2015年6月19日　統計数理研究所　オープンハウス

土地集約化のための離散最適化モデリング

吉本　敦　　数理・推論研究系　教授

土地集約化：近年、土地利用計画の様々な局面で、「ある条件に従って土地を集約する」作業が必要とされている。例えば、高い生産・管理費用が原因となり、持続的な資源生産管理が困難な中山間地域では、近隣の林地を集約して木材の伐採・搬出作業を行い、費用の効率化を図る取組が進められている。また、生息地の分断などが原因で、希少野生動物の個体数が減少している場合などでは、空間的に連続した生息適地の確保が望まれている。このような土地集約化問題は、集約化の目的・状態によって、結果として得られる土地の集約パターンは異なるものの、いずれも、「与えられた条件を満たす土地の集約化」を探索する点では同一のものであり、最適化のフレームワークを用いた解の探求が有効である考えられる。

最適化モデルを応用したこれまでの研究：土地集約化問題は、空間構造を扱った最適時空間配置問題の1つと考えられる。例えば、森林計画の問題では、大規皆伐地による森林環境の劣化を回避するため、隣接する林地同士を同時期に伐採しない管理空間配置の最適化が、80年代後半より取り組まれてきた（Nelson & Brodie, 1990; Clements et al., 1990; Nelson et al., 1991; Yoshimoto et al., 1994; Yoshimoto & Brodie, 1994）。この問題は管理する「土地を空間的に分散させる」という発想に基づくもので、それに対し「土地を集約する」という問題はその逆の対応であり、近年注目されている。

本研究の目的：我々が、これまで取り組んできた、「ハイパーユニット」の概念を用いた離散最適化モデルによる土地集約化のアプローチを概観し（吉本ら,2010）、更に、新しい離散最適化モデルのアプローチを紹介する。

ハイパーユニット：すべての土地の管理ユニットに対して、生成される集約化パターンの候補。対象地のすべての管理ユニットに対して生成されるため、管理ユニット数と同じ数あるいはそれ以上のハイパーユニットが存在し、ユニット間に選択に対する重複が発生する。

従来のアプローチ：ハイパーユニットを用いた離散型最適化モデル

Step 1: 各ユニットに対してある条件を満たすハイパーユニットの生成（図1）

Step 2: 隣接制約を拡張し、ハイパーユニットの重複（図2）を回避するように定式化する。

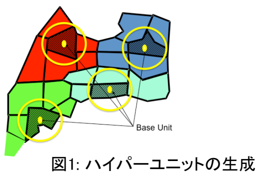


図1: ハイパーユニットの生成

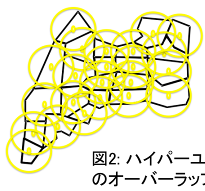


図2: ハイパーユニットのオーバーラップ

$$Z = \max_{\boldsymbol{X}} \mathrm{tr}(\tilde{\boldsymbol{C}}'\boldsymbol{W}) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}(c_{i,j}\cdot x_{i,j} + \bar{c}_{i,j}\cdot y_{i,j})$$

$st.$

$$(\boldsymbol{A}^{O}\otimes \boldsymbol{1}_n')\bullet \mathrm{vec}(\boldsymbol{W}') \le \boldsymbol{1}_m$$

$$(1-\alpha)v_0 \le \mathrm{tr}(\tilde{\boldsymbol{V}}_p'\boldsymbol{W}) \le (1+\alpha)v_0, \quad p=1,2,\cdots,T$$

$$[\tilde{\boldsymbol{A}} + \mathrm{diag}(\tilde{\boldsymbol{A}}\cdot\boldsymbol{1}_{mn})]\cdot \mathrm{vec}(\boldsymbol{W}') \le \tilde{\boldsymbol{A}}\cdot \boldsymbol{1}_{mn}$$

$$\tilde{\boldsymbol{A}} = \boldsymbol{A}^{S}\otimes \boldsymbol{A}^{V}$$

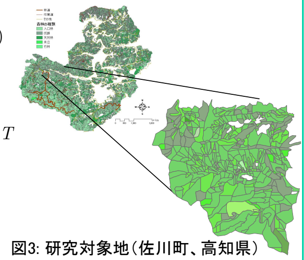
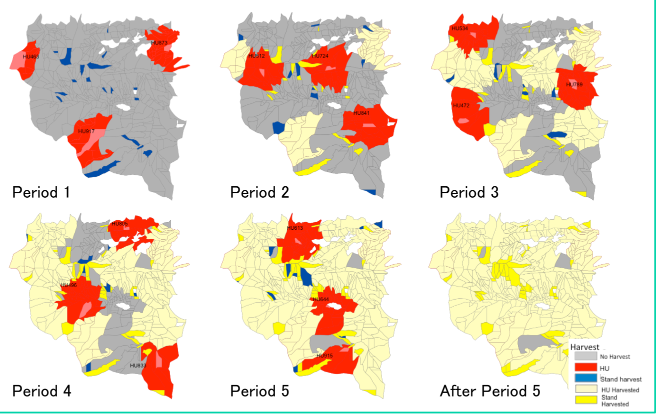


図3: 研究対象地（佐川町、高知県）

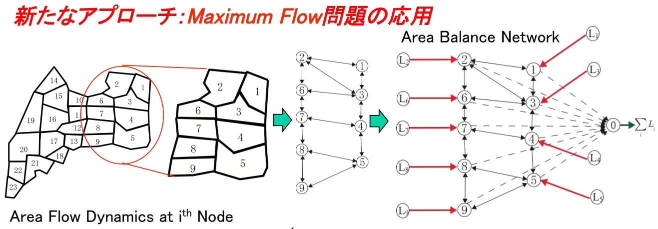
ハイパーユニットを用いた離散型最適化モデルの結果



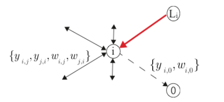
まとめ：従来のモデルでは、最適解の探索に2段階の作業を必要とした（第一段階：既定ルールに基づき、候補となる管理ユニットの集合体を生成、第2段階：重複を回避する最適化により最適なパターンを選択）。それに対し、ここで考案したモデルでは、既定ルールによる集合体を生成する必要がなく、最適化のフレームワークにおいて、連続的な土地集約利用パターンを探索することが可能となった。

新たなアプローチ：Maximum Flow問題の応用

Area Balance Network



Area Flow Dynamics at i^{th} Node



$$y_{i,j} = \begin{cases} 1 \text{ if an arc is connected from } i\text{-th to } j\text{-th node} \\ 0 \text{ otherwise} \end{cases}$$

$w_{i,j}$: flow from i- to j-th node

Network Connection Constrains

$$a_{i,j}\cdot y_{i,j} + a_{j,i}\cdot y_{j,i} \le 1, \ {}^{\forall}i,j$$

With Super Node $\quad y_{i,0} + \sum_{j=1}^{n} a_{i,j}\cdot y_{i,j} = 1, \ {}^{\forall}i$

$$a_{i,j} = \begin{cases} 1 \text{ if } j \in \mathrm{NB}_i \\ 0 \text{ if } j \notin \mathrm{NB}_i \end{cases} \quad {}^{\forall}i$$

Area Flow & Arc Connection Constrains

$$a_{i,j}\cdot w_{i,j} \le a_{i,j}\cdot \bar{L}\cdot y_{i,j}, \ {}^{\forall}i,j$$

$$a_{i,j}\cdot w_{i,j} > a_{i,j}\cdot (y_{i,j}-1), \ {}^{\forall}i,j$$

$$\bar{L} = \sum_{i=1}^{n} L_i$$

With Super Node

$$w_{i,0} \le \bar{L}\cdot y_{i,0}, \ {}^{\forall}i$$

$$w_{i,0} \ge L_i\cdot y_{i,0}, \ {}^{\forall}i$$

Area Flow Balance Constrains

$$\underbrace{w_{i,0} + \sum_{j=1}^{n} a_{i,j}\cdot w_{i,j}}_{\text{Outgoing Flow}} = \underbrace{\sum_{j=1}^{n} a_{j,i}\cdot w_{j,i}}_{\text{Incoming Flow}} + L_i, \ {}^{\forall}i$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_{i,0} = \bar{L}$$

Aggregation Index Constraints

$$s_i = \begin{cases} 1 \text{ if nodes are aggregated to the } i\text{-th node} \\ 0 \text{ otherwise} \end{cases}$$

$$L_i - \bar{L} \le w_{i,0} - \bar{L}\cdot s_i \le L_i, \ {}^{\forall}i$$

$$w_{i,0} \ge L_i \Rightarrow s_i = 1$$

$$w_{i,0} < L_i \Rightarrow s_i = 0$$

Area Restriction Constraints

$$L_{\min}\cdot s_i \le w_{i,0} \le L_{\max} - (s_i - 1)\cdot \bar{L}, \ {}^{\forall}i$$

$$s_i = 1 \Rightarrow L_{\min} \le w_{i,0} \le L_{\max}$$

$$s_i = 0 \Rightarrow 0 \le w_{i,0} \le L_{\max} + \bar{L}$$

$$Z = \min \sum_{i=1}^{n} y_{i,0}$$

$$y_{i,0} + \sum_{j=1}^{n} a_{i,j}\cdot y_{i,j} = 1, \ {}^{\forall}i$$

$$w_{i,0} + \sum_{j=1}^{n} a_{i,j}\cdot w_{i,j} = \sum_{j=1}^{n} a_{j,i}\cdot w_{j,i} + L_i, \ {}^{\forall}i$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_{i,0} = \bar{L}$$

$$a_{i,j}\cdot y_{i,j} + a_{j,i}\cdot y_{j,i} \le 1, \ {}^{\forall}i,j$$

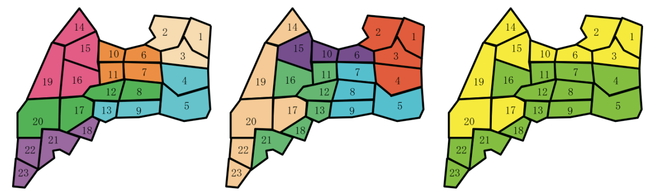
$$a_{i,j}(y_{i,j}-1) < a_{i,j}\cdot w_{i,j} \le a_{i,j}\bar{L}\cdot y_{i,j}, \ {}^{\forall}i,j$$

$$(y_{i,0}-1) < w_{i,0} \le \bar{L}\cdot y_{i,0}, \ {}^{\forall}i$$

$$L_i - \bar{L} \le w_{i,0} - \bar{L}\cdot s_i \le L_i, \ {}^{\forall}i$$

$$L_{\min}\cdot s_i \le w_{i,0} \le L_{\max} - (s_i - 1)\cdot \bar{L}, \ {}^{\forall}i$$

Maximum Flowモデルからの結果



5ha – 8ha Aggregation　　8ha – 10ha Aggregation　　20ha – 30ha Aggregation

引用文献：Clements,S.E., et al. (1990) *Can. J. For. Res.* 20: 1438-1447; Nelson, J.D. & Brodie, J.D. (1990) *Can. J. For. Res.* 20: 934-942; Nelson, J.D. et al. (1991) *For. Sci.* 37: 101-121; Yoshimoto, A. & Brodie, J.D. (1994) *Can. J. For. Res.* 24: 1277-1288; Yoshimoto, A., et al. (1994) *For. Sci.* 40: 365-396; 吉本ら (2010) *統計数理* 58:113-126.