# О КРИТЕРИЯХ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ПРИ УПРАВЛЕНИИ ЗАПАСАМИ В УСЛОВИЯХ РИСКА

УДК 658.7

**Александр Николаевич Гармаш,**
к.э.н., проф. кафедры Экономико-математических методов и аналитических информационных систем, Заочный финансово-экономический институт Финансового университета при Правительстве РФ
Тел.: 8 (499) 144-78-19
E-mail: angarm@mail.ru

**Вадим Александрович Большаков,**
аспирант кафедры Экономико-математических методов и аналитических информационных систем, Заочный финансово-экономический институт Финансового университета при Правительстве РФ
Тел.: 8 (903) 103-46-36
E-mail: vadim_bolsh@mail.ru

На примере конкретных производственных ситуаций рассматриваются некоторые особенности использования основных критериев эффективности решений при управлении запасами материальных ресурсов в условиях риска: критерия ожидаемого значения, критерия предельного уровня и критерия минимизации риска.
Делается вывод, что при использовании математических методов управления запасами в условиях риска наибольшую практическую ценность представляет критерий предельного уровня, реализующий принцип планирования вероятностным уровнем.

*Ключевые слова:* управление запасом, критерий ожидаемого значения, критерий предельного уровня, критерий минимизации риска, нормирование запасов.

**Aleksandr N. Garmash,**
PhD in Economics, Professor, the Department of Economic and Mathematical Methods and Analysis Information Systems, Financial University under the Government of the Russian Federation (Distance Institute of Finance and Economics)
Tel.: 8 (499) 144-78-19
E-mail: angarm@mail.ru

**Vadim A. Bolshakov,**
Post-graduate student, the Department of Economic and Mathematical Methods and Analysis Information Systems, Financial University under the Government of the Russian Federation (Distance Institute of Finance and Economics)
Тел.: 8 (903) 103-46-36
E-mail: vadim_bolsh@mail.ru

**CRITERIA OF DECISION-MAKING IN THE STOCK MANAGEMENT IN TERMS OF A RISK**

The authors consider some features of use of the main criteria of decision efficiency in the stock management in terms of a risk based on the manufacturing situations such as criterion of an expectation value, criterion of a threshold level and criterion of a risk minimization. The conclusion is that in using mathematical methods of stock management in terms of risk the criterion of a threshold level represents the most practical value, which implements the principle of planning by probabilistic level.

*Keywords:* stock management, criterion of an expectation value, criterion of a threshold level, criterion of a risk minimization, stock regulation.

## 1. Введение

При принятии решений в условиях риска рассматривается несколько состояний (исходов) природы и можно сделать предположения о вероятностях наступления каждого возможного состояния природы.

В общем случае значение вероятностей исходов оценивается на основе статистических данных за прошлые периоды. Если статистические данные отсутствуют или недоступны, либо менеджер в силу каких-нибудь причин не может спроецировать их на будущее, то он все равно должен оценить эти вероятности, пусть даже субъективно с привлечением экспертов.

Для принятия решений в условиях риска обычно используются следующие критерии: критерий ожидаемого значения, критерий предельного уровня, критерий минимизации риска.

Рассмотрим некоторые особенности использования этих критериев эффективности решений при управлении запасами материальных ресурсов (МР).

## 2. Использование критериев эффективности в модели систем массового обслуживания

Очевидно, что использование различных подходов к выбору критерия эффективности при управлении запасами, приводит к разным расчетным соотношениям и, соответственно, различной величине норм запасов.

Проиллюстрируем сказанное на примере следующей производственной ситуации. Дилер импортной дорожно-строительной техники осуществляет гарантийный ремонт и снабжение запасными частями своих клиентов. Необходимо установить норму переходящего запаса одной из позиций номенклатуры дорогостоящих запасных частей «Фильтр гидравлический HF28910» (спланировать уровень запаса фильтров, хранимых на складе дилера), если интенсивность расхода фильтров в среднем составляет 9 единиц в неделю, а интенсивность поступления в среднем 2 единицы в неделю.

Планирование запасов осуществим с использованием методов теории массового обслуживания (ТМО), рассматривая систему управления запасами (СУЗ) как систему массового обслуживания (СМО) с отказами (канал обслуживания свободен – фильтр на складе имеется, канал занят – запасная часть отсутствует). Будем полагать, что поток заявок на расход фильтров – простейший, а распределение времени между поступлениями фильтров на склад (времени обслуживания) следует показательному закону.

Тогда вероятность отказа в обслуживании (вероятность дефицита в СУЗ) равна $p_{отк} = p_n = p_0 \times \alpha^n / n!$ (нагрузка на систему $\alpha = \lambda / \mu$), где $p_0 = (1 + \alpha + \alpha^2 / 2! + \ldots + \alpha^n / n!)^{-1}$.

Соответственно при использовании критерия предельного уровня для обеспечения непрерывности производства с вероятностью не менее 95% на начало рабочей недели следует иметь 8 ед. данной позиции номенклатуры (рис. 1).

Интенсивности $\lambda = 9$; $\mu = 2$ Нагрузка $\alpha = 4{,}5$

| Число каналов $n$ | Вероятность $p_{отк}$ |
|---|---|
| 1 | 0,8182 |
| 2 | 0,6480 |
| 3 | 0,4929 |
| 4 | 0,3567 |
| 5 | 0,2430 |
| 6 | 0,1542 |
| 7 | 0,0902 |
| 8 | 0,0483 |
| 9 | 0,0236 |
| 10 | 0,0105 |


**Рис. 1. Планирование запасов с использованием критерия предельного уровня**

При определении оптимального переходящего запаса по критерию ожидаемого значения (минимум потерь в СУЗ) используем функцию стоимости потерь в СМО. Предположим, что оценка стоимости хранения одного фильтра в единицу времени составляет 0,6 у.е., а величина убытков из-за отсутствия одного фильтра оценивается в 1,1 у.е.

Функция потерь для СМО с отказами имеет вид –

$$G = (q_k N + q_y p_{отк} \lambda) T,$$

где: $G$ – функция потерь за определенный интервал времени $T$;

$q_k$ – стоимость единицы времени простоя обслуживающего канала ($h$);

$q_y$ – величина потерь, связанных с уходом из системы одной заявки ($d$);

$p_{отк}$ и $\lambda$ – вероятность отказа и интенсивность потока заявок;

$N$ – среднее число простаивающих каналов.

Расчеты значений функции потерь для различного числа каналов (фильтров на складе) $n$ приведены в таблице 1 ($q_y = 1{,}1$ $q_k = 0{,}6$).

Как видно на рис.2 для обеспечения минимума потерь на начало рабочей недели следует иметь 7ед. данной позиции номенклатуры, т.е. разница в уровнях запасов при использовании приведенных критериев и пороговой вероятности 0,95 составляет 1ед.

При пороговой вероятности 0,99 эта разница составит 3ед. и нормы переходящего запаса по рассматриваемой позиции номенклатуры при использовании указанных двух критериев принятия решений в условиях риска будут отличаться на 30%.

Таким образом, в рассмотренной ситуации планирования запасов результаты использования критерия ожидаемого значения и критерия предельного уровня существенно отличаются.


**Рис. 2. Планирование запасов с использованием критерия ожидаемого значения**

Для практической реализации этих двух критериев в общем случае необходимо знать закон распределения с.в. расхода за время между очередными поставками ($R$). Этого будет достаточно для определения вероятности $p = P(R > B)$ появления дефицитной ситуации при некотором уровне переходящего запаса $B$, т.е. для реализации в полном объеме критерия предельного уровня.

Для использования критерия ожидаемого значения дополнительно надо обеспечить учет затрат по созданию и хранению запасов, потерь от их недостатка и дать приемлемые (адекватные, убедительные) оценки параметров целевой функции модели оптимизации. Сделать это в реальных практических приложениях весьма непросто.

Однако при значительном превышении потерь от дефицита над затратами по созданию и хранению запасов критерий ожидаемого значения по сути переходит (равносилен, приводит к тем же результатам) в критерий предельного уровня. Это обстоятельство характерно для производственных запасов и, как правило, для важнейшей номенклатуры товарных запасов.

**Таблица 1. Расчет значений функции потерь**

| $n$ | $p_{отк}$ | $p_{отк}\lambda$ | $q_y p_{отк}\lambda$ | $N$ | $q_k N$ | Потери ($T = 1$) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0,8182 | 7,3636 | 8,1000 | 0,1818 | 0,1091 | 8,2091 |
| 2 | 0,6480 | 5,8320 | 6,4152 | 0,4160 | 0,2496 | 6,6648 |
| 3 | 0,4929 | 4,4361 | 4,8797 | 0,7181 | 0,4309 | 5,3106 |
| 4 | 0,3567 | 3,2104 | 3,5314 | 1,1052 | 0,6631 | 4,1946 |
| 5 | 0,2430 | 2,1872 | 2,4059 | 1,5936 | 0,9562 | 3,3621 |
| 6 | 0,1542 | 1,3875 | 1,5262 | 2,1937 | 1,3162 | 2,8425 |
| 7 | 0,0902 | 0,8115 | 0,8927 | 2,9058 | 1,7435 | 2,6362 |
| 8 | 0,0483 | 0,4345 | 0,4779 | 3,7172 | 2,2303 | 2,7082 |
| 9 | 0,0236 | 0,2121 | 0,2333 | 4,6061 | 2,7637 | 2,9970 |
| 10 | 0,0105 | 0,0944 | 0,1039 | 5,5472 | 3,3283 | 3,4322 |

## 3. Использование принципа планирования вероятностным уровнем

Критерий предельного уровня не дает оптимального решения, например, минимизирующего затраты на управление запасами. Он реализует известный принцип планирования вероятностным уровнем.

Проиллюстрируем сказанное на примере вероятностной модели с основным запасом для «терпеливых» заказчиков, в которой используется критерий ожидаемого значения (минимизируются ожидаемые затраты, связанные с избытком и дефицитом запасов).

В системе с основным запасом предполагается /2/, что процесс движения запасов начинается с первоначального запаса в $B$ единиц и характеризуется следующими допущениями:

- всякий раз, когда получен заказ покупателя на $r$ единиц, немедленно производится заказ на $r$ единиц для пополнения запасов;
- заказы на пополнение запасов выполняются после детерминированного времени отставания $z$;
- при ситуации дефицита заказ покупателя выполняется, насколько это возможно, за счет имеющихся в наличии запасов и, предполагается, что покупатели не будут аннулировать заказы, а будут ожидать достижения достаточного уровня запаса.

Из этих предположений следует,

что сумма запасов на складе и нереализованных заказов не изменяется во времени и равна $B$ (основному, переходящему запасу). Если принять, что $f(x)$ есть плотность вероятности спроса в течение периода $z$, то ожидаемые затраты, связанные с избытком и дефицитом запасов на складе за единицу времени (критерий ожидаемого значения), равны:

$$M(\Phi) = h\int_{O}^{B}(B-x)f(x)dx + d\int_{B}^{\infty}(x-B)f(x)dx$$

| $h/d$ | $F(B^*)$ | $B^*$ | $p$ | $B$ |
|---|---|---|---|---|
| 1,25 | 0,44 | 90,81 | 0,45 | 91,23 |
| 1,00 | 0,50 | 95,00 | 0,50 | 95,00 |
| 0,75 | 0,57 | 100,40 | 0,60 | 102,60 |
| 0,50 | 0,67 | 107,92 | 0,65 | 106,56 |
| 0,25 | 0,80 | 120,25 | 0,80 | 120,25 |
| 0,20 | 0,83 | 124,02 | 0,85 | 126,09 |
| 0,15 | 0,87 | 128,73 | 0,90 | 133,45 |
| 0,10 | 0,91 | 135,06 | 0,91 | 135,22 |
| 0,05 | 0,95 | 145,05 | 0,95 | 144,35 |

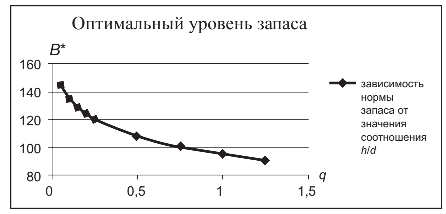


**Рис. 3. Определение оптимального уровня запаса при различных значениях *q* = *h* / *d*.**

где $h$ и $d$ – соответственно потери из-за единичного избытка и дефицита в единицу времени. Отсюда оптимальный уровень основного запаса $B^*$ определяется /3/ из соотношения $F(B^*) = d/(h+d)$, где $F(x)$ – кумулятивная функция распределения вероятностей для $f(x)$.

Последнее соотношение можно переписать в виде:

$$F(B^*) = \frac{d}{h+d} = \frac{d}{d(1+h/d)} = \frac{1}{1+h/d}.$$

Например, при нормальном законе распределения вероятностей с.в. спроса в течение периода $z$ ($m$ = 95, $\sigma$ = 30), т.е. при

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left[-(x-m)^2/2\sigma^2\right],$$

с помощью средств Excel можно получить оптимальный уровень основного запаса $B^*$ = *НОРМОБР*($F(B^*)$;95;30).

На рис. 3 представлены оптимальный уровень основного запаса $B^*$ при различных значениях отношения $q$ экономических оценок $h$ и $d$ ($q = h/d$), а также значения переходящего запаса $B$ при различных значениях пороговой вероятности $p$ (для обеспечения непрерывности производства с вероятностью $p$ следует на начало каждого периода $z$ иметь уровень запаса $B$ = *НОРМОБР*($p$;95;30)).

Из модели и приведенных расчетов видно, что при $d$»$h$ (потери из-за дефицита много больше потерь из-за избытка, что характерно для производственных запасов) дробь $q = h/d$ будет близка к нулю и критерий ожидаемого значения по сути сводится к критерию предельного уровня.

Таким образом, в практических расчетах при $h/d \to 0$ уровень запаса целесообразно устанавливать на основе критерия предельного уровня (использовать принцип планирования вероятностным уровнем).

Как известно, для измерения величины риска (степени риска) обычно используют две характеристики:

– среднее ожидаемое значение;

– изменчивость (вариация) возможного результата.

В сложившейся практике планирования норма запасов устанавливается как переходящий запас $B$ в сумме текущего запаса $З_m$ (запас под среднее, ожидаемое потребление) и страхового, гарантийного запаса $З_c$ (запас под вероятное отклонение, вариацию от среднего потребления и, соответственно, расчет идет исходя из показателей вариации около среднего).

Заметим, что в приведенной выше математической модели основной запас практически интерпретируется как переходящий запас /2/ в сумме двух составляющих $B = З_m + З_c$ – текущей ($З_m$) и страховой ($З_c$).

По сути, в традиционном подходе при нормировании запасов важнейшей номенклатуры делается попытка (более или менее успешная в зависимости от конкретной хозяйственной ситуации) реализовать критерий минимизации риска.

Формулы для расчета текущего и страхового запаса, полученные на основе тех или иных допущений и соответствующих математико-статистических методов, приводятся в ряде источников, в частности, для расчета текущей составляющей $З_m$ и страховой составляющей нормы производственного запаса $З_c$ предлагаются соотношения /1/:

$$З_m = \frac{\sum_i Q_i \times T_i}{2\times\sum_i Q_i},\quad З_c = \sqrt{\frac{\sum_i (T_{icp} - T\ )^2}{N}},$$

где $Q_i$ – объем $i$-й поставки;
$T_i$ – интервал $i$-й поставки (дни);
$T_{cp}$ – средний интервал между поставками (дни);
$N$ – количество поставок в году.

Если составляющие $З_m$ и $З_c$ определены в днях, то для расчета нормы текущего и страхового запаса в натуральном выражении найденные значения умножаются на среднесуточную потребность $\lambda$ (ед/дн): $З_m \cdot \lambda$ и $З_c \cdot \lambda$.

Следует отметить, что использование различных допущений и подходов к расчету характеристик и показателей риска приводит к различным расчетным соотношениям и, соответственно, различной величине норм запасов.

Более строгий и, соответственно, более громоздкий подход к реализации критерия минимизации риска связан с математико-статистическим исследованием движения запасов и оценкой законов распределения рассматриваемых случайных величин на основе критериев согласия.

Для практической реализации критерия минимизации риска также необходимо знать закон распределения с.в. расхода за время между очередными поставками ($R$). Кроме того, в отличии от критерия предельного уровня в этом случае дополнительно используются свойства конкретных законов распределения вероятностей (например, известное «правило трех сигм» при нормальном законе распределения).

Так что при планировании переходящих запасов критерий минимизации риска и критерий предельного уровня реализуют одну и ту же установку минимизации риска и в этом смысле их можно считать равносильными (эквивалентными). Однако критерий предельного уровня более точен и универсален.

Таким образом, при использовании математических методов управления запасами в условиях риска наибольшую практическую ценность представляет критерий предельного уровня, реализующий принцип планирования вероятностным уровнем.

Этот принцип предполагает следующий подход к нормированию запасов – их величина с заданной («пороговой») вероятностью должна обеспечить отсутствие дефицитных ситуаций с МР. При этом выбор того или иного значения пороговой вероятности сопряжен с конкретной хозяйственной ситуацией и экономическими последствиями.

**4. Заключение**

Учитывая необходимость применения большого количества номенклатуры МР на предприятии, и статистической обработки движения каждой позиции запаса, имеет смысл реализации критерия предельного уровня в ERP-системах, используемых в организации, или, по крайней мере, в прикладных локальных вычислительных системах, применяемых для нормирования МР. Тогда для каждой позиции номенклатуры (или для их группы) можно задать значение пороговой вероятности, на основании которой, и используя статистические данные, можно рассчитать текущую норму МР и план-график пополнения на ближайшее будущие. В зависимости от вероятностного закона распределения расхода норма и план-график пополнения производственных запасов будут меняться. Использование вычислительных систем позволит поддерживать актуальность этих значений и оптимизировать затраты на оборотные фонды предприятия.

**Литература**

1. Радионов А.Р., Радионов Р.А. Менеджмент. Нормирование и управление производственными запасами и оборотными средствами предприятия: Учебное пособие. – М.: ЗАО «Издательство «Экономика», 2005.

2. Гармаш А.Н, Большаков В.А.. Некоторые обобщения системы управления с основным запасом.// Логистика и управление цепями поставок. 2012. №04 (51). с.79-82.

3. Хэнссменн Ф. Применение математических методов в управлении производством и запасами.- М.:Прогресс,1966.

**References**

1. Rodionov A.R., Rodionov R.A. Management. Regulation and management of inventory and working capital: Ucheb. posobie – M.: ZAO "Publisher" Economy ", 2005.

2. Garmash A. N. Bolshakov V. A. Some generalizations of the management system with the main stock // Logistics and Supply Chain Management. 2012. №04 (51). p.79-82.

3. Henssmenn F. Application of mathematical methods in production management and inventory management. Moscow: Progress, 1966.