



## **ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO**

### **INSTITUTO DE POSTGRADO Y EDUCACIÓN CONTINUA**

**“USO DE LA PAPIROFLEXIA COMO OBJETO DE APRENDIZAJE PARA POTENCIAR LA DESTREZA, HABILIDAD CREATIVA Y COGNITIVA DE LAS DIFERENTES ÁREAS DE LA GEOMETRÍA PLANA”.**

Proyecto de Investigación, presentado ante el Instituto de Postgrado y Educación Continua de la ESPOCH, como requisito parcial para la obtención del grado de:

## **MAGISTER EN MATEMÁTICA BÁSICA**

**AUTOR:** CAMPO ELÍAS MORILLO ROBLES

**TUTOR:** Dr. Dennis Cazar Ramírez, PH.D.

RIOBAMBA - ECUADOR

**2015.**



## ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO

### CERTIFICACIÓN

EL TRIBUNAL DE TESIS CERTIFICA QUE:

El trabajo de titulación “ **USO DE LA PAPIROFLEXIA COMO OBJETO DE APRENDIZAJE PARA POTENCIAR LA DESTREZA, HABILIDAD CREATIVA Y COGNITIVA DE LAS DIFERENTES ÁREAS DE LA GEOMETRÍA PLANA**”, realizada por CAMPO ELÍAS MORILLO ROBLES, el día 30 de enero del 2015

Tribunal de tesis

**Dr. Juan Vargas Guambo**  
**PRESIDENTE**

\_\_\_\_\_

**Dr. Dennis Cazar Ramírez PH.D**  
**DIRECTOR DE TESIS**

\_\_\_\_\_

**Dr. Richard Pachacama**  
**MIEMBRO DEL TRIBUNAL**

\_\_\_\_\_

**Mat. Marcelo Cortez**  
**MIEMBRO DEL TRIBUNAL**

\_\_\_\_\_

**COORDINADOR**  
**SISBIB-ESPOCH**

\_\_\_\_\_

## **DERECHOS DE AUTORÍA**

Yo, Campo Elías Morillo Robles, declaro ser el autor del presente trabajo de la tesis titulada “ USO DE LA PAPIROFLEXIA COMO OBJETO DE APRENDIZAJE PARA POTENCIAR LA DESTREZA, HABILIDAD CREATIVA Y COGNITIVA DE LAS DIFERENTES ÁREAS LA GEOMETRÍA PLANA”, que la elabore bajo la dirección del Doctor Dennis Cazar, por lo que me hago responsable de las ideas, criterios, doctrinas y resultados de esta tesis, y el patrimonio de la misma pertenece a la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo.

Campo Elías Morillo Robles  
040060724-8

## DEDICATORIA

*Hoy que un sueño mío se ha cumplido,  
Veo a mi madre y a mi padre erguidos al borde de mi alma.  
Inquietos, golpeo en el pasado,  
me responde un camino de tréboles y canayuyo,  
el canto de gorriones, el aroma de bueyes, una casa,  
la brega del agua en las piedras del río en Yangorral  
dando traspies de turbulencia y parece hablar nuestro  
silencio, nubes y gavilanes que duermen tras las colinas,  
hasta tí llegué en busca de consejos y secretos con mi alma  
de rodilla y un fanal de luceros, oigo un rumor de manos  
moviendo las chontas en la guanga, arrancando  
de las ubres humeantes crisantemos.  
En tu ausencia..... por tu vigorosa presencia  
Quiero con gran humildad,  
Depositar lo que la vida retribuye.  
Al perseverante camino recorrido  
donde tú esparciste semillas de sabiduría.  
Y cortaste las espinas para que  
las rosas, perfumen por siempre mi destino.*

**Campo Morillo Robles**

## AGRADECIMIENTO

*Un niño que viene al mundo, un árbol plantado, un deber cumplido, un libro escrito sin duda siempre sonará a un sueño cumplido.*

*Quiero dejar constancia impregnada con tinta y lágrimas sobre el alma, la mente y el recuerdo; gratitud a toda mi familia, a mis maestros que erigieron con tenaz empeño y sabiduría los acertados peldaños del conocimiento, enrumbando el cauce de mi sapiencia hacia el cosmos dialéctico del progreso humano. Para mediante la ciencia, disolver los mitos y confutar la imaginación.*

*Campo Morillo Robles*

# ÍNDICE

CERTIFICACIÓN DE DEFENSA .....	ii
ÍNDICE      vi	
LISTA DE FIGURAS .....	x
DEDICATORIA .....	iv
AGRADECIMIENTO.....	v
SUMMARY    xii	
I INTRODUCCIÓN.....	1
1.1.    PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .....	1
1.2.FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.....	3
1.3.    OBJETIVOS .....	4
1.3.1 OBJETIVO GENERAL .....	4
1.3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	4
1.4 JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN.....	5
1.5VIABILIDAD .....	5
1.6PROPUESTA .....	6
1.7 HIPÓTESIS .....	7
II REVISIÓN DE LITERATURA .....	8
2.1 ANTECEDENTES Y ESTUDIOS PREVIOS .....	8
2.2 FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA.....	9
2.2.1 LAS MATEMÁTICAS Y PAPIROFLEXIA.....	9
2.2.1.1 DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA .....	14
2.2.1.2 FUNDAMENTOS DE DIDÁCTICA DE LA GEOMETRÍA.....	18
1. TEORÍA CONSTRUCTIVISTA DE PIAGET.....	19
2. EL APRENDIZAJE COMO DESARROLLO PSICOLÓGICO (VYGOTSKY)22	
3. APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE AUSUBEL .....	24
4. LOS NIVELES DE VAN HIELE.....	25
2.2.2 MATERIALES DIDÁCTICOS.....	26
ROL DEL DOCENTE:.....	29
CRITERIOS E INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN: .....	29
2.2.3 PAPIROFLEXIA.....	29

2.2.3.1 LA PAPIROFLEXIA EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA .....	30
HABILIDADES DE COMPORTAMIENTO.....	31
APRENDIZAJE EN GRUPO.....	31
DESARROLLO COGNITIVO.....	32
III MATERIALES Y MÉTODOS.....	33
3.1 DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN .....	33
3.2 TIPO DE INVESTIGACIÓN .....	33
3.3 MÉTODOS DE INVESTIGACIÓN .....	33
3.4 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS PARA LA RECOLECCIÓN DE DATOS .....	34
3.5 POBLACIÓN Y MUESTRA.....	35
3.5.1 Población.....	35
3.5.2 Muestra.....	36
3.6 PROCEDIMIENTO PARA EL ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE .....	36
RESULTADOS .....	36
3.7 VARIABLES .....	37
3.7.1 VARIABLE DEPENDIENTE.....	37
3.7.2 VARIABLES INDEPENDIENTE.....	37
3.7.3 VARIABLES INTERVINIENTES .....	37
3.8 OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES.....	37
IV RESULTADOS Y DISCUSIÓN.....	40
4.1 RESULTADO DE ENCUESTAS A ESTUDIANTES DE PRIMER NIVEL DE INGENIERÍA AUTOMOTRIZ DE LA ESPOCH .....	40
4.2 RESULTADO DE ENCUESTAS A DOCENTES DE INGENIERÍA AUTOMOTRIZ DE LA ESPOCH.....	50
4.3 RESULTADO DE REPITENCIA DE LOS ESTUDIANTES DE PRIMER NIVEL DE LA ASIGNATURA DE GEOMETRÍA PLANA DE LA ESCUELA DE INGENIERÍA AUTOMOTRIZ DE LA ESPOCH, ANTES Y DESPUÉS DE LA APLICACIÓN DE LA ESTRATEGIA METODOLÓGICA DE PAPIROFLEXIA.....	59
4.4 PRUEBA DE HIPÓTESIS .....	60
V CONCLUSIONES .....	63
VI RECOMENDACIONES.....	63
VII BIBLIOGRAFÍA.....	65

## LISTA DE CUADROS

Cuadro 1	¿Utilizan los docentes objetos de aprendizaje o herramientas didácticas en el proceso enseñanza – aprendizaje?	40
Cuadro 2	¿Considera que el uso de estrategias didácticas como la papiroflexia en la enseñanza de geometría plana potencia sus destrezas?	41
Cuadro 3	¿Considera que el uso de estrategias didácticas como la papiroflexia en la enseñanza de geometría plana potencia sus habilidades creativas?	42
Cuadro 4	Considera que el uso de estrategias didácticas como la papiroflexia en la enseñanza de geometría plana potencia sus habilidades cognitivas?	43
Cuadro 5	¿Considera que el uso de estrategias didácticas como la papiroflexia en la enseñanza de geometría plana genera aprendizajes significativos?	44
Cuadro 6	¿Las estrategias creativas en el aula, hacen que usted adquiera un protagonismo mayor que en las metodologías tradicionales?	45
Cuadro 7	Valore la manejabilidad de los formatos de papiroflexia elaborados para la enseñanza de geometría plana	46
Cuadro 8	Valore el estilo esquemático de los formatos de papiroflexia elaborados para la enseñanza de geometría plana.	47
Cuadro 9	Valore la posibilidad de experimentación de los formatos de papiroflexia elaborados para la enseñanza de geometría plana	48
Cuadro 10	Valore la posibilidad de transferir la acción al plano mental de los formatos de papiroflexia elaborados para la enseñanza de geometría plana	49
Cuadro 11	¿Utiliza objetos de aprendizaje o herramientas didácticas en el proceso enseñanza – aprendizaje?	50
Cuadro 12	¿En cuanto a la forma de razonamiento, cuál de los siguientes métodos utiliza usted?	51

Cuadro 13	¿En cuanto a la coordinación con la asignatura, cuál de los siguientes métodos utiliza usted?	52
Cuadro 14	¿En cuanto a la actividad de los alumnos, cuál de los siguientes métodos utiliza usted?	53
Cuadro 15	¿En cuanto al trabajo del alumno, cuál de los siguientes métodos utiliza usted?	54
Cuadro 16	¿En cuanto a la aceptación de lo enseñado, cuál de los siguientes métodos utiliza usted?	55
Cuadro 17	¿En cuanto al abordaje del tema estudiado, cuál de los siguientes métodos utiliza usted?	56
Cuadro 18	Valore en una escala de 1 a 5 (1 poco importante – 5 muy importante) los modelos pedagógicos que usted considera más apropiados para la enseñanza de geometría plana	57
Cuadro 19	¿Considera que el uso de estrategias didácticas como la papiroflexia en la enseñanza de geometría plana potencia las destrezas, habilidades creativas y habilidades cognitivas de los alumnos?	58
Cuadro 20	Repitencia de estudiantes en la asignatura de geometría plana	59
Cuadro 21	Tabla de contingencia Método * Repitencia	62
Cuadro 22	Pruebas de chi-cuadrado	62

## LISTA DE FIGURAS

Gráfico 1	Utilización de objetos de aprendizaje o herramientas didácticas en el proceso enseñanza – aprendizaje por parte de los docentes.	40
Gráfico 2	Percepción del estudiante acerca del uso de estrategias didácticas como la papiroflexia en la enseñanza de geometría plana para potenciar las destrezas.	41
Gráfico 3	El uso de estrategias didácticas como la papiroflexia en la enseñanza de geometría plana para potenciar habilidades creativas.	42
Gráfico 4	El uso de estrategias didácticas como la papiroflexia en la enseñanza de geometría plana para potencia habilidades cognitivas.	43
Gráfico 5	El uso de estrategias didácticas como la papiroflexia en la enseñanza de geometría plana para genera aprendizajes significativos.	44
Gráfico 6	Las estrategias creativas en el aula, para adquirir un protagonismo mayor que en las metodologías tradicionales.	45
Gráfico 7	Valore la manejabilidad de los formatos de papiroflexia elaborados para la enseñanza de geometría plana.	46
Gráfico 8	Valore el estilo esquemático de los formatos de papiroflexia elaborados para la enseñanza de geometría plana.	47
Gráfico 9	Valore la posibilidad de experimentación de los formatos de papiroflexia elaborados para la enseñanza de geometría plana.	48
Gráfico 10	Valore la posibilidad de transferir la acción al plano mental de los formatos de papiroflexia elaborados para la enseñanza de geometría plana.	49
Gráfico 11	Utilización de objetos de aprendizaje o herramientas didácticas en el proceso enseñanza – aprendizaje.	50
Gráfico 12	En cuanto a la forma de razonamiento, cuál de los siguientes métodos utiliza.	51
Gráfico 13	En cuanto a la coordinación con la asignatura, cuál de los siguientes métodos utiliza.	52
Gráfico 14	En cuanto a la actividad de los alumnos, cuál de los siguientes métodos utiliza	53

Gráfico 15	En cuanto al trabajo del alumno, cuál de los siguientes métodos utiliza.	54
Gráfico 16	En cuanto a la aceptación de lo enseñado, cuál de los siguientes métodos utiliza.	55
Gráfico 17	En cuanto al abordaje del tema estudiado, cuál de los siguientes métodos utiliza.	56
Gráfico 18	Valore en una escala de 1 a 5 (1 poco importante – 5 muy importante) los modelos pedagógicos que usted considera más apropiados para la enseñanza de geometría plana.	57
Gráfico 19	¿Considera que el uso de estrategias didácticas como la papiroflexia en la enseñanza de geometría plana potencia las destrezas, habilidades creativas y habilidades cognitivas de los alumnos?	58
Gráfico 20	Repitencia de estudiantes en la asignatura de geometría plana.	58
Gráfico 21	Interpolación de “p” para chi-cuadrado calculado	61

## RESUMEN

Investigación de campo, realizada en la Escuela de Ingeniería Automotriz de la ESPOCH. El objetivo fue Potenciar la destreza, habilidad creativa y cognitiva de los estudiantes para planificar y diseñar actividades que puedan vincularse con las diferentes áreas de aprendizaje geométrico, rectas, perpendiculares, ángulos, entre otros, mediante la técnica de papiroflexia.

El doblado de papel, recurso didáctico de primer orden, especialmente en Geometría; Este método tiene mucho que ver con el constructivismo y aprendizaje significativo, modelos pedagógicos de Bruner y Ausubel que son considerados como apropiados para la enseñanza de Geometría Plana.

Los resultados de la investigación sugieren que: Más del 50% docentes no utilizan objetos de aprendizaje como herramientas didácticas. El uso de papiroflexia En la Geometría Plana potencia el aprendizaje significativo en más 90% de los estudiantes; al que podemos considerar como un arte, una ciencia y un entretenimiento, y de ahí su importancia en el aprendizaje de las matemáticas como estimulante de la actividad cerebral.

Hay una opinión favorable por parte de los docentes sobre el uso de la papiroflexia como herramienta didáctica para potenciar las destrezas, habilidades creativas y habilidades cognitivas de los alumnos y de esta forma podrían contribuir para mejorar el rendimiento académico de los estudiantes y disminuir el porcentaje de repitencia. Se aprueba la hipótesis de investigación con una probabilidad mayor al 0,95 de que la hipótesis nula sea verdadera, el número de estudiantes que repiten la asignatura de Geometría Plana depende del método que se aplica. La frecuencia de repitencia es menor del 10 % cuando se aplica la papiroflexia, comparado con más del 40% sin su uso.

Recomiendo a los docentes de Geometría Plana, deberían aplicar la Papiroflexia, con estrategias que promuevan el trabajo grupal con los estudiantes.

Palabras claves: <PAPIROFLEXIA>, <DIDÁCTICA>, <POTENCIAR>, <ORIGAMI>, <APRENDIZAJE> <GEOMETRÍA PLANA>, <INVESTIGACIÓN>, <DESTREZAS>

## ABSTRACT

This is a field research carried out at Automotive Engineering School at ESPOCH.

The objective was to promote skill, creative and cognitive ability of students in order to plan and design activities that are related to areas of Geometrics learning, lines perpendiculars, angles, and son on by the means of origami technique.

Paper folding is a didactic resource of first-rate especially in Geometrics. This method has to deal with constructivism and significant learning, pedagogical models of Bruner and Ausubel that are appropriate for teaching Fiat Geometry.

The research results say that: more than the 50% of teachers do not use learning object as didactics tools. The use of origami in Flat Geometry promotes significant learning in more than 90% of students.

There is a good opinion of teachers related to the use of origami as a didactics tool to promote skill, creative and cognitive ability of students, and contribute to better academic performance of students and low the failing percentage. Research hypothesis was proved with a higher probability than 0, 95 than null hypothesis is true. Number of students who fail depends on the method applied. The failing frequency is lower than 10% when origami is used and without this is 40%.

It is recommended that Geometry teachers should apply origami as a strategy that promotes students group work.

Key words: <ORIGAMI>, <DIDACTICS>, <PROMOTED>, <ORIGAMI>, <LEARNING>, <FLAT GEOMETRY>, <RESEARCH>,<SKILLS>

# **CAPITULO I**

## **I INTRODUCCIÓN**

### **1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

La geometría como bloque de conocimientos permite analizar, organizar y sistematizar las percepciones espaciales, que favorecen la comprensión y admiración por nuestro entorno natural. Así también estimular en los estudiantes la creatividad y una actitud positiva hacia la materia, además utilizar herramientas como: estrategias que usen el plegado, la construcción, el dibujo, modelamientos, software, variadas actividades que enriquezcan los procesos de aprendizaje en el aula, sitios web, el chat, las plataformas virtuales de la universidad, documentos digitales seleccionados cuidadosamente, sistemas de autoevaluación diseñados para que permitan fortalecer el aprendizaje.

De estas inquietudes surge la necesidad de trabajar con materiales didácticos cercanos y versátiles. Son numerosos los que podemos encontrar en nuestro entorno o que resultan de fácil elaboración pero de todos ellos, uno de los que mayor satisfacción proporciona es el papel. El doblado de papel (papiroflexia) puede convertirse en un recurso didáctico de primer orden, especialmente en el tan denostado campo de la Geometría.

Este método tiene mucho que ver con el constructivismo y aprendizaje significativo, al que podemos considerar como un arte, una ciencia y un entretenimiento, y de ahí su

importancia en el aprendizaje de las matemáticas como estimulante de la actividad cerebral.

En el desarrollo de la cátedra de geometría plana, se ha hecho visible el fenómeno que los estudiantes tienen la dificultad de asimilar los conceptos abstractos como el de punto, recta, ángulos, bisectrices, paralelas, entre otros.

La perspectiva filosófica explicitamos, es que, privilegiamos al ser humano en el complejo proceso de la enseñanza y del aprendizaje de La Geometría Plana.

Desde esta posición se obtiene una visión platónica de los objetos matemáticos que tienen una existencia real no dependiente del ser humano, puesto que pertenecen a un dominio ideal.

Además, en esta dirección filosófica podemos definir al objeto matemático respaldándonos en la definición dada por Chevallard (1991):

“un objeto matemático es un emergente de un sistema de praxis donde se manipulan objetos materiales que se descomponen en diferentes registros semióticos: registro oral de las palabras o de las expresiones pronunciadas, registro gestual, dominio de las inscripciones, es decir aquello que se escribe o se dibuja (gráficas, fórmulas cálculos...), se puede decir, registro de la escritura”.

Desde esta acepción no hay ya gran interés en la noción de significado, sino más bien en la de relación con el objeto. Siendo fundamental la persona, o la institución como conjunto de personas, que se pone en relación con el objeto, y no el objeto en sí.

Por tanto el fin de la resolución de los problemas de Geometría, es una herramienta para el desarrollo del pensamiento lógico-deductivo.

Generalmente, la clase de Geometría, sigue siendo “aburrida y muy dificultosa” para varios estudiantes. Se les da problemas tipo y la aplicación de algoritmos que resuelven situaciones anteriormente planteadas. (Calcular y no pensar). Bajo estos lineamientos,

es indispensable buscar soluciones efectivas para lograr la *comprensión y desarrollo de un pensamiento lógico*, no solo en el aprendizaje de la Geometría sino en otras áreas.

¿Será efectivo el uso de los objetos de aprendizajes físicos para lograr la comprensión de los conceptos abstractos de la geometría plana en los estudiantes?

Para resolver la interrogante planteamos el siguiente tema de investigación:

**“Uso de la papiroflexia como objeto de aprendizaje para potenciar la destreza, habilidad creativa y cognitiva de las diferentes áreas la geometría plana”**

## **1.2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.**

Las estrategias que se aplican para el aprendizaje de la Geometría y la Matemática en general, la mayoría son de tipo tradicional, no han llenado las expectativas institucionales ni de los estudiantes para lograr un **aprendizaje significativo**, la interrogante es:

¿Qué contribuye decisivamente a la adquisición e interiorización de técnicas y conocimientos de Geometría, para el desarrollo del pensamiento lógico-deductivo?

Los docentes deben estar capacitados para responder a estas exigencias una manera rápida, práctica y generadora de conocimientos y soluciones a estos problemas.

**Entrenar la intuición del estudiante que le permita descubrir propiedades y características del objeto de estudio a partir del análisis y el uso de materiales cotidianos, como la papiroflexia.** Que será la base para el desarrollo de este trabajo de tesis.

Enseñar los procesos de pensamiento que no cambian pues son los más adecuados en un mundo de permanente cambio.

En tal sentido, cuando el docente aplica estrategias creativas en el aula, el estudiante adquiere un protagonismo mayor que en las metodologías tradicionales. De esta manera, el estudiante va construyendo los conocimientos y desarrollando habilidades mediante la búsqueda personal orientada por el docente, por lo tanto, esto resulta en un aprendizaje más atrayente y motivador.

Es por ello, que el estudiante, desarrolla así sus propias habilidades a través del pensamiento creativo. Se debe asumir que el proceso de enseñanza y aprendizaje esta siempre relacionado con la motivación, la creatividad, el interés, la participación en la comunidad y las estrategias que el docente aplica en clase.

### **1.3. OBJETIVOS**

#### **1.3.1 OBJETIVO GENERAL**

Potenciar la destreza, habilidad creativa y cognitiva de los estudiantes para planificar y diseñar actividades que puedan vincularse con las diferentes áreas de aprendizaje geométrico, rectas, perpendiculares, ángulos, división de segmentos, entre otros, mediante el uso de técnica la papiroflexia.

#### **1.3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- a) Diagnosticar el tipo de objetos de aprendizaje que están utilizando estudiantes de primer semestre de Ingeniería.
- b) Conocer algunas corrientes educativas sobre el proceso de aprendizaje y los modelos educativos que de ellas se desprenden.
- c) Desarrollar herramientas didácticas mediante papiroflexia para mejorar el aprendizaje de la asignatura de geometría plana.

- d) Comparar los resultados académicos de los estudiantes cuando se aplican métodos tradicionales y cuando se aplica la estrategia de papiroflexia.
- e) Proponer un conjunto de formatos con estrategias de papiroflexia para la enseñanza de geometría plana.

#### **1.4 JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN**

Gracias al uso de objetos físicos de aprendizaje, el tiempo que el estudiante usa para calcular sin sentido, se puede aprovechar para:

- Realizar análisis
- Establecer relaciones.
- Inferir propiedades.
- Modelizar situaciones particulares y facilitar el aprendizaje.
- Alcanzar un pensamiento autónomo y reflexivo.
- Desplazar la frontera concreto/real.
- Permitir la apropiación del conocimiento de manera autónoma, a partir de conocimientos previos.
- Posibilita la experimentación.
- Comprender muchos conceptos mediante gráficos y objetos concretos.
- Incentivar una enseñanza individualizada.
- Acceder al aprendizaje en diferentes contextos y en cualquier momento.
- Posibilitar el trabajo en equipo (relación extra áulica).

#### **1.5 VIABILIDAD**

Las políticas de estado actuales nos exigen que para la enseñanza en todos los niveles, y para el aprendizaje de la geometría, se apliquen metodologías que no requieren de

grandes inversiones, es posible que todos contemos con estos elementos y sea de uso en la vida diaria, como el papel que sería muy útil para el desarrollo de la geometría.

La geometría ha sido durante siglos uno de los pilares de la formación académica desde edades tempranas. Nadie cuestiona la importancia de la geometría como formadora del razonamiento lógico.

¿Estamos enseñando a nuestros estudiantes una geometría adecuada? ¿Es suficiente que nuestros estudiantes calculen longitudes, áreas y volúmenes de figuras geométricas a partir de unos datos, despejando la magnitud desconocida de una expresión algebraica que relaciona objetos geométricos? ¿Es más importante calcular el área de un triángulo rectángulo o construir el triángulo rectángulo a partir de una circunferencia?

La respuesta es no, porque el aprendizaje adecuado de la geometría tiene que ser efectivo para lograr la *comprensión y desarrollo de un pensamiento lógico, que será útil en el futuro desarrollo profesional.*

## **1.6 PROPUESTA**

Emprender una investigación con los datos propios y las experiencias de colegas que imparten que tienen a cargo la cátedra de Geometría Plana para determinar la relación que existe entre el uso de los objetos de aprendizaje concretos y el nivel de comprensión de los conceptos básicos abstractos de la materia anotada, en los estudiantes.

Usar la técnica de la papiroflexia para, desarrollar las habilidades, las destrezas y los conocimientos, ya que uno de los motivos de esta falta de interés por la Geometría puede deberse a un conocimiento incompleto u olvidado de este campo por parte del profesorado, atrapado en las tentadoras redes de la aritmética y el álgebra.

Se tiene la convicción de que la disponibilidad de materiales didácticos adecuados puede suponer un incentivo suficientemente atractivo como para rescatar de su confinamiento a la Geometría.

## 1.7 HIPÓTESIS

Se parte del supuesto que la aplicación de la papiroflexia como herramienta didáctica en la enseñanza de la asignatura de geometría plana, mejora el rendimiento académico de los estudiantes de primer nivel de ingeniería automotriz y reduce el porcentaje de repitencia en la asignatura.

**Hipótesis específica 1:** “La aplicación de la papiroflexia como herramienta didáctica en la enseñanza de la asignatura de geometría plana, mejora el rendimiento académico”.

**Hipótesis específica 2:** “La aplicación de la papiroflexia como herramienta didáctica en la enseñanza de la asignatura de geometría plana, reduce el porcentaje de repitencia en la asignatura”

## CAPITULO II

### II REVISIÓN DE LITERATURA

#### 2.1 ANTECEDENTES Y ESTUDIOS PREVIOS

La Matemática constituye un lenguaje formal, una ciencia no acabada que favorece una visión de la realidad objetiva y que requiere del aprendiz el desarrollo de un pensamiento abstracto y de la objetivación de las ideas abstractas.

“Hacer matemática es sinónimo de construir matemática, un proceso que demanda del aprendiz una actitud positiva, creativa y analítica para la resolución de problemas, una capacidad para admitir que puede recorrer caminos equivocados o inconvenientes, una disposición para rectificar o reformular las respuestas, una consciencia, en suma de que hacer matemáticas significa crear y destruir, que las matemática no es una ciencia terminada en la que sólo hay cabida para la verdad o falsedad” (1)

La capacidad creativa ha sido definida por Rogers (1980), como un proceso de aparición original que surge de la irrepetibilidad del individuo y las circunstancias únicas de su vida, es una característica que existe en todos los individuos y sólo espera las condiciones propicias para liberarse y expresarse. En tal sentido, el docente creativo debe poseer características en las tres dimensiones presentes en la educación: ser, saber y hacer. Por consiguiente las actitudes flexibles, el dominio de los contenidos y la adaptación a los destinatarios, así como la habilidad didáctica.

De tal manera que, el docente innovador y creativo posee una disposición flexible hacia las personas, las decisiones y lo acontecimientos; no sólo tolera los cambios sino que está abierto a ellos más que otras personas; esta receptivo a ideas y sugerencias de los otros, ya sean superiores, compañeros o inferiores, valora el hecho diferencial, se adapta fácilmente a lo nuevo sin ofender excesivas resistencias; se implica en proyectos de innovación. (2)

## **2.2 FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA**

### **2.2.1 LAS MATEMÁTICAS Y PAPIROFLEXIA**

Al indagar el perfil geométrico de la papiroflexia, se percibe que ésta daba mucho más de sí que geometría: se implicaba también en el cálculo infinitesimal, el álgebra, la topología, la geometría proyectiva, etc. (3)

Incluso los problemas de geometría difíciles de resolver o que se les consideraba sin solución, han sido resueltos con la ayuda de la papiroflexia.

En el First International Meeting of Origami Science and Technology celebrado el año 1989, el profesor Humiaki Huzita presento un trabajo en el que se establecían los axiomas de una nueva geometría que él mismo denominó Geometría del Origami y que resuelve problemas irresolubles con regla y compás mediante la geometría clásica como son la trisección del ángulo o la duplicación del cubo. (4)

Se deduce entonces que las aplicaciones de la papiroflexia en la geometría tiene ya algunos años, y desde entonces su evolución ha sido continua y varios autores lo han desarrollado cada vez con más profundidad.

A partir de entonces son muchos los matemáticos que han trabajado sobre dicha geometría obteniéndose importantes resultados que sin embargo son totalmente desconocidos por muchos otros, debido quizás, a que tiene muy pocos años de existencia.

Las herramientas didácticas nuevas siempre han encontrado resistencia por parte de los docentes, prefieren mantenerse con metodologías antiguas y quizá por esta razón, la aplicación de papiroflexia es aún limitada.

Se pretende con este trabajo dar a conocer los principios básicos de dicha Geometría y plantear otros problemas que relacionan el Origami con la Geometría Computacional y la Teoría de Grafos.

Se prepararon varios formatos ilustrativos para tratar varios temas relacionados a la geometría utilizando la papiroflexia, de tal manera que se constituyan en un aporte educativo para los estudiantes.

La Geometría es una ciencia muy antigua y que se originó de las necesidades del hombre. La palabra geometría significa medida de la tierra y se deriva de las palabras griegas: -geo- que significa tierra, -metron- que significa medir. (5)

Culturas muy antiguas ya se interesaron por la geometría, tanto que en sus diseños constructivos la utilizaron aplicando principios de esta ciencia, aunque claro, de manera experimental y fue esta empírea la que posteriormente sirvió de base para su desarrollo.

Las primeras referencias sobre la Geometría se conocen de los egipcios y babilonios (4000 - 3000 a.c.) quienes desarrollaron una serie de reglas prácticas para medir figuras geométricas sencillas y determinar sus propiedades. Todos esos elementos se muestran en las construcciones tales como las pirámides de Egipto, los canales de riego, las decoraciones en baldosas, pisos, paredes, casas, templos, puentes, etc.

La Geometría que se desarrolló en esa época tenía un carácter **intuitivo y experimental**. No se tienen evidencias de que los logros alcanzados y resultados se apoyarán en demostraciones lógicas. Estos conocimientos y experiencias pasaron a los griegos, quienes en un principio le dieron un carácter práctico. Posteriormente, los griegos estudiaron la Geometría más profundamente y son los que alcanzaron logros muy significativos. Estudiaron la Geometría no solo por los valores prácticos sino por los valores estéticos, culturales y filosóficos. (5)

Grecia ha representado la cuna de importantes avances en la ciencia y dentro de ellas la geometría ocupa un lugar importante y que además fue de gran utilidad por las múltiples aplicaciones prácticas.

En un principio, en Geometría se estudian las propiedades de las figuras compuestas por puntos, rectas, planos así como las medidas de estas figuras (longitudes, áreas, volúmenes, medidas angulares) y otras medidas como distancias entre puntos, rectas, planos, tangentes a curvas, etc. (5)

Todos estos elementos pueden ser tratados utilizando el doblado de papel, partiendo de ciertos axiomas geométricos, que permiten la comprensión de los postulados geométricos.

El uso del papel como elemento accesible y cotidiano para los alumnos hace del origami una herramienta a tener en cuenta en la enseñanza de las matemáticas. Las actividades son muy llamativas y entretenidas tanto para los alumnos como para el profesor. Además los alumnos comprueban que lo aprendido en la clase de matemáticas no es algo irreal, sino tangible y que efectivamente se usa en la vida cotidiana. (6)

De esta forma las clases de matemática y específicamente de geometría se convierten en ambientes activos muy interactivos, en la que el estudiante es protagonista y de manera autónoma o asistida por el facilitador va construyendo el conocimiento.

Consiste en la habilidad para utilizar y relacionar los conceptos geométricos y matemáticos, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información, como para ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad, y para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana.

Asimismo esta competencia implica el conocimiento y manejo de la papiroflexia como un medio para representar bidimensionalmente objetos reales de un mundo tridimensional, y la puesta en práctica de procesos de razonamiento que llevan a la solución de problemas o a la obtención de la información. (7)

Potenciar el pensamiento lógico ayuda n solo a la comprensión de la geometría, sino que pueden aplicarlas a otras áreas del conocimiento que requieran procesos complejos de razonamiento.

La mejor manera de darse cuenta de la relación entre las matemáticas y la papiroflexia es desplegar un modelo y observar el cuadrado inicial: aparece ante nuestros ojos un complejo de cicatrices que no es sino un grafo que cumple unas ciertas propiedades. Intuitivamente, hay unas “matemáticas del origami” funcionando cuando plegamos un modelo. (8)

La literatura científica asegura que la matemática y la papiroflexia están muy ligadas, son complementarias y coexisten para facilitar la apropiación de conocimientos de una manera activa y participativa, fomentando el desarrollo de habilidades.

### **Desarrollo de habilidades y valores:**

#### **Percepción:**

*Tamaño y escalas.* Utilizando diversas medidas de papel en figuras o modulares.

*Composición:* combinando elementos de diversa o similar naturaleza para producir efectos complejos.

*Transición del plano al espacio:* la educación transcurre normalmente en el plano, donde escribimos, dibujamos, etc.

Pero el mundo que nos rodea es tridimensional (desde la perspectiva de la geometría clásica). Al plegar el papel agregamos una nueva dimensión a nuestro trabajo.

La mayoría de las piezas utilizan la simetría, difícil de explicar teóricamente y mucho más en el caso de simetrías espaciales. (6)

Para estos casos es ideal la aplicación de la papiroflexia, como elemento contributivo del entendimiento espacial.

### **Motricidad fina:**

La manipulación de papel requiere poder de observación, cuidado en los detalles, diversos grados de fuerza en los pliegues y perfección en los mismos. (6)

Estos requerimientos favorecen el desarrollo de la motricidad fina, porque cuanto más exactos seamos en el trazado y doblado del papel, mejores resultados se obtendrán.

### **Valores individuales y sociales:**

*Autoestima:* una pieza de papiroflexia que logramos nos llena de satisfacción; hemos tenido que superar obstáculos, comprender manipulaciones complejas, tolerar la frustración y aplicarnos. Además tiene un efecto inmediato sobre el entorno, ya que si un niño ve a otro terminando una figura de papiroflexia, normalmente le preguntará cómo lo ha hecho y querrá hacerlo por él mismo.

Se trata de la satisfacción propia de un trabajo bien logrado, saber que somos capaces de hacerlo y que además nos hace parte del mismo, facilitando la asimilación de conocimientos de una forma práctica.

*Colaboración y trabajo en equipo:* Aún con plegados muy sencillos pueden lograrse efectos espectaculares si todos unen sus módulos en la creación de una obra compleja. Los resultados pueden ser tan atractivos que se destinen a decorar el aula, o la escuela, con el consiguiente incremento de la valoración social del trabajo. (6)

El trabajo en equipo es indispensable para la consecución de grandes metas, en otras palabras, la papiroflexia fomenta esta capacidad de integrarse, que es fundamental en muchos aspectos de la vida misma.

La papiroflexia está íntimamente ligada a las matemáticas. Algunos alumnos pueden encontrar dificultades en la comprensión de conceptos geométricos tales como: punto medio, mediatriz, bisectriz, simetrías, semejanzas... Sin embargo, usarán estos conceptos abstractos de forma intuitiva en el plegado de una construcción. (6)

La manera intuitiva de aprender hace que se consoliden de mejor manera los conocimientos de esta asignatura, los mismos que se fijan porque aprenden haciendo.

### **2.2.1.1 DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA**

La Didáctica de la Matemática es una disciplina joven. Su estatus científico se alcanzó a mediados de la década de los sesenta cuando empezaron a surgir departamentos de Didáctica de las Matemáticas en las universidades europeas y norteamericanas, publicaciones especializadas, encuentros entre profesionales del campo, etc. En particular, los albores de la Didáctica de la Geometría se ubican por la misma época y los trabajos de Jean Piaget marcan buena parte de su comienzo.

Sus ideas acerca del desarrollo de la representación del espacio en los niños y de la manera como progresivamente organizan las ideas geométricas delinearon estudios

investigativos encaminados a desarrollar el sentido espacial y el razonamiento de los estudiantes y condujeron trayectorias curriculares a partir de la época del setenta. (9)

Cada una de las ciencias debe ser abordada desde sus propios conceptos y aplicando una didáctica que facilite la apropiación del conocimiento, de ahí la importancia de contar con una didáctica propia para tratar la matemática.

Didáctica de cualquier materia significa, en palabras de Freudenthal, la organización de los procesos de enseñanza y aprendizaje relevantes para tal materia. Los didactas son organizadores, desarrolladores de educación, autores de libros de texto, profesores de toda clase, incluso los estudiantes que organizan su propio aprendizaje individual o grupal. (10)

Este proceso complejo de enseñar y aprender tiene una relevancia importante, de esto depende aprehender los conocimientos, para que la educación no sea eminentemente bancaria o depositaria, sino que el estudiante construya el conocimiento en base a sus propias deducciones.

Básicamente puede decirse que es la idea que mantiene que el individuo - tanto en los aspectos cognitivos y sociales del comportamiento como en los afectivos - no es un mero producto del ambiente ni un simple resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia que se va produciendo día a día como resultado de la interacción entre esos dos factores. En consecuencia, según la posición constructivista, el conocimiento no es una copia fiel de la realidad, sino una construcción del ser humano. ¿Con qué instrumentos realiza la persona dicha construcción?, fundamentalmente con los esquemas que ya posee, es decir, con lo que ya construyó en su relación con el medio que le rodea. (11)

Es precisamente la interacción la que permite esta construcción, apoyado en la experimentación que proporciona la papiroflexia, de tal suerte que el conocimiento no es estático sino que se va modificando de manera continua.

La didáctica de la matemática estudia las actividades didácticas, es decir las actividades que tienen por objeto la enseñanza, evidentemente en lo que ellas tienen de específico de la matemática. (12)

Es necesario aplicar la didáctica matemática con el fin de alcanzar mejores resultados, dando oportunidad a nuevas herramientas de apoyo que permitan el cumplimiento de los objetivos, que básicamente se resume en lograr aprendizajes significativos que consecuentemente conlleva alcanzar mejores rendimientos académicos de los estudiantes.

Los resultados, en este dominio, son cada vez más numerosos; tratan los comportamientos cognitivos de los alumnos, pero también los tipos de situaciones empleados para enseñarles y sobre todo los fenómenos que genera la comunicación del saber. La producción o el mejoramiento de los instrumentos de enseñanza encuentra aquí un apoyo teórico, explicaciones, medios de previsión y de análisis, sugerencias y aun dispositivos y métodos.

Siempre que la producción de nuevas herramientas didácticas potencie los aprendizajes, su aplicación será exigida, porque es un cambio cualitativo en la forma de enseñar y aprender.

Por un lado la Didáctica de las Matemáticas atiende a la construcción de modelos teóricos para explicar los distintos aspectos de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en el marco de los sistemas educativos. Como tal es una disciplina científica que pretende ser reconocida por sus aportaciones en un ámbito de estudio propio, aunque para lograrlo tiene que hacer frente a dificultades que proceden de un clima de opinión reticente por parte de la Comunidad afín, la de los matemáticos, más consolidada, prestigiosa y avanzada.

Por otro lado, la Didáctica de las Matemáticas atiende al desarrollo y concreción de conocimientos aplicados y comprometidos con la práctica educativa. Como tal es una disciplina profesional cuyo ámbito de actuación es la formación de docentes, en particular en su formación inicial y, en este terreno, también tiene que hacer frente a dificultades de otra índole, las que proceden de las prácticas y creencias de los estudiantes para futuros profesores de matemáticas. (13)

Los modelos teóricos son muy importantes porque establecen los lineamientos a seguir para consolidar los aprendizajes, en la práctica educativa.

En la reflexión sobre las propias concepciones hacia las matemáticas habrán surgido diversas opiniones y creencias sobre las matemáticas, la actividad matemática y la capacidad para aprender matemáticas. Pudiera parecer que esta discusión está muy alejada de los intereses prácticos del profesor, interesado fundamentalmente por cómo hacer más efectiva la enseñanza de las matemáticas (u otro tema) a sus alumnos. La preocupación sobre qué es un cierto conocimiento, forma parte de la epistemología o teoría del conocimiento, una de las ramas de la filosofía. Sin embargo, las creencias sobre la naturaleza de las matemáticas son un factor que condiciona la actuación de los profesores en la clase. (14)

La epistemología de manera general entendida como la ciencia que estudia a la ciencia, proporciona las bases o fundamentos que sustentan toda una teoría, para ser entendida desde su epísteme u origen.

Por otro lado, la historia de las matemáticas muestra que las definiciones, propiedades y teoremas enunciados por matemáticos famosos también son falibles y están sujetos a evolución. De manera análoga, el aprendizaje y la enseñanza deben tener en cuenta que es natural que los alumnos tengan dificultades y cometan errores en su proceso de aprendizaje y que se puede aprender de los propios errores. Esta es la posición de las teorías psicológicas constructivistas sobre el aprendizaje de las matemáticas, las cuales

se basan a su vez en la visión filosófica sobre la matemática conocida como constructivismo social. (14)

De esta forma se establece el aporte del constructivismo en el desarrollo de la matemática, ciencia que evoluciona de manera sistemática de acuerdo a la exigibilidad de los tiempos modernos, por eso considero que la papiroflexia es una buena alternativa para el desarrollo cognitivo, de raciocinio y de aplicación del pensamiento lógico en la solución de problemas de geometría.

### **2.2.1.2 FUNDAMENTOS DE DIDÁCTICA DE LA GEOMETRÍA**

El “modo de pensar geométrico” supone poder apoyarse en propiedades estudiadas de las figuras y de los cuerpos para poder anticipar relaciones no conocidas. Se trata de poder obtener un resultado – en principio desconocido a partir de relaciones ya conocidas. Esta es la anticipación. Por otra parte poder saber que dicho resultado es el correcto porque las propiedades puestas en juego lo garantizan. En geometría el modo de demostrar la validez de una afirmación no es empírico (por ejemplo midiendo o dibujando), sino racional (a través de argumentos). Estos aspectos del estudio de la geometría se inician en los primeros años. (15)

Es de suma importancia iniciar con la aplicación de papiroflexia desde los ciclos iniciales de la educación, partir desde cuando el niño empieza su formación académica, para desde ahí ir fortaleciendo, afianzando y desarrollando el pensamiento lógico para encontrar soluciones cada vez más abstractas.

La geometría es una parte importante de la cultura del hombre, no es fácil encontrar contextos en que la geometría no aparezca de forma directa o indirecta. Actividades tan variadas como el deporte, la jardinería o la arquitectura por citar algunas se sirven de la utilización, consciente o no, de procedimientos geométricos. (16)

En la actualidad con mayor número de aplicaciones de la geometría es imprescindible la real comprensión de la geometría y para esto es necesario apoyarse en herramientas didácticas que ayuden en este fin, por eso la papiroflexia debe considerarse como potenciadora del desarrollo cognitivo.

Se admite de forma universal la importancia de la geometría como formadora del razonamiento lógico. Pocos son quienes discuten su trascendencia tanto en estudios posteriores de cualquier ciencia como en el desarrollo de habilidades cotidianas. No es casual que la geometría fuese ya en la Antigua Grecia una rama importante del saber, aunque su origen es anterior. (16)

La mayor dificultad de estudiantes es solucionar problemas complejos que requieren del razonamiento lógico, debido a esto es muy importante fortalecer esta limitación con el ejercicio diario de técnicas que fomentan su desarrollo, la papiroflexia como herramienta didáctica cumple de manera eficiente este cometido.

La geometría ha sido durante siglos uno de los pilares de la formación académica desde edades tempranas. Durante el siglo pasado, perdió paulatinamente presencia en los planes de estudio. Afortunadamente, los actuales currículos de matemáticas de todos los niveles educativos confieren a la geometría la importancia que nunca debió perder. (16)

Con unas buenas bases de razonamiento, se colabora en la apropiación del conocimiento, que es de utilidad no solo en la geometría sino también en otras ciencias.

## 1. TEORÍA CONSTRUCTIVISTA DE PIAGET

Se denomina *epistemología genética* a la teoría de Piaget, sobre la construcción del conocimiento. El psicólogo atribuye a la mente humana dos atributos principales, organización y adaptación. La mente está estructurada y preparada para adaptarse a los estímulos del entorno. (17)

Estas dos condiciones de las que nos menciona Piaget son útiles para el aprendizaje y es su visión sobre la manera de como aprendemos, pero es su forma de ver, porque otros teóricos tienen apreciaciones diferentes sobre este tema, sin embargo sus postulados han merecido amplio reconocimiento en el ámbito de la ciencia por sus contribuciones teóricas que han servido de base para los seguidores de su escuela.

La idea central de la construcción del conocimiento es la de la adaptación o *equilibración*, que tiene lugar mediante dos procesos íntimamente relacionados y dependientes, que son la *asimilación* y la *acomodación*. (17)

Incluso hay quienes afirman que la inteligencia del sujeto se manifiesta en su capacidad de adaptarse a situaciones diferentes, desde ese punto de vista la teoría de Piaget ha sido ampliamente reconocida.

Cuando un individuo se enfrenta a una situación, en particular a un problema matemático, intenta asimilar dicha situación a esquemas cognitivos existentes. Es decir, intenta resolver el problema mediante los conocimientos que ya posee y que se sitúan en esquemas conceptuales existentes (*asimilación*). Como resultado de la asimilación, el esquema cognitivo existente se reconstruye o expande para acomodar la situación. Esta reestructuración forma parte del proceso de *acomodación*. (17)

Así expresado se debe entender que el conocimiento se construye en base a conocimientos previos sobre los cuales se edifican los nuevos conocimientos, en una escala que asciende cada vez a niveles superiores.

Esta teoría tiene carácter *constructivista*, puesto que el alumno va avanzando en el aprendizaje mediante su actividad. El conocimiento, para Piaget, es el resultado de un proceso en el que el estudiante va construyendo su propio conocimiento de forma activa, fundamentalmente, a través del razonamiento (aunque también se considera cierta influencia sensorial) y no por acumulación del conocimiento (planteamiento empirista). Así pues, la construcción del conocimiento ocurre en la mente del estudiante

y está determinada por el nivel de desarrollo del propio alumno y por la estimulación externa. En consecuencia, son las secuencias didácticas las que juegan un papel fundamental que tienen que estar en concordancia con el nivel de desarrollo del alumno, aunque se considera imprescindible que el alumno haya evolucionado y tenga un desarrollo psicológico adecuado sin el cual no se pueden producir aprendizajes. (17)

Se entiende que para alcanzar el nivel superior o de dominio, habrá sido necesario salvar secuencialmente obstáculos necesarios para edificar el conocimiento, requisito sin el cual no sería posible la evolución del mismo.

Piaget desarrolla sus ideas fundamentales sobre la adquisición de los conceptos espaciales. En cada uno de los estadios de desarrollo se distingue una progresiva diferenciación de propiedades geométricas, partiendo de aquellas que él llama *topológicas*, o sea, propiedades globales independientes de la forma o el tamaño, como son las de cercanía, separación, ordenación o continuidad. El segundo grupo de propiedades son las que denomina propiedades *proyectivas*, que suponen la capacidad del niño para predecir qué aspecto presentará un objeto al ser visto desde diversos ángulos.

El tercer grupo de propiedades geométricas son las *euclídeas*, es decir, las relativas a tamaños, distancias y direcciones, que conducen por lo tanto a la medición de longitudes, ángulos, áreas, etc. Se pueden distinguir, por ejemplo, un trapecio y un rectángulo basándose en los ángulos y en las longitudes de los lados (desde el punto de vista proyectivo, ambas figuras son equivalentes, ya que el tablero de una mesa rectangular ofrece un aspecto de trapecio visto desde ciertos ángulos). (17)

Los conceptos espaciales tratados en geometría requieren de una abstracción para ser entendidos y si las propiedades geométricas son tan importantes, entonces la aplicación de la papiroflexia constituye un medio idóneo para el desarrollo de estas habilidades.

Uno de los asuntos que investigó Piaget, es la habilidad que tienen los niños para representar el espacio. En colaboración con Inhelder llevó a cabo diversos experimentos, muchos de los cuales proponía a los niños tareas geométricas. Ambos investigadores sostenían que, a pesar de que los niños desarrollan una percepción del espacio circundante desde muy temprana edad, en el periodo sensorio motor, esto no significa que simultáneamente desarrollen una conceptualización del espacio tal que les permita construir una representación mental del mismo. (9)

Piaget adopta una hipótesis constructivista, considerando que el estudiante es un constructor activo del conocimiento, en tal sentido se puede afirmar que:

El conocimiento no se organiza linealmente como un listado de términos, hechos y reglas, sino que se organiza en un sistema de relaciones que vinculan conceptos geométricos y procesos en esquemas conceptuales. Los estudiantes logran abstraer las matemáticas a partir de la reflexión sobre sus propios patrones de actividad.

Los conflictos a los que se enfrentan los estudiantes o las crisis por las que transitan son fundamentales en la transición de un nivel de pensamiento al otro. Los profesores no pueden esperar que los estudiantes aprendan por imitación o mediante claras explicaciones, sino a partir de lo que han encontrado por ellos mismos. (9)

Todas estas reflexiones conducen a valorar lo importante que resulta la adopción de una teoría del conocimiento, para ubicarla en el contexto del desarrollo de una didáctica apropiada para la enseñanza de geometría y potenciar el aprendizaje de esta asignatura.

## 2. EL APRENDIZAJE COMO DESARROLLO PSICOLÓGICO (VYGOTSKY)

Para Vygotsky, la relación del pensamiento con la palabra es un proceso en movimiento continuo de la mente a la palabra y de la palabra a la mente. Tras las palabras existe la gramática independiente de los pensamientos y el hecho de que los chicos puedan interpretar lo que decimos de un modo diferente de los que esperábamos no es más que

una parte de relación entre lenguaje y aprendizaje. En oposición a Piaget, que considera que el lenguaje es importante, pero no lo suficiente como para ser motor del desarrollo cognitivo, Vygotsky indica que el lenguaje desempeña un papel fundamental y que está íntimamente relacionado con el aprendizaje de las matemáticas. (17)

Vygotsky prioriza el contexto social, porque en ese entorno es donde se desarrolla el aprendizaje.

La dirección del aprendizaje para Vygotsky es de fuera adentro y las funciones mentales aparecen, primero, en el plano social e interpersonal y, después, en lo intrapersonal; es decir, el flujo tiene su foco inicial en la sociedad y se transmite a lo individual. (17)

El autor de esta teoría pone de manifiesto la relación entre el individuo y la sociedad en la que se desarrolla, de esta forma el individuo comprende diversas situaciones que ocurren en este entorno y aprende en la interacción.

Por otra parte, este autor concibe lo que denomina *zona de desarrollo próximo* o distancia entre las habilidades que ya posee el alumno y lo que puede llegar a aprender a través de apoyos externos (profesor o compañeros iguales), es decir, entre la Zona de Desarrollo Real y la Zona de Desarrollo Potencial. En la *zona de desarrollo próximo* es en donde deben situarse los procesos de enseñanza y de aprendizaje, ya que no tiene sentido situarse en lo que el niño ya es capaz de hacer por sí mismo (porque se aburriría).

Sin embargo, es importante conocer lo que sabe hacer, pues si el punto del que se parte está demasiado alejado de lo que el niño sabe a éste le cuesta mucho aprenderlo o es incapaz de hacerlo. El ajuste del proceso y la función de ayuda del profesor se suele comparar con la posición y la función que tiene un andamio en la construcción de un edificio: el andamio se debe colocar sobre lo ya construido de manera que con su apoyo se pueda uno mover por encima (en la Zona de Desarrollo Próximo) y construir una nueva altura. (17)

Cuando el conocimiento es contextualizado los aprendizajes son significativos, porque se aprende mientras se vive una realidad y se puede arribar a conceptos potenciados por el medio ambiente en que el individuo se desarrolla.

### 3. APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE AUSUBEL

La idea clave de la teoría de Ausubel reside en que el aprendizaje debe ser significativo, lo que equivale a que la información se pueda integrar en lo que el alumno ya sabe, por lo que es necesario tener en cuenta los aprendizajes previos. Es evidente que el alumno tiene una cultura previa y que si se producen nuevos aprendizajes, estos tienen que formar parte de la nueva cultura del alumno, que se habrá ampliado.

En relación con este planteamiento, desde la perspectiva del aprendizaje significativo, para evitar aprendizajes mecánicos y memorísticos, ineludiblemente, se tienen que producir dos condiciones: que el profesor presente los nuevos contenidos en la cultura del alumno y que el alumno quiera incorporarlos a su cultura (si no tiene la voluntad de aprender, no se producirán aprendizajes).

Este modelo de aprendizaje obliga a que, antes de la presentación de los nuevos contenidos, que deben estar claramente estructurados y organizados, el profesor realice tareas de motivación presentando una secuencia didáctica adecuada a los niveles culturales de matemáticas de los alumnos y fundamentada en esa cultura. Debe tener en cuenta que los conocimientos previos son resistentes al cambio. (17)

La predisposición que el estudiante tenga para aprender es fundamental según esta teoría, y debe partir de conocimientos previos sobre los cuales se integran los nuevos que no son arbitrarios sino sustanciales.

#### 4. LOS NIVELES DE VAN HIELE

Los esposos Van Hiele crearon una metodología para el aprendizaje de la matemática, que se aplica en geometría, basada en las siguientes premisas:

- Existen varios niveles de desarrollo en el razonamiento de los alumnos de geometría.
- Los estudiantes sólo podrán comprender realmente los conceptos nuevos si aquellos han alcanzado un nivel de razonamiento matemático adecuado.
- El apartado anterior implica que si los alumnos no hubieran alcanzado el nivel adecuado, habría que esperar a que lo alcanzasen.
- Es posible ayudar a los alumnos a que adquieran un nivel de razonamiento superior mediante una enseñanza adecuada.

Para estos autores, el aprendizaje de la Geometría no depende de la edad y se desarrolla trascendiendo de un nivel a otro. Lo que no se puede es obviar el nivel anterior para alcanzar la máxima comprensión. Es lógico pensar que el dominio de un cierto nivel permitirá acceder al próximo con menor dificultad.

Concretamente, en este modelo de enseñanza y aprendizaje de la geometría se consideran cinco niveles de aprendizaje, si bien a nivel preuniversitario se consideran los cuatro primeros. Las instrucciones de enseñanza que reciban los alumnos deben estar en consonancia con sus estadios de desarrollo porque, de lo contrario, éstos no aprenderían. Estos niveles de razonamiento van a aportar orientaciones didácticas para secuenciar la docencia, de forma que los alumnos vayan progresando de los niveles que requieren una menor abstracción a los que requieren un pensamiento matemático más avanzado.

Se requiere cada vez ir mejorando el lenguaje matemático que se necesita para el aprendizaje, esto no significa saber más matemática sino sustentar bien la información que conoce, de tal suerte que sea capaz de establecer analogía y deducciones propias.

El avance en estos niveles, y, por tanto, en el avance del aprendizaje de la geometría, va unido a la adquisición del lenguaje geométrico de cada nivel y al aprendizaje significativo de los conceptos propios de cada nivel. Los autores de la teoría consideran que, mientras que estos aprendizajes no se hayan producido en un determinado nivel, los alumnos no podrán aprender el nivel posterior. (17)

Si existe una secuencia de niveles, es tarea de los organizadores del currículum acomodar esta secuencia para permitir un avance progresivo entre niveles de aprendizaje.

### **2.2.2 MATERIALES DIDÁCTICOS**

Entendemos por materiales didácticos adecuados aquellos que cumplan, al menos, las siguientes características:

- Se adapten a distintas capacidades y niveles de conocimientos previos de los estudiantes.
- Permitan el tratamiento de contenidos variados.
- Sean accesibles en dos sentidos: próximos al entorno del estudiante, esto es, disponibles en todo momento y baratos.
- Sean incentivos, esto es faciliten el aprendizaje y fomenten el interés. (18)

Con el trabajo pretendemos acercar la Geometría a las aulas a través de un material que, como comprobaré, cumple con estas características.

La enseñanza de las matemáticas debe ser un trabajo menos complejo y más entretenido. En este sentido, la búsqueda de elementos que nos permitan afrontar esta tarea con ciertas garantías de éxito hace que desarrollemos nuevas estrategias de enseñanza y que exploremos nuevos recursos. (18)

La búsqueda constante de nuevas estrategias renovadoras, impulsará el proceso de enseñanza – aprendizaje, ya que nada es constante, excepto el cambio.

De acuerdo César Coll, la concepción constructivista se organiza en torno a tres ideas fundamentales:

1. El estudiante es el responsable último de su propio proceso de aprendizaje. Él es quien construye (o bien reconstruye) los saberes de su entorno cultural, éste puede ser un sujeto activo cuando manipula, explora, descubre o inventa, incluso cuando lee o escucha la exposición de los otros.
2. La actividad mental constructiva del estudiante se aplica a los contenidos que poseen ya un grado considerable de elaboración. Esto quiere decir que el estudiante no tiene en todo momento que descubrir o inventar en un sentido liberal todo el conocimiento escolar. Debido a que el conocimiento enseñado en las instituciones educativas es en realidad el resultado de un proceso de construcción a nivel social, los estudiantes y profesores encontrarán ya elaborados y definidos una buena parte de los contenidos curriculares.
3. La función del docente es engrasar los procesos de construcción del estudiante con el saber colectivo culturalmente originado. Esto implica que la función del profesor no se limita a crear condiciones óptimas para que el estudiante despliegue una actividad mental constructiva, sino que deba orientar y guiar explícita y deliberadamente dicha actividad. Podemos decir que la construcción del conocimiento escolar es en realidad un proceso de elaboración, en el sentido puede poseer las diversas competencias o habilidades que se exige, como por ejemplo: comprender, recordar, sintetizar, conocer, etc., para que el estudiante o la estudiante pueda desarrollar correctamente dicha actividad en el aula de clase. (19)

De estas inquietudes surge la necesidad de trabajar con materiales didácticos cercanos y versátiles. Son numerosos los que podemos encontrar en nuestro entorno o que resultan de fácil elaboración pero de todos ellos, uno de los que mayor satisfacción proporciona es el papel. El doblado de papel (papiroflexia) puede convertirse en un recurso didáctico de calidad, especialmente en el abstracto campo de la Geometría.

### **Interiorización**

Es una transformación de los procesos externos a procesos internos, formando un plano de conciencia. (20)

Según Galperin la interiorización pasa por cinco etapas:

1. Crear una concepción preliminar de la tareas
2. Dominar la acción utilizando objetos
3. Dominar la acción en el plano del habla audible.
4. Transferir la acción al plano mental.
5. Consolidar la acción mental. (21)

De esta forma el estudiante partiendo de su experiencia integra nuevos conocimientos.

En el proceso constructivista la evaluación es más compleja y se requiere que el docente tenga formación en este campo.

No basta que el aprendizaje sea significativo sino que se enmarque en la realidad y que pueda replicarse en situaciones reales, en la que el estudiante resulta ser protagónico al generar y usar el conocimiento.

Es necesario romper paradigmas y hay que “aprender a aprender” y “aprender a pensar” solo así se alcanzarán aprendizajes significativos.

Por su parte el estudiante debe estar motivado, mantener una actitud proactiva, esforzarse al máximo e interactuar con los demás compañeros de clase.

#### **ROL DEL DOCENTE:**

El maestro asume el rol de guía o facilitador, para orientar la investigación y descubrimiento del propio estudiante, consolidando los fundamentos teóricos en un ambiente en donde los dos se complementan.

#### **CRITERIOS E INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN:**

La evaluación pasa a ser sumativa, considerando todo aporte del estudiante, los mismos que se consignan en un portafolio individual que resume todas las actividades que desarrolla el alumno.

### **2.2.3 PAPIROFLEXIA**

La manipulación de un papel es un buen ejercicio de razonamiento espacial y se trata de una forma de aprender en la que el logro del objetivo lo obtiene el estudiante por sí mismo, siendo nuestra función la de guía, es decir, aprendizaje autónomo. No menos importante es que podemos conseguir que el estudiante incorpore lenguaje matemático a sus conocimientos de manera natural realizando cierta abstracción de determinados elementos como paralelas, perpendiculares, mediatriz, entre otras. (22)

La integración del razonamiento y el aprendizaje del lenguaje matemático constituye una gran fortaleza de la papiroflexia, es decir es muy versátil su aplicación y de todas formas ayuda en el aprendizaje de la geometría.

Papiroflexia es una palabra de origen latino que deriva de papiro (papel) y flectere (doblar); según el diccionario de la RAE significa doblar el papel y, por extensión, darle

la figura de determinados seres u objetos. Por lo tanto, el término define tanto el objeto resultante como la acción de doblar. El término original de la disciplina es origami, palabra japonesa con la misma composición lingüística que la castellana: ori (doblar), kami (papel). Los japoneses inventaron la papiroflexia hace más de mil años. Le dieron el nombre de origami y le dotaron de principios estéticos ligados a su cultura.

Es en China donde se introduce el papel en los primeros siglos de la era cristiana y llega a Japón en el siglo VI d.C.; con el papel hizo su aparición la papiroflexia, a la que podemos considerar como un arte, una ciencia y un entretenimiento, y de ahí su importancia en el aprendizaje de las matemáticas como estimulante de la actividad cerebral. (23)

En la actualidad podemos asegurar que existen numerosos tratados que explican el alcance de la papiroflexia, establecen lineamientos para su aplicación y proporcionan una metodología secuencial en la que se detallan los pasos a seguir en la solución de un problema específico.

### **2.2.3.1 LA PAPIROFLEXIA EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

La papiroflexia puede ser una gran ayuda en la educación matemática, a continuación se expone algunos beneficios y cualidades que podemos encontrar en esta disciplina. (24)

Debe mencionarse que estos son solo algunos de los beneficios que se pueden alcanzar con la aplicación de la papiroflexia.

Da al profesor de matemáticas una herramienta pedagógica que le permite trabajar con diferentes contenidos no solo conceptuales, sino también de procedimiento, desarrollando habilidades motoras finas y gruesas que a su vez permitirán al alumno desarrollar otros aspectos, como lateralidad, percepción espacial y psicomotricidad. (24)

Las habilidades motoras finas y gruesas ayudan en el desarrollo psicomotriz de los estudiantes y además se fortalece el entendimiento de conceptos geométricos útiles para la solución de problemas.

- Desarrolla la destreza manual y la exactitud en el desarrollo del trabajo, exactitud y precisión manual.
- Relaciona las matemáticas con otras áreas como las artes por ejemplo.
- Motiva al estudiante a ser creativo ya que puede elaborar sus propios modelos e investigar la conexión que tiene con la geometría no sólo plana, sino también espacial.

La papiroflexia no es solamente divertida sino que es un método valioso en la clase de matemáticas y además estimula habilidades de comportamiento, de aprendizaje en grupo y de desarrollo cognitivo.

#### HABILIDADES DE COMPORTAMIENTO

Es un ejemplo de “aprendizaje esquemático“. Para lograr el éxito, el alumno debe observar cuidadosamente, escuchar atentamente e interpretar unos diagramas con las instrucciones específicas que luego llevará a la práctica. (24)

Estos condicionamientos exigen un comportamiento atento por parte de los estudiantes, para mantener la concentración que se requiere para interpretar las instrucciones previas al tratamiento de un tema específico.

#### APRENDIZAJE EN GRUPO

La papiroflexia es muy adecuada para trabajar en el aula con 20 o más alumnos, tiende a eliminar las diferencias de conocimiento y muchos profesores han observado que los alumnos que no se destacan en otras actividades, son generalmente los más rápidos en aprender a hacer figuras geométricas en papel y ayudar a sus compañeros. (24)

Este aspecto debe ser tomado muy en cuenta en el manejo de grupos cuando se aplica la papiroflexia, su adaptabilidad para trabajo en grupos lo convierte en una buena alternativa para ser utilizada en la asignatura de geometría.

## DESARROLLO COGNITIVO

A través del doblado, los alumnos utilizan sus manos y siguen un conjunto de pasos en secuencia que producen un resultado visible que es al mismo tiempo llamativo y satisfactorio. Los pasos se deben llevar a cabo en cierto orden para lograr el resultado buscado. Piaget sostenía que “la actividad motora en la forma de movimientos coordinados es vital en el desarrollo del pensamiento intuitivo y en la representación mental del espacio”. (24)

La secuencia de pasos es importante para alcanzar resultados óptimos, que concluyen con la representación espacial de polígonos y demostraciones de postulados de geometría de una manera ágil, activa y participativa a la vez integradora.

## **CAPITULO III**

### **III MATERIALES Y MÉTODOS**

#### **3.1 DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN**

Investigación de tipo transversal y de campo, porque está definida en el tiempo y los datos se obtienen directamente en el lugar en donde se realizó el estudio, esto es, en la Escuela de Ingeniería Automotriz de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo en el periodo Marzo – Agosto 2014

#### **3.2 TIPO DE INVESTIGACIÓN**

Investigación de tipo explicativa, porque se analizó las relaciones causa efecto, al aplicar una herramienta didáctica utilizando papiroflexia en la asignatura de geometría plana con los estudiantes del primer nivel de Escuela de Ingeniería Automotriz de la Escuela Superior Politécnica de Chimborazo en el periodo Marzo – Agosto 2014 y evaluar el resultado de esa aplicación en el rendimiento académico y la repitencia, mediante test que evalúan los dos métodos que se comparan.

#### **3.3 MÉTODOS DE INVESTIGACIÓN**

Se utilizó el método científico, que mediante procesos de inducción, deducción, análisis y síntesis, y partiendo de un problema previo, contrastará las hipótesis para afirmarla o rechazarla, es decir determinará si existe o no dependencia entre las variables que se comparan.

La inducción que parte de situaciones particulares para generalizarlas luego, y la deducción que parte de generalizaciones para compararlas con aspectos particulares, serán útiles para establecer las relaciones que se dan entre lo que la teoría aporta y lo que se obtiene como resultado de la investigación.

Las fases del método inductivo son:

- Observación
- Experimentación
- Comparación
- Abstracción
- Generalización

Las fases del método deductivo son:

- Aplicación
- Comprensión
- Demostración

El análisis estuvo presente en todo el desarrollo de la investigación y la síntesis se la aplicó para compactar la información y cuando se declararon las conclusiones finales del estudio.

**MATERIALES:** Láminas de papel sobre las cuales se aplica la papiroflexia para la enseñanza de geometría plana.

### **3.4 TÉCNICAS E INSTRUMENTOS PARA LA RECOLECCIÓN DE DATOS**

#### **Técnicas**

a) **ENCUESTAS:** Para el diagnóstico del tipo de objetos de aprendizaje que están utilizando los estudiantes de primer semestre de Ingeniería Automotriz y para conocer

las corrientes educativas sobre el proceso de aprendizaje y los modelos educativos. De esta forma se da cumplimiento a los objetivos específicos 1 y 2.

**b) TEST:** Se aplicó con la finalidad de registrar la percepción de los estudiantes en cuanto a la aplicación de la guía propuesta utilizando papiroflexia y compararlos con los rendimientos con técnicas tradicionales, así se dio cumplimiento al objetivo específico 4.

Los objetivos específicos 3 y 5 se alcanzan mediante la revisión de la teoría acerca del tema para la elaboración de la propuesta que consiste en diseñar y aplicar un conjunto de formatos utilizando papiroflexia para la enseñanza de geometría plana.

### **Instrumentos**

- Cuestionario de preguntas.
- Fichas de registro de datos observados.

## **3.5 POBLACIÓN Y MUESTRA**

### **3.5.1 Población**

Los estratos de la población total lo conforman los estudiantes de primer nivel de la Escuela de Ingeniería Automotriz y los docentes.

<b>ESTRATOS</b>	<b>N POBLACIÓN</b>
Estudiantes de primer nivel de la Escuela de Ingeniería Automotriz	70
Docentes de la asignatura de geometría plana.	6
<b>TOTAL</b>	<b>76</b>

ELABORADO POR: Ing. Campo Morillo

### 3.5.2 Muestra

Se aplicó para el estrato de estudiantes, el muestreo fue probabilístico aleatorio simple:

El tamaño de la muestra se determinó por medio de:

$$n = \frac{Npq}{(N-1)\frac{E^2}{K^2} + pq}$$

**N** = Número de elementos que tiene la población: 70

**K** = Nivel de confianza = 1.96.

**p** = (0.5).

**q** = (1 - p) = (0.5).

**E** = Error admisible = 0,05.

**n** = Tamaño de la muestra = 59

Los 70 estudiantes pertenecen a dos cursos, el primero de 40 estudiantes y el segundo de 30 estudiantes; por tanto, la muestra se repartió de manera proporcional, 34 para el primer caso y 25 para el segundo caso.

### 3.6 PROCEDIMIENTO PARA EL ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

Para el análisis de resultados:

Se tabuló la información para determinar a través de estadística descriptiva la distribución de frecuencias absolutas y relativas para datos individuales o agrupados, luego éstos se representaron en gráficos de barras o circulares para permitir mayor facilidad de interpretación de respuestas.

Mediante estadística inferencial con la prueba Chi cuadrado, se determinó si existe diferencia estadística significativa entre la repitencia de los grupos con y sin papiroflexia

### 3.7 VARIABLES

#### 3.7.1 VARIABLE DEPENDIENTE

- Rendimiento académico
- Repitencia

#### 3.7.2 VARIABLES INDEPENDIENTE

- Estrategia didáctica (Papiroflexia)

#### 3.7.3 VARIABLES INTERVINIENTES

- Objetos de aprendizaje
- Modelos pedagógicos

### 3.8 OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES

VARIABLES	CONCEPTO	CATEGORÍAS	INDICADORES	TÉCNICAS E INSTRUMENTOS
Variable Independiente  <b>ESTRATEGIA DE PAPIROFLEXIA</b>	Herramienta didáctica para el desarrollo del pensamiento lógico – deductivo.	Destreza  Habilidad creativa  Habilidad cognitiva  Utilización  Generación de aprendizaje	Alta Media Baja  Alta Media Baja  Alta Media Baja  Siempre Ocasional-mente Nunca  Si	Encuesta Cuestionarios

		significativo	No	
		Protagonismo del alumno	Si No	
		Valoración de manejabilidad	Muy buena Buena Regular Mala Muy mala	
		Valoración de estilo esquemático	Muy buena Buena Regular Mala Muy mala	
		Valoración de posibilidad de experimentación	Muy buena Buena Regular Mala Muy mala	
		Valoración de transferir la acción al plano mental	Muy buena Buena Regular Mala Muy mala	
Variable Dependiente <b>RENDIMIENTO ACADÉMICO</b>	Promedio alcanzando sobre una base de diez puntos en la evaluación de parámetros de fijación de conceptos y solución de problemas	Fijación de conceptos (Métodos tradicionales)	Porcentaje de aciertos	Test de evaluación
<b>REPITENCIA</b>	Número de estudiantes que reprueban la asignatura	Fijación de conceptos (Métodos Estrategia de papiroflexia )	Porcentaje de aciertos	Fichaje: (Reporte de estudiantes reprobados)
		Solución de problemas (Métodos tradicionales)	Porcentaje de repitencia	
		Solución de	Porcentaje de repitencia	

		problemas (Estrategia de papiroflexia)		
Variables intervinientes <b>Objetos de aprendizaje</b>  <b>Modelos pedagógicos</b>	Herramientas didácticas  Concepciones teórico – conceptuales que sustentan los procesos de enseñanza - aprendizaje	Tipos  Perspectiva cognoscitiva  Teoría socio- histórica-cultural  Teoría integradora de principios conductista y cognoscitivista  Teoría del condicionamiento operante  Teoría del aprendizaje por descubrimiento  Teoría del aprendizaje significativo  Teoría del aprendizaje social	Aplica No aplica  Aplica No aplica  Aplica No aplica  Aplica No aplica  Aplica No aplica  Aplica No aplica  Aplica No aplica	Encuesta Cuestionarios

ELABORADO POR: Ing. Campo Morillo

## CAPITULO IV

### IV RESULTADOS Y DISCUSIÓN

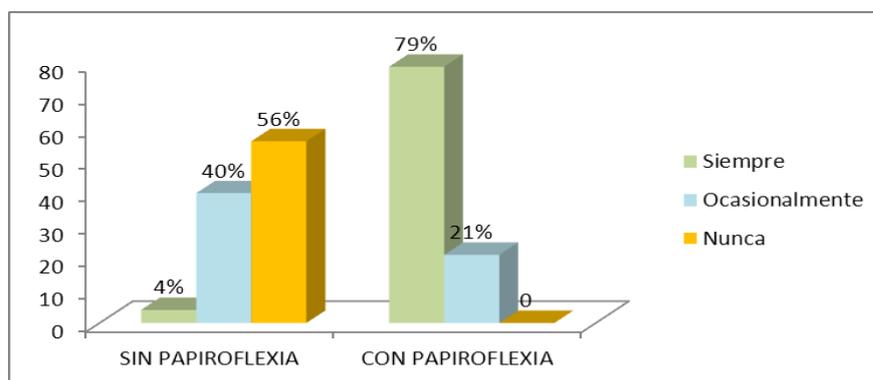
#### 4.1 RESULTADO DE ENCUESTAS A ESTUDIANTES DE PRIMER NIVEL DE INGENIERÍA AUTOMOTRIZ DE LA ESPOCH

CUADRO 1. ¿Utilizan los docentes objetos de aprendizaje o herramientas didácticas en el proceso enseñanza – aprendizaje?

	SIN PAPIROFLEXIA		CON PAPIROFLEXIA	
	F	%	F	%
Siempre	1	4	27	79
Ocasionalmente	10	40	7	21
Nunca	14	56	0	0
<b>TOTAL</b>	<b>25</b>	<b>100</b>	<b>34</b>	<b>100</b>

FUENTE: Encuesta a estudiantes de primer nivel de ingeniería automotriz de la ESPOCH  
ELABORADO POR: Ing. Campo Morillo

GRÁFICO 1. Utilización de objetos de aprendizaje o herramientas didácticas en el proceso enseñanza – aprendizaje por parte de los docentes



FUENTE: Encuesta a estudiantes de primer nivel de ingeniería automotriz de la ESPOCH  
ELABORADO POR: Ing. Campo Morillo

**ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:** El 56% de los estudiantes con quienes no se ha aplicado la herramienta didáctica de papiroflexia aseguran que los docentes nunca usan

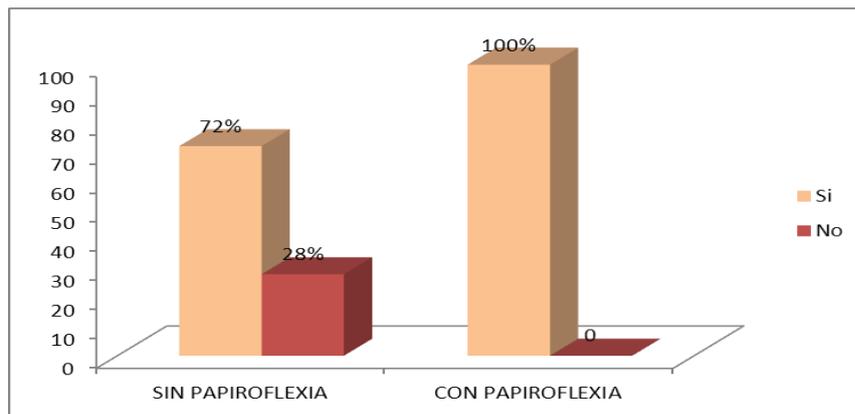
estos objetos de aprendizaje y un 40% manifiestan que lo hacen ocasionalmente, tan solo un porcentaje marginal opinan que siempre se usan estas herramientas didácticas. La opinión sobre este aspecto cambia de manera ostensible en los estudiantes con quienes se aplicó papiroflexia, el 79% aseguran que si los usan y el 21% que lo hacen de manera ocasional. Esta diferencia de resultados entre los dos cursos puede atribuirse en gran medida a la aplicación de papiroflexia en la asignatura de geometría plana.

**CUADRO 2.** ¿Considera que el uso de estrategias didácticas como la papiroflexia en la enseñanza de geometría plana potencia sus destrezas?

	SIN PAPIROFLEXIA		CON PAPIROFLEXIA	
	F	%	F	%
Si	18	72	34	100
No	7	28	0	0
<b>TOTAL</b>	<b>25</b>	<b>100</b>	<b>34</b>	<b>100</b>

**FUENTE:** Encuesta a estudiantes de primer nivel de ingeniería automotriz de la ESPOCH  
**ELABORADO POR:** Ing. Campo Morillo

**GRÁFICO 2.** Percepción del estudiante acerca del uso de estrategias didácticas como la papiroflexia en la enseñanza de geometría plana para potenciar las destrezas



**FUENTE:** Encuesta a estudiantes de primer nivel de ingeniería automotriz de la ESPOCH  
**ELABORADO POR:** Ing. Campo Morillo

**ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:** Hay diferencia de resultados en la comparación por cursos, aquellos estudiantes que recibieron la asignatura de geometría plana apoyados con la herramienta didáctica de papiroflexia tienen mayoritariamente una opinión más favorable sobre esta herramienta como potenciadora de destrezas. Quizá a

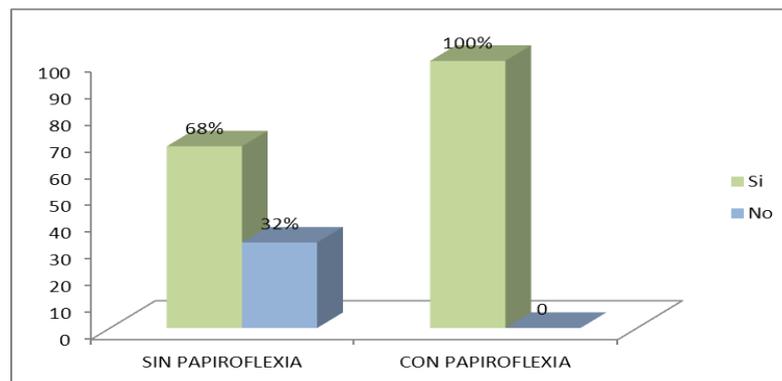
los estudiantes que no conocen sobre las ventajas de la papiroflexia, les resulte evaluar a priori este aspecto. La diferencia entre los dos grupos de estudiantes está en una proporción de 100 a 72. Se observa también en el curso de estudiantes que no han recibido la asignatura de geometría plana apoyados con la aplicación de papiroflexia, que un porcentaje equivalente al 28% considera que no es tan importante su utilización para la enseñanza de esta asignatura.

**CUADRO 3.** ¿Considera que el uso de estrategias didácticas como la papiroflexia en la enseñanza de geometría plana potencia sus habilidades creativas?

	SIN PAPIROFLEXIA		CON PAPIROFLEXIA	
	F	%	F	%
Si	17	68	34	100
No	8	32	0	0
<b>TOTAL</b>	<b>25</b>	<b>100</b>	<b>34</b>	<b>100</b>

FUENTE: Encuesta a estudiantes de primer nivel de ingeniería automotriz de la ESPOCH  
 ELABORADO POR: Ing. Campo Morillo

**GRÁFICO 3.** El uso de estrategias didácticas como la papiroflexia en la enseñanza de geometría plana para potenciar habilidades creativas



FUENTE: Encuesta a estudiantes de primer nivel de ingeniería automotriz de la ESPOCH  
 ELABORADO POR: Ing. Campo Morillo

**ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:** La totalidad de estudiantes del curso con quienes se trabajó en la asignatura de Geometría Plana apoyados con papiroflexia están absolutamente seguros de que esta herramienta didáctica potenció sus habilidades creativas. El uso frecuente de la papiroflexia durante el curso les permitió valorar las ventajas que la misma proporciona en el aspecto creativo mientras aprenden la

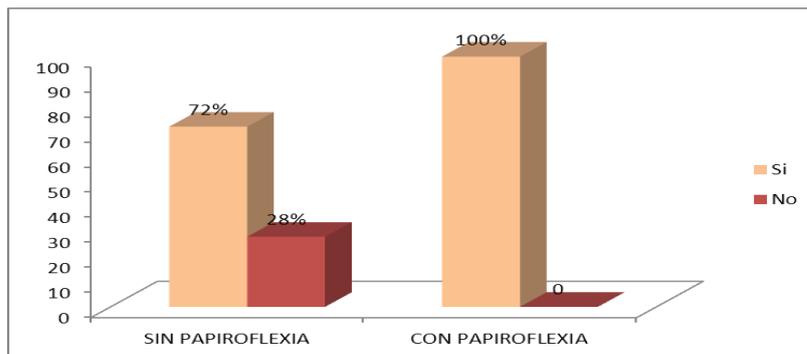
asignatura. En el caso del curso con estudiantes que no tuvieron esta oportunidad, las opiniones se dividen, un 68% manifiesta que la papiroflexia si ayudaría a potenciar la habilidad creativa y el 32% considera lo contrario. Fue importante la comparación porque permite valorar los criterios de los dos grupos y conocer si realmente el uso de papiroflexia en la signatura de geometría plana puede considerarse como una alternativa válida.

**CUADRO 4.** Considera que el uso de estrategias didácticas como la papiroflexia en la enseñanza de geometría plana potencia sus habilidades cognitivas?

	SIN PAPIROFLEXIA		CON PAPIROFLEXIA	
	F	%	F	%
Si	18	72	34	100
No	7	28	0	0
<b>TOTAL</b>	<b>25</b>	<b>100</b>	<b>34</b>	<b>100</b>

FUENTE: Encuesta a estudiantes de primer nivel de ingeniería automotriz de la ESPOCH  
ELABORADO POR: Ing. Campo Morillo

**GRÁFICO 4.** El uso de estrategias didácticas como la papiroflexia en la enseñanza de geometría plana para potencia habilidades cognitivas



FUENTE: Encuesta a estudiantes de primer nivel de ingeniería automotriz de la ESPOCH  
ELABORADO POR: Ing. Campo Morillo

**ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:** Las habilidades cognitivas son de gran importancia en el proceso de enseñanza – aprendizaje, y por lo que se observa en los resultados, la papiroflexia lo potencia, así lo considera el 100% de estudiantes encuestados que recibieron la asignatura de geometría plana apoyados con esta herramienta didáctica. En tanto que el 72% de los estudiantes que no estuvieron apoyados con la papiroflexia, también opinan que esta herramienta didáctica si

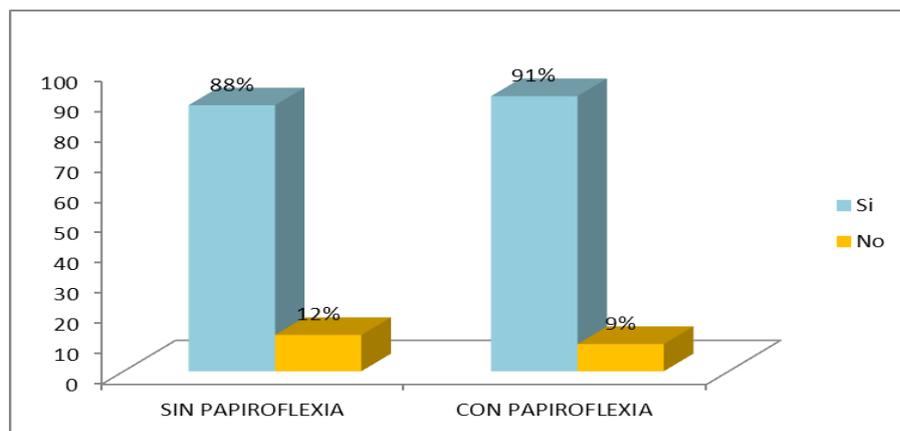
mejoraría las habilidades cognitivas, a pesar de que un 28% opina lo contrario. Si la papiroflexia es capaz de potenciar la habilidad cognitiva de los alumnos, debe considerarse como una magnífica opción para mejorar el rendimiento académico de los estudiantes en esta asignatura y disminuir el porcentaje de repitencia.

**CUADRO 5.** ¿Considera que el uso de estrategias didácticas como la papiroflexia en la enseñanza de geometría plana genera aprendizajes significativos?

	SIN PAPIROFLEXIA		CON PAPIROFLEXIA	
	F	%	F	%
Si	22	88	31	91
No	3	12	3	9
<b>TOTAL</b>	<b>25</b>	<b>100</b>	<b>34</b>	<b>100</b>

FUENTE: Encuesta a estudiantes de primer nivel de ingeniería automotriz de la ESPOCH  
ELABORADO POR: Ing. Campo Morillo

**GRÁFICO 5.** El uso de estrategias didácticas como la papiroflexia en la enseñanza de geometría plana para genera aprendizajes significativos



FUENTE: Encuesta a estudiantes de primer nivel de ingeniería automotriz de la ESPOCH  
ELABORADO POR: Ing. Campo Morillo

**ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:** El 91% de estudiantes con quienes se aplicó la técnica de papiroflexia consideran que el aprendizaje significativo se potencia cuando se aplica esta herramienta didáctica, tan solo un porcentaje del 9% opina que esto no sucede. En cambio para el 88% de los estudiantes que no recibieron la asignatura de geometría plana apoyados con papiroflexia, opinan que esta herramienta didáctica si es

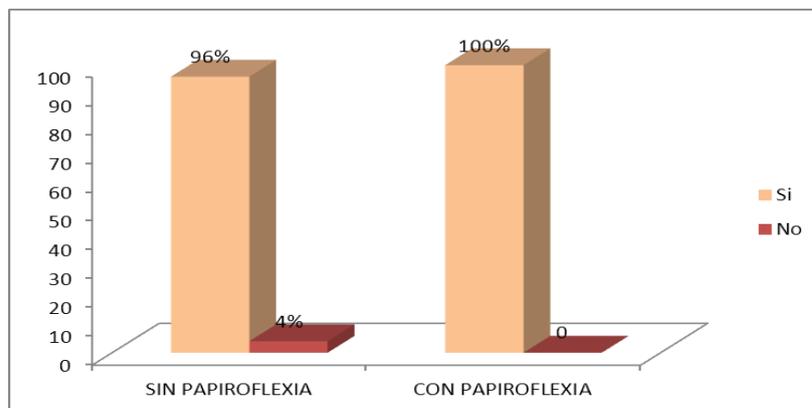
útil para mejorar el aprendizaje significativo. Como se puede apreciar la diferencia entre ambos grupos no es muy notoria, pero el criterio favorable con respecto al desfavorable es muy significativo. De ahí la importancia de la aplicación de papiroflexia, porque al final de lo que se trata es de transmitir de mejor manera el conocimiento sobre esta asignatura.

**CUADRO 6.** ¿Las estrategias creativas en el aula, hacen que usted adquiera un protagonismo mayor que en las metodologías tradicionales?

	SIN PAPIROFLEXIA		CON PAPIROFLEXIA	
	F	%	F	%
Si	24	96	34	100
No	1	4	0	0
<b>TOTAL</b>	<b>25</b>	<b>100</b>	<b>34</b>	<b>100</b>

FUENTE: Encuesta a estudiantes de primer nivel de ingeniería automotriz de la ESPOCH  
ELABORADO POR: Ing. Campo Morillo

**GRÁFICO 6.** Las estrategias creativas en el aula, para adquirir un protagonismo mayor que en las metodologías tradicionales



FUENTE: Encuesta a estudiantes de primer nivel de ingeniería automotriz de la ESPOCH  
ELABORADO POR: Ing. Campo Morillo

**ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:** Uno de los aspectos que siempre se critica en los sistemas educativos, es la tendencia tradicional en la que el maestro es el único protagonista en el aula, esta manera dogmática de enseñar impide la participación del estudiante para que juntos vayan creando conocimiento. La aplicación de papiroflexia es considerada como una estrategia creativa en el aula por el 100% de estudiantes que

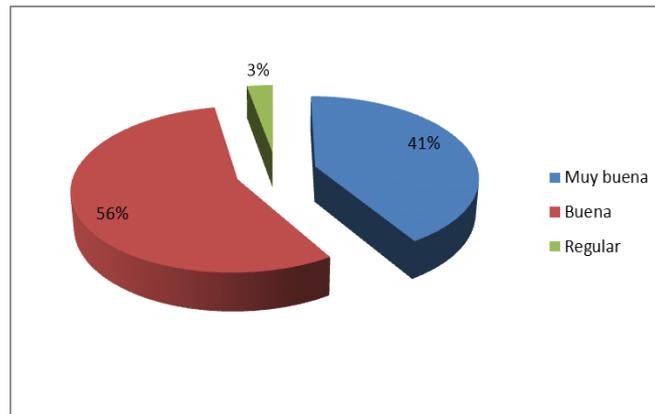
fueron partícipes de su utilización en la asignatura de Geometría Plana. Además el 96% del grupo que no recibió la signatura apoyada con papiroflexia, pero que si están al tanto de lo que representa esta técnica, coinciden en manifestar que la papiroflexia es generadora de mayor protagonismo del estudiante en la sala de clases.

**CUADRO 7. Valore la manejabilidad de los formatos de papiroflexia elaborados para la enseñanza de geometría plana**

	<b>CON PAPIROFLEXIA</b>	
	<b>F</b>	<b>%</b>
Muy buena	14	41
Buena	19	56
Regular	1	3
Mala	0	0
Muy mala	0	0
<b>TOTAL</b>	<b>34</b>	<b>100</b>

**FUENTE:** Encuesta a estudiantes de primer nivel de ingeniería automotriz de la ESPOCH  
**ELABORADO POR:** Ing. Campo Morillo

**GRÁFICO 7. Valore la manejabilidad de los formatos de papiroflexia elaborados para la enseñanza de geometría plana**



**FUENTE:** Encuesta a estudiantes de primer nivel de ingeniería automotriz de la ESPOCH  
**ELABORADO POR:** Ing. Campo Morillo

**ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:** Hay que mencionar que los formatos de papiroflexia lo conocieron y aplicaron los 34 estudiantes de este curso de geometría plana, por lo tanto son quienes pudieron valorar los formatos utilizados. Como se observa, el 41% de encuestados califica como muy buena la manejabilidad de los formatos, el 56% lo valora como buena y un porcentaje marginal del 3% lo valora como

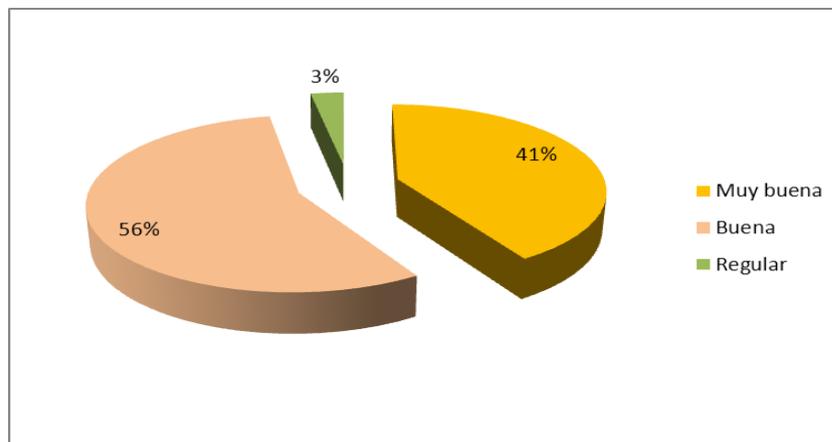
regular. La opinión favorable es mayoritaria, de lo que se deduce que los formatos elaborados fueron un gran apoyo en el aprendizaje de geometría plana.

**CUADRO 8.** Valore el estilo esquemático de los formatos de papiroflexia elaborados para la enseñanza de geometría plana:

	<b>CON PAPIROFLEXIA</b>	
	<b>F</b>	<b>%</b>
Muy buena	14	41
Buena	19	56
Regular	1	3
Mala	0	0
Muy mala	0	0
<b>TOTAL</b>	<b>34</b>	<b>100</b>

**FUENTE:** Encuesta a estudiantes de primer nivel de ingeniería automotriz de la ESPOCH  
**ELABORADO POR:** Ing. Campo Morillo

**GRÁFICO 8.** Valore el estilo esquemático de los formatos de papiroflexia elaborados para la enseñanza de geometría plana



**FUENTE:** Encuesta a estudiantes de primer nivel de ingeniería automotriz de la ESPOCH  
**ELABORADO POR:** Ing. Campo Morillo

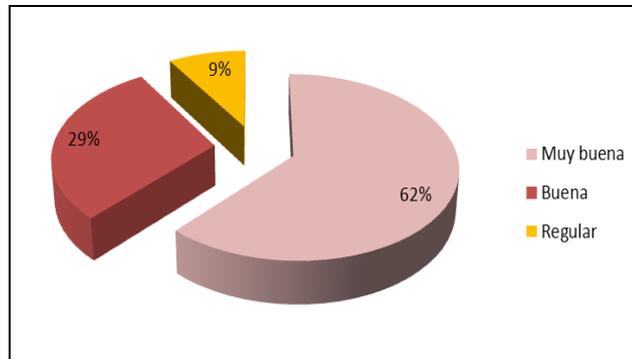
**ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:** El estilo esquemático de los formatos es valorado como muy bueno por el 41% de estudiantes, el 56% lo califican como bueno. Solo un 3% lo valora como regular. Se trató de no descuidar ningún aspecto sobre el estilo esquemático en la elaboración de los formatos, y a juzgar por la opinión de los estudiantes encuestados, se pudo cumplir con este objetivo.

**CUADRO 9.** Valore la posibilidad de experimentación de los formatos de papiroflexia elaborados para la enseñanza de geometría plana

	<b>CON PAPIROFLEXIA</b>	
	<b>F</b>	<b>%</b>
Muy buena	21	62
Buena	10	29
Regular	3	9
Mala	0	0
Muy mala	0	0
<b>TOTAL</b>	<b>34</b>	<b>100</b>

**FUENTE:** Encuesta a estudiantes de primer nivel de ingeniería automotriz de la ESPOCH  
**ELABORADO POR:** Ing. Campo Morillo

**GRÁFICO 9.** Valore la posibilidad de experimentación de los formatos de papiroflexia elaborados para la enseñanza de geometría plana



**FUENTE:** Encuesta a estudiantes de primer nivel de ingeniería automotriz de la ESPOCH  
**ELABORADO POR:** Ing. Campo Morillo

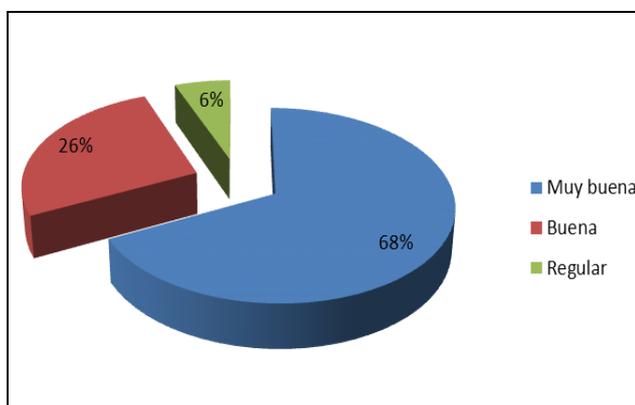
**ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:** Para el 62% de estudiantes encuestados, los formatos de papiroflexia son muy buenos para posibilitar la experimentación en la enseñanza de Geometría Plana, el 29% considera que los formatos son buenos para experimentar en la solución de problemas de geometría plana. El 9% opina que este objetivo de los formatos se cumple de manera regular. El doblado del papel en sí mismo genera una gran posibilidad de experimentar, rehacer, combinar diferentes opciones, para lograr la solución de los problemas y fijar de mejor manera los conocimientos sobre esta asignatura.

**CUADRO 10. Valore la posibilidad de transferir la acción al plano mental de los formatos de papiroflexia elaborados para la enseñanza de geometría plana**

	<b>CON PAPIROFLEXIA</b>	
	<b>F</b>	<b>%</b>
Muy buena	23	68
Buena	9	26
Regular	2	6
Mala	0	0
Muy mala	0	0
<b>TOTAL</b>	<b>34</b>	<b>100</b>

**FUENTE:** Encuesta a estudiantes de primer nivel de ingeniería automotriz de la ESPOCH  
**ELABORADO POR:** Ing. Campo Morillo

**GRÁFICO 10. Valore la posibilidad de transferir la acción al plano mental de los formatos de papiroflexia elaborados para la enseñanza de geometría plana**



**FUENTE:** Encuesta a estudiantes de primer nivel de ingeniería automotriz de la ESPOCH  
**ELABORADO POR:** Ing. Campo Morillo

**ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:** Los formatos de papiroflexia son considerados como muy buenos para transferir la acción al plano mental, esta valoración es compartida por el 68% de estudiantes. Para el 26% los formatos elaborados son buenos para este propósito y para el 6% los formatos son regulares para cumplir con este propósito. Como se observa, el criterio desfavorable es marginal, en cambio que el criterio favorable es mayoritario. La papiroflexia es una herramienta didáctica que evidencia la teoría de aprender haciendo, es decir trascender de la idea a la acción.

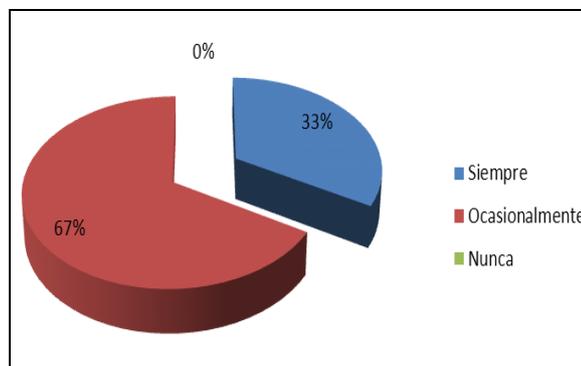
## 4.2 RESULTADO DE ENCUESTAS A DOCENTES DE INGENIERÍA AUTOMOTRIZ DE LA ESPOCH.

CUADRO 11. ¿Utiliza objetos de aprendizaje o herramientas didácticas en el proceso enseñanza – aprendizaje?

	F	%
Siempre	2	33
Ocasionalmente	4	67
Nunca	0	0
<b>TOTAL</b>	<b>6</b>	<b>100</b>

FUENTE: Encuesta a docentes de ingeniería automotriz de la ESPOCH  
ELABORADO POR: Ing. Campo Morillo

GRÁFICO 11. Utilización de objetos de aprendizaje o herramientas didácticas en el proceso enseñanza – aprendizaje



FUENTE: Encuesta a docentes de ingeniería automotriz de la ESPOCH  
ELABORADO POR: Ing. Campo Morillo

**ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:** Los resultados obtenidos demuestran que tan solo el 33% de docentes utilizan objetos de aprendizaje o herramientas didácticas en el proceso de enseñanza-aprendizaje, un 67% lo utilizan pero de manera ocasional. Los teorizantes del aprendizaje actualmente fomentan la utilización de herramientas didácticas como medios que potencian el aprendizaje, porque propenden a la interacción entre el profesor y el estudiante y generan mayores habilidades cognitivas, de destrezas, habilidades creativas y los aprendizajes significativos.

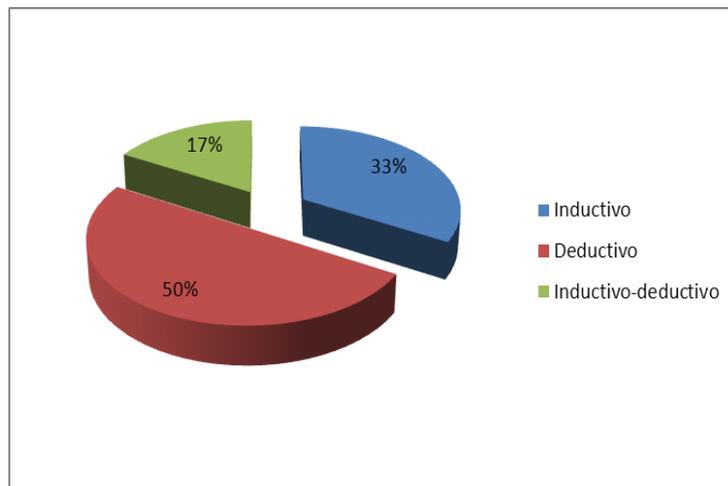
**CUADRO 12.** ¿En cuanto a la forma de razonamiento, cuál de los siguientes métodos utiliza usted?

	<b>F</b>	<b>%</b>
Inductivo	2	33
Deductivo	3	50
Inductivo-deductivo	1	17
Analógico	0	0
Todos los anteriores	0	0
<b>TOTAL</b>	<b>6</b>	<b>100</b>

**FUENTE:** Encuesta a docentes de ingeniería automotriz de la ESPOCH

**ELABORADO POR:** Ing. Campo Morillo

**GRÁFICO 12.** En cuanto a la forma de razonamiento, cuál de los siguientes métodos utiliza



**FUENTE:** Encuesta a docentes de ingeniería automotriz de la ESPOCH

**ELABORADO POR:** Ing. Campo Morillo

**ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:** El 50% de docentes utilizan la deducción para fortalecer el razonamiento de los estudiantes, un 33% aplican métodos inductivos y un 17% utilizan por igual tanto los métodos inductivos como los deductivos. Para acceder a la concreción de conceptos abstractos, ambos métodos son útiles, ya sea que a partir de particularidades se llegue a generalizaciones o que por medio del análisis de lo general se llegue a explicar casos particulares. En el caso de la asignatura de geometría plana, el razonamiento es fundamental en la solución de problemas, por esta razón la aplicación

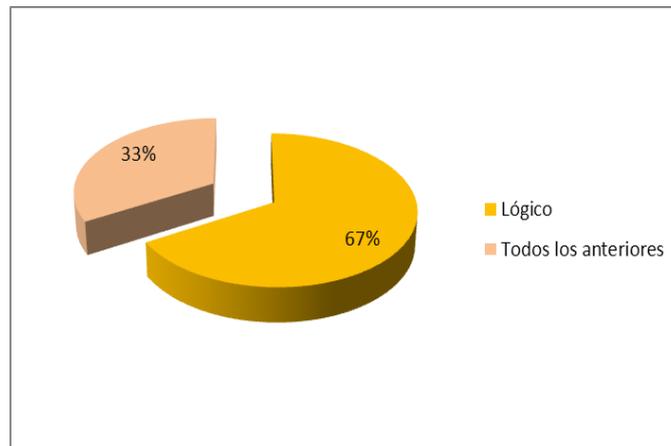
de papiroflexia es una opción válida, porque ayuda justamente a fortalecer el razonamiento.

**CUADRO 13.** ¿En cuanto a la coordinación con la asignatura, cuál de los siguientes métodos utiliza usted?

	<b>F</b>	<b>%</b>
Lógico	4	67
Psicológico	0	0
Todos los anteriores	2	33
Ninguno	0	0
<b>TOTAL</b>	<b>6</b>	<b>100</b>

**FUENTE:** Encuesta a docentes de ingeniería automotriz de la ESPOCH  
**ELABORADO POR:** Ing. Campo Morillo

**GRÁFICO 13.** En cuanto a la coordinación con la asignatura, cuál de los siguientes métodos utiliza



**FUENTE:** Encuesta a docentes de ingeniería automotriz de la ESPOCH  
**ELABORADO POR:** Ing. Campo Morillo

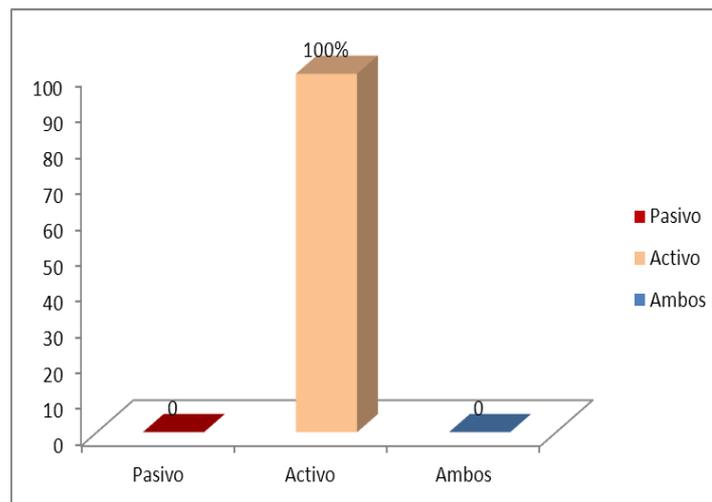
**ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:** En el aspecto de la coordinación de la asignatura, los docentes prefieren los métodos lógicos, así lo manifiesta el 67% de docentes. El 33% en cambio utiliza ambos métodos, los lógicos y los psicológicos. La lógica es primordial en la solución de problemas de geometría plana, algo como una exigibilidad para la comprensión de la asignatura, debido a lo abstracto de sus conceptos. Bajo estas consideraciones, la papiroflexia resulta muy importante para apoyar este objetivo.

**CUADRO 14.** ¿En cuanto a la actividad de los alumnos, cuál de los siguientes métodos utiliza usted?

	<b>F</b>	<b>%</b>
Pasivo	0	0
Activo	6	100
Ambos	0	0
<b>TOTAL</b>	<b>6</b>	<b>100</b>

**FUENTE:** Encuesta a docentes de ingeniería automotriz de la ESPOCH  
**ELABORADO POR:** Ing. Campo Morillo

**GRÁFICO 14.** En cuanto a la actividad de los alumnos, cuál de los siguientes métodos utiliza



**FUENTE:** Encuesta a docentes de ingeniería automotriz de la ESPOCH  
**ELABORADO POR:** Ing. Campo Morillo

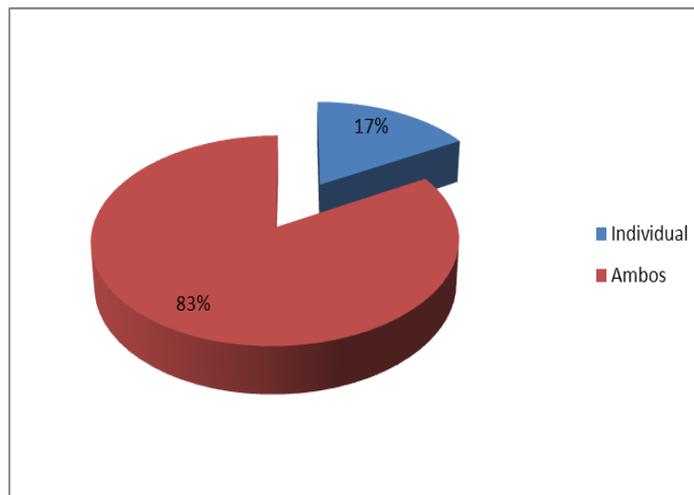
**ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:** La totalidad de docentes utilizan métodos activos para fomentar la actividad de los estudiantes en el aula. La actividad que desarrolla el estudiante en clase es muy importante para ser protagonista del proceso enseñanza-aprendizaje, los mantiene siempre atentos y concentrados en la tarea que realizan y se genera un ambiente propicio para facilitar el aprendizaje. La interacción es un factor fundamental para mantener el interés en el tema que se trata y los estudiantes son participativos.

**CUADRO 15. ¿En cuanto al trabajo del alumno, cuál de los siguientes métodos utiliza usted?**

	<b>F</b>	<b>%</b>
Individual	1	17
Grupal	0	0
Ambos	5	83
<b>TOTAL</b>	<b>6</b>	<b>100</b>

**FUENTE:** Encuesta a docentes de ingeniería automotriz de la ESPOCH  
**ELABORADO POR:** Ing. Campo Morillo

**CUADRO 15. En cuanto al trabajo del alumno, cuál de los siguientes métodos utiliza**



**FUENTE:** Encuesta a docentes de ingeniería automotriz de la ESPOCH  
**ELABORADO POR:** Ing. Campo Morillo

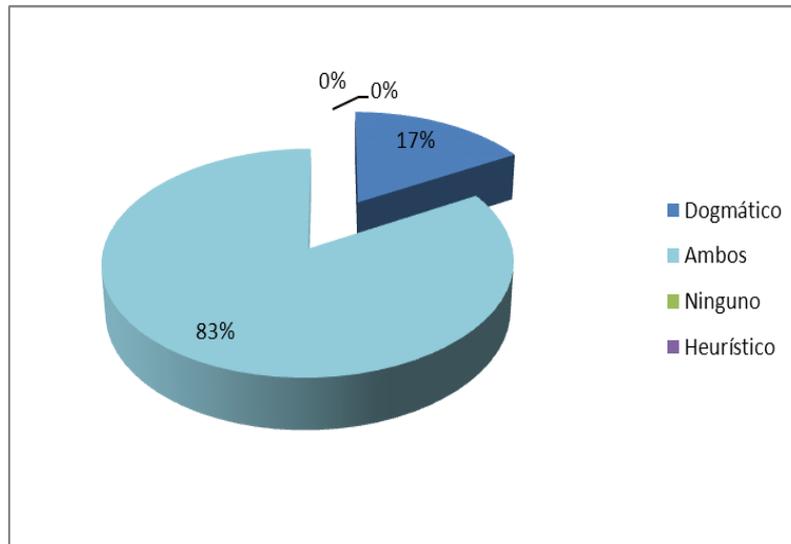
**ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:** En cuanto al trabajo del alumno en tareas de clase, el 83% de docentes utiliza tanto técnicas individuales como grupales. Tan solo un docente prefiere que los estudiantes trabajen en clase de manera individual. Los trabajos grupales son beneficiosos para el aprendizaje colaborativo, los estudiantes mejor preparados se convierten en agentes multiplicadores del conocimiento y de esta forma se puede alcanzar mejores rendimientos académicos, es cuestión de organización en el momento de definir los grupos de trabajo, para que los mismos sean equilibrados y semejantes.

**CUADRO 16.** ¿En cuanto a la aceptación de lo enseñado, cuál de los siguientes métodos utiliza usted?

	<b>F</b>	<b>%</b>
Dogmático	1	17
Heurístico	0	0
Ambos	5	83
Ninguno	0	0
<b>TOTAL</b>	<b>6</b>	<b>100</b>

**FUENTE:** Encuesta a docentes de ingeniería automotriz de la ESPOCH  
**ELABORADO POR:** Ing. Campo Morillo

**GRÁFICO 16.** En cuanto a la aceptación de lo enseñado, cuál de los siguientes métodos utiliza



**FUENTE:** Encuesta a docentes de ingeniería automotriz de la ESPOCH  
**ELABORADO POR:** Ing. Campo Morillo

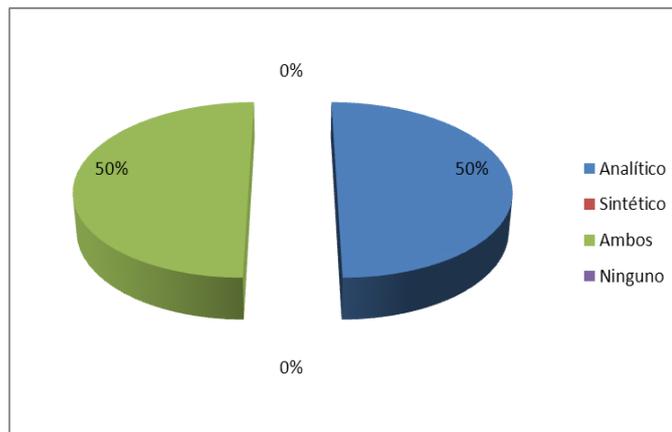
**ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:** Los docentes en su mayoría (83%) utilizan tanto el método dogmático como el heurístico. El método dogmático en la actualidad ya no tiene gran aceptación, ya no es el profesor el único dueño de la verdad, se prefiere mejor ahora que el profesor junto a los estudiantes vayan construyendo el conocimiento, en una realidad cambiante donde los paradigmas se modifican y donde la facilidad de acceso a la información facilite la intercomunicación entre el profesor y los estudiantes.

**CUADRO 17.** ¿En cuanto al abordaje del tema estudiado, cuál de los siguientes métodos utiliza usted?

	<b>F</b>	<b>%</b>
Analítico	3	50
Sintético	0	0
Ambos	3	50
Ninguno	0	0
<b>TOTAL</b>	<b>6</b>	<b>100</b>

**FUENTE:** Encuesta a docentes de ingeniería automotriz de la ESPOCH  
**ELABORADO POR:** Ing. Campo Morillo

**GRÁFICO 17.** En cuanto al abordaje del tema estudiado, cuál de los siguientes métodos utiliza



**FUENTE:** Encuesta a docentes de ingeniería automotriz de la ESPOCH  
**ELABORADO POR:** Ing. Campo Morillo

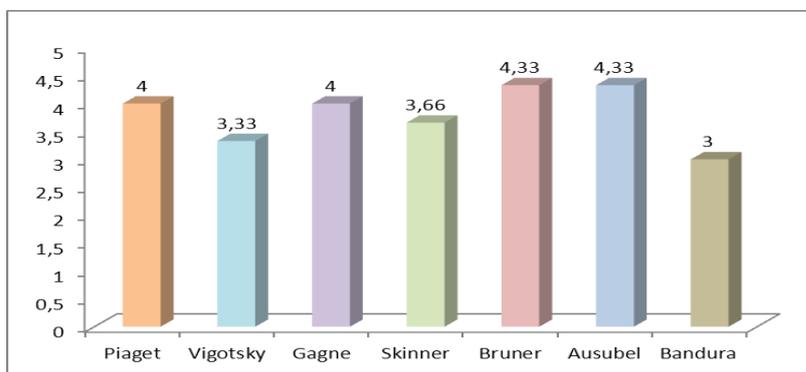
**ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:** El método analítico es utilizado por el 50% de docentes, el restante porcentaje utiliza de manera combinada tanto el método analítico como el sintético. El análisis es fundamental en la geometría plana, pues se trata de comprender la consistencia del problema a resolver para luego idear su solución, en tanto que la síntesis condensa un cúmulo de conocimientos para abstraer en soluciones particulares. La utilización combinada de los métodos genera un campo de acción más amplio y considero que es una buena opción para abordar los temas sobre geometría plana.

**CUADRO 18.** Valore en una escala de 1 a 5 (1 poco importante y 5 muy importante) los modelos pedagógicos que usted considera más apropiados para la enseñanza de geometría plana

	Promedio / 5
Piaget: (Perspectiva cognoscitiva)	4
Vigotsky: (Teoría socio-histórico-cultural)	3.33
Gagne (Teoría integradora de principios conductista y cognoscitivista)	4
Skinner: (Teoría de condicionamiento operante)	3.66
Bruner: (Teoría del aprendizaje por descubrimiento)	4.33
Ausubel: (Teoría del aprendizaje significativo)	4.33
Bandura: (Teoría del aprendizaje social)	3

FUENTE: Encuesta a docentes de ingeniería automotriz de la ESPOCH  
ELABORADO POR: Ing. Campo Morillo

**Gráfico 18.** Valore en una escala de 1 a 5 (1 poco importante – 5 muy importante) los modelos pedagógicos que usted considera más apropiados para la enseñanza de geometría plana



FUENTE: Encuesta a docentes de ingeniería automotriz de la ESPOCH  
ELABORADO POR: Ing. Campo Morillo

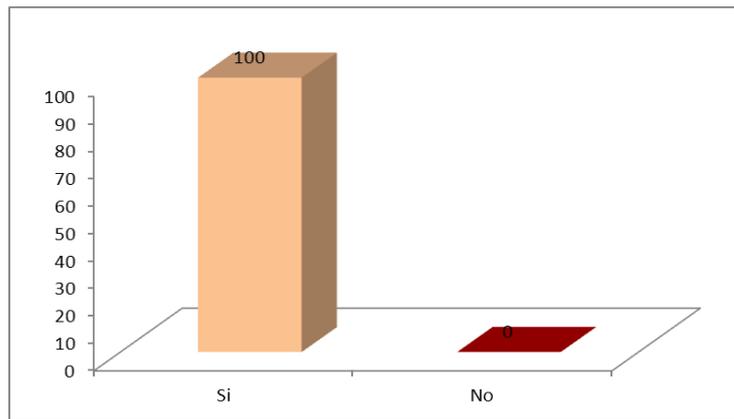
**ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:** Los modelos pedagógicos que alcanzaron mayor puntuación son los de Bruner y Ausubel, con un valor equivalente a 4.33 que les concede una importancia muy relevante. Esto demuestra que el aprendizaje por descubrimiento y el aprendizaje significativo son los que a juicio de los docentes son importantes en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Es de anotar que las teorías de Piaget con su perspectiva cognoscitiva y Gagne con su teoría combinada, también alcanzaron puntajes altos, un valor de 4 sobre un máximo de 5. Las teorías de Skinner, Vigotsky y Bandura respectivamente no fueron consideradas como apropiadas para la enseñanza de geometría plana.

**CUADRO 19.** ¿Considera que el uso de estrategias didácticas como la papiroflexia en la enseñanza de geometría plana potencia las destrezas, habilidades creativas y habilidades cognitivas de los alumnos?

	<b>F</b>	<b>%</b>
Si	6	100
No	0	0
<b>TOTAL</b>	<b>6</b>	<b>100</b>

FUENTE: Encuesta a docentes de ingeniería automotriz de la ESPOCH  
ELABORADO POR: Ing. Campo Morillo

**GRÁFICO 19.** ¿Considera que el uso de estrategias didácticas como la papiroflexia en la enseñanza de geometría plana potencia las destrezas, habilidades creativas y habilidades cognitivas de los alumnos?



FUENTE: Encuesta a docentes de ingeniería automotriz de la ESPOCH  
ELABORADO POR: Ing. Campo Morillo

**ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:** Absolutamente todos los docentes encuestados considera que el uso de estrategias didácticas como la papiroflexia en la enseñanza de Geometría Plana si potencia las destrezas, habilidades creativas y habilidades cognitivas de los alumnos. Esta valoración es muy útil porque con esta predisposición positiva es más fácil su aplicación, no solo en la asignatura de geometría plana, sino en todas aquellas en las que la papiroflexia resulte una buena opción y más allá de esto, y de una manera más generalizada, se debe propender al uso de objetos de aprendizaje, como herramientas didácticas para favorecer los aprendizajes, mejorar el rendimiento académico de los estudiantes y disminuir el porcentaje de repitencia.

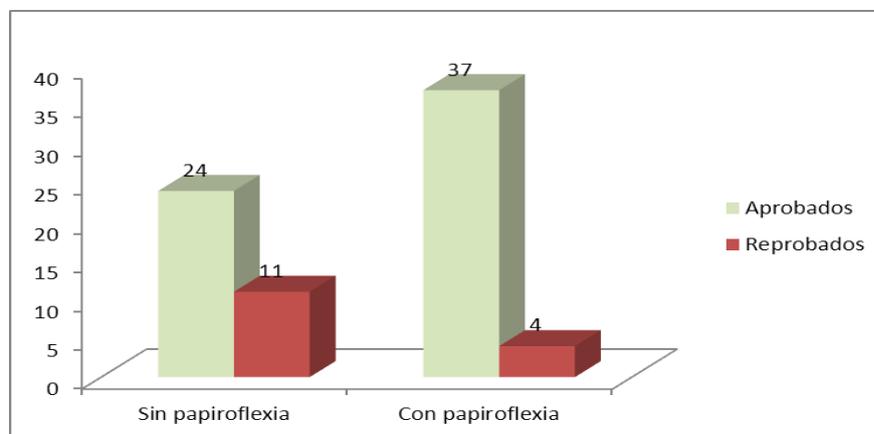
**4.3 RESULTADO DE REPITENCIA DE LOS ESTUDIANTES DE PRIMER NIVEL DE LA ASIGNATURA DE GEOMETRÍA PLANA DE LA ESCUELA DE INGENIERÍA AUTOMOTRIZ DE LA ESPOCH, ANTES Y DESPUÉS DE LA APLICACIÓN DE LA ESTRATEGIA METODOLÓGICA DE PAPIROFLEXIA.**

**CUADRO 20.** Repitencia de estudiantes en la asignatura de Geometría Plana

PERIODO	MATRICULADOS	REPROBADOS POR NOTA	% SOLO POR NOTA
21 MARZO-3 AGOSTO 2011	169	48	28,40
19 MARZO-27 JULIO 2012	87	33	37,93
3 OCTUBRE-28 FEBRERO 2012	126	34	26,98
4 MARZO-5 JULIO 2013	62	17	27,42
3 SEPTIEMBRE 2012-18 FEBRERO 2013	30	4	13,33
4 MARZO-5 JULIO 2013	62	14	22,58
9 SEPTIEMBRE 2012-17 ENERO 2014	62	22	35,48
<b>Curso con aplicación Papiroflexia</b>			
10 SEPTIEMBRE 2012-17 ENERO 2014	41	4	9.75
<b>Curso sin aplicación de papiroflexia</b>			
10 SEPTIEMBRE 2012-17 ENERO 2014	35	11	31.4

FUENTE: Secretaría de Ingeniería Automotriz de la ESPOCH  
ELABORADO POR: Ing. Campo Morillo

**GRÁFICO 20.** Repitencia en la asignatura de Geometría Plana



FUENTE: Secretaría de Ingeniería Automotriz de la ESPOCH  
ELABORADO POR: Ing. Campo Morillo

Durante el periodo de estudio, el número de repitencia disminuye cuando se aplica la papiroflexia en la enseñanza de la geometría.

#### 4.4 PRUEBA DE HIPÓTESIS

##### Estadístico Chi Cuadrado

$$\chi^2_{calc} = \sum \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$$

$X^2$  = Chi Cuadrado

$f_o$  = Frecuencia del valor observado

$f_e$  = Frecuencia del valor esperado

$H_0$ : Hipótesis nula. No hay diferencia significativa de repitencia entre los grupos con y sin papiroflexia

$H_i$ : Hipótesis de investigación. Hay diferencia significativa de repitencia entre los grupos con y sin papiroflexia

##### Regla de decisión:

Si  $p \leq 0.05$  se rechaza  $H_0$

Si  $p \geq 0.05$  Se acepta  $H_0$

$$X^2_{cal} = \frac{(37 - 32.9)^2}{32.9} + \frac{(4 - 8.1)^2}{8.1} + \frac{(24 - 28.1)^2}{28.1} + \frac{(11 - 6.9)^2}{6.9}$$

$$X^2_{cal} = 5.59$$

Con  $gl=1$  y nivel de significación del 95%, se encuentra en la tabla el valor de Chi cuadrado para estos valores.

$$X^2_{Tabulado} = 3.84$$

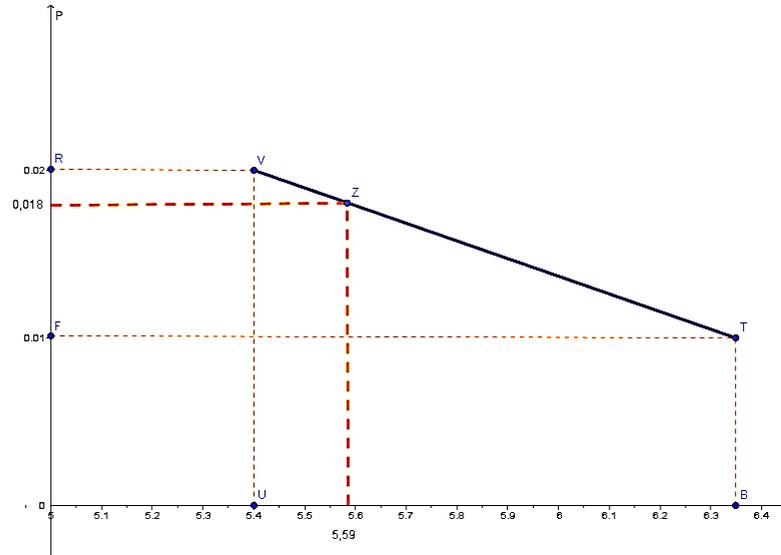
Se compara los valores de chi cuadrado calculado con el tabulado:

$$X^2_{cal} \geq X^2_{Tabulado}$$

$$5.59 \geq 3.84$$

Por tanto: Se acepta la hipótesis de investigación.

**GRÁFICO 21. Interpolación de “p” para Chi cuadrado calculado**



**ELABORADO POR:** Ing. Campo Morillo

Conocidos los valores de chi cuadrado para las significancias del 95% y el 99% que son (5.412 y 6.635 respectivamente), se interpolan estos valores para encontrar el valor de p para el valor calculado de Chi cuadrado que es de 5.598

$H_0$ : Hipótesis nula. No hay diferencia significativa de repitencia entre los grupos con y sin papiroflexia

$H_1$ : Hipótesis de investigación. Hay diferencia significativa de repitencia entre los grupos con y sin papiroflexia

**Regla de decisión:**

Si  $p \leq 0.05$  se rechaza  $H_0$

Si  $p \geq 0.05$  Se acepta  $H_0$

**Cuadro 21. Tabla de contingencia Método \* Repitencia**

			Repitencia		Total
			Aprobado	Reprobado	
Método	Con Papiroflexia	Recuento	37	4	41
		Frecuencia esperada	32,9	8,1	41,0
	Sin papiroflexia	Recuento	24	11	35
		Frecuencia esperada	28,1	6,9	35,0
Total	Recuento		61	15	76
	Frecuencia esperada		61,0	15,0	76,0

**FUENTE:** Secretaría de Ingeniería Automotriz de la ESPOCH  
**ELABORADO POR:** Ing. Campo Morillo

**Cuadro 22. Pruebas de chi-cuadrado**

	Valor	Gl.	Sig. asintótica (bilateral)	Sig. exacta (bilateral)	Sig. exacta (unilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	5,598	1	0,018		

**ELABORADO POR:** Ing. Campo Morillo

Como  $p = 0,018 \leq 0,05$  se rechaza  $H_0$  y se acepta  $H_1$

El número de estudiantes que repiten la asignatura de geometría plana depende del método que se aplica. La frecuencia de repitencia es menor cuando se aplica la papiroflexia.

## **V CONCLUSIONES**

El uso de papiroflexia potencia el aprendizaje significativo y el protagonismo del estudiante en el aula.

La valoración de los formatos, como guía del estudiante, es positiva en cuanto a su manejabilidad, estilo esquemático y como elementos muy útiles para transferir la acción al plano mental y posibilitar la experimentación.

Los docentes conceden mayor importancia a los modelos pedagógicos de Bruner y Ausubel.

La totalidad de docentes tienen opinión favorable acerca de la aplicación de papiroflexia en la enseñanza de geometría.

La prueba de hipótesis, evidencia que el número de estudiantes que repiten la asignatura de geometría plana depende del método que se aplica.

La frecuencia de repitencia es menor cuando se aplica la papiroflexia.

## **VI RECOMENDACIONES**

Se debería implementar la estrategia de papiroflexia desde los ciclos iniciales de la educación, con los niños escolares para consolidar desde tempranas edades el razonamiento lógico.

Los docentes de geometría deberían aplicar los métodos propuestos, plasmados en los formatos que se anexan y que tienen un enfoque constructivista.

Como la aplicación de la papiroflexia fomenta el trabajo en equipo, el docente debe usar estrategias que promuevan el trabajo grupal.

Es recomendable que los docentes planifiquen los tiempos de clases, disponiendo espacio cuando se utiliza papiroflexia.

Es necesario realizar seminarios para docentes con el fin de capacitarlos en la aplicación de la papiroflexia, porque se trata de interpretar diagramas y conocer técnicas de doblado en dependencia del tema que se trate.



## BIBLIOGRAFÍA

17. **Arce, Matías, y otros, y otros.** *Fundamentos de didáctica de la geometría.* Mexico : Mc Graw Hill, 2014. P4
5. **Benalcázar, Hernán.** *Curso elemental de Geometría.* Quito : Serie de matemática para el bachillerato, 2008. P1
18. **Cañadas, Consuelo.** Geometría plana con papel. 2009. pp 56-75
4. **Cobos, Javier.** *Matemáticas y origami.* Bogotá : Interamericana, 2010. pp 9, 17-23
3. **De la Peña, Jesus.** *Matemática y Papiroflexia.* Madrid : Asociación Española de papiroflexia, 2001. P 72
24. **García, Blanco.** *La papiroflexia en la educación matemática.* Barcelona : s.n., 2012. p 95
6. **Maíz, Francisco.** *Taller de papiroflexia matemática.* Cantabria : Fuenlabrada, 2012. P15
9. **Camargo, Leonor,** *El legado de Piaget a la didáctica de la geometría..* 60, Revista Colombiana de Educación, Bogotá-Colombia, 2011. P47-74
21. **Amarilis, Taina.** Teoría del constructivismo social.  
<http://constructivismos.blogspot.com/>. p 9  
2015 -01-12
16. **Arranz, José.** Didáctica de la geometría. 2014.  
<http://mimosa.pntic.mec.es/clobo/textos/didac.htm>. p 66  
2015-03-15
19. **Campaña, Karla y Tapia, Hugo.** Constructivismo y el aprendizaje significativo.  
<http://www.saladeprofes.cl/se-dice/831-constructivismo-y-el-aprendizaje-significativo.html>.  
2015-03-15

2. **Flores, Milena.** Educación y creatividad.  
[http://servidor-opsu.tach.ula.ve/7jornadas\\_i\\_h/paginas/doc/JIHE-2011-PT057.pdf](http://servidor-opsu.tach.ula.ve/7jornadas_i_h/paginas/doc/JIHE-2011-PT057.pdf). p 11  
2015-02-25
15. **Gabinete Pedagógico Curricular de Buenos Aires.** Orientaciones didácticas para la enseñanza de geometría. *Dirección general de cultura y educación.*  
<http://servicios2.abc.gov.ar/docentes/capacitaciondocente/plan98/pdf/geometria.pdf>. p3  
2015-03-17
1. **Gairin, Joaquin.** Técnicas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.  
<https://prezi.com/yjjan8fgsq2h/tecnicas-de-ensenanza-y-aprendizaje-de-las-matematicas/>. p 62  
201-01-16
22. **García, Joaquin.** Geometría analítica doblando papel.  
<http://i-matematicas.com/blog/2011/03/17/geometria-analitica-doblando-papel/>. p 54  
2015-01-16
10. **García, Juan.** La didáctica de las matemáticas.  
[.http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/rtee/didmat.htm](http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/rtee/didmat.htm). p 32  
2015-01-20
14. **Godino, Juan.** *Didáctica de la Matemática para Maestros.* Granada : Universidad de granada.  
[http://funes.uniandes.edu.co/932/1/GEOMETRIA\\_PLANA\\_CON\\_PAPEL\\_definitivo\\_ISBN-1.pdf](http://funes.uniandes.edu.co/932/1/GEOMETRIA_PLANA_CON_PAPEL_definitivo_ISBN-1.pdf). p 82  
2015-01-18
13. **Gómez, Bernardo.** La didáctica de las matemáticas y su ámbito de actuación  
<http://www.uv.es/gomezb/23Queaportaladidmat.pdf>. p125  
2015-01-23
20. **González, Claudia.** Formación del pensamiento reflexivo en estudiantes universitarios.  
[http://www.academia.edu/2061151/Formaci%C3%B3n\\_del\\_pensamiento\\_reflexivo\\_en\\_estudiantes\\_universitarios](http://www.academia.edu/2061151/Formaci%C3%B3n_del_pensamiento_reflexivo_en_estudiantes_universitarios). p 9  
2015-03-12
7. **Jaramillo, Gloria.** Descubro el mundo de las matemáticas a través del origami.  
<ftp://ftp.unicauca.edu.co/cuentas/cpe/docs/Quindio/Ponentes/Armenia/Santa%20Eufrasia/DESCUBRO%20EL%20MUNDO%20DE%20LAS%20MATEMATICAS%20A%20TRAV>

23. **Otero, Teresa.** Geometría con papel.  
<http://imarrero.webs.ull.es/sctm05/modulo3tf/1/cblanco.pdf>, p 103  
2014-10-16

12. **Par@ Educar.** Aportes para la enseñanza en el nivel medio.  
[http://www.aportes.educ.ar/sitios/aportes/recurso/index?rec\\_id=107764](http://www.aportes.educ.ar/sitios/aportes/recurso/index?rec_id=107764), p8  
2014-11-16

11. **Pérez, Rafael.** El constructivismo en los espacios educativos.  
<file:///C:/Users/Win%207/Downloads/volumen5.pdf>, p148  
2015-11-26

8. **Royo, José.** Matemáticas y papiroflexia.  
[http://www.cimat.mx/Eventos/secundaria10/03\\_Mats-y-Papiroflexia.pdf](http://www.cimat.mx/Eventos/secundaria10/03_Mats-y-Papiroflexia.pdf), p 18  
2014-12-16

# ANEXOS



**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO**  
**MAESTRÍA EN MATEMÁTICA BÁSICA**  
**ENCUESTA**

**OBJETIVO:** Identificar el tipo de objetos de aprendizaje que están utilizando los estudiantes de primer semestre de Ingeniería Automotriz

**DIRIGIDO A:** Estudiantes de primer nivel de Ingeniería Automotriz de la ESPOCH.

**INSTRUCTIVO:** Marque una X en la respuesta de su preferencia.

1. ¿Utilizan los docentes objetos de aprendizaje o herramientas didácticas en el proceso enseñanza – aprendizaje?

Siempre	<input type="checkbox"/>
Ocasionalmente	<input type="checkbox"/>
Nunca	<input type="checkbox"/>

¿Cuál? .....

2. ¿Considera que el uso de estrategias didácticas como la papiroflexia en la enseñanza de geometría plana potencia sus destrezas?

Si	<input type="checkbox"/>
No	<input type="checkbox"/>

3. ¿Considera que el uso de estrategias didácticas como la papiroflexia en la enseñanza de Geometría Plana potencia sus habilidades creativas?

Si	<input type="checkbox"/>
No	<input type="checkbox"/>

4. Considera que el uso de estrategias didácticas como la papiroflexia en la enseñanza de Geometría Plana potencia sus habilidades cognitivas?

Si	<input type="checkbox"/>
No	<input type="checkbox"/>

5. Considera que el uso de estrategias didácticas como la papiroflexia en la enseñanza de Geometría Plana genera aprendizajes significativos?

Si	<input type="checkbox"/>
No	<input type="checkbox"/>

6. ¿Las estrategias creativas en el aula, hacen que usted adquiera un protagonismo mayor que en las metodologías tradicionales?

Si	<input type="checkbox"/>
----	--------------------------

No

7. Valore la manejabilidad de los formatos de papiroflexia elaborados para la enseñanza de Geometría Plana:

<b>MUY BUENA</b>	<b>BUENA</b>	<b>REGULAR</b>	<b>MALA</b>	<b>MUY MALA</b>

8. Valore el estilo esquemático de los formatos de papiroflexia elaborados para la enseñanza de Geometría Plana:

<b>MUY BUENA</b>	<b>BUENA</b>	<b>REGULAR</b>	<b>MALA</b>	<b>MUY MALA</b>

9. Valore la posibilidad de experimentación de los formatos de papiroflexia elaborados para la enseñanza de Geometría Plana:

<b>MUY BUENA</b>	<b>BUENA</b>	<b>REGULAR</b>	<b>MALA</b>	<b>MUY MALA</b>

10. Valore la posibilidad de transferir la acción al plano mental de los formatos de papiroflexia elaborados para la enseñanza de Geometría Plana:

<b>MUY BUENA</b>	<b>BUENA</b>	<b>REGULAR</b>	<b>MALA</b>	<b>MUY MALA</b>



**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO**  
**INSTITUTO DE POSTGRADO Y EDUCACIÓN CONTINUA**  
**MAESTRÍA EN MATEMÁTICA BÁSICA**  
**ENCUESTA**

**OBJETIVO:** Identificar las corrientes educativas sobre el proceso de aprendizaje y los modelos educativos que aplican los docentes de Ingeniería Automotriz de la ESPOCH.

**DIRIGIDO A:** Docentes de Ingeniería Automotriz de la ESPOCH.

**INSTRUCTIVO:** Marque una X en la respuesta de su preferencia.

1. ¿Utiliza objetos de aprendizaje o herramientas didácticas en el proceso enseñanza – aprendizaje?

Siempre	<input type="checkbox"/>
Ocasionalmente	<input type="checkbox"/>
Nunca	<input type="checkbox"/>

2. ¿En cuanto a la forma de razonamiento, cuál de los siguientes métodos utiliza usted?

Inductivo	<input type="checkbox"/>
Deductivo	<input type="checkbox"/>
Analógico o comparativo	<input type="checkbox"/>
Todos los anteriores	<input type="checkbox"/>
Ninguno	<input type="checkbox"/>

3. ¿En cuanto a la coordinación con la asignatura, cuál de los siguientes métodos utiliza usted?

Lógico	<input type="checkbox"/>
Psicológico	<input type="checkbox"/>
Todos los anteriores	<input type="checkbox"/>
Ninguno	<input type="checkbox"/>

4. ¿En cuanto a la actividad de los alumnos, cuál de los siguientes métodos utiliza usted?

Pasivo	<input type="checkbox"/>
Activo	<input type="checkbox"/>
Ambos	<input type="checkbox"/>

5. ¿En cuanto al trabajo del alumno, cuál de los siguientes métodos utiliza usted?

Individual	<input type="checkbox"/>
Grupal	<input type="checkbox"/>
Ambos	<input type="checkbox"/>

6. ¿En cuanto a la aceptación de lo enseñado, cuál de los siguientes métodos utiliza usted?

Dogmático

Heurístico

Ambos

Ninguno

7. ¿En cuanto al abordaje del tema estudiado, cuál de los siguientes métodos utiliza usted?

Analítico

Sintético

Ambos

Ninguno

8. Valore en una escala de 1 a 5 (1 poco importante – 5 muy importante) los modelos pedagógicos que usted considera más apropiados para la enseñanza de Geometría Plana

	1	2	3	4	5
Piaget (Perspectiva cognoscitiva)					
Vigotsky (Teoría socio-histórico-cultural)					
Gagne (Teoría integradora de principios conductista y cognoscitivista)					
Skinner (Teoría de condicionamiento operante)					
Bruner (Teoría del aprendizaje por descubrimiento)					
Ausubel (Teoría del aprendizaje significativo)					
Bandura (Teoría del aprendizaje social)					

9. ¿Considera que el uso de estrategias didácticas como la papiroflexia en la enseñanza de Geometría Plana potencia las destrezas, habilidades creativas y habilidades cognitivas de los estudiantes?

Si

No



**ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DE CHIMBORAZO**  
**INSTITUTO DE POSTGRADO Y EDUCACIÓN CONTINUA**  
**MAESTRÍA EN MATEMÁTICA BÁSICA**  
**FICHAJE**

**OBJETIVO:** Comparar los promedios obtenidos por los estudiantes de primer nivel de la asignatura de Geometría Plana de la Escuela de Ingeniería Automotriz de la ESPOCH, antes y después de la aplicación de la estrategia metodológica de papiroflexia.

NÓMINA	CALIFICACIÓN (TÉCNICAS TRADICIONALES)	CALIFICACIÓN (ESTRATEGIA DIDÁCTICA DE PAPIROFLEXIA)
1		
2		
3		
.		
.		
n		

**1. TRAZAMOS RECTAS Y OBTENEMOS PUNTOS**

<p><b>1.1. OBTENCIÓN DE PUNTOS</b>          Elementos implicados: Puntos, rectas, e intersección de rectas.</p>	<p>Formato 1</p>
---	------------------

<p>Nivel: 1<sup>ro</sup> A</p> <p>Formato Papel: INDIFERENTE</p>	<p style="text-align: center;"><b>Propuesta para el estudiante</b></p> <p style="text-align: center;">TEMA N° 1: CONSTRUCCIÓN DE PUNTOS</p>
<p style="text-align: center;">Construye un punto doblando papel.</p>	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
<p style="text-align: center;">Explica cómo lo has conseguido.</p>	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
<p style="text-align: center;">¿Puedes hacerlo con cualquier tipo de dobleces (rectas)?</p>	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>

**Objetivos:** Dos rectas que se cortan lo hacen en un punto.

Formato 2
<p><b>1.2. ENTRE DOS PUNTOS PASA UNA Y SOLO UNA RECTA</b> Elementos implicados: Puntos, Recta, Semirrecta y Segmento</p>

Nivel: 1 <sup>o</sup> A, EIA Formato Papel: INDIFERENTE	<b>Propuesta para el estudiante</b>  TEMA N° 2: POR DOS PUNTOS PASA SOLO UNA ÚNICA RECTA
Construye la recta que pasa por los puntos dados A y B.	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
Señala el segmento AB.	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
Indica qué semirrectas puedes señalar en esta recta con esos dos puntos.	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>

**Objetivos:** Manejar los siguientes elementos matemáticos:

- a) punto
- b) recta
- c) semirrecta y segmento.

Por la relación de correspondencia biunívoca entre recta y dobléz, se puede comprobar que sólo existe un dobléz AB, que equivale a decir que existe una recta que pase por los puntos A y B.

Formato 3
-----------

<b>1.3. TRAZAR LA PERPENDICULAR A UNA RECTA</b> Elementos implicados: Rectas, Rectas perpendiculares y Ángulo recto	
Nivel: 1 <sup>ro</sup> A EIA  Formato Papel: INDIFERENTE, que los bordes no sean rectos.	<p style="text-align: center;"><b>Propuesta para el estudiante</b></p> <p style="text-align: center;">TEMA N° 3: TRAZAR LA PERPENDICULAR A UNA RECTA</p>
Construye dos rectas perpendiculares en un trozo de papel irregular.	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
Señala un punto en el papel, que no pertenezca a la recta y traza una recta perpendicular a la primera recta que pase por ese punto.	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/>

**Objetivos:**

- a) Aprender a .construir dos rectas perpendiculares.
- b) Manejar la caracterización de rectas perpendiculares.
- c) Percibir que son .equivalentes las rectas perpendiculares al eje de simetría.

Formato 4
<b>1.4. CONSTRUCCIÓN DE RECTAS PARALELAS.</b> Elementos implicados: Paralelismo.

<p>Nivel:1<sup>o</sup> A, EIA Formato Papel: hoja A4</p>	<p style="text-align: center;"><b>Propuesta para el estudiante</b></p> <p style="text-align: center;">TEMA N° 4: CONSTRUCCIÓN DE RECTAS PARALELAS.</p>
<p>Construye en la hoja dos rectas paralelas y explica en forma clara y precisa cómo lo has hecho.</p>	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
<p>Señala un punto y a partir de una recta construye otra que sea paralela y pase por el punto marcado. Explica lo que has hecho.</p>	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>

Objetivos:

- a) Utilizar los conceptos de perpendicularidad y paralelismo.
- b) Razonar y utilizar que si dos rectas tienen una misma recta perpendicular dichas rectas son paralelas entre sí.

Formato 5
<b>CONSTRUCCIÓN DEL SIMÉTRICO DE UN PUNTO RESPECTO</b>



**CONSTRUCCIÓN DEL SIMÉTRICO DE UN PUNTO RESPECTO DE UNA RECTA.**

Elementos implicados: Rectas, segmentos, perpendicularidad, transportar distancias y simetría axial.

<p>Nivel: 1<sup>ro</sup> A EIA</p> <p>Formato Papel: hoja A4</p>	<p><b>Propuesta para el estudiante</b></p> <p>TEMA N° 6: SIMÉTRICO DE UN PUNTO RESPECTO A UNA RECTA</p>
<p>¿Calcula el simétrico de un punto respecto de una recta explica en forma clara y precisa cómo lo has hecho?</p>	<hr/>

**Objetivos:**

- a) Usar los conceptos de distancia de un punto a una recta,
- b) Recta perpendicular a otra por un punto dado,
- c) Transportar distancias y simetría axial.

**2. MEDIATRIZ Y BISECTRIZ**

## 2.1. MEDIATRIZ

Elementos implicados: Segmento, perpendicularidad y mediatriz.

Nivel: 1 <sup>o</sup> A EIA Formato Papel: INDIFERENTE	<b>Propuesta para el estudiante</b> TEMA N° 7: MEDIATRIZ DE UN SEGMENTO
Construye en una hoja dos puntos arbitrarios	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
Encontrar la mediatriz del segmento que une a los dos puntos construidos en numeral anterior	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
Da una explicación cómo lo has realizado y por qué seguiste esos pasos elegidos.	<hr/> <hr/> <hr/>

**Objetivos:** Experimentar los siguientes elementos implicados en la construcción:

- Simetría axial
- Perpendicularidad
- Punto medio
- Mediatriz de un segmento: Es el lugar geométrico cuyos puntos son equidistantes a los extremos del segmento.( Es . la línea recta perpendicular a .dicho segmento, trazada por su punto medio)

Formato 8

## 2.2. BISECTRIZ

Elementos implicados: Ángulo, paralelismo, ángulos suplementarios y bisectriz.	
Nivel: 1 <sup>o</sup> A, EIA Formato Papel: hoja A4	<b>Propuesta para el estudiante</b>  TEMA N° 8: LA BISECTRIZ DE UN ÁNGULO
Construir en una hoja un ángulo cualquiera	_____ _____ _____ _____
Explicar cómo lo has realizado.	_____ _____ _____ _____
Encontrar la bisectriz del ángulo construido en el paso 1	_____ _____ _____ _____
Explicar cómo lo has realizado y por qué has elegido esos pasos.	_____ _____ _____

**Objetivos:** Observar la construcción de los siguientes elementos

- a) Angulo.
- b) Bisectriz de un ángulo.
- c) Que la bisectriz es el lugar geométrico de los puntos del plano que equidistan de las semirrectas que forman el ángulo

### 3. ÁNGULOS CON PAPEL

Formato 9
<b>3.1. ÁNGULOS CON PAPEL</b>
Elementos implicados: Principio de ángulo, mediatriz, bisectriz y perpendicularidad

<p>Nivel: 1<sup>o</sup> A EIA</p> <p>Formato Papel: hoja A4 y hoja irregular.</p>	<p><b>Propuesta para el estudiante</b></p> <p>TEMA N° 9: ÁNGULOS DE 90° Y 45°.</p>
<p>Si tenemos una hoja A4, ¿cuánto miden sus ángulos?, ¿Por qué lo sabemos?, ¿Cómo convencerías a tus compañeros que son ángulos de 90°?</p>	<hr/> <hr/> <hr/>
<p>Construir con una hoja A4 un ángulo de 45°.</p>	<hr/> <hr/>
<p>Detalla .cómo lo realizaste y por qué has elegido .estos pasos.</p>	<hr/> <hr/> <hr/>
<p>Explicar cómo lo Construye con una hoja de papel irregular los siguientes ángulos: 90° y 45°.</p>	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
<p>Explicar .cómo lo has realizado y qué has utilizado de la .actividad 21 para realizarlo.</p>	<hr/> <hr/> <hr/>

**Objetivos:** Ensayar los siguientes elementos para la construcción de:

- a) Ángulos
- b) Perpendicularidad
- c) Toda recta es .simétrica respecto a cualquier perpendicular suya
- d) Dos semirrectas definen un ángulo y son .simétricas a la bisectriz de dicho ángulo.

<p style="text-align: right;">Formato 10</p> <p style="text-align: center;"><b>3.2. ÁNGULOS de 60° y 30°</b></p>	
<p>Nivel: 1<sup>o</sup> A EIA</p> <p>Formato Papel: hoja A4</p>	<p><b>Propuesta .para el .estudiante</b></p>

	TEMA N° 10: ÁNGULOS de 60° y 30°
Tenemos una hoja cuyos ángulos son de 90°. Construye un ángulo de 60°.	
Explica cómo lo has realizado y por qué has seguido estos pasos.	
Construye ahora un ángulo de 30°.	
Explicar cómo realizarlo y qué has utilizado de la actividad 25 para ello.	

**Objetivos:** Evidenciar los siguientes elementos implicados en la construcción:

- e) Ángulo: parte del plano comprendida entre dos semirrectas que tienen el mismo punto de origen.
- f) Una recta divide al plano en dos regiones.
- g) Perpendicularidad
- h) Propiedad: Toda recta es simétrica respecto a una perpendicular suya.
- i) Bisectriz de un ángulo: Existe una recta que es eje de simetría de las semirrectas que parten de un mismo vértice.
- j) Transportar ángulos y distancias

### 3.3. TRISECCIÓN DE UN ANGULO

Formato 11

<p>Nivel: 1<sup>ro</sup> A EIA y</p> <p>Formato Papel: hoja A4</p>	<p><b>Propuesta para el estudiante</b></p> <p>TEMA N° 11: DIVIDIR UNA ANGULO EN, TRES. PARTES IGUALES</p>
<p>. A partir de una hoja formato A4, construimos un ángulo de cualquier medida.</p>	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
<p>Explica los pasos con detalle, que usaste para lograr el objetivo.,</p>	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
<p>Ahora divide este ángulo en tres partes iguales.</p>	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
<p>Detalla el procedimiento que has empleado para lograrlo y que has utilizado en los ítems anteriores.</p>	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/>

**Objetivos:** experimentar con los siguientes elementos:

- a) Angulo, es parte del plano comprendida entre dos semirrectas que tienen el mismo punto de origen.
- b) Perpendicularidad y mediatriz.
- c) Toda recta es simétrica a su perpendicular.
- d) La suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a  $180^\circ$
- e) La mediatriz de cualquier lado de un triángulo equilátero pasa por el vértice opuesto.

#### 4. TEOREMAS: THALES Y PITÁGORAS

**TEOREMAS DE THALES**

Formato 12

<b>TEOREMAS DE THALES</b>		Formato 12
Nivel: 1 <sup>ro</sup> A EIA y Formato Papel: hoja A4	<b>Propuesta para el estudiante</b> TEMA N° 12: DIVIDIR UNA HOJA EN PARTES IGUALES	
Divide el lado de una hoja en dos partes iguales. Divídelo ahora en cuatro partes iguales.	<hr/> <hr/> <hr/>	
Explica cómo lo has realizado y por qué has seguido esos pasos	<hr/> <hr/> <hr/>	
Describe cómo puedes dividirlo en 8 partes iguales	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>	
Divide ahora la hoja en 7 partes del mismo tamaño. Explica cómo lo has realizado y por qué has seguido esos pasos.	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>	

**Objetivos:** Percibir los siguientes elementos implicados en la construcción:

- Coincidencia de puntos
- Paralelismo
- Perpendicularidad
- Intersección de segmentos
- Proporcionalidad de segmentos
- Teorema de Thales.

## 5.

**TEOREMAS: THALES Y PITÁGORAS**

TEOREMA DE PITÁGORAS		Formato 13
Conceptos implicados: Mediatriz, simetría, transportar distancias, diagonal y construcción triángulos rectángulos.		
Nivel: 1 <sup>ro</sup> A EIA Formato Papel: hoja A4	Propuesta para el estudiante  TEMA N°13 DEMOSTRACIÓN DEL TEOREMA DE PITÁGORAS	
Con hoja cuyos ángulos son de 90° Realizamos la demostración del Teorema de Pitágoras	<hr/>	
	<hr/>	
	<hr/>	
	<hr/>	
Explica cómo lo has realizado y por qué has seguido estos pasos.	<hr/>	
	<hr/>	

**Objetivos:** Percibir los elementos implicados en el teorema de Pitágoras:

- a) Triángulo rectángulo.
- b) Comparación de Superficies.
- c) El Teorema de Pitágoras.

## 6. TRIÁNGULOS

6.1. TRIÁNGULOS		Formato 14
Elementos implicados: Triángulos, Clasificaciones de triángulos y tipos de ángulos. Altura de un triángulo, Área de un triángulo.		
Nivel: 1 <sup>ro</sup> A EIA Formato Papel: hoja A4	<b>Propuesta para el estudiante</b>  TEMA N° 14 CONSTRUCCIÓN DE UN TRIÁNGULO CUALQUIERA	
<i>Construye un triángulo cualquiera.</i>	<hr/> <hr/> <hr/>	
<i>Describe el tipo de triángulo construido ¿Cómo lo has construido?, ¿porqué seguiste estos pasos?</i>	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>	
Verifica que él área del triángulo es $A = \frac{b \times h}{2}$ , b es la base y h la altura.	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/>	
Construye todos los tipos de triángulos que conozcas	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/>	

**Objetivos:** El estudiante construye un triángulo cualquiera y determina cuáles son sus características de acuerdo a:

- a) Sus lados.
- b) Sus ángulos.

A partir de este caso particular, el estudiante podrá obtener en la hoja de papel, atendiendo a las clasificaciones que se les presentan, los tipos de triángulos que existen.

Sobre este primer triángulo, se requiere que se compruebe la fórmula del área.

Para lo cual deben manejar la altura del triángulo.

Además, se pretende que el estudiante perciba el concepto de mediatriz, que maneje el transporte de distancias.

La mediatriz de un segmento es la recta perpendicular al segmento en su punto medio.

Formato 15	
<b>6.2.</b>	<b>TRIÁNGULOS ISÓSCELES</b> Elementos a considerar: .mediatriz, .bisectriz, simetría
Nivel: 1 <sup>ro</sup> A EIA Formato Papel: hoja A4	<b>Propuesta para el estudiante</b>  TEMA N° 15: CONSTRUCCIÓN DE UN TRIANGULO, ISÓSCELES
Tenemos una hoja A4, para construir triángulos isósceles	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
Cómo lo has realizado y por qué has conseguido estos pasos.	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
Explicar cómo realizarlo y qué conceptos has utilizado	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>

**Objetivos:** Construcción de un triángulo isósceles y evidenciar sus características

- a) Simetría de un punto
- b) Mediatriz de un segmento

7. **SUMA DE LOS ÁNGULOS DE UN TRIÁNGULO**

Formato 16	
SUMA DE LOS ÁNGULOS DE UN TRIANGULO	
Elementos a considerar: Triángulos y ángulos	
Nivel: 1r° A EIA Formato Papel: hoja A4	<b>Propuesta para el estudiante</b>  TEMA N° 16 SUMA DE LOS ÁNGULOS DE UN TRIANGULO
Cuanto es la suma de los ángulos internos de un triangulo	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
Construye un triángulo de papel y comprueba cuanto suman esta suma	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/>

**Objetivos:** Construcción de un triángulo evidenciar su característica de la suma total de sus ángulos internos

- a) Suma de ángulos
- b) Transporte de ángulos

**8. LUGARES NOTABLES DE UN TRIÁNGULO**

Formato 17

**8.1. CIRCUNCENTRO DE UN TRIANGULO**

Elementos a considerar: Mediatriz y circuncentro.

<p>Nivel: 1r° A EIA Formato Papel: hoja A4</p>	<p><b>Propuesta para el estudiante</b> TEMA N° 17: CIRCUNCENTRO DE UN TRIÁNGULO</p>
<p>Tenemos una hoja construimos un triángulo obtusángulo.</p>	<hr/> <hr/> <hr/>
<p>Trazamos las mediatrices correspondientes a todos los lados</p>	<hr/> <hr/>
<p>El punto de intersección de las mediatrices se denomina circuncentro, compruébalo.</p>	<hr/> <hr/> <hr/>
<p>Donde se cortan respecto al triángulo.</p>	<hr/> <hr/>
<p>Realiza los mismos pasos para un triángulo acutángulo.</p>	<hr/> <hr/> <hr/>

**Objetivos:** Evidenciar los elementos y sus características que están implicados en la construcción.

- a) Mediatriz de un segmento, perpendicular trazada desde el punto medio de cada lado del triángulo.
- b) Perpendicular, punto medio, circunferencia circunscrita, triángulos rectángulos, obtusángulos y acutángulos

**8.2. BARICENTRO DE UN TRIÁNGULO**

Elementos a considerar: Medianas y baricentro, puntos medios.

<p>Nivel: 1r° A EIA Formato Papel: hoja A4</p>	<p><b>Propuesta para el estudiante</b>  TEMA N° 18: BARICENTRO DE UN TRIÁNGULO</p>
<p>En una hoja construimos un triángulo obtusángulo.</p>	<hr/> <hr/> <hr/>
<p>Trazamos las medianas correspondientes a todos los lados</p>	<hr/> <hr/> <hr/>
<p>El punto de intersección de las medianas se denomina centro de gravedad, compruébalo.</p>	<hr/> <hr/> <hr/>
<p>Donde se cortan las medianas respecto al triángulo.</p>	<hr/> <hr/> <hr/>
<p>Realiza los mismos pasos para dos triángulos diferentes.</p>	<hr/> <hr/> <hr/>

**Objetivos:** Evidenciar los elementos que están implicados en la construcción.

- a) Punto medio.
- b) Mediana.
- c) Baricentro,
- d) Triángulos rectángulos, obtusángulos y acutángulos

**8.3.**

**INCENTRO DE UN TRIÁNGULO**

Elementos a considerar: Bisectrices y incentro, simetría.

<p>Nivel: 1r° A EIA Formato Papel: hoja A4</p>	<p><b>Propuesta para el estudiante</b> <b>TEMA N° 19: INCENTRO DE UN TRIÁNGULO</b></p>
<p>En una hoja construimos un triángulo acutángulo.</p>	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
<p>Trazamos las bisectrices correspondientes a todos los ángulos.</p>	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
<p>El punto de intersección de las bisectrices se denomina incentro y es el centro de la circunferencia que es tangente a los tres lados, compruébalo.</p>	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
<p>Realiza los mismos pasos para dos triángulos diferentes.</p>	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/>

**Objetivos:** Evidenciar los elementos que están implicados en la construcción.

- a) Bisectriz de un ángulo.
- b) Incentro.
- c) Circunferencia inscrita

**8.4.**

**ORTOCENTRO DE UN TRIÁNGULO**

Elementos a considerar: Alturas y vértices.

<p>Nivel: 1r° A EIA Formato Papel: hoja A4</p>	<p><b>Propuesta para el estudiante</b>  TEMA N° 20: ORTOCENTRO DE UN TRIÁNGULO</p>
<p>En una hoja construimos un triángulo acutángulo.</p>	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
<p>Trazamos las alturas correspondientes a todos los lados.</p>	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
<p>El punto de intersección de las tres alturas se denomina ortocentro y es único además son las perpendiculares a cada lado y que pasan por el vértice opuesto.</p>	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
<p>Realiza los mismos pasos para dos triángulos diferentes.</p>	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>

**Objetivos:** Evidenciar los elementos que están implicados en la construcción.

- a) Altura de un triángulo.
- b) Ortocentro.
- c) Triángulo órtico

**9. CUADRILÁTEROS**

Formato 21	
<p><b>9.1. CUADRADOS</b>                  Elementos a considerar: Paralelismo y perpendicularidad, cuadrado.</p>	
Nivel: 1r° A EIA Formato Papel: hoja A4	<p><b>Propuesta para el estudiante</b></p> <p>TEMA N° 21 CUADRADO</p>
Tenemos una hoja irregular, construye un cuadrado.	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
Explica cómo lo has conseguido y por qué has seguido estos pasos.	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>

**Objetivos:** Evidenciar los elementos que están implicados en la construcción.

- a) Perpendicularidad y paralelismo.
- b) Diagonal.
- c) Cuadrado.

Formato 22	
<b>9.2. RECTÁNGULOS</b> Elementos a considerar: Paralelismo, perpendicularidad transporte de distancias.	
Nivel: 1r° A EIA y Formato Papel: hoja irregular	<b>Propuesta para el estudiante</b>  TEMA N° 22 RECTÁNGULOS
Tenemos una hoja irregular, construye un rectángulo cuyos lados estén con la relación 1:3.	_____
	_____
	_____
	_____
	_____
Explica cómo lo has conseguido y por qué has seguido estos pasos.	_____
	_____
	_____
	_____
	_____

**Objetivos:** Evidenciar los elementos que están implicados en la construcción.

- a) Perpendicularidad y paralelismo.
- b) Diagonal.
- c) Proporcionalidad
- d) Traslacion de dimensiones.

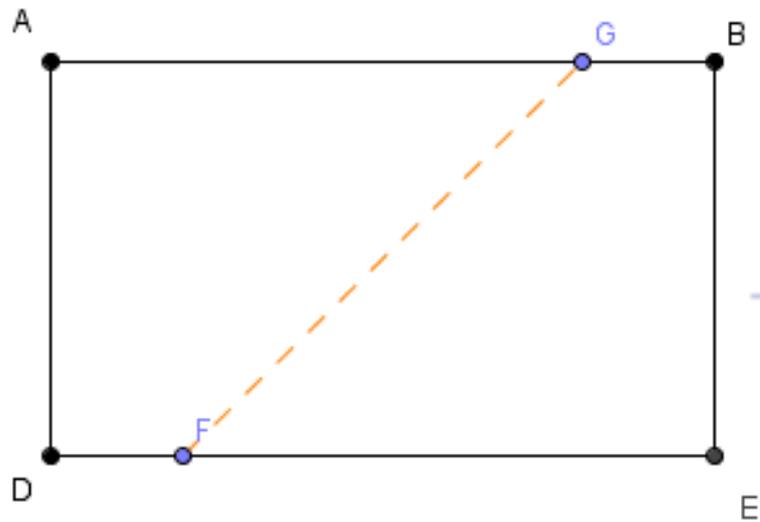
Formato 23	
<b>a. PENTÁGONO</b> Elementos a considerar: Polígonos, transporte de distancias.	
Nivel: 1r° A EIA y Formato Papel: hoja	<b>Propuesta para el estudiante</b>  <b>TEMA N° 23 PENTÁGONO</b>
Tomamos una hoja construimos un pentágono regular.	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
Explica cómo lo has realizado y por qué has seguido estos pasos.	<hr/> <hr/> <hr/> <hr/>

**Objetivos:** Evidenciar los elementos que están implicados en la construcción.

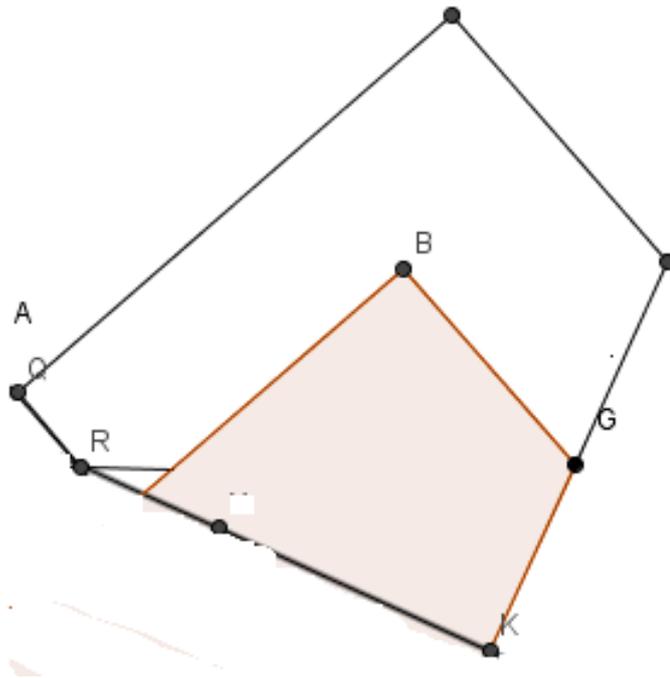
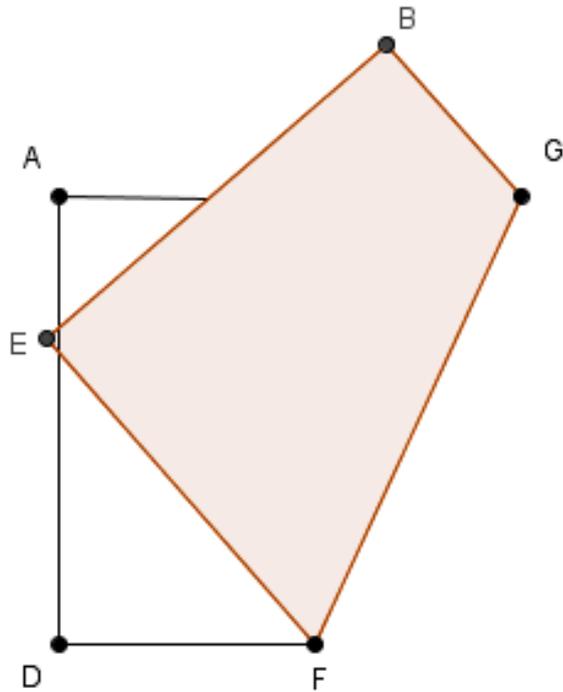
- a) Características de un polígono regular, osea que tiene ángulos y lados iguales
- b) Propiedades del pentágono regular:
  - i. Ángulos interiores iguales de  $108^\circ$
  - ii. Cada vertice esta sobre la mediatriz del lado opuesto
  - iii. Proporción aurea entre las diagonales y los lados

**SOLUCIÓN ÍTEM 1:  
OBTENCIÓN DE PUNTOS**

1. Efectuamos un doblez en la hoja de papel por FG



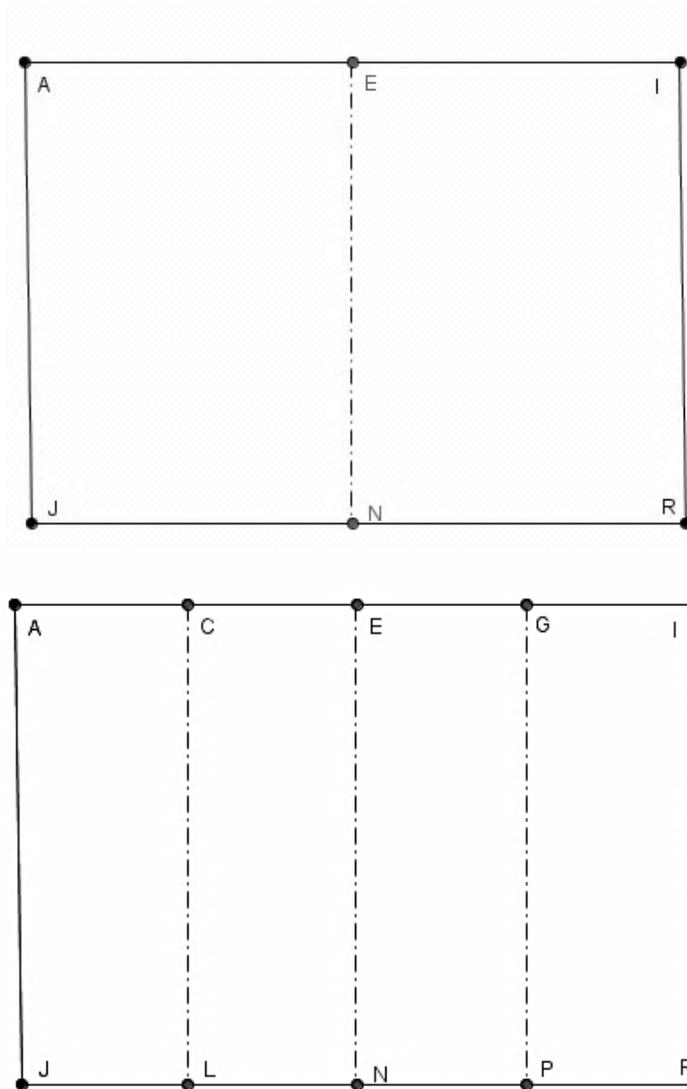
- II. Realizamos otro doblez por el dobles FG que acabamos de hacer

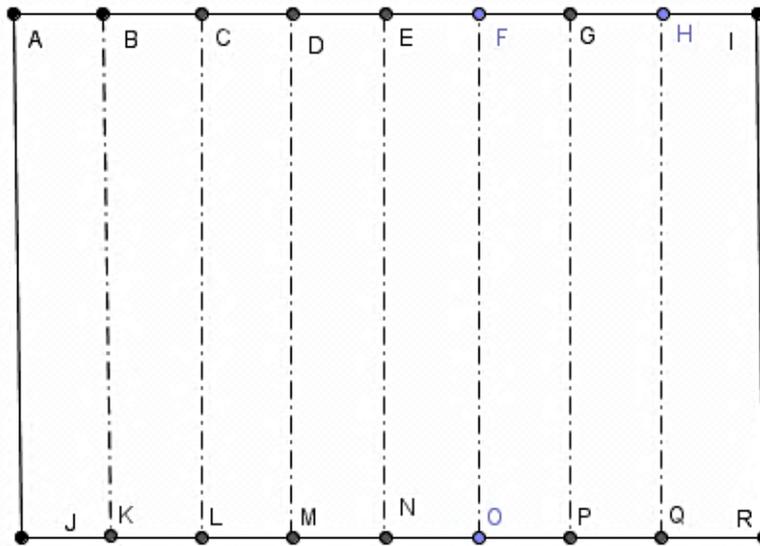


III. Desdoblamos y el punto de intersección de los dobleces es un punto, cada doblez constituye una recta y la intersección de dos dobleces o dos rectas siempre será un punto.

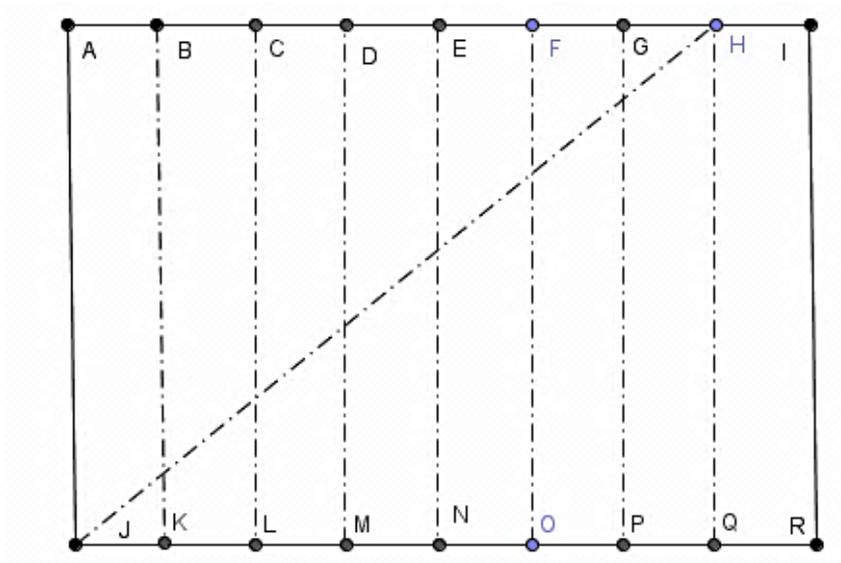
**Solución ÍTEM 5.1, Formato 13: Teorema de Tales**

1. Dividimos el lado mayor de la hoja en partes iguales, dividimos el lado mayor en el próximo número par inmediatamente superior al número que deseamos dividirlo. Para el caso que nos ocupa es de 7, en número de divisiones sería el 8. Luego doblamos, siempre sobre la mitad del anterior, hasta conseguir dividir la hoja en 8 partes iguales. (Ver figura)

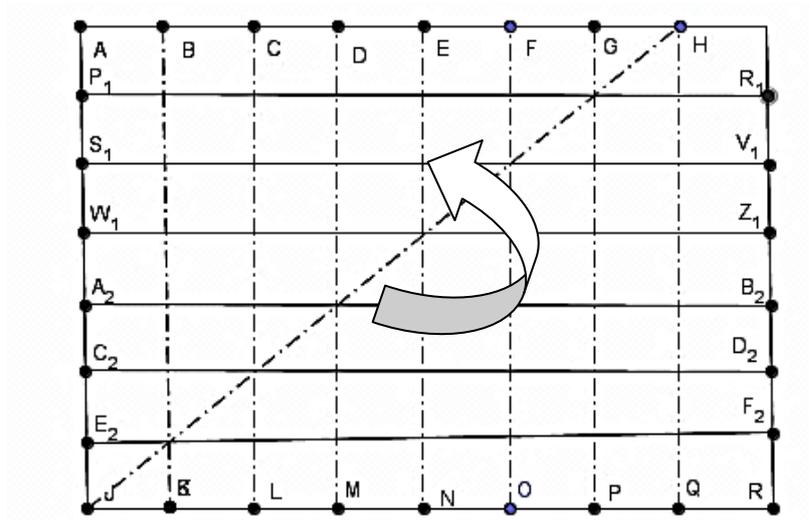




2. Hacemos un dobléz tipo diagonal que contenga el vértice de la hoja y el punto determinado por la séptima parte de los trozos obtenidos.

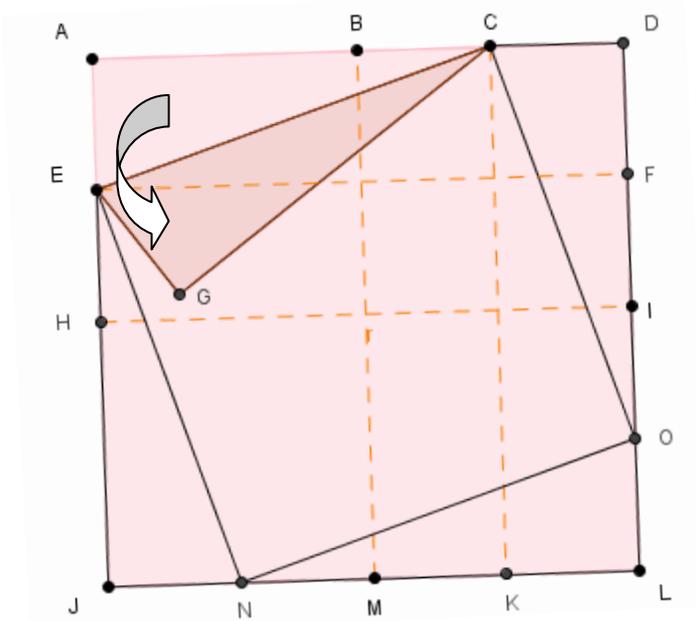


3. Los puntos de intersección entre el último dobléz obtenido y los dobleces que dividían en el largo en 8 partes determinan las siete partes en las que queremos dividir el estrecho de la hoja.
4. Trazamos rectas perpendiculares al lado menor de la hoja que pasen por los puntos intersección obtenidos en el paso anterior.
5. De esta manera hemos conseguido dividir el lado menor del folio en 7 partes iguales.



**Solución ÍTEM 5.2, Formato 13: Teorema de Pitágoras**

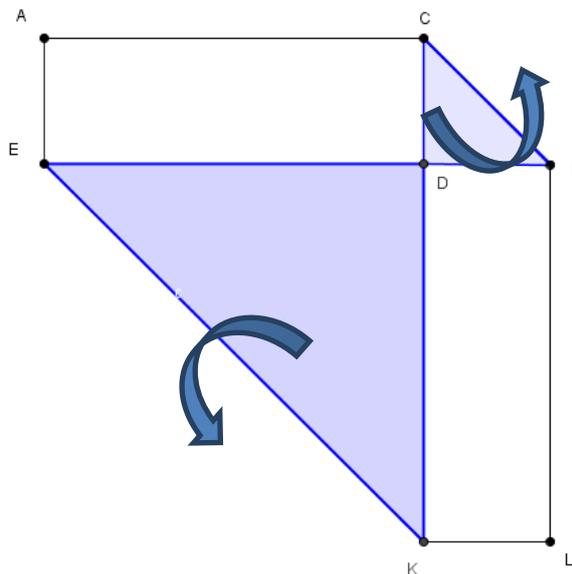
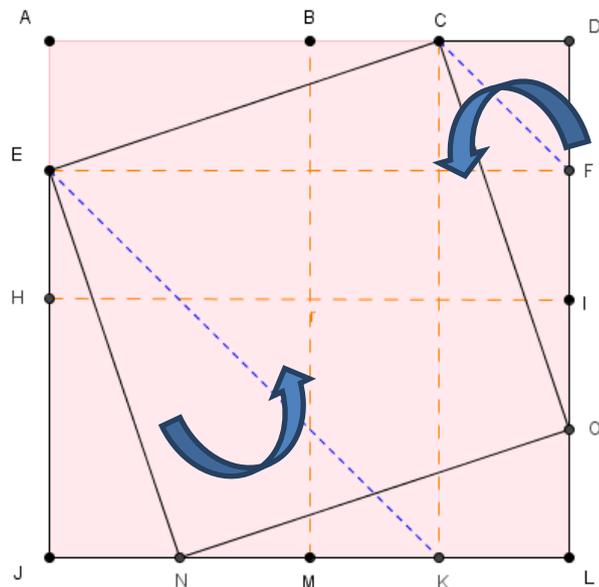
1. Un papel cuadrado ADJL lo dividimos en cuatro cuadrados iguales. Luego volvemos a dividir el lado de uno de estos cuadrados pequeños otra vez por la mitad (con segmento EF y CK).
2. Doblamos el vértice “A” sobre el punto “G” (como indica la figura) hacia la recta EF y pasando por E, construyendo así un triángulo rectángulo EAC.



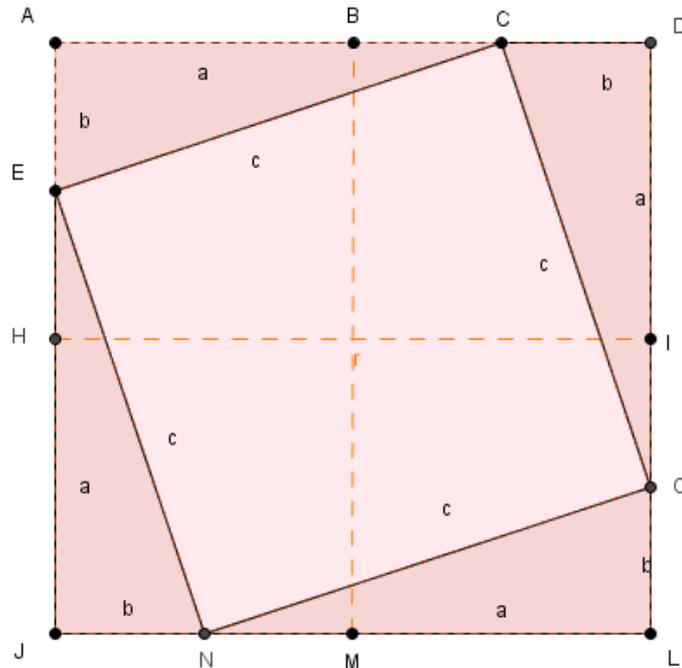
3. Repetimos el mismo proceso con cada uno de los vértices J, L y D para obtener el cuadrado CENO en la hipotenusa del triángulo rectángulo ACE, luego desdoblamos. El proceso ha sido ir construyendo perpendiculares a los vértices de la hipotenusa de los triángulos rectángulos construidos.

(Nota: Es posible realizar el mismo proceso con otras relaciones entre los lados del triángulo CEG).

4. A continuación construimos los cuadrados sobre los catetos. Para ello hacemos uso de la simetría del cuadrado respecto a su diagonal.



5. Desdoblamos y el teorema de Pitágoras queda demostrado



6. Haremos un respaldo matemático de este proceso, solo asignamos literales a y b los catetos y c a la hipotenusa de los triángulos rectángulos marcados con más color, de donde:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

El área del cuadrado ADJL:

$$(a+b)^2 = c^2 + 4*(a*b/2)$$

$$a^2 + b^2 + 4(ab/2) = c^2 + 4*(a*b/2)$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

**Pistas para ayudar a los estudiantes:**

1. Recordamos teorema de Pitágoras.
2. Construimos un cuadrado sobre un segmento.
3. Propiedades de un cuadrado.
4. Desarrollamos esta demostración en la pizarra

## SOLUCIÓN DE ÍTEM 6.1, TRIÁNGULOS

### Solución al formato 14: TRIÁNGULOS

1. Doblamos de forma que los dobleces se corten de dos en dos, de esta forma obtener una región cerrada, o sea, un triángulo.
2. De acuerdo a sus ángulos, los triángulos pueden ser: acutángulo, obtusángulo o rectángulo. Y por sus lados, puede ser: escaleno, isósceles, o equilátero.
3. Comprobaremos la fórmula del área del triángulo que es muy conocida. Para poder comprobarla mediante el plegado de una hoja de papel, se ha de trazar la altura (BH) que pase por el vértice B del triángulo, al plegar el papel hacemos coincidir el borde AH y HC. Hacemos coincidir el vértice donde se encuentra el ángulo mayor con el lado opuesto. Doblamos el papel de forma que los puntos A, B, H y C sean colineales ver Fig. b.

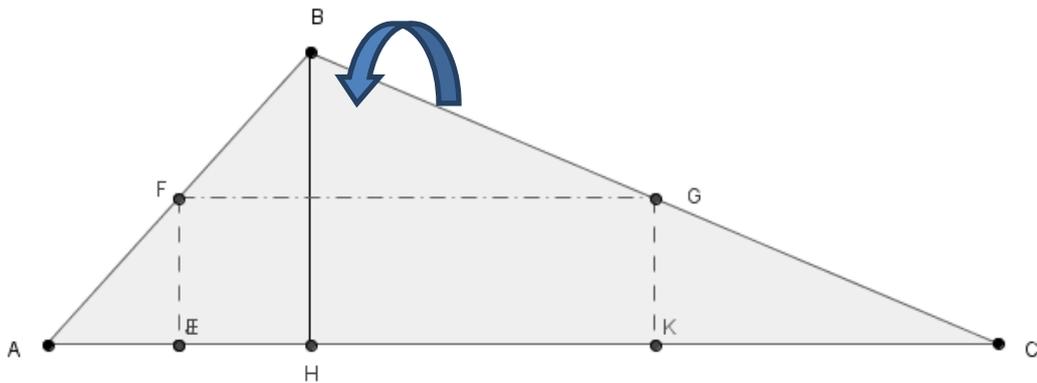


Fig. a

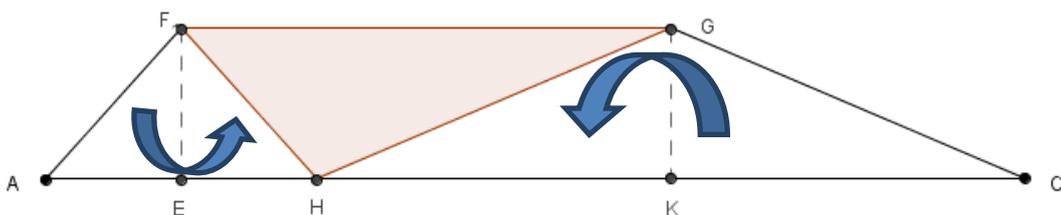


Fig. b

Doblamos de forma que B coincida con H.

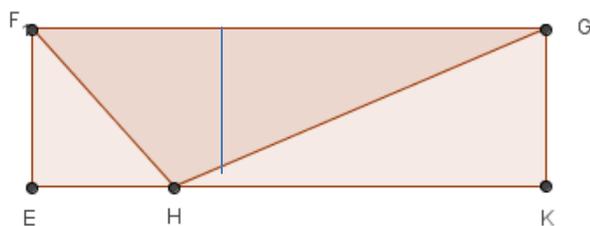


Fig. c

Observamos las áreas EKF y ABC son equivalentes.

$$\text{Área ABC} = 2 \text{ EKF} = 2 \text{ FE} \times \text{EK} = 2 \times \frac{1}{2} \text{EK} \times \frac{1}{2} \text{AH} = \frac{1}{2} \text{EK} \times \text{AH} = \frac{b \times h}{2}$$

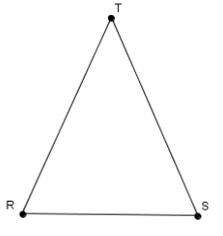
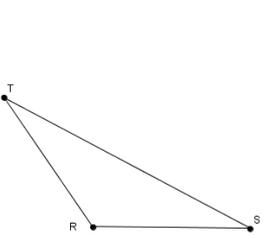
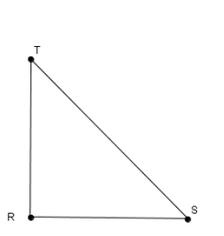
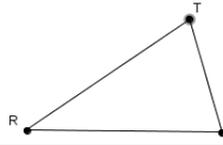
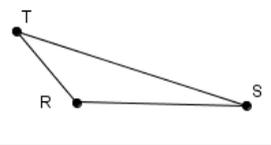
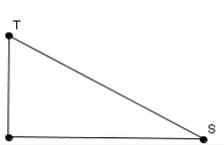
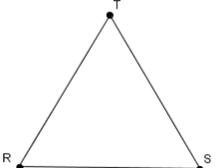
4. Las clasificaciones con las que trabajaremos en lo sucesivo son las que indicamos a continuación. Los triángulos se clasifican según sus lados en:

- Escalenos: tienen sus tres lados de diferente longitud.
- Isósceles: tienen dos de sus lados de igual longitud.
- Equiláteros: tienen sus tres lados de igual longitud.

Los triángulos se clasifican según sus ángulos en:

- Acutángulos: tienen sus tres ángulos interiores agudos
- Rectángulos: tienen un ángulo recto.
- Obtusángulos: tienen un ángulo obtuso.

En la siguiente tabla se detalla los tipos de triángulos, según los ángulos y los lados. Sin embargo, es conveniente que sea el estudiante quien trate de elaborar la con las indicaciones dadas y con su propio trabajo.

TRIÁNGULOS	TRIÁNGULOS SEGÚN SUS ÁNGULOS			
	ACUTÁNGULO	OBTUSÁNGULO	RECTÁNGULO	
TRIÁNGULOS SEGÚN SUS LADOS	Isósceles			
	Escaleno			
	Equilátero		NO	NO

**Ayudas a los estudiantes:**

- Definición de triángulo, región cerrada del plano determinada por tres rectas que tienen vértice común de dos en dos.
- Clasificamos el triángulo construido atendiendo a dos criterios: sus lados y sus ángulos.
- Sobre el triángulo construido, recordamos el área del triángulo y tratar de obtener el área del triángulo como el doble de otra área que se pueda observar sobre la propia figura.
- Con el papel, construimos todo tipo de triángulos.

**SOLUCIÓN DE ÍTEM 6.2, TRIÁNGULOS ISÓSCELES**

Para construir triángulos isósceles, realizamos un dobléz y esa recta generada consideramos como la base desigual del triángulo, consideraremos como vértices los dos puntos extremos de este lado, sobre esta trazamos una mediatriz y el tercer vértice lo tomaremos en la mediatriz del lado menor (m). Esto nos asegura que el triángulo es isósceles puesto que la mediatriz del segmento AB la forman los puntos del plano que equidistan de A y de B.

Llevamos la distancia OA sobre m. Si llamamos OC al nuevo segmento que resulta sobre m, el triángulo ACB es un TRIÁNGULO ISÓSCELES RECTÁNGULO.

Si tomamos cualquier otro punto de la mediatriz distinto de C como tercer vértice del triángulo, obtendremos los triángulos isósceles acutángulos y los triángulos isósceles obtusángulos.

Doblamos para obtener C más abajo que el C anterior (con lo cual el ángulo formado en C es mayor de 90 grados), conseguimos un TRIÁNGULO.