統計数理（2017）
第 65 巻 第 1 号 141–154
©2017 統計数理研究所
特集「高頻度金融データに基づく統計的推測とモデリング」
［研究ノート］

切断実現ボラティリティの推定と観測時間間隔
—日本株式による実証分析—

吉田 靖[†]

（受付 2016 年 7 月 26 日；改訂 11 月 8 日；採択 11 月 29 日）

要　旨

株式市場の高頻度データの分析において，ジャンプの存在は多くの研究が指摘しており，ジャンプを考慮したボラティリティの推計が課題となっている．解決策の一つとして，切断実現ボラティリティがあり，本稿では，2014 年 7 月 22 日から 10 月 27 日までの東京証券取引所のTOPIX100 構成銘柄の高頻度データを使用して，切断実現ボラティリティの計測を行った．観測時間間隔は 5 秒から 1800 秒としている．その結果，大半の株式において，実現ボラティリティに占める切断実現ボラティリティの比率は半分未満であり，株価の変動にはジャンプの影響が大きいことを示す結果となった．しかし，観測時間間隔を短くするに従って切断実現ボラティリティが小さくなる現象も同時に観測され，この要因の一つとしてゼロリターンによる影響を示唆する結果も得られた．さらに，その他の構造的な要因が残されている可能性も大きく，切断実現ボラティリティを正確に計測するための観測時間間隔と閾値の最適な選択には課題があることを指摘した．

キーワード：切断実現ボラティリティ，高頻度データ，ジャンプ拡散過程，観測時間間隔，マイクロ・プライス，TOPIX100．

1. はじめに

分析対象の統計モデルにどのような前提をおくかは極めて基本的かつ重要な問題であり，結論にも大きな影響を与える．古くは Bachelier (1900) により証券価格がランダムウォークするとしてオプション価格が導かれたが，ファイナンス分野では暫く顧みられなかった．その後，Osborne (1959) は金融・証券・為替市場におけるデータを用いて，価格の対数がランダムウォークに従っていることを実証し，理論的にも Black and Scholes (1973) および Merton (1973) による Black-Scholes-Merton モデルが拡がった．その後，Merton (1976) により，ジャンプを含んだ確率過程を前提とするオプション価格理論が展開され，ボラティリティ・スマイルと呼ばれる現象の説明に寄与した．このボラティリティ・スマイルは，実際の市場で恒常的に観測される現象であり，市場のオプション価格からインプライド・ボラティリティを算出すると，オプションの権利行使価格によりボラティリティが異なるという Black-Scholes-Merton モデルでは説明ができない現象である．この現象を観測するには，高頻度データは必ずしも必要ではなく，オプション価格決定モデルのボラティリティ以外の変数が同時点で観測できればよく，ジャンプの存在を仮定したオプション価格決定モデルの適用により，現実のオプション価格に対する説

[†] 東京経済大学 経営学部：〒 185–8502 東京都国分寺市南町 1–7–34

明力が向上することをもって，ジャンプの存在を間接的に示すものである．久田 (2003) は，これらのサーベイと日経平均オプション市場に関する実証分析を行っている．

一方で近年は，市場の取引時間中の高頻度データを分析することが可能になり，高頻度データから実現ボラティリティ (realized volatility) を算出して，それまでは直接的には計測できなかった 1 日毎のボラティリティを計測することが可能になった．証券価格のボラティリティはオプション価格との関係のみならず，資産配分やリスク管理において重要な指標であるため，高頻度データの利用を含め，より正確な計測方法の提案と実証研究が多数報告されている．また，高頻度データそのものも研究の対象となり，林 (2010) が，「市場リスクの計測」，「最適執行戦略」，「最適トレーディング戦略」，「市場リスクのモニタリング・ポジション管理」，「市場秩序・機能の維持」，「市場制度，構造，ルールなどの改革の提言」，「市場取引メカニズムの理解・知識発見」などの研究目的を列挙しているように，高頻度データを分析する際の正確なモデリングが重要となってきている．

高頻度データによるボラティリティの推計に関しては，ジャンプの他に，観測値にマーケット・マイクロストラクチャー・ノイズと呼ばれるノイズを含む場合のボラティリティの推定量の性質も議論されている (Andersen et al., 2003; Zhang et al., 2005; Bandi and Russell, 2006; Hansen and Lunde, 2006; Bandi and Russell, 2008)．マーケット・マイクロストラクチャー・ノイズの具体的な発生要因としては，売り気配値と買い気配値の間で約定価格が変動するために起きるビット・アスク・バウンスがあるが，これらの先行研究により，実現ボラティリティに関する推定上の問題点が明らかとなり，それらの検証や解決方法が提案されている．その中で，マーケット・マイクロストラクチャー・ノイズに関しては約定価格よりも仲値を使用することや，観測頻度の調節などにより改善することが示されているが，これらの方法によっても市場の価格変動にジャンプが含まれる結果が報告されている．例えば，Barndorff-Nielsen and Shephard (2006) は，為替レート市場における 5 分間隔のデータから実現バイパワー・バリエーション (realized bipower variation, RBPV) を算出し，マクロ経済指標の発表などによるジャンプをノンパラメトリック手法により検出している．Andersen et al. (2007) は同様にジャンプの存在を示し，さらにジャンプの成分を分解することがボラティリティの予測を向上することを示している．また日本市場において，増田・森本 (2009) は東証株価指数，日本の株式個別銘柄および円ドルレートなどの 5 分間隔のデータおよび日次の原油価格により RBPV を算出し，Lee and Mykland (2008) によるノンパラメトリック手法を用いて，ジャンプを検出している．以上はジャンプの存在あるいは発生時期を検証するものであるが，ジャンプの検出に関しては観測頻度が影響する可能性があり，前述の増田・森本 (2009) は先行研究を引用する形で 5 分間隔を採用している．柴田 (2008) は実現ボラティリティ計測に関するモデルおよび実証分析のサーベイを行う中で，先行研究の観測頻度の選択についても比較し，マイクロストラクチャー・ノイズや日中リターンの自己相関の存在などを指摘しているものの，日経平均株価指数，日経平均先物，東証株価指数の実現ボラティリティの実証分析を行うにあたっては，先行研究を引用する形で 5 分間隔のみを採用している．

一方，Mancini (2001) は価格変動過程にはブラウン運動とジャンプが含まれるものとして，その上でブラウン運動成分のボラティリティを正確に推計するために，ジャンプを取り除いたデータに対して実現ボラティリティを計測することを提案している．そこでは，得られたサンプルの 1 件毎に，ブラウン運動によるものとジャンプによるものに分離することはできないため，閾値を設けて，その閾値より絶対値が大きい変動はジャンプによるものとして除外し，絶対値が閾値内の変動であれば，ブラウン運動によるものとしてブラウン運動部分のボラティリティを計測しようとしている．また Shimizu (2003) も同時期に Mancini (2001) とは独立に閾値を用いる方法を提案している．このような推計方法によるボラティリティを Aït-Sahalia and Jacod

(2012) は切断実現ボラティリティ (truncated realized volatility) とし，ニューヨークダウ構成銘柄について検証している．さらに Aït-Sahalia and Jacod (2014) では，計測における観測時間間隔と閾値の関係を明示的に取り扱い，次章で述べるボラティリティの計測方法を提案している．しかし，Aït-Sahalia and Jacod (2014) は，方法を示しているのみで実証はしていないため，実際にこの方法による切断実現ボラティリティの計測を行うことは，今後の価格変動を研究する上の基礎として大きな意義があると考えられる．したがって，本稿では，Aït-Sahalia and Jacod (2014) に沿った切断実現ボラティリティの推計に関して日本株式を対象として実証分析を行い，その問題点を検討する．

本稿の構成として，続く第 2 章では，Aït-Sahalia and Jacod (2014) に基づいて計測方法を紹介し，第 3 章ではデータについて述べる．第 4 章は計測結果であり，第 5 章においてまとめを述べる．

2. 切断実現ボラティリティの計測方法

本章では切断実現ボラティリティの計測手順を Aït-Sahalia and Jacod (2014) を簡略化して述べる．一部の記述では Aït-Sahalia and Jacod (2012) による表記方法なども用いることとする．

まず X_t を時刻 $t(0 \le t \le T)$ における証券価格の対数値とし，次の (2.1) 式のジャンプ拡散過程に従っているとする．

$$dX_t = b_t dt + \sigma_t dW_t + dJ_t \tag{2.1}$$

ここで，第 1 項は単位時間あたり b_t で成長するドリフト項，第 2 項は連続的な確率変動であり，σ_t は t 時点における瞬間的なボラティリティの平方根で，W_t は標準ブラウン運動である．第 3 項は不連続なジャンプを表している．

(2.1) 式の σ_t について，$\sigma_t^2 = c_t$ とするとこれは t 時点における瞬間的なボラティリティであり，これを (2.2) 式のように積分したものを積分ボラティリティと呼ぶ．

$$C_t = \int_0^t c_s ds \tag{2.2}$$

次に，証券価格に関して，観測時間間隔 Δ_n による第 i 番目の対数差分を (2.3) 式で定義する．

$$\Delta_i^n X = X_{i\Delta_n} - X_{(i-1)\Delta_n} \tag{2.3}$$

このとき，全ての $\Delta_i^n X$ を用いた実現ボラティリティは (2.4) 式により定義される．

$$\hat{C}(\Delta_n)_t = \sum_{i=1}^{[t/\Delta_n]} (\Delta_i^n X)^2 \tag{2.4}$$

ここで [ ] は，この括弧内の実数の整数部分を意味する．(2.1) 式の第 3 項がない場合，すなわち確率的な変動は連続的なブラウン運動のみによる場合，(2.4) 式による推定量は (2.2) 式の積分ボラティリティの一致推定量になるが，(2.1) 式の第 3 項のように不連続なジャンプ部分があるときは一致推定量にならないことが示されている．

この解決方法としては，前述の RBPV もあるが，本稿では (2.5) 式で定義される切断実現ボラティリティを分析の対象とする．

$$\hat{C}(\Delta_n, u_n)_t = \sum_{i=1}^{[t/\Delta_n]} (\Delta_i^n X)^2 1_{\{|\Delta_i^n X| \le u_n\}} \tag{2.5}$$

ここで，u_n は閾値で正の定数であり，$1_{\{\}}$ は括弧内の条件が成り立つときは 1，そうでないと

きは 0 の値を取る関数である．つまり，$\Delta_i^n X$ のうち，その絶対値が u_n 以下のもののみを加算の対象とし，それを超えるものは除外して実現ボラティリティを算出するものである．この基本的な考え方は，$\Delta_i^n X$ のうちジャンプによるものをできるだけ捨ててブラウン運動によるもののみを算出対象にして，正確な積分ボラティリティを算出しようとするものである．そのため，u_n の決定方法としては，ブラウン運動による増分部分を多く捨て過ぎないようにするための大きさを考慮しつつ，ジャンプを除外するためにできるだけ小さくすることも必要であり，この二つのバランスが現実的には重要である．本稿は u_n の決定にあたって Aït-Sahalia and Jacod (2014) が提案している方法に従うこととする．具体的には以下のとおりである．

まず，X が全くジャンプのない確率過程に従っているとし，u_n を決定して切断実現ボラティリティを算出するとき，実現ボラティリティと切断実現ボラティリティの推計量の差 A_T は (2.6) 式のようになる．

$$A_T = \int_0^T c_s g\left(\frac{u_n}{\sqrt{c_s \Delta_n}}\right) ds \tag{2.6}$$

ここで，$g(u) = \int_{\{|x|>u\}} x^2 \phi(x) dx$ であり，$\phi(x)$ は標準正規変数の確率密度関数である．

また，実現ボラティリティと切断実現ボラティリティの推計量の分散は共に $2\Delta_n \int_0^T c_s^2 ds$ であるので，A_T の大きさはこれを標準偏差にしたものの一定割合 θ 以内に抑えることとすると，(2.7) 式のようになる．

$$\int_0^T c_s g\left(\frac{u_n}{\sqrt{c_s \Delta_n}}\right) ds \le \theta \left(2\Delta_n \int_0^T c_s^2 ds\right)^{\frac{1}{2}} \tag{2.7}$$

Aït-Sahalia and Jacod (2014) では θ を 0.1 としており，本稿も同様に 0.1 とする．

次に

$$c_{\max} = \sup(c_s : s \in [0, T])$$
$$c_{\min} = \inf(c_s : s \in [0, T])$$
$$c_{\text{aver}} = \frac{1}{T} \int_0^T c_s ds$$
$$\zeta \ge \frac{c_{\max}}{c_{\min}}$$

とすると，g は減少関数であるので (2.7) 式は

$$g\left(u_n \sqrt{\frac{\zeta}{c_{\text{aver}} \Delta_n}}\right) \le \frac{\theta}{\zeta} \sqrt{\frac{2\Delta_n}{T}} \tag{2.8}$$

とすることができる．ζ の値は，Aït-Sahalia and Jacod (2014) ではその中の第 6 章で示している IBM 株式の 2008 年の第 2 四半期の推定結果などから 2 または 3 とされているが本稿では 3 とする．

さらに，標準正規分布の両側確率が η となる値を z_η とする．Aït-Sahalia and Jacod (2014) では η の例として 0.25 としているので本稿でも 0.25 とする．そして，(2.2) 式で算出される増分のうち η を捨てることになる閾値を u_η とし，c_{aver} の推定値として (2.9) 式の $\hat{c}_{\text{aver}}$ を用いる．

$$\hat{c}_{\text{aver}} = \frac{1}{T(1 - g(z_\eta))} \hat{C}(\Delta_n, u_\eta)_T \tag{2.9}$$

以上に加えて，T はサンプルの期間であり，観測時間間隔 Δ_n は次章で述べるような複数の設定をすると，(2.8) 式の u_n を除く全てのパラメータの値が定まるので，(2.8) 式を満たす最大

の u_n を求める．このように，各観測時間間隔に対応した u_n を決定し，最終的に(2.5)式を用いて切断実現ボラティリティを算出する．

3. 本稿で使用するデータ

本稿では，東京証券取引所第 1 部に上場されている株式の中から，時価総額が大きく流動性が高い 100 銘柄で構成される指数である TOPIX100 構成銘柄のすべてを対象とする．分析期間は TOPIX100 構成銘柄の呼び値の単位がそれ以前よりも小さい値に変更された 2014 年 7 月 22 日を開始日とし，約 3 か月後の同年 10 月 27 日を終了日とする．この期間は市場の取引日ベースで 67 日間である．また，この期間の現物株式の取引時間は 9 時から 11 時 30 分までの前場と，休憩後の 12 時 30 分から 15 時までの後場があり，合計 5 時間である．日中のリターンは Aït-Sahalia and Jacod (2012) に従い 5 秒を最短間隔とする．前場と後場および，後場と翌取引日の前場に跨がるリターンは算出しない．すなわち，取引所の立会時間外は分析の対象とせず，立会時間中のみを対象とする．したがって，ToSTNeT システム(Tokyo Stock Exchange Trading Network System)による，立会外取引は対象としない．データは，日本経済新聞社による NEEDS TICK データから取得している．価格は最良気配値から算出するが，単純な仲値ではなく，(3.1)式で定義される注文量で加重する Gatheral and Oomen (2010) のマイクロ・プライス(micro-price)を使用する．

$$p_v = \frac{v_a p_b + v_b p_a}{v_a + v_b} \tag{3.1}$$

ここで，p_v はマイクロ・プライス，v_a は最良売り気配の数量，v_b は最良買い気配の数量，p_a は最良売り気配値，p_b は最良買い気配値である．Aït-Sahalia and Jacod (2012) は約定データおよび最良気配値による仲値を用いており，本稿でマイクロ・プライスを用いている点とは異なっている．

前述のように本稿の最短の観測時間間隔は 5 秒であり，Aït-Sahalia and Jacod (2012) も 5 秒間を最小観測時間間隔としてその間の平均価格を算出している．しかし，本稿では 5 秒間の平均価格ではなく，対象の 5 秒間の中で最後に更新されたデータのみを使用する．これは，不連続な変動をより検出しやすくするためである．5 秒間にデータの更新がなかった場合は前値と同じ価格とする．したがって，このときのリターンはゼロとなる．その他の観測時間間隔での価格はこの 5 秒間隔のデータを間引くことにより算出する．本稿では，5 秒，10 秒，15 秒，20 秒，30 秒，45 秒，60 秒，90 秒，120 秒，180 秒，240 秒，300 秒，420 秒，600 秒，900 秒，1200 秒，1800 秒の 17 パターンとする．

なお，本稿で表示する実現ボラティリティおよび切断実現ボラティリティは 1 日あたりの値とする．

4. 分析結果

まず，比較のために実現ボラティリティの計測結果を表 1 に示す．表 1 は紙幅の節約のため 17 パターンの観測時間間隔のうち 5 パターンを抜粋している．以降の表 4 までも同様である．図 1 は，縦軸が実現ボラティリティであり，横軸は観測時間間隔の対数表示としていて，実現ボラティリティの推移として典型的な特徴のある 6 銘柄について，全ての観測時間間隔における実現ボラティリティの値を折れ線グラフとして表示したものである．これら表 1 および図 1 を見ると，ソフトバンクグループのように例外はあるものの，総じて 1 分以下の観測時間間隔では，間隔が短いほど実現ボラティリティは上昇する傾向にある．その一方で 5 分間隔以上の領域では横這いになっている銘柄が多いが，住友商事のようにほぼ右上がりになっている銘柄

表 1．実現ボラティリティの主な計測結果．TOPIX100 構成銘柄を株式コード順に並べている．計測期間：2014 年 7 月 22 日〜10 月 27 日．（単位：$\times 10^{-4}$）

株式名	観測時間間隔（秒）				
	5	60	300	600	1800
国際石油開発帝石	2.388	1.991	1.860	1.717	1.625
大東建託	1.722	1.372	1.300	1.367	1.242
大和ハウス工業	2.318	1.816	1.453	1.347	1.307
積水ハウス	1.103	0.953	0.954	0.970	0.972
日揮	1.751	1.220	1.130	1.114	0.990
アサヒGHD	1.484	1.152	1.181	1.061	1.046
キリンHD	1.153	0.919	0.851	0.839	0.821
味の素	1.494	1.082	1.074	1.128	1.158
日本たばこ産業	1.352	1.054	0.867	0.840	0.767
セブン＆アイHD	1.198	0.928	0.821	0.802	0.740
東レ	1.028	0.705	0.619	0.615	0.529
旭化成	1.577	1.146	1.225	1.401	1.239
信越化学工業	1.450	1.004	0.902	0.900	0.822
三菱ケミカルHD	2.286	1.649	1.646	1.609	1.450
花王	1.304	1.080	1.033	0.982	0.954
武田薬品工業	0.615	0.492	0.417	0.397	0.354
アステラス製薬	2.025	1.762	1.663	1.563	1.446
エーザイ	1.331	0.900	0.805	0.796	0.787
第一三共	1.035	0.830	0.788	0.767	0.685
大塚HD	2.189	1.712	1.669	1.480	1.589
オリエンタルランド	1.356	1.058	0.987	1.025	0.957
富士フイルムHD	3.566	3.558	3.392	3.411	2.910
資生堂	1.713	1.452	1.270	1.220	1.080
JXHD	1.348	1.177	1.035	0.967	0.888
ブリヂストン	1.069	0.910	0.847	0.780	0.788
旭硝子	1.397	0.996	0.922	0.940	0.868
新日鉄住金	1.339	1.066	1.043	1.061	1.076
JFEHD	1.598	1.320	1.303	1.316	1.290
住友金属鉱山	2.378	1.945	2.049	1.932	1.773
住友電気工業	1.468	1.185	1.205	1.161	1.012
SMC	2.539	1.991	1.675	1.700	1.553
コマツ	1.345	1.078	0.987	0.946	0.809
クボタ	2.126	1.709	1.998	2.191	2.113
ダイキン工業	1.657	1.318	1.321	1.380	1.300
日立製作所	1.778	1.493	1.490	1.577	1.363
東芝	1.543	1.203	1.102	1.129	1.028
三菱電機	2.029	1.425	1.318	1.314	1.430
日本電産	1.491	1.303	1.324	1.282	1.186
富士通	2.407	1.938	1.706	1.775	1.831
パナソニック	1.320	1.084	1.033	1.081	1.056
ソニー	2.408	2.232	2.419	2.571	3.715
キーエンス	1.825	1.334	1.054	1.065	1.022
デンソー	1.597	1.262	1.257	1.229	1.067
ファナック	1.479	1.175	1.152	1.236	1.145
京セラ	1.312	1.018	0.931	0.918	0.803
村田製作所	2.004	1.777	1.835	1.646	1.584
日東電工	1.876	1.476	1.461	1.508	1.285
三菱重工業	1.831	1.375	1.335	1.462	1.411
日産自動車	1.082	0.928	0.847	0.879	0.932
いすゞ自動車	2.329	2.103	2.000	2.032	1.796

株式名	観測時間間隔（秒）				
	5	60	300	600	1800
トヨタ自動車	0.745	0.693	0.647	0.683	0.758
本田技研工業	1.074	0.886	0.792	0.801	0.747
スズキ	2.486	1.838	1.761	1.595	1.556
富士重工業	2.049	1.835	1.771	1.756	1.552
ニコン	1.711	1.327	1.197	1.285	1.403
HOYA	2.309	1.794	1.452	1.363	1.202
キヤノン	0.637	0.476	0.393	0.389	0.369
リコー	1.354	1.123	1.157	1.056	1.062
大日本印刷	1.327	0.980	0.858	0.873	0.725
任天堂	2.277	1.680	1.516	1.701	1.690
伊藤忠商事	1.254	1.097	0.955	0.909	0.750
丸紅	1.036	0.779	0.736	0.865	0.807
三井物産	0.979	0.860	0.739	0.772	0.630
東京エレクトロン	1.846	1.385	1.359	1.590	1.774
住友商事	1.251	1.197	1.485	1.593	2.530
三菱商事	1.017	0.859	0.826	0.848	0.813
ユニ・チャーム	1.832	1.493	1.408	1.328	1.244
イオン	0.709	0.622	0.656	0.726	0.817
三菱UFJFG	0.983	0.835	0.836	0.912	0.951
りそなHD	2.260	1.776	1.494	1.369	1.368
三井住友トラストHD	2.017	1.493	1.315	1.336	1.341
三井住友FG	1.031	0.911	0.895	0.929	0.880
横浜銀行	1.856	1.314	1.109	1.041	1.003
みずほFG	0.430	0.401	0.401	0.413	0.429
オリックス	1.880	1.701	1.448	1.412	1.290
大和証券G	1.721	1.142	1.045	1.128	1.010
野村HD	1.472	1.143	1.115	1.160	1.198
損保ジャパンHD	2.278	1.602	1.372	1.287	1.254
MS＆AD	2.311	1.693	1.373	1.270	1.209
第一生命	1.635	1.311	1.133	1.125	1.114
東京海上HD	1.671	1.213	1.020	0.980	0.917
T＆DHD	2.262	1.689	1.519	1.546	1.645
三井不動産	1.757	1.310	1.131	1.128	1.163
三菱地所	1.705	1.287	1.180	1.192	1.239
住友不動産	1.932	1.450	1.346	1.308	1.354
東日本旅客鉄道	1.100	0.821	0.758	0.738	0.652
西日本旅客鉄道	1.181	0.843	0.794	0.763	0.684
東海旅客鉄道	1.290	0.919	0.926	0.923	0.827
ヤマトHD	1.600	1.194	1.107	1.122	1.007
ANAHD	1.283	1.020	1.146	1.289	1.180
日本電信電話	1.476	1.220	1.134	1.195	1.176
KDDI	1.785	1.414	1.309	1.253	1.263
NTTドコモ	1.143	0.989	0.865	0.875	0.751
中部電力	1.254	1.097	0.955	0.909	0.750
関西電力	2.990	2.154	2.022	2.007	1.771
東京ガス	1.770	1.291	1.135	1.092	0.914
大阪ガス	1.691	1.274	1.202	1.190	0.969
セコム	1.327	0.912	0.799	0.762	0.709
ファーストリテイリング	1.640	1.140	1.072	1.009	0.967
ソフトバンクG	1.569	1.726	1.745	1.657	1.596

や，富士フイルムのように右下がりになっている銘柄もあるなど様々であることがわかる．

次にこれに対して，第 2 章で述べた方法により計測した切断実現ボラティリティを表 2 および図 2 に示す．実現ボラティリティとの大きな違いとして，第 1 に概ね 2 から 3 分以下の観測時間間隔では，全ての銘柄で観測時間間隔が短くなるほど切断実現ボラティリティの値が小さくなっていることがわかる．しかし，それよりも観測時間間隔が長い領域では，住友商事のようにほぼ横這いとなる銘柄，ニコンのようにピークを迎えて下降する株式，日揮のようにほぼそのまま上昇する銘柄，三菱 UFJ フィナンシャル・グループやソフトバンクグループのように

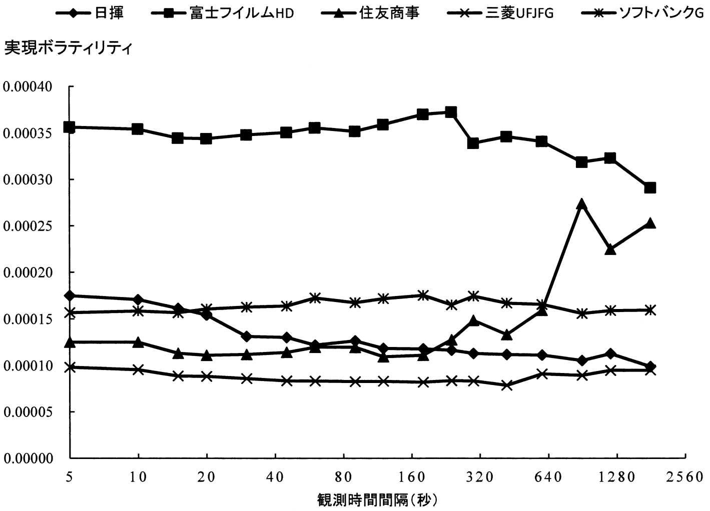

図 1. 実現ボラティリティの計測結果. 計測期間：2014 年 7 月 22 日～10 月 27 日.

ピークアウトした後に再び上昇する銘柄等様々である.

第 2 の違いとして，切断実現ボラティリティは，実現ボラティリティよりも小さいことは当然ではあるが，その差は比較的大きく，高頻度データで見る限り，全ての銘柄で価格変動にはジャンプが含まれていると考えられる.

これらの 2 点について，さらに検討を加える．まず，後者に関しては，株式毎に実現ボラティリティに占める切断実現ボラティリティの比率を算出すると，表 3 のようになる．観測時間間隔が 5 秒での比率を見ると，最大のソフトバンクグループが 14.8%であり，それに三井住友フィナンシャルグループの 12.4%，野村ホールディングスの 10.4%などが続いているが，その他は 10%未満である．観測時間間隔を拡大するとその比率は急速に上昇し始めるが，5 分間隔以上のところでは横這いとなり，最大でも関西電力の 30 分間隔の 55.4%である．さらに，富士フイルムホールディングスや住友商事のように全ての観測時間間隔で 20%未満となっている株式もある．このように日中のボラティリティの要因としては，ブラウン運動によるものよりも，ジャンプによる部分の方が大半を占めていると考えることができる.

次に，観測時間間隔の短い領域で切断実現ボラティリティが減少する原因を探る．このような現象の原因の一つとして，観測時間間隔を短くすると現実に観測される価格が変動せず，リターンが 0 となる標本が増加し，閾値が小さくなり過ぎて結果的に除外される比率が高まることが考えられる．このため，各株式の各観測時間間隔における標本のゼロリターン比率を算出すると表 4 のようになった．これをみると，株式によってその水準は大きく異なり，三菱 UFJ フィナンシャル・グループのように 5 秒間隔でも 1.8%と僅かな株式がある一方で，同じ 5 秒間隔でも，日揮のように 65.3%と半数以上がゼロリターンになっているものもある．しかし，120 秒であれば同じく日揮の 2.4%を最大値として大半が 1%未満となり，120 秒以上の観測時間間隔であれば計測上の問題は小さいことが考えられる.

この要因を検証するために，被説明変数を切断実現ボラティリティとし，説明変数を観測時間間隔とゼロリターン比率とする回帰分析を各株式に対して行った．すなわち，推計式は(4.1)式のとおりである.

表 2. 切断実現ボラティリティの主な計測結果．TOPIX100 構成銘柄を株式コード順に並べている．計測期間：2014 年 7 月 22 日〜10 月 27 日．(単位：$\times 10^{-4}$)

株式名	観測時間間隔（秒）				
	5	60	300	600	1800
国際石油開発帝石	0.027	0.595	0.685	0.625	0.661
大東建託	0.009	0.229	0.511	0.496	0.406
大和ハウス工業	0.048	0.562	0.596	0.553	0.523
積水ハウス	0.008	0.271	0.414	0.433	0.376
日揮	0.007	0.280	0.458	0.471	0.512
アサヒGHD	0.038	0.328	0.406	0.418	0.398
キリンHD	0.009	0.278	0.424	0.374	0.383
味の素	0.013	0.278	0.468	0.458	0.452
日本たばこ産業	0.055	0.330	0.345	0.329	0.268
セブン＆アイHD	0.069	0.309	0.324	0.347	0.364
東レ	0.021	0.172	0.241	0.254	0.231
旭化成	0.047	0.299	0.385	0.376	0.374
信越化学工業	0.046	0.321	0.351	0.369	0.358
三菱ケミカルHD	0.056	0.559	0.734	0.724	0.658
花王	0.069	0.354	0.395	0.357	0.378
武田薬品工業	0.029	0.131	0.153	0.136	0.179
アステラス製薬	0.029	0.434	0.523	0.465	0.457
エーザイ	0.038	0.234	0.285	0.270	0.281
第一三共	0.012	0.250	0.335	0.330	0.354
大塚HD	0.082	0.426	0.521	0.523	0.509
オリエンタルランド	0.017	0.197	0.296	0.309	0.317
富士フイルムHD	0.190	0.471	0.498	0.494	0.417
資生堂	0.024	0.495	0.612	0.527	0.575
JXHD	0.037	0.414	0.439	0.383	0.343
ブリヂストン	0.050	0.278	0.321	0.279	0.274
旭硝子	0.020	0.285	0.414	0.389	0.392
新日鉄住金	0.018	0.340	0.480	0.463	0.420
JFEHD	0.052	0.475	0.564	0.508	0.542
住友金属鉱山	0.033	0.471	0.709	0.746	0.708
住友電気工業	0.023	0.392	0.526	0.551	0.514
SMC	0.026	0.285	0.595	0.544	0.583
コマツ	0.051	0.392	0.415	0.400	0.352
クボタ	0.036	0.495	0.640	0.665	0.642
ダイキン工業	0.092	0.414	0.494	0.510	0.495
日立製作所	0.079	0.350	0.414	0.402	0.402
東芝	0.056	0.370	0.457	0.454	0.431
三菱電機	0.028	0.421	0.528	0.539	0.574
日本電産	0.076	0.346	0.470	0.425	0.486
富士通	0.124	0.721	0.742	0.684	0.527
パナソニック	0.013	0.304	0.443	0.372	0.416
ソニー	0.102	0.537	0.638	0.578	0.624
キーエンス	0.022	0.175	0.380	0.382	0.379
デンソー	0.065	0.333	0.373	0.384	0.350
ファナック	0.037	0.367	0.458	0.500	0.537
京セラ	0.042	0.284	0.319	0.292	0.295
村田製作所	0.029	0.404	0.509	0.468	0.455
日東電工	0.069	0.426	0.528	0.519	0.452
三菱重工業	0.092	0.422	0.460	0.462	0.479
日産自動車	0.016	0.204	0.254	0.260	0.213
いすゞ自動車	0.058	0.478	0.687	0.683	0.770

株式名	観測時間間隔（秒）				
	5	60	300	600	1800
トヨタ自動車	0.040	0.179	0.222	0.199	0.192
本田技研工業	0.067	0.288	0.299	0.287	0.289
スズキ	0.123	0.557	0.575	0.555	0.521
富士重工業	0.176	0.577	0.645	0.666	0.647
ニコン	0.014	0.349	0.487	0.436	0.391
HOYA	0.070	0.442	0.569	0.502	0.558
キヤノン	0.022	0.163	0.177	0.166	0.149
リコー	0.010	0.368	0.552	0.530	0.551
大日本印刷	0.002	0.151	0.327	0.367	0.334
任天堂	0.026	0.369	0.529	0.551	0.540
伊藤忠商事	0.009	0.248	0.312	0.302	0.266
丸紅	0.053	0.247	0.279	0.281	0.217
三井物産	0.015	0.228	0.263	0.290	0.216
東京エレクトロン	0.025	0.256	0.336	0.325	0.341
住友商事	0.007	0.154	0.231	0.217	0.209
三菱商事	0.022	0.258	0.296	0.304	0.252
ユニ・チャーム	0.040	0.315	0.457	0.412	0.474
イオン	0.004	0.108	0.204	0.215	0.209
三菱UFJFG	0.095	0.312	0.363	0.335	0.393
りそなHD	0.127	0.640	0.627	0.627	0.558
三井住友トラストHD	0.048	0.534	0.651	0.591	0.640
三井住友FG	0.128	0.343	0.391	0.379	0.407
横浜銀行	0.019	0.380	0.524	0.483	0.457
みずほFG	0.002	0.074	0.144	0.141	0.153
オリックス	0.031	0.604	0.745	0.673	0.615
大和証券G	0.097	0.434	0.482	0.486	0.417
野村HD	0.153	0.433	0.497	0.463	0.469
損保ジャパンHD	0.061	0.621	0.666	0.568	0.509
MS＆AD	0.073	0.648	0.641	0.609	0.538
第一生命	0.025	0.430	0.559	0.498	0.465
東京海上HD	0.097	0.501	0.474	0.414	0.359
T＆DHD	0.030	0.606	0.734	0.711	0.795
三井不動産	0.082	0.417	0.506	0.478	0.486
三菱地所	0.073	0.486	0.533	0.549	0.591
住友不動産	0.082	0.425	0.564	0.578	0.515
東日本旅客鉄道	0.043	0.273	0.312	0.301	0.304
西日本旅客鉄道	0.037	0.236	0.306	0.297	0.279
東海旅客鉄道	0.012	0.255	0.420	0.430	0.397
ヤマトHD	0.025	0.433	0.515	0.504	0.514
ANAHD	0.007	0.177	0.307	0.312	0.288
日本電信電話	0.076	0.420	0.425	0.388	0.419
KDDI	0.099	0.514	0.546	0.444	0.445
NTTドコモ	0.020	0.313	0.363	0.313	0.311
中部電力	0.009	0.248	0.312	0.302	0.266
関西電力	0.100	0.638	0.877	0.906	0.981
東京ガス	0.031	0.376	0.537	0.500	0.432
大阪ガス	0.015	0.297	0.530	0.536	0.460
セコム	0.032	0.276	0.320	0.273	0.240
ファーストリテイリング	0.065	0.291	0.370	0.365	0.415
ソフトバンクG	0.232	0.513	0.585	0.535	0.588

$$TRV_n = \beta_0 + \beta_1 \Delta_n + \beta_2 R_n + e_n \tag{4.1}$$

ここで，TRV_n は観測時間間隔 Δ_n における切断実現ボラティリティ，R_n は観測時間間隔 Δ_n における標本のうちリターンがゼロである標本数の比率(%)，e_n は誤差項である．

この結果を表 5 に示す．表中の P 値は回帰係数=0 を帰無仮説，回帰係数 $\neq 0$ を対立仮説としたときの t 検定に対応する値である．回帰分析の結果，決定係数は最低でも JX ホールディングスの 0.631，平均では 0.851 であった．有意水準を 5%として回帰係数の推定値を見ると，観測時間間隔はプラス，ゼロリターン比率はマイナスの値で有意になっている株式が大半となっ

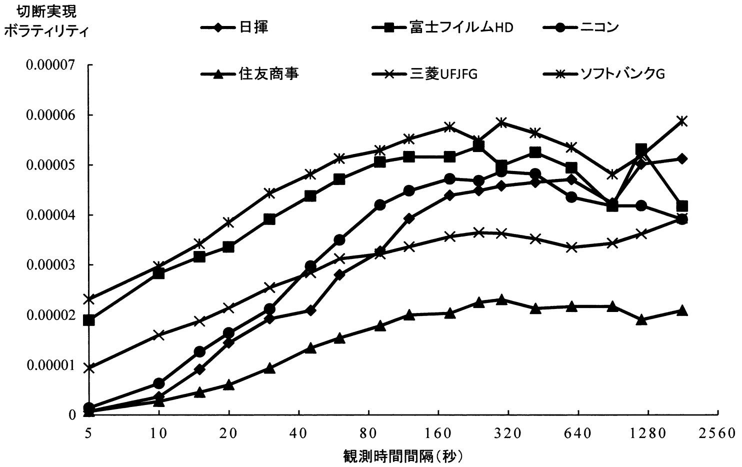

図 2. 切断実現ボラティリティの計測結果. 計測期間：2014 年 7 月 22 日～10 月 27 日.

ている. 本稿では理論的な考察を行っていないが，このことは，要因としてはゼロリターン比率だけではなく，観測時間間隔が何らかの構造的な影響を与えていることを示している. 特に一貫してゼロリターン比率が小さい三菱 UFJ フィナンシャル・グループやソフトバンクグループにおいても，これら二つの回帰係数は有意であることは，ゼロリターン比率以外に観測時間間隔による構造的な影響があることを示唆している.

5. おわりに

本稿では，2014 年 7 月 22 日から 10 月 27 日までの東京証券取引所の TOPIX100 構成銘柄の高頻度データを使用して，切断実現ボラティリティの計測を行い，日中の株価変動に含まれるブラウン運動のボラティリティを推計した. 切断実現ボラティリティの計測の際に必要となる閾値の設定に関しては Aït-Sahalia and Jacod (2014)の方法を用いた. その結果，大半の株式で実現ボラティリティに占める切断実現ボラティリティの比率は半分未満であり，ジャンプの影響が大きいことを示す結果となった. しかし，切断実現ボラティリティが観測時間間隔を短くするに従って小さくなる現象も同時に観測され，ゼロリターンによる影響を示唆する結果も得られたものの，その構造的な原因の解明と最適な観測時間間隔の決定には至っていない. 切断実現ボラティリティの計測をする上で，これらは今後の課題である.

謝　辞

本稿は統計数理研究所公募型共同利用(課題番号 28-共研-1004)，科研費(15H03402)および東京経済大学共同研究助成 D16-01 の助成を受けたものである. また，匿名レフリーからは多くの有益な指摘を頂いた. 記して感謝の意を表します.

表 3. 切断実現ボラティリティ比率の主な計測結果．TOPIX100 構成銘柄を株式コード順に並べている．計測期間：2014 年 7 月 22 日～10 月 27 日．

株式名	観測時間間隔（秒）				
	5	60	300	600	1800
国際石油開発帝石	0.011	0.299	0.368	0.364	0.407
大東建託	0.005	0.167	0.393	0.363	0.327
大和ハウス工業	0.021	0.309	0.410	0.411	0.400
積水ハウス	0.008	0.284	0.434	0.446	0.386
日揮	0.004	0.229	0.405	0.423	0.517
アサヒGHD	0.026	0.285	0.344	0.394	0.381
キリンHD	0.008	0.303	0.498	0.446	0.466
味の素	0.008	0.257	0.435	0.406	0.390
日本たばこ産業	0.041	0.313	0.398	0.392	0.349
セブン＆アイHD	0.057	0.333	0.394	0.433	0.493
東レ	0.021	0.244	0.389	0.413	0.438
旭化成	0.030	0.261	0.315	0.268	0.302
信越化学工業	0.032	0.320	0.389	0.410	0.436
三菱ケミカルHD	0.025	0.339	0.446	0.450	0.454
花王	0.053	0.328	0.382	0.363	0.396
武田薬品工業	0.047	0.267	0.367	0.342	0.506
アステラス製薬	0.014	0.247	0.315	0.297	0.316
エーザイ	0.029	0.260	0.355	0.339	0.357
第一三共	0.011	0.301	0.426	0.430	0.517
大塚HD	0.037	0.249	0.312	0.353	0.320
オリエンタルランド	0.013	0.186	0.300	0.301	0.331
富士フイルムHD	0.053	0.133	0.147	0.145	0.143
資生堂	0.014	0.341	0.482	0.432	0.532
JXHD	0.027	0.351	0.424	0.396	0.386
ブリヂストン	0.047	0.306	0.379	0.358	0.347
旭硝子	0.014	0.286	0.449	0.415	0.452
新日鉄住金	0.014	0.319	0.460	0.436	0.390
JFEHD	0.033	0.360	0.433	0.386	0.420
住友金属鉱山	0.014	0.242	0.346	0.386	0.399
住友電気工業	0.016	0.331	0.436	0.474	0.508
SMC	0.010	0.143	0.355	0.320	0.376
コマツ	0.038	0.363	0.420	0.423	0.435
クボタ	0.017	0.289	0.320	0.303	0.304
ダイキン工業	0.055	0.314	0.374	0.369	0.381
日立製作所	0.044	0.235	0.278	0.255	0.295
東芝	0.036	0.308	0.415	0.402	0.420
三菱電機	0.014	0.296	0.401	0.410	0.401
日本電産	0.051	0.266	0.355	0.332	0.410
富士通	0.052	0.372	0.435	0.385	0.288
パナソニック	0.010	0.280	0.429	0.344	0.394
ソニー	0.042	0.240	0.264	0.225	0.168
キーエンス	0.012	0.131	0.361	0.358	0.371
デンソー	0.041	0.264	0.297	0.312	0.328
ファナック	0.025	0.312	0.398	0.405	0.469
京セラ	0.032	0.279	0.342	0.318	0.367
村田製作所	0.015	0.227	0.278	0.284	0.288
日東電工	0.037	0.289	0.362	0.344	0.352
三菱重工業	0.050	0.307	0.344	0.316	0.339
日産自動車	0.015	0.220	0.300	0.296	0.229
いすゞ自動車	0.025	0.227	0.343	0.336	0.428

株式名	観測時間間隔（秒）				
	5	60	300	600	1800
トヨタ自動車	0.053	0.259	0.343	0.291	0.253
本田技研工業	0.062	0.325	0.378	0.358	0.387
スズキ	0.049	0.303	0.326	0.348	0.335
富士重工業	0.086	0.314	0.364	0.379	0.417
ニコン	0.008	0.263	0.407	0.339	0.279
HOYA	0.030	0.246	0.392	0.368	0.464
キヤノン	0.034	0.342	0.450	0.426	0.404
リコー	0.008	0.327	0.477	0.502	0.519
大日本印刷	0.001	0.154	0.381	0.420	0.461
任天堂	0.012	0.220	0.349	0.324	0.319
伊藤忠商事	0.007	0.226	0.327	0.332	0.355
丸紅	0.052	0.317	0.379	0.324	0.269
三井物産	0.016	0.265	0.355	0.376	0.342
東京エレクトロン	0.013	0.185	0.247	0.204	0.192
住友商事	0.006	0.129	0.156	0.137	0.083
三菱商事	0.022	0.301	0.358	0.358	0.310
ユニ・チャーム	0.022	0.211	0.325	0.310	0.381
イオン	0.006	0.173	0.312	0.296	0.256
三菱UFJFG	0.096	0.374	0.434	0.367	0.413
りそなHD	0.056	0.360	0.420	0.458	0.408
三井住友トラストHD	0.024	0.357	0.495	0.443	0.477
三井住友FG	0.124	0.377	0.436	0.408	0.463
横浜銀行	0.010	0.289	0.473	0.464	0.456
みずほFG	0.005	0.185	0.360	0.341	0.356
オリックス	0.016	0.355	0.515	0.477	0.477
大和証券G	0.056	0.381	0.461	0.431	0.413
野村HD	0.104	0.379	0.446	0.399	0.391
損保ジャパンHD	0.027	0.388	0.485	0.441	0.406
MS＆AD	0.032	0.383	0.467	0.479	0.445
第一生命	0.015	0.328	0.494	0.443	0.417
東京海上HD	0.058	0.413	0.465	0.422	0.392
T＆DHD	0.013	0.359	0.484	0.460	0.483
三井不動産	0.047	0.318	0.448	0.423	0.417
三菱地所	0.043	0.378	0.452	0.460	0.477
住友不動産	0.042	0.293	0.419	0.442	0.381
東日本旅客鉄道	0.039	0.333	0.412	0.408	0.467
西日本旅客鉄道	0.031	0.280	0.386	0.389	0.407
東海旅客鉄道	0.009	0.278	0.453	0.466	0.480
ヤマトHD	0.016	0.362	0.465	0.450	0.510
ANAHD	0.005	0.173	0.268	0.242	0.244
日本電信電話	0.051	0.344	0.375	0.325	0.356
KDDI	0.055	0.364	0.417	0.355	0.353
NTTドコモ	0.018	0.317	0.419	0.358	0.414
中部電力	0.007	0.226	0.327	0.332	0.355
関西電力	0.033	0.296	0.434	0.451	0.554
東京ガス	0.018	0.291	0.473	0.458	0.472
大阪ガス	0.009	0.233	0.441	0.450	0.474
セコム	0.024	0.303	0.401	0.358	0.339
ファーストリテイリング	0.039	0.255	0.345	0.362	0.429
ソフトバンクG	0.148	0.297	0.335	0.323	0.368

表 4. ゼロリターン比率. TOPIX100 構成銘柄を株式コード順に並べている. 計測期間：2014 年 7 月 22 日〜10 月 27 日.（単位：%）

株式名	観測時間間隔（秒）				
	5	15	30	60	120
国際石油開発帝石	16.18	2.00	0.29	0.05	0.04
大東建託	50.65	27.48	13.70	3.80	0.54
大和ハウス工業	25.02	6.65	1.88	0.60	0.19
積水ハウス	18.69	2.95	0.29	0.01	0.01
日揮	65.03	42.61	19.50	8.16	2.74
アサヒGHD	27.05	5.66	1.01	0.15	0.08
キリンHD	25.51	5.45	0.64	0.05	0.01
味の素	56.11	31.20	11.70	3.95	1.45
日本たばこ産業	15.56	1.78	0.26	0.03	0.03
セブン＆アイHD	20.14	3.39	0.65	0.14	0.06
東レ	44.11	17.56	5.54	1.22	0.18
旭化成	39.35	14.34	4.64	0.99	0.14
信越化学工業	30.46	8.59	2.60	0.50	0.16
三菱ケミカルHD	18.07	2.25	0.18	0.06	0.05
花王	21.34	3.71	0.71	0.16	0.03
武田薬品工業	22.86	4.04	0.81	0.10	0.01
アステラス製薬	11.47	0.90	0.12	0.06	0.04
エーザイ	34.22	10.46	2.92	0.60	0.21
第一三共	26.14	6.17	0.98	0.11	0.02
大塚HD	23.81	5.15	1.24	0.50	0.07
オリエンタルランド	51.86	24.35	11.31	3.50	1.08
富士フイルムHD	15.15	2.40	0.53	0.16	0.12
資生堂	24.40	4.90	0.75	0.03	0.02
JXHD	10.62	0.65	0.06	0.03	0.03
ブリヂストン	15.08	1.74	0.24	0.07	0.02
旭硝子	45.71	19.23	4.94	0.88	0.15
新日鉄住金	18.33	2.41	0.21	0.01	0.00
JFEHD	17.07	2.00	0.28	0.03	0.00
住友金属鉱山	47.54	21.45	6.89	1.88	0.51
住友電気工業	20.39	3.06	0.34	0.04	0.03
SMC	56.80	34.01	18.83	9.02	2.12
コマツ	14.27	1.81	0.23	0.05	0.03
クボタ	34.51	11.65	3.03	0.72	0.20
ダイキン工業	22.29	4.66	1.12	0.22	0.11
日立製作所	19.09	3.09	0.61	0.16	0.10
東芝	21.44	4.14	0.89	0.17	0.05
三菱電機	36.14	12.69	3.11	0.71	0.13
日本電産	24.14	5.39	1.32	0.44	0.10
富士通	23.37	4.43	0.97	0.18	0.08
パナソニック	11.16	0.75	0.07	0.02	0.02
ソニー	5.35	0.32	0.13	0.10	0.08
キーエンス	58.48	35.43	21.20	9.83	2.32
デンソー	20.40	3.49	0.81	0.23	0.13
ファナック	27.99	7.87	1.91	0.45	0.11
京セラ	27.97	6.93	1.69	0.33	0.12
村田製作所	30.19	8.42	2.89	0.49	0.19
日東電工	26.06	6.07	1.38	0.32	0.16
三菱重工業	22.06	3.99	0.80	0.16	0.10
日産自動車	8.28	0.50	0.12	0.08	0.07
いすゞ自動車	27.58	7.29	1.99	0.89	0.09

株式名	観測時間間隔（秒）				
	5	15	30	60	120
トヨタ自動車	5.47	0.44	0.12	0.07	0.07
本田技研工業	10.05	0.90	0.18	0.08	0.07
スズキ	22.27	4.72	1.39	0.32	0.11
富士重工業	11.57	1.45	0.37	0.17	0.12
ニコン	24.37	4.56	0.50	0.04	0.01
HOYA	29.23	8.10	2.05	1.30	0.04
キヤノン	16.48	2.07	0.32	0.05	0.03
リコー	18.66	2.35	0.16	0.01	0.01
大日本印刷	64.81	41.65	23.62	8.41	1.72
任天堂	39.53	14.24	4.52	0.80	0.19
伊藤忠商事	13.73	1.17	0.12	0.03	0.03
丸紅	15.99	2.66	0.54	0.11	0.05
三井物産	8.29	0.50	0.05	0.02	0.02
東京エレクトロン	41.09	16.63	4.28	1.11	0.41
住友商事	17.62	2.53	0.27	0.06	0.04
三菱商事	14.26	1.52	0.17	0.03	0.02
ユニ・チャーム	32.76	10.90	3.06	0.88	0.24
イオン	15.57	1.41	0.13	0.01	0.00
三菱UFJFG	1.83	0.09	0.06	0.05	0.05
りそなHD	9.22	0.66	0.18	0.11	0.09
三井住友トラストHD	26.03	5.99	1.33	0.23	0.10
三井住友FG	6.77	0.60	0.15	0.08	0.06
横浜銀行	50.40	23.88	7.39	1.85	0.38
みずほFG	2.35	0.01	0.00	0.00	0.00
オリックス	9.53	0.79	0.14	0.06	0.05
大和証券G	30.12	8.70	2.28	0.37	0.09
野村HD	5.46	0.25	0.08	0.05	0.05
損保ジャパンHD	32.69	9.45	2.59	0.52	0.12
MS＆AD	25.76	5.12	1.07	0.21	0.06
第一生命	13.52	1.38	0.14	0.04	0.04
東京海上HD	19.31	3.00	0.53	0.08	0.05
T＆DHD	23.04	4.50	0.53	0.10	0.04
三井不動産	39.06	14.54	4.76	1.27	0.40
三菱地所	36.95	12.77	3.88	0.91	0.33
住友不動産	47.10	22.33	8.78	2.66	0.82
東日本旅客鉄道	30.79	8.35	2.19	0.49	0.10
西日本旅客鉄道	35.95	10.93	3.19	0.81	0.11
東海旅客鉄道	46.05	20.24	5.38	1.36	0.36
ヤマトHD	31.25	8.27	1.57	0.22	0.07
ANAHD	32.20	9.60	1.57	0.14	0.04
日本電信電話	16.90	2.53	0.51	0.16	0.11
KDDI	16.50	2.40	0.50	0.15	0.09
NTTドコモ	13.30	1.23	0.17	0.02	0.01
中部電力	13.73	1.17	0.12	0.03	0.03
関西電力	25.86	5.51	0.77	0.09	0.04
東京ガス	40.59	14.24	4.59	0.78	0.12
大阪ガス	46.59	18.89	6.88	1.46	0.26
セコム	38.71	14.20	4.88	1.15	0.29
ファーストリテイリング	43.41	19.06	6.96	2.21	0.67
ソフトバンクG	3.13	0.47	0.22	0.14	0.09

表 5．切断実現ボラティリティに対する回帰分析の結果．TOPIX100 構成銘柄を株式コード順に並べている．各回帰係数は 1 万倍して表示している．

株式名	定数項		観測時間間隔		ゼロリターン比率		決定係数
	回帰係数	P 値	回帰係数	P 値	回帰係数	P 値	
国際石油開発帝石	11.478	0.144	5.279	0.002	-1.394	0.035	0.784
大東建託	3.438	0.640	4.481	0.003	-0.295	0.058	0.877
大和ハウス工業	23.231	0.005	2.719	0.052	-1.181	0.004	0.803
積水ハウス	-3.024	1.520	4.825	0.000	-0.348	0.240	0.858
日揮	6.474	0.141	3.843	0.000	-0.230	0.002	0.962
アサヒGHD	7.942	0.012	3.005	0.000	-0.441	0.004	0.908
キリンHD	-0.283	1.049	4.280	0.000	-0.346	0.137	0.835
味の素	6.488	0.144	3.698	0.000	-0.262	0.003	0.942
日本たばこ産業	14.219	0.001	1.243	0.079	-0.935	0.007	0.705
セブン＆アイHD	11.082	0.000	1.960	0.000	-0.544	0.000	0.922
東レ	5.551	0.007	1.603	0.000	-0.174	0.001	0.929
旭化成	9.349	0.014	2.542	0.001	-0.324	0.005	0.897
信越化学工業	11.713	0.000	1.958	0.001	-0.459	0.000	0.915
三菱ケミカルHD	11.486	0.064	5.453	0.000	-1.057	0.022	0.851
花王	12.653	0.000	2.027	0.001	-0.629	0.002	0.865
武田薬品工業	4.699	0.000	0.907	0.000	-0.203	0.002	0.896
アステラス製薬	10.422	0.050	3.573	0.002	-1.452	0.023	0.787
エーザイ	8.579	0.001	1.560	0.001	-0.289	0.001	0.910
第一三共	3.272	0.297	2.998	0.000	-0.362	0.023	0.880
大塚HD	15.810	0.000	2.990	0.000	-0.748	0.000	0.919
オリエンタルランド	2.343	0.242	2.933	0.000	-0.129	0.005	0.968
富士フイルムHD	24.116	0.000	1.389	0.069	-1.022	0.007	0.733
資生堂	12.980	0.057	4.046	0.004	-0.910	0.013	0.814
JXHD	14.374	0.016	2.083	0.056	-1.632	0.029	0.631
ブリヂストン	10.551	0.001	1.470	0.010	-0.731	0.007	0.776
旭硝子	10.231	0.038	2.477	0.008	-0.343	0.006	0.861
新日鉄住金	4.093	0.341	4.198	0.000	-0.650	0.043	0.853
JFEHD	12.247	0.015	3.892	0.000	-1.019	0.010	0.848
住友金属鉱山	5.450	0.355	6.789	0.000	-0.371	0.012	0.942
住友電気工業	3.920	0.343	4.872	0.000	-0.628	0.025	0.894
SMC	10.088	0.191	4.313	0.004	-0.356	0.012	0.924
コマツ	17.075	0.000	1.459	0.049	-1.282	0.002	0.775
クボタ	13.615	0.034	4.654	0.001	-0.669	0.004	0.898
ダイキン工業	12.532	0.001	3.254	0.000	-0.606	0.002	0.919
日立製作所	10.625	0.001	2.649	0.000	-0.589	0.005	0.886
東芝	11.052	0.004	3.069	0.000	-0.662	0.004	0.887
三菱電機	9.111	0.051	4.518	0.000	-0.493	0.003	0.928
日本電産	10.280	0.000	3.106	0.000	-0.486	0.001	0.939
富士通	34.167	0.001	1.931	0.231	-1.493	0.005	0.701
パナソニック	0.658	0.883	4.198	0.000	-0.750	0.178	0.794
ソニー	17.172	0.001	3.723	0.000	-3.322	0.007	0.845
キーエンス	5.473	0.205	2.973	0.001	-0.190	0.013	0.941
デンソー	11.416	0.001	2.124	0.001	-0.606	0.003	0.864
ファナック	8.843	0.003	3.698	0.000	-0.503	0.000	0.954
京セラ	12.464	0.001	1.277	0.027	-0.494	0.001	0.835
村田製作所	10.994	0.079	3.457	0.006	-0.652	0.015	0.827
日東電工	12.703	0.006	3.485	0.000	-0.618	0.005	0.885
三菱重工業	16.643	0.000	2.352	0.003	-0.747	0.002	0.851
日産自動車	1.508	0.582	2.402	0.000	-0.636	0.171	0.776
いすゞ自動車	8.682	0.104	5.859	0.000	-0.660	0.010	0.919

株式名	定数項		観測時間間隔		ゼロリターン比率		決定係数
	回帰係数	P 値	回帰係数	P 値	回帰係数	P 値	
トヨタ自動車	6.399	0.001	1.170	0.001	-1.128	0.011	0.808
本田技研工業	12.612	0.000	1.098	0.020	-1.107	0.002	0.780
スズキ	26.290	0.000	1.822	0.029	-1.109	0.000	0.857
富士重工業	22.257	0.000	3.136	0.000	-1.517	0.002	0.874
ニコン	6.843	0.204	3.608	0.002	-0.613	0.035	0.798
HOYA	23.793	0.000	2.031	0.025	-0.905	0.000	0.877
キヤノン	7.373	0.000	0.617	0.035	-0.465	0.001	0.802
リコー	-5.302	1.659	6.601	0.000	-0.401	0.298	0.861
大日本印刷	-1.125	1.208	3.678	0.000	-0.126	0.055	0.940
任天堂	7.633	0.095	4.373	0.000	-0.411	0.005	0.924
伊藤忠商事	2.451	0.538	2.895	0.001	-0.613	0.123	0.744
丸紅	12.131	0.000	0.851	0.072	-0.704	0.002	0.771
三井物産	4.647	0.120	2.033	0.002	-0.979	0.052	0.749
東京エレクトロン	9.634	0.003	1.989	0.001	-0.315	0.001	0.914
住友商事	0.265	0.903	2.214	0.000	-0.257	0.123	0.842
三菱商事	7.771	0.015	1.878	0.003	-0.752	0.012	0.790
ユニ・チャーム	9.502	0.003	3.103	0.000	-0.421	0.001	0.943
イオン	-6.271	2.000	3.132	0.000	0.079	1.540	0.951
三菱UFJFG	8.860	0.000	2.434	0.000	-3.698	0.019	0.886
りそなHD	27.405	0.000	2.280	0.042	-2.755	0.004	0.740
三井住友トラストHD	15.924	0.009	4.087	0.001	-0.900	0.003	0.875
三井住友FG	13.403	0.000	1.882	0.000	-1.297	0.007	0.852
横浜銀行	17.479	0.031	2.510	0.073	-0.501	0.005	0.830
みずほFG	-4.265	1.995	2.192	0.000	0.354	1.353	0.879
オリックス	11.685	0.169	5.458	0.003	-2.363	0.057	0.741
大和証券G	22.898	0.000	1.248	0.122	-0.714	0.001	0.827
野村HD	16.124	0.000	2.592	0.000	-1.986	0.007	0.858
損保ジャパンHD	35.347	0.000	0.729	0.612	-1.196	0.001	0.763
MS＆AD	31.284	0.001	1.556	0.262	-1.326	0.002	0.739
第一生命	10.128	0.090	3.743	0.003	-1.286	0.032	0.766
東京海上HD	28.924	0.000	-0.010	1.009	-1.336	0.001	0.692
T＆DHD	9.661	0.172	6.355	0.000	-0.988	0.016	0.870
三井不動産	19.364	0.000	2.131	0.011	-0.517	0.001	0.893
三菱地所	19.107	0.000	2.974	0.002	-0.597	0.000	0.914
住友不動産	18.164	0.001	3.005	0.002	-0.436	0.001	0.931
東日本旅客鉄道	10.857	0.000	1.623	0.002	-0.404	0.001	0.895
西日本旅客鉄道	6.950	0.012	2.100	0.000	-0.264	0.005	0.900
東海旅客鉄道	1.498	0.697	3.982	0.000	-0.213	0.030	0.920
ヤマトHD	12.448	0.007	3.480	0.000	-0.618	0.001	0.905
ANAHD	-2.030	1.553	3.382	0.000	-0.147	0.141	0.909
日本電信電話	18.653	0.000	1.488	0.036	-1.090	0.001	0.807
KDDI	24.917	0.000	1.307	0.162	-1.432	0.002	0.744
NTTドコモ	9.602	0.034	1.989	0.022	-1.040	0.024	0.697
中部電力	2.451	0.538	2.895	0.001	-0.613	0.123	0.744
関西電力	11.383	0.048	7.576	0.000	-0.749	0.010	0.929
東京ガス	12.773	0.065	3.275	0.013	-0.507	0.014	0.824
大阪ガス	2.629	0.705	4.983	0.001	-0.295	0.091	0.855
セコム	16.942	0.000	0.479	0.471	-0.477	0.001	0.818
ファーストリテイリング	10.095	0.000	2.471	0.000	-0.235	0.000	0.974
ソフトバンクG	23.431	0.000	2.148	0.005	-4.227	0.013	0.797

参　考　文　献

Aït-Sahalia, Y. and Jacod, J. (2012). Analyzing the spectrum of asset returns: Jump and volatility components in high frequency data, *Journal of Economic Literature*, **50**(4), 1007–1050.

Aït-Sahalia, Y. and Jacod, J. (2014). *High-frequency Financial Econometrics*, Princeton University Press, New Jersey.

Andersen, T. G., Bollerslev, T., Diebold, F. X. and Labys, P. (2003). Modeling and forecasting realized volatility, *Econometrica*, **71**(2), 579–625.

Andersen, T. G., Bollerslev, T. and Diebold, F. X. (2007). Roughing it up: Including jump components in the measurement, modeling and forecasting of return volatility, *The Review of Economics and Statistics*, **89**(4), 701–720.

Bachelier, L. (1900). Théorie de la spéculation, *Annales scientifiques de l'École Normale Supérieure*, **3**(17), 21–86.

Bandi, F. M. and Russell, J. R. (2006). Separating microstructure noise from volatility, *Journal of Financial Economics*, **79**(3), 655–692.

Bandi, F. M. and Russell, J. R. (2008). Microstructure noise, realized variance, and optimal sampling, *Review of Economic Studies*, **75**(2), 339–369.

Barndorff-Nielsen, O. E. and Shephard, N. (2006). Econometrics of testing for jumps in financial eco-

nomics using bipower variation, *Journal of Financial Econometrics*, **4**(1), 1–30.

Black, F. and Scholes, M. (1973). The pricing of options and corporate liabilities, *The Journal of Political Economy*, **81**(3), 637–654.

Gatheral, J. and Oomen, R.C.A. (2010). Zero-intelligence realized variance estimation, *Finance and Stochastics*, **14**(2), 249–283.

Hansen, P. R. and Lunde, A. (2006). Realized variance and market microstructure noise, *Journal of Business and Economic Statistics*, **24**(2), 127–161.

林高樹 (2010). 高頻度データとはなにか, 証券アナリストジャーナル, **48**(1), 56–66.

久田祥史 (2003). ジャンプ拡散過程を用いたオプション価格付けモデルについて, 金融研究, **22**(別冊 1), 51–85.

Lee, S. and Mykland, P. A. (2008). Jumps in financial markets: A new nonparametric test and jump dynamics, *The Review of Financial Studies*, **21**(6), 2535–2563.

Mancini, C. (2001). Disentangling the jumps of the diffusion in a geometric jumping brownian motion, *Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari*, **64**(1), 19–47.

増田弘毅, 森本孝之 (2009). 高頻度データ系列におけるジャンプ検出の実証分析, 日本統計学会誌, **39**(1), 33–63.

Merton, R. C. (1973). Theory of rational option pricing, *Bell Journal of Economics and Management Science*, **4**(1), 141–183.

Merton, R. C. (1976). Option pricing when underlying stock returns are discontinuous, *Journal of Financial Economics*, **3**(1-2), 125–144.

Osborne, M. F. M. (1959). Brownian motion in the stock market, *Operations Research*, **7**(2), 145–173.

柴田舞 (2008). 高頻度データによるボラティリティの推定：Realized volatility のサーベイと日本の株価指数および株価指数先物の実証分析, 金融研究, **27**(1), 1–54.

Shimizu, Y. (2003). Estimation of diffusion processes with jumps from discrete observations, Master Thesis, Graduate School of Mathematical Sciences, The University of Tokyo.

Zhang, L., Mykland, P. A. and Aït-Sahalia, Y. (2005). A tale of two time scales: Determining integrated volatility with noisy high-frequency data, *Journal of the American Statistical Association*, **100**(472), 1394–1411.

Estimating Truncated Realized Volatility and Time Interval: Evidence from Japanese Stock Market

Yasushi Yoshida

Faculty of Business Administration, Tokyo Keizai University

Many studies document jumps that are significant in asset returns by analyzing high-frequency data. The estimator of realized volatility is biased by the jumps. Truncated realized volatility is proposed to solve this problem. In this paper, the realized volatilities and the truncated realized volatilities of 100 Japanese stocks are estimated using high-frequency data from July 22$^{\mathrm{nd}}$ to October 27$^{\mathrm{th}}$, 2014 at a sampling interval of from 5 to 1800 seconds. The conclusion is that Brownian motion does not dominate each stock price process. However, the truncated realized volatility become progressively smaller with decreasing sampling interval. Zero return is only one factor affecting the decreasing truncated realized volatility. Choosing the optimal sampling interval and threshold level to estimate accurate truncated realized volatility is a remaining issue.

Key words: Truncated realized volatility, high-frequency data, jump diffusion process, sampling interval, micro-price, TOPIX100.