



УДК 621.396.67

С. В. Балландович, Л. М. Любина, А. Ю. Одинцов, М. И. Сугак
 Санкт-Петербургский государственный электротехнический
 университет "ЛЭТИ" им. В. И. Ульянова (Ленина)

Предельная добротность электрически малых антенн, вписанных в цилиндр и эллипсоид

Получены оценки границы добротности для электрически малых антенн, вписанных в цилиндр и трехосный эллипсоид. Для антенн, чья форма далека от сферической, приведенная оценка позволяет уточнить предел Чу–Маклина.

Электрически малая антенна, эллипсоид, добротность, предел Чу–Маклина

Теория Чу–Маклина [1], [2] устанавливает связь между добротностью электрически малой антенны (Q) и электрическим радиусом сферы, описанной вокруг нее (ka):

$$Q = \frac{1}{(ka)^3} + \frac{1}{ka},$$

где k – волновое число; a – радиус.

Эта теория обладает существенным практическим недостатком для антенн, чья форма заметно отличается от сферической (например, для биконических и цилиндрических вибраторов, излучателей в виде "таблетки", печатных элементов и др.). В этом случае теоретические оценки добротности, оставаясь верной границей "снизу", дают слишком большое расхождение с экспериментальными результатами, т. е. добротность реальной антенны, форма которой далека от сферической, оказывается выше, чем это дает фундаментальный предел [1], [2]. Таким образом, для практической инженерной деятельности существует потребность в более точной оценке, учитывающей форму антенны, а не только радиус описанной вокруг нее сферы.

В настоящей статье получены оценки границ добротности для антенн, вписанных в цилиндрический объем, а также в трехосный эллипсоид. Для цилиндрической поверхности предельная добротность определяется высотой и радиусом цилиндра (является двухпараметрической), для трехосного эллипсоида оценка добротности зависит от его измерений, т. е. становится трехпараметрической.

Оценка добротности для электрически малой антенны, вписанной в цилиндр. Зависимость добротности антенны от параметров цилиндрического объема, в который она вписана, получим по методике, описанной в [2], однако вместо сферического объема и представления полей внутреннего источника в сферической системе координат перейдем к цилиндрическому объему и, соответственно, записи полей в цилиндрической системе координат (рис. 1).

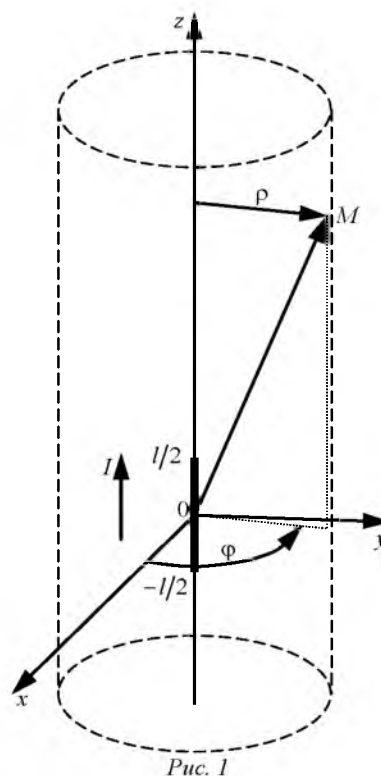


Рис. 1

Представим выражения для поля электрического диполя Герца в цилиндрической системе координат. Воспользовавшись теоремой запаздывающих потенциалов, запишем векторный потенциал электрического типа в точке наблюдения $M(\rho, \varphi, z)$:

$$\mathbf{A}(\rho, \varphi, z) = \mathbf{e}_z \left(\frac{Il}{4\pi} \right) \frac{\exp(-ik\sqrt{\rho^2 + z^2})}{\sqrt{\rho^2 + z^2}}, \quad (1)$$

где \mathbf{e}_z – единичный орт оси z ; I – ток диполя; l – длина диполя. Расстояние от начала координат до точки наблюдения M определяется как $r = \sqrt{\rho^2 + z^2}$.

Магнитное поле вычисляется через электрический векторный потенциал (1):

$$\mathbf{H}(\rho, \varphi, z) = \text{rot}[\mathbf{A}(\rho, \varphi, z)]. \quad (2)$$

В свою очередь, электрическое поле определим из уравнения Максвелла [3]:

$$\mathbf{E}(\rho, \varphi, z) = \frac{1}{i\omega\epsilon} \text{rot}[\mathbf{H}(\rho, \varphi, z)], \quad (3)$$

где ω – круговая частота; ϵ – диэлектрическая проницаемость среды. Подстановкой (1) в (2) и далее в (3) можно получить точные выражения для составляющих электрического поля в цилиндрической системе координат (прил. 1). Электрическое поле содержит две компоненты:

$$\mathbf{E}(\rho, \varphi, z) = \mathbf{e}_\rho E_\rho(\rho, \varphi, z) + \mathbf{e}_z E_z(\rho, \varphi, z),$$

где \mathbf{e}_ρ – единичный орт радиуса основания цилиндра;

$$E_\rho(\rho, \varphi, z) = \frac{IlZ_0 \exp(-ik\sqrt{\rho^2 + z^2})}{4\pi} \times \left[\frac{ik\rho z}{(\rho^2 + z^2)^{3/2}} - \frac{3i\rho z}{k(\rho^2 + z^2)^{5/2}} + \frac{3\rho z}{(\rho^2 + z^2)^2} \right]; \quad (4)$$

$$E_z(\rho, \varphi, z) = \frac{IlZ_0 \exp(-ik\sqrt{\rho^2 + z^2})}{4\pi} \times \left[\frac{i(\rho^2 - z^2)}{k(\rho^2 + z^2)^{5/2}} - \frac{ik\rho^2}{(\rho^2 + z^2)^{3/2}} + \frac{2z^2 - \rho^2}{(\rho^2 + z^2)^2} \right], \quad (5)$$

причем Z_0 – волновое сопротивление свободного пространства.

Согласно [1], [2] добротность определяется как отношение:

$$Q = 2\omega W_e / P_a, \quad (6)$$

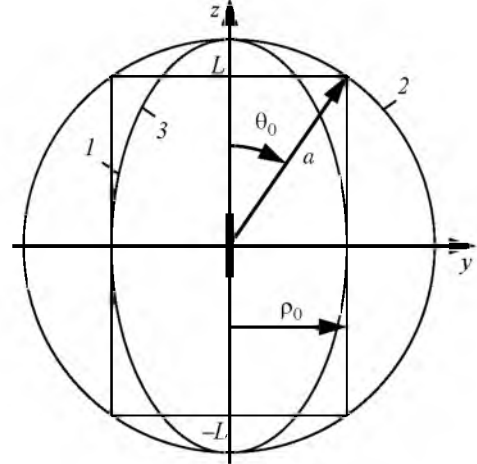


Рис. 2

где W_e – максимальная запасенная энергия электрического поля; P_a – мощность потерь на излучение. Запасенная энергия находится интегрированием по объему плотности энергии:

$$w(\rho, \varphi, z) = \epsilon \frac{|\mathbf{E}(\rho, \varphi, z)|^2}{2} = \epsilon \left[\frac{|E_\rho(\rho, \varphi, z)|^2}{2} + \frac{|E_z(\rho, \varphi, z)|^2}{2} \right]. \quad (7)$$

На рис. 2 представлен электрический диполь, помещенный в центре цилиндра l радиуса ρ_0 с высотой $2L$, который, в свою очередь, вписан в сферу 2 радиуса a , необходимую для сопоставления полученных результатов с оценкой Чу–Маклина. Запасенная энергия W_e находится интегрированием плотности энергии электрического поля (7) по внешнему (по отношению к цилиндру) объему:

$$W_e = \int_0^{2\pi} \int_{-L}^L \int_{\rho_0}^{\infty} w(\rho, \varphi, z) \rho d\rho dz d\varphi + 2 \int_0^{2\pi} \int_L^{\infty} \int_0^{\rho_0} w(\rho, \varphi, z) \rho d\rho dz d\varphi. \quad (8)$$

В (8) первый интеграл представляет собой энергию, сосредоточенную вне боковой поверхности цилиндра между плоскостями $z = L$ и $z = -L$, а второй – энергию, сосредоточенную в пространстве выше плоскости $z = L$ и ниже плоскости $z = -L$.

Излученную диполем мощность определим по известному [5] соотношению

$$P_a = 20I^2 l^2 k^2. \quad (9)$$

Подставим (8) и (9) с учетом (7), (4) и (5) в (6) и выразим ρ_0 и L через новые параметры a и θ_0 (прил. 2):

$$\rho_0 = a \sin \theta_0; \tag{10}$$

$$L = a \cos \theta_0, \tag{11}$$

где θ_0 – угол между осью цилиндра и радиусом-вектором, проведенным из центра цилиндра к краю его торца (рис. 2). Таким образом, окончательно получим формулу для предельной добротности антенны, вписанной в цилиндр:

$$Q(ka, \theta_0) = \frac{R_1(\theta_0)}{ka} + \frac{R_2(\theta_0)}{(ka)^3}, \tag{12}$$

где

$$R_1(\theta_0) = \frac{3}{4 \cos \theta_0} \left[\int_0^1 \frac{3t^2 - \operatorname{tg}^2 \theta_0}{2(t^2 + \operatorname{tg}^2 \theta_0)^2} dt + \frac{3}{2} \right];$$

$$R_2(\theta_0) = \frac{3}{4 \cos^3 \theta_0} \left[\int_0^1 \frac{3t^2 + \operatorname{tg}^2 \theta_0}{2(t^2 + \operatorname{tg}^2 \theta_0)^3} dt + \frac{1}{2} \right]$$

– поправочные коэффициенты, зависящие от формата антенны.

Из (12) следует, что характер частотной зависимости предельной добротности от электрического радиуса ka совпадает с теорией Маклина, однако поправочные коэффициенты в числителях

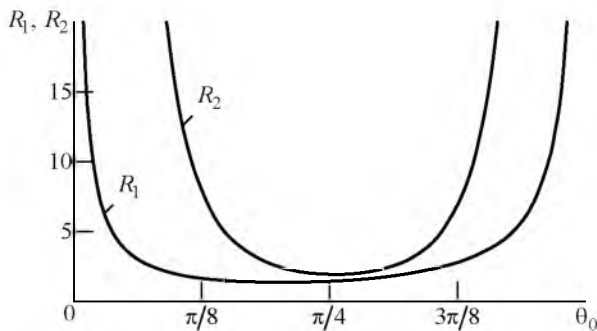


Рис. 3

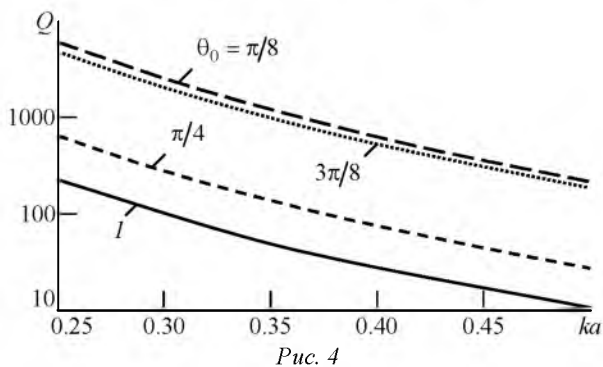


Рис. 4

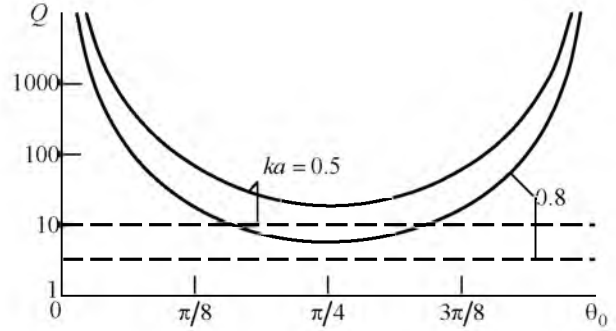


Рис. 5

слагаемых зависят от угла θ_0 (рис. 3).

На рис. 4 представлены кривые предельной добротности антенн, вписанных в цилиндр, при различных параметрах θ_0 . Кривая *1* соответствует пределу Чу–Маклина ($R_1 = 1, R_2 = 1$ [2]). Например, для $\theta_0 = \pi/4$ ("толстый" цилиндр) $R_1(\pi/4) = 1.136, R_2(\pi/4) = 1.951$. В результате нижняя граница добротности оказывается выше границы Чу–Маклина.

Из зависимостей рис. 4 следует, что минимум добротности наблюдается для цилиндра, у которого отношение высоты к диаметру близко к единице, что соответствует $\theta_0 = \pi/4$. На рис. 5 представлена зависимость добротности от этого угла при различных значениях ka (сплошные кривые) в сравнении с пределом Чу–Маклина (штриховые линии). Все зависимости для реальных вибраторов имеют минимум при значениях θ_0 , близких к $\pi/4$. Как и следовало ожидать, во всех случаях предельная добротность Чу–Маклина лежит несколько ниже соответствующих кривых для вибраторов конечных размеров. Возрастание добротности особенно существенно на краях диапазона углов при $\theta_0 \rightarrow 0$ (предельно тонкий вибратор) и $\theta_0 \rightarrow \pi/2$ (вибратор переходит в диск).

Оценка добротности для электрически малой антенны, вписанной в эллипсоид. Рассмотрим иную постановку: поверхность, описанную вокруг антенны, выберем в виде трехосного эллипсоида (рис. 6), описываемого в декартовой системе координат каноническим уравнением

$$\frac{x^2}{r_1^2} + \frac{y^2}{r_2^2} + \frac{z^2}{r_3^2} = 1.$$

Перейдем в сферическую систему координат и выразим R_0 через остальные параметры сферической системы θ, φ и параметры декартовой системы r_1, r_2, r_3 . С учетом соотношений, связываю-

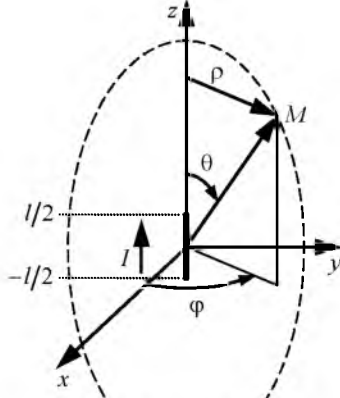


Рис. 6

щих координаты двух систем: $x = R_0 \sin \theta \cos \varphi$;
 $y = R_0 \sin \theta \sin \varphi$; $z = R_0 \cos \theta$, имеем:

$$R_0 = r_1 r_2 r_3 \sqrt{\left[(r_2 r_3)^2 \sin^2 \theta \cos^2 \varphi + (r_1 r_3)^2 \sin^2 \theta \sin^2 \varphi + (r_1 r_2)^2 \cos^2 \theta \right]^{1/2}}. \quad (13)$$

Объемная плотность электрической энергии (без составляющей, отражающей потери на излучение) в соответствии с данными из [2] определяется следующим образом:

$$w_e(r, \theta) = 15(I)^2 k \times \left(\frac{4 \cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{r^4} + \frac{4 \cos^2 \theta + \sin^2 \theta}{k^2 r^6} \right). \quad (14)$$

Проинтегрировав плотность по объему, получим электрическую реактивную энергию:

$$W_e = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{R_0} w_e(r, \theta) r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi. \quad (15)$$

Мощность потерь на излучение в силу закона сохранения энергии не зависит от формы охватываемой поверхности и определяется по (9).

Подстановкой (14) в (15) с учетом (13) получим:

$$\begin{aligned} W_e &= \frac{(I)^2 15k}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{R_0} \left[\left(\frac{1}{r^4} + \frac{1}{k^2 r^6} \right) 4 \cos^2 \theta + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{1}{k^2 r^6} - \frac{1}{r^4} \right) \sin^2 \theta \right] r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi = \\ &= \frac{(I)^2 15k}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \left(\frac{4 \cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{R_0} + \frac{4 \cos^2 \theta + \sin^2 \theta}{3k^2 R_0^3} \right) \sin \theta d\theta d\varphi. \end{aligned}$$

После замены переменных предельная добротность для электрически малой антенны, вписанной в эллипсоид, принимает вид

$$Q = \frac{I_1}{k^3 (r_1 r_2 r_3)^3} + \frac{I_2}{k r_1 r_2 r_3}, \quad (16)$$

где

$$I_1 = \frac{1}{8\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 (3x^2 + 1) (\sqrt{x^2 \alpha + \beta})^3 dx d\varphi;$$

$$I_2 = \frac{3}{8\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 (5x^2 - 1) \sqrt{x^2 \alpha + \beta} dx d\varphi;$$

причем

$$\alpha = (r_1 r_2)^2 - \beta; \quad \beta = (r_2 r_3 \cos \varphi)^2 + (r_1 r_3 \sin \varphi)^2.$$

Рассмотрим частные случаи конфигурации задачи.

Антенна, вписанная в сферу. В этом случае $r_1 = r_2 = r_3 = a$. Тогда из (16) получим:

$$I_1 = \frac{a^6}{4} \int_{-1}^1 (3x^2 + 1) dx = a^6;$$

$$I_2 = \frac{3a^2}{4} \int_{-1}^1 (5x^2 - 1) dx = a^2.$$

Тогда выражение для добротности из (16) приобретает вид

$$Q = \frac{I_1}{k^3 a^9} + \frac{I_2}{ka^3} = \frac{1}{(ka)^3} + \frac{1}{ka},$$

что соответствует оценке Маклина и подтверждает тем самым правильность модели.

Стержневая антенна, вписанная в эллипсоид вращения. Пусть эллипсоид вписан в сферу так, что $r_1 = r_2 = \rho_0 = a \sin \theta_0$, $r_3 = a$ (см. рис. 2, кривая 3). Тогда из (16) имеем:

$$Q = \frac{I_1}{k^3 a^3 \sin^3 \theta_0} + \frac{I_2}{ka \sin \theta_0}, \quad (17)$$

где

$$I_1 = \frac{1}{8\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 (3x^2 + 1) (\sqrt{x^2 \alpha + \beta})^3 dx d\varphi =$$

$$= \frac{1}{4} \int_{-1}^1 (3x^2 + 1) (\sqrt{x^2 (\sin^2 \theta_0 - 1) + 1})^3 dx;$$

$$I_2 = \frac{3}{8\pi} \int_0^1 \int_{-1}^1 (5x^2 - 1) \sqrt{x^2 \alpha + \beta} dx d\varphi =$$

$$= \frac{3}{4} \int_{-1}^1 (5x^2 - 1) \sqrt{x^2 (\sin^2 \theta_0 - 1) + 1} dx.$$

В пределе для $\theta_0 \rightarrow \pi/2$ из (17) получим оценку Маклина для антенны, вписанной в сферическую поверхность.

Для малых значений углов θ_0 (что соответствует электрически малой стержневой антенне) из (17) получим:

$$Q \approx \frac{\frac{1}{4\theta_0^3} \int_{-1}^1 (3x^2 + 1) (\sqrt{1-x^2})^3 dx}{k^3 a^3} +$$

$$+ \frac{\frac{3}{4\theta_0} \int_{-1}^1 (5x^2 - 1) \sqrt{1-x^2} dx}{ka} =$$

$$= \frac{1}{k^3 a^3} \frac{9\pi}{64\theta_0^3} + \frac{1}{ka} \frac{3\pi}{32\theta_0} =$$

$$= \frac{1}{k^3 a^3} \frac{0.442}{\theta_0^3} + \frac{1}{ka} \frac{0.295}{\theta_0}. \quad (18)$$

Дисковая антенна, вписанная в эллипсоид вращения. В этом случае эллипсоид вписан в сферу так, что $r_1 = r_2 = a$, $r_3 = a \cos \theta_0$. Тогда из (16) получим:

$$Q = \frac{I_1}{k^3 a^3 \cos^3 \theta_0} + \frac{I_2}{ka \cos \theta_0},$$

где

$$I_1 = \frac{1}{4} \int_{-1}^1 (3x^2 + 1) \left(\sqrt{x^2 (1 - \cos^2 \theta_0) + \cos^2 \theta_0} \right)^3 dx;$$

$$I_2 = \frac{3}{4} \int_{-1}^1 (5x^2 - 1) \sqrt{x^2 (1 - \cos^2 \theta_0) + \cos^2 \theta_0} dx.$$

При $\theta_0 \rightarrow 0$ в этом случае имеем оценку Маклина, а для $\theta_0 \rightarrow \pi/2$, используя асимптотику $\cos \theta_0 \approx \pi/2 - \theta_0$, получим оценку добротности для электрически малой антенны дисковой формы:

$$Q = \frac{I_1}{k^3 a^3 (\pi/2 - \theta_0)^3} + \frac{I_2}{ka (\pi/2 - \theta_0)} =$$

$$= \frac{1}{k^3 a^3} \frac{3}{8(\pi/2 - \theta_0)^3} + \frac{1}{ka} \frac{9}{8(\pi/2 - \theta_0)}. \quad (19)$$

Для сопоставления полученных результатов между собой и их сравнения с известной оценкой Маклина представляет интерес рассмотрение вариантов эллиптической поверхности, вписанной в сферу, задаваемых выражениями $r_1 = r_2 = a \operatorname{tg} \theta_0$, $r_3 = a$, $0 \leq \theta_0 \leq \pi/4$ и $r_1 = r_2 = a$, $r_3 = \operatorname{arctg} \theta_0$, $\pi/4 \leq \theta_0 \leq \pi/2$. В этих случаях, в отличие от цилиндрической поверхности, объем сферы используется более полно.

При первом определении ($0 \leq \theta_0 \leq \pi/4$) имеем:

$$Q = \frac{I_1}{k^3 a^9 (\operatorname{tg} \theta_0)^6} + \frac{I_2}{ka^3 (\operatorname{tg} \theta_0)^2} = \frac{S_1}{k^3 a^3} + \frac{S_2}{ka}, \quad (20)$$

где

$$S_1 = \frac{1}{4(\operatorname{tg} \theta_0)^3} \int_{-1}^1 (3x^2 + 1) \left(\sqrt{x^2 (\operatorname{tg}^2 \theta_0 - 1) + 1} \right)^3 dx;$$

$$S_2 = \frac{3}{4 \operatorname{tg} \theta_0} \int_{-1}^1 (5x^2 - 1) \sqrt{x^2 (\operatorname{tg}^2 \theta_0 - 1) + 1} dx.$$

Для второго определения ($\pi/4 \leq \theta_0 \leq \pi/2$) получим:

$$Q = \frac{I_1}{k^3 a^9 \operatorname{ctg}^3 \theta_0} + \frac{I_2}{ka^3 \operatorname{ctg} \theta_0} = \frac{T_1}{(ka)^3} + \frac{T_2}{ka}, \quad (21)$$

где

$$T_1 = \frac{1}{4 \operatorname{ctg}^3 \theta_0} \times$$

$$\times \int_{-1}^1 (3x^2 + 1) \left(\sqrt{x^2 (1 - \operatorname{ctg}^2 \theta_0) + \operatorname{ctg}^2 \theta_0} \right)^3 dx;$$

$$T_2 = \frac{3}{4 \operatorname{ctg} \theta_0} \times$$

$$\times \int_{-1}^1 (5x^2 - 1) \sqrt{x^2 (1 - \operatorname{ctg}^2 \theta_0) + \operatorname{ctg}^2 \theta_0} dx.$$

Результаты расчета добротности. Зависимости предельной добротности антенны, вписанной в сферу Чу–Маклина электрического радиуса $ka = 0.6$, от угла θ_0 , характеризующего формат антенны, приведены на рис. 7. Прямая 1 представляет классический предел Чу–Маклина, кривая 2 – результат, полученный по (12) для вписанной в цилиндр антенны, кривые 3 и 4 соответствуют асимптотическим оценкам по (18) и (19) соответственно, кривая 5 получена для эллиптической поверхности в соответствии с (20), (21).

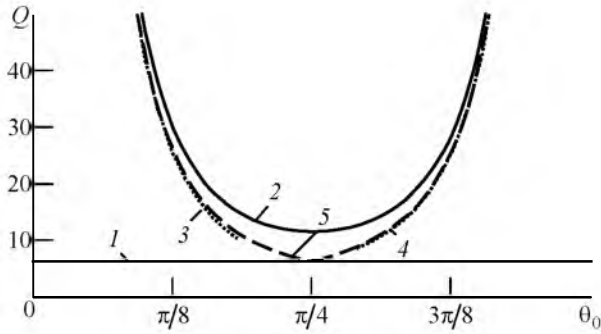


Рис. 7

Анализируя полученные результаты, необходимо отметить ряд практически важных моментов.

1. Все антенны вписаны в сферу электрического радиуса ka , поэтому оценка Маклина является состоятельной оценкой "снизу", т. е. добротности всех антенн превосходят 1. Из зависимостей на рис. 7 следует, что добротности антенн, чья форма заметно отличается от сферической, значительно превышают оценку Маклина. Таким образом, наглядно проявляется тот факт, что не только радиус описанной сферы, но и форма электрически малой антенны имеет решающее значение для оценки ее добротности. Этот факт объясняется возрастанием запасенной реактивной энергии с указанным отклонением формы.

2. Кривая 2 для антенны цилиндрической формы показывает, что оценка Маклина наиболее точно соответствует минимальной добротности для цилиндра с размером $L = \rho_0$ ($\theta_0 = \pi/4$), причем по мере отклонения угла от этого значения добротность резко возрастет. В точке минимума отличие добротности от оценки Маклина обусловлено неполным использованием объема сферы цилиндрическим объемом. В этом смысле показательной является кривая 5, соответствующая эллиптической поверхности, более полно использующей объем сферы. Эта кривая всюду идет ниже кривой 2 и при $\theta_0 = \pi/4$ ввиду полного совпадения эллиптической и исходной сферической поверхностей дает количественное совпадение с теорией Маклина.

Асимптотические формулы для добротности тонкого стержня (18) и плоского диска (19) дают возможность оперативно выполнить оценку добротности для антенн такого предельного формата, однако применение их к оценке широкополосности реальных антенн может дать значительную погрешность ввиду сильно идеализированного токового распределения источника (диполя Герца).

Приложение 1. Выражение для электрического поля диполя Герца в цилиндрической системе координат. Магнитное поле, вычисленное по (2), имеет вид

$$\mathbf{H}(\rho, \varphi, z) = \mathbf{e}_\varphi \frac{Il}{4\pi} \rho \exp(-ik\sqrt{\rho^2 + z^2}) \times \left[ik(\rho^2 + z^2)^{-1} + (\rho^2 + z^2)^{-3/2} \right].$$

Электрическое поле в соответствии с (3):

$$\mathbf{E}(\rho, \varphi, z) = \mathbf{e}_\rho E_\rho(\rho, \varphi, z) + \mathbf{e}_z E_z(\rho, \varphi, z),$$

где

$$E_\rho(\rho, \varphi, z) = \frac{IlZ_0 \exp(-ik\sqrt{\rho^2 + z^2})}{4\pi} \times \left[\frac{ik\rho z}{(\rho^2 + z^2)^{3/2}} - \frac{3ipz}{k(\rho^2 + z^2)^{5/2}} + \frac{3\rho z}{(\rho^2 + z^2)^2} \right];$$

$$E_z(\rho, \varphi, z) = \frac{IlZ_0 \exp(-ik\sqrt{\rho^2 + z^2})}{4\pi} \times \left[\frac{i(\rho^2 - z^2)}{k(\rho^2 + z^2)^{5/2}} - \frac{ik\rho^2}{(\rho^2 + z^2)^{3/2}} + \frac{2z^2 - \rho^2}{(\rho^2 + z^2)^2} \right].$$

Приложение 2. Вычисление реактивной мощности. Найдем плотность энергии электрического поля (7), используя (4), (5). Слагаемые, описывающие плотность энергии распространяющихся компонентов электрического поля (пропорциональные $1/r^2$), при вычислении реактивной мощности должны быть отброшены.

В итоге для плотности энергии электрического поля имеем:

$$w(\rho, \varphi, z) = \frac{I^2 I^2 \mu}{2(4\pi)^2} \times \left[\frac{\rho^4 + 4z^4 + 5\rho^2 z^2}{k^2(\rho^2 + z^2)^5} + \frac{3\rho^2 z^2 + 4z^4 - \rho^4}{(\rho^2 + z^2)^4} \right].$$

Подставив полученное выражение в (9), выполним замены переменных $x = \rho^2$, $dx = 2\rho d\rho$ и $y = x + z^2$, $dy = dx$, а также $\int_{-L}^L dz = 2 \int_0^L dz$. Далее, интегрируя по y и сделав во внешнем интеграле замену переменных $t = z/L$, с учетом (10) и (11) получим:

$$W_e = \frac{\pi I^2 l^2 \mu}{(4\pi)^2} \left\{ \frac{1}{k^2 a^3 \cos^3 \theta_0} \int_0^1 \left[\frac{1}{2(t^2 + \operatorname{tg}^2 \theta_0)^2} + \frac{t^2}{(t^2 + \operatorname{tg}^2 \theta_0)^3} \right] dt + \frac{1}{2k^2 a^3 \cos^3 \theta_0} + \right. \\ \left. + \frac{1}{a \cos \theta_0} \int_0^1 \left[\frac{5t^2}{2(t^2 + \operatorname{tg}^2 \theta_0)^2} - \frac{1}{t^2 + \operatorname{tg}^2 \theta_0} \right] dt + \frac{3}{2a \cos \theta_0} \right\}$$

Далее по (6) с учетом (8) получим окончательную формулу предела добротности (12).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Chu L. J. Physical Limitations of Omni-Directional Antennas // J. of Applied Physics. 1948. Vol. 19, № 12. P. 1163–1175.

2. McLean J. S. A Re-examination of the Fundamental Limits on the Radiation Q of Electrically Small Antennas // IEEE Transactions on Ant. and Prop. 1996. Vol. AP-44, № 5. P. 672–676.

3. Марков Г. Т., Сазонов Д. М. Антенны: учеб. для студентов радиотехнических специальностей вузов. 2-е изд. М.: Энергия, 1975. 528 с.

4. Одинцов А. Ю., Сугак М. И. Предельная добротность электрически малых антенн, вписанных в цилиндр // Сб. докл. Юбилейной 70-й Всерос. науч.-техн. конф., посвященной Дню радио. Санкт-Петербург, 21–29 апр. 2015 г. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ "ЛЭТИ", 2015. С. 5–6.

S. V. Ballandovich, L. M. Liubina, A. Yu. Odintzov, M. I. Sugak
Saint Petersburg Electrotechnical University "LETI"

The Limiting Quality Factor of Electrically Small Antennas Inscribed into a Cylinder and an Ellipsoid

The estimations of the bound of the quality factor for electrically small antennas inscribed in a cylinder and the triaxial ellipsoid are obtained. For antennas whose shape is far from spherical, the above estimation allows to refine the Chu-McLean limit.

Electrically Small Antenna, Ellipsoid, Quality Factor, Chu–McLean Limit

Статья поступила в редакцию 6 июня 2016 г.