シミュレーションデータに基づいたマイクロ波回路設計パラメータの決定方法と設計ソフトウェアの開発

木下 照弘 [1]　小西 良弘 [2]

Method of interpolation from simulation data for microwave circuit design and it's software tool

Teruhiro Kinoshita [1]　Yoshihiro Konishi [2]

Abstract　The method to determine the design parameters based on the simulation date has been discussed in microwave circuit design. Using interpolation of the discrete data, and de ning quadratic error criterion for the design parameters in error space, the method of Gauss-Newton algorithm is applied to determine the parameters. Software tool has been also developed using this method. Numerical result of the calculation shows that our method is effective for determining the parameters for the microwave circuit.

1　はじめに

コンピュータの高性能化に伴い，マイクロ波回路の設計においてもシミュレータが盛んに活用されている [1]．一般に，マイクロ波シミュレータは，誘電率や線路形状・寸法などの設定値 (パラメータ) から，インピーダンスなどの特性を数値的に推定する解析ツールである．これに対し，設計では所望の特性を得るための設定値を決定する必要がある．このように，解析と設計は逆の関係にあることから，シミュレーション結果を設計に活用するには工夫が必要となる．実用的な面からはシミュレータにより得られた結果をデータとして読み取り，特性値を入力するとパラメータ値を算出して表示するツールが望まれる．

ここでは，シミュレータによる解析データの設計への活用方法として，設計パラメータを離散的に変化させて得られる解析値の数表をもとに，補間により特性値からパラメータを決定する方法について報告する．特性値が 1 つで，かつ，設計パラメータが 1 つの場合は，パラメータを変化させて得られる特性値のグラフから所望の特性値を与えるパラメータを決定することは容易であるが，特性値，および，設計パラメータが複数の場合は，計算機の利用を考えることになる．ここでは，パラメータが複数の場合について，離散的なシミュレーションデータの数表から補間関数を定義し，逐次近似により所望の特性を得るための設計パラメータの決定方法について述べる [2]．具体的に，設計パラメータが 2 つの場合について．それらを決定するプログラムを作成したので，併せて報告する．

2　原理

任意の個数の設計パラメータに対して適用可能であるが，以下では，設計パラメータが 2 つの場合について述べる．

*1　東京工芸大学工学部コンピュータ応用学科教授
*2　ケイラボラトリー
2009 年 9 月28 日　受理

2.1 補間関数

2.1.1 線形補間

2 次元の離散的なデータを区分的な関数を用いて補間する場合には，幾つかの関数が考えられるが，ここでは，等間隔でデータが与えられているものとして，式 (1) に示す区分的な関数を補間に用いる．

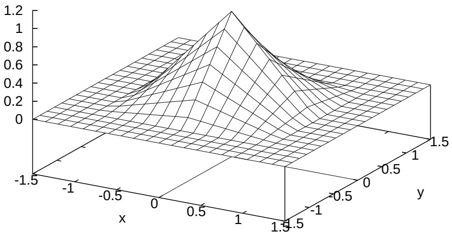

図 1: 区分的関数 $\phi(x,y)$

$$\phi(x,y) = \begin{cases} (1 \quad |x|)(1 \quad |y|), & |x| \quad 1,\ \text{かつ}\ |y| \quad 1 \\ 0, & \text{その他} \end{cases} \tag{1}$$

を用いて，x, y 方向に等間隔な格子上の離散点 (x_i, y_j) で与えられたデータ値

$$a_{i,j}, \quad (i = 1, 2, 3, \cdots, N,\ j = 1, 2, 3, \cdots, M)$$

に対して，補間関数を次のように定義する：

$$f(x,y) = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} a_{i,j}\,\phi\left(\frac{x \quad x_i}{\Delta_x}, \frac{y \quad y_j}{\Delta_y}\right) \tag{2}$$

ここで，

$$\Delta_x = x_{i+1} \quad x_i$$
$$\Delta_y = y_{j+1} \quad y_j$$

である．

2.1.2 3 次近似

式 (2) は離散データの折れ線近似 (線形近似) である．高次の曲線を用いれば滑らかな補間を行なうことができる．そこで，線形近似に加えて，3 次曲線による近似を検討する．データの間隔を Δ_x, Δ_y とし，$(i\Delta_x, j\Delta_y)$ での値が $a_{i,j}$，$(i = 1, 2, 3, \cdots, N, j = 1, 2, 3, \cdots, M)$ であるデータ列に対して，

$$n\Delta_x \quad x < (n+1)\Delta_x,$$
$$m\Delta_y \quad y < (m+1)\Delta_y$$

での値を $x = i\Delta_x, y = j\Delta_y$ において $a_{i,j}$，$(i = n \quad 1, n, n+1, n+2,\ j = m \quad 1, m, m+1, m+2)$ を通る x, y それぞれについて 3 次式の曲面で近似する．

$$f(x,y) = \sum_{i=n-1}^{n+2}\sum_{j=m-1}^{m+2} a_{i,j}\, g_{i-n+1}\left(\frac{x \quad n\Delta_x}{\Delta_x}\right) g_{j-m+1}\left(\frac{y \quad m\Delta_y}{\Delta_y}\right) \tag{3}$$

ただし，

$$g_0(x) = \frac{1}{6}x(x \quad 1)(x \quad 2) \tag{4}$$
$$g_1(x) = \frac{1}{4}(x+1)(x \quad 1)(x \quad 2) \tag{5}$$
$$g_2(x) = \frac{1}{2}(x+1)x(x \quad 2) \tag{6}$$
$$g_3(x) = \frac{1}{6}(x+1)x(x \quad 1) \tag{7}$$

である．

2.2 逐次近似

2 つの設計パラメータ (x, y) に対して特性値 1 および，特性値 2 の離散値がシミュレーションなどにより得られたとき，式 (2) あるいは，式 (3) より特性値を補間する連続関数 $f_1(x,y)$ と $f_2(x,y)$ が求まる．

f_1, f_2 に対する所望の値を h_1, h_2 として，この特性値を得るための設計パラメータ x, y は，連立非線型方程式

$$f_1(\boldsymbol{r}) \;=\; h_1 \tag{8}$$

$$f_2(\boldsymbol{r}) \;=\; h_2 \tag{9}$$

の解である．これらに対して誤差関数

$$I(\boldsymbol{r}) \;=\; \{f_1(\boldsymbol{r}) \quad h_1\}^2 + \{f_2(\boldsymbol{r}) \quad h_2\}^2 \tag{10}$$

を定義し，

$$I(\boldsymbol{r}) = 0 \tag{11}$$

を満足する $\boldsymbol{r} = (x, y)$ の逐次近似解 (数値解) を求める．$I(\boldsymbol{r}) \quad 0$ であるから，求める解は $I(\boldsymbol{r})$ の最小値でもある．そこで，ガウス・ニュートン法により連立方程式 (8), (9) の数値解を求めることができる．1 次導関数による線形近似により得られる

$$\begin{pmatrix} \dfrac{\partial f_1^{(k)}}{\partial x} & \dfrac{\partial f_1^{(k)}}{\partial y} \\ \dfrac{\partial f_2^{(k)}}{\partial x} & \dfrac{\partial f_2^{(k)}}{\partial y} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1^{(k)} \quad h_1 \\ f_2^{(k)} \quad h_2 \end{pmatrix}$$

$$\Delta x \;=\; x^{(k)} \quad x^{(k+1)}$$

$$\Delta y \;=\; y^{(k)} \quad y^{(k+1)}$$

を $\begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix}$ について解たものを整理すれば，設計パラメータ (x, y) を決定する逐次近似式

$$\begin{pmatrix} x^{(k+1)} \\ y^{(k+1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^{(k)} \\ y^{(k)} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \dfrac{\partial f_1^{(k)}}{\partial x} & \dfrac{\partial f_1^{(k)}}{\partial y} \\ \dfrac{\partial f_2^{(k)}}{\partial x} & \dfrac{\partial f_2^{(k)}}{\partial y} \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} f_1^{(k)} \quad h_1 \\ f_2^{(k)} \quad h_2 \end{pmatrix} \tag{12}$$

$(k \;=\; 1, 2, 3, \cdots)$ が得れる．適当な初期値 $\begin{pmatrix} x^{(o)} \\ y^{(0)} \end{pmatrix}$ から始めて，逐次式 (12) により数値解を求めることができる．

3　設計パラメータの決定

図 2 および，図 3 に示す誘電体基板中に電極を埋め込んだ縦型平面回路 [3] について，離散的に得られた電気特性より電極の幅および間隔を決定する．

この回路は z 軸を伝搬方向とする密結合マイクロ波線路であり，接地基板上の比誘電率が ε_r である誘電体層に幅 a の電極 2 枚を間隔 d で埋め込んで構成される．誘電体層の厚み h で規格化した a/h, d/h が設計パラメータとなる．

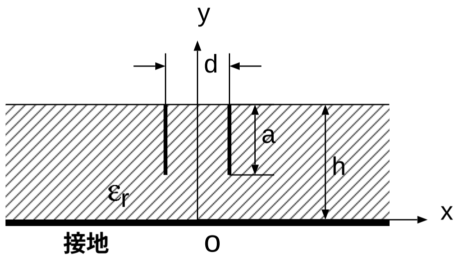

図 2: 縦型平面回路の断面図

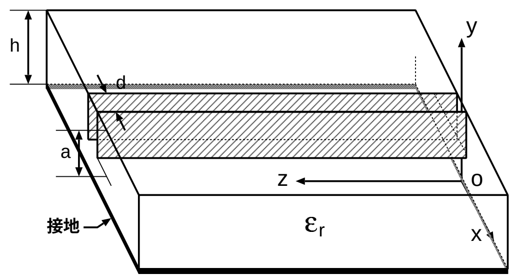

図 3: 基板中の縦型平面回路

表 1: 縦型平面回路のインピーダンス

Z_{even} ($\varepsilon_r = 1$)

$Z_{\mathrm{even}}(\Omega)$		d/h			
		0.4	0.5	0.6	0.7
a/h	0.5	271.905765	262.032957	253.805461	246.609931
	0.6	262.483866	253.389693	245.618486	237.875800
	0.7	254.665063	246.115961	238.657957	231.928856
	0.8	247.699046	239.693261	232.605351	225.967855

Z_{odd} ($\varepsilon_r = 1$)

$Z_{\mathrm{odd}}(\Omega)$		d/h			
		0.4	0.5	0.6	0.7
a/h	0.5	74.4964226	84.5749727	93.1892911	100.601410
	0.6	66.7320763	76.2056696	84.4794496	92.3072956
	0.7	60.4322505	69.5648469	77.3929649	84.2090386
	0.8	55.3093776	63.9451625	71.4722593	78.1319798

2 つの電極を同相で励振した場合 (偶励振時) の接地とのインピーダンス Z_{even} と逆相で励振した場合 (奇数励振時) のインピーダンス Z_{odd} を特性値とし，設計パラメータ a/h, d/h を決定する．図 4 にそれぞれの励振時での線路の等価回路 (断面図) を示す．表 1 に偶励振，および，奇励振でのインピーダンス $Z_{\mathrm{even}}, Z_{\mathrm{odd}}$ の有限要素法によるシミュレーション結果の一部を示す．比誘電率 $\varepsilon_r = 1$ の場合に，d/h を 0.1 間隔で 0.4〜0.7 まで変化させ，a/h も 0.1 間隔で 0.5〜0.8 と変化させている．

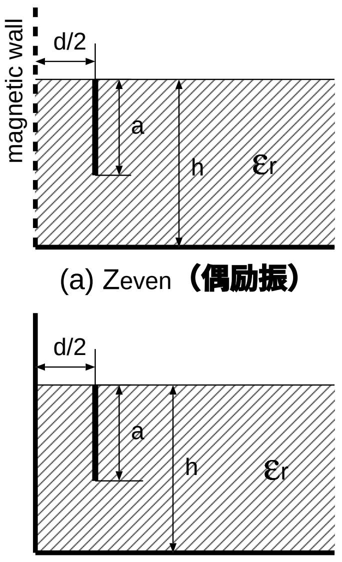

図 4: 偶励振と奇励振に対する等価線路

図 4 に示す偶励振と奇励振時での等価回路からもわかるように，偶励振では奇励振と比較して電極と接地間の静電容量が小さく，インピーダンスは大きくなる．また，電極幅 a の増加に伴い，静電容量が増加し，インピーダンスは小さくなる．電極間隔 d が小さくなると奇励振では電極間隔が狭くなりインピーダンスは減少するのに対して，偶励振では実効的な電極の面積が小さくなりインピーダンスは増加している．

インピーダンスの変化はなだらかであることから，比較的容易に所望の $Z_{\mathrm{even}}, Z_{\mathrm{odd}}$ を得るためのパラメータ $a/h, d/h$ を決定できると予測される．

例として $Z_{\mathrm{even}} = 250[\Omega], Z_{\mathrm{odd}} = 80[\Omega]$ に対応する $a/h, d/h$ を求める．表 1 の値をもとに描いた d/h–a/h 平面上での誤差

$$I = (Z_{\mathrm{even}} \quad 250)^2 + (Z_{\mathrm{odd}} \quad 80)^2$$

の平方根 $\sqrt{I}$ を図 5a, 5b に示す．図 5b は図 5a 中の誤差が小さくなる部分を拡大して描いたもの

である．$\sqrt{I(a/h, d/h)}$ の等高線は，$I = 0$ を中心とした単調な同心円に近い曲線を描いており，$I = 0$ となる $(a/h, d/h)$ の値が容易に求まる．図中に $a/h = 0.5, d/h = 0.6$ を初期値として，逐次近似により $I = 0$ の数値解を求めたときの逐次近似値を○印で示す．

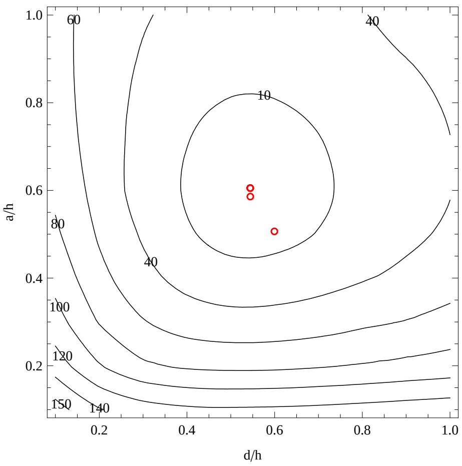

図 5a: 誤差 I の等高線図および逐次近似 (全体)

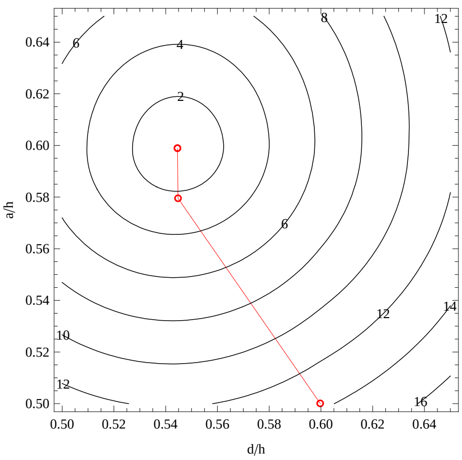

図 5b: 誤差 I の等高線図および逐次近似 (部分拡大図)

さらに，図 6 に逐次近似により誤差が零に収束する様子を示す．横軸はくり返しの回数 k，縦軸は誤差 $I^{(k)}$ である．3 回のくり返しで誤差は 10^{-12} 以下になり，収束が非常に速いことがわかる．

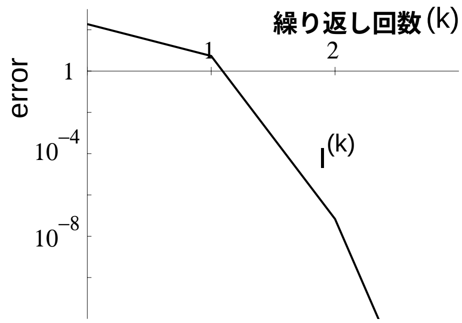

図 6: 誤差 I の収束

$Z_{\rm even} = 250[\Omega], Z_{\rm odd} = 80[\Omega]$ に対して得られた $d/h, a/h$ の値は

$$\frac{a}{h} = 0.598939 \qquad \frac{d}{h} = 0.5447707$$

であった．

表 2: 縦型平面回路のインピーダンス

$Z_{\rm even}$ $(\varepsilon_r = 1)$

$Z_{\rm even}[\Omega]$		d/h 0.3	0.5	0.7
a/h	0.3	310.974873	286.219758	269.139672
	0.5	283.232551	262.032957	746.609931
	0.7	264.128994	246.115961	231.928856

$Z_{\rm odd}$ $(\varepsilon_r = 1)$

$Z_{\rm odd}[\Omega]$		d/h 0.3	0.5	0.7
a/h	0.3	84.3173261	109.578704	127.050325
	0.5	62.3430954	84.5249727	100.601410
	0.7	50.3590631	69.5648469	84.2090386

次に，電極幅 a/h および電極間隔 d/h のサンプリング間隔 (パラメータの間隔) に対する解の依存性を検討する目的で，表 2 に示すように間隔 $\Delta(a/h), \Delta(d/h)$ を大きくしたデータから補間関数を構成した場合について同様の計算を行う．このときの計算結果および，1 次補間と 3 次補間の違いによる結果を表 3 に示す．

表 3: 補間の次数およびパラメータの間隔の違いに対する比較
($Z_{\text{even}} = 250[\Omega]$, $Z_{\text{odd}} = 80[\Omega]$)

	1 次補間	
	a/h	d/h
$\Delta(a/h) = \Delta(d/h) = 0.1$	0.5989392	0.5447706
$\Delta(a/h) = \Delta(d/h) = 0.2$	0.6080750	0.5465167
絶対誤差	0.0091358	0.0017461
誤差/データ間隔	約 9%	約 2%

	3 次補間	
	a/h	d/h
$\Delta(a/h) = \Delta(d/h) = 0.1$	0.59888893	0.54359990
$\Delta(a/h) = \Delta(d/h) = 0.2$	0.59739095	0.54293036
絶対誤差	0.00149834	0.00066944
誤差/データ間隔	約 1%	約 1%

表 3 のパラメータの間隔を変えた場合の結果より，1 次補間においてもパラメータの間隔に対して 10%以内の精度で解が得られており，3 次補間では 2%未満であることがわかる．

4 設計ツールの作成

設計現場で活用することを考慮すると，キーボード操作を極力省略した GUI を備えたプログラムとすることが望ましい．また，MS Windows, unix os など様々な環境下で動作する必要もある．そこで，ここでは，OS への依存が比較的少ない Java Applet として動作するプログラムを作成した．また，既存のシミュレータでは解析結果を MS Excel などの表計算データとして結果を出力するものが多く見掛けられるので，テキスト形式，および，csv 形式のファイルからデータを読み込むこととした．

作成したクラスと機能の概要は以下である：

- Interpolation クラス

  main メソッドを含むクラスであり，java swing を拡張した，ボタンなどの GUI 機能を持つ．シミュレーションデータファイルのオープン，目標値の入力，逐次近似の実行，結果の表示などを行う．

- Function クラス

  データファイルへのポインタを受け取り，字句解析クラスと協調して，データファイルに含まれるデータ間隔などのパラメータ値の解読，離散データの読み取り，補間関数，および，その導関数のメソッドを持つ．

作成した Java Applet 上でシミュレーションデータ (CSV ファイル) から設計値を求めたときの様子を図 7 に示す．

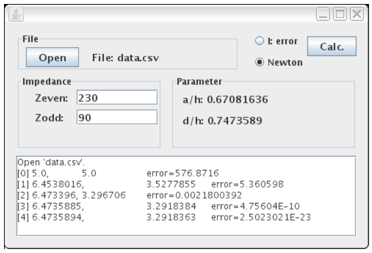

図 7: 実行ウィンドウ (Java Applet)

5 まとめ

マイクロ波シミュレータから得られるような離散的パラメータに対する特性値の数表を補間して，特性値からパラメータ値を逆に決定する方法について検討した．誘電体基板中の縦型平面回路についてのシミュレーションデータを補間して，偶励振，および，奇励振時のインピーダンスを指定することで，設計パラメータである電極幅と間隔を決定する場合について述べた．この方法はパラメータが 3 つ，4 つと増えた場合にも拡張可能である．

謝辞

今回の報告にあたり，貴重なデータをご提供下さった大阪大学の塩見英久先生，EM テクノロジーの薮内広一氏，および，アンソフト・ジャパンの鈴木誠氏に感謝申し上げます．

参考文献

[1] 小暮裕明, “電磁界シミュレータで学ぶ高周波の世界,” CQ 出版, 1999.

[2] 木下照弘，小西良弘，“マイクロ波回路設計における，シミュレーションデータを元にしたパラメータの補間,” 輻射科学研究会資料, RS09-08, 2009.

[3] 小西良弘, “マイクロ波フィルタ回路の構成と設計,” MWE2008 Micorwave Workshop Digest, pp. 483–492, 2008.