

# 東京証券取引所における高速な注文反応の分析

田代 雄介<sup>†</sup>・川口 宗紀<sup>†</sup>

(受付 2016 年 7 月 15 日；改訂 12 月 27 日；採択 2017 年 1 月 23 日)

## 要 旨

近年の株式市場では、高頻度取引の存在感が世界的に増している。東京証券取引所でも、高頻度取引のシェアは年々増加してきている。また、2015 年 9 月には売買システムがリニューアルされ、より高速な取引が可能になった。本稿では、東京証券取引所における高頻度な注文行動を分析するために、直前の注文との時間間隔が短い注文に注目し、その特徴について議論する。また、時間間隔が短い注文の原因となる高速な注文反応がリニューアル前後で変化したのかについても合わせて言及する。分析の結果、短間隔で発注される注文は成行注文のようなインパクトの大きな注文後に連続しやすいこと、特にリニューアル後においてこの傾向が高まっていることなどが分かった。また、異なる注文タイプ間の注文反応を多次元 Hawkes 過程でモデル化し、その推定を行ったところ、注文に瞬時に反応する参加者と 10 ミリ秒程度遅れて反応する参加者がいることが観察された。特に後者の参加者について、リニューアル後における一部の注文タイプの発注頻度の向上、銘柄の板の特徴量に応じた注文行動の変化、といった注文行動の特徴を発見した。

キーワード：マーケット・マイクロストラクチャー、高頻度取引、注文行動、多次元 Hawkes 過程。

## 1. はじめに

近年の株式市場では、高頻度取引(HFT)と呼ばれる高速な取引が世界的に存在感を増している。日本では、2010 年 1 月に arrowhead と呼ばれる高速な株式売買システムが東京証券取引所に導入されたのを機に、高頻度取引のシェアが伸びている。現在では売買代金の 40%程度が高頻度取引を実現するためのコロケーションサービスを通して発注されていると言われている。こうした高頻度取引の台頭、コンピュータの発展による機械的な取引の増加などに伴い、市場での注文行動もまた変化してきている。

高頻度取引が市場に与える影響については、新井(2012)、宇野・柴田(2012)、中山・藤井(2013)など日本でも多くの研究が行われている。一方で、東京証券取引所における高頻度取引の注文行動に関する実証分析は多くない。これは、どの注文が高頻度取引で出されたものかを入手可能なデータから特定するのが難しいためである。注文行動を分析した先行研究としては、保坂(2014)が売買参加者別に割り当てられた仮想サーバのデータを用いて高頻度取引による注文を推定し、高頻度取引の注文の特徴を示している。また、川口・田代(2015)は隣り合う注文の時間間隔に注目し、時間間隔が短い注文を高頻度取引によるものと推定することで、高頻度取引の特徴を分析している。

<sup>†</sup>株式会社三菱 UFJ トラスト投資工学研究所：〒 107-0052 東京都港区赤坂 4-2-6

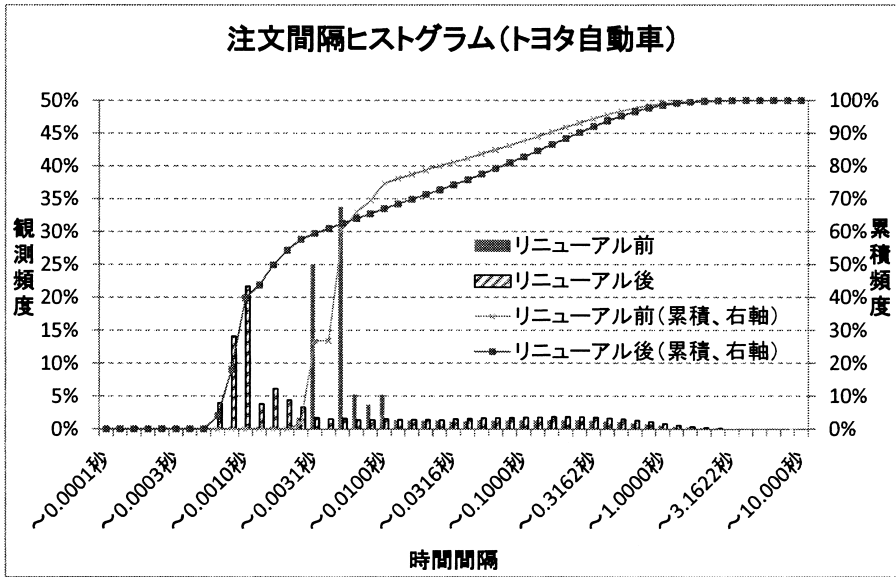


図 1. 売買システムのリニューアル前後における、トヨタ自動車株で生じた注文の時間間隔のヒストグラム。横軸は注文の時間間隔(対数スケール)、縦軸はその時間間隔で観測された注文の割合を表す。また、集計期間は 2015 年 7 月 1 日～2015 年 12 月 29 日である。

本稿は川口・田代 (2015) と同様に注文の時間間隔(注文間隔)に注目し、注文速度を意識した高速な注文を行う売買参加者の注文行動を捉えるための実証分析を行う。川口・田代 (2015) と異なる点の 1 つは、売買システムの変更注目した分析を行っている点である。東京証券取引所では、2015 年 9 月に売買システムのリニューアルが行われ、注文処理速度が高速化した。その影響の一例として、図 1 にトヨタ自動車株における注文の時間間隔のヒストグラムを示した。図 1 から、数ミリ秒以下の短い間隔で出される注文が、システムのリニューアル後により短い間隔で発注されるようになってきていること、それ以外の頻度分布に大きな違いはないことが見てとれる。これは、短い時間間隔で出される注文の多くが、偶然短い間隔になったのではなく、直前の注文に素早く反応した発注である、すなわち高速性を意図した発注であることを示している。本稿では、短い間隔の注文の特徴を示すとともに、リニューアルの前後で注文行動に差異が表れたのかを分析する。

川口・田代 (2015) と異なるもう 1 点は、成行、指値といった注文タイプ別に注文間隔を分析している点である。直前の注文に素早く反応する参加者は、全ての注文に反応するのではなく、特定の注文に反応し、売買アルゴリズムにしたがった行動をとっていると考えられる。そこで、注文タイプ別に注文間隔を分析することで、注文に反応する参加者の注文行動の特徴を捉える。

以下に、本稿の構成について記す。まず 2 章では、注文行動を理解する上で必要となる、東京証券取引所の売買制度や、マーケットの参加者について整理を行う。3 章では、高頻度取引や注文行動についての先行研究について述べる。続く 4 章で、分析に用いるデータならびに注文の分類について述べる。5 章で分析結果を示す。分析結果は大きく 2 つに分かれる。まず前半で、直前の注文との時間間隔が短い短間隔注文に注目し、短間隔注文の特性や、リニューアル前後での差異について述べる。後半では、注文タイプ別に注文間隔を分析し、タイプ毎の特徴的な注文行動を示す。6 章でまとめと今後の課題について述べる。

## 2. 売買システムと売買参加者

本節では、東京証券取引所の注文行動を理解する上で重要となる、売買システムならびに売買参加者について整理を行う。

### 2.1 東京証券取引所の売買システム

本節では、東京証券取引所(以下、東証)の売買システムについて、注文速度の観点からまとめる。内容は東証が公開している情報に基づいている。

東証では、2010年1月に arrowhead と呼ばれる株式売買システムが導入され、東証内部での注文応答時間、外部への板や注文の情報配信時間が高速化された。また、2015年9月24日の arrowhead リニューアルにより処理能力が向上し、注文応答時間、情報配信時間はさらに高速化した。リニューアル前後の処理速度を比較したのが表1であり、リニューアルにより処理時間が半分以下に短縮されたのが見てとれる。

現在の東証の売買において重要な役割を果たしているのが、コロケーションサービスである。コロケーションサービスは、東証のプライマリーサイト内にあるコロケーションエリアに、売買参加者や情報ベンダーの機器を設置できるサービスである。コロケーションエリアを利用する売買参加者は、設置した機器にあらかじめ売買アルゴリズムを設定しておくことで、外部への情報配信時間を待たずに売買を行うことが可能になる。また、コロケーションエリアと arrowhead との間では片道4.7マイクロ秒で通信を行うことができる。そのため、高頻度取引を行う参加者はコロケーションを利用することで高速な売買を実現できる。

コロケーションサービスとは別に、東証は、プロキシミティサービスと呼ばれるサービスも提供している。これは、東証内部にあるアクセスポイントに機器を設置することで、売買システムとの通信時間を260マイクロ秒程度に短縮可能とするサービスである。プロキシミティサービスはコロケーションよりは遅いが、利用することでそれ以外の一般の売買参加者よりは高速な注文が実現できる。

コロケーションサービス利用者と一般の売買参加者の注文フロー、ならびにコロケーションが注文速度に与える影響を図示したのが図2である。コロケーションを利用した売買参加者は、市場の変化に対し数マイクロ秒で反応し、アルゴリズムに従い注文を出すことができる。一方、サービスを何も利用しない一般の売買参加者は、情報を受け取るまでに1ミリ秒以上の所要時間を必要とするため、市場変化に対し反応して発注するのに時間がかかる。東証による情報伝達時間以外の物理的な通信距離なども考慮すると、市場変化に反応して発注された注文がシステムに到着するまでには少なくとも数ミリ秒は要すると考えられる。なお、リニューアル前後で比較すると、注文応答時間、情報伝達時間が短縮されたことにより、コロケーション利用者、それ以外の売買参加者ともに市場変化から注文到着にかかる時間は短縮されているといえる。

### 2.2 売買参加者と注文行動

市場にどのような売買参加者がいるのか、またそれぞれがどのような注文行動をとっている

表1. リニューアル前後での注文処理時間の差異。数値は東京証券取引所ホームページ(URL: <http://www.jpx.co.jp/corporate/news-releases/0060/20150924-01.html>)を参照した。

	リニューアル前	リニューアル後
注文応答時間	約1.0ミリ秒	0.5ミリ秒未満
情報配信時間	約2~2.5ミリ秒	1.0ミリ秒未満

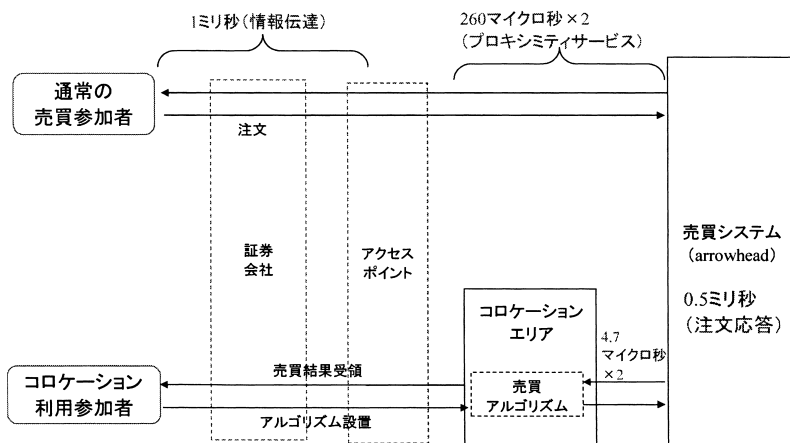


図 2. コロケーションサービス利用者とそれ以外の売買参加者の注文フロー，ならびにコロケーションサービスが注文速度に与える影響。図中の所要時間はリニューアル後の数値を用いている。東京証券取引所ホームページ (URL: <http://www.jpx.co.jp/systems/network/>) を元に作成。

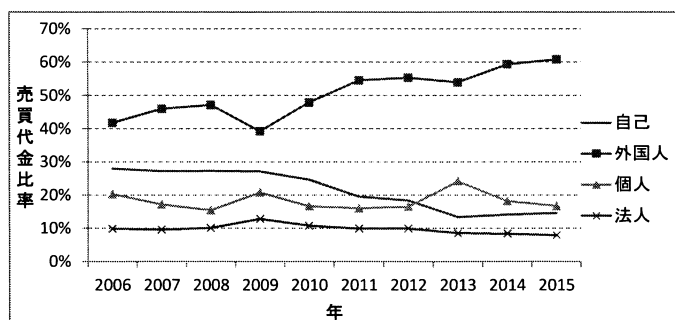


図 3. 東京証券取引所の売買取金主体別の売買取金比率。図中の「自己」は自己売買を行う参加者を表す。データは東京証券取引所ホームページ (URL: <http://www.jpx.co.jp/markets/statistics-derivatives/sector/>) を参照した。

かを知るのには、注文行動を分析し理解する上で重要である。本節では、売買参加者と注文行動について整理を行う。

市場における売買主体は、証券会社自身による売買(自己売買)を行う参加者と、証券会社が仲介する売買(委託売買)を行う参加者に分けられる。委託売買を行う参加者の中でさらに、個人で売買を行う個人投資家、顧客から預かった資金を運用するような金融機関や企業で構成される法人投資家、海外から注文を行う外国人投資家などに分類される。図 3 は、東証の売買主体別の売買取金シェアを表したものである。図 3 から、外国人投資家の売買取金シェアが非常に高いことが見てとれる。コロケーションを通じた売買取金シェアが 40% 程度あることから、ある程度の外国人投資家はコロケーションを利用していると考えられる。外国人投資家は投資地域による分類であり、その中身はヘッジファンド、年金基金など複数の主体から構成されるため、どの主体がコロケーションを利用しているかは分からない。ただし外国人投資家のうち、個人の割合は 1% 以下であり、ほとんどが法人であることは東証のデータで示されている。

以下では国内投資家の属性に基づいて、各投資家の特徴を見ていく。特に高速売買に関係する注文に焦点を当てて見ていく。

個人投資家は、各個人が売買を望む銘柄に対する注文を証券会社に発注する。選択できる注文方法は証券会社毎に異なるが、多くの証券会社では、即時に市場に指値または成行注文を発注する通常注文以外に、引け注文のような時間を指定した注文、株価をトリガーとする逆指値注文などを選択できる。このうち、高速売買との関係が強いのは逆指値注文である。逆指値注文は、株価をトリガーとして予め発注してあるため、株価が指定した価格に達したら即座に自動的に執行される。そのため、注文の応答速度が高速化することの影響を受けると考えられる。実際、個人向け証券会社の一部はコロケーションサービスを導入するなどの動きをとっている。だが、そのような一部注文を除けば、個人投資家の注文のコロケーション利用率は低い。

法人投資家は、年金基金、投資信託、ヘッジファンド、プロップファーム(自己資金による運用会社)など数種類の投資家にさらに分けられる。このうち年金基金、投資信託などは長期的な運用を行う投資家である。彼らの売買の特徴の1つに、一回の注文金額が大きいことが挙げられる。市場流動性に比べて大きい金額の注文を一度に市場で執行しようとする、マーケットインパクトにより不利な価格で約定することになる。そのため、機関投資家が注文執行する際には、注文を分割して少しずつ市場に発注する方法、市場には発注せず証券会社を介して相対で売買する方法、などがよく取られる。このうち高速取引と直接関係するのは、前者の分割発注である。分割発注は、現在では証券会社が提供するアルゴリズム取引で行われることが多い。アルゴリズム取引については杉原(2011)などに詳しい。

アルゴリズム取引での1件1件の売買は、売買目的に応じて予め設定されたアルゴリズムに基づいて自動的に行われる。そのため、逆指値のような発注ロジックがアルゴリズムに含まれていれば、やはり注文の応答速度が高速化することの影響を受けると考えられる。特に、最良気配の変化に応じて機動的に注文を変化させる peg 取引などは、ある注文に反応して注文を出すことが多いと考えられるため、高速化の影響を受ける。アルゴリズム取引がコロケーションを通して行われているかどうかは、アルゴリズムを提供する証券会社次第であり、不明である。だが、高速売買ではなく分割発注を目的とすることを考慮すると、アルゴリズム取引を利用して長期的な運用を行う投資家のコロケーション利用率は高くはないと考えられる。

一方、ヘッジファンドやプロップファーム(自己資金による運用会社)は、年金基金などよりも機動的な売買を行う。例えば、上昇トレンドにある株式を短期で売買し、株価上昇の利益を得るような取引が挙げられる。彼らの中には、高頻度取引を中心とした運用会社もある。高頻度取引の戦略については Gomber et al. (2011)などで述べられているが、詳しい実態は分かっていないものも多い。その中で有名な戦略としては、マーケットメイク戦略、統計的裁定取引戦略などがある。このうち、マーケットメイク戦略は売り買い両側の指値注文を発注して市場に流動性を供給し、スプレッド分の利益を得る手法である。マーケットメイク戦略においては、同戦略をとる他の投資家に対していかに先んじて注文を出すか、という注文速度の優劣は非常に重要であり、したがって応答速度高速化の影響は非常に大きいといえる。また、高頻度取引を行う運用会社のコロケーション利用率は当然非常に高いと予想される。

自己の投資家は、自己資金で売買を行う証券会社のディーラーである。売買の目的としては、証券会社が顧客と売買するための株式の在庫管理、短期的な取引によるキャピタルゲイン獲得などが挙げられる。個々の売買については、マーケットメイクなど複数の戦略をとっていると考えられる。

以上をまとめると、高頻度取引以外の売買参加者もアルゴリズム取引を行っており、注文に対して高速に反応する注文は高頻度取引だけではないことが分かる。ただし、コロケーションサービスの利用有無によって、その反応速度は異なると考えられる。なお、世の中ではコロケー

ションサービス = 高頻度取引, といった文脈でコロケーションが語られることも多いが, 上で述べたようにそれ以外の参加者もコロケーションを用いている可能性があることに注意されたい。

### 3. 先行研究

本稿は, 高頻度取引に関する注文行動について分析を行う。そこで本節では, 高頻度取引ならびに注文行動について, 先行研究との関係を述べる。本稿で分析対象とする短い時間間隔で出される注文は, 高頻度取引と関係がある可能性が高い。そこで本節では, 高頻度取引ならびに注文行動について, 先行研究との関係を述べる。なお, 本稿における高頻度取引は, 保坂 (2014) でまとめられているような特徴を有する注文を指している。

まず, 高頻度取引に関する先行研究について整理する。1 章で述べたように, 高頻度取引の研究における難しい点の 1 つは, 分析対象となる高頻度取引による注文がどの注文であるかを判断する方法である。1 つのアプローチとして, 各注文が高頻度取引かどうかの ID がついたデータを用いる方法が挙げられる。例えば, NASDAQ のティックデータには注文主体を示す ID がついており, 高頻度取引業者による注文を特定した分析が可能となっている。また, 保坂 (2014) や Bellia et al. (2016) では発注者が用いたサーバーの ID が付与されたデータを用い, サーバーを通した注文の特性から高頻度取引を定義している。しかし, こうしたデータは必ずしも入手可能ではない。

別のアプローチとしては, 高頻度取引として出されている注文を何らかの方法で推定することが挙げられる。こちらは, 高頻度取引の特徴に基づいて代替指標を作成したり, 各注文を分類したりすることによって, 挙動を分析するアプローチである。例えば Hasbrouck and Saar (2013) は, 高頻度取引によるアルゴリズムが生じさせていると思われる売買注文の列 (strategic runs) に注目した。彼らは, 指値とキャンセルとが短期間のうちに繰り返される現象があることを発見し, これを strategic runs と呼んだ。そして, strategic runs の多さを高頻度取引の多さの代替指標として分析を行った。

Latza et al. (2014) では直前の売買との取引間隔に注目し, その売買行動について分析している。彼らは 50 ミリ秒以下の取引を fast, その中でも約定したものを fast aggressive trade と定義した。分析の結果, fast trade はそれ以外の取引よりも売買コストが小さく, 恒久的な価格インパクトをもたらさないという結果を得ている。また, fast trade の一部が価格操作をしている可能性があるとして述べている。川口・田代 (2015) では, 直前の注文との間隔によって注文を分類し, 直前の注文との間隔が短い注文が価格変化時の価格インパクトを増幅させるトレンドフォロワ的な傾向があることなど, 高速な注文の特性を分析している。本稿もこのアプローチに従っている。

次に, 注文行動に関する先行研究について述べる。投資家の注文行動に関する先行研究は古くから行われており, 例えば Hasbrouck (1991) は過去の注文の売買方向が価格リターンにどのような影響を与えるかを, VAR モデルを用いて分析している。こうした注文行動に関する分析は, データが充実してきた近年になって特に研究が進んできている。

近年の研究の流れの 1 つに, 注文タイプの拡張, 過去のフローのモデルへの導入などにより, より現実の事象を捉えるアプローチがある。Eisler et al. (2012) は成行注文以外に指値注文, キャンセル注文も市場イベントとして定義し, そのフローが価格に与える影響を分析している。Cont et al. (2013) も成行注文, 指値注文, キャンセル注文のデータを用いて, オーダーフローの偏りと価格変化との関係を分析している。Taranto et al. (2016a, 2016b) では, 成行注文を価格変化を起こす注文とそれ以外に分け, 価格インパクトに与える差異を分析している。

また, オーダーフローの影響を Hawkes 過程を用いて表現するアプローチも近年盛んである。

実証研究も活発に行われており、Bacry and Muzy (2014), Bacry et al. (2016)は多次元 Hawkes 過程のノンパラメトリックな推定方法を提案し、成行注文、指値注文など複数の注文タイプの相互作用を分析している。Toke and Pomponio (2012)は trades-through と呼ばれる大きなサイズの成行注文の影響を Hawkes 過程でモデル化している。Rambaldi et al. (2016)は、注文のボリュームに応じた注文影響力の違いを多次元 Hawkes 過程を用いて分析している。Martins and Hendricks (2016)は、多次元 Hawkes 過程のパラメトリックなモデル化を行い、価格変化指値注文、成行注文など複数の注文タイプの相互作用について推定や検定を行っている。本稿では、Hawkes 過程を用いた注文タイプ間の時間間隔についての実証分析を行い、東証における注文行動の特徴を明らかにする。

#### 4. データ

本節では、分析に用いるデータならびに注文分類について説明する。

##### 4.1 データ

本稿では、東証が提供している FLEX Full ヒストリカルデータを用いる。データには、各日における各銘柄の板の変化情報が、変化が起こる毎に記録されており、市場の開始時点から順にデータを追っていくことで各時点の全ての価格の板を再現可能である。対象とするデータ期間は 2015 年 7 月 1 日～12 月 29 日の 121 日間であり、arrowhead がリニューアルされた 9 月 24 日の前後でデータを分ける。以下では、2015 年 7 月 1 日～9 月 18 日(56 日間)を Pre 期間、9 月 24 日～12 月 29 日(65 日間)を Post 期間と呼ぶことにする。

データに記録されている主な情報としては

- 時刻
- 板が変化した価格
- 板の変化後の注文数量
- 約定量
- 約定価格

がある。時刻については、Pre 期間ではミリ秒単位、Post 期間では 100 マイクロ秒(0.1 ミリ秒)単位で記録されている。

同一時刻に複数の注文が同時に処理されることは、寄り引けなどの例外的なケースを除いては存在しない。したがって、隣り合う注文の最短の時間間隔は、Pre 期間では 1 ミリ秒、Post 期間では 0.1 ミリ秒となる。また、データには寄り前や寄り付きを含む全注文が記録されているが、本稿ではザラ場中のデータのみを分析対象とする。

データの特徴の 1 つとして、最良気配だけでなく、全ての板情報が含まれていることが挙げられる。そのため、指値注文が出されたとき、その注文が新規に出されたものなのか、すでに発注していた注文を修正したものなのかを区別することが可能である。

一方で、ID 情報など注文を誰が出したかを特定できる情報はデータに含まれない。また、板の変化情報しか含まれないため、注文が約定したとき、その注文が価格を指定して出された指値注文として発注されたのか、価格を指定しない成行注文として発注されたのかも、原則として区別できない。そのため本稿では、上記のように発注されて即座に約定した注文は全て成行注文と見なし、それ以外で板数量を増加させた注文を指値注文と便宜上呼ぶことにする。

最後に分析対象銘柄について述べる。分析対象銘柄は、TOPIX500 に含まれる銘柄のうち、期間中に上場廃止がなく、かつ分析期間中に呼値単位の変更が起こらなかった銘柄のみとする。

表 2. 分析対象銘柄の特徴量の銘柄間分布. 分析対象 377 銘柄について, 平均値やパーセントイル点を計算している.

	Pre 期間			Post 期間		
	スプレッド	デプス	ティック数	スプレッド	デプス	ティック数
平均値	1.89	6.13	39602	1.76	7.08	41522
最小値	1.00	1.25	2688	1.00	1.48	4018
最大値	8.21	57.09	582395	6.93	85.22	493197
25%ile 点	1.34	2.73	13450	1.28	3.03	14238
50%ile 点	1.66	3.94	22889	1.55	4.33	24638
75%ile 点	2.09	6.36	43188	1.96	6.90	49413

ここで呼値についての制約を課すのは, 注文行動がスプレッドや板の厚さに影響を受けるためである. 呼値単位が変わると, その銘柄のスプレッドや板の厚さも大きく変化するため, 比較が難しくなる.

呼値単位は株価の価格帯に応じて定められているため, 株価が大きく変化すると呼値単位も変わる. また, TOPIX100 に属する銘柄については, リニューアルと同時に一部の価格帯で呼値単位変更が行われている. これらに注意して呼値単位の変更銘柄を除外した結果, 377 銘柄が分析対象銘柄となった.

表 2 に, 分析対象銘柄の特徴量分布を示した. 特徴量の定義を以下に述べる.

- スプレッド: 「ビッドアスクスプレッド(単位: 円) ÷ 呼値単位」の平均値(時間加重). ビッドアスクスプレッドが呼値単位の何倍かを表す指標である.
- デプス: 「最良気配数量 ÷ 平均約定サイズ」. ここで, 最良気配数量は売り買いそれぞれの最良気配数量の平均を時間加重したものであり, 平均約定サイズは約定数量の 1 回あたり平均値である. この指標は, 板の厚さが約定何回分に相当するかを表す.
- ティック数: ティック数の 1 日あたり平均値. ここで, ティック数はザラ場中に板が更新された回数を表す.

表 2 からは, Post 期間において平均的にスプレッドが低下し板が厚くなっていることが見てとれる. これは, Post 期間において流動性供給行動がより強まった可能性を示している. ただし, スプレッドが低下した要因として, Pre 期間と Post 期間での相場環境の違いの影響なども考えられるため, この結果だけからリニューアルによる高速化が流動性供給行動に変化を与えたかどうかを判断することは難しい.

## 4.2 注文分類

本稿では, 成行注文, 指値注文といった注文の種類に注目した分析を行う. ここでは, その準備として, 注文タイプを定義し注文を分類する.

まず注文を, 最良気配の価格または数量に変化を及ぼす注文かどうかで分類する. 最良気配に影響しない注文は, 先行研究では分析対象外として扱われないことが多い. だが, この注文を除外すると, 注文間隔に影響が出てしまう. そこで, 本稿では最良気配に影響しない注文を「その他注文」と定義し, 1 つの注文タイプとして扱う.

次に, 残った注文を売り買いの 2 種類に分ける. その上で, 売り買いそれぞれを成行変化, 成行, 指値, キャンセルの 4 種類に分類する. ここで, 「成行変化」は成行注文のうち, 事前と事後で最良気配価格が変化する注文と定義する. 売り成行注文の場合はビッド価格を変化させる注文, 買い成行注文の場合はアスク価格を変化させる注文が「成行変化」注文となる. 「成行」



は「成行変化」でない成行注文と定義する。このように成行注文を2種類に分けるのは、「成行変化」注文が板に特に大きな影響を与える注文であるためである。この分類は先行研究でもよく見られる。「成行変化」注文後は、短間隔注文を出す売買参加者の反応も他注文が出た後より強まることが予想される。以上、 $2 \times 4 + 1 = 9$  種類の分類で分析を進める。

## 5. 分析結果

### 5.1 短間隔注文の特性

本節では、直前の注文との時間間隔が短い「短間隔注文」の分析を通して、高速な注文行動の特性、リニューアルの影響などを示していく。まず、分析準備として、短間隔注文を定義する。冒頭に示した図1のトヨタ自動車株の注文間隔ヒストグラムを見ると、Pre 期間、Post 期間ともに注文間隔が0.01秒程度を超える付近まで、それ以降の注文間隔より極端に高い頻度の山が見てとれる。この傾向は、他の銘柄で確認しても同様である。そこで、本稿では直前との注文が0.02秒(=20ミリ秒)以内の注文を「短間隔注文」と定義し、両期間とも短間隔を意図した注文が「短間隔注文」に含まれるようにする。ここで、0.02秒という閾値は、短間隔を意図した注文が漏れないようやや大きめに、かつキリがいい値を選んだ結果である。また上記の短間隔注文の定義は、注文参加者別の反応速度も考慮している。2.1節で見たように、コロケーションを利用しない通常の売買参加者がある注文に反応して注文を出すためには、少なくとも数ミリ秒必要である。短間隔注文の注文間隔の閾値を0.02秒に設定することで、コロケーションを利用しない売買参加者の反応もある程度捉えることができると考えられる。

このように定義した短間隔注文は、主に3種類の注文を含むと考えられる。1つは、本稿での研究対象である、直前の注文に高速に反応した注文である。次に、同一主体による連続注文も短間隔注文に含まれる。例えば、Hasbrouck and Saar (2013)で言及されているような短期間に連続する指値とキャンセルは、同一主体による注文である可能性が高い。最後に、偶然短間隔になった注文もまた短間隔注文に含まれる。本分析で用いるデータでは、これら3種類の注文を区別することは難しい。だが、図1の分布形状や東証の売買システムの速度をふまえると、高速な反応を意図した注文の大半は短間隔注文に含まれているであろう。そこで本稿では、短間隔注文の分析を通して、高速な注文反応の特性を捉える。

はじめに、短間隔注文の比率について見ていく。表3は、注文全体に占める短間隔注文の比率を分析対象銘柄について計算し、銘柄間の分布を示したものである。どちらの期間でも、多くの銘柄で短間隔注文の比率は50%以上と高い。どのような銘柄で短間隔注文がより起こりやすいかを確認するため、Pre 期間、Post 期間それぞれについて、短間隔注文の比率を被説明変数、銘柄の特徴量を説明変数として回帰分析を行う。この際、ティック数は極端な値をとる銘柄があるため、対数をとって回帰する。結果が表4である。Pre 期間、Post 期間ともにデプス

表3. 注文全体に占める短間隔注文比率の銘柄間分布。分析対象377銘柄について、平均値やパーセンタイル点を計算している。

	Pre 期間	Post 期間
平均値	62.1%	62.4%
最小値	27.7%	27.5%
最大値	86.1%	80.6%
25%ile 点	57.2%	57.9%
50%ile 点	62.3%	63.2%
75%ile 点	67.7%	68.6%

表 4. 短間隔注文比率と銘柄特徴量の関係. カッコ内は  $t$  値である. また, \*の数是有意水準を表しており, \*の数に応じてそれぞれ 10%有意, 5%有意, 1%有意を示す.

	切片	スプレッド	デプス	ティック数 (対数)	R2
Pre 期間	0.15 (7.8***)	0.0198 (10.1***)	-0.0062 (-22.7***)	0.107 (24.4***)	84.2%
Post 期間	0.21 (10.5***)	0.0269 (11.9***)	-0.0056 (-27.0***)	0.092 (20.9***)	85.2%

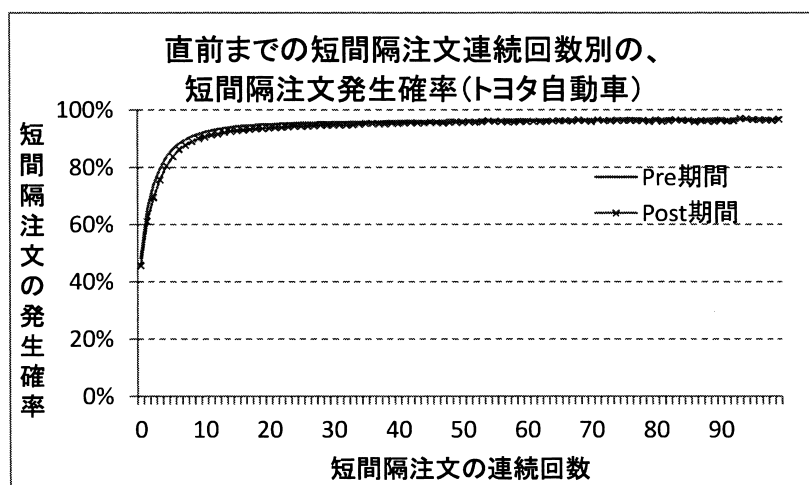


図 4. トヨタ自動車株における, 直前までの短間隔注文連続回数別の, 短間隔注文の発生確率. 横軸は直前までの短間隔注文連続回数, 縦軸は次の注文が短間隔注文である確率を表している.

が負に有意, スプレッドが正に有意であり, 板が薄くスプレッドが広い銘柄で短間隔注文比率は高い. これは, 板が薄くスプレッドが広い銘柄では, 板の変化頻度が多く, 注文速度がより重要視されるためだと考えられる. また, 表 4 からは, ティック数が大きな銘柄で短間隔注文比率は高いことも見てとれる. 全体の注文件数が多ければ, 短間隔注文比率が上がるのは自然な結果だといえる. これらの結果は川口・田代 (2015) と整合的である.

続いて, 短間隔注文の発注タイミングに注目する. 図 1 の注文間隔ヒストグラムを見ると, Pre 期間での 0.005 秒付近, Post 期間の 0.001 秒付近といった観測できる注文間隔の最小値近辺に短間隔注文が集中している. こうした集中が生じる理由の 1 つは, コロケーションの売買アルゴリズムが直前の注文に反応して注文を頻繁に出しているためだと考えられる. 別の理由として, 短期間の注文集中が頻繁に起こり, 注文が連続処理された結果, 1 つ 1 つの注文間隔が短くなっている可能性が挙げられる.

後者の注文集中の有無を確認するため, トヨタ自動車株における短間隔注文の連続性を見たのが図 4 である. 図 4 の横軸は直前までの短間隔注文連続回数, 縦軸は次の注文が短間隔注文である確率, すなわち短間隔注文の連続しやすさを表している. 例えば, 直前の 1 回だけが短間隔注文であり, 2 回前は短間隔注文でないとき, 次が短間隔注文である確率は約 60% である. 図 4 から, 短間隔注文が数回連続したとき, 次も短間隔注文が続く確率が非連続時に比べて大きく高まっており, 注文集中が起こっていることが確認できる. また, この短間隔注文の連続

表 5. 直前までの短間隔注文連続回数別の、短間隔注文の発生確率の銘柄間分布. 上の行の数字が直前までの短間隔注文連続回数を表しており、その条件下における短間隔注文の発生比率を銘柄毎に計算している. その上で、分析対象 377 銘柄について分布を計算している.

	短間隔注文の連続回数							
	Pre 期間				Post 期間			
	0	1	2~10	11~50	0	1	2~10	11~50
平均値	38.0%	54.1%	81.9%	93.4%	39.2%	53.5%	81.5%	93.6%
最小値	12.5%	33.9%	75.6%	88.5%	14.5%	25.0%	69.7%	88.3%
最大値	52.8%	67.8%	87.9%	97.7%	53.9%	66.2%	85.6%	97.8%
25ile 点	34.7%	51.3%	80.6%	92.5%	35.2%	50.8%	80.3%	92.8%
50ile 点	39.3%	54.7%	81.9%	93.4%	39.9%	53.9%	81.7%	93.7%
75ile 点	42.4%	57.7%	83.3%	94.2%	44.6%	57.4%	83.2%	94.3%

表 6. 短間隔注文の連続性と銘柄特徴量の関係. カッコ内は t 値である. また, \*の数は有意水準を表しており, \*の数に応じてそれぞれ 10%有意, 5%有意, 1%有意を示す.

	切片	スプレッド	デプス	ティック数 (対数)	R2
Pre 期間	0.80 (156.5***)	0.0028 (5.5***)	0.0016 (22.6***)	0.026 (22.7***)	70.8%
Post 期間	0.82 (143.2***)	-0.0001 (-0.2)	0.0012 (19.6***)	0.025 (20.2***)	65.9%

性は連続回数が増しても弱まることはない.

数回連続してから短間隔注文の発生確率が上昇する原因としては、多くの参加者が反応するような大きなインパクトのある注文とそうでない注文に、注文が二極化している可能性が考えられる. 前者の注文に数十回程度の多くの短間隔注文が集まり、後者に2~3回程度しか集まらなければ、数回連続してからの発生確率上昇が説明できる. また別の要因として、注文に対する参加者の反応速度の違いが挙げられる. 短間隔注文が数回連続したとき、少なくとも数ミリ秒が経過しており、コロケーションを用いない売買参加者の注文についても、起点となった注文に反応した注文がシステムに到着しうる. そのため、数期間後から短間隔注文がより連続しやすくなると考えられる.

分析対象全銘柄についても、同様の短間隔注文の連続性が確認されるかを確認したのが表 5 である. 短間隔注文が 1 回出ただけでは平均で 54.1%の継続性しかない一方、ほとんどの銘柄で 10 回以上続いた後の短間隔注文比率は 90%を超えており、Pre 期間、Post 期間ともに短間隔注文の連続性が観察される.

では、どのような銘柄でこのような連続性はより高いのだろうか. これを見るため、表 5 で示した 11~50 回連続時の短間隔注文比率を被説明変数、表 4 の回帰でも用いた銘柄特徴量を説明変数として回帰を行ったのが表 6 である. まず、デプスの係数を見ると、Pre 期間、Post 期間ともにが正に有意であり、板が厚い銘柄ほど短間隔注文は連続しやすいといえる. この連続性の一因として、板の厚い銘柄では指値注文を発注する参加者がよりタイミングを計って発注する傾向があることが考えられる. 板が厚い銘柄では価格変化が起こりづらく、板が薄くなる時間、あるいはスプレッドが拡大する時間は他銘柄に比べて少ない. 指値注文を発注する参加者にとって、板が厚い平時は急いで発注しても後ろにしか並べないが、板が薄くなるような状況では急ぐことで板の先頭近くに発注することができるため、その数少ない瞬間を狙って発注

表 7. 短間隔注文と全注文の注文タイプ別構成比.

	Pre 期間					Post 期間				
	成行	成行 変化	指値	キャン セル	その他	成行	成行 変化	指値	キャン セル	その他
短間隔	3.1%	2.2%	24.5%	16.3%	53.9%	3.2%	2.1%	24.6%	16.4%	53.6%
全注文	2.6%	2.7%	22.1%	16.7%	55.9%	2.7%	2.5%	21.9%	16.7%	56.1%

表 8. 短間隔注文連続の起点となった注文タイプ別の、短間隔注文の平均連続回数.

	Pre 期間					Post 期間				
	成行	成行 変化	指値	キャン セル	その他	成行	成行 変化	指値	キャン セル	その他
平均連続回数	8.4	15.8	4.8	3.8	3.0	9.6	16.3	4.5	3.6	2.9

するインセンティブが強まる. このように注文が集中しやすいときとそうでないときがより区別されることで, 短間隔注文が連続しやすくなっていると考えられる. 次に, 表 6 でティック数が正に有意なのは, 全体の注文件数が多ければ短間隔注文の連続性も増すと考えられるので, 自然な結果である. スプレッドについては, Post 期間で有意でなく, 他の 2 変数よりも短間隔注文連続性への影響は小さい. スプレッドが有意でなくなった原因は定かではないが, 表 2 で見たように Post 期間においてスプレッドは全体的に縮小しており, 銘柄の差異を表現しづらくなっている可能性がある.

ここまで, 短間隔注文の比率や連続性について見てきた. 以下では, 短間隔注文を注文タイプで分類して比率や連続性を見ていくことで, 短間隔注文の注文行動をより詳細に分析する. 短間隔注文の注文タイプ比率を各期間について集計したのが表 7 である. なお, 売り買いの対称性が成り立っているため, 注文タイプの売り買いはまとめて集計している. 短間隔 (1 行目) と全注文 (2 行目) を注文タイプ別に比較すると, 短間隔注文における成行注文の比率が, Pre 期間, Post 期間でそれぞれ 3.1%, 3.2% であり, 全注文での 2.6%, 2.7% と比べて高いことが見てとれる. また指値注文についても同様に, 短間隔注文の方が比率が高い. 逆に, 短間隔注文における成行変化注文の比率は, Pre 期間, Post 期間でそれぞれ 2.2%, 2.1% であり, 全注文での 2.7%, 2.5% と比べて低い. これは, 成行変化注文が, 他の注文に反応して短間隔で発注されるよりも, 他の注文と関係なく単独で発注されやすいことを意味している. また Pre 期間と Post 期間での各注文タイプの比率を比較すると, どの注文タイプの差も 0.5% 以下であり, 数字上は大きくはない. だが表 2 で見たようにデータ数 (ティック数) が多いため, カイ 2 乗検定を用いて銘柄毎に Pre 期間と Post 期間の構成比の差を検定すると, 全ての銘柄で有意水準 5% で差があるという仮説が採択される. Pre 期間と Post 期間でのデプスの差などが注文行動にも影響して構成比に差が生じていると考えられる.

次に, 短間隔注文が連続する際の注文タイプを分析する. 具体的には, 連続の起点となる注文タイプ, その後に続く短間隔注文の注文タイプのそれぞれについて特徴を見ていく. 表 8 は, 短間隔注文の平均連続回数を, 連続する際の起点となった注文タイプ別に計算したものである. ここでも売り買いはまとめて集計している. まず注文タイプを比較すると, 成行注文, 成行変化注文が出た時の平均連続回数が他タイプの時よりも大きいことが見てとれる. 成行注文, 成行変化注文といった約定を起こす注文は, 最良気配の板を薄くし市場にインパクトを与える注文であり, その後に短間隔注文が続くやすいのは自然な結果だといえる. また, Pre 期間と Post 期間を比較すると, Post 期間では成行注文, 成行変化注文後の平均連続回数がそれぞれ 9.6 回,

表 9. 売り成行注文を起点とする短間隔注文連続時の注文タイプの構成比。起点から何回目の短間隔注文かで場合分けし、その条件下での構成比を示している。

起点からの回数	Pre 期間				Post 期間			
	売り成行	売り成行変化	買い成行	買い成行変化	売り成行	売り成行変化	買い成行	買い成行変化
1~1	9.8%	18.4%	0.9%	0.3%	9.8%	16.0%	0.9%	0.2%
2~3	6.2%	6.9%	0.7%	0.3%	6.6%	6.6%	0.7%	0.3%
4~5	4.3%	3.6%	0.7%	0.5%	4.5%	3.5%	0.6%	0.5%
6~10	2.6%	2.1%	0.9%	0.8%	2.7%	2.0%	0.8%	0.7%
11~20	1.3%	1.2%	1.3%	0.9%	1.3%	1.1%	1.1%	0.9%
21~30	1.1%	1.1%	1.3%	0.9%	1.0%	1.0%	1.4%	0.9%
31~50	1.3%	1.1%	1.4%	1.0%	1.2%	1.0%	1.4%	0.9%
無条件	1.3%	1.3%	1.3%	1.3%	1.3%	1.3%	1.4%	1.3%

起点からの回数	Pre 期間				Post 期間			
	売り指値	売りキャンセル	買い指値	買いキャンセル	売り指値	売りキャンセル	買い指値	買いキャンセル
1~1	18.1%	2.2%	4.5%	12.0%	19.0%	3.0%	4.6%	13.9%
2~3	24.5%	2.3%	6.3%	12.5%	23.8%	2.7%	6.1%	13.4%
4~5	22.2%	2.5%	6.7%	13.9%	22.2%	2.5%	6.1%	14.2%
6~10	17.6%	2.6%	6.9%	15.7%	18.2%	2.5%	6.1%	15.4%
11~20	14.2%	3.3%	5.8%	15.9%	14.3%	3.0%	5.4%	15.9%
21~30	13.9%	4.1%	5.5%	12.8%	13.7%	3.9%	5.0%	13.5%
31~50	14.8%	5.2%	6.1%	10.5%	14.8%	4.9%	5.4%	11.0%
無条件	11.1%	8.3%	11.1%	8.4%	11.0%	8.4%	10.9%	8.3%

16.3 回であり、Pre 期間での 8.4 回、15.8 回よりも大きい。逆に、それ以外の注文タイプでは、Post 期間の方が平均連続回数が小さい。高速化した Post 期間では、市場への影響が強い注文への短間隔での反応がより高まったといえる。

では、表 8 で観察された連続する短間隔注文は、どのようなタイプの注文で構成されているのだろうか。ここでは、成行注文を起点として連続する短間隔注文の注文タイプを分析する。起点を成行注文に限定するのは、表 8 での Pre 期間と Post 期間で平均連続回数の差が特に大きく、また分析したところ特徴的な連続パターンが観察されたためである。なお、連続する注文の注文タイプは起点の注文方向によって差異が大きく出ると考えられるため、起点の成行注文は売りに限定し、その後続く注文の注文タイプを売り買いを分けて確認する。

表 9 は、売り成行注文後に連続して出される短間隔注文の各注文タイプの比率を、「その他注文」以外の注文タイプについて示したものである。ここで、何回目に出された短間隔注文かで条件付けて、回数別に比率を計算している。まず注文タイプについて比較すると、両期間ともに短間隔注文が 1~10 回続く間の売り成行注文、売り成行変化注文、売り指値注文、買いキャンセル注文の比率が無条件時に比べて高いこと、その反対方向の注文タイプの比率が低下していることが分かる。起点となる注文直後の短間隔注文はコロケーションを利用している可能性が高く、コロケーションを利用した売買アルゴリズムが、起点となる注文に反応して、比率が高いタイプの注文を出していることを示唆している。一方、短間隔注文が 11 回以上連続する際の注文タイプに注目すると、売り指値注文、買いキャンセル注文の比率の高さ、反対方向の注文タイプの比率の低さが継続して観察される。すなわち、注文直後以外でも継続性が見られている。起点となる売り成行注文、それに続く売り指値、買いキャンセル注文はともに価格を押し下げる方向性の注文であり、短間隔注文が 50 回連続して出る間は、注文タイプについて価格に

対するモメンタム性が継続しているといえる。川口・田代 (2015) では成行変化注文後に短間隔注文が続くとき、価格変化がモメンタム性をもつことが示されているが、本結果は注文行動の観点から同様のモメンタム性を捉えている。なお、起点を買いの成行注文とした場合、売り買いを反転させた対称的な結果が観察される。

次に Pre 期間と Post 期間を比較する。買いキャンセル注文に注目すると、起点となる注文直後の数回の間、Post 期間の買いキャンセル注文比率がより高い。この Post 期間での買いキャンセル注文比率の高さは、起点から 21~50 回目の注文でも若干ではあるが観察される。キャンセル注文比率の高まりの理由は明確ではないが、注文反応速度が高速化したことで、あらかじめ指値を出しておき、市場変化時にキャンセルするような戦略を取りやすくなった可能性が考えられる。

## 5.2 注文タイプ別の注文間隔と注文行動の関係

前節の表 9 で見た短間隔注文の連続性分析で、短間隔注文連続時の注文タイプのモメンタム性の継続、Post 期間における売り成行注文後の買いキャンセルの高まり、といった現象が観察された。これらの現象は、連続して出された注文のうち、どの注文に起因するものだろうか。まず、最初の数注文は、起点の売り成行注文に反応して注文が出されたと考えられる。それ以後は、起点の注文ではなく、途中で出た短間隔注文に反応した可能性もある。

本節ではこのような参加者の反応を注文タイプ別に分離するため、2つの注文タイプの注文間隔に注目し、あるタイプの注文が出たときに別のタイプの注文が受ける影響を分析する。特に、表 9 で注文タイプのモメンタム性の継続が見られた、売り成行注文後の売り指値注文、買いキャンセル注文への影響を中心に分析する。本稿では、このような注文タイプの関係をフローと呼ぶこととし、売り成行 → 売り指値、売り成行 → 買いキャンセル、といったように矢印を用いて表現する。フローの分析では、連続した注文だけではなく、離れた注文の間隔も含めて注文間隔を計測する。これは、連続注文が起こるような時において別の注文を間に挟んだときの影響も見るためであり、Bacry and Muzy (2014) などの先行研究でも同様の計測方法が用いられている。

はじめに、フローについての注文間隔の分布を確認する。売り成行 → 売り指値、売り成行 → 買いキャンセルのフローについて、タイプを満たす任意の 2 注文間の注文間隔を集計し、売り成行注文 1 件あたりの注文間隔毎の平均発生件数を計算して図示したのが図 5 である。ここで、発生件数をそのまま図示すると、横軸の時間スケールの影響を受けるため、1 秒あたりの発生件数に直した上で全銘柄平均をとっている。発生件数の水準が同じであれば、同程度の注文の出やすさであることを意味する。

図 5 を見ると、Pre 期間、Post 期間ともに売り成行注文が出た直後に売り指値注文、買いキャンセル注文の発生件数が急激に高まり、その後 0.01 秒程度の間は発生件数はあまり減衰していないことが確認できる。例えば売り成行 → 買いキャンセルの Post 期間では、0.02 秒程度経過するまで発生件数が減衰しない。これは前節の表 9 で見た、短間隔注文連続時における注文行動のモメンタム性の継続と整合的である。次に売り指値注文と買いキャンセル注文を比較すると、買いキャンセル注文の方が発生件数の減衰しはじめるタイミングが遅い。これは表 9 における、6~20 回短間隔注文が連続する時の買いキャンセル注文の比率の高さに対応している。また、売り指値注文、買いキャンセル注文ともに Pre 期間の方が継続時間が長いのは、1 件 1 件の注文処理にかかる最低時間の違いによるものだと考えられる。

以下では、多次元 Hawkes 過程によるモデルを用いて注文間隔を分析することで、上記のような注文タイプの持続性の背景にどのような注文行動があるのかを詳しく見ていく。

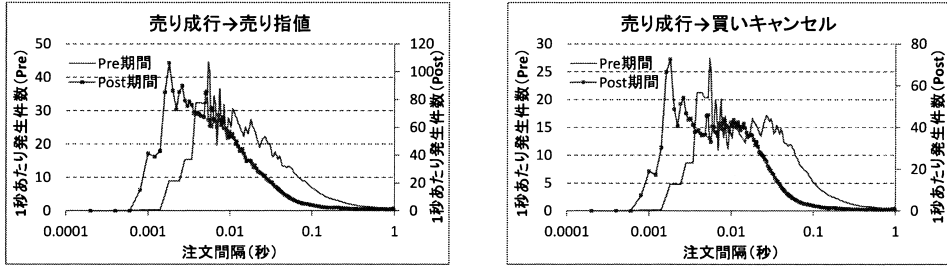


図 5. 売り成行注文が 1 件出た後の売り指値注文, 買いキャンセル注文の平均発生件数. 横軸は注文間隔(対数スケール), 縦軸は 1 秒あたりの平均注文発生件数である. また, Pre 期間と Post 期間の分布形状を比較しやすくするために, Post 期間の平均発生件数は右軸に表示している.

### 5.2.1 モデル

多次元 Hawkes 過程は, 注文タイプ別の注文発生確率が他のタイプの注文発生に受ける影響を表現可能な確率過程であり, 高頻度注文データに対する応用が近年活発に研究されている. またモデル推定の実証研究では, 3 章で述べたように, パラメトリックな推定手法, ノンパラメトリックな推定手法など複数の方法が提案されている. 本稿では, 注文が出た後に注文発生確率が一時的に低下するなど, パラメトリックな関数では表現することが難しい注文反応の挙動を捉えることも狙っている. そこで本稿の分析では, Bacry and Muzy (2014), Bacry et al. (2016) が提案しているノンパラメトリックな推定方法を用いる.

モデルならびに推定方法の概要を以下に述べる. まず, 多次元 Hawkes 過程を定義する.  $D$  次元点過程  $N_t = (N_t^i)_{1 \leq i \leq D}$  の強度関数  $\lambda_t$  が, 任意の  $i (1 \leq i \leq D)$  について以下の表現で表れるとき,  $N_t$  を  $D$  次元 Hawkes 過程と呼ぶ.

$$(5.1) \quad \lambda_t^i = \mu^i + \sum_{j=1}^D \int_{(-\infty, t)} \phi^{ij}(t-s) dN_s^j.$$

ここで,  $\mu = (\mu^i)_{1 \leq i \leq D}$  は外生強度,  $\phi = (\phi^{ij})_{1 \leq i, j \leq D}$  は Hawkes カーネル行列であり, それぞれ  $\mu^i \geq 0, \phi^{ij}(t) > 0$  を満たす. 本稿において  $D$  は注文タイプの数であり,  $\lambda_t^i$  は時刻  $t$  における注文タイプ  $i$  の発生強度をモデル化したものである. また,  $\phi^{ij}$  は注文タイプ  $j$  が起きた後の注文タイプ  $i$  の発生確率の高まりやすさを意味しており, 注文タイプ  $i$  の発生強度  $\lambda_t^i$  がタイプ  $i$  以外の注文発生から受ける影響も表現できるモデルとなっている. 例えば, 成行注文が出た後のキャンセル注文の発生確率の高まりなどが本モデルで表現可能である.

次に, Hawkes 過程の conditional law  $g = (g^{ij})_{1 \leq i, j \leq D}$  を以下のように定義する.

$$(5.2) \quad g^{ij}(t) dt = E[dN_t^i | dN_0^j = 1] - \mathbf{1}_{\{i=j\}} \delta(t) - \Lambda^i dt.$$

ここで,  $\Lambda^i = E[\lambda_t^i]$  であり,  $\delta(t)$  はディラックのデルタ関数である.  $g$  は図 5 で見た平均注文発生件数に対応している.

このとき, conditional law  $g$  をもつ Hawkes 過程のカーネル  $\phi$  は, 任意の  $t > 0$  について以下の Wiener-Hopf 方程式

$$(5.3) \quad g(t) = \phi(t) + (g * \phi)(t)$$

の唯一解となることが Bacry and Muzy (2014) で示されている. また, カーネルの各要素  $\phi^{ij}$  の

$L^1$  ノルムを  $\|\phi^{ij}\|_1 = \int \phi^{ij}(t)dt$  と定義するとき、その行列

$$(5.4) \quad \|\phi\| = (\|\phi^{ij}\|_1)_{1 \leq i, j \leq D}$$

のスペクトル半径が 1 未満であるならば、その Hawkes 過程  $N_t$  は漸近的に定常な増分をもち、 $\phi, \mu$  について

$$(5.5) \quad \Lambda = (I_D - \|\phi\|)^{-1} \mu$$

が成り立つ。ここで、 $\Lambda = (\Lambda^i)_{1 \leq i \leq D}$  であり、 $I_D$  は  $D$  次元単位行列である。

以上のモデルの推定には、Bacry and Muzy (2014), Bacry et al. (2016) で提案されているノンパラメトリックな推定手法を用いる。これは  $t$  に関する線形補間を用いた手法である。推定アルゴリズムを以下に記す。

(1) 線形補間のための時間刻みを以下のように定める。

$$(5.6) \quad \{t_k\}_{1 \leq k \leq K} = \{0, \delta T_1, 2\delta T_1, \dots, T_1, T_1 e^\delta, T_1 e^{2\delta}, \dots, T_2\}.$$

ここで、 $T_1, T_2, \delta$  は時間刻みのためのパラメータ、 $K$  は  $\{t_k\}$  の要素数である。直前の注文から  $0 \sim T_1$  までの短い値域を線形間隔で刻み、 $T_1 \sim T_2$  までの長い値域を指数間隔で刻むことで、注文に対する短時間での挙動をより細かく捉える。

(2) 各イベントの発生時刻列  $\{T_l^i\}_{1 \leq l \leq n_i}$  ( $1 \leq i \leq D$ ) を集計する ( $n_i$  はイベント  $i$  の発生総件数)。 $(i, j)$  の各ペアに対し、定めた時間刻み毎に以下の式で  $g$  を推計する。

$$(5.7) \quad \begin{aligned} g^{ij} \left( \frac{t_k + t_{k+1}}{2} \right) &\simeq \frac{1}{t_{k+1} - t_k} \int_{t_k}^{t_{k+1}} g^{ij}(t) dt \\ &\simeq \frac{1}{t_{k+1} - t_k} \frac{1}{n_j} \sum_{l=1}^{n_i} \sum_{m=1}^{n_j} \mathbf{1}_{T_l^i - T_m^j \in [t_k, t_{k+1})} - \Lambda^i. \end{aligned}$$

$(k = 1, 2, \dots, K - 1)$

ここで、 $\Lambda^i$  はイベント  $i$  の 1 秒あたりの発生件数であり、 $n_i$  を総時間で割ることで得られる。また、上記式の時刻以外の  $g^{ij}(t)$  を線形補間で与える。

(3) 式(5.3)を離散化して得られる以下の  $\phi$  に関する連立一次方程式を解き、 $t_n$  における  $\phi$  の推定値を得る。

$$(5.8) \quad \begin{aligned} g^{ij}(t_n) &= \phi^{ij}(t_n) + \sum_{m=1}^D \sum_{k=1}^{n-1} \phi^{mj}(t_k) \int_{t_n - t_{k+1}}^{t_n - t_k} g^{im}(s) ds \\ &\quad + \sum_{m=1}^D \sum_{k=1}^{n-1} \frac{(\phi^{mj}(t_{k+1}) - \phi^{mj}(t_k))(t_n - t_k)}{t_{k+1} - t_k} \int_{t_n - t_{k+1}}^{t_n - t_k} g^{im}(s) ds \\ &\quad - \sum_{m=1}^D \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\phi^{mj}(t_{k+1}) - \phi^{mj}(t_k)}{t_{k+1} - t_k} \int_{t_n - t_{k+1}}^{t_n - t_k} s g^{im}(s) ds. \end{aligned}$$

$(n = 1, \dots, K)$

また、 $t_n$  以外における  $\phi^{ij}(t)$  を線形補間によって得る。

(4) 式(5.5)に  $\phi, \Lambda$  を代入し、 $\mu$  の推定値を得る。

ここまで Hawkes 過程でのモデル化、推定手法について述べてきた。Hawkes 過程では  $\phi$  が正値をとる。だが、市場で見られる注文行動の中には、あるタイプの注文が出たことで、別のタ



タイプの注文が出にくくなるケースも存在しうる。このような場合、カーネル  $\phi$  はある  $t$  において負値をとる。Hawkes 過程に対して提案されている推定手法の中には、負値のカーネルをとる点過程に適用しても正のカーネルしか返さないような推定手法も存在する。だが、本稿で用いる推定手法は、式(5.1)の右辺が負になる確率が無視できるくらいに小さければ信頼できる推定結果を与えることが、Bacry and Muzy (2014)で数値例とともに述べられている。なお、上記のようにカーネルが負値をとる場合は、強度関数が負値になるのを回避するため、Bacry and Muzy (2014)などの先行研究と同様に式(5.1)を

$$(5.9) \quad \lambda_t^i = \left( \mu^i + \sum_{j=1}^D \int_{(-\infty, t)} \phi^{ij}(t-s) dN_s^j \right)_+$$

と拡張して考える。ここで、 $(c)_+$  は  $c$  が非負のとき  $c$ 、負のとき  $0$  をとる。

### 5.2.2 推定結果：注文タイプと注文間隔

本節では前節で述べたモデルの推定結果について述べる。まず、分析パラメータについて述べる。注文タイプ数  $D$  は、4.2節で定義した9種類である。時間刻み  $\{t_k\}$  を決める式(5.6)のパラメータについては、データにおける最小の注文間隔である  $0.1$  ミリ秒から数ミリ秒までの挙動を細かく捉えるために、 $T_1 = 5.0 \times 10^{-3}$  とし、最大で  $1$  秒程度までの短間隔の挙動を捉えられるようにするため  $T_2 = T_1 \times e^6 \simeq 2$  とした。また、刻み幅のパラメータ  $\delta$  については小さくすることで計算精度が上がる一方、計算負荷も上がるため、両者を考慮して  $\delta = 0.04$  と定めた。以上をまとめると、時間刻み  $\{t_k\}$  は

$$(5.10) \quad \{t_k\} = \{0, 0.2 \times 10^{-3}, 0.4 \times 10^{-3}, \dots, 4.8 \times 10^{-3}, 5.0 \times 10^{-3}, 5.0 \times 10^{-3} \times e^{0.04}, \dots, 5.0 \times 10^{-3} \times e^6\}$$

となる。

続いて、主要な推定結果について述べる前に、推定したモデルの定常性を見るため、分析対象の各銘柄の推定結果が5.2.1節で述べた定常な増分をもつ条件を満たすかどうかを確認しておく。各銘柄についてカーネルの  $L^1$  ノルムを  $\|\phi^{ij}\|_1 = \int_0^{T_K} \phi^{ij}(t) dt$  で計算し、その行列のスペクトル半径を計算したところ、最大の銘柄でも  $0.998$  と  $1$  未満であり、全銘柄で条件を満たしていた。

以下では注文反応の挙動に注目するため、推定結果のうち、カーネル  $\phi^{ij}(t)$  について議論する。多数の銘柄について分析を行っているため、個々の銘柄についてではなく、推定したカーネル  $\phi^{ij}(t)$  の銘柄平均を示していく。また、カーネル  $\phi^{ij}(t)$  は  $9 \times 9 = 81$  種類もあるため、売り成行注文を起点とするフローを中心に分析結果を見ていく。その準備として、モデルの推定結果の解釈方法を説明する。モデルの推定結果において、カーネル  $\phi^{ij}(t)$  は注文タイプ  $j$  発生から  $t$  秒後の注文タイプ  $i$  の瞬間的な発生強度を表す。これが正の値をとると、注文タイプ  $j$  が出たことで、出ないときよりもタイプ  $i$  の注文が起きやすくなっていることを意味する。本稿では注文の出やすさの変化するタイミングを明示するため、カーネルの累積値  $\Phi^{ij}(t) = \int_0^t \phi^{ij}(t) dt$  を図示して見ていく。 $\Phi^{ij}(t)$  が正の傾きである間は、タイプ  $i$  の注文が起きやすいことを意味する。ただし、横軸が対数時間のため、傾きの大きさが同じでも瞬間の発生強度は時点により異なることに注意されたい。また  $\Phi^{ij}(t)$  の大きさは、注文タイプ  $j$  が出てから  $t$  秒後までに、注文タイプ  $i$  が平均で何件発生しやすくなるかを表す。

以上を踏まえて分析結果を見ていく。図6は、売り成行注文を起点とする8種類のフローについて、それぞれの累積カーネル  $\Phi^{ij}(t)$  を図示したものである。ここで、Pre期間の方がグラフの微小変動が激しいのは、時刻の計測単位がPre期間では  $0.001$  秒単位、Post期間では  $0.0001$

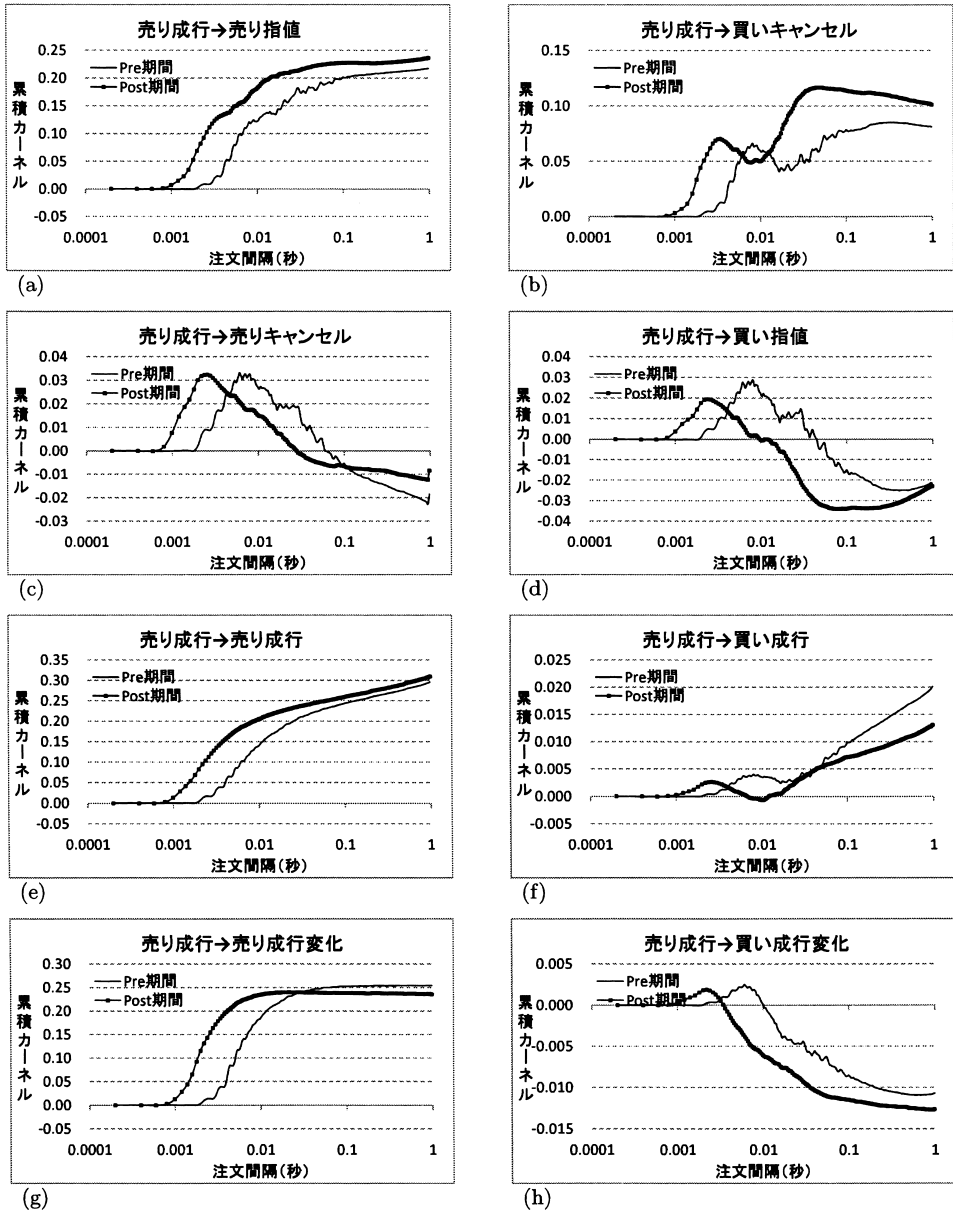


図 6. 売り成行注文 → 各タイプ注文の累積カーネル。横軸は対数時間、縦軸は累積カーネルである。

秒単位と 10 倍異なるためである。また、カーネルの形状に注目するため、各グラフのスケールは一致させていない。

まず、前節で注文タイプのもメンタム性が見られた売り成行注文 → 売り指値注文、売り成行 → 買いキャンセルのカーネルである図 6(a), 図 6(b) に注目すると、図 6(b) で示されている売り成行 → 買いキャンセルのカーネルが、上昇してから一度マイナス方向に動いた後に、0.01 秒

(10 ミリ秒)程度経過してから再度上昇する動きを示している。すなわち、買いキャンセル注文が一度出にくくなった後、0.01 秒程度経過してから再度出やすくなったことを意味している。また、Pre 期間と Post 期間を比較すると、Post 期間の方が再上昇のタイミングが速い。一方で、図 6(a) で示されている売り成行 → 売り指値のカーネルでは、2 段階の挙動は見られない。このような 2 段階の挙動は、図 5 で見たタイプ別の注文間隔分布でははっきりと観察されなかったものであり、注文タイプ別に注文反応を分解することで、このような挙動を検出できるようになった。

このようにカーネルの挙動が 2 段階になる原因として、2.1 節で述べた売買参加者による注文反応速度の違いの影響が考えられる。売買参加者のうち、コロケーションを利用している参加者は、ある注文に数マイクロ秒で反応することができ、このような参加者が図 6(b) の 1 段階目の上昇の原因の 1 つとなっている。また、注文が集中する際には注文処理が順に行われるため、数マイクロ秒の反応でなくとも注文間隔は最小時間に近くなりうる。これも 1 段階目の上昇の原因だと考えられる。一方、コロケーションを用いない一般参加者は、ある注文に反応して注文を出すまでに最低でも数ミリ秒かかる。カーネルが再上昇しているタイミングは、Pre 期間で約 0.02 秒、Post 期間で約 0.01 秒の時点であり、コロケーションを用いない参加者の注文所要時間と概ね整合的である。このことから、コロケーションを用いない参加者が図 6(b) の 2 段階目の再上昇の原因となっているという仮説が立てられる。Post 期間で再上昇のタイミングが速い原因も、情報伝達時間の高速化、1 件 1 件が高速に処理されることによる注文集中時の待ち時間の短縮などで説明でき、仮説と整合的である。この仮説が成り立っているならば、注文反応速度の違いから各売買参加者の注文行動をより詳細に分析することが可能となる。以下では、注文反応速度が異なる売買参加者の存在を仮定して議論を進める。また、注文反応が 10 ミリ秒程度遅れる参加者をラグ参加者と呼んで区別する。

図 6 の残りのグラフを見ると、売り成行 → 買い成行のカーネルを表す図 6(f) では同様にラグ参加者の存在が見られる。それ以外のグラフでは、はっきりとしたラグ参加者の反応は見られない。これは、ラグ参加者が発注する注文のタイプに偏りがある可能性を意味している。また、コロケーションを利用する参加者の注文が多く 1 段階目の反応が長く持続する注文タイプでは、1 段階目の挙動に隠れてラグ参加者の影響が見えなくなっている可能性も考えられる。

次に、売り買いの対称性を確認する。注文行動に関する先行研究の多くでは、注文行動について売り買いの対称性が観察される。では、ラグ参加者の注文行動についても対称性は成り立っているのだろうか。これを確認するために、図 6 の各注文タイプの売り買いを反転させたケースについて累積カーネル  $\Phi^{ij}(t)$  を図示したのが図 7 である。図 6 と図 7 のグラフを比較すると、売り買いでグラフの形状が同じであり、図 6(b) の売り成行 → 買いキャンセルで見られた 2 段階の注文反応が、図 7(b) の買い成行 → 売りキャンセルでも観察される。すなわち、ラグ参加者の注文行動でも売り買いの対称性は成り立っており、ラグ参加者は、平均的には売り買い同一の基準で発注しているといえる。

ここまで、全銘柄を平均した結果について述べてきた。一方で、5.1 節で、短間隔注文の頻度や連続しやすさは板の厚さ・サイズといった銘柄の特徴量により異なることを見た。上で見たようなラグ参加者の注文行動も、銘柄の特徴量により異なる可能性が考えられる。そこで、デプス(板の厚さ)、ティック数の 2 つの特徴量について、それぞれ銘柄を分割して分析を行う。各特徴量の分析では、銘柄を特徴量についてソートした後に 10 分割し、一番特徴量が大きな銘柄群と小さな銘柄群についてそれぞれカーネルの平均値を計算する。またカーネルの注文タイプは、売り成行 → 売り指値、売り成行 → 買いキャンセルに絞って結果を確認する。

ティック数についての分析結果を示したのが図 8 である。比較のために、左右のグラフで縦軸のスケールを揃えている。まず図 8(c) と図 8(d) を比較すると、1 段階目の反応が同程度の大き

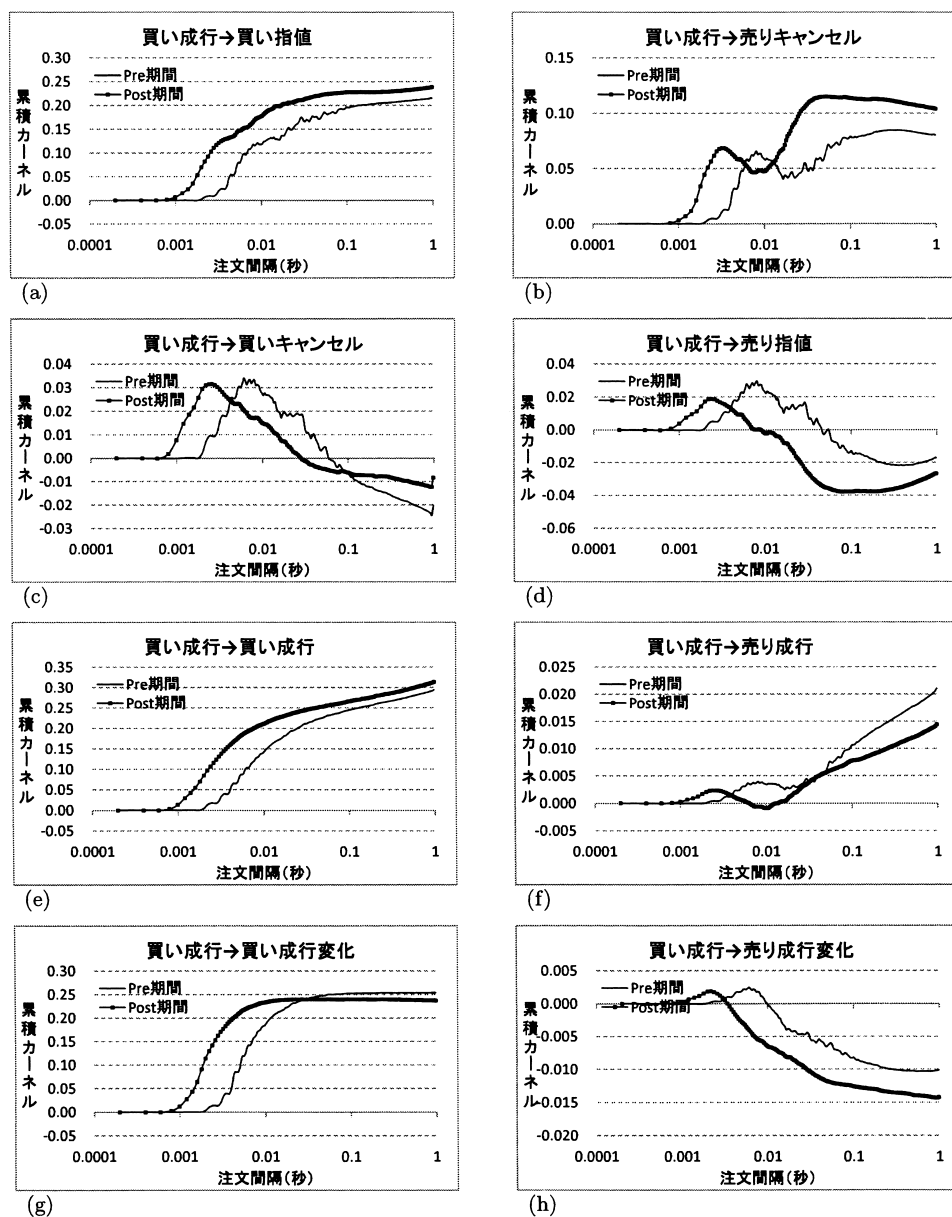


図 7. 買い成行注文 → 各タイプ注文の累積カーネル。横軸は対数時間、縦軸は累積カーネルである。

きさなのに対し、ティック数が少ない銘柄において、2段階目の反応がより強いことが見てとれる。また、図 8(a) と図 8(b) を比較すると、図 8(a) では 2 段階目の反応がわずかに見えるのに対し、図 8(b) ではそのような反応は見られない。これらの結果から、ラグ参加者の注文は、ティック数が少ない銘柄で相対的に多いといえる。ラグ参加者は、ティック数が多く参加者が多い銘柄を避けて売買している可能性がある。

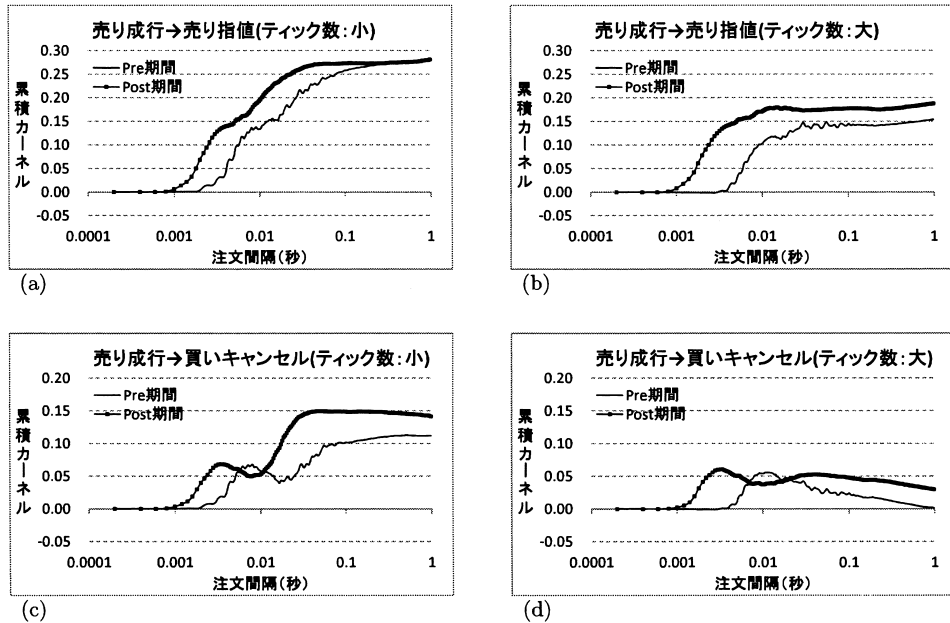


図 8. ティック数が特徴的な銘柄群における、売り成行注文後の売り指値注文、買いキャンセル注文の累積カーネル。横軸は対数時間、縦軸は累積カーネルである。「ティック数：大」はティック数の上位 10%銘柄、「ティック数：小」はティック数の下位 10%銘柄について、それぞれカーネルの平均を計算している。

続いて、デプスについての分析結果を示したのが図 9 である。まず図 9(c) と図 9(d) を比較すると、デプスが小さい銘柄において、2 段階目の反応がより強いことが見てとれる。デプスが大きな銘柄では、2 段階目の反応は弱く、特に Pre 期間においてはほぼ横ばいである。また、図 9(b) を見ると、デプスが大きな銘柄では、売り成行 → 売り指値の注文行動にも、2 段階の反応が弱いながらも見られる。一方、デプスが小さな銘柄では図 9(a) のように 2 段階の反応はほぼ見られない。このように、デプスの大小に応じて、ラグ参加者の注文行動は異なっているといえる。以上から、ラグ参加者はティック数やデプスなど銘柄特性を踏まえた注文行動をとっているといえる。

なお、図 9(c) と図 9(d) のカーネル再上昇のタイミングを比較すると、図 9(c) では 0.01 秒付近なのに対し、図 9(d) では 0.01 秒よりも後ろであり、デプスが小さい図 9(c) の方が再上昇が若干速いことが見てとれる。これは、デプスが厚い銘柄で短間隔注文が連続しやすいことが原因だと考えられる。短間隔注文が連続しやすい銘柄では、注文の集中による注文処理の順番待ちもまた発生しやすいと考えられる。そのためデプスが大きい銘柄では、ラグ参加者の注文の処理がデプスが小さい銘柄よりも遅れやすく、図 9(c) と図 9(d) のようなタイミングの違いが生まれるのであろう。

最後に、本節での分析結果を通して Pre 期間と Post 期間を比較すると、Post 期間において売り成行 → 買いキャンセルにおけるラグ参加者の反応が Pre 期間より大きくなっていることが、図 6(b)、図 8(c)、図 8(d)、図 9(c)、図 9(d) 全てから確認できる。前節での短間隔注文の連続性分析において、表 9 のように売り成行注文後の短間隔での買いキャンセル注文の比率の上昇が見られたが、その原因の 1 つにラグ参加者の注文行動があったことが分かる。この行動の理由

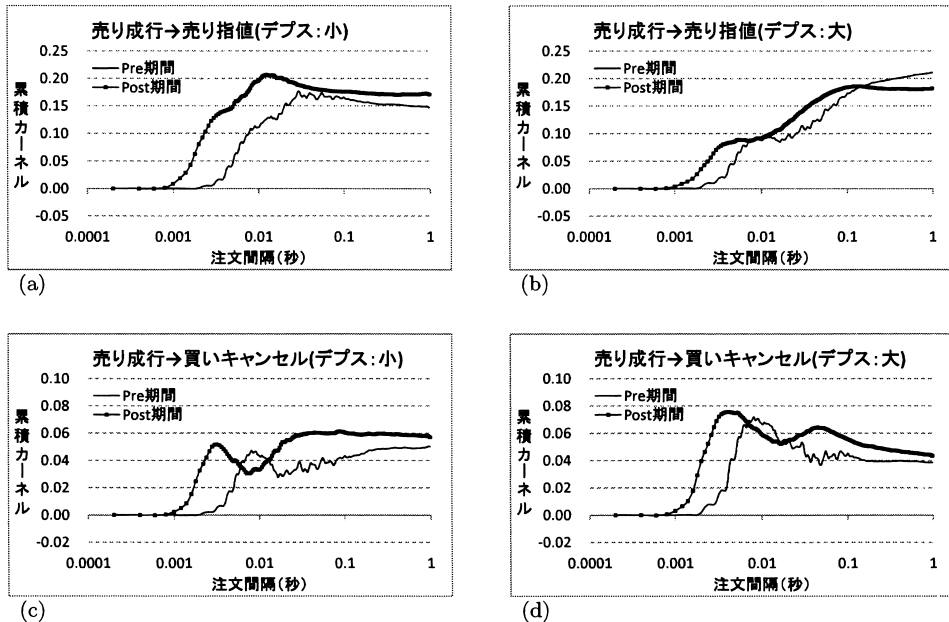


図 9. デプスが特徴的な銘柄群における、売り成行注文後の売り指値注文、買いキャンセル注文の累積カーネル。横軸は対数時間、縦軸は累積カーネルである。「デプス：大」はデプスの上位 10%銘柄、「デプス：小」はデプスの下位 10%銘柄について、それぞれカーネルの平均を計算している。

は明確ではないが、1つの可能性として、リニューアルでの注文応答時間短縮により数ミリ秒の間により多くの注文が処理可能になったことで、短時間での意図せぬ約定可能性を回避するためにラグ参加者がキャンセル注文の発注頻度を高めたことが考えられる。

## 6. おわりに

本稿では、注文間の時間間隔に注目して東京証券取引所の注文行動を分析した。

まず、直前の注文との時間間隔が短い短間隔注文について分析した。短間隔注文は一度発注されると連続して起こりやすい特徴がある。短間隔注文の連続性は板が厚くティック数が多い銘柄で生じやすく、また成行注文、成行変化注文が出た後に生じやすい。売買システムのリニューアル前後を比較すると、リニューアル後は、成行注文、成行変化注文時に対する短間隔注文の連続性が高まり、また売り成行注文の後の買いキャンセル注文の発注頻度が高まるなど、特定の注文タイプに対する参加者の反応がリニューアル前より強まる傾向が観察された。

次に、注文タイプに対する反応をより詳しく調べるために、多次元 Hawkes モデルを用いて注文タイプ別の注文間隔に関する分析を行った。その結果、市場に発注された注文に対して、瞬時に反応する参加者と 10 ミリ秒程度遅れて反応する参加者がいることが示唆された。このうち、遅れて反応する参加者について、売りと買いで対称的な行動をとっていること、銘柄のデプスやティック数に応じて注文タイプに対する反応が異なっていること、リニューアル後に売り成行注文後の買いキャンセル注文の発注頻度を高めていることなどが分かった。これらの結果は、注文タイプ間の時間間隔に注目することで、高頻度な注文行動を参加者別に精緻に捉えられる可能性を示唆している。

今後の課題としては、遅れて反応する参加者の注文行動が、どのような戦略によるものなのか、また価格形成にどのような影響を及ぼすのかを明らかにすることが挙げられる。注文行動と価格形成の反応が明らかになれば、売買システムの高速化が価格形成に与える影響について新たな知見を得ることができる。

また、注文タイプを細分化し、注文行動をより詳細に明らかにするのも課題といえる。本稿では全ての成行注文を同一に扱っており、成行注文のサイズや板の状態を考慮していない。成行注文のサイズについては、Rambaldi et al. (2016)でカーネルの大きさへの影響が述べられている。また、成行注文後の板の偏り(オーダーインバランス)もカーネルに影響すると考えられる。これらの影響も考慮したモデル化・分析を行うことで、より精緻に注文行動を捉えることができるだろう。

## 謝 辞

本稿を作成するにあたり、2名の査読者から多くの有益なコメントをいただいた。ここに感謝いたします。

## 参 考 文 献

- 新井亮一 (2012). アローヘッド導入による株式市場の流動性と取引コストの変化—機関投資家の視点からの分析—, 証券アナリストジャーナル, **50**, 17–24.
- Bacry, E. and Muzy, J. F. (2014). Second order statistics characterization of Hawkes processes and non-parametric estimation, Preprint, <http://arxiv.org/abs/1401.0903>.
- Bacry, E., Jaisson, T. and Muzy, J. F. (2016). Estimation of slowly decreasing Hawkes kernels: Application to high-frequency order book dynamics, *Quantitative Finance*, **16**, 1179–1201.
- Bellia, M., Pelizzon, L., Subrahmanyam, M.G., Uno, J. and Yuferova, D. (2016). Low-latency trading and price discovery: Evidence from the Tokyo Stock Exchange in the pre-opening and opening periods, Preprint, <http://people.stern.nyu.edu/msubrahm/papers/Pre-Open.pdf>.
- Cont, R., Arseniy, K. and Sasha, S. (2014). Price impact of order book events, *Journal of Financial Econometrics*, **12**, 47–88.
- Eisler, Z., Bouchaud, J. P. and Kockelkoren, J. (2012). The price impact of order book events: Market orders, limit orders and cancellations, *Quantitative Finance*, **12**, 1395–1419.
- Gomber, P., Arndt, B., Lutat, M. and Uhle, T. (2011). High-frequency trading, Preprint, <http://ssrn.com/abstract=1858626>.
- Hasbrouck, J. (1991). Measuring the information content of stock trades, *Journal of Finance*, **46**, 179–207.
- Hasbrouck, J. and Saar, G. (2013). Low-latency trading, *Journal of Financial Markets*, **16**, 646–679.
- 保坂豪 (2014). 東京証券取引所における High-Frequency Trading の分析, JPX ワーキングペーパー, Vol.04, 日本取引所グループ, 東京.
- 川口宗紀, 田代雄介 (2015). 注文間隔の違いに基づく株式売買行動の分析, 行動経済学, **8**, 73–76.
- Latza, T., Marsh, I. and Payne, R. (2014). Fast aggressive trading, Preprint, <http://ssrn.com/abstract=2542184>.
- Martins, R. and Hendricks, D. (2016). The statistical significance of multivariate Hawkes processes fitted to limit order book data, Preprint, <https://arxiv.org/abs/1604.01824>.
- 中山興, 藤井崇史 (2013). 株式市場における高速・高頻度取引の影響, 日銀レビュー, 2013-J-2, 日本銀行, 東京.
- Rambaldi, M., Bacry, E. and Lilio, F. (2016). The role of volume in order book dynamics: A multivariate

- Hawkes process analysis, Preprint, <http://arxiv.org/abs/1602.07663>.
- 杉原慶彦 (2011). 取引コストの削減を巡る市場参加者の取組み：アルゴリズム取引と代替市場の活用, 金融研究, **30**(2), 29–87.
- Taranto, D.E., Bormetti, G., Bouchaud, J.P., Lillo, F. and Toth, B. (2016a). Linear models for the impact of order flow on prices I. Propagators: Transient vs. history dependent impact, Preprint, <http://arxiv.org/abs/1602.02735>.
- Taranto, D.E., Bormetti, G., Bouchaud, J.P., Lillo, F. and Toth, B. (2016b). Linear models for the impact of order flow on prices II. The mixture transition distribution model, Preprint, <http://arxiv.org/abs/1604.07556>.
- Toke, I. M. and Pomponio, F. (2012). Modelling trades-through in a limit order book using Hawkes processes, *Economics: The Open-access, Open-assessment E-journal*, **6**, 1–23.
- 宇野淳, 柴田舞 (2012). 取引スピードと流動性：東証アローヘッドのケース, 現代ファイナンス, **31**, 87–107.



## Analysis of High Frequency Reactions on Tokyo Stock Exchange

Yusuke Tashiro and Muneki Kawaguchi

Mitsubishi UFJ Trust Investment Technology Institute Co., Ltd.

In recent stock markets, the presence of high-frequency trading (HFT) has globally increased. In the Tokyo Stock Exchange (TSE), the market share of high-frequency trading increases year after year and market players can trade stocks faster than before due to the renewal of the trading system in September 2015.

In this paper, we analyze the high-frequency order book dynamics on TSE. For this purpose, we focus on the “short interval order”, which is submitted immediately after an order submission, and discuss its characteristics. We also analyze whether the high-frequency reaction to the order changes or not with the renewal. We find that “short interval order” is likely to be submitted continuously after the submission of an order that has a large impact, such as market order, and continuity is more remarkable after the renewal on TSE. Moreover, we estimate multivariate Hawkes models that represent order interval among the different order types, and we observe two kinds of players: one that immediately reacts to an order and the other that reacts about 10 milliseconds behind. We then find that the latter players increase the aggressiveness of the order submission of the specific order type after the renewal and change their order activity depending on the characteristics of limit order books.