

# 偏光プリズムを用いた $90^\circ$ 位相シフト干渉計

喜入 朋宏<sup>\*1</sup> 中楯 末三<sup>\*2</sup> 渋谷 真人<sup>\*3</sup>

## Quadrature Phase-shifting Interferometer Using a Polarization Prism

Tomohiro KIIRE<sup>\*1</sup> Suezou NAKADATE<sup>\*2</sup> Masato SHIBUYA<sup>\*3</sup>

A new type phase-shifting interferometer is presented, which utilizes a  $1/8$  wave plate and a polarization prism such as Rochon Prism. The  $1/8$  wave plate gives  $90$  degrees phase difference between each orthogonal polarization in the interferometer presented. Two fringes patterns in quadrature on an image sensor are simultaneously acquired in each state of the interferometer. Phase calculation methods with four fringes give two phase distributions which are phase addition and difference between two states of interferometer. Some experimental results will be also given.

### 1. はじめに

位相シフト干渉計を用いて干渉縞の位相を求めるには、少なくとも3枚以上の位相シフトした干渉縞が必要になる。<sup>1)</sup>位相を高速に測定するには、位相シフトした干渉縞を空間に展開させ、3つの CCD 素子で同時撮像することで可能である。<sup>2-5)</sup>このような実時間位相干渉計は、微小重力下での結晶成長測定などのダイナミックな現象の解析などに応用されている。<sup>6-7)</sup>しかし、このような干渉計では各 CCD 素子間のピクセルの位置合わせが特に問題となっている。そこで、以前我々は、新しい位相測定原理を考案し CCD 素子の個数を2つに減らすことで、各 CCD 間のピクセルの位置合わせを容易にさせ、干渉計の構成を簡素化できる位相干渉計を提案した。<sup>8)</sup>また、この位相測定法を応用し、レーザーの2波長を使用することで、測定のダイナミックレンジを拡大する2波長法の位相干渉計についても提案した。<sup>9)</sup>

本報告では、これら提案した手法にさらに偏光プリズムを用いることで、1個の CCD 素子面上に2枚の位相シフトした干渉縞を形成させ、1つの CCD 素子を用いて位相を計算する手法を提案する。この手法を、それぞれ1波長と2波長を用いた干渉計に適用する場合の基本原則と原理検証のための基礎

実験の結果を述べる。

### 2. 基本原理

ここでは、1波長および2波長を用いた場合の基本原則について述べる。

#### 2.1. 1波長を用いる $90^\circ$ 位相シフト干渉計

ここでは、干渉計が変化する前と後の2つの状態を考え、偏光プリズムを用いた波面分割の方法について述べる。偏光プリズムを用いた  $90^\circ$  位相シフト

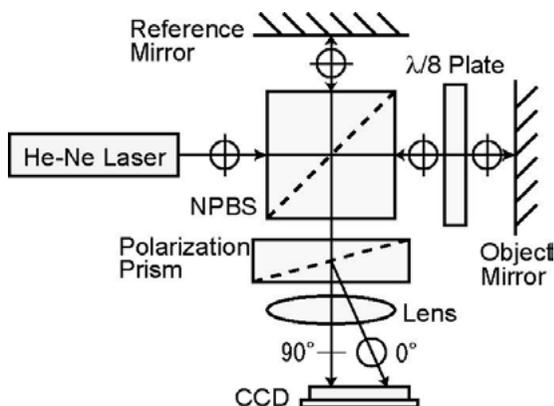


Fig.1. 偏光プリズムを用いた  $90^\circ$  位相シフト干渉計 (1波長法)の概略図

\*1 東京工芸大学工学部光情報メディア工学科助手 \*2 東京工芸大学工学部メディア画像学科教授

\*3 東京工芸大学工学部メディア画像学科教授

干渉計の概略図を Fig.1 に示した。レーザーからの直線偏光が紙面に垂直な偏光と平行な偏光にそれぞれ等しい光強度を持っているとする。この光を無偏光ビームスプリッタ(NPBS)によって振幅分割させ、参照ミラー面と物体ミラー面に向かう光とに分ける。参照ミラー面に向かう光はそのまま参照ミラー面で反射され、各偏光の位相差が  $0^\circ$  のまま NPBS に再び戻る。物体ミラー面への光は方位角  $0^\circ$  の  $\lambda/8$  板を通過することで位相変化が生ずる。まず、最初に  $\lambda/8$  板を通過すると、紙面に平行な偏光の位相が  $45^\circ$  ずれる。このとき、紙面に垂直な偏光の位相は  $0^\circ$  のまま位相変化は生じない。次に物体ミラー面で反射した光が、再び  $\lambda/8$  板を通過すると紙面に平行な偏光の位相がさらに  $45^\circ$  ずれるので、直交偏光間に  $90^\circ$  の位相差が生ずる。それぞれの光が再び NPBS で1つの光線になるが、次の偏光プリズムを通過することで紙面に平行な偏光と垂直な偏光とに偏光分割される。紙面に平行な偏光は位相  $0^\circ$  と  $90^\circ$  の光が干渉し、 $90^\circ$  位相シフトした干渉縞が形成され、紙面に垂直な偏光は位相  $0^\circ$  と  $0^\circ$  の光が干渉し、位相  $0^\circ$  の干渉縞が形成される。これら  $0^\circ$  と  $90^\circ$  位相シフトした干渉縞を1つの CCD 素子で撮像する。

得られた干渉縞から光の位相を計算する手法を以下に述べる。

ここで、 $0^\circ$  と  $90^\circ$  位相シフトした干渉縞  $I_1, I_2$  をそれぞれ  $I_1=A+B\cos\theta$ ,  $I_2=A-B\sin\theta$  とする。次に、干渉計の被測定物体あるいは参照面が何らかの原因で干渉計が変化したときの  $0^\circ$  と  $90^\circ$  位相シフトした干渉縞を  $I_3, I_4$  とし、それぞれ  $I_3=A+B\cos(\theta+\varphi)$ ,  $I_4=A-B\sin(\theta+\varphi)$  と書けるとする。ここで、 $\theta$  は干渉計の元の位相とし、 $\varphi$  は干渉計の変化前後の位相差を表す。まず、位相差  $\varphi$  を求めるためにこれら4つの干渉縞を用いてまず次の  $C$  と  $S$  の値を求める。

$$C = I_1 - I_4 = 2B \cos\left(\theta + \frac{\varphi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{\varphi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \quad (1)$$

$$S = I_2 - I_3 = 2B \cos\left(\theta + \frac{\varphi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(\frac{\varphi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \quad (2)$$

となり、さらに次の値  $E$  と  $F$  を求める。

$$E = C^2 - S^2 = 4B^2 \cos^2\left(\theta + \frac{\varphi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \sin\varphi \quad (3)$$

$$F = -2CS = 4B^2 \cos^2\left(\theta + \frac{\varphi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \cos\varphi \quad (4)$$

となるので、次の逆正接を計算すると

$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{E}{F}\right) \quad (5)$$

となり、干渉計変化前後の位相差  $\varphi$  を求めることができる。ただし、ここで逆正接が計算できる条件として、 $\cos(\theta+\varphi/2-\pi/4) \neq 0$  が必要である。これは逆正接の余弦成分と正弦成分が共に0にならない条件である。この特異点を避ける方法として、数学的には  $E$  と  $F$  それぞれで近傍の値を使うことであり、実際には  $E$  と  $F$  それぞれでの空間平均値を使うことで解決する。

次に、干渉計の元の位相  $\theta$  を求めるために次の計算をする。まず  $G$  と  $H$  の値を求める。

$$G = (I_1 - I_3) + (I_2 - I_4) \\ = 2\sqrt{2}B \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \cos\left(\theta + \frac{\varphi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \quad (6)$$

$$H = (I_1 - I_3) - (I_2 - I_4) \\ = 2\sqrt{2}B \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) \sin\left(\theta + \frac{\varphi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \quad (7)$$

次に  $J$  と  $K$  の値を求める。

$$J = G^2 - H^2 = 8B^2 \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right) \sin(2\theta + \varphi) \quad (8)$$

$$K = -2GH = 8B^2 \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right) \cos(2\theta + \varphi) \quad (9)$$

さらに、次の逆正接を計算すると

$$2\theta + \varphi = \tan^{-1}\left(\frac{J}{K}\right) \quad (10)$$

となり、位相和  $2\theta + \varphi$  を求めることができる。ただし、ここで逆正接の計算ができる条件は  $\sin(\varphi/2) \neq 0$  である。以上の計算で求めた2つの位相分布  $2\theta + \varphi$  と  $\varphi$  との位相差を求めると、干渉計の元の位相分布に比例した位相分布  $2\theta$  を求めることができる。この干渉計の基本的な条件は位相変化量  $\varphi$  には分布があってもよく、また一定の分布でもよい。

## 2.2. 2波長を用いる $90^\circ$ 位相シフト干渉計

1波長法では物体が  $2\pi$  を越えるような、例えば段差のあるような物体を測定する場合、測定位相に不確定要素が生じる。そのような物体を測定するには、長い波長を使うか、物体を深さ方向にスキャンしながら位相測定していき、それらの位相データから位相接続をするなどの方法がある。ここでは、2

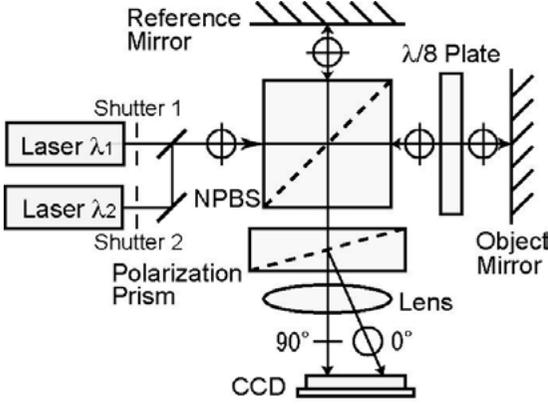


Fig.2. 偏光プリズムを用いた 90° 位相シフト干渉計 (2波長法)の概略図

波長を用いることで測定感度を拡大, 縮小した2つの位相分布を同時に求める手法を述べる. 2つのレーザー(波長)と偏光プリズムを用いる 90°位相シフト干渉計の概略図を Fig.2 に示した. 2つのレーザーから発振した光を同軸に合わせ, 1波長法と同様にλ/8板で直交偏光間に90°の位相差が生じさせる. 次に偏光プリズムで各偏光に分割し, 1個の CCD 素子面上に0°と90°位相シフトした干渉縞を形成させる. これを各波長でシャッターなどを切り換えるなどして行う.

まず, レーザー光の波長がλ<sub>1</sub>のときの0°と90°位相シフトした干渉縞をそれぞれ  $I_1=A+B\cos\theta_1$ ,  $I_2=A-B\sin\theta_1$  とする. 次に, レーザー光の波長がλ<sub>2</sub>のときの0°と90°位相シフトした干渉縞をそれぞれ  $I_3=A+B\cos\theta_2$ ,  $I_4=A-B\sin\theta_2$  とする. ここで,  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  は各波長での位相を表す. これら4枚の干渉縞を用いて $\theta_1$ ,  $\theta_2$ の位相和と位相差の計算を以下に示す. まず, 位相差を求めるため次のCとSの値を求める.

$$C = I_1 - I_4 \\ = 2B \cos\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(\frac{\theta_2 - \theta_1}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \quad (11)$$

$$S = I_2 - I_3 \\ = 2B \cos\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \sin\left(\frac{\theta_2 - \theta_1}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \quad (12)$$

次に, 次のEとFを求める.

$$E = C^2 - S^2 \\ = 4B^2 \cos^2\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \sin(\theta_2 - \theta_1) \quad (13)$$

$$F = -2CS \\ = 4B^2 \cos^2\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \cos(\theta_2 - \theta_1) \quad (14)$$

さらに次の逆正接を計算すると,

$$\theta_2 - \theta_1 = \tan^{-1}\left(\frac{E}{F}\right) \quad (15)$$

となり, 位相差 $\theta_2 - \theta_1$ を求めることができる. ただし, ここで $\cos\{(\theta_1 + \theta_2)/2 - \pi/4\} = 0$ の条件の場合, 計算不定となる. このような計算不定箇所は, 1波長法と同様にEとFそれぞれで空間平均値を使うことで解決する. また, 位相差は以下に示す実効波長λ<sub>L</sub>で測定したものと同等の低感度の位相分布が得られる.

$$\lambda_L = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \quad (16)$$

次に, 位相和 $\theta_1 + \theta_2$ を求めるために次の計算をする.

$$G = (I_1 - I_3) + (I_2 - I_4) \\ = 2\sqrt{2}B \sin\left(\frac{\theta_2 - \theta_1}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \quad (17)$$

$$H = (I_1 - I_3) - (I_2 - I_4) \\ = 2\sqrt{2}B \sin\left(\frac{\theta_2 - \theta_1}{2}\right) \sin\left(\frac{\theta_1 + \theta_2}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \quad (18)$$

の値をまず求め, 次にJとKの値を求める.

$$J = G^2 - H^2 = 8B^2 \sin^2\left(\frac{\theta_2 - \theta_1}{2}\right) \sin(\theta_1 + \theta_2) \quad (19)$$

$$K = -2GH = 8B^2 \sin^2\left(\frac{\theta_2 - \theta_1}{2}\right) \cos(\theta_1 + \theta_2) \quad (20)$$

さらに, 次の逆正接を計算すると

$$\theta_1 + \theta_2 = \tan^{-1}\left(\frac{J}{K}\right) \quad (21)$$

となり, 位相和 $\theta_1 + \theta_2$ を求めることができる. ただし, ここで逆正接の計算が不定になる条件として,  $\sin\{(\theta_2 - \theta_1)/2\} = 0$ がある. このときの位相和の実効波長λ<sub>H</sub>は以下に示す波長となり, 高感度の位相分布の結果が得られる. λ<sub>1</sub>とλ<sub>2</sub>の波長が近いときには, λ<sub>H</sub> ≃ (λ/2)となり約2倍測定感度が上がる.

$$\lambda_H = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \quad (22)$$

### 3. 実験結果

前節で述べた偏光プリズムを用いた位相シフト干渉計の1波長法, 2波長法の基本原則をそれぞれ確認する実験を行った.

### 3.1. 1 波長による実験結果

実験装置の概略図はすでに Fig.1 に示した. 波長 633nm の He-Ne レーザーを使用し, 中心波長 633nm の  $\lambda/8$  板を使用した. また, 波面を分割する偏光プリズムはロシヨンプリズムを使用した. He-Ne レーザーから発振した直線偏光を  $45^\circ$  の角度で入射し, 方位角  $0^\circ$  の  $\lambda/8$  板で直交偏光間に  $90^\circ$  の位相差を生じさせた. 次にロシヨンプリズムにより偏光分割した各偏光による  $0^\circ$ ,  $90^\circ$  位相シフトした 2 枚の干渉縞を 1 個の CCD 素子で撮像した. 物体としては, スライドガラス上に石英をスパッタし, 約  $1.3\mu\text{m}$  のステップ状の段差となるように製作した. さらにその上にアルミを蒸着してミラー面としたものを使用した. 撮像した干渉縞を Fig.3 に示した. 図の(a), (b)がそれぞれ干渉計が変化する前と後の画像であり, 各画像中に 2 枚の  $90^\circ$  位相シフトした干渉縞が得られているのがわかる. 図(b)の干渉計変化として, 参照ミラー面の一様変位をマイクロメーターを微動させて行った. ここで左右 2 枚の干渉縞の位相シ

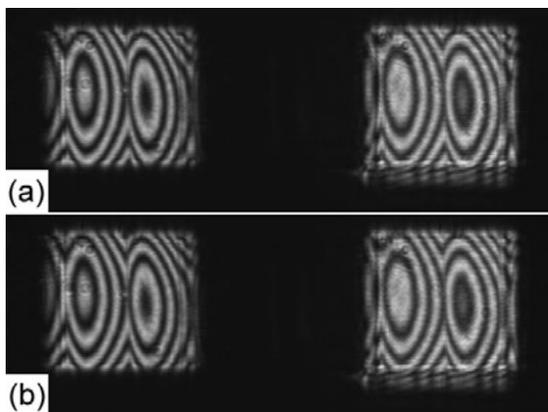


Fig.3. 1 波長法で取得した干渉縞画像, (a)干渉計が変化する前の  $0^\circ$ ,  $90^\circ$  位相シフトした干渉縞, (b)干渉計が変化した後の  $0^\circ$ ,  $90^\circ$  位相シフトした干渉縞

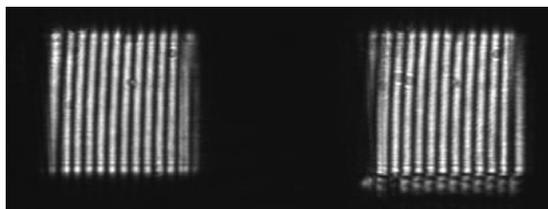


Fig.4. 位相を求めるための等間隔の干渉縞

フト量を測定するために, まず参照面をティルトさせ Fig.4 のように等間隔の干渉縞を作り, そのフーリエ解析を行うことで左右それぞれの位相を求め, これらの差を位相シフト量とした.<sup>10)</sup>その結果, 位相シフト量は  $88^\circ$ であった. Fig.3 の干渉縞を用いて 2. で述べた手法で計算した位相分布を Fig.5 に示した. 図の(a)は位相和( $2\theta+\phi$ )に対応する位相分布であり, Fig.3 の干渉縞と比べると位相の飛ぶ回数が約 2 倍となり, 感度が約 2 倍となっていることがわかる. 図の(b)は位相差 $\phi$ に対応する位相分布であり, 原理的には一様な分布となるべきものであるが画像中にはノイズが現れている. これは, 干渉縞間の  $90^\circ$  の位相設定の誤差と計算不定個所によるためと考えられる.<sup>8)</sup>また, 得られた左右の干渉縞の画像の大きさが異なっていたため, ピクセルごとの対応が完全に一致していないことが考えられる. ここで, 干渉縞画像間のピクセル位置を合わせるために, まず Fig.1 の概略図で  $\lambda/8$  板を外した状態で 2 枚の干渉縞を撮像した. 2 枚の干渉縞から差の絶対値の和を取り, この値が最小になるように 2 枚の干渉縞の位置, 画像の大きさを調整した. Fig.5 の(c)は図(a)と図(b)との位相の引き算をした結果であり, 物体形状に比例した位相分布が得られている.

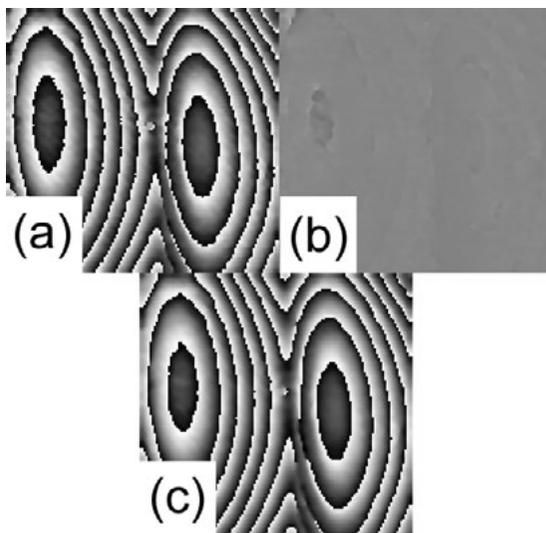


Fig.5. Fig.3 から計算した位相分布, (a)位相和  $2\theta+\phi$ , (b)位相差 $\phi$ , (c) $2\theta$

### 3.2. 2 波長による実験結果

2つの波長を用いた位相シフト干渉計の配置図をすでに Fig.2 に示した. 波長 $\lambda_1$ に 633nm,  $\lambda_2$ に 612nm の He-Ne レーザーを使用した. また, 1 波長法と同様に中心波長 633nm の $\lambda/8$ 板, 偏光プリズムにはロシヨンプリズムを使用した. 波長 $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ のレーザー光の光軸を合わせ, 各波長の光を NPBS により振幅分割させた. 物体ミラー面に向かう光は $\lambda/8$ 板を2回透過させることで直交偏光間に 90° の位相差を作り, 参照ミラーから戻ってきた光と再び NPBS で合わせることで干渉させた. それぞれの偏光を取り出すためにロシヨンプリズムにより各偏光に分け2枚の干渉縞を1つの CCD 素子で撮像した. 波長 $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ の干渉縞はそれぞれシャッターを切り換えることで取得した. ここで, 波長 $\lambda_2$ の干渉縞間の位相シフト量は 4.1 節と同様に等間隔干渉縞のフーリエ解析で求めた結果 99°であった. 原理上の位相シフト量 90°には 9°の誤差があるが, 位相シフト量 90°

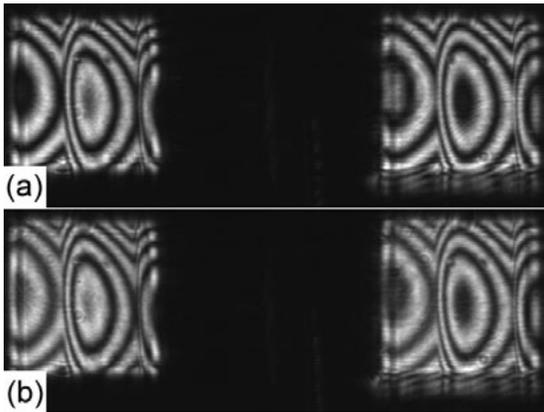


Fig.6. 2 波長法で取得した干渉縞画像, (a) $\lambda_1=633\text{nm}$  の 0°, 90° 位相シフトした干渉縞, (b) $\lambda_2=612\text{nm}$  の 0°, 90° 位相シフトした干渉縞

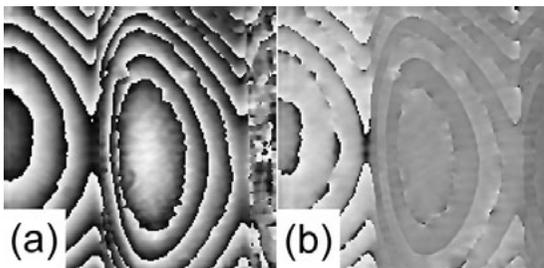


Fig.7. Fig.6 から計算した位相分布, (a)位相和  $\theta_1+\theta_2$ , (b)位相差  $\theta_2-\theta_1$

として計算を行った. 撮像した干渉縞を Fig.6 に示した. 図の(a)が波長 $\lambda_1$ での1画像中に形成した 0°, 88°位相シフトした干渉縞であり, 図の(b)が波長 $\lambda_2$ での1画像中に形成した 0°, 99°位相シフトした干渉縞である. これら4枚の干渉縞を用いて計算した位相分布を Fig.7 に示した. 図の(a)は位相和 $\theta_1+\theta_2$ に対応する位相分布であり, このときの実効波長 $\lambda_H$ は 311nm である. 位相の飛びも細かくなり使用した波長の約2倍の感度になっていることがわかる. 図の(b)は位相差 $\theta_2-\theta_1$ に対応する位相分布であり, 実効波長 $\lambda_L$ は 18.5 $\mu\text{m}$  である. これは使用した波長の約 1/30 の低感度になり, 原理的には物体の変位が 18.5 $\mu\text{m}$  以内ならば, 位相  $2\pi$  の範囲での位相の接続が不要になる. Fig.7 の(b)位相差の位相分布には, 輪帯状の縞になったノイズ, また位相和でも縞の境界部分にノイズが見られるが, これらは1波長法と同様に両波長の位相設定誤差, 計算不定箇所, 各干渉縞画像のピクセルの対応が完全に一致していないことなどが原因と考えられる. また特に位相差には大きなノイズが見られるが, この大きな原因としては, 原理では照明光の光強度分布は各波長とも同一と定義しているが, 実際には異なるレーザーを使用しているため, 照明光強度分布の違いがノイズとなっていると考えられる.

### 4. まとめ

今回提案した手法により, 偏光プリズムで各偏光に分割した2枚の 90° 位相シフトした干渉縞を1個の CCD 素子面上に形成することができた. これにより従来より取得する画像枚数を減らすことができ, さらに測定系を簡素化することができた. また, 2波長法の場合においては, 使用する波長により測定感度を拡大, 縮小させることができ, 低感度・高感度の位相分布を同時に取得することができた. 低感度の位相分布では物体の変位が  $2\pi$  の位相の範囲内ならば位相の接続を必要としない. しかし, 得られた位相分布には多くのにノイズが現れた. ノイズの原因としては, それぞれ波長の光強度分布の不一致や, 原理的な計算不定箇所によるもの, または $\lambda/8$ 板で生じさせる直交偏光間の位相設定に波長による誤差などが考えられる. 位相設定誤差の対処法として, 使用する波長を含む広範囲な波長域で位

相を一定に保つパルクロマティックな $\lambda/8$ 板を使用することなどが考えられる。

今後は、このような課題をさらに解決することで、簡便で高速に動作測定が行える干渉計が製作できると考えられる。

## 参考文献

- 1) J. E. Greivenkamp and J. H. Bruning: "Phase shifting interferometry," Optical Shop Testing, 2nd ed., ed. D. Malacara (John Wiley & Sons, New York, 1992) pp.501-598.
- 2) J. E. Millerd, N. J. Brock, J. B. Hayes, M. B. North Morris, M. Novak and J. C. Wyant: "Pixelated phase-mask dynamic interferometer," Proc. SPIE, 5531 (2004) 304-314.
- 3) J. E. Millerd, N. J. Brock, J. B. Hayes and J. C. Wyant: "Instantaneous phase-shift point-diffraction interferometer," Proc. SPIE, 5531 (2004) 264-272.
- 4) R. Onodera and Y. Ishii: "Frame rate phase shifting interferometer with a frequency-modulated laser diode," Opt. Eng., 38 (1999) 2045-2049.
- 5) S. Nakadate and M. Isshiki: "Real-time fringe pattern processing and its applications," Proc. SPIE, 2544 (1995) 74-86.
- 6) K. Tsukamoto, C. Li, H. Kobatake and T. Maki: "In situ observation of crystal growth in microgravity," J. Jpn. Soc. Microgravity Appl., 18 (2001) 190-196.
- 7) S. Maruyama, T. Shibata and K. Tsukamoto: "Measurement of diffusion fields of solutions using real-time phase shift interferometer and rapid heat-transfer control system," Exp. Therm. Fluid Sci., 19 (1999) 34-48.
- 8) 中楯末三, 喜入朋宏, 塩沢和則, 渋谷真人 "2枚の  $90^\circ$  位相シフトした干渉縞を用いる位相干渉計" 光学, 33 巻 7 号 (2004) 407-412.
- 9) 喜入朋宏, 中楯末三, 渋谷真人 "2 波長  $90^\circ$  位相シフト干渉計の実験的検討" Optics Japan 2003, 予稿集 (2003) 340-341.
- 10) S. Nakadate: "Phase detection of equidistant fringes for highly sensitive optical sensing. II. Experiments," J. Opt. Soc. Am. A, 5 (1998) 1265-1269.