2} dt$$
 – интеграл ошибок;

$$z_{1\mathbf{v}} = \frac{x\sqrt{Q_{\Phi 0}} + h\beta_{\mathbf{v}}\cos\varphi_{0}}{\sqrt{1 + 0.5h^{2}Q_{\Phi,\Pi}}}; \quad H_{\mathbf{v}} = h\beta_{\mathbf{v}}\sin\varphi_{0}, \quad \text{при-}$$

чем  $h = \sqrt{K/L}$  – величина, определяемая отношением количества воздействующих помех к базе

сигнала; 
$$\beta_{\mathbf{v}} = \frac{1}{\sqrt{K}} \sum_{i=1}^{K} \gamma_i \sqrt{Q_{\phi i}} \cdot \mathbf{v}_i; \ Q_{\phi.\Pi} = \sigma_{a\Pi}^2 T / N_0 -$$

отношение "сигнал/шум" для усредненных флуктуационных составляющих помеховых сигналов ( $\sigma_{a\Pi}^2 = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^{K} \sigma_{ai}^2$  – средняя мощность флуктуаци-

онной составляющей помеховых сигналов). Если  $\sigma_{a1}^2 = ... = \sigma_{aK}^2 = \sigma_{\Phi}^2$ , то  $\sigma_{a\Pi}^2 = \sigma_{a\Phi}^2$  и  $Q_{\Phi,\Pi} = \sigma_{a\Phi}^2 T / N_0$ .

Учитывая сложность выражения для CBO (11), конкретизируем его для случаев, когда флуктуирующие составляющие амплитуд сигналов много меньше их регулярных составляющих ( $\gamma \gg 1$ ,  $\gamma_i \gg 1$ , i = 1, ..., K), и наоборот, когда флуктуирующие составляющие амплитуд сигналов много больше их регулярных составляющих ( $\gamma \ll 1$ ,  $\gamma_i \ll 1$ , i = 1, ..., K).

**СВО** оценивания информационного импульса при преобладании в амплитудах сигналов регулярных составляющих. Рассмотрим случай  $\gamma \gg 1$ ,  $\gamma_i \gg 1$ , i = 1, ..., K. Отметим, что

$$\exp(x\gamma\cos\phi_0) = \sum_{\nu=0}^{\infty} \varepsilon_{\nu} I_{\nu}(\gamma x) \cos(\nu\phi_0), \quad (12)$$
$$\varepsilon_{\nu} = \begin{cases} 1, \ \nu = 0; \\ 2, \ \nu \neq 0. \end{cases}$$

В первом приближении

$$I_{v}(x) \approx \exp(x) / \sqrt{2\pi x}$$
.

В [3] показано, что

$$\frac{x}{\sqrt{2\pi x\gamma}} \exp\left[-\frac{(x-\gamma)^2}{2}\right] \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\gamma)^2}{2}\right], \quad (13)$$
$$-\infty \le x \le \infty.$$

Проведя интегрирование в (11) с учетом (12), (13) и [7], получим выражение для СВО:

$$P_{\text{OIII}} = \frac{1}{2} - \frac{1}{4\pi 2^{K}} \sum_{v_{1}=\pm 1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\pi}^{\pi} d\phi_{0} \times \\ \vdots \\ \times \sum_{m=0}^{\infty} \cos m\phi_{0} \left[ \operatorname{erf} \frac{z_{2}^{2}}{2} - \frac{1 + \frac{H_{\mathbf{v}}^{2}}{4}}{\sqrt{\pi D}} \times \right] \\ \times \frac{z_{2}^{2} \sqrt{1 + h^{2} \frac{Q_{\Phi,\Pi}}{2}}}{1 + \frac{Q_{\Phi0}}{2} + h^{2} \frac{Q_{\Phi,\Pi}}{2}} \exp\left(-\frac{z_{2}^{2}}{4}\right) \right], \quad (14)$$

где

$$z_{2\mathbf{v}} = \frac{\sqrt{Q_0} + h\beta_{\mathbf{v}}\cos\phi_0}{\sqrt{1 + Q_{\Phi 0}/2 + h^2 Q_{\Phi,\Pi}/2}}$$

причем  $Q_0 = a_0^2 T / N_0$  – отношение "сигнал/шум" для регулярной составляющей принимаемого сигнала.

В современных СРС широко применяются ФМШПС с большими базами, для которых справедливо соотношение  $h = \sqrt{K/L} = 1$ . При этом

$$\sum_{\substack{\mathbf{v}_1=\pm 1\\ \mathbf{v}_K=\pm 1}} \beta_{\mathbf{v}} = \sum_{\substack{\mathbf{v}_1=\pm 1\\ \mathbf{v}_K=\pm 1}} \frac{1}{\sqrt{K}} \sum_{i=1}^K \gamma_i \sqrt{Q_{\phi i}} \cdot \mathbf{v}_i = 0;$$
  
$$\sum_{\substack{\mathbf{v}_1=\pm 1\\ \mathbf{v}_K=\pm 1}} \beta_{\mathbf{v}}^2 = \sum_{\substack{\mathbf{v}_1=\pm 1\\ \mathbf{v}_K=\pm 1}} \left( \frac{1}{\sqrt{K}} \sum_{i=1}^K \gamma_i \sqrt{Q_{\phi i}} \cdot \mathbf{v}_i \right)^2 = 2^K Q_{0\pi},$$
  
$$\sum_{\substack{\mathbf{v}_K=\pm 1\\ \mathbf{v}_K=\pm 1}} \sum_{\substack{\mathbf{v}_K=\pm 1}} \left( \frac{1}{\sqrt{K}} \sum_{i=1}^K \gamma_i \sqrt{Q_{\phi i}} \cdot \mathbf{v}_i \right)^2 = 2^K Q_{0\pi},$$

где  $Q_{0\pi} = a_{0\pi}^2 T / N_0$  – отношение "сигнал/шум" для усредненной регулярной составляющей по-

меховых сигналов, причем  $a_{0\Pi} = \sqrt{\frac{1}{K} \sum_{i=1}^{K} a_{ai}^2}$  -

усредненная амплитуда регулярных составляющих помеховых сигналов.

После разложения (14) в ряд по h и отбрасывания членов  $0(h^2)$  выражение для СВО приводится к виду

$$P_{\text{OIII}} = \frac{1}{2} \left[ 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{Q}}{2}\right) \right] + \frac{\sqrt{Q}}{2\sqrt{\pi} \cdot D(1 + Q_{\phi 0}/2)} \exp\left(-\frac{Q}{4}\right) + \frac{\sqrt{Q}}{2\sqrt{\pi} \cdot D(1 + Q_{\phi 0}/2)} \exp\left(-\frac$$

$$+\frac{h^{2}\sqrt{Q}}{32\sqrt{\pi}(1+Q_{\phi0}/2)}\exp\left(-\frac{Q}{4}\right)\times \\\times\left\{\left(4Q_{\phi0}+3Q_{0\Pi}\right)\left[1+\frac{Q-6}{2D(1+Q_{\phi0}/2)}\right]+\right.\\\left.+\frac{8Q_{\phi0}+Q_{0\Pi}}{D}\right\},$$
(15)

где  $Q = Q_0 / (1 + Q_{\oplus 0} / 2).$ 

При отсутствии флуктуаций амплитуд сигналов в каналах связи ( $\sigma_a = \sigma_{a\Pi} = 0$ ) выражение (15) приобретает вид

$$P_{\text{OIII}} = \frac{1}{2} \left[ 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{Q_0}}{2}\right) \right] + \frac{\sqrt{Q_0}}{2\sqrt{\pi} \cdot D} \exp\left(-\frac{Q_0}{4}\right) + \frac{h^2 \sqrt{Q_0} \cdot Q_{0\Pi}}{32\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{Q_0}{4}\right) \left(3 + \frac{3Q_0 - 16}{2D}\right).$$

При идеальной синхронизации  $(D \rightarrow \infty)$  выражение для CBO преобразуется в

$$P_{\text{OIII}} = \frac{1}{2} \left[ 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{Q}_0}{2}\right) \right] + \frac{3\sqrt{Q_0}}{32\sqrt{\pi}} \frac{KQ_{0\Pi}}{L} \exp\left(-\frac{Q_0}{4}\right).$$
(16)

Второе слогаемое в (16) учитывает влияние взаимных помех на СВО оценивания значений информационного импульса. Его значение пропорционально количеству и уровню воздействующих помеховых сигналов ( $KQ_{0\Pi}$ ) и обратно пропорционально базе принимаемого сигнала L.

При отсутствии взаимных помех и флуктуаций амплитуд сигналов в каналах связи выражение (15) принимает вид

$$P_{\text{OIII}} = \frac{1}{2} \left[ 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{\sqrt{Q_0}}{2}\right) \right] + \frac{\sqrt{Q_0}}{2\sqrt{\pi} \cdot D} \exp\left(-\frac{Q_0}{4}\right). (17)$$

Сравнение выражения (17) с аналогичным выражением, полученным в [7] для случая приема ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией, показывает, что СВО оценивания значений информационных импульсов при приеме ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией больше, чем при приеме ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией, что объясняется увеличением уровня шума за счет наличия двух каналов обработки принимаемого сигнала в когерентном приемнике.

СВО оценивания информационного символа при преобладании в амплитудах сигналов флуктуационных составляющих. Рассмотрим случай  $\gamma \ll 1$ ,  $\gamma_i \ll 1$ , i = 1, ..., K. Представим выражение для СВО в виде ряда

$$P_{\rm OIII} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\sqrt{Q_{\phi 0}}}{\sqrt{2}\sqrt{1 + Q_{\phi 0}/2 + h^2 Q_{\phi,\Pi}/2}} \right) + \frac{\sqrt{Q_{\phi 0}}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} \frac{1 + h^2 \frac{Q_{\phi,\Pi}}{2}}{\left(1 + \frac{Q_{\phi 0}}{2} + h^2 \frac{Q_{\phi,\Pi}}{2}\right)^{3/2}} \times \left( \frac{1}{D} + \frac{\gamma^2}{4D} \frac{1 - \frac{Q_{\phi 0}}{2} + h^2 \frac{Q_{\phi,\Pi}}{2}}{1 + \frac{Q_{\phi 0}}{2} + h^2 \frac{Q_{\phi,\Pi}}{2}} - \frac{\gamma^2}{4} \right) + 0(\gamma^2).$$
(18)

При  $h = \sqrt{K/L} = 1$ , разложив (18) в ряд по  $h^2$  и ограничившись первыми двумя членами, получим:

$$P_{\text{oIII}} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\sqrt{Q_{\phi 0}}}{\sqrt{2}\sqrt{1 + \frac{Q_{\phi 0}}{2}}} \right) + \frac{\sqrt{Q_{\phi 0}}}{2\sqrt{2} \left( 1 + \frac{Q_{\phi 0}}{2} \right)^{3/2}} \times \left[ \frac{1}{D} + \frac{Q_{0\Pi}h^2}{16} + \frac{Q_{\phi.\Pi}h^2 - \gamma^2}{4} \left( 1 + \frac{1}{D}\frac{Q_{\phi 0} - 1}{1 + \frac{Q_{\phi 0}}{2}} \right) \right].$$
(19)

Выражение (19) позволяет количественно определить возрастание СВО оценивания значения принимаемого ФМШПС информационного символа при увеличении количества воздействующих помех (увеличении K и, соответственно, h), регулярных и флуктуационных составляющих амплитуд (увеличении  $Q_{0\Pi}$  и  $Q_{\phi.\Pi}$ ), ухудшении качества синхронизации (уменьшении параметра D).

При отсутствии регулярных составляющих амплитуд сигналов ( $\gamma \to 0$ ,  $\gamma_{\rm H} \to 0$ ) и взаимных



помех (K = 0, h = 0) выражение (19) преобразуется к виду

$$P_{\text{OIII}} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\sqrt{Q_{\phi 0}}}{\sqrt{2}\sqrt{1 + Q_{\phi 0}/2}} \right) + \frac{\sqrt{Q_{\phi 0}}}{\sqrt{2}\sqrt{2}D(1 + Q_{\phi 0}/2)^{3/2}},$$

а при идеальной синхронизации  $(D \rightarrow \infty) - \kappa$  виду

=

$$P_{\rm OIII} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\sqrt{Q_{\rm \phi0}}}{\sqrt{2}\sqrt{1 + Q_{\rm \phi0}/2}} \right) = \frac{1}{2\sqrt{1 + Q_{\rm \phi0}/2} \left( \sqrt{1 + Q_{\rm \phi0}/2} + \sqrt{Q_{\rm \phi0}/2} \right)}.$$
 (20)

Сравнение выражения (20) с соответствующим выражением для СВО оценивания значения информационного символа при приеме ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией [5] показывает, что "платой" за использование ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией является незначительное увеличение СВО оценивания информационного символа.

Результаты исследования. На рис. 3–6 представлены результаты расчетов СВО оценивания значений информационных символов, несущих бит информации, как функции от отношения "сигнал/шум", при приеме ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией на фоне внутренних шумов аппаратуры и взаимных помех со случайными начальными фазами и амплитудами, имеющими регулярные и флуктуационные составляющие, при различном числе помеховых сигналов *K*, различных значениях параметров, характеризующих соотношения регулярных и флуктуационных составляющих амплитуд полезного и помеховых сигналов  $\gamma = a_0/\sigma_a = \gamma_{\Pi} = a_{0\Pi}/\sigma_{a\Pi}$ , различных значениях параметра синхронизации *D*.

В общем случае, когда амплитуды сигналов содержат как регулярные, так и флуктуационные составляющие, отношение "сигнал/шум" имеет вид (как и в [7]):





$$Q_{\text{полн}} = \frac{a_0^2 + \sigma_a^2}{N_0} T =$$
$$= (\gamma^2 + 1) Q_{\Phi 0} \approx \begin{bmatrix} Q_{\Phi 0}, \ \gamma \ll 1; \\ Q_0, \ \gamma \gg 1. \end{bmatrix}$$

Поэтому проведение расчетов СВО оценивания значений информационных символов при  $\gamma \gg 1$  целесообразно приводить относительно  $Q_0$ , а в случае  $\gamma = 1$  – относительно  $Q_{\phi 0}$ . Все расчеты проводились при значениях баз сигналов L = 63.

Представленные на рис. 3, 4 зависимости CBO от отношения "сигнал/шум" для регулярной составляющей амплитуды сигнала  $Q_0 = a_0^2 T/N_0$ , рассчитанные по (15), соответствуют преобладанию у амплитуд сигналов регулярных составляющих. Указанные зависимости получены для  $\gamma = \gamma_{\Pi} = 10$  при числе помеховых сигналов K = 0, 5, 10, 15. Кривые на рис. 3 рассчитаны при значении параметра, характеризующего качество синхронизации, D = 10, а на рис. 4 – при идеальной синхронизации  $(D \rightarrow \infty)$ .

Из хода кривых на рис. 3, 4 следует, что СВО оценивания значения информационного символа  $\Phi$ МШПС уменьшается с улучшением качества синхронизации (увеличением параметра D) и с увеличением отношения "сигнал/шум". Минимальное СВО достигается при отсутствии помех (K=0) и возрастает с увеличением числа воздействующих взаимных помех.

На рис. 5, 6 приведены зависимости СВО оценивания значений информационных символов, несущих бит информации, от отношения "сигнал/шум" для флуктуационной составляющей амплитуды  $Q_{\phi0}$  сигнала при различных значениях отношений регулярных и флуктуационных составляющих амплитуд сигналов  $\gamma = \gamma_{\Pi}$  (при D = 10). Кривые на рис. 5 получены при одном помеховом



сигнале (K = 1), на рис. 6 – при десяти помеховых сигналах (K = 10). Кривые, соответствующие значениям параметра  $\gamma = \gamma_{\Pi} = 0$  и 1, рассчитаны с использованием выражения (19), а кривые, соответствующие значениям 4 и 6, – с использованием выражения (15).

Из хода кривых следует, что значения СВО оценивания бита информации уменьшаются с ростом отношения регулярной составляющей амплитуды сигнала к флуктуационной (увеличением параметра  $\gamma$ ). При возрастании отношения "сигнал/шум" значения СВО стремятся к пределу, определяемому величиной K/L – отношением числа воздействующих взаимных помех к значению базы сигнала.

Сравнение результатов, представленных на рис. 3–6, и выражений для СВО оценивания бита информации при когерентном приеме ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией (15) и (19) с аналогичными выражениями и результатами расчетов, приведенными в работе [7] для когерентного приема ФМШПС с бинарной фазовой модуляцией, показывает, что увеличение СВО при использовании квадратурной фазовой модуляции объясняется увеличением уровня шумов, обусловленным наличием квадратурных каналов в приемнике ФМШПС с квадратурной фазовой модуляцией.

В настоящей статье получены аналитические соотношения для СВО оценивания значений информационных символов, несущих бит информации, при приеме в условиях взаимных помех и внутренних шумов аппаратуры в общем случае, когда начальные фазы сигналов являются случайными, а амплитуды имеют регулярные и флуктуационные составляющие. Соотношения позволяют рассчитывать зависимости СВО от величин баз сигналов, количества и уровня воздействующих взаимных помех, величин отношений "сигнал/шум" и соотношений между регулярными и флуктуирующими составляющими амплитуд принимаемых сигналов, а также в зависимости от качества синхронизации.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ziemer R. E., Peterson R. L. Introduction to spread spectrum communications. New Jersey: Prentice Hall, 1995. 689 p.

2. Помехозащищенность систем радиосвязи с расширением спектра сигналов модуляцией несущей псевдослучайной последовательностью / под ред. В. И. Борисова. М.: Радио и связь, 2003. 640 с.

3. Персли М. Б. Расширение спектра сигналов в пакетных радиосетях // ТИИЭР. 1987. Т. 75, № 1. С. 140–162.

4. Нахмансон Г. С., Козлов С. В. Обнаружение фазоманипулированного широкополосного сигнала с квадратурной фазовой модуляцией в условиях взаимных помех и внутренних шумов аппаратуры //

G. S. Nakhmanson

Изв. вузов России. Радиоэлектроника. 2014. Вып. 2. С. 21–29.

5. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. М.: Сов. радио, 1966. 678 с.

6. Миддлтон Д. Введение в статистическую теорию связи: в 2 т. М.: Сов. радио, 1961. Т. 1. 781 с.

7. Нахмансон Г. С., Стародубцева Е. А. Вероятность ошибки оценивания информационного символа в системах радиосвязи с фазоманипулированными широкополосными сигналами в условиях взаимных помех // Радиотехника и электроника. 2013. Т. 58, № 2. С. 154–162.

Air force academy n. a. prof. N. E. Zhukovsky and Yu. A. Gagarin (Voronezh) S. V. Kozlov

Voronezh state university

## Receiving of direct-sequence spread spectrum signal with quadrature phase-shift keying in case of multiple access interference and internal Gaussian noise

Receiving of the broadband phase modulated signal with quadrature phase-shift keying in case of multiple access interference and internal Gaussian noise has been considered. Bit error rate of broadband phase modulated signal with quadrature phase-shift keying has been obtained in case amplitudes of receiving signal and interferences have both regular and fluctuating components. Broadband phase modulated signal bit error rate as a function of signal-to-noise ratio, signal-to-interference ratio, number of interferences and false positive probability has been analyzed.

Phase manipulated broadband signal, mutual interference, quadrature phase modulation, pseudorandom sequences, average error probability

Статья поступила в редакцию 11 февраля 2015 г.

### УДК 528.854:681.883.6

В. С. Давыдов Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина)

## Повышение помехозащищенности идентификации и распознавания гидролокационных сигналов от тел сложной формы на фоне реверберационных помех

Разработаны и проверены в гидроакустическом бассейне и в морских условиях методы идентификации и распознавания гидролокационных сигналов, отраженных от тел сложной геометрической формы. Показана их бо́льшая помехозащищенность по сравнению с известными методами распознавания. Приведено сравнение этих методов с методом обращения волнового фронта. Результаты моделирования позволяют объяснить известный факт применения дельфинами многоимпульсных зондирующих посылок с неравными расстояниями между импульсами.

### Гидролокационные сигналы, идентификация, распознавание, реверберация, классификационные признаки

Многоальтернативное распознавание и идентификация гидролокационных сигналов и полей тел сложной геометрической формы, состоящих из отдельных конструктивных элементов, размеры которых значительно превышают длины облучающих их волн, исследовались применительно к