

# 平面の正則分割に基づくハーフトーンセルの設計

## 動物の形状を持つ網点の作成

東 吉彦<sup>\*1</sup>, 梶 光雄<sup>\*2</sup>, 田部井 淳二<sup>\*3</sup>

### A Design of Halftone Cell based on Regular Division of Plane for Creation of Halftone Dot in the Shape of an Animal

Yoshihiko AZUMA, Mitsuo KAJI, Junji TABELI

Halftone dots used in printing are usually square or circular. This paper describes a method to create halftone dots in the shape of a motif such as an animal. The method uses a tiling technique, which is based on four kinds of congruent transformation: translation, rotation, reflection and glide reflection. Tiling with quadrangle was examined and found to be divided into twelve groups. One of the groups was selected for a design of a motif. In order to generate the motif a threshold matrix was used, which was designed so that a halftone dot appeared to be a different animal according to its tone value.

#### 1. はじめに

色材を紙などの支持媒体にオン・オフ的に転移して像を形成する、2値記録型のハードコピーにおいては、濃淡（階調）を表現する手段としてハーフトーン化処理が用いられる。ハーフトーン化処理では、画像は微小ドットの集合に置き換えられ、ドット面積、またはドット密度が変化することにより、擬似的に濃淡が表現される。ハーフトーン化処理は印刷（主にオフセット方式）でも行われ、通常は網点による面積変調方式が用いられている。

網点には、図1に示すような形状のものがあ、一般にはチェンドットかスクエアドットが使用されている。網点の形状は、画質や階調再現特性と深い関係があり、その設計は極めて重要である。

しかし、その形状について、視覚デザイン的な効果の面から検討されることはあまりなく、万線や砂目タイプのもが用いられている程度である。そこで、我々は網点自身に視覚デザイン的な効果を付与することを目的として、平面の正則分割を用いて設計した閾値マトリクスにより、動物などの意味のある形状を持った網点を工学的に生成する方法を検討した。

このような形状的特徴をもつ網点を用いることは、一種の装飾的な効果が得られることに加え、出力物の網点形状から出力装置を特定したり、偽造防止技術への応用などが期待できる。

#### 2. 設計の原理

##### 2.1 ハーフトーン化の方法<sup>1)</sup>

連続的階調を持つ濃淡画像から網点によるハーフトーン画像への変換は、図2に示すように各画素の値を閾値マトリクスの値と比較して0または1を出力することによって行われる。閾値マトリクスは、図3のように、 $m \times n$ 個（図では $m = n$

<sup>\*1</sup> 本学画像工学科、講師

<sup>\*2</sup> 本学画像工学科、教授

<sup>\*3</sup> NTTプリンテック株式会社  
1997年9月17日 受理

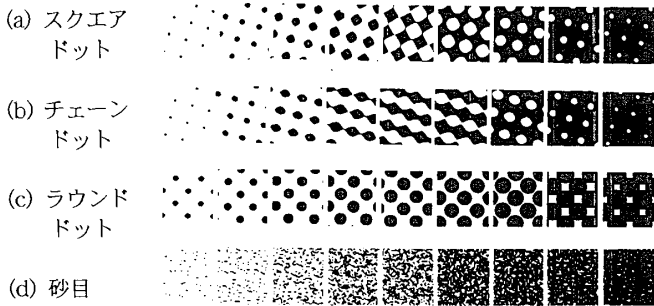


図1 印刷で用いられる各種の網点

＝6)の要素で構成され、各要素ごとに数値(閾値)が割り振られている。それぞれの数値は、擬似濃淡表現を行うドットマトリクスの各ドットに対応し、そのオン・オフを決める(オンでドットを記録し、オフでは記録しない)。ドットの全個数に応じて表現可能な階調数が決まり、オンとなるドットの数によって階調値(濃淡)が決まる。たとえば、図3の場合、0～36の37段階の階調値が表現でき、オンとなるドットが13個であれば階調値は13となる。

印刷画像では、画素の濃淡は、Cyan, Magenta, Yellow, Blackの各原色ごとに通常8ビット(0～255)の階調データで表され、これが閾値マトリクスの各数値と比較され、画素値の方が大きければ1を出力し(その要素の位置のドットをオンにする)、小さい場合には0を出力する。これにより、各階調データは $m \times n$ 個のドットのオン・オフパターンに変換される。

通常のハーフトーン化処理では、画像は一定サイズの微小な正方形領域に分割された後、各領域ごとに1つの網点が生成される。この領域のことをユニットエリア、またはハーフトーンセルと呼んでいる。

## 2.2 平面の正則分割

平面を図形で隙間なく、しかも重ならないようにうめつくす操作はタイリング(tiling)<sup>2)</sup>と呼ばれ、基礎となる図形のことをタイル(tile)と呼ぶ。タイリングを壁面の装飾などに応用した例は古代ローマ建築やイスラムのモスクなどに見られる<sup>3)</sup>。

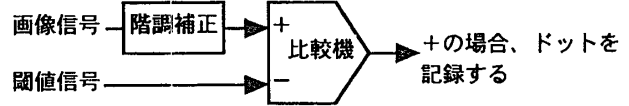


図2 ハーフトーン化処理のブロック図

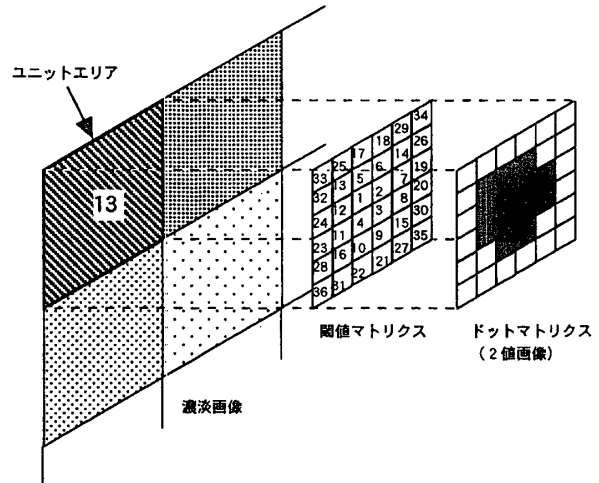


図3 閾値マトリクスによる2値画像への変換

また、日本の寄せ木細工も1種のタイリングとみることができる。タイリングの問題は幾何学や結晶学の分野で詳しく検討されているが、芸術の分野においても、オランダ人の画家、エッシャーが動物や昆虫などのモチーフを巧みに平面上で隙間無く組み合わせたグラフィック作品を多数発表し、また、自身でもタイリングの方法を詳細に分析するなど、先駆的な研究を行っている<sup>4)</sup>。

互いに重ね合わせることでできる図形で平面をタイリングすることは、平面の正則分割と呼ばれる。1種類の正多角形だけを用いて正則分割ができるのは、正三角形、正方形、正六角形の3種類に限られる。一般の凸多角形については、三角形と四角形はどのような形でも正則分割が可能で、五角形と六角形では条件が限られ、凸七角形以上では不可能なことが知られている<sup>5)</sup>。

正則分割においては、基礎となる図形の大きさを変えない運動だけが許されており、これを合同変換(congruent transformation)、または等長変換(isometric transformation)と呼ぶ。

合同変換には(a)並進, (b)回転, (c)鏡映, (d)すべり鏡映の4種類がある(図4). 適当な図形を選ぶと, 合同変換の組み合わせにより平面を隙間なくうめつくすことができ, しかも, 規則的な配列構造が周期的に繰り返されるパターンが得られる(図5). このような配列構造の規則性は平面の対称群と呼ばれ, 17種類存在することが知られている.

また, タイルに装飾的な絵柄(モチーフと呼ぶ)を描いておくと, さまざまな繰り返し模様のパターンが得られる. ただし, この場合, モチーフは図形の裏側まで浸み通るように描かれるものとする. 境界線を共有するタイルどうしを最小限の異なる色で塗り分けると, 色を含めた対称性がさらに加わる. エッシャーは, 色による塗り分けも含めて, 16種類の平面の対称群について, 動物や昆虫などをモチーフにして構成したグラフィック作品を多数残している<sup>6)</sup>.

ハーフトーン化処理は, 通常, 正方形のハーフトーンセルで画像を分割するが, これは正方形のセルでタイリングを行って, 閾値処理によりセル内に網点というモチーフを生成する処理であるともみることできる. 言い換えれば, 正則分割可能なセル形状に合わせてモチーフを設計したり, 表現したいモチーフに合わせて正則分割可能なセル形状を設計することが可能で, 本研究でのハーフトーンセルと網点の設計はこのような考え方に基づいている.

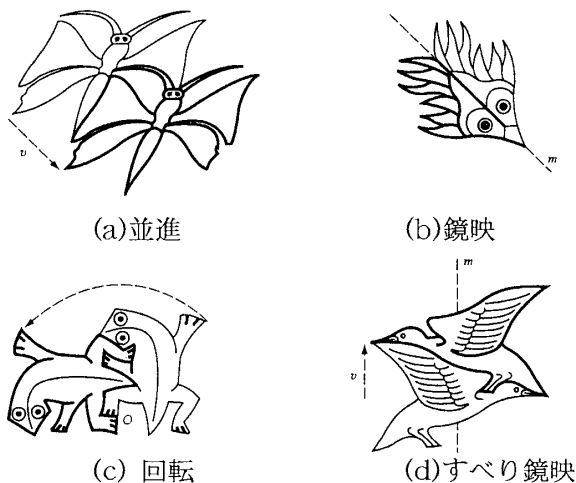


図4 合同変換の4種<sup>4)</sup>

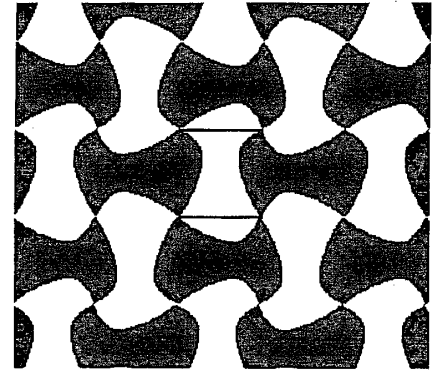


図5 合同変換による周期的パターン

### 2.3 四辺形タイルによる正則分割

ハーフトーンセルへの応用を考えた場合, タイルの形状としては正方形が一般的と考えられるが, モチーフを設計する際の柔軟性を考慮して, 一般の四辺形にまで拡張して検討した. 平行四辺形, 菱形, 長方形, 正方形の4種については, 正則分割の方法として, エッシャーは合計23パターンを示しているが<sup>4)</sup>, これには鏡映や $120^\circ$ 回転を含むパターンは含まれておらず, 平面の対称群として分類される中の5種類だけしかない. そこで台形や一般の四辺形を含め, どのような正則分割が可能か調べてみた. その結果を表1に示す. これより, 四辺形に対しては12種類の対称群に相当する正則分割の方法があることがわかった. 注目すべきは, どのような四辺形であろうと, 任意の一辺の midpoint で $180^\circ$ 回転させ, 同じ辺同士を突き合わせて配置する方法によれば正則分割が可能であるという点である.

次に, 分割パターンにおける最小の繰り返し範囲(これをユニットセル<sup>7)</sup>と呼ぶ)を調べてみた. 複雑になるため色による対称性は考えないこととし, ユニットセルのサイズを, セルを構成するタイルの個数で表し, 表1に合わせて示した. これからユニットセルのサイズは, 正則分割のパターンによって異なり, 最小1タイルから最大8タイルとなることがわかる.

### 2.4 タイルの装飾的加工

正則分割において, 幾何学的なタイル形状のみではタイリングのパターンが単調になるだけでなく,

表 1 四辺形による平面の分割パターン

合同変換	分割パターンの例	四辺形の条件	セルサイズ	合同変換	分割パターンの例	四辺形の条件	セルサイズ
並進のみ		正方形 長方形 菱形 平行四辺形	1	鏡映 (垂直 2 方向)		正方形 長方形	4
鏡映, 並進		正方形 長方形 菱形 平行四辺形	2	すべり鏡映 (垂直 2 方向)		正方形 長方形 平行四辺形 等脚台形	4
180° 回転		特になし どんな四辺形 でもよい	2	180° 回転 鏡映 (垂直 2 方向)		正方形 長方形 直角台形	4
すべり鏡映		正方形 長方形, 菱形 平行四辺形 等脚台形	2	120° 回転		菱形 (内角: 60°, 120°)	3
鏡映 すべり鏡映		正方形 長方形 等脚台形	2	90° 回転 180° 回転		正方形 長方形(長辺: 短辺=2:1) 直角台形*	4
鏡映 すべり鏡映 (180° 回転)		正方形 長方形, 菱形 平行四辺形 等脚台形	4	90° 回転 鏡映 すべり鏡映		正方形 長方形 (長辺: 短辺 =2:1)	8

注) m は鏡映軸, g はすべり鏡映軸を示す。図の大線で囲まれた領域はセルを示す。\* 上底 + 下底 = 高さの条件を満たす直角台形に限る。

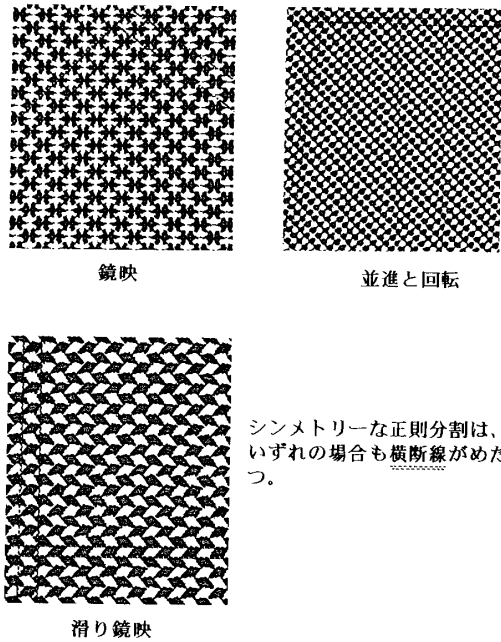


図6 縮小パターン

パターンを縮小した場合に正則分割のもつ規則的なテクスチャーが視覚的に目立つという問題がある(図6)。これを緩和するには、タイル形状に装飾的な加工を施す方法が考えられる。それには、正則分割の条件を維持したまま、タイルの形状を変形することが必要になる。

具体的には、図7に示すように、鏡映を除く3種の合同変換において、タイルの境界線を折れ線にするか、C字、S字、J字状のカーブに変形すればよい。これによって、元の図形と面積を変えることなく、タイルの形状に変化を持たせることができる。このような加工を施すことにより、装飾的な形状をもつ(モチーフに合わせた)タイルの設計が可能となる。前出の図5は、正方形タイルを用いた回転による正則分割パターンに装飾的な加工を施した例となっている。

### 3. モチーフの作成

#### 3.1 正則分割パターンの選択

四辺形タイルによる正則分割において、セルサイズは並進のみによるパターンの場合に最小の1タイルとなる。この場合、モチーフは1個となる。

次にセルサイズの小さい2タイルの場合は、

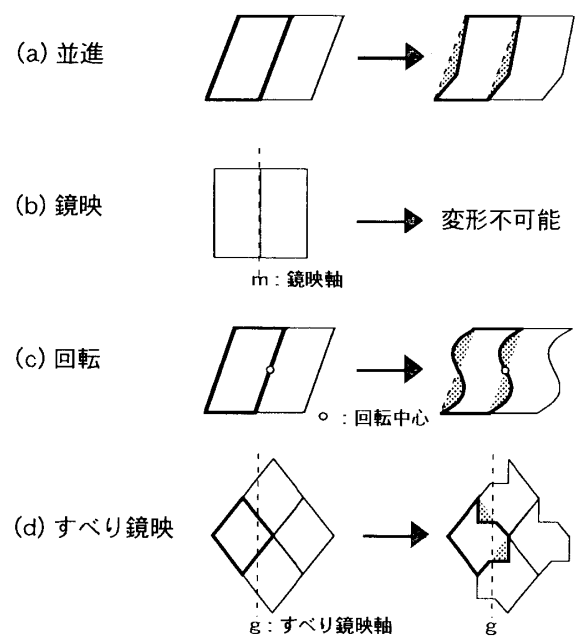


図7 タイルの変形

1方向の鏡映のみによるパターン、1方向のすべり鏡映によるパターン、1方向の鏡映+同方向のすべり鏡映によるパターン、180°回転のみによるパターンの4種である。

装置への実装を考えた場合、処理の負荷を考慮すると閾値マトリクスのサイズは小さい方がよく、セルサイズと同じ時に最小となる。したがって、セルサイズは小さい方がよく、並進のみによるパターンが最も適しているが、パターンが単調になるきらいがある。

そこで、セルサイズが2となる4条件のうち、タイル形状の自由度が最も大きい180°回転のみによるパターンを採用した。タイル形状はモチーフ設計上の制約となるため、形の自由度が大きい方が望ましく、すべての辺の長さが異なっても構わない上記のパターンが最適となるからである。

#### 3.2 モチーフの設計

180°回転による対称パターンは、2タイルでセルを構成するので異なる2つのモチーフを用いることができる。しかし、それぞれのタイル毎に別々にモチーフを設計するのは得策ではない。そこで、2つのモチーフを付き合わせたものを一体化して

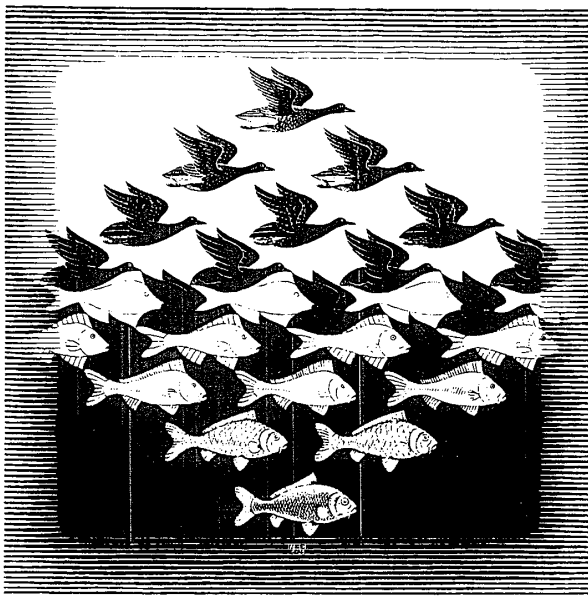


図8 エッシャーの作品「空と水Ⅰ」<sup>8)</sup>

考え、それがセルの形状（中心対称な六角形）に合うようにデザインすることにした。

モチーフの素材については、検討の結果、ペンギンとシャチを用いることにした。いずれも体表面がほぼ白黒であり、2値画像での表現に適した素材と言える。

モチーフ形状の設計にあたっては、図8に示すエッシャーの作品「空と水Ⅰ」のように、解き放たれる図柄でグラデーションを表すことを念頭に置き、以下の方針で進めた。

- (1) 中間の階調で2つのモチーフが交代するように、正則分割を取り入れる。
- (2) セルの並進配列が視覚的に目立ちにくい45°方向となるように、タイルの向きを設定する。

以上の方針に基づき、基本のタイルから徐々に変形を加えながら、図9に示す経緯を経て、モチーフ形状を決定した。

#### 4. 閾値マトリクス作成

##### 4.1 2モチーフパターンによる階調表現

2つのモチーフの形状的な特徴を明確に表現するには、両者を混在させるよりも、それぞれを分けて表現した方が効果的である。そこで、中間部か

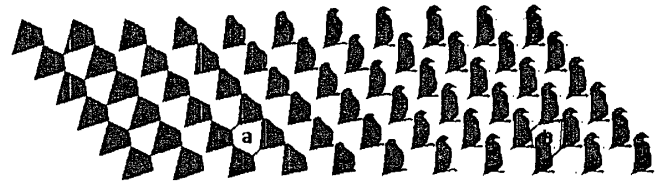


図9 基本タイルからモチーフ形状への変形

らライト側の階調範囲でペンギンを表現し、シャドウ側の階調範囲ではシャチを表現することとした。

目標としたモチーフの変化を図10に示す。ハイライトからドットが付き始めてペンギンが輪郭を表し、しだいに内部のドットが増加することで細部が明らかになる。中間ではペンギンとシャチが混在し、ドットが増えると共にペンギンが姿を消し、代わりにシャチが明確になってゆく。そして、やがてはシャチも姿を消してしまう。あたかもライト側では白い南極大陸にいるペンギンが、幼鳥から成鳥へと変化を遂げる様子を表し、シャドウ側ではシャチがジャンプして海に潜る様子を表すかのようなのである。

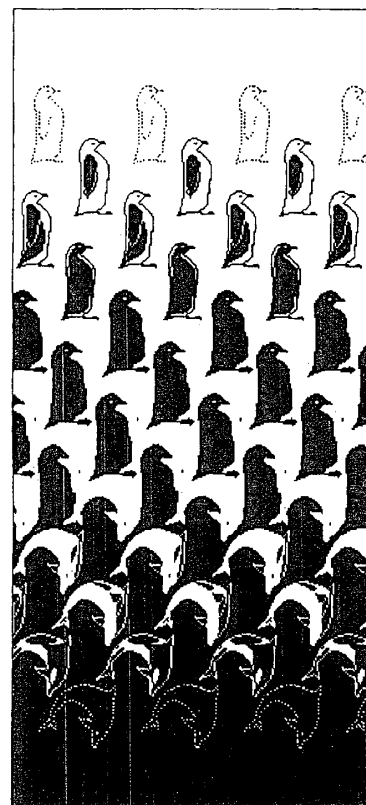


図10 目標としたモチーフの変化



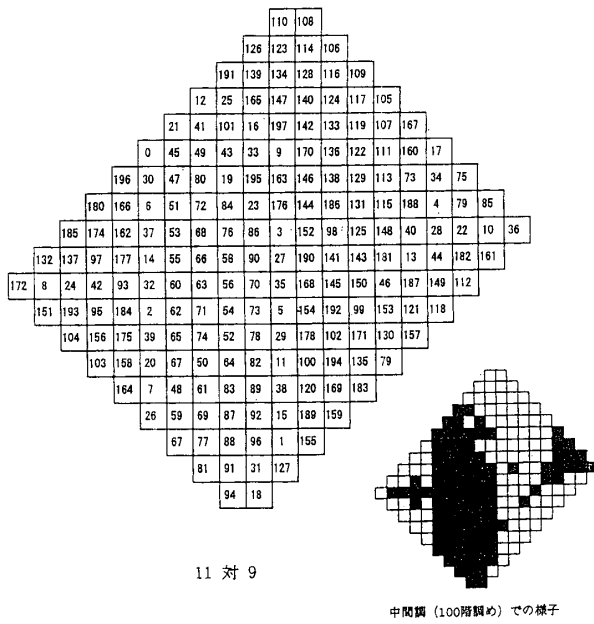


図 14 11×9ドットの閾値マトリクス

### 5. おわりに

通常のハーフトーンセルは正方形による平面の正則分割で、セルのサイズが1の場合と解釈できる。

本報告では、四辺形を基本とする平面の正則分割を用いてハーフトーンセルを設計し、意味が理解できる2つのモチーフでセル形状を構成した後、閾値マトリクスを設計することで連続階調表現が実現できることを示した。

正則分割のパターンとして180°回転対称のものを用いたが、異なる2種類のモチーフでセルを構成したため、それぞれのモチーフについては並進対称となった。1種類のモチーフとすれば、回転対称性のあるパターンを得ることができ、違った効果が期待できる。

また、階調範囲を分けてそれぞれのモチーフを表現したことで、結果的には、モチーフが変容するような面白い効果が得られた。

実際の画像に適用した場合、正則分割パターンの選択と閾値マトリクスの設計によって画質がどのような影響を受けるかについては今後の検討課題である。

### 参考文献

- 1) 梶 光雄：“エレクトロニックハーフトーンング”，日本印刷学会誌，Vol.28，No.1，pp.10-21(1991)。
- 2) Branko Grünbaum, G. C. Shephard：“Tilings and Patterns”，W. H. Freeman and Company (1987)。
- 3) 小杉 泰，渋谷育由：“イスラムの文様”，講談社(1984)。
- 4) Doris Schattschneider：“Visions of Symmetry”，W. H. Freeman and Company (1990)。
- 5) 伏見康治，安野光雅，中村義作：“美の幾何学”，中公新書(1979)。
- 6) C. H. Macgillivray：“Symmetry Aspects of M. C. Escher’s periodic Drawings”，The International Union of Crystallography (1965,1976)。
- 7) Peter S. Stevens：“Handbooks of Regular Patterns”，The MIT Press (1981)。
- 8) B. エルンスト著，坂根巖夫訳：“エッシャーの宇宙”，朝日新聞社(1983)。