

ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА И МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

PHYSICAL CHARACTERISTICS AND THEIR STUDY

Известия высших учебных заведений. Материалы электронной техники. 2014. Т. 17, № 4. С. 290–296.
ISSN 1609–3577. DOI: 10.17073/1609-3577-2014-4-290-296

УДК 539.3:537.633.9

ПИРОЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ЭФФЕКТЫ КОМПОЗИТА ФЕРРИТ/ТИТАНАТ БАРИЯ

© 2014 г. А. А. Паньков

Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Комсомольский просп., д. 29, Пермь, 614600, Россия

Получены новые решения для тензоров эффективных пироэлектроманнитных свойств пьезоактивных композитов на основе решения связанной краевой задачи электромагнитоупругости. При решении краевой задачи использованы новые решения для сингулярных составляющих вторых производных функций Грина для перемещений электрических и магнитных потенциалов в однородной трансверсально–изотропной пироэлектроманнитной среде с эллипсоидальным зерном неоднородности. Представлены результаты расчета концентрационных зависимостей эффективных коэффициентов пиро– и электромагнитной связанности композита феррит/титанат бария с эллипсоидальными сферическими волокнистыми включениями для различных полидисперсных структур и композита со слоистой структурой. Выявлено значительное влияние формы включений, особенностей взаимного расположения и инверсии свойств фаз на эффективные коэффициенты пиромагнитной и электромагнитной связанности композита. Сделан вывод о предпочтительном использовании пироэлектрика в качестве сферических включений в феррит–матрице композита. Что позволяет более чем в пять раз увеличить эффективную константу пиромагнитной связанности композита в сравнении с ее значением для той же структуры, но с инверсией свойств фаз при фиксированных значениях объемного содержания ферритовой и пироэлектрической фаз.

Ключевые слова: пьезокомпозит, краевая задача электромагнитоупругости, эффективные пироэлектрические свойства.

Введение

Датчики для преобразования неэлектрических величин в электрические позволяют использовать электроизмерительные приборы для измерения самых разных физических величин. Для связи магнитного и электрического полей применяют магнитоэлектрики, при помещении которых в магнитное поле в них возникает электрическое поле. Величина индукции электрического поля пропорциональна значению напряженности магнитного поля. Магнитоэлектрический эффект можно наблюдать у ряда веществ в антиферромагнитном состоянии. Он обусловлен специфической симметрией расположения магнитных моментов в кристаллической решетке вещества. Для связи интенсивности теплового инфракрасного излучения с электрическим полем используют материалы с пироэлектрическим эффектом — появлением электрических зарядов на поверхности некоторых кристаллов при их нагревании или охлаждении. Появление зарядов на поверхности пироэлектрика связано с измене-

нием существующей в нем поляризации при изменении температуры кристалла.

Магнитоэлектрический и пиромагнитный эффекты возникают у пьезокомпозитов, содержащих пироэлектрические и пьезомагнитные фазы. Если такой композит поместить в магнитное поле, то будет деформироваться пьезомагнитная фаза, а вместе с ней и пироэлектрическая фаза и весь композит в целом. В силу деформации пироэлектрической фазы в композите возникнет электрическое поле. И на макроуровне композита вектор индукции электрического поля будет связан с вектором напряженности магнитного поля тензором эффективных магнитоэлектрических констант. В случае нагрева композита будут совместно деформироваться все его фазы. При этом в пироэлектрической фазе возникает электрическое поле, обусловленное пьезо– и пироэффектом фазы, а в пьезомагнитной фазе — магнитное поле. В результате у композита при нагреве возникнет как электрическое, так и магнитное поле, величина и ориентация которых

Паньков Андрей Анатольевич — доктор физ.–мат. наук, профессор, e-mail: mkmk_pr@pstu.ru.

будут определяться тензорами эффективных пиромангнитоэлектрических констант.

Разработка новых пирозлектромагнитных пьезоматериалов и создание устройств на их основе — активно развивающееся направление сегнетоэлектрического материаловедения [1—3]. В композиционных материалах такие эффекты, как пиро- и электромагнитная связности, могут по отдельности отсутствовать в каждой из фаз. Их возникновение на макроуровне композита связано с взаимодействием элементов структуры на микроуровне [4, 5].

Ниже рассмотрено решение для эффективных пирозлектромагнитных свойств композита с пьезоактивными фазами, полученное в рамках известного и хорошо апробированного подхода статистической механики композитов [6—8]. В этом подходе с использованы новые решения [9] для сингулярных составляющих вторых производных функций Грина однородной трансверсально-изотропной пьезоэлектромагнитной среды с эллипсоидальным зерном неоднородности.

Микро- и макроуровни

Рассмотрим двухфазные пьезоактивные среды в представительной области \mathbf{V} , определяющие соотношения для фаз $f = 1, 2$ [5, 7, 8]:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= C_{ijmn}^{(f)} \varepsilon_{mn} - e_{nij}^{(f)} \widehat{E}_n - h_{nij}^{(f)} \widehat{H}_n - \beta_{ij}^{(f)} \Theta; \\ \widehat{\mathbf{D}}_i &= e_{imn}^{(f)} \varepsilon_{mn} + \lambda_{in}^{(f)} \widehat{E}_n + \pi_i^{(f)} \Theta; \\ \widehat{\mathbf{B}}_i &= h_{imn}^{(f)} \varepsilon_{mn} + \mu_{in}^{(f)} \widehat{H}_n + \vartheta_i^{(f)} \Theta, \end{aligned} \quad (1)$$

где σ — напряжение; $\widehat{\mathbf{D}}$, $\widehat{\mathbf{B}}$ — индукции электрического и магнитного полей соответственно; ε — деформация; $\widehat{\mathbf{E}}$, $\widehat{\mathbf{H}}$ — напряженность электрического и магнитного полей соответственно; Θ — температура однородного внешнего нагрева; C_f , e_f , h_f — считающиеся известными для каждой фазы f тензоры упругих, пьезоэлектрических и пьезомагнитных свойств соответственно; λ_f , μ_f — диэлектрическая и магнитная проницаемости; β_f — температурный коэффициент; π_f , ϑ_f — пирозлектрические постоянные. Выполняются условия идеального контакта на межфазных поверхностях: непрерывность векторов перемещений, напряжений, индукций электрического и магнитного полей. Тензоры C^* , ..., ϑ^* эффективных свойств входят в определяющие соотношения на макроуровне композита:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}^* &= C_{ijmn}^* \varepsilon_{mn}^* - e_{nij}^* \widehat{E}_n^* - h_{nij}^* \widehat{H}_n^* - \beta_{ij}^* \Theta; \\ \widehat{D}_i^* &= e_{imn}^* \varepsilon_{mn}^* + \lambda_{in}^* \widehat{E}_n^* + \pi_i^* \Theta; \\ \widehat{B}_i^* &= h_{imn}^* \varepsilon_{mn}^* + \mu_{in}^* \widehat{H}_n^* + \vartheta_i^* \Theta, \end{aligned} \quad (2)$$

и связывают осредненные или макроскопические значения напряжений $\sigma^* = \langle \sigma \rangle$, деформаций $\varepsilon^* = \langle \varepsilon \rangle$,

индукций $\widehat{\mathbf{D}}^* = \langle \widehat{\mathbf{D}} \rangle$ и $\widehat{\mathbf{B}}^* = \langle \widehat{\mathbf{B}} \rangle$, напряженностей $\widehat{\mathbf{E}}^* = \langle \widehat{\mathbf{E}} \rangle$ и $\widehat{\mathbf{H}}^* = \langle \widehat{\mathbf{H}} \rangle$ электрического и магнитного полей соответственно (где $\langle \dots \rangle$ — оператор осреднения по области \mathbf{V} структурных полей).

Обобщенное сингулярное приближение

Решение для тензоров эффективных упругих свойств \mathbf{C}^* , диэлектрической λ^* и магнитной μ^* проницаемостей, пьезомеханических свойств \mathbf{e}^* и \mathbf{h}^* , коэффициентов электромагнитной связи χ^* , κ^* и температурных напряжений β^* , вектора эффективных пирозлектрических π^* и пиромангнитных ϑ^* постоянных в определяющих соотношениях (2) на макроуровне композита в обобщенном сингулярном приближении [6, 8] получим через поправки к соответствующим осредненным по области \mathbf{V} значениям: $\langle \mathbf{C} \rangle$, ..., $\langle \pi \rangle$:

$$\begin{aligned} C_{ijmn}^* &= \langle C_{ijmn} \rangle + v_1(1-v_1) \left(\bar{C}_{ijdb} \bar{A}_{dbmn}^s - \bar{e}_{pij} \bar{F}_{pmn}^{(1)s} - \bar{h}_{pij} \bar{F}_{pmn}^{(2)s} \right); \\ \lambda_{kn}^* &= \langle \lambda_{kn} \rangle + v_1(1-v_1) \left(\bar{\lambda}_{kcp} \bar{H}_{pn}^{(1)s} + \bar{e}_{kpq} \bar{B}_{pqn}^s \right); \\ \mu_{kn}^* &= \langle \mu_{kn} \rangle + v_1(1-v_1) \left(\bar{\mu}_{kcp} \bar{M}_{pn}^{(2)s} + \bar{h}_{kpq} \bar{D}_{pqn}^s \right); \\ e_{nij}^* &= \langle e_{nij} \rangle + v_1(1-v_1) \left(\bar{e}_{pij} \bar{H}_{pn}^{(1)s} + \bar{h}_{pij} \bar{H}_{pn}^{(2)s} - \bar{C}_{ijpq} \bar{B}_{pqn}^s \right); \\ h_{nij}^* &= \langle h_{nij} \rangle + v_1(1-v_1) \left(\bar{e}_{pij} \bar{M}_{pn}^{(1)s} + \bar{h}_{pij} \bar{M}_{pn}^{(2)s} - \bar{C}_{ijpq} \bar{D}_{pqn}^s \right); \\ \chi_{kn}^* &= v_1(1-v_1) \left(\bar{\lambda}_{kcp} \bar{M}_{pn}^{(1)s} + \bar{e}_{kpq} \bar{D}_{pqn}^s \right); \\ \kappa_{kn}^* &= v_1(1-v_1) \left(\bar{\mu}_{kcp} \bar{H}_{pn}^{(2)s} + \bar{h}_{kpq} \bar{B}_{pqn}^s \right); \\ \beta_{ij}^* &= \langle \beta_{ij} \rangle + v_1(1-v_1) \left(-\bar{C}_{ijdb} \bar{T}_{db}^s + \bar{e}_{pij} \bar{T}_p^{(1)s} + \bar{h}_{pij} \bar{T}_p^{(2)s} \right); \\ \pi_i^* &= \langle \pi_i \rangle + v_1(1-v_1) \left(\bar{\lambda}_{ip} \bar{T}_p^{(1)s} + \bar{e}_{ipq} \bar{T}_{pq}^s \right); \\ \vartheta_i^* &= \langle \vartheta_i \rangle + v_1(1-v_1) \left(\bar{\mu}_{ip} \bar{T}_p^{(2)s} + \bar{h}_{ipq} \bar{T}_{pq}^s \right), \end{aligned} \quad (3)$$

где $\bar{\mathbf{C}} = \mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_2$, $\bar{\mathbf{e}} = \mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \dots$, $\bar{\boldsymbol{\mu}} = \boldsymbol{\mu}_1 - \boldsymbol{\mu}_2$ — тензоры разностей; v_1 — относительное объемное содержание первой фазы в \mathbf{V} (например, $\langle \mathbf{C} \rangle = v_1 \mathbf{C}_1 + v_2 \mathbf{C}_2$, где $v_2 = 1 - v_1$). Формулы (3) сводят задачу определения тензоров эффективных пирозлектромагнитоупругих свойств \mathbf{C}^* , λ^* , ..., ϑ^* пьезокомпозита к нахождению тензоров разностей

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{A}}^s &= \langle \mathbf{A} \rangle_1 - \langle \mathbf{A} \rangle_2, \quad \bar{\mathbf{B}}^s = \langle \mathbf{B} \rangle_1 - \langle \mathbf{B} \rangle_2, \dots, \\ \bar{\mathbf{T}}^{(2)s} &= \langle \mathbf{T}^{(2)} \rangle_1 - \langle \mathbf{T}^{(2)} \rangle_2, \end{aligned}$$

осредненных по включениям $\langle \dots \rangle_1$ и матрице $\langle \dots \rangle_2$ композита значений тензорных полей $\mathbf{A}(\mathbf{r})$, $\mathbf{B}(\mathbf{r})$, ..., $\mathbf{T}^{(2)}(\mathbf{r})$, входящих в разложения

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ij}(\mathbf{r}) &= A_{ijmn}(\mathbf{r}) \varepsilon_{mn}^* + B_{ijn}(\mathbf{r}) \widehat{E}_n^* + D_{ijn}(\mathbf{r}) \widehat{H}_n^* + T_{ij}(\mathbf{r}) \Theta; \\ \widehat{E}_i(\mathbf{r}) &= F_{imn}^{(1)}(\mathbf{r}) \varepsilon_{mn}^* + H_{in}^{(1)}(\mathbf{r}) \widehat{E}_n^* + M_{in}^{(1)}(\mathbf{r}) \widehat{H}_n^* + T_i^{(1)}(\mathbf{r}) \Theta; \end{aligned}$$

$$\hat{H}_i(\mathbf{r}) = F_{imn}^{(2)}(\mathbf{r})\varepsilon_{mn}^* + H_{in}^{(2)}(\mathbf{r})\hat{E}_n^* + M_{in}^{(2)}(\mathbf{r})\hat{H}_n^* + T_i^{(2)}(\mathbf{r})\Theta$$

микроуровневых полей деформаций $\varepsilon(\mathbf{r})$ и напряженностей электрического $\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r})$ и магнитного $\hat{\mathbf{H}}(\mathbf{r})$ полей в области \mathbf{V} композита через заданные на макроуровне композита значения ε^* , $\hat{\mathbf{E}}^*$, $\hat{\mathbf{H}}^*$, Θ . Компоненты тензоров $\hat{\mathbf{A}}^s$, $\hat{\mathbf{B}}^s$, $\hat{\mathbf{D}}^s$, $\hat{\mathbf{F}}^s$, $\hat{\mathbf{H}}^s$, $\hat{\mathbf{M}}^s$, $\hat{\mathbf{T}}^{(2)s}$ в формулах (3) находим из решения систем алгебраических уравнений [9]:

$$\begin{cases} a_{ikdb}^{(1,1)}\bar{A}_{dbmn}^s + a_{ikd}^{(1,2)}\bar{F}_{dmn}^{(1)s} + a_{ikd}^{(1,3)}\bar{F}_{dmn}^{(2)s} = b_{ikmn}^{(1)}; \\ a_{ikdb}^{(2,1)}\bar{A}_{dbmn}^s + a_{ikd}^{(2,2)}\bar{F}_{dmn}^{(1)s} + a_{ikd}^{(2,3)}\bar{F}_{dmn}^{(2)s} = b_{ikmn}^{(2)}; \\ a_{ikdb}^{(3,1)}\bar{A}_{dbmn}^s + a_{ikd}^{(3,2)}\bar{F}_{dmn}^{(1)s} + a_{ikd}^{(3,3)}\bar{F}_{dmn}^{(2)s} = b_{ikmn}^{(3)}; \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} a_{ikdb}^{(1,1)}\bar{B}_{dbn}^s + a_{ikd}^{(1,2)}\bar{H}_{dn}^{(1)s} + a_{ikd}^{(1,3)}\bar{H}_{dn}^{(2)s} = c_{ikn}^{(1)}; \\ a_{ikdb}^{(2,1)}\bar{B}_{dbn}^s + a_{ikd}^{(2,2)}\bar{H}_{dn}^{(1)s} + a_{ikd}^{(2,3)}\bar{H}_{dn}^{(2)s} = c_{ikn}^{(2)}; \\ a_{ikdb}^{(3,1)}\bar{B}_{dbn}^s + a_{ikd}^{(3,2)}\bar{H}_{dn}^{(1)s} + a_{ikd}^{(3,3)}\bar{H}_{dn}^{(2)s} = c_{ikn}^{(3)}; \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} a_{ikdb}^{(1,1)}\bar{D}_{dbn}^s + a_{ikd}^{(1,2)}\bar{M}_{dn}^{(1)s} + a_{ikd}^{(1,3)}\bar{M}_{dn}^{(2)s} = d_{ikn}^{(1)}; \\ a_{ikdb}^{(2,1)}\bar{D}_{dbn}^s + a_{ikd}^{(2,2)}\bar{M}_{dn}^{(1)s} + a_{ikd}^{(2,3)}\bar{M}_{dn}^{(2)s} = d_{ikn}^{(2)}; \\ a_{ikdb}^{(3,1)}\bar{D}_{dbn}^s + a_{ikd}^{(3,2)}\bar{M}_{dn}^{(1)s} + a_{ikd}^{(3,3)}\bar{M}_{dn}^{(2)s} = d_{ikn}^{(3)}; \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} a_{ikdb}^{(1,1)}\bar{T}_{db}^s + a_{ikd}^{(1,2)}\bar{T}_d^{(1)s} + a_{ikd}^{(1,3)}\bar{T}_d^{(2)s} = f_{ik}^{(1)}; \\ a_{ikdb}^{(2,1)}\bar{T}_{db}^s + a_{ikd}^{(2,2)}\bar{T}_d^{(1)s} + a_{ikd}^{(2,3)}\bar{T}_d^{(2)s} = f_{ik}^{(2)}; \\ a_{ikdb}^{(3,1)}\bar{T}_{db}^s + a_{ikd}^{(3,2)}\bar{T}_d^{(1)s} + a_{ikd}^{(3,3)}\bar{T}_d^{(2)s} = f_{ik}^{(3)}; \end{cases} \quad (7)$$

где коэффициенты $\mathbf{a}^{(1,1)}$, $\mathbf{a}^{(1,2)}$, ..., $\mathbf{a}^{(3,3)}$ рассчитываем как

$$\begin{aligned} a_{ikdb}^{(1,1)} &= I_{ikdb} - U_{(ik)js}^s \left[\tilde{C}_{jsdb} + (1-2\nu_1)\bar{C}_{jsdb} \right] - \\ &- U_{(ik)s}^{(1)s} \left[\tilde{e}_{sdb} + (1-2\nu_1)\bar{e}_{sdb} \right] - U_{(ik)s}^{(2)s} \left[\tilde{h}_{sdb} + (1-2\nu_1)\bar{h}_{sdb} \right]; \\ a_{ikd}^{(1,2)} &= U_{(ik)js}^s \left[\tilde{e}_{djs} + (1-2\nu_1)\bar{e}_{djs} \right] - U_{(ik)s}^{(1)s} \left[\tilde{\lambda}_{sd} + (1-2\nu_1)\bar{\lambda}_{sd} \right]; \\ a_{ikd}^{(1,3)} &= U_{(ik)js}^s \left[\tilde{h}_{djs} + (1-2\nu_1)\bar{h}_{djs} \right] - U_{(ik)s}^{(2)s} \left[\tilde{\mu}_{sd} + (1-2\nu_1)\bar{\mu}_{sd} \right]; \\ a_{ikdb}^{(2,1)} &= -\Phi_{kjs}^s \left[\tilde{C}_{jsdb} + (1-2\nu_1)\bar{C}_{jsdb} \right] - \\ &- \Phi_{ks}^{(1)s} \left[\tilde{e}_{sdb} + (1-2\nu_1)\bar{e}_{sdb} \right] - \Phi_{ks}^{(2)s} \left[\tilde{h}_{sdb} + (1-2\nu_1)\bar{h}_{sdb} \right]; \\ a_{ikd}^{(2,2)} &= -\delta_{kd} + \Phi_{kjs}^s \left[\tilde{e}_{djs} + (1-2\nu_1)\bar{e}_{djs} \right] - \\ &- \Phi_{ks}^{(1)s} \left[\tilde{\lambda}_{sd} + (1-2\nu_1)\bar{\lambda}_{sd} \right]; \\ a_{ikd}^{(2,3)} &= \Phi_{kjs}^s \left[\tilde{h}_{djs} + (1-2\nu_1)\bar{h}_{djs} \right] - \Phi_{ks}^{(2)s} \left[\tilde{\mu}_{sd} + (1-2\nu_1)\bar{\mu}_{sd} \right]; \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} a_{kdb}^{(3,1)} &= -\Psi_{kjs}^s \left[\tilde{C}_{jsdb} + (1-2\nu_1)\bar{C}_{jsdb} \right] - \\ &- \Psi_{ks}^{(1)s} \left[\tilde{e}_{sdb} + (1-2\nu_1)\bar{e}_{sdb} \right] - \Psi_{ks}^{(2)s} \left[\tilde{h}_{sdb} + (1-2\nu_1)\bar{h}_{sdb} \right]; \\ a_{kcd}^{(3,2)} &= \Psi_{kjs}^s \left[\tilde{e}_{djs} + (1-2\nu_1)\bar{e}_{djs} \right] - \Psi_{ks}^{(1)s} \left[\tilde{\lambda}_{sd} + (1-2\nu_1)\bar{\lambda}_{sd} \right]; \\ a_{kcd}^{(3,3)} &= -\delta_{kcd} + \Psi_{kjs}^s \left[\tilde{h}_{djs} + (1-2\nu_1)\bar{h}_{djs} \right] - \\ &- \Psi_{ks}^{(2)s} \left[\tilde{\mu}_{sd} + (1-2\nu_1)\bar{\mu}_{sd} \right]. \end{aligned}$$

Правые части для первой системы уравнений (4) имеют вид

$$\begin{aligned} b_{ikmn}^{(1)} &= U_{(ik)js}^s \bar{C}_{jsmn} + U_{(ik)s}^{(1)s} \bar{e}_{smn} + U_{(ik)s}^{(2)s} \bar{h}_{smn}; \\ b_{kcmn}^{(2)} &= \Phi_{kjs}^s \bar{C}_{jsmn} + \Phi_{ks}^{(1)s} \bar{e}_{smn} + \Phi_{ks}^{(2)s} \bar{h}_{smn}; \\ b_{kcmn}^{(3)} &= \Psi_{kjs}^s \bar{C}_{jsmn} + \Psi_{ks}^{(1)s} \bar{e}_{smn} + \Psi_{ks}^{(2)s} \bar{h}_{smn}; \end{aligned} \quad (9)$$

Для второй и третьей систем (5) и (6) можно записать

$$\begin{aligned} c_{ikcn}^{(1)} &= -U_{(ik)js}^s \bar{e}_{njs} + U_{(ik)s}^{(1)s} \bar{\lambda}_{sn}; \\ c_{kcn}^{(2)} &= -\Phi_{kjs}^s \bar{e}_{njs} + \Phi_{ks}^{(1)s} \bar{\lambda}_{sn}; \\ c_{kcn}^{(3)} &= -\Psi_{kjs}^s \bar{e}_{njs} + \Psi_{ks}^{(1)s} \bar{\lambda}_{sn}; \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} d_{ikcn}^{(1)} &= -U_{(ik)js}^s \bar{h}_{njs} + U_{(ik)s}^{(2)s} \bar{\mu}_{sn}; \\ d_{kcn}^{(2)} &= -\Phi_{kjs}^s \bar{h}_{njs} + \Phi_{ks}^{(2)s} \bar{\mu}_{sn}; \\ d_{kcn}^{(3)} &= -\Psi_{kjs}^s \bar{h}_{njs} + \Psi_{ks}^{(2)s} \bar{\mu}_{sn}; \end{aligned} \quad (11)$$

И наконец для четвертой системы (7):

$$\begin{aligned} f_{ik}^{(1)} &= -U_{(ik)js}^s \bar{\beta}_{js} + U_{(ik)s}^{(1)s} \bar{\pi}_s + U_{(ik)s}^{(2)s} \bar{\vartheta}_s; \\ f_k^{(2)} &= -\Phi_{kjs}^s \bar{\beta}_{js} + \Phi_{ks}^{(1)s} \bar{\pi}_s + \Phi_{ks}^{(2)s} \bar{\vartheta}_s; \\ f_k^{(3)} &= -\Psi_{kjs}^s \bar{\beta}_{js} + \Psi_{ks}^{(1)s} \bar{\pi}_s + \Psi_{ks}^{(2)s} \bar{\vartheta}_s. \end{aligned} \quad (12)$$

В системах уравнений (8)–(12) нижние индексы в круглых скобках (ik) обозначают выделение симметричной составляющей по этой паре индексов [6]. Тензоры разностей можно записать как

$$\tilde{\mathbf{C}} = \langle \mathbf{C} \rangle - \mathbf{C}^*; \quad \tilde{\mathbf{e}} = \langle \mathbf{e} \rangle - \mathbf{e}^*; \quad \dots; \quad \tilde{\boldsymbol{\mu}} = \langle \boldsymbol{\mu} \rangle - \boldsymbol{\mu}^*. \quad (13)$$

В формулы (8)–(12) входят новые решения [9] для тензоров \mathbf{U}^s , $\mathbf{U}^{s(1)}$, ..., $\mathbf{U}^{s(2)}$ сингулярных составляющих вторых производных функций Грина \mathbf{G} однородной анизотропной пьезоэлектромагнитной «среды сравнения» [6], свойства которой заданы через тензоры: \mathbf{C}^* , \mathbf{e}^* , \mathbf{h}^* , $\boldsymbol{\lambda}^*$, $\boldsymbol{\mu}^*$ (см. систему уравнений (13)):

$$\nabla \nabla \mathbf{G}(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{(1)}) \approx \mathbf{G}^s \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{(1)}); \quad (14)$$

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} U_{ik} & U_i^{(1)} & U_i^{(2)} \\ \Phi_k & \Phi^{(1)} & \Phi^{(2)} \\ \Psi_k & \Psi^{(1)} & \Psi^{(2)} \end{pmatrix}; \quad \mathbf{G}^s = \begin{pmatrix} U_{imjn}^s & U_{imn}^{s(1)} & U_{imn}^{s(2)} \\ \Phi_{imn}^s & \Phi_{mn}^{s(1)} & \Phi_{mn}^{s(2)} \\ \Psi_{imn}^s & \Psi_{mn}^{s(1)} & \Psi_{mn}^{s(2)} \end{pmatrix},$$

где, $\mathbf{G} = \mathbf{G}(\mathbf{p})$ — функция Грина; $\delta(\mathbf{p})$ — дельта-функция Дирака; $\mathbf{p} = \mathbf{r} - \mathbf{r}_1$ (в точке \mathbf{r}_1 действует единичная объемная сила или электрический, или магнитный источник); ∇ — оператор дифференцирования по координатам вектора \mathbf{r} . Компоненты U^s , $\Phi^{s(1)}$, ..., $\Psi^{s(2)}$ матрицы \mathbf{G}^s в системах уравнений (8)—(12) и (14) вычисляем по формулам:

$$U_{imjn}^s = [\bar{U}_{ij}]_{mn}; \quad U_{imn}^{s(1)} = [\bar{U}_i^{(1)}]_{mn}; \quad U_{imn}^{s(2)} = [\bar{U}_i^{(2)}]_{mn};$$

$$\Phi_{mjn}^s = [\bar{\Phi}_j]_{mn}; \quad \Phi_{mn}^{s(1)} = [\bar{\Phi}^{(1)}]_{mn}; \quad \Phi_{mn}^{s(2)} = [\bar{\Phi}^{(2)}]_{mn};$$

$$\Psi_{mjn}^s = [\bar{\Psi}_j]_{mn}; \quad \Psi_{mn}^{s(1)} = [\bar{\Psi}^{(1)}]_{mn}; \quad \Psi_{mn}^{s(2)} = [\bar{\Psi}^{(2)}]_{mn}.$$

Здесь оператор

$$[\dots]_{mn} = -\frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \dots \kappa_m \kappa_n \sin \theta d\theta d\varphi$$

действует на компоненты тензоров

$$\bar{U}_{ij} = \left(\Lambda_{ij} + \frac{h_i^{(1)} h_j^{(1)}}{\lambda^{(1)}} + \frac{h_i^{(2)} h_j^{(2)}}{\lambda^{(2)}} \right)^{-1}; \quad \bar{U}_i^{(1)} = \bar{U}_{ij} \frac{h_j^{(1)}}{\lambda^{(1)}};$$

$$\bar{U}_i^{(2)} = \bar{U}_{ij} \frac{h_j^{(2)}}{\lambda^{(2)}};$$

$$\bar{\Phi}_j = \frac{h_j^{(1)}}{\lambda^{(1)}} \bar{U}_{ij}; \quad \bar{\Psi}_j = \frac{h_j^{(2)}}{\lambda^{(2)}} \bar{U}_{ij};$$

$$\bar{\Phi}^{(1)} = \left(h_i^{(1)} \bar{U}_i^{(1)} - 1 \right) \frac{1}{\lambda^{(1)}}; \quad \bar{\Psi}^{(1)} = h_i^{(2)} \bar{U}_i^{(1)} \frac{1}{\lambda^{(2)}};$$

$$\bar{\Phi}^{(2)} = h_i^{(1)} \bar{U}_i^{(2)} \frac{1}{\lambda^{(1)}}; \quad \bar{\Psi}^{(2)} = \left(h_i^{(2)} \bar{U}_i^{(2)} - 1 \right) \frac{1}{\lambda^{(2)}},$$

где

$$\Lambda_{ij} = C_{imjn}^* \kappa_m \kappa_n;$$

$$h_i^{(1)} = e_{min}^* \kappa_m \kappa_n; \quad h_i^{(2)} = h_{min}^* \kappa_m \kappa_n;$$

$$\lambda^{(1)} = \lambda_{mn}^* \kappa_m \kappa_n; \quad \lambda^{(2)} = \mu_{mn}^* \kappa_m \kappa_n;$$

$$\kappa_1 = \frac{1}{a_1} \sin \theta \cos \varphi; \quad \kappa_2 = \frac{1}{a_2} \sin \theta \sin \varphi; \quad \kappa_3 = \frac{1}{a_3} \cos \theta;$$

φ, θ — полярные углы в сферической системе координат [9]. Поверхность эллипсоидального «зерна неоднородности» [6] задана равенством

$$\sum_{i=1}^3 \left(\frac{x_i}{a_i} \right)^2 = 1 \quad (16)$$

через значения главных полуосей a_i в системе уравнений (9) и $x_i = r_{(1)i} - r_i$ — координаты вектора \mathbf{x} .

Отметим, что решения систем уравнений (3)—(16), полученные в обобщенном сингулярном приближении, соответствуют структурам «статистическая смесь», у которых отсутствует корреляция физико-механических свойств в произвольных различных точках микронеоднородной среды, но учитывается форма включений через форму зерна неоднородности (см. выражение (16)). Статистические смеси можно представить на основе предельно полидисперсных структур [10]. Например, на рис. 1 приведены фрагменты в поперечной плоскости $r_1 r_2$ для различных случаев однонаправленных вдоль r_3 волокнистых полидисперсных двухфазных структур. Распределение частиц (поперечных сечений однофазных (см. рис. 1, б) и двухфазных (см. рис. 1, а и в) волокон) по размерам достаточно широко, включая и бесконечно малые. Это обуславливает возможность заполнения частицами всей области \mathbf{V} композита, не допуская корреляции размеров и типов (см. рис. 1, б) для различных частиц структуры.

Численный расчет

Проведем расчет эффективных коэффициентов пиромангнитной ϑ_3^* и электромагнитной κ_{33}^* связанности композита феррит/титанат бария с ориентированными эллипсоидальными включениями, главные полуоси a_i которых ориентированы вдоль соответствующих осей r_3 (см. равенство (16)). Пусть первая

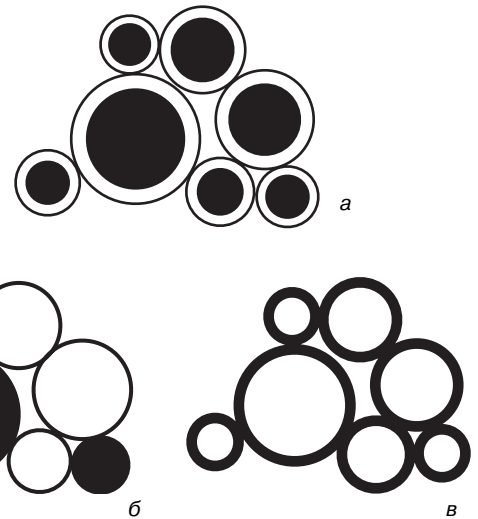


Рис. 1. Фрагменты полидисперсных двух- (а, в) и однофазных (б) структур:
 ● — первая фаза; ○ — вторая фаза
 Fig. 1. Fragments of Polydisperse (a, c) Two and (b) Single Phase Structures:
 (●) First Phase; (○) Second Phase

**Параметры расчета эффективных коэффициентов пиро- и электромагнитной
связанности композита феррит/титанат баррия**

[Calculation Parameters of Effective Coefficients of Pyromagnetic and Electromagnetic Coherence
for Ferrite/Barium Titanate Composite]

Фаза	Параметры		
	упругих свойств	магнитных свойств	электроупругих свойств
Феррит	$C_{1111}^{(1)} = 22 \cdot 10^{10}$ Па, $C_{1313}^{(1)} = 5,5 \cdot 10^{10}$ Па	$h_{311}^{(1)} = h_{322}^{(1)} = -400$ Тл, $h_{333}^{(1)} = 800$ Тл, $h_{113}^{(1)} = h_{223}^{(1)} = 200$ Тл, $h_{123}^{(1)} = -h_{213}^{(1)} = 100$ Тл, $\mu_{11}^{(1)} = \mu_{22}^{(1)} = 3,14 \cdot 10^{-5}$ Тл·м/А, $\mu_{33}^{(1)} = 2,51 \cdot 10^{-5}$ Тл·м/А	—
Титанат баррия	$C_{1111}^{(2)} = 16,80 \cdot 10^{10}$ Па, $C_{1122}^{(2)} = 7,82 \cdot 10^{10}$ Па, $C_{1133}^{(2)} = 7,10 \cdot 10^{10}$ Па, $C_{3333}^{(2)} = 18,90 \cdot 10^{10}$ Па, $C_{1313}^{(2)} = 5,46 \cdot 10^{10}$ Па	—	$e_{113}^{(2)} = 11,6$ Кл/м ² , $e_{311}^{(2)} = -4,40$ Кл/м ² , $e_{333}^{(2)} = 18,6$ Кл/м ² , $\lambda_{11}^{(2)} = 112 \cdot 10^{-10}$ Ф/м, $\lambda_{33}^{(2)} = 126 \cdot 10^{-10}$ Ф/м, $\beta_{11}^{(2)} = 2,18 \cdot 10^6$ Па/К, $\beta_{33}^{(2)} = 1,95 \cdot 10^6$ Па/К, $\pi_3^{(2)} = 19 \cdot 10^{-5}$ Кл/Км ²

фаза — это феррит [1], изотропные упругие свойства которого заданы через независимые компоненты C . Трансверсально-изотропные магнитные свойства с осью симметрии r_3 заданы через пьезомодули h и магнитные проницаемости μ (таблица).

Вторая фаза — это титанат бария [5] с независимыми постоянными трансверсально-изотропных электроупругих свойств C , e , λ , β , π (см. таблицу).

На рис. 2 представлены результаты расчета концентрационных зависимостей для эффективных коэффициентов пиромагнитной ϑ_3^* (рис. 2, а и в) и электромагнитной κ_{33}^* (рис. 2, б и г) связанности композита феррит/титанат бария с включениями различной формы для различных полидисперсных структур:

- с ферритовыми волокнами в пироэлектрике (см. рис. 1, а и рис. 2, кривые 5, 6, 10);
- с пироэлектрическими волокнами в феррите (см. рис. 1, в и рис. 2, кривые 1, 2, 8);
- с взаимопроникающими фазами (см. рис. 1, б и рис. 2, кривые 3, 4, 9).

Отметим, что решение системы (3) для эффективных констант ϑ_3^* и κ_{33}^* (см. рис. 2, а и б, кривые 7) при переходе к пределу $q \rightarrow 0$ для зерна неоднородности (16) «слои» в точности совпало с аналитическими решениями, полученными в работе [11] для констант ϑ_3^* и κ_{33}^* слоистого композита (с учетом осевой симметрии зерна $a_1 = a_2$ и обозначения $q = a_{1(2)}/a_3$). При переходе к пределу $q \rightarrow \infty$ для зерна неоднородности «волокно» решение системы (3) для эффективной константы κ_{33}^* (см. рис. 2, г, кривая 8) в точности совпало с аналитическим решением асимптотического метода осреднения для идеальной периодической волокнистой структуры, полученным в работе [12]

$$\kappa_{33}^* = \frac{v_1(1-v_1)\bar{e}_{311}\bar{h}_{311}}{k_{12}^{(1)} - v_1\bar{k}_{12} + G_{12}^{(2)}},$$

где $\bar{e}_{311} = e_{311}^{(1)} - e_{311}^{(2)}$; $\bar{h}_{311} = h_{311}^{(1)} - h_{311}^{(2)}$; $\bar{k}_{12} = k_{12}^{(1)} - k_{12}^{(2)}$; $k_{12} = (C_{1111} + C_{1122})/2$ — модуль объемной плоской деформации; $G_{12} = (C_{1111} + C_{1122})/2$ — модуль сдвига в плоскости изотропии r_1r_2 .

Результаты расчета, представленные на рис. 2 для различных полидисперсных структур (см. рис. 1), получены в обобщенном сингулярном приближении (3)—(16) соответственно, для трех различных случаев выбора свойств среды сравнения в системах (13), (15):

- для структуры, приведенной на рис. 1, а, свойства среды приравнены к свойствам второй фазы (пироэлектрик) $\mathbf{C}^* = \mathbf{C}_2$, $\mathbf{e}^* = \mathbf{e}_2$, $\mathbf{h}^* = \mathbf{h}^{(2)}$, $\boldsymbol{\lambda}^* = \boldsymbol{\lambda}_2$, $\boldsymbol{\mu}^* = \boldsymbol{\mu}_2$;
- для структуры, представленной на рис. 1, в — свойствам первой фазы (феррит) $\mathbf{C}^* = \mathbf{C}_1$, $\mathbf{e}^* = \mathbf{e}_1$, $\mathbf{h}^* = \mathbf{h}_1$, $\boldsymbol{\lambda}^* = \boldsymbol{\lambda}_1$, $\boldsymbol{\mu}^* = \boldsymbol{\mu}_1$;
- для структуры на рис. 1, б — осредненным по области \mathbf{V} композита значениям $\mathbf{C}^* = \langle \mathbf{C} \rangle$, $\mathbf{e}^* = \langle \mathbf{e} \rangle$, $\mathbf{h}^* = \langle \mathbf{h} \rangle$, $\boldsymbol{\lambda}^* = \langle \boldsymbol{\lambda} \rangle$, $\boldsymbol{\mu}^* = \langle \boldsymbol{\mu} \rangle$.

Результаты расчета, приведенные на рис. 2, позволяют сделать вывод, что геометрическая форма включений, инверсия свойств включений и матрицы пироэлектромагнитного композита может приводить к значительному увеличению абсолютных значений эффективных коэффициентов пироэлектромагнитной связанности ϑ_3^* и κ_{33}^* композита при фиксированных значениях объемного содержания ферритовой v_1 и пироэлектрической v_2 фаз. В частности, при равных объемных долях ($v_1 = v_2 = 0,5$) феррита и пироэлектрика абсолютные значения пиромагнитной константы ϑ_3^* (см. рис. 2, кривая 2) композита с пироэлектрическими сферическими включениями в ферритовой матрице более чем в пять раз превышает ϑ_3^* (см. рис. 2, кривая 6) для композита с ферритовыми сферическими включениями в пироэлектрической матрице, т. е. пироэлектрик предпочтительнее использовать в качестве включений композита.

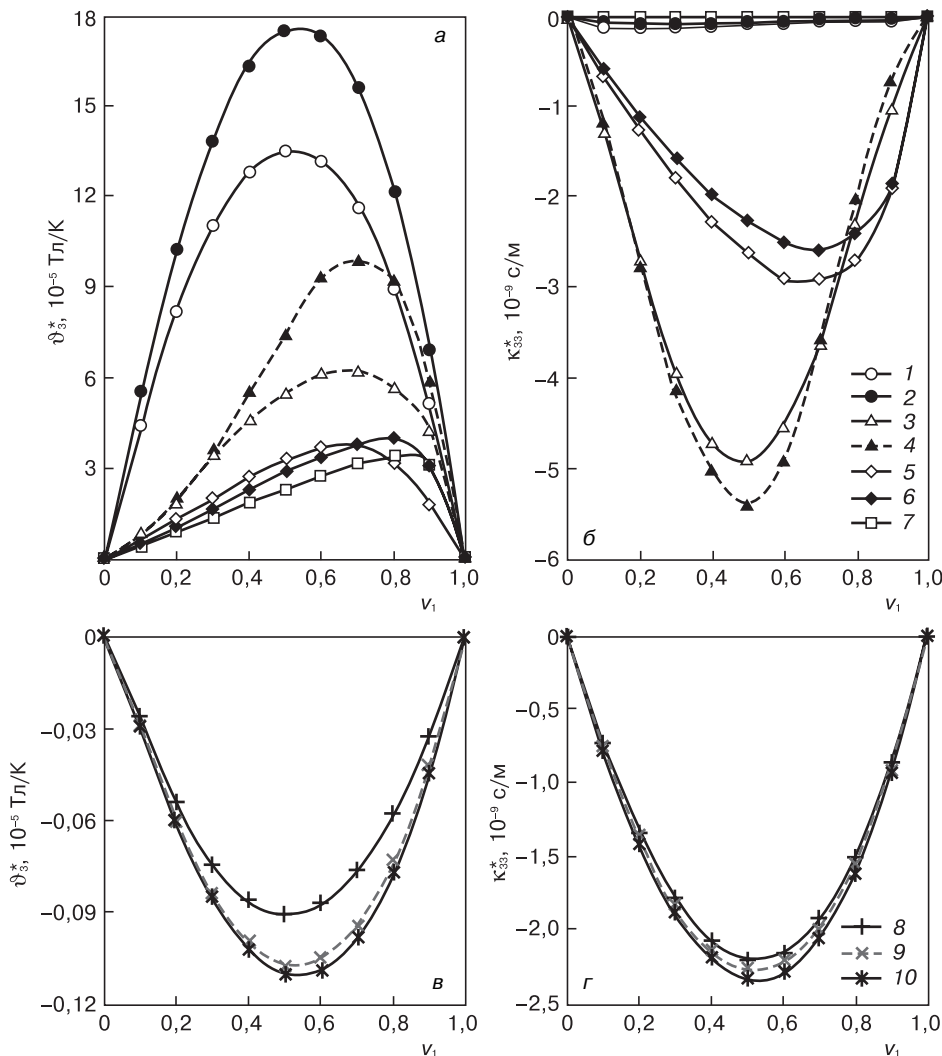


Рис. 2. Эффективные коэффициенты пиромангнитной ϑ_3^* (а, в) и электромагнитной κ_{33}^* (б, г) связанности композита феррит/титанат бария для различных полидисперсных структур:

Fig. 2. Effective Coefficients of (a, c) Pyromagnetic ϑ_3^* and (b, d) Electromagnetic κ_{33}^* Coherence for Ferrite/Barium Titanate Composite with Different Polydisperse Structures: (1, 3, 5) Ellipsoid Inclusions, (2, 4, 6) Spherical Inclusions, (7) Layers, (8–10) Fibers

Заключение

Получены новые решения для тензоров эффективных пирозлектромагнитных свойств пьезоактивных композитов на основе решения связанной краевой задачи электромагнитоупругости в обобщенном сингулярном приближении статистической механики композитов. При решении краевой задачи использованы новые решения для сингулярных составляющих вторых производных функций Грина для перемещений электрических и магнитных потенциалов в однородной трансверсально-изотропной пьезоэлектромагнитной среде с эллипсоидальным зерном неоднородности.

Представлены результаты расчета концентрационных зависимостей эффективных коэффициентов пиромангнитной ϑ_3^* и электромагнитной κ_{33}^* связанности композита феррит/титанат бария с эллип-

соидальными, сферическими, волокнистыми включениями для различных полидисперсных структур и композита со слоистой структурой. Показано, что эффекты появления пиромангнитной и электромагнитной связанности на макроуровне композита обусловлены взаимодействием пьезоактивных элементов структуры на микроуровне, и по отдельности эти эффекты отсутствуют в каждой из фаз. Выявлено значительное влияние формы включений, особенностей взаимного расположения и инверсии свойств фаз на эффективные коэффициенты пиромангнитной и электромагнитной связанности композита феррит/титанат бария. Сделан вывод о предпочтительном использовании пирозлектрока в качестве сферических включений, а феррита в качестве матрицы композита. Это позволяет до пяти и более раз увеличить эффективную константу пиромангнитной связанности ϑ_3^* композита в сравнении с ее значением для той же структуры, но с инверсией свойств фаз при фиксированных значениях объемных содержаний ферритовой и пирозлектрока фаз.

Библиографический список

1. **Коротких, Н. И.** Пирозлектрокаческие свойства полиэтиленоксида / Н. И. Коротких, Н. Н. Матвеев, А. С. Сидоркин // *Физика твердого тела*. – 2009. – Т. 51, № 6. – С. 1215–1217.
2. **Смирнова, Е. П.** Пирозлектрокаческий эффект в твердых растворах на основе магнитообата свинца / Е. П. Смирнова, С. Е. Александров, К. А. Сотников, А. А. Капралов, А. В. Сотников // *Физика твердого тела*. – 2003. – Т. 45, № 7. – С. 1245–1249.
3. **Ярмаркин, В. К.** Пирозлектрокаческие свойства кристаллов некоторых соединений на основе белковых аминокислот / В. К. Ярмаркин, С. Г. Шульман, Г. А. Панкова, В. В. Леманов // *Физика твердого тела*. – 2005. – Т. 47, № 11. – С. 2047–2049.
4. **Керимов, М. К.** Пирозлектрокаческий эффект в композитах, кристаллизованных в условиях действия плазмы электрического разряда / М. К. Керимов, М. А. Курбанов, Ф. Г. Агаев, С. Н. Мусаева, Э. А. Керимов // *Физика твердого тела*. – 2005. – Т. 47, № 4. – С. 686–690.
5. **Каралонас, Р. И.** Эффективные термопьезоэлектрокаческие свойства слоистых композитов / Р. И. Каралонас // *Механика композит. материалов*. – 1990. – № 5. – С. 823–830.
6. **Шермергор, Т. Д.** Теория упругости микронеоднородных сред / Т. Д. Шермергор – М.: Наука, 1976. – 399 с.
7. **Хорошун, Л. П.** Прогнозирование эффективных свойств пьезоактивных композитных материалов / Л. П. Хорошун, Б. П. Маслов, П. В. Лещенко – Киев: Наукова думка, 1989. – 208 с.

8. **Паньков, А. А.** Статистическая механика пьезокомпози- тов / А. А. Паньков – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2009. – 480 с.

9. **Паньков, А. А.** Коэффициенты электромагнитной связи композита с пьезоактивными фазами / А. А. Паньков // Физиче- ская мезомеханика. – 2011. – Т. 14, № 2. – С. 93–99.

10. **Кристенсен, Р.** Введение в механику композитов / Р. Кри- стенсен – М.: Мир, 1982. – 334 с.

11. **Паньков, А. А.** Влияние искривления слоев на коэффи- циенты электромагнитной связи пьезокомпози- та / А. А. Паньков // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2012. – Т. 18, № 2. – С. 155–168.

12. **Гетман, И. П.** О магнитоэлектрическом эффекте в пье- зокомпози- тах / И. П. Гетман // ДАН СССР. – 1991. – Т. 317, № 2. – С. 341–343.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 14–01–96004 р_урал_а.

Статья поступила в редакцию 27 июня 2013 г.

ISSN 1609–3577 Izvestiya vuzov. Materialy elektronnoi tekhniki = Materials of Electronic Technics. 2014, vol. 17, no. 4, pp. 290–296.

Pyro- and Electromagnetic Effects in Ferrite/Barium Titanate Composite

Andrey Anatol'evich Pan'kov — Dr. Sci. (Phis.–Math.), Prof. (mkmk_pr@pstu.ru).

Perm National Research Polytechnic University
29 Komsomolsky prospekt, Perm 614990, Russia

Abstract. New solutions for tensors of effective pyroelectro-magnetic properties of piezoactive composites on the basis of the solution of the boundary value problem of electro-magnetic elasticity have been obtained. For the solution of the boundary value problem, new solutions for singular components of the second derivative functions of Green for displacements, electric and magnetic potentials in homogeneous transversal isotropic piezo electro-magnetic medium with ellipsoidal grain of heterogeneity have been used. Calculation results of the con- centration dependences for effective coefficients of pyromagnetic and electromagnetic coherence of ferrite/barium titanate composite with ellipsoidal, spherical, fibrous inclusions for various polydisperse struc- tures and of composite with layered structure have been presented. Considerable influence of the shape of inclusions, features of relative positioning and inversion of properties of phases on the effective coefficients of pyromagnetic and electromagnetic coherence of the composite material have been revealed. The conclusion is drawn on the preferable use of the pyroelectric phase as spherical inclusions, and ferrite as the composite matrix. This allows for more than a five-fold increase in the effective constant of pyromagnetic coherence of the composite material in comparison with its value for the same structure but with inversion of properties of phases for constant volume fractions of the ferrite and pyroelectric phases.

Keywords: piezocomposite, boundary value problem of electro- magnetic elasticity, effective pyroelectric properties.

References

1. Korotkih, N. I., Matveev N. N., Sidorkin A. S. Pyroelectric properties of polyethylene oxide. *Fizika tverdogo tela = Physics of the Solid State*. 2009, vol. 51, no. 6, pp. 1215–1217. (In Russ.)
2. Smirnova E. P., Aleksandrov S. E., Sotnikov K. A., Kapralov A. A., Sotnikov A. V. Pyroelectric effect in solid solutions on the basis of a magnoniobat of lead. *Fizika tverdogo tela = Physics of the Solid State*. 2003, vol. 45, no. 7, pp. 1245–1249. (In Russ.)
3. Jarmarkin V. K., Shul'man S. G., Pankova G. A., Lemanov V. V. Pyroelectric properties of crystals of some connections

on the basis of proteinaceous amino acids. *Fizika tverdogo tela = Physics of the Solid State*. 2005, vol. 47, no. 11, pp. 2047–2049. (In Russ.)

4. Kerimov M. K., Kurbanov M. A., Agaev F. G., Musaeva S. N., Kerimov Je. A. Pyroelectric effect in the composites crystallized in the conditions of effect of plasma of an electric discharge. *Fizika tverdogo tela = Physics of the Solid State*. 2005, vol. 47, no. 4, pp. 686–690. (In Russ.)

5. Karaljunas R. I. Effective thermopiezoelectric properties of layered composites. *Mekhanika kompozitnykh materialov = Mechanics of Composite Materials*. 1990, no. 5, pp. 823–830. (In Russ.)

6. Shepmeqop T. D. Теорія упругості мікронеоднорідних спед [Theory of elasticity of micro non-uniform medium]. Moscow: Nauka, 1976. 399 p. (In Russ.)

7. Horoshun L. P., Maslov B. P., Leshhenko P. V. Prognozirovanie jeffektivnykh svojstv p'ezoaktivnykh kompozitnykh materialov [Prediction of effective properties piezoactive composite materials]. Kiev: Naukova dumka, 1989. 208 p. (In Russ.)

8. Pan'kov A. A. Statisticheskaja mehanika p'ezokompozitov [Statistical mechanics of piezo composites]. Perm': Izdatel'stvo Permskogo gosudarstvennogo tehničeskogo universiteta, 2009. 480 p. (In Russ.)

9. Pan'kov, A. A. Coefficients of electromagnetic communica- tion of a composite with piezo active phases. *Fizicheskaya mezome- khanika = Physical Mesomechanics*. 2011, vol. 14, no. 2, pp. 93–99. (In Russ.)

10. Kristensen R. Vvedenie v mehaniku kompozitov [In- troduction to mechanics of composites]. Moscow: Mir, 1982. 334 p. (In Russ.)

11. Pan'kov A. A. Influence of a curvature of layers on coef- ficients of electromagnetic communication of piezo composite. *Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstruktivnykh materialov = Composite Mechanics And Design*. 2012, vol. 18, no. 2, pp. 155–168. (In Russ.)

12. Getman I. P. About magnetoelectric effect in the pi- ezo composites. *Doklady akademii nauk SSSR*. 1991, vol. 317, no. 2, pp. 341–343. (In Russ.)

Acknowledgements. This work was financially supported by Russian Fundamental Research Fund Grant No. 14–01–96004 r_ural_a.

Received June 27, 2013