CORE Metadata, citation and similar papers at core.ac.uk

統計数理（2018）
第 66 巻 第 1 号 3–14
©2018 統計数理研究所

特集「統計教育の新展開」
［総合報告］

小学校・中学校における算数・数学教育の中に如何にして統計的考え方を導入すべきか？

椿 広計[†]

（受付 2017 年 7 月 9 日；改訂 10 月 27 日；採択 12 月 28 日）

要　　旨

この総合報告は，日本の初中等教育に導入すべき一般的問題解決を支援する統計的思考の役割とあり方を明確にすると共に，数学的知識と統計的ものの見方を融合したより有効なアクティブ・ラーニングのあるべき姿について論じる．

キーワード：PPDAC サイクル，QC ストーリー．

1. はじめに

1.1 本報告の目的

本報告は，小学校，中学校の算数・数学の教育の中にどのように不確かさや統計に関わる視点を投入するかについての意見を述べたものである．筆者の初中等統計教育におけるモデリング教育についての考え方については，別途椿 (2016a) も参照されたい．元々，本報告は，椿 (2016b) が，指導要領改訂の考え方を議論していた文部科学省中央教育審議会初等中等教育分科会教育課程部会算数数学ワーキンググループに，メンバーとして提出した意見書を基にしている．この意見書は現行指導要領に対するものであるが，意見書提出後公示された小学校・中学校の次期指導要領（文部科学省, 2017a, 2017b）を参照し，当時の意見に加筆し，再整理したものである．

筆者は，2017 年 3 月に公示された小学校・中学校の新学習指導要領の算数並びに数学が，ICT を活用した，数理的課題解決のプロセスに即した教育となる方向を目指していることを高く評価する．特に学習指導要領解説（文部科学省, 2017c）に PPDAC（Problem, Plan, Data, Analysis Conclusion）に類似した数学的・数理的問題解決プロセスが明確に示され，単なる知識ではなく思考力・判断力・表現力の育成に大きく舵を切ったことの意義は大きい．

一方，現実社会の数理科学的問題は，正解が一意に定まらない多目的最適化問題であることが多い．従って，指導要領が求める「深い学習」を支えるアクティブ・ラーニングといった，自律的・協働的問題解決プロセス体験学習が，十全に効果を発揮するような，適切な教材案を提示しなければならない．このため，新たな初中等算数・数学教育では，限られた学習時間の中で計算方法の習得や筆算などに時間をかけることなく，必要な可視化，計算はコンピュータ等の支援の下，生徒たちが主体的かつ協業的に数学的活動を行える環境整備が必要なことも重要である．

一方，統計的ものの見方は，日本学術会議数理科学委員会数理科学分野の参照基準検討分科

[†] 独立行政法人統計センター：〒 162–8668 東京都新宿区若松町 19–1

表 1. 問題解決型 QC ストーリーの各フェーズと統計・数理的方法の役割.

段階	数理科学的操作の役割
テーマの選定	
計画の立案	プロジェクト・マネジメント
現状の把握と目標の設定	問題の摘出と限定，目標の定量化
要因の解析	仮説の設定 調査・実験データからの原因の明確化とその影響の定量化
対策の立案と設定	突き止められた原因に対処する 対策の最適化
効果の確認	対策効果の定量化・対策前との比較
歯止めと標準化	オペレーションズ・マネジメント

会 (2013) でも示されたように「科学の文法 (Pearson, 1892)」として，あらゆる分野の問題解決プロセスに寄与するものである．渡辺・椿 (2012) で強調された PPDAC サイクルのような科学的問題解決の標準プロセスモデルを生徒に示し，数理的方法論を問題解決プロセスの適所に意図的に配置し，その機能を発揮させることを主目的としなければならない．従って，算数・数学における「データの活用」などの統計的方法と密接に関連する授業項目のみならず，問題解決プロセスの標準モデルを算数・数学全般の全項目と有機的に連携させること，あるいは社会・理科・情報など様々な科目における問題解決教材での問題解決プロセスに展開することを議論する必要がある．

本報告は，1.2 節で科学的問題解決の標準プロセスモデルについて触れ，2 章では，統計教育で教員が数理的問題解決の実践的学習を設計する際に，意識しておかなければならない統計的ものの見方を列挙する．更に，3 章，4 章で，小学校・中学校の算数・数学教育で統計教育以外の分野でも統計的なものの見方を涵養すべきであることを提言する．

1.2 科学的問題解決の標準プロセスモデル

現実問題の解決を数理科学ないしは統計科学的に行うためのサイクルとして，第 2 次大戦後わが国品質管理のパイオニアである石川馨ら産業界が，統計家 Deming と共に 1950 年代から 1960 年代にかけて構築し，世界に広めた，日常管理の PDCA サイクルとチェックに起因して改善を実現する標準シナリオである「問題解決型 QC ストーリー」(品質管理検定センター, 2015; 杉浦・山田, 1991) は，PPDAC サイクル以上にデータの役割が明確になっている．通常の問題解決型 QC ストーリーにデータに関わる操作を記入したのが表 1 である．

QC ストーリーには 1980 年代以降開発された「課題達成型 QC ストーリー (狩野 編, 1994)」も存在し，演繹的原理に基づいて考案された方策を比較対照実験する統計的アプローチとは親和性が高いが，ここでは省略する．

この種の標準問題解決プロセスを椿 (2015) で提起した Deming-Ishikawa の PDCA サイクルの解釈を統計教育で有名な PPDAC サイクルと関係させたうえで示したのが図 1 である．

算数・数学教育の中で，どのような統計的知識を提供するかは，図 1 に示したようなの問題解決のプロセスの中に，必要な数理的方法・統計的方法を配置するという観点から整理されなければならない．問題解決のどのステージで統計的方法を使っているのかといったことを教員も生徒も明確に意識できる教育方法が導入されるべきなのである．

一方，問題解決型 QC ストーリーでは，PPDAC サイクルの D (要因解析系データ) のみならず，表 1 に示したように，Problem 段階でも「現状の悪さ加減の把握」のために，Conclusion 段

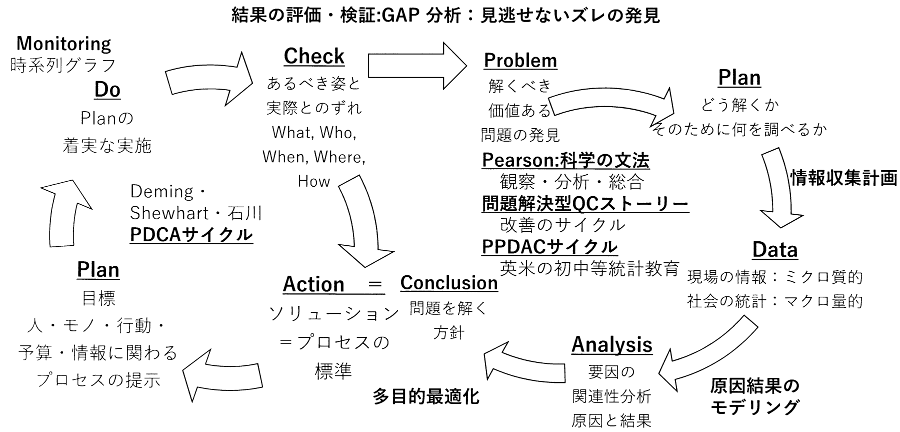

図 1. Check に基づく問題発見をトリガーとする問題解決のサイクル（椿, 2015 を教育用に改訂）.

階でも「対策効果の確認」のために適切なデータを必要に応じて取得することが常識となっている．これら社会的問題解決のサイクルあるいは KAIZEN 活動の常識を PPDAC に翻案すれば次のような統計的活動をアクティブ・ラーニングのなかで明確に意識し，必要に応じて実装することが必要であろう．

1）問題を発見するためのデータ収集・分類整理活動
　例：パレート図などによって問題の悪さ加減による順位づけを行う．
2）原因候補と結果との関係性を明らかにするためのデータ収集・分類整理活動
　例：原因を持っているか否かを表側に，結果が生じたかどうかを表頭にして度数を数え上げ，クロス表を作成する．
3）対策の効果を検証するためのデータ収集・分類整理活動
　例：対策を行った前後での問題事象の程度や件数を折れ線グラフで示す．

2.　数理的課題に対峙する際に基本となる統計的考え方の導入

2.1　数理的課題の評価・発見のための誤差概念

問題や課題を数理的に定式化し，「数理的課題」とするためには，「問題の重篤性」は「あるべき姿と現状の姿との差ないしは比で定量的には評価される」という考え方が明確に導入されなければならない．関連して，統計学ないしは計測科学の基本理念である「誤り」や「誤差」あるいは「不確かさ」や「バラツキ」を評価する行為に関わる数理的方法論が，生徒の発達に応じて，

1）視覚的表現（グラフによる可視化）
2）数値的表現（記述統計量等による数値的要約）
3）誤りや誤差を含む数理モデルを利用した事象の表現（誤差を持つ事象の定式化）

として，適切な時点で導入されなければならない．筆者は，不確かさに対する感覚的理解は小学校，数値的理解は中学校，自らモデル化を行い始めることを高校の目標とするのが明解と考えている．勿論，グラフによる可視化には，「箱ひげ図」のように統計量に依拠するものもあり，それらは中学校の項目とせざるを得ない．次期指導要領で，これまで高校数 I にあった箱ひげ

図など記述統計的項目が，中学 2 学年で指導されることになったのは，この目標設定の明確化からすると大きな前進である．

一方，散布図のような方法が高校数 I になってはじめて導入されるのは好ましくない．小学校中学校でも名前はともかく，データのグラフとして 2 変量の視覚的表示は体得されていなければならない．

2.2 原因と結果との分析

誤差概念の導入と同時に，特に数量の関係性に関わる重要な統計項目として，「原因の候補」と「結果」の関係性の分析という問題解決行為がある．数学的な関係性，特に関数関係は原因と結果との関係を表現することに利用される．そしてその関係性には不確かさが存在する，厳密な数え上げや厳密な関数関係ということは現実の観測では殆ど見られないということを明確に意識づけなければならない．

しかし，現行の初等中等教育は，小学校教育における数え上げにしても，中高における関数概念にしても，あるべき姿としての「理想型」のみが提示されることが多い．従って，統計教育は，それが事実(データ)とは乖離するということを，理想型に関わる教育終了後，可能な限り早期に，それを補完する算数・数学的活動として提示されるべきである．

2.3 選択された行動の評価と最適化

数理的問題解決の結果，あるいは日常的課題解決の結果導かれる対策がどの程度の効果を持つか，従ってどの対策ないしは行動を選択すべきかについての数理的評価方法には様々なものがある．

1)実際に対策を試行してその結果を観察して評価する：実測評価
2)対策の結果を数理的に予測し評価する：予測評価
3)対策のどれが好ましいか感覚的に評価する：主観評価

主観評価は，多数決原理のようなもので対策を評価する行為であり，初等中等教育の学級活動としてのコンセンサス形成でよく用いられている．もちろん，個人の判断の背後には，個人ごとに表出化されていない予測評価がある可能性は否定できない．しかし，小学校教育におけるアクティブ・ラーニングでは，主観評価を少なくとも予測評価にすべく，各生徒の思考を如何に全員が分かるように表現するかといった活動が必要となろう．一方，実測評価行為は数学的活動を超える場合もあるが，客観的確認実験，確認観察の必要性は数学的問題解決活動の中で強調されるべきものである．

更に，高校終了時までには，この種の行動とそれに伴う結果について，事象に不確かさがあるとの前提での統計的推論・確率的意思決定の基礎を習得する必要があると考える．例えば，高校の確率教育の判断力形成の目標を不確かな事象に対する行動の損失の期待値を計算し，期待損失を最小化する行動を選択するといった行為ができる力量の獲得といったものに明確化することが望ましい．

3. 小学校算数教育に必要な統計的活動

3.1 誤り・誤差の考え方と近似の利用の明確化

2.2 節でも述べたように，数え上げや計算は正確であるべきという教育が基本であることを認めたうえで，ただ，正解・不正解として評価するだけではなく，そこには誤りや誤差があるということをより明確に意識させることが，科学的問題解決に横断的に資する統計的ものの見

方である．また，厳密性を過度に追究せず，ある水準の誤差を許容した行動，数理的近似に基づく行動が，便利であり必要であるということについても，学年進行に応じて理解させる必要がある．

3.1.1　数え上げ，引き算と割り算における統計的問題評価活動

指導要領小 1 算数の「数と計算」には，「ものとものとを対応させることによって個数を比べること，個数や順番を正しく数えたり，表したりすること」という項目がある．この項目は，小 1 の「データの活用」における「ものの個数について，簡単な絵や図などに表したり，それを読み取ったりすること」と一体化した教育とする必要がある．一方，その学習の中で，統計的品質管理教育の基本教材である「の」の字テスト（吉澤, 1992）が狙っているように数え上げにおいて，正しく数えられないで誤りが発生すること，ものとものとを正しく対応させられないことが生じること，これが日常的に起きる「問題」であるという意識づけがなされなければならない．また，意図せずに「誤り」を起こすことは，本人の資質や道徳上の問題として非難する必要はなく，個人や集団が自律的に改善すべき問題発見のよい機会であると位置づけ，隠すことなく科学的（数理的）に問題を解決すべき対象とすべきという教育がなされるべきである．

小学 1，2 では，「数と計算」の減法の学習においても「問題評価」活動が可能である．卑近な例では，「つり銭」の計算を通じて，「支払うべき金額と実際に支払う額との差」を示し，60 円のものを買うのに 100 円と 1 万円を持っていたら，100 円を出す方が「問題」が少ないということを議論することが挙げられる．工作などで無駄に材料を使わないという活動自体が，算数的活動であることを意識づける必要がある．

小 3 以上ともなれば，割り算における「問題評価」活動も可能となる．例えば，5 分を 5 分 10 秒とする砂時計と 4 分 55 秒とする砂時計の問題を誤差や誤差率で評価するなどの算数活動が統計・確率の扱うべき「問題」の有用な導入となりえる．残念ながら小学校の算数活動では，負の数（中 1）を扱うことができないが，時計が進むとか遅れるという概念の中で負の誤差を通じて負の数の必要性に気づかせてもよい．

3.1.2　分類と問題の数理的発見：パレート図の導入

小 2「数と計算」には，「同じ大きさの集まりにまとめて数えたり，分類して数えたりすること」という項目がある．この「分類」を通じた数え上げでも，全く同じ大きさの集まりをまとめる分類の理想形だけでなく，ある範囲の大きさのものをあたかも同じ大きさと見なして分類するという統計的活動を通じて，「ある値とその値に許容される差」の範囲で，事象をひとくくりにする算数的活動を経験することが可能でありかつ肝要である．この活動は，まさに正解が一意に定まらない活動であり，アクティブ・ラーニングの対象となる．すなわち，各生徒の考え方の共通性と相違とを確認し，より近似誤差の小さい適切な分類を求めて，合意形成を行うプロセスをアクティブ・ラーニングの中に組み込むのである．

特に，問題事象，すなわち「あるべき姿と乖離している事象」を定性的に定義・分類し，それが日常的にどの程度起きているかを数え上げ，その度数が本来 0 とならなければならないという観点から問題の悪さ加減を定義するといった算数的問題発見活動がなされなければならない．

この活動の中で，小 2「データの活用」に示された「身の回りにある数量の分類整理，簡単な表やグラフを用いて表したり読み取ったりすること」，小 3「棒グラフの特徴やその用い方を理解すること」等が実践的に取り上げられる必要がある．特に，問題事象の度数を，その度数の大きさの順に並べた棒グラフとして「品質管理 7 つ道具（例えば，細谷, 2006）」に含められている「パレート図」を描かせ，問題の悪さ加減を評価し，数理的に順序付けるといった数学的活動が有効である．

3.1.3 近似誤差の評価

小 4「数と計算」では，「概数に関わる数学的活動を通じて，概数が用いられる場合について知ること，四捨五入について知ること，目的に応じて四則計算の結果の見積りをすること」が記されている．また，これを「目的に合った数の処理の仕方を考えるとともに，それを日常に生かすこと」とも書かれている．概数は，明示的に統計的近似を扱う項目である．四捨五入という概数概念は，分類や近似という統計的操作と密接な関連があることを意識させなければならない．特に，小 3「測定」の項目である「長さや重さについて，適切な単位で表したり，およその見当を付け計器を適切に選んで測定したりすること」が，四捨五入同様の近似誤差を許容した上で，計器が選択されるということに気付く機会を教室で与えるべきである．

この概数の四則計算の結果生じる誤差は，小学校では貴重な数値的誤差評価の活動となる．従って，最悪の場合どの程度誤差を生じるかを評価することが望ましい．これを「計算結果の最大値・最小値」，「計算結果の範囲：最大値－最小値」として区間で示させることが，統計における「最大値－最小値」のような概念を計測データの母集団で体験させるという少し高度な数学的経験になるのである．

3.1.4 近似分布の評価と最低限の要約統計量の導入

小 5「変化と関係」では，「異種の二つの量の割合としてとらえられる数量に関わる数学的活動」がとりあげられ，「速さなどの単位量当たりの大きさの意味」という数学的活動が導入されている．当然，「密度」も 2 つの量の割合となる．小 5「データの活用」では，「測定した結果を平均する方法」が導入されるが，密度や平均といった概念には数理的類似性が高いことに気付かせるような教育ができないであろうか．

測定値の平均を報告した際に，個々の測定値とは差が生じている，バラツキがあることを数理的課題ととらえるというのが統計的問題発見の基本である．実際，密度などでも平均に近い集団もあればそうでない集団もあることを体得できれば，中学以降の統計教育の前駆的活動とすることができる．例えば，人口密度も東京都 23 区のそれぞれの人口密度と 23 区全体の人口密度とを比較し，密度のばらつきを体験させることが可能なのである．

これを中 1「データの活用」の「ヒストグラムや相対度数などの必要性」といった項目と密接な関係性を持たせて教育すれば，数学教育としても統計教育としても有効であろう．勿論，階級幅が等しければ，密度は棒グラフと同様の表示となるが，連続量の確率分布が，確率密度関数で表現される．確率密度関数の近似として重要なヒストグラム概念を密度概念の学習と共に学ぶことは，密度概念を効果的に説明する手段としても有用である．

また，中学の「データの活用」で中 1 の「ヒストグラム」ないしは中 2 の箱ひげ図の背後にある要約統計量としての，平均値，最大値，最小値，範囲といった位置とバラつきを示す統計量を小 5 の「変化と関係」の割合や小 4「数と計算」の概数について求めるといった小学校の数学的活動を中学で統計的活動に発展させることも有効と考える．

3.2 原因と結果との関係性の分析

3.2.1 時間的順序とクロス集計の明示的導入による因果関係の議論と分析

小 1 の「測定」に関わる項目の中で，「長さ，広さ，かさなどの量を，具体的な操作で直接比べたり，他のものを用いて比べたりすること，身の周りにあるものの大きさを単位として，そのいくつ分かで大きさを比べること」あるいは，「時刻と日常生活を関連づけること」が示されている．すなわち，量や時刻の順序関係を比較する操作を実践的に習得させる数学的活動がなされる．これらの数学的活動の中でも，小学校低学年の活動で統計的に重要なのは，事象を時刻の順番に整理することを通じて，事象には原因となる事象とその結果となる事象が存在するこ

とを意識づけることである．特に，時刻の先に起きる事象は後に起きる事象の見かけ上の原因となる場合があるという数学活動を体験する必要がある．

この定性的時系列分析に基づく因果関係の分析の発展として，小4の「変化と関係」における「伴って変わる二つの数量に関わる活動」特に，「変化の様子を表や式，折れ線グラフを用いて表したり，変化の特徴を読み取ったりすること」といった数学的活動の中に，時系列間の先行性や遅行性といった因果関係の同定に繋がる活動が，明確に位置づけられるべきである．小4の「データの活用」にも，折れ線グラフに関する項目と共に，思考力・判断力等の育成を目指し，「目的に応じてデータを集めて分類整理し，データの特徴や傾向に着目し，問題を解決するために適切なグラフを選択して判断し，その結論について考察すること」，「表や折れ線グラフを用いた表現と特徴を調べることについて指導」とが挙げられており，「変化と関係」と「データの活用」とが一体となったアクティブ・ラーニングのデザインが期待される．

また，小5「変化と関係」も「伴って変わる2つの数量を見出して，それらの関係に着目し，表や式を用いて変化や対応の特徴を考察すること」がその目標に掲げられている．また，「百分率を用いた表し方の理解」も掲げられている．これら「変化と関係」に関する数学的活動と小学5年の「データの活用」で挙げられている項目，「円グラフや帯グラフの特徴とそれらの用い方を理解すること」，「問題を解決するために適切なグラフを選択して判断し，その結論について多面的にとらえ考察すること」といった項目とも連携して活動を行うべきである．

今回の指導要領の改訂で「相対度数」という概念は，小学校からは形式的になくなり，中1の項目となった．しかし，小5で学習する円グラフなどに，やはり小5「変化と関係」で学習する「百分率」を書き込ませ，実質的には相対度数を可能な限り小学校で繰り返し教育することが重要である．更に，中学・高校の項目における相対度数は，頻度論的「客観確率」の推定値としての位置づけを今以上に強調することが，確率教育の実効化にもつながる．

特に，単純集計以外の小4のクロス集計を小5で発展させ，総数に対する百分率のみならず，原因をある水準に固定した条件の下で，結果の相対度数がどのようになるかという，高校での条件付確率の考え方の導入に繋がる，「条件付百分率」の表示とその条件間の比較といった数学的活動も積極的に導入し，原因が変わったときに結果がどう変わるかといった条件付百分率の比較を通じた分析活動を加速すべきである．

これらの比較に基づく要因分析活動を支える事前準備として，ある問題を生じさせている原因候補については，どのようなものが考えられるかについての定性的仮説網羅は，典型的な正解の無い問題であり，アクティブ・ラーニングにおけるブレインストーミングのよい課題となる．時系列順序の観察や個人の常識，理科・社会の知識を活用して因果仮説を網羅する議論は，算数はもちろん，全科目で試行される必要がある．欧米では，初等中等教育・高等教育・一般研究における定性的因果関係の洗い出しの議論のために，石川馨が提案し，パレート図同様「品質管理7つ道具」の一つとして知られている「特性要因図（Fish Bone Chart, Cause and Effect Diagram）」が活用されており，わが国でも小学校高学年からアクティブ・ラーニングのツールとして算数のみならず，様々な科目に導入することが望ましい．総務省政策統括官（統計基準担当）（2017）では，椿（2016a）で紹介した，世界各都市の平均気温に何が影響を与えるかといった教材で特性要因図を書かせる数学的活動を課している．

3.2.2 誤差のある数量関係の意識：散布図の小学校への実質的導入を

小5「変化と関係」では，「簡単な場合についての比例の関係があることを知ること」，更に，小6「変化と関係」では，「比例の関係の意味や性質を理解すること，比例の関係を用いた問題解決の方法について知ること」が記載されるとともに，「伴って変わる二つの数量を見出して，それらの関係に着目し，目的に応じて表や式，グラフを用いてそれらの関係を表現して，変化や

対応の特徴を見出すとともに，それらを日常生活に生かすこと」と記されている．残念ながら小 6「データの活用」では，比例関係をグラフで調べるために実際の観測結果と重ね合わせる，すなわち散布図と数量関係（関数関係）とを同時に可視化し，比較する算数的活動は統計的問題解決活動を積極的に導入しているとは読み取れない．筆者は，むしろ「変化と関係」の教育の中で現行指導要領数 I「資料の活用」に配置されている「散布図」を 2 変量の分布の可視化ツールとして，小 6 でも「グラフ」として体験させる数学的活動を強く望みたい．

小 4「データの活用」で，もし 2 変量の時系列的折れ線グラフとして調べた事象も散布図上の点を時系列的に繋ぎ，全体の関係性を議論すると共に，散布図上の点が時間的にどのように動いているかなどを観察し，その特徴を議論させるなどの数学的活動も有用である．実際，この種のグラフを描く活動は初中等地理教育でクライモグラフやハイサーグラフとして用いられていると認識しているが，数学的活動としては小学校高学年で体得できるものである．

いずれにせよ散布図という可視化手段の早期導入は，数学的関係性が近似的に成立していることの確認，数学的関係の近似がよいかどうかの直観的判断と共に，その関係性から外れている事象の摘出を通じた問題の抽出・発見など，アクティブ・ラーニングを用いた数学的課題解決のサイクルを小学校でも一通り経験させることを可能にするという意味でも最も重要である．なお，誤差のある比例関係については，椿（2016a）で紹介した Gilchrist（1984）の中に統計モデル教育プロセスの在り方として紹介されているランダムな 20 地点の直線距離と道なり距離との関係図（図 2）などの例題を学校から自宅までの距離などで置き換えることによって，わが国でも全国の小中学校で自らデータを収集する活動を行い，分析可能な秀逸なアクティブ・ラーニング教材を作成することができる．

4. 中学数学教育に必要な統計的活動

4.1 現状の問題を評価する統計的活動

4.1.1 正負の誤差と偏り

中 1「数と式」で，負の数が導入されることと連携して，誤差に正負があること，誤差の平均と実際のあるべき値（目標値）との差である「偏り（bias）」の概念を導入することが可能となる．ここでも正の偏りと負の偏りが存在することを日常的事象で明確にすることが望ましい．また，日常課題の数学化の典型として「偏りが大きいこと」を上げることが必要である．ただし，小学校，中学校のデータの活用教育では，問題発見と密接な関係にある「外れ値（Outlier）」の概念があまり扱われていない．箱ひげ図も初中等教育では「離れ値（Far out）」を摘出する分析ツールとしての教育は困難と考えられており，ひげを最大値や最小値にするというおおよそ統計学の日常応用では考えられない方法が教育されている．

いずれにせよ，誤差や偏りといったネガティブな概念を連想しかねないが重要な概念が初中等の数学・数理科学教育の素材として提供されていないことについては，用語の言いかえも含めて今後も検討が必要であろう．

4.1.2 不確かさの記述モデルとしての近似確率分布と問題点抽出支援ツール

中 2「データの活用」で導入される「確率」については，不確定な事象として，サイコロなど偶然変動が主要な事象だけでなく，一定の関数で系統的変動が支配されている現象に含まれる誤差変動の記述のためにも用いられることを明確にし，その種の数学的活動の学習機会を意図的に設けなければならない．

特に，場合の数や組み合わせから導かれる「論理確率（数学的確率）」的例題に加えて，確率的気象予測のような「将来事象に関わる確率（統計的確率）」とその現象が生じたときの損失や利得に基づく，期待利得，期待損失計算などのリスク評価に関わる「期待値の評価」といった項目を

中2時に導入すべきである．特に，検査を行って，陰性となった場合や陽性となった場合とで，実際に病気である確率が変わるなど，現行指導要領では高校の数学Aの項目となっている「条件付確率」も中2の項目とできないのならば，その種の公式な用語を導入しなくても，条件によって確率が異なることを比較するといった数学的活動を中2から行うことを考えるべきである．

高校で統計的活動としても確率分布を連続分布に拡張するために，比例関係の散布図などでの予測値と実測値との差である「残差」概念を導入するか，あるいは体験させ，残差の度数分布やヒストグラムが，偶然変動を表現する確率分布の近似となっていることも積極的に体験させるべきである．これを通じて，残差がある区間に入る相対頻度など，それがどの程度大きいのか，少ないのかといった，高校で導入される可能性のある統計的推論の前駆となる数学的活動も可能となる．

また，これら残差のヒストグラムの中にも，「外れ値」に代表されるような未知の系統変動成分が含まれており，それを突き止め，何らかの手を打つことが数理的課題解決のサイクルを回すことそのものであるという実践的学習を配置することが望ましい．

そのために中1，2の「データの活用」における統計ソフトウェアを活用した教育を教員の自主的判断で積極的に推し進め，データや度数分布からその中央値，最頻値，四分位点などを求めるとともに，ヒストグラムによる分布形の特徴抽出や「外れ値」かどうかを判断する議論をクラスで体験させておくことが望ましい．

中3「数と式」で平方根計算が可能となる段階で，本来，分布のバラつきの尺度として中2の「データの活用」に導入された四分位範囲に加えて，「標準偏差」も導入されるのが望ましい．これまでのヒストグラムや箱ひげ図などによる分布のばらつきの視覚化と標準偏差というバラつきの数値的要約の間にどのような関係があるかについては，幾つかのデータの例を示す必要がある．また，日常的課題を数学的に定式化する方法として，偏りが大きいこと以外にバラつきが大きいこともあげられることを中学2年時に教育することが必要である．

4.2 原因と結果とを分析する統計的近似活動と残差の検討

中2「関数」では，「一次関数として捉えられる二つの数量について，変化や対応の特徴を見出し，表，式，グラフを相互に関連付けて考察し表現すること」，中3「関数」では，更に二次関数について同様のことを要請している．一次関数，二次関数は数学的概念であり理想形を示したものである．しかし，現実には，関係性をある限られた領域で一次関数近似する，その近似が十分でなければ二次関数近似で近似度を上げるという数学的活動が本来期待されている．

従って，厳密な意味で関数関係が成立していなくても，近似的に一次関数や二次関数で表される事象に着目し，その関数のグラフと共に，「散布図」として示すような数学的活動が極めて重要である．椿(2016a)，総務省政策統括官 (2017)で例示したように世界の都市の緯度(北緯をプラス，南緯をマイナスとした)を横軸に，各都市の月別平均気温の最大値と最小値との平均値(ミッドレンジ)を縦軸にとった散布図を描けば，近似的に二次関数(より現象を説明するのは余弦関数)に見える関係性が浮き彫りになる．この種の体験を積むことで，知識としての数学教育が，指導要領でいう「生きる力」に変換されるのである．

このような散布図を用いて，近似的関数関係からの「外れ値」となっていることを「数学的課題」として抽出すれば，残差分布の外れ値となるアディスアベバやメキシコシティが何故外れているかということに対する考察の端緒となり，新たなPPDACサイクルが始動するのである．

4.3 統計的推論，確率的意思決定に関わる項目

指導要領の中3「データの活用」には「標本調査の必要性と意味を理解すること，簡単な場合に

ついて標本調査を行い，母集団の傾向を推定し判断すること」が記載されている．中学段階では標本調査に基づき抽出されるデータは確率変数と見なせるということ，あるいは標本誤差を議論することはないだろう．しかし，この考え方が，中 2 で習得する確率あるいは現行指導要領数学 A で扱う確率などと高校に至っても関係性を持ちにくくなってしまうとすれば問題である．データという数値が書かれたおみくじを計算機に支援された乱数実験を多数回繰り返すことを通じて，平均値のような統計量自体にもヒストグラムが書けるといった統計的推論に繋がる体験は，次期指導要領においても中 3 のデータの活用において比較的実現可能なものではないかと考える．

「乱数実験」については，標本の確率的抽出に限らず，将来の不確かな状況に対して，適当な確率を付与した乱数実験が，事象のシミュレーション(近似)として有用であるという体験は，アクティブ・ラーニングなどの「ゲーム設計活動」あるいは関連する意思決定の最適化活動として，中学それが無理ならばせめて高校生活の中で一度は実践されれば，数学，特に確率の社会的意義を生徒が納得するであろう．

5. おわりに

新しい指導要領は数学・統計学による問題解決教育にこれまでより大きく踏み込んでいる．しかし，算数・数学の指導要領の中で統計的方法を独立した項目ととらえ，他の項目とは独立した教育を行っている限り，統計教育の実効性は上がらないと危惧する．数え上げの数理，関係の数理などと連携した，あるいは理科，社会科，情報科等と連携したアクティブ・ラーニング教材を教育の現場と創生することで，限られた時間の中での教育効果を最大限に発揮することができる．一方この種の実践的問題解決教材を教育現場だけでなく，産業界で統計的 KAIZEN 活動を実践してきた方々と協働して開発できないかというのが，一般社団法人日本品質管理学会 TQE 特別委員会活動である．これらの活動の成果として，山下 他 (2015)は，緑茶官能データの分析を事例とした教材を開発し，日本教材学会で表彰された．

謝 辞

本報告は，科研費基盤研究 B「学校教育における設計科学的視座に基づく数理科学教育の構築に関する総合的研究(研究代表者 西村圭一，課題番号 16H03054)」の支援を受けた．また，原稿に貴重なコメントを頂戴した査読者に深甚の謝意を表する．

参 考 文 献

Gilchrist, W. (1984). *Statistical Modelling*, Wiley, Chichester.

品質管理検定センター (2015). 品質管理検定(QC 検定)4 級の手引き, ver. 3.0, http://www.jsa.or.jo/kentei/content/uploads/grade4text_ver3.0.pdf, 日本規格協会.

細谷克也 (2006).『QC7 つ道具(やさしい QC 手法演習)新 JIS 完全対応版』, 日科技連出版社, 東京.

狩野紀昭(編) 監修, 八丹正義, 国分正義, 市川亨司 (1994).『課題達成型 QC ストーリー活用事例集—QC サークルの新しい調整』, 日科技連出版, 東京.

文部科学省 (2017a). 小学校学習指導要領, http://www.mext.go.jp/component/a_menu/education/micro_detail/_icsFiles/afieldfile/2017/05/12/1384661_4_2.pdf.

文部科学省 (2017b). 中学校学習指導要領, http://www.mext.go.jp/component/a_menu/education/micro_detail/_icsFiles/afieldfile/2017/06/21/1384661_5.pdf.

文部科学省 (2017c). 中学校学習指導要領解説数学編, http://www.mext.go.jp/component/a_menu/

education/micro_detail/___icsFiles/afieldfile/2017/07/04/1387018_4_2.pdf.

日本学術会議数理科学委員会数理科学分野の参照基準検討分科会 (2013). 大学教育の分野別質保証のための教育課程編成上の参照基準数値科学分野, 日本学術会議, http://www.scj.go.jp/ja/info/kohyo/pdf/kohyo-22-h130918.pdf.

Pearson, K. (1892). *The Grammar of Science*, Walter Scott, London.

杉浦忠, 山田佳明 (1991).『QC サークルのための QC ストーリー入門—問題解決と報告・発表に強くなる』, 日科技連出版, 東京.

総務省政策統括官(統計基準担当)監修 (2017). 高校からの統計・データサイエンス活用〜上級編〜, 日本統計協会, 東京.

椿 広計 (2015). SQC の世界観とビッグデータの世界観, 日本品質管理学会第 152 回シンポジウム「未来の品質管理に光をもたらすのは—徹底討論 SQC vs ビッグデータ」基調講演アブストラクト, http:// www.jsqc.org/q/news/events/152_1.pdf.

椿 広計 (2016a). モデリングとその教育について, 日本科学教育学会誌, **40**(2), 119–126.

椿 広計 (2016b). 小中高算数・数学における統計的方法教育の実効化と教育すべき項目に関する意見, 文部科学省中央教育審議会初等中等教育分科会教育課程部会算数数学ワーキンググループ資料, http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo3/073/siryo/___icsFiles/afieldfile/2016/05/16/1370395_8.pdf.

山下雅代, 新井健使, 西村圭一, 鈴木和幸 (2015). データに基づく問題解決プロセスとその教材開発—緑茶の官能データ分析を例に—, 日本教材学会教材学研究, **26**, 23–32.

吉澤 正 (1992).『統計処理』, 情報処理入門コース 8, 岩波書店, 東京.

渡辺美智子, 椿広計 編著 (2012).『問題解決学としての統計学—すべての人に統計リテラシーを』, 日科技連出版社, 東京.

How to Teach Statistical Thinking in Mathematics Education in Elementary or Secondary School

Hiroe Tsubaki

National Statistics Center

The report will clarify the standardized roles of statistical thinking for general problem solving that should be introduced into elementary and mathematics secondary education in Japan, with the goal of developing more effective active learning by utilizing both pure mathematical knowledge and statistical thinking.

Key words: PPDAC cycle, QC story, problem finding, causal analysis, confirmatory analysis.