

高誘電率セラミックスを用いた TEM 結合分布線路形
2 バンドデュプレクサの提案と設計理論
—とくに分布リアクティブ結合による外部 Q 値—

小西良弘*¹ 坂本孝光*²

Proposed Dual Band Duplexer With Coupled TEM Lines in
High Dielectric Ceramics
—External Q of Distributed Reactive Couplings—

Yoshihiro KONISHI Takamitsu SAKAMOTO

Duplexers are usually used between the antenna and the equipments such as the transmitter and the receiver to separate their signals.

In the portable movable communications, however, the frequency bands exist in around about 0.9 and 1.8GHz. The co-used equipments available to the dual band will be demanded to make low cost in future. This paper, therefore, presents the proposed dual band duplexers and the theory of the design to meet the requirement mentioned above, where the several types with multicoupled TEM lines in high dielectric material are proposed. In the proposed constructions, there are not only the interdigital coupling and lumped element coupling used in the past but also the newly proposed distributed reactive coupling for the duplexing function.

This paper, therefore, is especially focused on the design theory of the distributed reactive coupling in connection with the newly proposed construction, and shows the good agreements with experimental results.

The techniques and the theory will be available to not only such a devices mentioned above, but also other microwave circuits in general.

【概要】

最近移動体通信における携帯電話は、800MHz帯と1.5GHz帯の2バンドが用いられており、これらに対応した端末器が別々に作られているが、将来は低コストにするために2バンドを1機種で対応できる機器の開発が望まれている。ここではその一環として2バンドデュプレクサの開発に必要な分布回路の研究を行った。

従来のデュプレクサでは2ヶの帯域通路フィルター (Band Pass Filter) を集中定数回路や、分

布定数線路を用いて分波していたが、形状が大きくなるうえに、2ヶの周波数が夫々 f_1 及び $f_2=2f_1$ の如く離れている場合には回路構成が複雑となる。そこで今回は高誘電率セラミックスのブロック中に形成されたTEM平行三線路を用いた分波回路を提案し、その設計理論と実験結果との照合を行ったものである。とくに2バンドに対する分布定数線路の長さは異なり、これらの結合に於いては、従来のインターディジタル結合の場合と異り、分布リアクティブ結合が行われる。この結合理論は従来無く、今回筆者により求められこれに基づいてフィルタの外部Q値を求めて実験結果とよく一致する結果を得たものである。

*¹ 東京工芸大学工学部電子工学科非常勤講師, 前教授

*² 東京工芸大学工学部電子工学科 (現 TDK 株式会社)
1999年9月18日受理

1 はしがき

従来導波管デュープレクサでは、主導波管に順次に結合された異なる周波数帯のフィルタを介して分波される縦続接続形のもの[1]とT分岐したのち各々のフィルタを介して分波信号を取り出す並列形のもの[2]とが用いられている。前者は放送衛星などに後者はマイクロ波中継器の送受分離回路に用いられている。また最近では高誘電率セラミックス中に主線路に相当するTEM線路を形成し、これにインターディジタル結合したフィルタを介して各周波数成分を取り出す分波回路が筆者により提案され実用されている[3], [4], [5]。さて今回のように異なる周波数の分波回路をこのような多線路結合構造で構成しようとする、一方はインターディジタル結合しても他方はインターディジタル結合でなくなる。例えばコムライン結合になり全く高誘電率材料の場合結合しなくなるとか、また分布リアクタンス結合となる。そこで本論文ではまず小型化のため高誘電率を用いその中に主線路とそれら結合する副線路の種々の結合方法を提案すると共に、これに基づいて新たに必要になった分布リアクティブ結合に基づく外部Q値の理論値を求めた。そして実験値とよく一致することを確かめた。

2 今回提案した分布結合形2バンド分配回路

今回提案する分配回路の構成を図1及び図2に示した。ここで両方の周波数成分 f_1 及び f_2 の加えられる線路を主線路とすると、その長さが $\frac{\lambda}{4}$ の場合を図1に、またその長さが $f_2(=2f_1)$ の $\frac{\lambda}{4}$ の場合を図2に示した。

また分布定数線路の結合としては、表1に示したように、従来の外部リアクタンス（両線路の開放面で線路の中間にスリットや穴を作ることにより等価的にリアクタンスを作る方法を含む）を用いて結合する方法（Xで示す）及びインターディジタル結合（IDで示す）の他、今回提案する分布容量結合（DCで示す）と分布誘導結合（DMで示す）とがある。

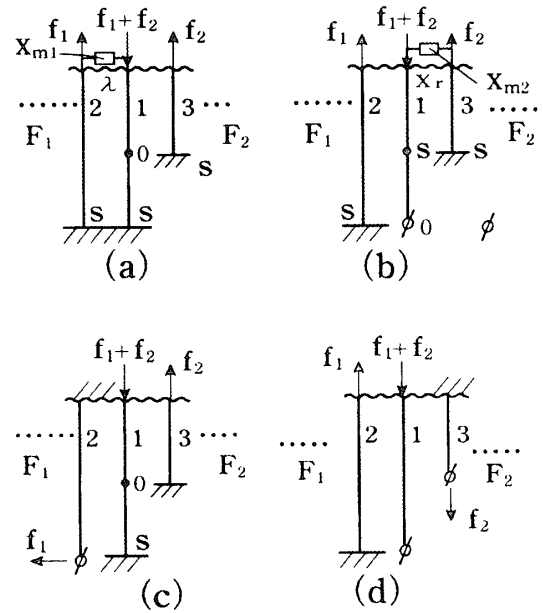


図1 主線路と f_1 帯のB.P.F. F_1 及び $f_2(=2f_1)$ 帯の B.P.F. F_2 との結合法 (主線路長が f_1 の $\frac{\lambda}{4}$)

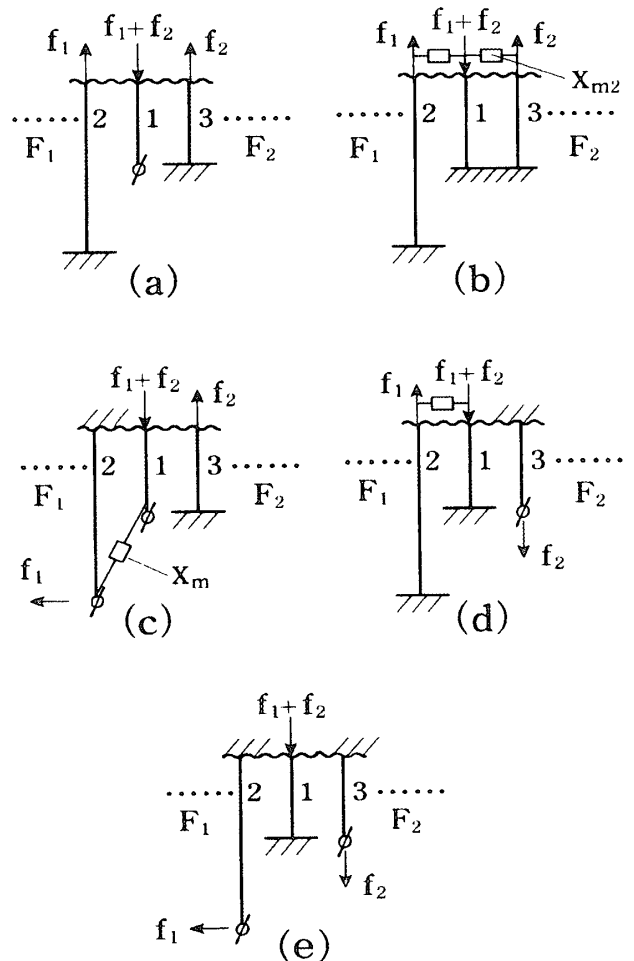


図2 主線路と F_1 及び F_2 との結合法 (主線路の長さを $f_2(=2f_1)$ の $\frac{\lambda}{4}$ に選ぶ方法)

表 1 図 1, 2 に於いて導体 1-2, 1-3 間の結合の種類を示した表

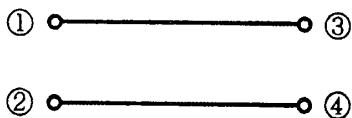
種類	図1		種類	図2	
	導体1-2の結合	導体1-3の結合		導体1-2の結合	導体1-3の結合
(a)	X	ID	(a)	DC	ID
(b)	ID	X	(b)	X	X
(c)	ID	ID	(c)	X	ID
(d)	ID	ID	(d)	X	ID
			(e)	IM	ID

X : 外付けリアクタンス素子またはスリット
 ID : インターデジタル結合
 DC : 分布容量結合
 DM : 分布誘導結合

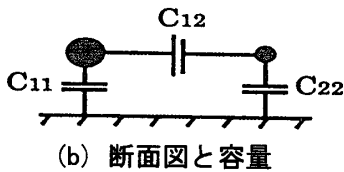
3 種々の分布結合形による外部 Q 値

図1及び図2で主線路に加えられた周波数成分 f_1 及び f_2 は同図の左側の f_1 のフィルタ及び右側の f_2 のフィルタに結合する。そこでフィルタの設計に必要な外部 Q 値を種々の結合方式について知らねばならない。さて先述したようにインターデジタル結合及び外部リアクタンス結合に関してはすでに筆者により求められているが全体の設計をつかむ上で結果だけを簡単に示すと以下の通りである。

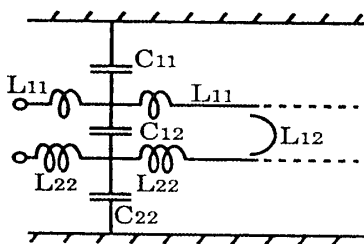
3.1 インターデジタル結合



(a) 構造



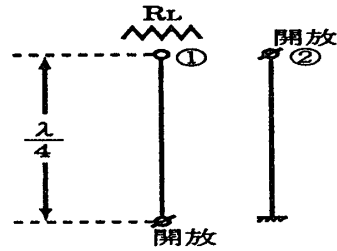
(b) 断面図と容量



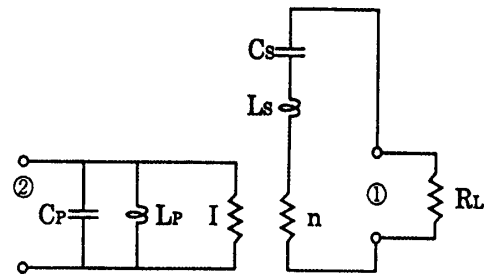
(c) 分布容量と分布インダクタンス

図 3 平行 TEM 分布定数線路の構造 (a) と静電容量 (b) 及びインダクタンス (c)

いま結合分布定数線路が図3(a)の構造をもったとき、その分布定数を同図(b)及び(c)とする。さてインターデジタル結合とは図4(a)のように両線路の開放端子を互い違いにし、片側の $\frac{\lambda}{4}$ 共線路の他端子を短絡して共振器とし、他の $\frac{\lambda}{4}$ 線路の他端子に図の如く負荷抵抗 R_L を接続した場合を呼ぶ。この R_L に基づく共振器の負荷 Q は図4(b)の等価回路から求まる[6]。



(a) 構成



(b) 共振周波数附近の等価回路

図 4 インターデジタル結合の等価回路

さて図3(a)が対称構造の時、即ち図3(b)で $C_{11} = C_{22}$ のときは偶モード及び奇モードの特性インピーダンスを夫々 Z_e 及び Z_o とすると、 Q_e は次式で与えられる[6]。

$$Q_e = \frac{\pi}{4} \left(\frac{1 + \frac{Z_o}{Z_e}}{1 - \frac{Z_o}{Z_e}} \right)^2 \frac{R_L}{Z_e} = \frac{\pi}{4} \left(\frac{1 + \frac{Z_o^a}{Z_e^a}}{1 - \frac{Z_o^a}{Z_e^a}} \right) \frac{\sqrt{\epsilon_r}}{Z_e^a} R_L \quad (1)$$

ここで Z_e^a 及び Z_o^a は図3の平行対称線路が真空中にある時の偶モード及び奇モードの特性インピーダンスである。従って高誘電率セラミックスの比誘電率を ϵ_r とすると(1)式の右式のように Q_e は $\sqrt{\epsilon_r}$ に比例して大となる。従って狭帯域フィルタを構成するには高誘電率媒質中に $\frac{\lambda}{4}$ 線路共振器を形成するのが有利である。

例えば図5のような平行金属板間に ϵ_r の誘電体を

満たし、その中に直径 d の円柱を間隔 s にて配置した場合の Z_e^a と Z_o^a 及び外部 Q 値を $\epsilon_r=20$ と $\epsilon_r=93$ につき求めると表2のように計算できる。この際必要な Z_e^a と Z_o^a は文献[8]を参照した。

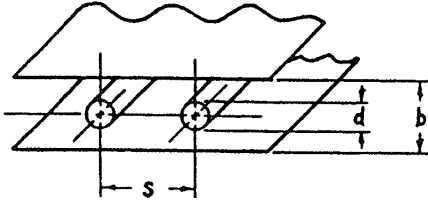


図5 平行金属板間の結合平行円柱

表2 図5の構造で s/d を変えたときの Z_e^a と Z_o^a 及び Q_e の計算値 [$b/d=2.75$ の場合]

s/d	$Z_e^a [\Omega]$	$Z_o^a [\Omega]$	$Q_e [\epsilon_r=20]$	$Q_e [\epsilon_r=93]$
1.2	100	36	7.927	16.17
1.4	94	44	14.346	31.56
1.6	91	52	26	56
1.8	89	56	43	90
2.0	86	60	64.5	139

3.2 外部リアクタンスによる結合

図6(a)及び(b)のように $\frac{\lambda}{4}$ 共振器の開放面にキャパタンス C_c もしくはインダクタンス L_c を介して負荷抵抗 R_L を接続したときの外部 Q , Q_e は(2-a)及び(2-b)式として求まる[10]。

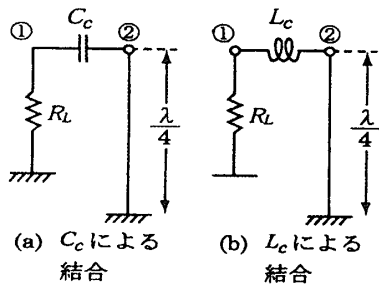


図6 外部結合リアクタンスにキャパターを用いた場合(a)とインダクターを用いた場合(b)

$$Q_e = \frac{\pi R_L}{4Z_c} \left\{ 1 + \frac{1}{(\omega C_c R_L)^2} \right\} \quad (2-a)$$

$$Q_e = \frac{\pi R_L}{4Z_c} \left\{ 1 + \left(\frac{\omega L_c}{R_L} \right)^2 \right\} \quad (2-b)$$

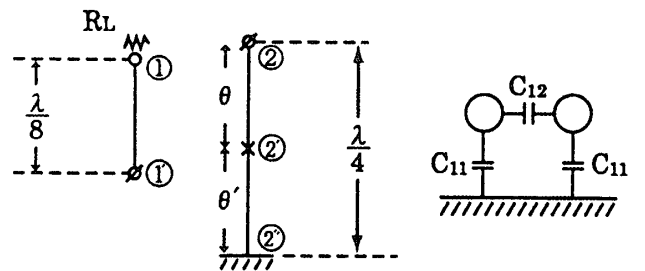
3.3 分布容量結合

図2(a)の導体1と2の間の構造を再び図7(a)に書きかえる。いま図7(a)で端子②～②の間はキャパシティブエネルギーが支配的(85%が \bar{W}_e で15%が \bar{W}_m である[11])であり、また①は開放端であるため②～②のキャパシティブエネルギーが①～①を介して R_L に結合される。従ってこれは容量結合である。そしてこれらの結合は分布的に結合する故、分布容量結合形と呼ぶことにする。以上は物理的意味であるが以下これを解析するには次の手法を取る。まず結合線路の部分等を等価回路で変換しその等価回路を共振周波数付近の集中定数等価回路で表わす。この集中定数等価回路は、回路の磁気エネルギーは全て L_s (L_s と C_s との直列接続等価回路の場合) または L_p (L_p と C_p との並列接続等価回路の場合) というインダクターで、また電気エネルギーは全て C_s または C_p というキャパターで代表することができる[附録]。こうして L_s 及び C_s の直列回路もしくは C_p, L_p の並列回路で表わされると簡単に

$$Q_e = \frac{\omega L_s}{R} \quad \text{[直列等価回路で求めたとき]}$$

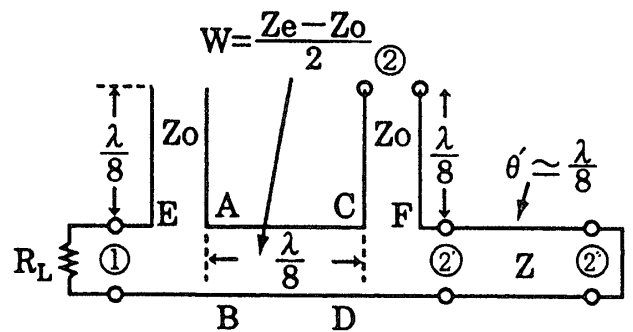
$$Q_e = \omega C R \quad \text{[並列等価回路で求めたとき]}$$

により求めることができる。これが解析の方法であり概要を具体的に以下に示す。詳しい説明は附録に示した。



(a) 分布容量結合の構造

(b) 断面構造



(c) (a) 図の等価回路

図7 分布容量結合形平行2線路の構造と等価回路

簡単のためには図7(b)のような断面が対称構造をなす平行2線路で一方の線路は他端 (図7(a)の②) 短絡、 $\frac{\lambda}{4}$ 共振器となっている。今一方の線路長は $\frac{\lambda}{8}$ で図7(a)の如く他端①は開放となり、今一方の端①には負荷抵抗 R_L が接続されている。

図7(a)の開孔①と②との等価回路は図7(c)の①と②間の等価回路で表わされる。[10][11]。従って同図(a)の②と②間が同図(c)のように接続されて②で接地される。同図(c)のCD点より右側を見た回路のインピーダンス z'_{CD} は $z'_{CD} = -j Z_o \tan \theta + j Z \tan \theta'$ で $z'_{CD} = 0$ になるように θ' を選べば Z'_{CD} は直列共振回路になる。

さてAB点とCD点との間は特性インピーダンス $W \left(= \frac{Z_e - Z_o}{2} \right)$ を持つ $\frac{\lambda}{8}$ 線路である故、そのFマトリックスは、

$$F = \begin{bmatrix} \cos \theta & jW \sin \theta \\ j \frac{\sin \theta}{W} & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3)$$

である。いまAB点より左側を見たインピーダンスを Z_{AB} とすると、CD点より左側を見たインピーダンス Z_{CD} を $W \ll Z_{AB}$ (これは比較的結合が小さい時) の条件で求め $Z_{AB} = R_L - j Z_o \cot \theta$ を代入すると

$$Z_{CD} \approx -jW \cot \theta + \frac{jZ_o W^2}{R_L^2 + Z_o^2 \cot^2 \theta} \frac{1}{\sin^2 \theta} + \frac{R_L W^2}{R_L^2 + Z_o^2 \cot^2 \theta} \frac{1}{\sin^2 \theta}$$

となる。いま $W \ll Z_{AB}$ の条件では、上式の右辺の第2項は省略できる。また、右辺の第1項の集中定数等価回路を $C_{S,W}$ と $L_{S,W}$ との直列接続で表わすとこの値は (4-a) 及び (4-b) 式の如くなる。

[附録(7-g)(7-h)を用いて計算する]

$$\frac{1}{\omega C_{S,W}} = \frac{\pi+1}{2} W = \frac{\pi+1}{2} \frac{Z_e - Z_o}{2} \quad (4-a)$$

$$\omega L_{S,W} = \frac{\pi-1}{2} W = \frac{\pi-1}{2} \frac{Z_e - Z_o}{2} \quad (4-b)$$

また図7(c)の端子CFより開放側を見たインピーダンスは $-j Z_o \cot \theta$ であるから、これも $C_{S,o}$ と $L_{S,o}$

とで表せ、これらの値は(4-a)及び(4-b)式と同様に(4-c)及び(4-d)式となる。

$$\frac{1}{\omega C_{S,o}} = \frac{\pi+1}{2} Z_o \quad (4-c)$$

$$\omega L_{S,o} = \frac{\pi-1}{2} Z_o \quad (4-d)$$

また図7(c)式の②から②側を見たインピーダンスは

$$j Z \tan \theta$$

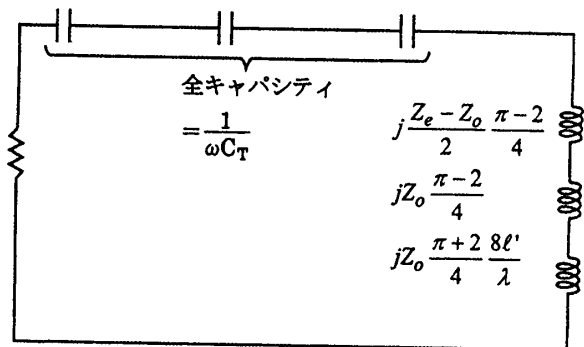
であり、これもやはり $L_{S,s}$ 及び $C_{S,s}$ の直列接続で表わせその値は (4-e) 及び (4-f) 式となる。[附録(7-g)(7-h)を用いる]

$$\frac{1}{\omega C_{S,s}} = \frac{\pi-1}{2} Z_o \quad (4-e)$$

$$\omega L_{S,s} = \frac{\pi+1}{2} Z_o \quad (4-f)$$

以上の集中定数回路を考えて、図7(a)の $\frac{\lambda}{4}$ 共振器の外部Q, Q_e を求める等価回路は、図8のようになる。

$$-j \frac{Z_e - Z_o}{2} \frac{\pi+1}{2} \quad -j Z_o \frac{\pi+1}{2} \quad -j Z_o \frac{\pi-1}{2} \frac{8\ell'}{\lambda}$$



$$2 \left(\frac{W}{R_L} \right)^2 \frac{R^2}{1 + \left(\frac{Z_o}{R_L} \right)^2} = \frac{(Z_e - Z_o)^2}{2R_L} \frac{1}{1 + \left(\frac{Z_o}{R_L} \right)^2}$$

図8 図7の $\frac{\lambda}{4}$ 共振器の外部Qを求める等価回路

図8において、 ℓ は同調するために $\frac{\lambda}{8}$ より長さをずらして調整した値である。また同図では $\theta = \frac{\pi}{4}$ を代入した。さて図8の全キャパシティのリアクタンスは、

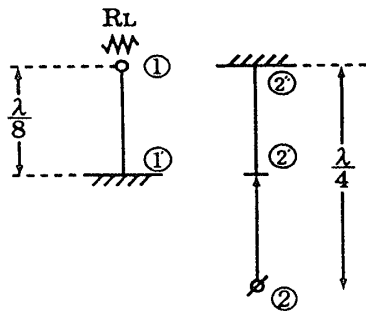
$$\frac{1}{\omega C_T} = \frac{\pi+2}{8} Z_e + \frac{3\pi-2}{8} Z_o \quad (4-g)$$

である。故に Q_e 値を $Q_{e,c}$ とすると(5)式をうる。

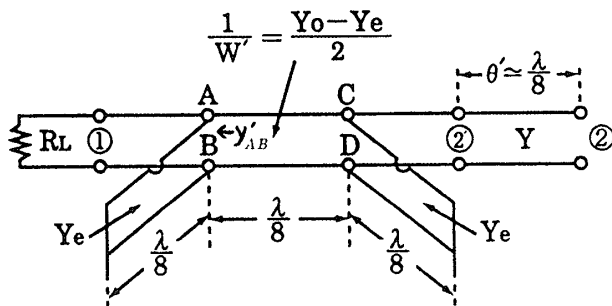
$$Q_{e,c} = \frac{\{(\pi+2)Z_e + (3\pi-2)Z_o\} \left\{1 + \left(\frac{Z_e}{R_L}\right)^2\right\}}{4(Z_e - Z_o)^2} R_L \quad (5)$$

3.4 分布誘導結合

図9(a)の②②間は磁気エネルギー最大でこれに先端①短絡の分布線路が結合するから分布誘導結合となる。解析法は3.3と同様な手法で以下の如く求まる。



(a) 分布誘導結合の構造



(b) (a)図の等価回路

図9 分布誘導結合形平行2線路の構造と等価回路

簡単のために断面が対称構造をなし、図9(a)のような構造を考えると、同図で①①と②②の区間は同図(b)の①②区間の等価回路で表わせる[10]

[11]。

従ってCDで先端開放のアドミッタンス $-jY$ と、先端短絡のアドミッタンス $-jY_e$ とが並列接続される。いま、 $Y = Y_o$ として θ' を調整するとCDから右側は並列同調回路にすることができる。いま、ABCD間のFマトリックスは

(3)式で $W \rightarrow W' \left(= \frac{2}{Y_o - Y_e} \right)$ に置きかえたものである。

次にABより左側を見たアドミッタンスを y'_{AB} とすると、CDより左側を見たアドミッタンスを y'_{CD} は $\frac{1}{W'} \ll y'_{AB}$ の条件 (結合が比較的小さい) を考えると

$$y'_{CD} = -j \frac{1}{W'} \tan \theta + \frac{1}{W' y'_{AB} \cos^2 \theta}$$

となる。

いま図9(b)で $y'_{AB} = G_L - jY_e \cot \theta$ [$G_L = 1/R_L$] を考慮して求めると、

$$y'_{CD} = -j \frac{\cot \theta}{W'} + \frac{G_L (Y_o - Y_e)^2}{2(G_L^2 + Y_e^2)}$$

となる。さてこの式の第1項は先端短絡分布定数線路のアドミッタンスである故、 C_p と L_p との並列接続のアドミッタンスで表わせ

$$\frac{1}{\omega L_{P,W'}} = \frac{\frac{\pi}{2} + 1}{2W'} = \frac{\frac{\pi}{2} + 1}{2} \frac{Y_o - Y_e}{2} \quad (6-a)$$

$$\omega C_{P,W'} = \frac{\frac{\pi}{2} - 1}{2W'} = \frac{\frac{\pi}{2} - 1}{2} \frac{Y_o - Y_e}{2} \quad (6-b)$$

で表わせる。[附録の(8-a)(8-b)式より計算する]

また図9(b)の先端短絡 Y_e は同様に $\frac{1}{W'} \rightarrow Y_e$ に変えればよく、

$$\frac{1}{\omega L_{P,S}} = \frac{\frac{\pi}{2} + 1}{2} Y_e \quad (6-c)$$

$$\omega C_{P,S} = \frac{\frac{\pi}{2} - 1}{2} Y_e \quad (6-d)$$

の如く、 $L_{p,s}$ と $C_{p,s}$ との並列接続で表わせる。また図9(b)の②より②を見たアドミタンスはやはり $C_{p,o}$ と $L_{p,o}$ の並列接続で表わせ、その値は次式で表わせる。ただし $Y = Y_o$ の構造とした。

[附録の(8-a)(8-b)式を用いて求める]

$$\omega C_{P,o} = \frac{\pi+1}{2} Y_o \frac{8\ell'}{\lambda} \quad (6-e)$$

$$\frac{1}{\omega L_{P,o}} = \frac{\pi-1}{2} Y_o \frac{8\ell'}{\lambda} \quad (6-f)$$

以上の考察より図9(b)の等価回路は図10のような集中定数等価回路で示すことができる。

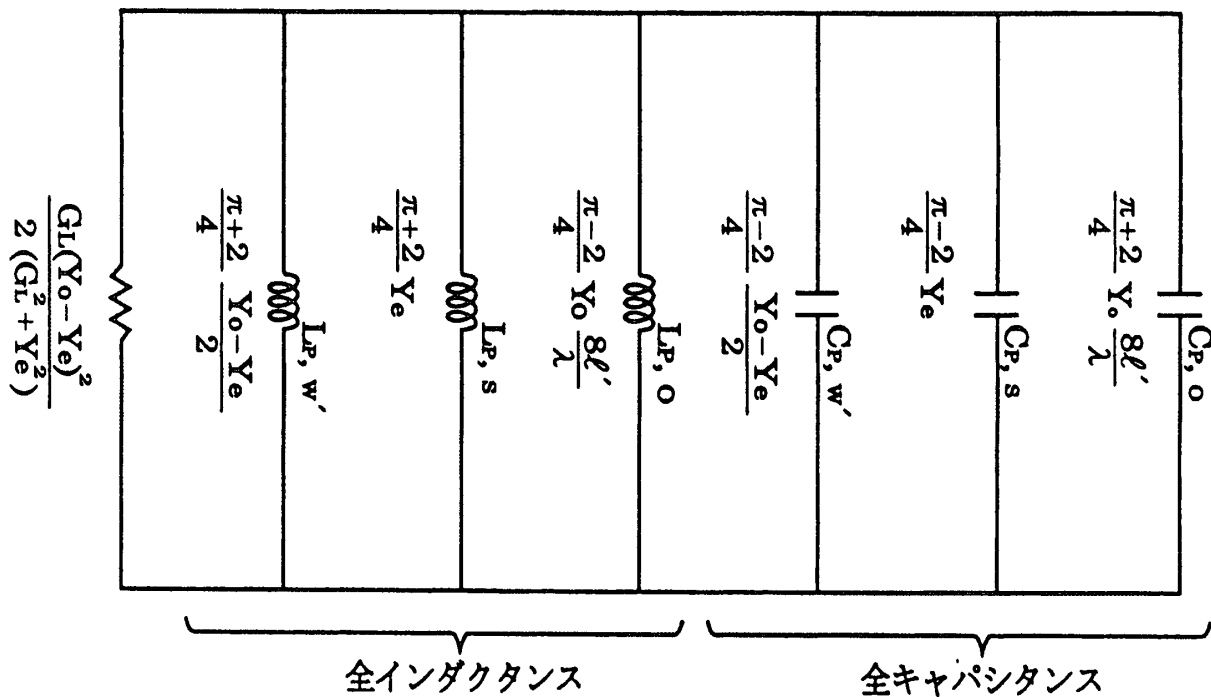


図10 図9(b)の集中定数等価回路

図10より Q_e は

$$Q_e = \frac{\{(\pi+2)Z_o + (3\pi-2)Z_e\} \left\{1 + \left(\frac{Z_o}{R_L}\right)^2\right\} R_L}{4(Z_e - Z_o)^2} \frac{Z_o}{Z_e} \quad (7)$$

Z_e : 結合線路の偶モードインピーダンス

Z_o : 結合線路の奇モードインピーダンス

3.5 種々の結合法に関する理論値と実験結果の照合

図5の構造で $\epsilon_r = 20$ を用いてインターデジタル (ID), 分布容量 (DC) 及び分布誘導 (DM) 結合につき理論値と照合した結果を表3に示した。

ここで外部リアクタンス結合については当然のことであるので省略した。表3より理論値と実験値とがよく一致することがわかった[12]。

表3 ID,DC及びDMの理論値と実験値のとの比較

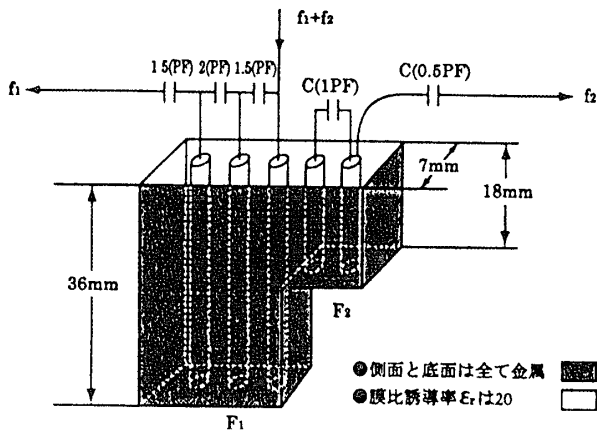
	ID	DC	DM
理論値	43	37.5	23.5
実験値	43.2	38.0	23.0

4. 2バンドデュプレクサの試作

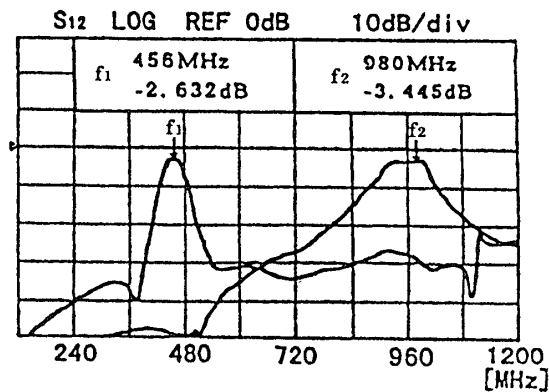
図1(a)の回路を用い、更に1ヶづつの共振回路

を夫々に f_1 及び f_2 側に加え2段のB.P.F.を試作した結果と構造と特性を図11(a)及び(b)に示す。また図1(c)の試作結果を図12(c)に示した。これは何れもインターデジタル結合を行ったもので開孔①は主線路兼 f_1 の共振系に用いて回路を簡略化したものである。尚この構成と等価回路を同図(a)と(b)に示す。

以上の試作は $\epsilon_r = 20$ の材料を用いておこない、我々の提案する回路の一部を2段のB.P.F.を用いて分波特性を確認することができた。

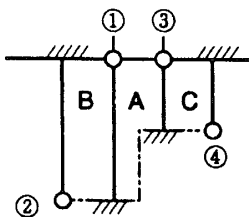


(a) 本図1(a)の構造を高誘電率材料で作った構造

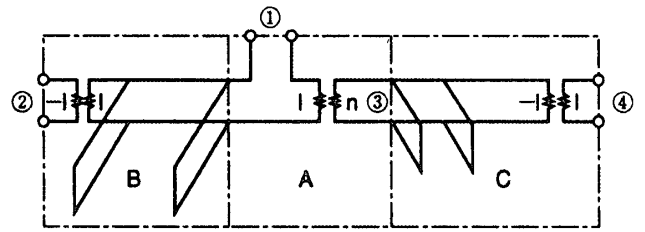


(b) 試作2バンドフィルター特性
(リアクタンスX及びID結合)

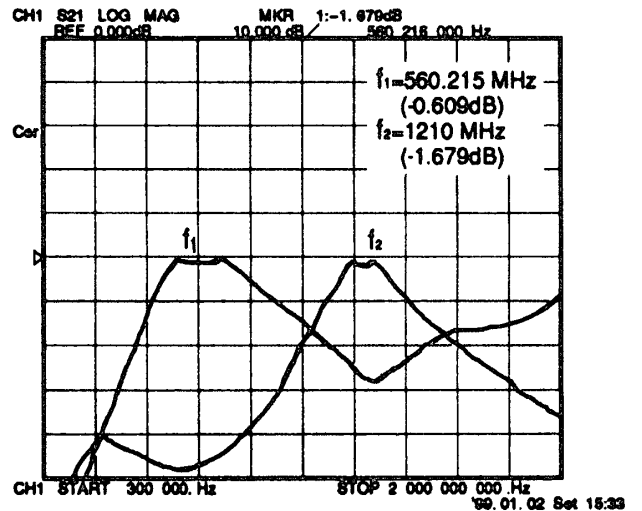
図11 図1(a)の構造に2段B.P.F.を用いた2バンドデュプレクサ



(a) 構成



(b) 等価回路



(c) 特性

図12 図1(c)の構成を用い2段B.P.F.を用いた2バンドデュプレクサ

5. あとがき

以上高誘電率セラミックスを用いた小形結合線路形2バンドデュプレクサを提案すると共に、この設計に必要な新たな結合法、即ち分布容量結合形及び分布誘導形結合によって生じる外部Q値の理論値を明らかにした。これは単にフィルターのみならず種々のマイクロ波回路の設計に役立つものである。

尚今回は $\epsilon_r = 20$ の材料を用い実験を容易にするために低い周波数で、原理を確認するために400MHzと800MHzとで実験検討を行ったが、今後1GHz帯と2GHz帯におけるデュプレクサの試作を行いたい。

参考文献

- (1)Ragan, "Microwave Transmission Circuits",Mc GRAW-HILL BOOK COMPANY,INC.PP.708~709.

- (2)小西,松村 “マイクロ波分波器”, 昭和51年度電子通信学会 光・電波部門全国大会 192
- (3)Y.KONISHI, US PAT 5216394.
- (4)Y.Baba, H.Fujiwara, T.Kusakabe and Y.Konishi, "Theoretical Concept of Proposed Multiplexer with Coupled Quarter Wave Distributed Lines in High Dielectric Material", IEEE Trans. on Broadcasting, Vol. 34, PP. 28, March, 1988.
- (5)Y.Baba, Y.Okuma, and Y.Konishi, "A Multiplexer with Coupled Quarter Wave Distributed Lines in High Dielectric Ceramics", IEEE Trans. on Broadcasting, Vol. 40, PP. 223~227, Dec. 1994.
- (6)小西, “無線通信回路入門講座”, 総合電子出版, PP.64~66.
- (7)小西, “実用マイクロ波回路設計ガイド”, 総合電子出版, PP.170~172.
- (8)Edward G.Cristal, "Coupled Circular Cylindrical Rods Between Parallel Ground Planes", IEEE Trans. On Microwave Theory and Techniques, Vol.MTT-12 July 1964, PP. 428~439.
- (9)T.S.Saad, "Microwave Engineers' Handbook", Vol. 1, Artech House, Inc.
- (10)小西, “高周波・マイクロ波回路の構成法”, 総合電子出版, PP.140~144.
- (11)小西, “マイクロ波回路の基礎とその応用”, 総合電子出版, PP.303.
- (12)小西, 坂本, “高誘電率セラミックス中のTEM結合線路を用いた2バンド分波器”, 電子情報通信学会, SC-2-1, 平成11年3月.

[附録] インピーダンス及びアドミッタンスとエネルギーの関係

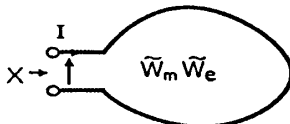
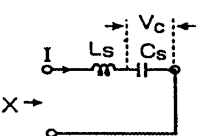
1 開孔インピーダンスZ及びアドミッタンスYとし

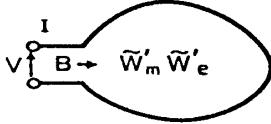
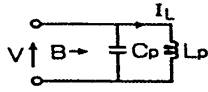
$$Z = R + j X$$

$$Y = G + j B$$

とすると次表にまとめた結果が得られる。

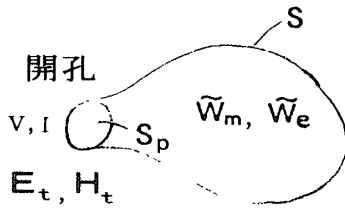
附表1 インピーダンス及びアドミッタンスとエネルギーの関係をまとめた表

<p style="text-align: center;">1 開孔インピーダンスZ</p> $Z = P_d + 2j \omega (\tilde{w}_m - \tilde{w}_e)$ $\frac{dX}{d\omega} = 2 (\tilde{w}_m + \tilde{w}_e)$ <p>P_d, \tilde{w}_m' 及び \tilde{w}_e' は開孔に I = 1 の電流を流した時の回路内の電力損, 磁気エネルギー及び電気エネルギーの時間平均値</p>	<p style="text-align: center;">L s C s 直列等価回路接続</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> $L_s = \frac{\omega \frac{dX}{d\omega} + X}{2\omega}$ $C_s = \frac{2}{\omega (\omega \frac{dX}{d\omega} - X)}$ </div> </div> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center; margin-top: 10px;">  <div style="margin-left: 20px;"> $\tilde{W}_m = \frac{L_s I^2}{2}$ $\tilde{W}_m = \frac{C_s V_c^2}{2}$ <p style="font-size: small;">(VcはCs両端の電圧)</p> </div> </div>
--	---

<p style="text-align: center;">1 開孔アドミッタンスY</p> $Y = +2j \omega (\tilde{w}_e' - \tilde{w}_m')$ $\frac{dB}{d\omega} = 2 (\tilde{w}_e' + \tilde{w}_m')$ <p>P_d, \tilde{w}_e' 及び \tilde{w}_m' は開孔に V = 1 の電圧を加えた時の回路内の電力損, 磁気エネルギー及び電気エネルギーの時間平均値</p>	<p style="text-align: center;">C p L p 並列接続等価回路</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> $C_p = \frac{\omega \frac{dB}{d\omega} + B}{2\omega}$ $L_p = \frac{2}{\omega (\omega \frac{dB}{d\omega} - B)}$ </div> </div> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center; margin-top: 10px;">  <div style="margin-left: 20px;"> $\tilde{W}_m = \frac{C V^2}{2}$ $\tilde{W}_m = \frac{L_p I_L^2}{2}$ <p style="font-size: small;">(ILはLpに流れる電流)</p> </div> </div>
---	--

これらは以下の如く求められる。

[1] 1開孔インピーダンスZ及びアドミタンスY



附図 1

付図1のような1開孔回路において回路内の電界を \mathbf{E} 、磁界を \mathbf{H} とすると $S + S_p$ の閉曲面にわたり複素ポインティングベクトルの積分を行うと

$$\oint_{S_p} \mathbf{E}_t \times \mathbf{H}_t^* \cdot (-\mathbf{n}) = \sigma |\mathbf{E}|^2 + j2\omega(\tilde{w}_m - \tilde{w}_e) \quad (1)$$

である[1]。ここで S_p は1開孔の断面領域で \mathbf{E}_t 、 \mathbf{H}_t は S_p 内の電界と磁界の S_p に平行な成分である。

いま

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E}_t &= V \mathbf{e}_t \\ \mathbf{H}_t &= I \mathbf{h}_t \\ \iint_{S_p} \mathbf{e}_t \times \mathbf{h}_t^* \cdot \mathbf{ds} &= \iint_{S_p} |e_t|^2 ds = \iint_{S_p} |h_t|^2 ds = 1 \end{aligned} \right\} (2)$$

の如くモード電圧 V 及びモード電流 I を用いると(1)式は

$$V \cdot I^* = \sigma |\mathbf{E}|^2 + j2\omega(\tilde{w}_m - \tilde{w}_e) \quad (3)$$

となる。そして開孔のインピーダンスを Z とすると、

$$IZ = V$$

の関係にあるから、これを(3)式に代入すると、

$$Z = \frac{\sigma |\mathbf{E}|^2 + j2\omega(\tilde{w}_m - \tilde{w}_e)}{|I|^2} \quad (4-a)$$

故に開孔に単位モード電流 $I = 1$ (これは $\mathbf{H}_t = \mathbf{h}_t$ した時で、 $\mathbf{E}_t \neq \mathbf{e}_t$ に注意) を加えたとき、回路内

の損失電力 P_d 、リアクティブエネルギーの時間平均値 \tilde{w}_m, \tilde{w}_e により

$$Z = P_d + j2\omega(\tilde{w}_m - \tilde{w}_e) \quad (4-b)$$

で表される。次に開孔のアドミッタンスを Y とすると

$$VY = I$$

の関係があるから、これを(3)式に代入すると

$$Y^* = \frac{\sigma |\mathbf{E}|^2 + j2\omega(\tilde{w}_m - \tilde{w}_e)}{|V|^2} \quad (5-a)$$

$$\therefore Y = \frac{\sigma |\mathbf{E}|^2 + j2\omega(\tilde{w}_e - \tilde{w}_m)}{|V|^2}$$

となる。いま開孔のモード電圧を1 ($\mathbf{E}_t = \mathbf{e}_t$, $\mathbf{H}_t \neq \mathbf{h}_t$) の時の回路内の損失電力 P_d' 、リアクティブエネルギーの時間平均値 \tilde{w}_m' 及び \tilde{w}_e' により

$$Y = P_d' + j2\omega(\tilde{w}_e' - \tilde{w}_m') \quad (5-b)$$

で表わせる。

[2] 1開孔リアクタンス X 及びサセプタンス B の周波数変分と回路内のリアクティブエネルギーとの関係

$$\frac{dX}{d\omega} = \frac{2(\tilde{w}_e + \tilde{w}_m)}{|I|^2} \quad (6-a)$$

$$\frac{dB}{d\omega} = \frac{2(\tilde{w}_e' + \tilde{w}_m')}{|I|^2} \quad (6-b)$$

の関係が得られる[2]。

[2] 無損失な1開孔インピーダンスを L_s, C_s の直列接続で示した場合と、 L_p, C_p の並列接続で示した場合、これら L_s, C_s, L_p 及び C_p と回路内のリアクティブエネルギーとの関係

$I = 1$ [アンペア] としたとき(4-b)式より

$$X = 2\omega(\tilde{w}_m - \tilde{w}_e) \quad (7-a)$$

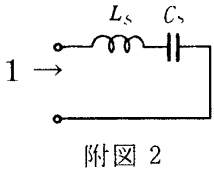
(6-a)式より
$$\omega \frac{dX}{d\omega} = 2\omega(\tilde{w}_m + \tilde{w}_e) \quad (7-b)$$

故に、

$$\omega \frac{\frac{dX}{d\omega} + X}{2\omega} = 2\tilde{w}_m \quad (7-c)$$

$$\omega \frac{\frac{dX}{d\omega} - X}{2\omega} = 2\tilde{w}_e \quad (7-d)$$

一方附図 2 において、



$$X = \omega L_s - \frac{1}{\omega C_s} \quad (7-e)$$

$$\omega \frac{dX}{d\omega} = \omega L_s + \frac{1}{\omega C_s} \quad (7-f)$$

なる故(7-e)+(7-f)より

$$\omega L_s = \frac{\omega \frac{dX}{d\omega} + X}{2} \quad (7-g)$$

$$\frac{1}{\omega C_s} = \frac{\omega \frac{dX}{d\omega} - X}{2} \quad (7-h)$$

いま附図 2 に $I = 1$ アンペアの電流が流れた時の L_s 及び C_s 中のエネルギーを求めると

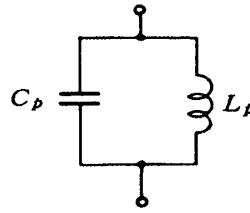
$$2\tilde{w}_m = L_s = (7-g) \text{式に同じ} \quad (7-i)$$

となり

$$2\tilde{w}_e = \frac{1}{\omega^2 C_s} = \frac{(7-h)}{\omega} = (7-d) \text{式に同じ} \quad (7-j)$$

となる。故に(7-g)及び(7-h)の値の L_s , C_s 中のエネルギーは 1 開孔中の \tilde{w}_m 及び \tilde{w}_e と夫々等しいことになる。

全く同様にして附図 1 の開孔に 1 ボルトの電圧を加えた時の S 及び S' で囲まれる中の \tilde{w}_e' 及び \tilde{w}_m' は附図 3 で



附図 3

$$\omega C_p = \frac{\omega \frac{dB}{d\omega} + B}{2} \quad (8-a)$$

$$\frac{1}{\omega L_p} = \frac{\omega \frac{dB}{d\omega} - B}{2} \quad (8-b)$$

とおいたとき、開孔に 1 ボルトの電圧を加えた時 C_p 及び L_p 間に生じる電気及び磁気エネルギーの時間平均値に等しい。

-
- [1]小西 “マイクロ波回路の基礎とその応用”, 総合電子出版 P.144
 [2]小西 “マイクロ波回路の基礎とその応用”, 総合電子出版 P.147