

教養科目「数学」でのアクティブラーニング

酒見 康 廣

Active Learning in Mathematics for Liberal Arts

Yasuhiro Sakemi

(2017年11月22日受理)

1. まえがき

本学科（中村学園大学短期大学部キャリア開発学科）はビジネス系と家政系を融合した文系の学科で、入学者の約9割が推薦入試合格者で占め、出身高等学校も普通科だけでなく商業高等学校など様々である。高校ではあまり数学の勉強をしていなかったという学生も多く、数学に対してはどちらかといえば苦手意識を持つ者が大半である。数学には確かに抽象化して現実感から離れることによる難解さがどうしても付きまってくる。しかし、抽象化することで物事の本質をより捉えやすくなるという、物事の捉え方を学ぶための大きな役割が数学にはある。「数学」の授業を担当して、学ばせようと意図する教える側の思いと、学んだ側の学んだことへの認識や理解度にはかなりのズレがあることはわかってはいたものの、学生のアンケートや理解度レポートなどから改めてそのズレを思い知らされることになった。数学に初めから興味を持っている一部の学生だけを対象とした授業でよければ、教える側のみペースで授業を進めればそれでよいのかもしれない。しかし、数学への一般的な認識を持つ学生相手に、もっとどうにかしたいと思うのが「数学」を担当する者の悩みである。その悩みを少しでも解消するための手段として、アクティブラーニングを導入することが有効ではないかと思うに至った。本稿では「数学」の授業で今まで実践してみたアクティブラーニングの事例紹介と課題等について報告する。

2. 本学科での数学教育

本学科では、前身の家政経済科、さらにその前の家政科を通して「数学」を一般教養科目として開講してきた。一時、本学科には数学教育は不要ではないかという

学内からの意見もあったが、途中で閉講されることはなかった。そこには、数学教育による数学的な抽象的発想や数量的概念の醸成が、ものごとの発想や考えの論理的な展開の上で、また課題解決の一つの手段としても必要不可欠な基本的な素養であるという、「数学」の担当教員間のしっかりとした捉え方があった。

本学科はほとんどが女子学生でしかも文系学科である。本学科での数学教育では、理系におけるような数学教育は通用せず、工業系のような専門科目理解のための基礎科目という位置付けでも決してない。一方で、学生にとっては就職試験の際の一般常識問題として数学が出題されるという現実的な事象が存在している。しかしながら、数学の担当者として筆者は数学本来の面白さや本質に触れさせたいとの思いが強く、「数学」を就職試験問題対策のためだけの科目にはしたくはなかった。したがって、本学科での「数学」の内容としては就職試験問題対策を一部に取り入れながらも、数学教育への自らの思いを実現すべく、いろいろと工夫を重ねてきた。本学科で開講してきた「数学」は、カリキュラムの再編により平成28年度でいったん終了することになり、平成29年度から「数学」は本学短期大学部3学科の共同開講科目としてスタートした。ここでは、本学科での授業において実施してきた就職試験対策を外したものの、アクティブラーニングは継続して取り入れている。

3. 本学科での就職試験対策

本学科では、学科として就職試験対策に取り組んでおり、1年次の早めの時期に一般常識問題集^[1]を学生全員に購入させている。その中の国語、数学、英語の部分を対象とした就職試験対策に、複数の科目の中で対応している。1年次前学期の「大学基礎演習」、1年次後

別刷請求先：酒見康廣，中村学園大学短期大学部キャリア開発学科，〒814-0198 福岡市城南区別府5-7-1

E-mail : sakemi@nakamura-u.ac.jp

[1] 年度ごとに本学科で適切であるとした問題集を採用している。成美堂出版編集部編著「最新最強の一般常識クリア問題集」（各年度版）を使用することが多い。

学期の「キャリア形成演習Ⅰ」、2年次前学期の「キャリア形成演習Ⅱ」（いずれも必修科目）では、それぞれで実施回数は異なるものの、事前に示していた問題集の出題範囲から5分間程度の小テストを授業の最初に実施している。数学の場合の小テストは、出題範囲から数値のみを変えた問題形式で出題している。内容をよく理解できない学生がいれば、本学のラーニングサポートセンター（英語・国語・数学・化学などの基礎学力の向上を支援する、中村学園大学も含めた全学的施設）に行くようにも指導している。また、2年次の初めには、問題集全体を範囲とした「就職模擬試験」を本学科全体で実施している。

「数学」（1年次後学期）では、授業初めに問題集の指定した範囲から小テストを毎回実施し、試験終了後にその内容を解説し、次週予定の範囲の内容のポイントも解説した。正解を出せなかった学生には、試験範囲の問題全問を自分の納得のできるような書き方で解答するレポートを課した。

4. 本学科のSKYプログラム

本学科では独自のSKYプログラム（就職基礎能力養成プログラム）を実施している。その中の一部が「数学」とも関係しているため、ここで本学科のSKYプログラムについて触れておく。

平成21年度に、当時の厚生労働省による若年者就職基礎能力支援事業（YESプログラム）の実施校としての認定を受けるための申請書類を提出した。ところが時の政権交代により、YESプログラム自体が事業廃止とされたため、申請書類はそのまま返却されてしまった。宙に浮いてしまった申請計画を何らかの形で生かしたいという思いから、平成22年度から本学科独自にSKYプログラムとして実施することにした。SKYプログラムの内容はほぼYESプログラムに準じており、次の7つの領域からなる。

- ①読み書きの基礎力
- ②社会人常識基礎力
- ③計算の基礎力
- ④コミュニケーション力
- ⑤職業人意識力
- ⑥ビジネスマナー力

⑦検定資格の所有

この①～⑦をすべて合格した学生には、本学短期大学部長名で合格証を発行し、卒業前の本人からの申請により「特殊演習」の1単位として認定する。なお、①は「ビジネス実務文書」、②は「時事教養」、③は「数学」または「データ活用演習」それぞれの単位を修得することで合格としている。④はeラーニング「自信がつくコミュニケーション」^[2]、⑤はeラーニング「職業人意識」^[3]、⑥はeラーニング「自信がつくビジネスマナー」^[4]それぞれの学習が100%の進捗率で、しかもその後のそれぞれの理解度テスト^[5] 80%以上の得点で合格としている。⑦は日商PC検定（文書作成）3級以上、日商PC検定（データ活用）3級以上、MOS（Access, Excel, PowerPoint, Wordのいずれか1種類）、日商簿記検定3級以上、全経簿記検定3級以上、TOEIC 450点以上、実用英語技能検定準2級以上、その他これらと同等以上と認められる資格を取得した場合（ただし、高等学校時に取得したものでもよい）に合格としている。

5. 「数学」の授業とアクティブラーニングの導入

平成21年度までは、本学科の「数学」を担当する以外に、本大学（併設の中村学園大学）の合同教養科目「数学」を担当することも多かった。当時の「数学」の授業形態は従来からの講義形式で、板書しながら内容を解説するというものであった。内容としては数学上でのトピック的な内容を毎回テーマとして取り上げ、それについて数学的なポイントや本質がわかるように解説した。工夫した点は、どんな内容を取り上げれば学生が興味を持ってくれるか、どのように説明すれば学生が理解してくれるかであり、教える内容や教える方法に毎年度少しずつではあるが改善を加えていった。一部の学生は、毎回の授業が楽しみである、数学の面白さに触れることができたというような反応を示してくれた。よかれと思った授業方法であったが、それが担当者側の独りよがりなもので、大方の学生にとっては必ずしも適切な方法ではなかったことが、学生による授業アンケートなどから思い知らされることになった。授業中は、学生はひたすらノートを取るという一方向的なものであった。ノート取りが大変であったという学生からの授業アン

^[2] 「自信がつくコミュニケーション」は市販のeラーニングコンテンツ。

^[3] 「職業人意識」は市販のeラーニングコンテンツ。

^[4] 「自信がつくビジネスマナー」は市販のeラーニングコンテンツ。[1]～[3]はいずれも富士通エフ・オー・エム製品。

^[5] eラーニングコンテンツによる学修の理解度を測るためのコンピュータシステムによるテスト。本学科独自のキャリア情報管理システム（N-cats）の中のドリル機能を用いて動作する。問題は本学科で独自に作成した。約50問ほどの中からランダムに30問が出題される。3つのeラーニングそれぞれに対して、理解度テストを作成している。

ケートの記述も見られた。

平成22年度からは授業内容をテキストとしてあらかじめ簡易製本版の冊子で配布することにした。学生のノート取りの手間を省かせることで、時間的余裕を持たせるようにした。授業で説明しながら、学生に考えさせる時間を持たせることが今までよりもできるようになった。それでも、数学の本質に触れさせ、その面白さを感覚的に感じさせるには、このような従来からの方法だけではもはや限度であることを試験結果や学生の授業アンケートなどから痛感させられた。この状況を打破するための手段としてアクティブラーニングを導入することに思い至った。

まず思いついたのは、就職試験 SPI 対策も兼ねた小テストで、平成23年度から実施した。小テスト自体は従来からもよく用いられている方法であるが、山地(2014)によれば知識の定着・確認型のアクティブラーニングになる。本学科では学生全員に就職支援のための一般常識問題集(先にも記したものを)を購入させているため、「数学」でこの問題集を利用した小テストを取り入れることはやりやすかった。出題範囲は、その問題集のあらかじめ指定していた数学部分からで、授業初めの5～10分間程度の時間を割いて毎回小テストを実施した。実施後、問題の解答と説き方の簡単な解説を行った。このころの「数学」のシラバスでのテーマ及び到達目標は表1の通りである。

平成25年度は、小テスト問題の解説を詳しく行うようにした。また、小テストの結果で不正解だった学生に対しては前年度のように正解であったかどうかの評価だけで済ますのではなく、やり直しレポートを提出させるようにした。やり直しレポートは、小テストが不正解であった者だけでなく欠席した学生にも課すもので、問題

集出題範囲の問題(5～6問)をレポート用紙に書き写させ、その正解を自分自身に納得のいく表現で解答を書き直させるものである。しかし、小テストの実施も学生にとってはどうしても受動的、強制的なやられ感があることに気付かされた。さらなる学生の能動的主体的なアクティブラーニングの必要性を感じた。

平成26年度からは、グループ活動によるアクティブラーニングを思い切って取り入れることにした。北川(2012)が「日本史」の授業でラジオ番組制作や、グループでの映画(PCビデオ)制作を取り入れていることからヒントを得て、本授業では模擬テレビ番組出演プレゼンテーションをすることにした。山地(2014)による、知識の表現型あるいは知識の活用・創造型に分類されるアクティブラーニングである。学生の自宅での学修時間は少なく、国立教育政策研究所(2016)によると、社会科学系の学生の8割が家庭での週当たりの合計学修時間が1時間以下という調査結果が出ている。一方で、テレビの視聴時間はかなりあり、NHK放送文化研究所(2016)によると、10代の女性の平日でのテレビ視聴時間は1時間38分となっている。いずれにしても家庭での学修時間よりもテレビの視聴時間の方が長く、テレビ番組を観ることには小さなころより継続している。芸能界情報にもかなり精通しており、テレビ番組の構成や展開の方法も自然と頭に入っているものと思われた。そうした学生の持っている知識を授業に生かすことができると思った。模擬テレビ番組出演プレゼンテーションの内容は、4名のチームで興味を持った数学題材をテーマとした模擬テレビ番組をチームで制作し、模擬テレビ番組出演プレゼンテーションを行うものである。授業回数の後半部分で実施した。4名が交代で数学の内容を単に説明するような通常のプレゼンテーションは不

表1 平成24年度「数学」シラバスの一部分

<p>テーマ：</p> <p>数学は数字と記号だらけであるとか、計算のみをするとか、とてもむづかしいなどと一般には思われている。しかし、数学の本質そのものはそんなにむづかしいものではなく、柔軟性があり、面白く、また生き物のようなところがある。答が1つとは限らなかつたり、答がなかつたりもする。数学的な考え方あるいは数学的な本質部分は人が生きていくうえで密接な関わりがあり、無意識のうちに自分の中に数学的な発想をけっこう取り入れたりしている。また、自分の判断や行動にまで影響を及ぼしたりしている。そうした自分の無意識の中に潜む数学的な発想に気づくだけでも、数学に対して認識を新たにしたり、今までとは違った親しみを感じたりすることができる。</p> <p>ともかく、本来の数学は今まで思っているようなものではなく、面白いものであることに気づいて欲しい。数学の本質部分に少しでも感性によって触れて欲しい。そして、数学的な考え方を取り入れて、物事に対する発想をより豊かにして欲しい。それがこの授業で学生に望むことであり、この授業のねらいでもある。</p> <p>到達目標：</p> <ul style="list-style-type: none"> ・数学が計算的なものだけではないことを理解できる。 ・数学の持つ面白さがわかる。 ・今までの数学に対する固定観念を大きく打ち破ることができる。 ・無意識のうちに潜む数学的な発想法に気づく。 ・数学的な本質を、理屈ではなく感覚的なものである程度捉えることができる。 ・数学的な発想がある程度できるようになる。

可とし、4名それぞれが異なる役目を演じることとした。たとえば、1人が司会者役で進行を務め、2人のタレント役に芸能界や最近の世の中の情勢などについての雑談を振り、互いのやり取りの中で、頃合いを見て司会者が数学の話題に移る。その話題について司会者がタレント役に問いかけ、タイミングよく教授役を登場させてその内容を説明する。それでもタレント役は理解できないということではいろいろな突っ込みを入れて、教授役に別の角度からさらに詳しい説明をさせるなど、番組の形式や展開方法は自分たちで自由に創作するものとした。まったく架空の番組を創作してもよく、既存のクイズ番組やトークショー番組を真似たものでもよいとした。番組を見ている者（プレゼンテーションの視聴者としての他の学生）が番組の面白さについて見入っているうちに数学的な内容もすんなり理解できてしまうような番組がよい番組であるとした。

平成27年度は、授業回数の後半部での模擬テレビ番組の出演プレゼンテーションに加えて、さらに反転授業も取り入れてみた。たとえば次の授業のテーマが「有理数を小数で表すと、有限小数または循環小数になる。それはなぜか」という場合、それについて解説したプリントを前の授業時に配布してその理解度を次の授業時に小レポートさせることを伝え、事前学修をさせる。次の授業では、授業初めの問題集からの小テスト実施後に事前学習内容について、どの部分が理解できたか、どの部分が理解できないかを各自に用紙に書かせる。その後、グループに分かれて、グループ内で互いに理解状況を話し合い、理解できている人は理解できていない人に教える。そして、グループごとに依然として理解していない部分を発表させる。その状況を見て詳しい内容を解説する講義を行う。このような展開による反転授業方式を取り入れてみた。しかし、反転授業での事前学修を、ほとんどの学生が行ってこなかったため、意図するような授業展開ができず、数回試みたあと反転授業は取りやめて、以前の授業形態に戻ってしまった。また、時間の都合がつけば、学生の理解度を確認するために、授業の終わり近くで本日の授業で理解した内容を他人に教えるつもりで、その内容を理解度レポートとして書かせるということも行った。また、授業最初の小テストでは、小テストの実施後、小テストの解答の解説をさらに詳しく行い、小学生が考えるような算数で解けばこうなる、中学生が解くような数学で解くとこうなるなど、同じ問題でも異なる解答方法を示すようにした。また、次回小テスト範囲の要点についての解説をすることにした。また、冊子版のテキスト配布により、ノート取りをあまりしなくてもよくなったことで、中には授業内容の理解がかって進まなくなってしまう学生がいることを感じ、

平成27年度からの冊子版テキストには、最小限の記述内容にして、学生自身が書き込むための空欄の枠線や空きスペースを増やした。

平成28年度は、模擬テレビ番組出演プレゼンテーションは取りやめた。模擬テレビ番組出演プレゼンテーションはそれなりの効果があったが、効果が一部の学生やチームに偏ること、間違った内容にならないことを事前にチェックする作業が結構大変であること、学生にとっては事前の準備不足になりがちなのが理由である。その代わりに、次のようなアクティブラーニングに切り替えた。その日のテーマの講義のあと、学生を3人ずつのグループで、テーマ内容について一人が他の二人に自分の言葉でわかりやすく説明をするという方法にした。テーマの内容を理解したというだけではなく、他人にその内容を教えられるようになるということとは大きな差があるからである。説明の途中で他の二人は何か不明な部分やおかしな部分があれば即質問を入れることとした。時間を決めていて、時間が来れば説明者をグループ内で交代した。次に説明する人は、前の人の説明よりさらにわかりやすくすることとした。グループでの互いの説明が終わったら、クラス全体で数名に指名して、全体に説明をさせ、おかしな部分があれば途中でこちらから質問したり、矛盾点などをあとで解説したりした。相手を説得するための、矛盾点のない論理的な説明をする訓練でもある。授業の最後の方で、その内容を再度振り返りシートとして全員に書かせて提出させた。平成28年度の「数学」のシラバスの一部分は表2の通りである。

平成29年度は小テストはなくした。「数学」が短期大学の共同開講科目になったため、就職試験問題集を持っていない他学科に対しては、就職試験対策がやりにくいことと、他学科学生には就職試験対策はそれほど重要な事項ではないのではないかと判断したためである。あとは平成28年度と同様な形式のアクティブラーニングを行っている。模擬テレビ番組創作と出演プレゼンテーションは3学科の学生が混ざること制作作業がさらに困難になることが予想され、取り入れてはいない。

6. 今までの結果への考察と今後の課題

平成21年度までは従来からの講義形式であったが、それでもそれなりの工夫を重ねたため、ある程度の効果はあったといえる。講義形式での限界は何となく感じてはいたものの、それを大きく変えようとするような発想は出てこなかった。

平成22年度から授業テキストとしての簡易製本版の冊子を配布した。これは、学生にとっては板書のノート

表2 平成28年度「数学」シラバスの一部分

<p>テーマ (ねらい) この科目は本学科教育課程の2群(教養科目)に分類される。 数学は計算であるという誤解があるが、数学での大事な一つの側面として、他人に対し相手が納得できるような筋道を立てた、矛盾のない、論理的な説明ができることが挙げられる。これは数学的思考でもある。計算はその中の一部として含まれる。しかし、数学の本質そのものはそれほどむづかしいものではなく、柔軟性がある。また、常識的な予想とは相反する結果が出たりもする。そこが数学のおもしろいところでもある。この授業では数学の本質とおもしろさに触れるものとした。 なお、この科目はキャリア開発学科のSKYプログラムに対応している。</p>		
<p>到達目標</p> <ul style="list-style-type: none"> ・数学SPI問題が解ける。 ・数学現象について、筋道を立てて相手を納得させるような口頭での説明ができる。 ・数学現象について、論理的な説明の記述ができる。 		
<p>授業概要 この授業の中で、3つの事項(小テストを受ける、授業テーマ内容をグループでまとめ合う、理解度レポートをまとめる)をアクティブラーニングとして取り入れる。 1. 小テストを、授業開始直後に受ける 2. 小テスト後に、小テストの正解と解き方のポイントを聴く 3. 次回小テストの解き方のコツを聴く 4. テキストに沿って、授業のテーマの内容の解説を聴く 3人程度のグループ内で、その内容を他の人にわかるように説明し合う 各グループで代表者がグループ内で整理し合った内容を発表 説明が不備な点がある場合はその場で指摘される これを、数グループで繰り返す 5. 理解度レポートを授業中に提出 6. 小テストで正解を出せなかった人は、期日までにやり直しレポートを提出</p>		
<p>授業計画</p>		
1	オリエンテーション(授業の進め方、小テスト、チームによるアクティブラーニングの説明) 「シルエットパズルを楽しむ」	9 損益算(小テスト) テーマ15「ケヤキの枝が伸びるときの規則」 テーマ16「身の周りで見られるフィボナッチ数」
2	数量(小テスト) テーマ1「分数の割り算の意味解釈」 テーマ2「分数の割り算は、なぜ分子と分母をひっくり返して掛け算するのか」	10 旅人算(小テスト) テーマ17「美的感覚に訴える黄金比」 テーマ18「フィボナッチ数を掛け算する」
3	鶴亀算(小テスト) テーマ3「部分は全体より量的に少ないのは真実か」 テーマ4「実数を小数で表すと、どうなる？」	11 通過算(小テスト) テーマ19「黄金比の正確な値を求める」 テーマ20「フィボナッチ数を割り算する」
4	年齢算(小テスト) テーマ4「有理数と無理数、どっちが多い？」 テーマ5「循環小数を分数で表す1」	12 流水算(小テスト) テーマ21「黄金長方形を正確に作図する(短い方を基準にして)」 テーマ22「黄金長方形を正確に作図する(長い方を基準にして)」
5	濃度算(小テスト) テーマ7「循環小数を分数で表す2」 テーマ8「なぜ $0.999\cdots = 1$ であるのか」	13 1次関数(小テスト) テーマ23「ピラミッドの構造に見られる黄金比」 テーマ24「星形に潜む黄金比」
6	仕事算(小テスト) テーマ9「ねずみ講の甘い誘い」 テーマ10「等比数列の和を求める公式」	14 2次関数(小テスト) テーマ25「正五角形を作図する」 テーマ26「微分と積分の本質」
7	水槽算(小テスト) テーマ11「ねずみ講に隠されたわな」 テーマ12「図形の面積変化のパラドックス」	15 まとめと試験
8	植木算(小テスト) テーマ13「円の回転のパラドックス」 テーマ14「一筆書きを判定する」	

取りのための労力を削減することになり、数学そのものをもっと考える時間を授業中に持つようにできたことの効果は大きいと思われる。ただ、このころの冊子版テキストの内容は、従来版書していた事項をある程度詳しく書いたものであったため、学生の中にはかえって講義の解説に集中できなくなってしまう者が出てきた。このため、平成27年度からの冊子版テキストは最小限の内容を記述したものにして、学生が書き込むための空欄の枠線も増やした。その結果、学生は授業中でのポイントと書いた事項を空きスペースにもけっこう書き込むようになった。図1はその冊子の中の一部である。

平成23年度から始めた一般常識問題集の数学部分の小テストは、学生には好評であったことが授業アンケートからもうかがえた。アンケートの中には「数学」を試験問題対策だけの授業にしてほしいという意見もあった。学生に「数学」が就職活動に役立つという意識を持たせることができ、「数学」履修でのそれなりの動機付けができたと思われる。本学科としては複数授業科目で同じ問題集から数学部分を含めた小テストを実施しており、学生にとっては数学の小テストを何度も受験することになっている。しかし、これは決して無駄で余分なことではなく、複数科目で小テストを繰り返すことは学生にとってはよいことだと思っている。

平成25年度から始めたやり直しレポートは、小テストの不正解者に対し提出させるもので、小テスト範囲の問題文全部を用紙に書き写させ、その解答を自分に納得できるような書き方をさせるものである。「数学」での小テスト範囲は、問題集の見開きの左側1ページ分で、問題数は約5～6問である。見開き右側のページには解答が途中の導き方も含めて解説されている。その解答をそのまま書き写すのでは意味がない、問題集の解答例は途中の変形が省略されている部分が結構ある、解答の方法も一通りだけではない、解答の説明の流れがすべて自分に納得のいくわかりやすい形式で書くこと、というように学生にレポートの書き方を指示した。それまでは小テストの結果がよくなかった学生は、その解き方を理解

できないままという傾向がみられたため、このような強制的な方法を取ることにした。やり直しレポート自体はけっこう熱心に提出していた。

平成26年度の模擬テレビ番組制作と模擬テレビ番組出演プレゼンテーションは、かなり授業の雰囲気を変えることになった。積極的に動き出す学生が出てきた。今までぼやとしていたような学生が生き生きとしてきた。ただ、学生にとっては事前にチームで集まり、それなりの準備をすることが必要となる、教員にとっては内容の数学的な正確さや適正さを事前に把握する必要があり、間違った内容でのプレゼンテーションでは意味がないなど、結構たいへんな作業が発生した。番組出演プレゼンテーションではだれがどういう役目柄なのかがわからないため、首から役目を記した大きな名札を直前に書かせる作業も生じた。テーマもチーム間で同じようなものがあまり被らないように、なるべくチームで分散するようにという配慮も必要であった。写真1はそのときの写真である。4名のそれぞれが司会者席やゲストコーナーに座って、世間話や芸能界などの雑談などから始まることが多いが、顔が正面から写っていない写真を選ぶと写真1のようなものになった。しかし、学生の授業アンケートの中には、このようなプレゼンテーションは「数学」の授業としては無意味であるという意見も一部あった。

平成27年度に試みた反転授業は、他大学の事例ではなかなかうまくはいかないことを聞いてはいたが、その通りの結果になった。次週の授業内容を事前に予習してくる学生がほとんどいなかったため、思うような授業展開ができなくなり、やむなく途中で反転授業をやめてしまった。予習に何らかの強制を付ければよかったのかもしれないが、進んで予習をしてくるようなよい案が思い浮かばなかった。反転授業にはかなりの工夫が求められ、簡単にはいかないことを思い知った。模擬テレビ番組出演プレゼンテーションは、平成27年度までは継続した。このアクティブラーニングによるそれなりの効果を出すことができたが、チームで行うため一部の熱心な

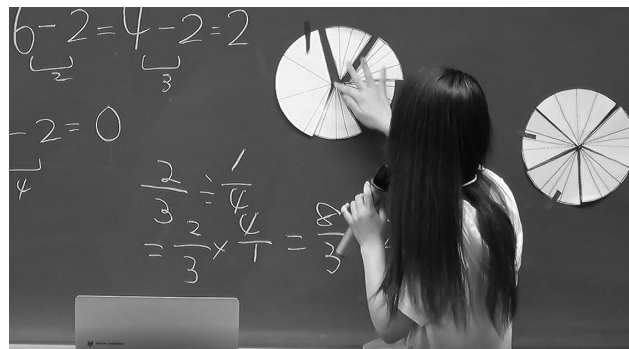
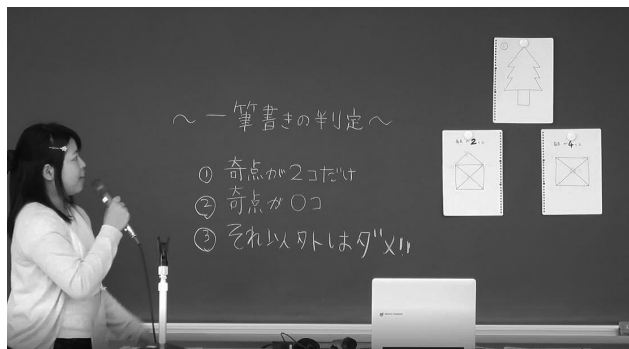


写真1 模擬テレビ番組出演プレゼンテーションの一場面

テーマ3 「有理数を小数で表すと、なぜ有限小数または循環小数になるのか」

実数は大きく分類すると、有理数と無理数の2種類になる。

実数 $\begin{cases} \text{有理数} \cdots\cdots \text{整数の比 (整数の分数)} \text{ で表される数のこと} \\ \text{無理数} \cdots\cdots \text{整数の比 (整数の分数)} \text{ では表されない数のこと} \end{cases}$

ところで、実数はすべて小数として表すことができる。有理数は、整数の分数で表されるので、有理数を小数で表すには、その分子を分母で割るという割り算を計算すればよい。

整数どうしの割り算を実行すると $\begin{cases} \text{途中で割り切れるとき} \rightarrow \text{有限小数になる (余りに0が整場する)} \\ \text{ずっと割り切れないとき} \rightarrow \text{無限小数になる (余りに0が整場しない)} \end{cases}$

結局、有理数を小数で表すと、有限小数または循環小数のいずれかになる。また、無理数を小数で表すと、有限小数でもなく、循環小数でもないため、循環しない無限小数になる。(もともと有限小数は、小数点以下のある桁から0が永遠に続くという意味で、形の上で循環小数に入れることもできる。)

循環小数は次のような表し方をすることがある。

$$\frac{1}{7} = 0.142857142857142857142857142857\cdots \quad (= 0.14\overline{2857} \text{とも表す})$$

$$\frac{1261}{300} = 4.203333333333\cdots \quad (= 4.20\overline{3} \text{とも表す})$$

実数	有理数	小数の有限性/無限性	
		有限小数	無限小数
	無理数	無限小数	循環しない無限小数

ところで、有理数を小数で表すと、有限小数または循環小数になる。それはなぜか。それを誰にでもわかるように明確に説明してみよう。

ヒント:

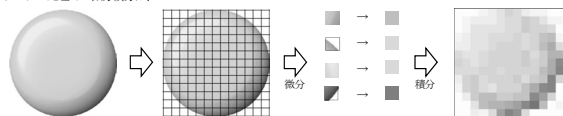
- 有理数を小数で表すには、整数の分数で表したときに、分子を分母で割る割り算を計算すればよい。
- ずっと割り切れない場合は各桁の商を求める割り算は無限に続くが、そのときの余りの値は、分母の値より小さい、しかも0以外の有限個の中の一に値する。

テーマ9「微分・積分で円の面積を求める」

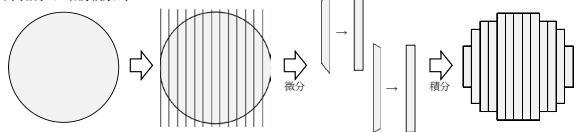
微分・積分の本質は、

$\begin{cases} \text{微分} \cdots\cdots \text{ものごとを細かく分解して、その1つ1つを簡単な構造化置き換えて捉えること} \\ \text{積分} \cdots\cdots \text{全体を、細かな簡単な構造化の積み重ね (集合体) として捉え直すこと} \end{cases}$

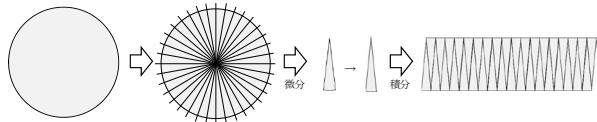
デジタル処理での微分積分は、



高等数学での微分積分は、



初等・中等数学で、円の面積を求めるときの微分積分は



この最後の方法で、半径 r の円の面積 $= \pi r^2$ であることを、わかりやすく説明してみよう。

テーマ5「有理数と無理数、どっちが多い?」

有理数と無理数はどちらも無限個あるが、ふだんよく使用するのは、有理数の方で無理数はあまり使用しない。どちらも無限個ではあるが、どちらの方が量的に多いのだろうか、あるいは同じくらい多きのだろうか。

ところで、テーマ4で見たように、実数は有理数と無理数のいずれかに分類される。この両者の違いは小数で表したときにはっきりとする。有理数を小数で表すと、有限小数または循環小数(無限小数の一種)になる。無理数を小数で表すと、循環しない無限小数になる。

さて、0~1 の限定した範囲で、有理数と無理数の量を比較してみることにする。0~1 の範囲で小数をまったくランダムに作るという思考実験を試みる。

ところで、0~1 の範囲の実数を小数で表したものは、次のマス目の中に0~9のいずれかの数が入った形になる。

0

数値実験の方法

(1) 次のような、小数点以下の第1位から順にマス目の中に0~9の数をランダムに(正20面体のサイコロを振ることにして)入れていく。

0

(2) 適当な桁数まで(小数点以下1000桁でも10000桁でも)数値を入れて、とりあえず1つの小数を作る。(ほんとうは途中で止めず、操作を無限に続けなければならない。しかし、それは小数が確定したので、適当な桁で止めて考える)

(3) (1)(2)の方法によって、数多く(たとえば100万個)の小数を作る。

(4) こうして作った各小数が、有理数なのか無理数なのかをみていく。

一つひとつの小数は、0~9の中の実数としてランダムに作成している。もしも有理数と無理数が量的に同じくらいであれば、こうして思考実験により作られた小数は、有理数になる確率と無理数になる確率が半々になるはずである。

まず、それが有理数の有限小数になる確率がどのくらいかを見る。有限小数は、小数点以下のある桁以降は無限に0のみが続くものである。そのような小数が、思考実験で作られた100万個の中に1個でもあるだろうか。

次に、それが有理数の循環小数になる確率がどのくらいかを見る。循環小数は、ある同じ桁数の幅で、同じ数字の並びが、ある小数点の桁以降無限に繰り返すものである。そのような小数が、思考実験で作られた100万個の中に1個でもあるだろうか。

有限小数と循環小数以外の小数は、すべて無理数の小数になる。

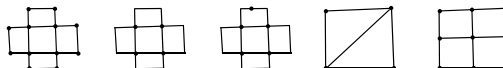
このような結果から、有理数と無理数の量的な多さの違いをだれでも理解できるように、明確に説明してみよう。

テーマ15「一筆書きを判定する」

平面に描かれた図形を見たとき、それが一筆書きできるかどうかは、その図形の頂点に注目すれば、見ただけですぐに判定できる。この判定はどのようにするのか。ただ、実際にどう一筆書きすればよいのかは別問題である。

ヒント

図形の端点、線と線が交差する交点、描き始める開始点(始点)をまとめて頂点と呼ぶことにする。線は、頂点を結ぶ辺と呼ぶことにする。辺の折れ曲がった部分には頂点を置いて考えてもよいし、単に辺が折れ曲がっているだけでそこに頂点はないと考えてもよい。すると、図形は頂点と辺からなる図形(グラフ図形)といえる。



- 一筆書きするとき、辺は1回しか通れないが、頂点は何度も通ることが出来る。また、図形を一筆書きするとき、頂点から描き始めて、頂点で描き終わると考える。
- 頂点の方に注目する。頂点に繋がった辺の数が、1本、3本、5本のように奇数であるとき、この頂点を奇点と呼ぶことにする。頂点に繋がった辺の数が、2本、4本、6本のように偶数であるとき、この頂点を偶点と呼ぶことにする。
- 一筆書きするときの開始点と終了点は頂点であるが、これらが同じ点である場合と異なる点である場合がある。開始点と終了点が異なる場合は、これらは必ず奇点となる。これはなぜか。
- 通過点は必ず偶点となる。これはなぜか。
- 開始点と終了点異なる場合は、これらは必ず奇点になる。これはなぜか。
- 開始点と終了点同じ場合は、この頂点は偶点となる。
- 以上をまとめると、図形が一筆書きできるかどうかの判定は次のようになるが、それはなぜか。
- 頂点がすべて偶点であれば一筆書きできる。このとき、どの頂点でも開始点(でかつその頂点が終了点)になる。頂点の中の2つだけが奇点で、それ以外の頂点がすべて偶点であれば一筆書きできる。このとき、奇点の一方が開始点となり、もう一方の奇点が終了点となる。
- 頂点がそれ以外のときは、一筆書きできない。

図1 「数学」のテキストの一部抜き出し

学生に他の学生が頼ってしまう傾向が見られた。また制作自体は授業中の時間を使用するのではなく、各チームで課外の空いた時間を使用させた。このため、チームによる事前の準備不足で不十分な内容で終わってしまう場合もけっこうあった。さらに、数学的な題材を番組にするのに、どうも数学の内容に対する真の理解度がいまひとつで、数学としてはおかしな展開になる番組や、数学本来の面白さを出すことができていないと思われる番組も結構あった。また、受講者人数が70名を超えるクラスが2コマで人数が多いことによるたいへんさもあった。ある程度受講者人数が少ない方がやりやすいと思った。このため、次年度からは模擬テレビ番組出演プレゼンテーションを取りやめることにした。平成27年度は小テスト後の解答の解説を以前よりも時間をかけて丁寧に行い、次週の小テストについての要点の解説にもさらに時間をかけた。小テストの問題は毎年ほぼ同じもので出題してきたため、年度間の比較が可能であるが、表3は小テストの正答率の推移表である。平成27年度の正答率がよくなっていることがわかる。表4はこの年度の授業に対する授業アンケートの自由記述内容である。

平成28年度から実施している、数学テーマ内容について他人にわかりやすく説明するというグループ作業は、他人を説得するための論理的プレゼンテーションでもある。模擬テレビ番組出演プレゼンテーションのときのような見た目の派手さはないものの、数学の本質的な理解が今までよりも進んでいることが、学生の授業アンケートや試験結果などからうかがえた。表5はこの年度

の授業に対する授業アンケートの自由記述内容である。

今後の課題としては、「数学」が短期大学部共同開講の教養科目になった中で、就職試験対策を取り入れるのかどうか、アクティブラーニングをどのように実施していくのかという点である。他学科の履修学生からの就職試験対策への要望が強ければ、他学科の学生にも本学科で採用している就職試験対策問題集の同じものを購入させて、授業の中で使用することを検討していくつもりである。模擬テレビ番組出演プレゼンテーションの再開については、平成29年度の受講生数が20名強で、人数的にはやりやすくなっている状況ではある。また、幼児保育学科の学生にとってはこのプレゼンテーションは向いているのかもしれない。ただ、現在行っている、その日のテーマ内容をグループ内の相手に分かりやすく説明するというアクティブラーニングとの両立が時間的には厳しい。ただ、工夫次第では模擬テレビ番組出演プレゼンテーションを行いながら、部分的にグループ内での説明活動を取り入れるといことは考えられる。今後は状況をみながら、可能な範囲で対応していくつもりである。このグループ内での説明プレゼンテーションも、実際に自分の言葉で相手に説明するという作業をしないままで済ませてしまおうとする学生が出てきている。3人ずつのグループで、説明をする順番を決めさせ、ある一定時間で合図をして説明者を交代させるようにしているが、それでも自分では説明をしようとする学生がいる。このあたりは何らかの工夫がさらに必要である。

数学そのものの毎回のテーマ内容や、授業での説明の

表3 平成27年度「数学」の授業アンケート自由記述

数学全般に関する記述

- ・ 計算をするだけの数学ではなく一筆書きや黄金比などなぜこうなるのかという説明などあって楽しかった。
- ・ 新たな視点で数学を学べて、面白かった。
- ・ それぞれのテーマで、理解できたときは面白く感じました。パラドックスの、円の回転や面積変化と一筆書きは分かりやすくて良かったです。
- ・ 高校のときの数学とはまた違った楽しさがあり、履修してよかった。
- ・ 楽しく数学を勉強できた。

テレビ番組作成に関する記述

- ・ 他の学生と話し合う機会があり、コミュニケーションカがついた。
- ・ テレビ番組の授業は面白かった。
- ・ プレゼンは見えて楽しかったです。
- ・ とても分かりやすく、グループワークなどで知らない友達とも仲良くなれた。
- ・ もっとちゃんとした授業かと思っていたが、テレビ番組を作るなど、意味がないような授業で残念でした。説明もわかりにくかった。SPI対策の授業をもっとしてほしかった。
- ・ テレビ番組作成よりも、もう少し授業に関連したものをしたい。

小テストに関する記述

- ・ SPIの解説があつて良かったです。
- ・ 最初に計算の小テストをするのが良かった。
- ・ 小テストの解説がわかりやすかった。
- ・ 問題を解いて、自分で頭を使う時間ももっと欲しかった。
- ・ SPIをもっとやるべきだった

仕方等は今後も改善を行っていくつもりである。

NHK 放送文化研究所 (2016) 「2015年国民生活時間調査報告書」

参考文献

山地弘起 (2014) 「アクティブ・ラーニングとはなにか」『大
学教育と情報』2014年度 No.1、2-7

北川智子 (2012) 『ハーバード白熱日本史教室』新潮新書

岩田京子・酒見康廣・有田真貴子・大塚絵里子 (2017) 「キャ
リア開発学科におけるアクティブラーニングの実践に関する
調査報告」『中村学園大学・中村学園大学短期大学部 研究
紀要』第49号、243-252

国立教育政策研究所 (2016) 「大学生の学習実態に関する調査
研究について」

表4 平成28年度「数学」の授業アンケート自由記述

<p>数学全般に関する記述</p> <ul style="list-style-type: none"> ・授業内容が難しかったです。もうすこし SPI 対策など行ってほしいです。 ・私たちの知らないところで数学は使われているとわかった。 ・中学や高校の数学に比べて解きやすく、理解し易かったです。 ・少し難しい問題が多かったです。 ・普段では使わない考え方ができ、また説明力もつくので、勉学面だけのみならず、普通の生活でも活かせる面白さあふれる授業だったので、数学と聞いてとても苦手意識を持っていた私でも選択をして後悔はしていないほど充実したものだ。 ・数学を違う視点で見ることができたので、おもしろかったです ・受講したことにより前よりも数学が好きになりました。 ・数学の今まで勉強していないところまで学べて楽しかったです。 ・今までやったことのないような授業だったので、数学が嫌いな私でも楽しんで学ぶことができました。 ・黄金比など面白かったです。 ・フィボナッチ数列すごくためになりました。 	
<p>小テストに関する記述</p> <ul style="list-style-type: none"> ・最初に計算の小テストをするのが良かった。 ・小テストがわかりやすい。 ・SPIのためになるような勉強を授業でもっとできるようになるといいなと思いました。 ・小テストも取り入れていて、自分のためになりました！ ・小テストの点数が悪くても、やり直しを提出すると点数がもらえる制度はとても助かった。 	
<p>グループでの説明に関する記述</p> <ul style="list-style-type: none"> ・数学を今までこんなに深く考えて勉強することがなかったのでとてもためになりました。 ・内容が少し難しすぎます。誰にでもわかるように説明となっていますが、わたしにも分かりません。難しかったです。 ・人に説明するのは難しかったです。 ・相手に理論的にわかりやすく説明するのが難しかったです。 ・とても分かりやすく グループワークなどで知らない友達とも仲良くなれた 	

表5 小テスト正答率の推移

		数量	鶴亀算	年齢算	濃度算	仕事算	水槽算	植木算	損益算	旅人算	通過算	流水算	1次関数	2次関数	
平成24年度	受験者数	140	135	142	143	136	136	135	137	142	139	143	141	139	
	受講者数	158	126	117	90	37	18	29	64	30	60	14	52	79	38
	正答率	90.00	86.67	63.38	25.87	13.24	21.32	47.41	21.90	42.25	10.07	36.36	56.03	27.34	
平成25年度	受験者数	145	141	147	134	147	143	145	134	147	124	142	148	143	
	受講者数	159	126	129	95	44	120	58	77	116	97	43	88	82	55
	正答率	86.90	91.49	64.63	32.84	81.63	40.56	53.10	86.57	65.99	34.68	61.97	55.41	38.46	
平成26年度	受験者数	114	107	109	101	101	106	109	103	102	107	101	97	105	
	受講者数	119	106	98	63	34	75	22	53	84	63	35	54	38	40
	正答率	92.98	91.59	57.80	33.66	74.26	20.75	48.62	81.55	61.76	32.71	53.47	39.18	38.10	
平成27年度	受験者数	145	139	129	126	130	134	128	138	136	128	132	128	132	
	受講者数	151	125	117	89	60	107	74	76	114	98	60	95	87	60
	正答率	86.21	84.17	68.99	47.62	82.31	55.22	59.38	82.61	72.06	46.88	71.97	67.97	45.45	
平成28年度	受験者数	132	136	136	139	137	135	138	134	131	132	136	132	125	
	受講者数	146	119	128	85	50	127	46	69	104	78	30	55	47	35
	正答率	90.15	94.12	62.50	35.97	92.70	34.07	50.00	77.61	59.54	22.73	40.44	35.61	28.00	