

горы, 5–12 июля 2004 г.; Москва, 19–20 окт. 2004 г. / МНТО РЭС им. А. С. Попова. М., 2004. С. 79–81.

3. Гомцян О. А. Обобщенная концепция каскадного кодирования в цифровых системах обработки информации // Изв. НАН РА и НПУА. Сер. тех. наук. 2016. Т. 69, № 1. С. 42–48.

4. Дельта-модуляция. Теория и применение / М. Д. Венедиктов, Ю. П. Женевский, В. В. Марков, Г. С. Эйдус. М.: Связь, 1976. 272 с.

5. Венедиктов М. Д., Гомцян О. А. Дельта-модуляция. Теория и применение / ВЗЭИС. М., 1984. 87 с.

6. Быков С. Ф., Журавлев В. И., Шалимов И. А. Цифровая телефония. М.: Радио и связь, 2003. 144 с.

7. Моделирование структуры двоичного ДМЦИК-сигнала / М. Д. Венедиктов, Б. Ш. Златкин, О. А. Гомцян, Б. Ш. Монастырский // Техника средств связи. Сер. ТРС. 1983. Вып. 1.

8. Гомцян О. А., Бадалян Б. Ф. Применение дельта-модуляции в каскадной кодирующей системе // Тр. 11-й Междунар. науч.-практ. конф. "Современные информационные и электронные технологии". Одесса, 24–28 мая 2010 г. Казань: Изд-во КНИТУ, 2010. Т. 1. С. 223.

H. A. Gomtsyan

National Polytechnic University of Armenia

### Simulation of the distribution symbols number in the binary delta - modulation signal

*The possibilities of using delta-modulation as analog-to-digital converter in the first stage in the new cascade coding structure for digital data processing systems are developed. Selecting the delta-modulation is motivated account of its simplicity, comparable to other types of analog-to-digital conversion, noise immunity, and most importantly, with a low probability of symbols bursts appearance. The latter property, as well as the using interleaver in the following stages of multi-coding can significantly improve the characteristics of digital data processing systems. The distribution of the symbols bursts for the various input signals and delta-modulation algorithms are obtained.*

Delta-modulation, the probability distribution of symbols bursts, concatenated codes construction, interleaver

Статья поступила в редакцию 16 марта 2016 г.

УДК 621.396

Е. С. Ключев, И. В. Рябов, И. В. Стрельников, П. М. Юрьев  
Поволжский государственный технологический университет

## Теория и моделирование цифровых вычислительных синтезаторов

*Рассмотрено проектирование цифровых вычислительных синтезаторов (ЦВС), построенных на базе метода прямого цифрового синтеза частот и сигналов, расчета фазовых отклонений в ЦВС. Приведены структурная и функциональная электрические схемы указанного ЦВС, а также структуры ЦВС с коммутацией фазовых отсчетов и ЦВС с квадратурными выходами. Приводятся основные формулы расчета уровней побочных спектральных составляющих в ЦВС при формировании сложных сигналов.*

**Прямой цифровой синтез частот и сигналов, цифровые вычислительные синтезаторы, уровень амплитудных шумов, фазовый шум, цифровой накопитель, цифроаналоговый преобразователь, функциональный преобразователь "код-синус", фильтр нижних частот, многоуровневые сигналы, уровень побочных спектральных составляющих, частотно-модулированный сигнал**

Синтезаторы прямого цифрового синтеза частот и сигналов (цифровые вычислительные синтезаторы – ЦВС) по сравнению с другими видами синтезаторов обладают рядом преимуществ:

- имеют высокое быстродействие (время переключения с одной частоты на другую менее 10 нс);
- позволяют обеспечить высокую разрешающую способность (шаг сетки частот менее 0.001 Гц);
- архитектура ЦВС облегчает их интегральное исполнение по сравнению с синтезаторами с ФАПЧ;

– имеют хорошие технологичность и повторяемость параметров при тиражировании [1]–[6].

Обобщенная структура ЦВС (рис. 1) содержит цифровой накопитель (ЦН) частоты ЦНЧ, цифровой накопитель фазы ЦНФ, функциональный преобразователь ФП, цифро-аналоговый преобразователь ЦАП и фильтр нижних частот ФНЧ. Под действием сигнала опорной частоты  $f_0$  ЦНЧ формирует линейно нарастающий код частоты  $N_f$ , за-

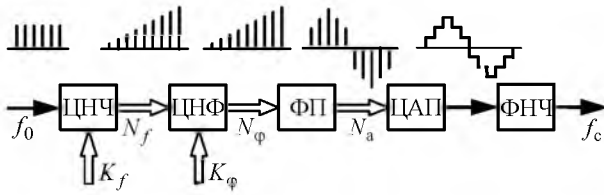


Рис. 1

даваемой значением  $K_f$ , далее ЦНФ формирует код циклической фазы заданной точности  $K_\phi$ , поступающий на ФП, в котором отсчетам фазы ставятся в соответствие отсчеты амплитуды синтезируемого колебания. Они подаются на ЦАП, на выходе которого формируется аналоговый сигнал "ступенчатой" формы. Далее этот сигнал подвергается низкочастотной фильтрации при помощи ФНЧ, формируя выходной сигнал частоты  $f_c$  [2].

Цель настоящей статьи заключается в описании моделирования процессов, происходящих в основных функциональных узлах ЦВС с целью улучшения их технических характеристик, а также разработки структур ЦВС сложных частотно-фазомодулированных сигналов.

Уровень амплитудных шумов в сформированном ЦВС сигнале определяется как [1]

$$D = 4 + 6 \log_2 N_a,$$

где  $N_a < N_\phi$  – количество выборок по амплитуде и по фазе соответственно.

Для получения уровня амплитудных шумов не более  $D \leq -75$  дБ необходимо иметь 12-разрядный ЦАП и ФП не меньшей разрядности. Следовательно, при больших  $D$  требуется хранить большое число выборок с высокой разрядностью, что увеличивает объем ПЗУ

Для получения высокой точности установки выходной частоты необходимо повысить точность вычисления кода  $N_f$  и, соответственно, разрядность ЦН [7].

**Формирование сигналов с линейной частотной модуляцией.** Сигналы с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ) позволяют обеспечить широкие полосы частот и большой интервал длительностей. ЛЧМ-сигналы используются в качестве базовых при формировании сигналов с треугольной, пилообразной или V-образной частотными модуляциями (ЧМ) [8]–[13].

Оценим точность параболического закона изменения фазы, которая может быть достигнута в синтезаторе ЛЧМ-сигнала. Фазовые отклонения в синтезируемом ЛЧМ-сигнале обуславливаются отклонениями пилообразной и ступенчатой форм.

Фазовое отклонение пилообразной ЧМ чаще всего выражается как ошибка в установке индекса фазовой модуляции (ФМ), т. е. как отклонение скорости ЧМ  $\delta$  при неизменной длительности импульса  $T_1$ . Учитывая, что фазовые отклонения периодически повторяются, выразим параболическую функцию фазовых отклонений в виде ряда Фурье. Для униполярной ФМ найдем среднее значение фазовых отклонений:

$$v_0 = \frac{1}{T_1} \int_0^{T_1} \left( \frac{\delta t^2}{2} \right) dt = \frac{\delta T_1^2}{6}.$$

Фазовое отклонение ступенчатой ЧМ определяется отклонениями каналов всех разрядов двоичного синтезатора частоты. Каждый канал имеет случайное и независимое фазовое отклонение, которое приводит к результирующему фазовому отклонению ступенчатого изменения частоты. Фазовое отклонение двоичного синтезатора частоты имеет форму меандра, частота которого определяется номером канала:

$$f_{2i}(t) = \left\{ \frac{f_0}{2} + 2 \left( \frac{f_0}{\pi} \right) \sum_{m=1}^{\infty} \sin \left[ (2m-1) \frac{\pi t / T_1}{2^{i-1}} \right] \right\} (2i-1)^{-1}.$$

Интенсивное развитие радиоэлектроники и появление DSP-процессоров для обработки сложных сигналов позволяют не только изменять параметры формируемых ЧМ-сигналов, но и обеспечивают стабильность и когерентность сигналов, а также хорошую воспроизводимость характеристик ЦВС при их серийном изготовлении [14], [15].

Принцип работы большинства ЦВС основан на вычислении кода фазы сигнала  $K_{\phi r}$  в моменты времени  $t_r = rT_0$ ,  $r > 1$  ( $T_0 = 1/f_0$ ):

$$K_{\phi r} = \sum_{r=1}^R K_{\omega H} - N \operatorname{int} \left( \frac{1}{N} \sum_{r=1}^R K_{\omega H} \right),$$

где  $R$  – число точек отсчета;  $K_{\omega H}$  – коды начальной частоты  $\omega_H$ ;  $N$  – емкость ЦН;  $\operatorname{int}[\cdot]$  – функция взятия целой части аргумента.

Для улучшения разрешения по частоте необходимо увеличение разрядности ЦН, но при прямой адресации ПЗУ выходным кодом ЦН объем ПЗУ, находящийся в степенной зависимости от числа разрядов этого кода, существенно возрастает. При этом ПЗУ сложно реализовать технически и оно значительно увеличивает стоимость синтезатора [16]–[18]. Поэтому для адресации ПЗУ используют

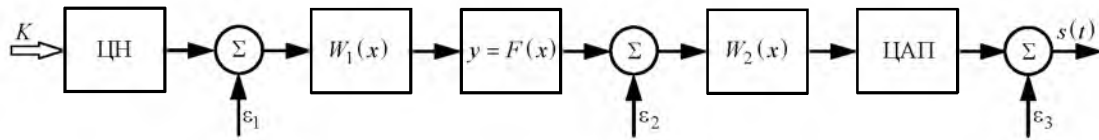


Рис. 2

$a < N$  разрядов ЦН (величину  $b = N - a$  будем называть числом битов округления).

Как правило, в современных ЦВС используются ЦН с разрядностью  $N = 24 \dots 48$  бит, разрядностью адреса ПЗУ  $a = 12 \dots 17$  бит и разрядностью шины данных  $d = 10 \dots 12$  бит [1].

От структурной схемы перейдем к математической модели ЦВС и соответствующей ей функциональной схеме (рис. 2), где  $\varepsilon_1$  – ошибка, вызванная округлением фазы при адресации ПЗУ;  $\varepsilon_2$  – ошибка, связанная с конечной разрядностью шины данных;  $\varepsilon_3$  – ошибка, вызванная нелинейностью ЦАП;  $W_1(x)$  – оператор компенсации ошибки  $\varepsilon_1$ ;  $W_2(x)$  – оператор компенсации ошибки  $\varepsilon_2$ . ФП в схеме реализует функцию  $y = F(x) = \sin x$ .

Ошибка округления фазы  $\varepsilon_1$  вносит наиболее значительный вклад в ухудшение спектральных характеристик синтезатора, вызывая появление нежелательных дискретных составляющих в спектре выходного сигнала [19].

Ошибка округления данных  $\varepsilon_2$  может быть значительно снижена при увеличении разрядности шины данных ПЗУ [20]–[22].

Ошибка ЦАП  $\varepsilon_3$  может быть уменьшена выбором качественных ЦАП.

Рассмотрим работу ЦН емкостью  $M = 2^N$ . Если код синтезируемой частоты равен  $K$ , частота выходного сигнала ЦВС  $f_c = K(f_{\max}/M)$ , где  $f_{\max}$  – максимальная тактовая частота.

В момент времени  $t_i$  в ЦН содержится величина  $\Theta(i) = [\Theta(i-1) + K] \bmod M$ .

Обычно [1] при анализе работы ЦН последовательность  $\Theta(i)$  представляется как последовательность отсчетов из идеализированной пилообразной функции  $\theta(i)$  с амплитудой  $M = 2^N$  и периодом  $T = M/K$ . Период этой функции совпадает с периодом синтезируемой функции. Период последовательности  $\Theta(i)$  определяется как наименьшее целое  $L$ , такое, что  $\Theta(i) = \theta(i + L)$ . Тогда можно записать:

$$L = \frac{2^N}{\text{НОД}(K, 2^N)} = \frac{M}{\text{НОД}(K, M)},$$

где  $\text{НОД}(K, 2^N)$  – наибольший общий делитель чисел  $K$  и  $2^N$ .

Таким образом, периоды  $\Theta(i)$  и  $\theta(i)$  совпадают в том случае, если  $K$  является целой степенью 2 [23].

Рассмотрим выходной сигнал ЦВС. Без учета эффектов округления он имеет вид

$$s(t) = \sin[2\pi\Theta(i)/M] + \varepsilon_2 + \varepsilon_3.$$

Предположив, что для адресации ПЗУ используется  $a$  старших бит ЦН, с учетом округления фазы получим следующий вид реального выходного сигнала:

$$s(t_i) = \sin\left[2\pi\frac{2^a}{2^N}\text{int}\left(\frac{K}{M}i\right)\right] + \varepsilon_2 + \varepsilon_3.$$

Приведенное выражение может быть записано в виде

$$s(t_i) = \sin\left\{2\pi\frac{1}{2^N}[Ki - \varepsilon_1(i)]\right\} + \varepsilon_2 + \varepsilon_3. \quad (1)$$

Ошибка  $\varepsilon_1(i)$  может быть представлена как последовательность выборок из идеализированной пилообразной функции  $\varepsilon_1(t_i) = \varepsilon_1(i)|_{t_{i-1} < t \leq t_i}$  с амплитудой  $2^b$  и периодом  $2^b/K$ . С другой стороны, последовательность  $\varepsilon_1(t_i)$  может быть представлена как последовательность содержимого ЦН с разрядностью  $b$  и управляющим словом (кодом частоты)  $K_c = K \bmod 2^b$ .

Выражение (1) может быть преобразовано к следующему виду:

$$s(t_i) = \sin\left(2\pi\frac{K}{M}i\right)\cos\left[2\pi 2^{b-N}\frac{\varepsilon_1(t_i)}{2^N}\right] - \cos\left(2\pi\frac{K}{M}i\right)\sin\left[2\pi 2^{b-N}\frac{\varepsilon_1(t_i)}{2^N}\right].$$

Приняв, что ошибка округления фазы  $\varepsilon_1(i)$  значительно меньше значения самой фазы, т. е.  $2^{b-N}\varepsilon_1(t_i)/2^N \ll 1$ , и, воспользовавшись предельными соотношениями

$$\sin(x)|_{x \rightarrow 0} = x; \quad \cos(x)|_{x \rightarrow 0} = 1.$$

получим

$$s(t_i) = \sin\left(2\pi \frac{K}{M} i\right) - 2\pi \frac{\varepsilon_1(t_i)}{2^N} \cos\left(2\pi \frac{K}{M} i\right). \quad (2)$$

Из выражения (2) следует, что спектр выходного сигнала  $s(t_i)$  состоит из гармонической составляющей синтезируемой частоты и побочных составляющих, амплитуда и частота которых определяется ошибкой округления фазы  $\varepsilon_1(i)$ .

Для определения спектра выходного сигнала синтезатора необходимо определить спектр ошибки округления фазы  $\varepsilon_1(i)$ . Это можно сделать, если найти разложение в ряд Фурье идеализированной пилообразной функции  $\varepsilon_1(i)$ .

С другой стороны, необходимо учесть несоответствие периодов идеализированной пилообразной функции  $\varepsilon_1(t_i)$  и последовательности ошибки  $\varepsilon_1(i)$ .

Для обеспечения выполнения указанных условий дополним функцию  $\varepsilon_1(t_i)$  последовательностью прямоугольных импульсов  $p(t_i)$  с частотой следования  $K/2^b$ , амплитудой  $2^b/2$  и длительностью  $\text{НОД}(K, 2^b)/2^b$ . Тогда ошибку округления фазы  $\varepsilon_1(i)$  будем представлять как отсчеты непрерывной функции  $\varepsilon_1(t_i) = \varepsilon_1(i) - p(t_i)$ .

Разложение в ряд Фурье для функции  $\varepsilon_1(t)$  имеет вид

$$\varepsilon_1(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^b}{\pi n} \sin\left(2\pi n \frac{K}{2^b} t\right) - \frac{2^b}{2\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4\lambda}{2\pi n} \sin\left(\frac{2\pi n}{4\lambda}\right) \cos\left(2\pi n \frac{K}{2^b} t\right),$$

где  $\lambda = 2^b / [2 \text{НОД}(K, 2^b)]$ .

Представив  $\varepsilon_1(i)$  как последовательность выборок из  $\varepsilon_1(t_i)$ , получим

$$\varepsilon_1(t_i) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^b}{\pi n} \sin\left(2\pi n \frac{K}{2^b} i\right) - \frac{2^b}{2\lambda} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4\lambda}{2\pi n} \sin\left(\frac{2\pi n}{4\lambda}\right) \cos\left(2\pi n \frac{K}{2^b} i\right).$$

Период последовательности

$$\varepsilon_1(i) T_\varepsilon = 2^b / [2 \text{НОД}(K, 2^b)].$$

Ее максимальное значение  $T_\varepsilon = 2^b$ .

Можно показать, что выходной сигнал ЦВС принимает вид

$$s(i) = \sin[2\pi(K/M)i] - \frac{\pi}{2N} \sum_{n=1}^{\lambda} C(n) \left( e^{j2\pi[(K/2^N)+a(K/2^b)]i} + e^{-j2\pi\{[K/(2N)]-n[K/(2^b)]\}i} \right) e^{jb(n)}. \quad (3)$$

Из выражения (3) следует, что спектр выходного сигнала ЦВС состоит из двух последовательностей дискретных составляющих [24].

Амплитуды побочных составляющих в спектре выходного сигнала имеет вид

$$C'(n) = \frac{\pi}{2^N} C(n) = \pi \frac{2^b - N}{2\lambda} \text{cosec}\left(\frac{n\pi}{2\lambda}\right). \quad (4)$$

Выражение (4) представляет собой монотонно убывающую функцию, максимальное значение которой соответствует  $n=1$  и определяется следующим образом:

$$C'_{\max} = C'(1) = 2^{b-N} \frac{(\pi/2^b) \text{НОД}(K, 2^b)}{\sin[(\pi/2^b) \text{НОД}(K, 2^b)]}. \quad (5)$$

Выражение (5) определяет соотношение между максимальным уровнем побочных составляющих и числом бит округления. Из него следует, что наихудший случай, определяющий наибольшее значение  $C'_{\max}$ , соответствует случаю  $\text{НОД}(K, 2^b) = 2^{b-1}$ .

При  $\text{НОД}(K, 2^b) = 1$  с ростом  $b$  амплитуда  $C'_{\max}$  стремится к наименьшему значению.

Особенность поведения ЦВС, описываемая выражением (5), определяет довольно простой способ уменьшения уровня побочных составляющих минимум на 4 дБ [25]. При выборе требований к синтезатору следует ограничить диапазон изменения кодов частоты  $K$  таким образом, чтобы  $\text{НОД}(K, 2^b) = 1$ . Однако указанный путь ведет к ухудшению разрешения по частоте.

С другой стороны, для того чтобы уменьшить максимальный уровень побочных составляющих, можно внести простые изменения в структурную схему синтезатора. Заметим, что условие  $\text{НОД}(K, 2^b) = 1$  эквивалентно тому, что  $K$  нечетно. Если же  $K$  четно, то младший разряд выходного сигнала АФ (см. рис. 1) всегда равен 0. Воспользовавшись этим фактом, добавим в схему синтезатора дополнительные элементы: между

АФ и ПЗУ вводятся сумматор и дополнительный генератор псевдослучайного кода.

Периодическое добавление псевдослучайного числа к содержимому АФ позволяет разрушить когерентность фазовой ошибки и, таким образом, размыть нежелательные дискретные составляющие в спектре выходного сигнала. При каждом переполнении АФ псевдослучайная величина  $X$  суммируется с его содержимым. Она равномерно распределена в диапазоне  $0 \dots K-1$ , где  $K$  – значение кода синтезируемой частоты.

Рассмотренное построение синтезатора эквивалентно использованию  $(N+1)$ -разрядного АФ с нечетными  $K$ , при этом не ухудшаются такие параметры синтезатора, как время перестройки, диапазон и шаг сетки синтезируемых частот [3], [26].

Общая ошибка может быть снижена коррекцией адресации ПЗУ в соответствии с накапливаемой ошибкой, что эквивалентно линейной интерполяции между двумя последовательными адресами ПЗУ. Тогда сигнал на выходе имеет вид

$$s(t_i) = \sin\left(2\pi \frac{K}{M} i\right) - 2\pi \frac{\varepsilon_1(i) - \varepsilon_1(i-1)}{2^N} \cos\left(2\pi \frac{K}{M} i\right).$$

Из данного выражения следует, что описанное построение синтезатора уменьшает дискретные составляющие в спектре фазовой ошибки, которой соответствует величина  $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 < K$ , содержащаяся в накопителе к моменту переполнения. При добавлении  $X = 0$  переполнение АФ будет происходить в те же моменты времени, что и у синтезатора коррекции, при  $X < \varepsilon$  будет происходить запаздывание, а при  $X > \varepsilon$  – опережение во времени момента переполнения АФ. С учетом равномерного распределения  $X$  на интервале  $0 \dots K-1$  функция распределения ошибки моментов времени переполнения АФ имеет вид

$$p(\tau_k) = \varepsilon/K; \quad p(\tau_k - T_k) = 1 - \varepsilon/K.$$

В таком синтезаторе время наступления момента переполнения АФ не зависит от первоначальной фазовой ошибки. Это означает, что даже если соседние значения фазовой ошибки первоначально коррелированы, добавление случайной величины  $X$  не влияет на среднее время переполнения АФ и все побочные дискретные линии в спектре, возникающие из-за когерентности ошибки, устраняются. В результате в спектре выходного сигнала вместо дискретных боковых линий содержится непрерывный шум, связанный со случайностью между моментами переполнения АФ. При этом макси-

мальный уровень побочных составляющих снижается [27], [28].

**Проектирование цифровых вычислительных синтезаторов.** Формирование отсчетов синусоидальных колебаний требуемой частоты может базироваться на двух различных принципах: рекурсивном и нерекурсивном. Рекурсивный принцип предусматривает использование предшествующих отсчетов выходного колебания в вычислениях текущего отсчета, нерекурсивный принцип при формировании цифровых значений отсчетов указанные отсчеты не учитывает [29], [30].

Рекурсивные ЦВС по сравнению с нерекурсивными имеют спектр выходного сигнала с сильнее выраженными побочными спектральными составляющими и более узкий диапазон синтезируемых частот. К числу их недостатков также относится нелинейная зависимость между синтезируемой частотой и установленным кодом начальной частоты. Поэтому нерекурсивные ЦВС более перспективны [2], [3].

В ЦВС обычно используется один опорный генератор (ОГ) (кварцевый или квантовый) с высокой стабильностью частоты. На выходе ЦВС в каждый момент времени существует только одна из дискретного множества сетки частот, причем долговременная стабильность выходного колебания близка к долговременной стабильности опорного генератора, а кратковременная стабильность хуже исходной [31].

Устройство управления и отображения решает следующие задачи: автоматическую или ручную настройку приемного устройства или передатчика на заданную частоту канала приема или передачи, выбор диапазона изменения частоты, индикацию частоты настройки [32].

*Математические модели сигналов, синтезируемых ЦВС.* Многоуровневые ЦВС в силу своей технологичности, надежности, возможности миниатюризации и уникальности технических характеристик в настоящее время нашли наибольшее применение в аппаратуре радиолокации и связи. Особенно перспективно использование данных ЦВС в радиотехнических системах передачи информации с повышенной помехоустойчивостью и помехозащищенностью [2]–[10].

Сигнал  $S(t)$ , формируемый ЦВС, представляет собой последовательность ступенек, амплитуды которых  $A_i$  пропорциональны цифровому коду синтезируемого колебания.

ФП осуществляет преобразование кодов, поступающих с АФ, в отсчеты выборок сигнала амплитуды.

В зависимости от алгоритма работы ФП сигнал  $S(t)$  может быть синусоидальным, треугольным, единожды усеченным и дважды усеченным треугольным колебанием. Сигнал  $S(t)$  вследствие цикличности работы ЦВС периодичен с периодом повторения  $T_{\Pi} = LT_0$ ,  $T_0 = 1/f_0$ , равным периоду повторения выходного сигнала АФ.

Величина  $L$  для АФ согласно алгоритму Евклида определяется из соотношения  $R/K = L/M$ , причем  $L, M$  – взаимно простые числа;  $M \neq 1$ .

Для расчета спектральных характеристик ЦВС представим сигнал  $S(t)$  в виде суммы прямоугольных импульсов. Каждый импульс в сигнале  $S(t)$  может быть охарактеризован амплитудой  $A_i$ , длительностью  $t_{ii}$  и начальной фазой  $\varphi_i$ , определяемой задержкой импульса  $t_{zi}$  относительно начала координат. Временные параметры импульсов независимо от формы сигнала на выходе ЦАП могут быть определены по следующим формулам:

$$t_{ii} = t_i - t_{i-1}; \quad t_{zi} = (t_i + t_{i-1})/2,$$

где  $t_i = (i + 1)T_0$  – момент окончания  $i$ -го импульса.

Указанный момент при  $K > R/N_{\Phi}$  определяется следующим образом:

$$t_i = \begin{cases} D_i T_0, & D_i - \text{четное;} \\ (D_i + 1)T_0, & D_i - \text{нечетное,} \end{cases}$$

где  $N_{\Phi}$  – разрядность ЦН фазы.

Число импульсов в цифровом сигнале  $N_{\text{выб}}$  зависит от кода  $K$  и вычисляется как

$$N_{\text{выб}} = \begin{cases} MN_{\Phi}/2, & t_{ii} > T_0; \\ MR/K, & t_{ii} = T_0. \end{cases}$$

Расчет амплитуд  $A_i$  имеет свои особенности. С учетом квантования по амплитуде расчет  $A_i$  будем производить по формулам [33] в зависимости от формы сигнала.

При синусоидальном сигнале

$$A_i = \text{int}(N_a \sin \varphi_i) / N_a,$$

где  $N_a$  – число уровней квантования по амплитуде;

$$\varphi_i = \begin{cases} \text{int}(iKN_{\Phi}/R) 2\pi/N_{\Phi}, & t_{ii} = T_0; \\ 2\pi i/N_{\Phi}, & t_{ii} > T_0 \end{cases}$$

– текущая фаза колебания.

Для треугольного сигнала характерна прямая пропорциональная зависимость выходного сигнала

$S(t_i)$  от кода  $K_{\varphi i}$  на выходе накопителя. Поэтому расчет амплитуд производится по формуле

$$A_i = \text{int}[\text{sign}(\sin \varphi_i) B_i N_a] / N_a,$$

где  $B_i$  – вспомогательная переменная, соответствующая текущей фазе  $\varphi_i$ :

$$B_i = \begin{cases} R - K_{\varphi i}, & K_{\varphi i} > R/2, \\ K_{\varphi i}, & K_{\varphi i} < R/2. \end{cases}$$

При выборе структурной схемы ЦВС многоуровневых сигналов в первую очередь руководствуются требованиями к уровню побочных спектральных составляющих (ПСС) синтезируемого сигнала [34].

Наличие ПСС в спектре выходного сигнала ЦВС объясняются следующими основными причинами:

- периодичностью работы ЦН, приводящей к возникновению сигнала помехи с периодом  $T_{\Pi}$ ;
- эффектами квантования по фазе, связанными с конечной разрядностью АФ  $N_{\Phi}$ ;
- эффектами квантования по амплитуде, связанными с конечной разрядностью ЦАП  $N_a$ ;
- переходными процессами и выбросами выходного сигнала, возникающими из-за рассогласования отдельных разрядов ЦАП (глитчами).

Для оценки параметров при проектировании многоуровневых ЦВС с сигналом синусоидальной формы обычно пользуются экспериментально полученными графиками зависимости уровней ПСС (рис. 3) от числа разрядов кодов фазы  $N_{\Phi}$  и амплитуды  $N_a$  [1].

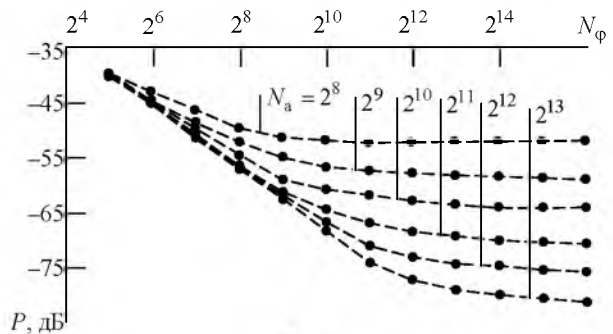


Рис. 3

Представив выходной сигнал  $S_{\text{вых}}(t)$  многоуровневых ЦВС в виде набора импульсов с амплитудами  $A_i$  и разложив каждый импульс в ряд Фурье на периоде работы ЦН  $T_{\Pi} = LT_0$ , определим комплексную амплитуду  $n$ -й гармоники для каждого импульса в виде

$$C_n = \frac{A_i}{\pi n} \sin(\alpha t_{ni}) \exp(-2j\alpha t_{zi}),$$

где  $n = 1, 2, 3, \dots$  – номера спектральных составляющих;  $\alpha = \pi n K L / R$  – вспомогательный коэффициент.

Суммарная комплексная амплитуда ПСС в выходном сигнале ЦВС определяется по формуле

$$C_n = \sum_{i=1}^{N-1} \frac{A_i}{\pi n} \sin(\alpha t_{ni}) \exp(-2j\alpha t_{zi}),$$

где  $N$  – число выборок в сигнале  $S_{\text{вых}}(t)$  на периоде работы ЦН  $T_{\text{п}}$ .

Рассматривая методы построения быстродействующих ЦВС, можно сделать вывод, что разработка структур ЦВС с расширенным диапазоном частот проводится в двух направлениях [2], [3].

Первое основано на поиске новых решений повышения быстродействия основных функциональных узлов ЦВС (ЦН, ФП, блоков управления и т. д.). Работы в данном направлении ведутся как на структурном, так и на схемотехническом уровнях.

Второе – синтез ЦВС с расширенным диапазоном частот умножением частоты или с переносом спектра сигнала, формируемого ЦВС, на более высокую (несущую) частоту  $f_0$ .

Предельно допустимое значение максимальной синтезируемой частоты ЦВС  $f_{c \text{ max}}$  существенно зависит от характеристик используемых в них ЦН. Известно [1], что ЦН, оперирующие с двоичным кодом, обладают более высоким быстродействием, чем ЦН, работающие на основе десятичной системы счисления [3], [35].

Однозначное соответствие выходной синтезируемой частоты  $f_c$  коду установки частоты  $K_f$ , необходимое при использовании синтезаторов частот в гетеродинах радиоприемных и возбуждателях радиопередающих устройств с частотами опорных генераторов: 5; 10; 50; 100 МГц, достигается либо введением в схему ЦВС корректора кода, либо за счет изменения емкости ЦН.

В работах [1]–[3] рассмотрена структура четырехканального синтезатора (рис. 4), состоящего из четырех генераторов кодов синусоидальных колебаний, функции которых могут выполнять либо цифровые накопители ЦН1...ЦН4, либо "классические" ЦВС отсчетов. Приращения фазы  $\Delta\varphi$  предварительно сдвигаются для получения приращений  $4\Delta\varphi$ , которые поступают на входы четырех параллельно работающих генераторов кодов.

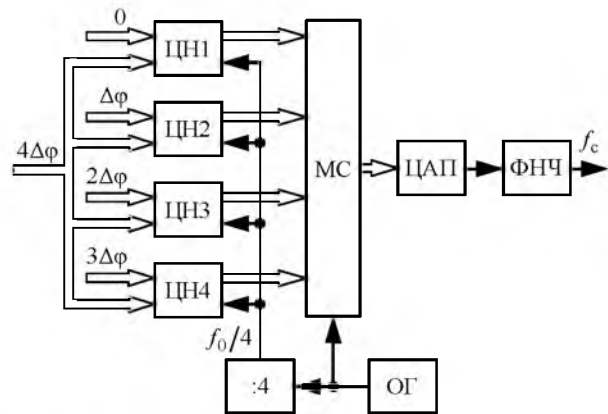


Рис. 4

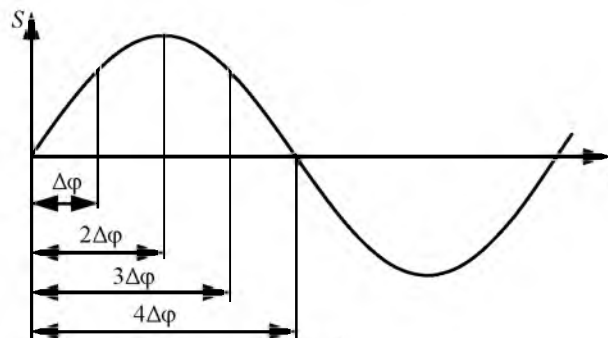


Рис. 5

На выходах генераторов кодов одновременно формируются четыре фазовые точки, которые на определенную величину опережают полное синусное значение формируемого выходного сигнала.

Сформированные генераторами коды коммутируются в общий поток, в результате чего образуется последовательность  $K_{\Sigma}$  кодов значений синтезируемой функции, например  $\sin x$ . Эта последовательность поступает на ЦАП, на выходе которого формируется синусоидальный сигнал требуемой частоты и фазы (рис. 5). Данная структура получила название "ЦВС с коммутацией фазовых отсчетов" (КФО) [2]. В  $N$ -канальном ЦВС с параллельным вычислением отсчетов фазы синтезируемого колебания выходная частота может быть увеличена в  $N$  раз по сравнению с выходной частотой "классического" ЦВС за счет повышения частоты синхронизации устройства без увеличения тактовой частоты ЦН. При этом шаг сетки частот сохраняется.

**Цифровые синтезаторы сложных сигналов.** На базе ЦВС многоуровневых сигналов можно строить целый класс устройств, способных формировать сложные сигналы. К таким сигналам относятся амплитудно-, частотно- и фазомодулированные сигналы, в частности ЛЧМ-сигналы [2]–[14].

Отдельная разновидность сложных сигналов – квадратурные сигналы используются в устройствах радиосвязи повышенной помехозащищен-

ности; многочастотные сигналы – в системах повышенной скрытности и защищенности передаваемой информации [2], [3].

Цифровая амплитудная модуляция в ЦВС может быть достигнута тремя способами:

– с использованием в тракте вычисления выборки цифрового умножителя, на вход которого поступают выборки  $A(nT)$  с заданным законом модуляции  $A(t)$ ;

– с помощью умножающего ЦАП, на вход опорного напряжения которого подается сигнал, пропорциональный  $A(t)$ ;

– с применением на выходе ЦВС усилителя с управляемым коэффициентом передачи.

Получение колебаний с фазовой манипуляцией осуществляется включением между ЦН и ФП сумматора, на второй вход которого поступает код сдвига фазы. Значение фазового сдвига зависит от числа, добавляемого к выходному коду ФН [2], [15].

При изменении кода модулирующего сигнала по закону "меандра" формируется фазоманипулированное колебание. В этом сигнале осуществляется поворот фазы на  $180^\circ$ .

В системах с когерентной квадратурной модуляцией сигналов применяются два ФП, обеспечивающих фазовый сдвиг  $90^\circ$ . ЦВС МС позволяет формировать квадратурные сигналы, при этом используются общий АФ, сумматор фазового сдвига и два канала, содержащих ПЗУ, ЦАП и ФНЧ (рис. 6).

Число дополнительных каналов может быть произвольным, тогда на выходах ЦВС будем иметь семейство гармонических сигналов с произвольным сдвигом фаз относительно друг друга – многофазный сигнал [36].

Таким образом, обобщая представленный в настоящей статье материал, можно сделать вывод,

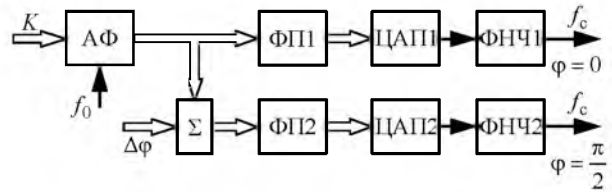


Рис. 6

что цифровые вычислительные синтезаторы наиболее перспективны, так как обладают следующими преимуществами перед другими видами синтезаторов:

- малым шагом сетки частот;
- экстремально быстрым временем переключения с одной частоты на другую при непрерывности фазы формируемых колебаний;
- способностью формирования сложных сигналов;
- высокой линейностью закона изменения частоты при формировании ЧМ-сигналов;
- низким уровнем фазовых шумов.

Повышение быстродействия ЦВС может быть достигнуто технологически при помощи повышения быстродействия отдельных узлов: ЦН, ФП, ЦАП или применением функциональных преобразователей мгновенного действия на основе преобразователей кодов.

В  $N$ -канальном ЦВС с параллельным вычислением отсчетов фазы синтезируемого колебания выходная частота может быть увеличена в  $N$  раз по сравнению с выходной частотой "классического" ЦВС за счет повышения частоты синхронизации устройства.

Спектр выходного сигнала ЦВС можно улучшить применением сумматора, включаемого между цифровым накопителем фазы и функциональным преобразователем, при этом на второй вход сумматора подключают генератор псевдослучайного шума.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Формирование прецизионных частот и сигналов: учеб. пособие / Н. П. Ямпурин, В. В. Болонев, Е. В. Сафронов, Е. Б. Жалнин. Н. Новгород: Изд-во ННГТУ, 2003. 187 с.
2. Рябов И. В. Цифровой синтез прецизионных сигналов / Марийск. гос. техн. ун-т. Йошкар-Ола, 2005. 152 с.
3. Методы и средства цифрового синтеза прецизионных сигналов для аппаратуры дистанционного зондирования ионосферы: дис. ... д-ра техн. наук / КГТУ (КАИ). Казань, 2006. 291 с.
4. Рябов И. В. Цифровые синтезаторы частотно-модулированных сигналов // Приборы и техника эксперимента, 2001. № 2. С. 62–69.
5. Рябов И. В. Цифровой синтезатор с V-образным законом изменения частоты // Приборы и техника эксперимента. 2006. № 3. С. 88–90.
6. Рябов И. В. Метод прямого цифрового синтеза прецизионных сигналов // Радиотехника, 2006. № 9. С. 14–17.
7. Рябов И. В., Юрьев П. М., Толмачев С. В. Методы повышения быстродействия цифровых вычислительных синтезаторов // Радиотехника. 2013. № 9. С. 46–52.
8. Рябов И. В., Юрьев П. М. Системы синтеза частот и сигналов как основные узлы современных радиоэлектронных средств // Вестн. Марийск. гос. техн. ун-та. 2009. № 2. С. 11–15.



9. Рябов И. В., Юрьев П. М. Рекурсивный синтезатор частот для формирования сигналов с линейной частотной модуляцией // *Фундаментальные исследования*. 2012. № 9. Ч. 3. С. 685–689.
10. Рябов И. В., Толмачев С. В., Чернов Д. А. Цифровой вычислительный синтезатор сложных широкополосных сигналов // *Приборы и техника эксперимента*. 2014. № 2. С. 88–91.
11. Tierney J., Rader C., Gold B. A Digital Frequency Synthesizer // *IEEE Trans. on Audio Electroacoustic*. 1971. Vol. AE-19, № 1. P. 48–57.
12. A Technical Tutorial on Digital Signal Synthesis. Analog Devices, Inc. 1999 URL: <http://www.analog.com/media/en/training-seminars/design-handbooks/DDS-tutorial.pdf> (дата обращения 18.06.2016).
13. Langlois J. M. P., Al-Khalili D. Phase to Sinusoid Amplitude Conversion Techniques for Direct Digital Frequency Synthesis // *IEE Proc. Circuits Devices Syst.* 2004. Vol. 151, № 6. P. 519–528.
14. Макаренко В. Синтезаторы частоты прямого цифрового синтеза // *Электронные компоненты и системы*. 2004. № 1. С. 3–7.
15. Макаренко В. Синтезаторы частоты прямого цифрового синтеза // *Электронные компоненты и системы*. 2004. № 2. С. 13–18.
16. Murphy E., Slattery C. Direct Digital Synthesis (DDS) Controls Waveforms in Test, Measurement, and Communications // *Analog dialogue*. 2005. Vol. 39, № 3. P. 12–15.
17. Мерфи Е. Все о синтезаторах DDS / пер. А. Влащенко // *Компоненты и технологии*. 2005. № 45. С. 28–32.
18. Ридико Л. DDS: прямой цифровой синтез частоты // *Компоненты и технологии*. 2001. № 17. С. 50–56.
19. Стариков О. Прямой цифровой синтез частоты и его применение // *Chip News*. 2002. Т. 33, № 3. P. 56–64.
20. Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Радио и связь, 1986. 512 с.
21. Баскаков С. И. Радиотехнические цепи и сигналы: учебник для вузов. М.: Высш. шк., 2000. 462 с.
22. Кочемасов В. Н., Белов Л. А., Оконешиников В. С. Формирование сигналов с линейной частотной модуляцией. М.: Сов. радио, 1983. 192 с.
23. Кук Ч., Бернфельд М. Радиолокационные сигналы. М.: Сов. радио, 1971. 568 с.
24. Иванов Д. В., Иванов В. А., Чернов А. А. Теоретические основы метода прямого цифрового синтеза радиосигналов для цифровых систем связи // *Вестн. Поволж. гос. технол. ун-та. Сер. Радиотехнические и инфокоммуникационные системы*. 2012. № 2. С. 3–34.
25. Vankka J., Halonen K. A. I. Direct Digital Synthesizers: Theory, Design and Applications. Heidelberg: Springer, 2001. 216 p.
26. Fogarty J. D. Digital Synthesizers Produce Wide Frequency Range from Single Source // *Computer Design*. 1975. 102 p.
27. Cordesses L. Direct Digital Synthesis: A Tool for Periodic Wave Generation. Pt. 1 // *IEEE Signal Processing Magazine, DSP Tips & Tricks* column. 2004. Vol. 21, № 4. P. 50–54.
28. Kroupa V. F. Direct Digital Frequency Synthesizers. New Jersey: Wiley, 1998. 396 p.
29. Chenakin A. Frequency Synthesizers: From Concept to Product. Norwood: Artech House, 2010. 305 p.
30. O'Leary P., Maloberti F. A direct-digital synthesizer with improved spectral performance // *IEEE Trans. on Commun.* 1991. Vol. COM-39, № 7. P. 1046–1048.
31. Зильберберг Я. Е., Теаро В. И., Ямпурин Н. П. Прямой цифровой синтез частот: учеб. пособие / Омск. политехн. ин-т. Омск, 1991. 76 с.
32. Маклеллан Д., Рейдер У. Применение теории чисел в цифровой обработке сигналов. М.: Радио и связь, 1983. 264 с.
33. Формирование радиоэлектроники. Радиоэлектроника в ее историческом развитии. М.: Наука, 1988. 380 с.
34. Пат. RU 2058659 С1 МПК6 H03B19/00. Цифровой синтезатор частот / И. В. Рябов, П. А. Фищенко. Оpubл. 20.04.1996. Бюл. № 11.
35. Пат. RU 2346381 С1 (2006.01) H03B19/00. Цифровой синтезатор частот с коммутацией фазовых отсчетов / И. В. Рябов, А. Н. Дедов. Оpubл. 10.02.2009. Бюл. № 4.
36. Пат. RU 2490789 С1 (2006.01) H03L7/18. Цифровой синтезатор фазомодулированных сигналов / И. В. Рябов, А. Н. Дедов, С. В. Толмачев. Оpubл. 20.08.2013. Бюл. № 23.

E. S. Klyuzhev, I. V. Ryabov, I. V. Strelnikov, P. M. Yuriev  
*Volga State University of Technology*

### Theory and Modeling of Direct Digital Synthesizers

*The article considers the problems of the design of direct digital synthesizers, based on the method of the direct digital frequency and signal synthesis, the calculation of phase changes in DDS. Block and functional electrical diagrams of a direct digital synthesizer are presented. Basic formulas for the calculation of spurious spectral components levels in DDS, while forming complex signals, are given. Structures of DDS with the switching of phase samples and DDS with quadrature outputs are presented.*

Direct digital frequency and signal synthesis, digital synthesizers, amplitude noise level, phase noise, digital storage, digital-to-analog converter, functional generator  $x\text{-sin}(x)$ , low-pass filter, multilevel signals, level of spurious spectral components, FM signal

Статья поступила в редакцию 9 декабря 2015 г.