

経済学の成績に対する数学学習の効果： コントロール関数アプローチによる 推定と予備検定

鹿野 繁樹¹・高木 真吾²・村澤 康友¹

(受付 2011年2月4日;改訂 5月2日;採択 6月14日)

要 旨

本稿では2005, 2006年度の某大学経済学部生の成績データを用いて「マイクロ経済学入門」「マクロ経済学入門」の成績(合格率)に対する数学学習の平均処置効果(average treatment effect)を推定する。同学部では「マイクロ経済学入門」「マクロ経済学入門」は必修科目, 「経済数学」は選択科目である。自己選択のため数学履修は無条件に外生とは仮定できず, 内生性の問題が生じる可能性を考慮する必要がある(例えば学力が高い学生ほど数学を履修し, 経済学の成績も良いかもしれない)。そこで本稿では学力・学習態度を表す変数をコントロール変数とした「コントロール関数アプローチ」を採用する。また内生性のコントロール可能性(処置変数の弱外生性)の予備検定として, 結果と処置に同時2値プロビット・モデルを仮定したスコア(LM)検定を提案する。本稿の発見は以下の2つである。(1)両年度の「マイクロ経済学入門」と2006年度の「マクロ経済学入門」については学力・学習態度を表す変数(入試・演習科目の成績)で数学履修の内生性をコントロールできる。(2)「マイクロ経済学入門」「マクロ経済学入門」の合格率は「経済数学」の修得により9~15%上昇する。

キーワード: 処置効果, 内生性, プロビット, スコア(LM)検定。

1. はじめに

経済学は社会科学で最も積極的に数学を使う分野である。しかし日本の大学受験では経済学部は文系に分類されるため, 数学を嫌う経済学部生も多い。大学の経済学教育における数学(主に微積分と線形代数)の必要性については, 経済学の正確な理解に数学は不可欠とする意見と, 経済学の直感(直観)的な理解に数学は不要とする意見がある。どちらが正しいかは到達目標による。[科学的な議論に数学は不可欠なので, 社会科学でも自然科学でも専門家になるには数学が必要である。逆に直感(直観)的な理解だけでよいなら物理学教育でも数学は不要であろう。]

大学にとっても学生にとっても, とりあえずの目標は成績・卒業・就職などである。経済学教育における数学の必要性を判断するには, 学生の成績データを分析し, 目標の達成に対する数学学習の効果を定量的に把握する必要がある。そのような研究は, 経済学教育の実証分析としても, またマイクロ計量経済学の応用としても興味深い。

¹ 大阪府立大学 経済学部: 〒599-8531 堺市中区学園町 1-1

² 北海道大学大学院 経済学研究科: 〒060-0809 札幌市北区北 9 条西 7 丁目

本稿では2005, 2006年度の某大学経済学部生の成績データを用いて「マイクロ経済学入門」「マクロ経済学入門」の成績(合格率)に対する数学学習の平均処置効果(average treatment effect)を推定する。同学部では「マイクロ経済学入門」「マクロ経済学入門」は必修科目, 「経済数学」は選択科目である。自己選択のため数学履修は無条件に外生とは仮定できず, 内生性の問題が生じる可能性を考慮する必要がある(例えば学力が高い学生ほど数学を履修し, 経済学の成績も良いかもしれない)。そこで本稿では学力・学習態度を表す変数をコントロール変数とした「コントロール関数アプローチ」を採用する。また内生性のコントロール可能性(処置変数の弱外生性)の予備検定として, 結果と処置に同時2値プロビット・モデルを仮定したスコア(LM)検定を提案する。

某大学経済学部では「マイクロ経済学入門」「経済数学 A (微積分)」は1年次前期, 「マクロ経済学入門」「経済数学 B (線形代数)」は1年次後期に開講する。したがって数学学習の処置は「マイクロ経済学入門」に対しては1つ, 「マクロ経済学入門」に対しては2つある。同時2値プロビット・モデルは2変量なら計量経済分析ソフトで簡単に推定でき, 処置変数の弱外生性の検定統計量も出力される。しかし3変量だと尤度関数に多重積分が残るため推定が難しい。そこで本稿では1変量および2変量2値プロビット・モデルの推定結果を用いたLM検定を提案する。LM検定統計量は補助回帰で簡単に計算できる。検定にパスしたら1変量2値プロビット・モデルの推定結果を採用する。

本稿の発見は以下の2つである。(1)両年度の「マイクロ経済学入門」と2006年度の「マクロ経済学入門」については学力・学習態度を表す変数(入試・演習科目の成績)で数学履修の内生性をコントロールできる。(2)「マイクロ経済学入門」「マクロ経済学入門」の合格率は「経済数学」の修得により9~15%上昇する。なお卒業・就職に対する数学・経済学学習の効果も興味深い。今回は分析していない。

本稿の構成は以下の通りである。まず第2節で先行研究を概観する。次に第3節で某大学経済学部のカリキュラム・成績評価・入試制度を紹介し, 使用データを確認する。続いて第4節でモデルの定式化と本稿のアプローチを説明する。そして第5節でデータの分析結果を報告し, 最後に第6節でまとめと今後の課題を述べる。また付録Aで同時3変量2値プロビット・モデルにおける処置変数の弱外生性のLM検定統計量を導出する。なお線形確率モデルを仮定して操作変数法で内生性の問題を処理する方法を Angrist (2001)は提案しているが, 結果・処置とも2値変数で処置が内生だと操作変数が論理的に存在せず, 操作変数法を正当化できない。この点は付録Bで解説する。

2. 先行研究

Butler et al. (1998)はヴァンダービルト大学(アメリカ)の学生の成績データを用いて「中級マイクロ経済学」「中級マクロ経済学」の成績に対する数学(微積分)学習の平均処置効果を推定している。両科目は入門科目の次に履修する科目であり, どちらを先に履修してもよい(同時履修も可)。1クラスの定員は35名, 教科書・テストはクラス間で統一していない。同大学では経済学専攻でない学生も両科目を受講するので, 受講生が大学で履修してきた数学の科目数・内容・水準は様々である。そのため数学学習(履修済み分のみ)を2値変数でなく7段階の順序変数で表している。また成績評価はA=4点, B=3点のように点数化して間隔変数とみなしている。数学履修の内生性(自己選択)は, ヘックマンの2段推定法を次のように拡張して処理している。

- (1) 数学学習の順序プロビット・モデルを最尤法で推定し, 選択バイアスの修正項を作成。
- (2) 成績評価の線形モデルに修正項を加え, 通常の最小2乗法(OLS)で推定。

数学学習の平均処置効果は「中級ミクロ経済学」で約1点、「中級マクロ経済学」で0と結論している。「中級マクロ経済学」では「中級ミクロ経済学」ほど授業で数学を使わないとしても、効果が0という結果は意外である。

成績評価は間隔変数でなく順序変数である。Li and Tobias (2006)は成績評価と数学学習に同時2変量順序プロビット・モデルを仮定してButler et al. (1998)の追試を行い、シミュレーションによるベイズ推測で同様の結果を得ている。

Ballard and Johnson (2004)はアメリカ中西部の某大学の「ミクロ経済学入門」の1998, 1999年度各2クラス(担当教員は同一)の受講者計2,313名にアンケート調査と数学の小テストを実施し(回答者1,462名)、数学の能力が試験(同じ年度なら同一)の点数に与える効果をOLSで推定している。回答者の学年は様々であり、2年生、3年生、1年生の順に多い。数学の能力を(1)数学の入試成績、(2)数学の小テストの点数、(3)大学での微積分の単位取得の有無、(4)数学の補習授業の受講の有無(クラス分けテストの成績が悪いと受講)の4つの面から計測し、それぞれが「ミクロ経済学入門」の試験の点数に影響するとしている。

Pozo and Stull (2006)は西ミシガン大学(アメリカ)の「マクロ経済学入門」の2004年春学期の2クラス(担当教員は同一)で数学学習の効果の対照実験を行っている(分析対象者273名)。両クラスで数学の小テストを2回行い、処置群のクラスのみ高い方の点数を「マクロ経済学入門」の成績に加味すると伝えておく(数学学習のインセンティブを与える)。処置群の方が数学の小テストの点数が高いのは当然であるが、「マクロ経済学入門」の試験の点数も特に下位グループで大きく改善している。

日本では成績データを用いた本格的な実証研究は見当たらない。浦坂 他(2002)は、日本の私立大学3校の経済系学部出身者を対象に1999~2000年に実施した「経済学部出身者の大学教育とキャリア形成に関する実態調査」のデータを用いて在学時の成績や卒業後の所得に対する数学受験の平均処置効果を推定し、数学受験は成績も所得も向上させると報告している。ただし数学受験の内生性は考慮していない。また成績が自己申告であること、調査票の回収率が36.65%と低いことも問題である。[社会的に成功した卒業生に回答者が偏る。これはハフ(1968)の冒頭の有名な例である。]

3. データ

3.1 某大学経済学部のカリキュラム

某大学経済学部には経済学科(定員150名)と経営学科(同100名)がある。ただし学科間の垣根は非常に低く、ほとんどの受験生は両学科を併願する。両学科の卒業要件の違いは選択科目における経済学・経営学科目の必要単位数だけである。選択科目として修得すべき78単位の内訳として、経済[経営]学科生は経済[経営]学科目30単位と経営[経済]学科目16単位が必要とされる。結果的に両学科の要件を満たす学生も多い。また卒業研究(必修)の指導教員は学科を越えて選ぶことができ、そのような例は実際に多い。

表1は某大学経済学部1年次のカリキュラムである。要点は以下の3点である。

- (1) 必修科目として前期に「ミクロ経済学入門」、後期に「マクロ経済学入門」を休学者を除くほぼ全員が受講する。両科目とも2クラスに分けて開講され、1組は経済学科生のみ、2組は両学科の学生が混在したクラスとなる。担当教員が異なるので両クラスの授業内容は多少異なる場合がある。試験問題も別である。
- (2) 準必修科目(必修でないが受講は義務)として前期に「基礎ゼミナールA」、後期に「基礎ゼミナールB」をほぼ全員が受講する。これらは少人数(約20名)の演習科目であり、担当教員の専門分野(経済・経営・法律)により授業内容は異なる。「ミクロ経済学入門」

表 1. 某大学経済学部1年次のカリキュラム.

前期	後期
ミクロ経済学入門 (必修)	マクロ経済学入門 (必修)
基礎ゼミナール A (準必修)	基礎ゼミナール B (準必修)
経済数学 A (選択)	経済数学 B (選択)
その他 (語学・教養科目など)	その他 (語学・教養科目など)

「マクロ経済学入門」の補習を行うクラスもある。学生は所属クラスを希望できるが、定員を超えた場合は抽選となる。

- (3) 選択科目として前期に「経済数学 A」、後期に「経済数学 B」を受講できる。経済学科生および経済学を学びたい経営学科生には受講を推奨している。

3.2 成績評価

某大学の成績評価では、担当教員が提出した100点満点の素点を A+ (90点以上)、A (80~89点)、B (70~79点)、C (60~69点)、D (60点未満または素点なし) の5段階評価に換算して学生に通知する。C以上は合格、Dは不合格となる。正式な記録に残るのは5段階評価のみである。

某大学経済学部では2005年度より成績評価に以下のガイドラインを設けている。

- (1) 可否は絶対評価で判定する。
- (2) 合格者の成績は相対評価で判定する。具体的には A (A+を含む)・B・C の割合を 30%・40%・30% となるよう調整する。ただし 10% ポイント程度の誤差は許容される。また少人数クラスや演習科目では厳密に適用しなくてよい。
- (3) A+ の人数は A の人数を上回らないようにする。

ガイドラインは完全には守られていないが、ある程度は尊重されている。

素点が5段階評価に機械的に換算されるので、相対評価のために素点の調整が必要となる。担当教員により調整の仕方は異なる。例えば同じ評価なら同じ素点にしてしまう教員もいる。したがって素点を間隔変数とみなすのは適切でなく、5段階評価を順序変数として扱うべきである。

3.3 入試データ

某大学経済学部の入試には以下の5種類がある(カッコ内は定員)。

- (1) 一般前期(経済 96名・経営 64名)
- (2) 一般後期・外国語重視型(経済 6名・経営 4名)
- (3) 一般後期・数学重視型(経済 6名・経営 4名)
- (4) 推薦(経済 42名・経営 28名)
- (5) その他特別枠(若干名)

ほとんどの受験生が両学科を併願し、成績上位者から希望学科に振り分けられる。

その他特別枠以外の受験生は大学入試センター試験を受験する。国語・数学 1A・数学 2B・外国語は全員が受験する。英語以外の外国語を選択する受験生は稀である。センター試験の成績は入学前の学力の計測値と解釈できる。

生年月日・性別・出身高校も入試データに含まれる(その他特別枠を除く)。生年月日から浪人年数が分かる。また出身高校から出身県、高校の種類、同じ高校からの入学者数が分かる。

3.4 要約統計量

某大学経済学部 2005 年度入学生 276 名と 2006 年度入学生 289 名が本稿の分析対象である。ただし以下の学生は重要な変数が観測できないので対象から除く。

- その他特別枠入学者(2005 年度 3 名, 2006 年度 4 名),
- センター試験の外国語で英語以外を選択(2005 年度 4 名).

また必修・準必修科目の未受講は不合格として扱う(大半が出席不良による受講不承認の処分であり, 処分がなければ不合格であったと予想される).

表 2 は要約統計量である。2005 年度の傾向は以下の通りである。「マイクロ経済学入門」「マクロ経済学入門」とも合格率は約 85% と高い。「経済数学 A」は 6 割の学生が受講し, うち 8 割が合格している。「経済数学 B」は 7 割の学生が受講し, うち 9 割が合格している。「マイクロ経済学入門」「マクロ経済学入門」の補習クラスは「基礎ゼミナール A・B」で 1 クラスずつ開講している。「基礎ゼミナール」の合格率は 9 割以上である。「基礎ゼミナール A」の 5 割, 「基礎ゼミナール B」の 7 割のクラスは経済学分野の教員が担当している。浪人経験者・女子学生はそれぞれ 3 割弱である。

2006 年度の特徴は以下の通りである。新入生オリエンテーションで受講を指導したためか, あるいは同じ時間帯に受講できる他の科目が変わったのか, 「経済数学 A」の受講者が前年度よ

表 2. 要約統計量.

変数	2005 年度			2006 年度		
	観測数	平均	標準偏差	観測数	平均	標準偏差
「マイクロ入門」合格ダミー	276	0.86		289	0.87	
「マクロ入門」合格ダミー	276	0.85		289	0.85	
「経済数学 A」受講ダミー	276	0.61		289	0.85	
「経済数学 A」合格ダミー	276	0.49		289	0.67	
「経済数学 B」受講ダミー	276	0.70		289	0.78	
「経済数学 B」合格ダミー	276	0.62		289	0.67	
「基礎ゼミ A」補習ダミー	276	0.08		289	0.24	
「基礎ゼミ B」補習ダミー	276	0.07		289	0.23	
「基礎ゼミ A」合格ダミー	276	0.93		289	0.95	
「基礎ゼミ B」合格ダミー	276	0.92		289	0.90	
「基礎ゼミ A」経済ダミー	276	0.52		289	0.46	
「基礎ゼミ B」経済ダミー	276	0.69		289	0.64	
経営学科ダミー	276	0.41		289	0.39	
2 組ダミー	276	0.53		289	0.52	
浪人ダミー	273	0.26		285	0.25	
女性ダミー	273	0.28		285	0.28	
後期入試外国語重視ダミー	276	0.04		289	0.03	
後期入試数学重視ダミー	276	0.04		289	0.03	
推薦入試ダミー	276	0.26		289	0.24	
その他特別枠入試ダミー	276	0.01		289	0.01	
センター国語	273	143.05	15.94	285	151.53	17.56
センター数学 1A	273	86.44	10.20	285	76.60	11.25
センター数学 2B	273	62.32	12.24	285	69.71	12.37
センター英語	269	151.81	15.35	285	163.75	14.19
センター英語リスニング				285	41.02	4.63

表3. 属性別「ミクロ経済学入門」「マクロ経済学入門」合格率(2005年度).

属性	ミクロ			マクロ		
	該当	非該当	差	該当	非該当	差
「ミクロ入門」合格	1.00	0.00	1.00	0.92	0.42	0.49
「マクロ入門」合格	0.93	0.48	0.46	1.00	0.00	1.00
「経済数学A」受講	0.87	0.85	0.02	0.87	0.81	0.06
「経済数学A」合格	0.92	0.81	0.11	0.93	0.77	0.17
「経済数学B」受講	0.89	0.80	0.09	0.87	0.80	0.07
「経済数学B」合格	0.94	0.75	0.19	0.94	0.71	0.23
「基礎ゼミA」補習	0.86	0.86	-0.01	0.90	0.84	0.06
「基礎ゼミB」補習	0.80	0.87	-0.07	0.95	0.84	0.11
「基礎ゼミA」合格	0.89	0.53	0.36	0.88	0.37	0.51
「基礎ゼミB」合格	0.90	0.53	0.37	0.91	0.37	0.54
「基礎ゼミA」経済	0.87	0.86	0.01	0.85	0.84	0.01
「基礎ゼミB」経済	0.91	0.77	0.14	0.87	0.80	0.07
経営学科	0.85	0.87	-0.02	0.86	0.84	0.02
2組	0.84	0.89	-0.04	0.86	0.83	0.03
浪人	0.81	0.88	-0.08	0.76	0.88	-0.11
女性	0.87	0.86	0.01	0.91	0.82	0.08
前期入試	0.85	0.88	-0.02	0.84	0.87	-0.03
後期入試外国語重視	0.82	0.86	-0.05	0.64	0.86	-0.22
後期入試数学重視	0.90	0.86	0.04	0.80	0.85	-0.05
推薦入試	0.88	0.86	0.02	0.90	0.83	0.08

り大幅に増えている。「ミクロ経済学入門」「マクロ経済学入門」の補習クラスは1クラスずつから3クラスずつに増えている。また英語リスニングテストがセンター試験に導入されている。

表3は2005年度の属性別「ミクロ経済学入門」「マクロ経済学入門」合格率である。「ミクロ[マクロ]経済学入門」不合格者の「マクロ[ミクロ]経済学入門」合格率は非常に低い。「経済数学」受講者は未受講者より2~9%、合格者は不合格者より11~23%合格率が高い。補習による合格率の改善は「マクロ経済学入門」で顕著である(「基礎ゼミナールB」で補習)。「基礎ゼミナール」不合格者の合格率は非常に低い。経済学分野の教員が担当する「基礎ゼミナール」の受講者は合格率が若干高い。これは補習クラスの効果を含む。現役入学生・女子学生は合格率が高い。推薦入試の入学生は合格率が高い。これは現役入学生の効果を含む(推薦入試は現役高校生が対象)。

表4は2006年度の属性別「ミクロ経済学入門」「マクロ経済学入門」合格率である。「経済数学」受講者は未受講者より-2~18%、合格者は不合格者より14~31%合格率が高い。その他は2005年度と同様である。

4. モデルの定式化

4.1 結果と処置

本稿では結果を合否の2値変数とする。某大学経済学部の成績評価では、合否は絶対評価で判定する。絶対評価は担当教員の主観に依存する。「ミクロ経済学入門」「マクロ経済学入門」は2クラスに分けて別の教員が担当するので、厳密にはクラス間で成績を比較できない。ただし合否の判定基準はクラス間で同じというのが建前である。

成績の相対評価は学生の学力の分布に依存する。並のクラスでAを取るより優秀なクラスでBを取る方が難しい場合もある。結果を5段階評価の順序変数とする場合は、学生の学力の

表 4. 属性別「マイクロ経済学入門」「マクロ経済学入門」合格率 (2006 年度).

属性	マイクロ			マクロ		
	該当	非該当	差	該当	非該当	差
「マイクロ入門」合格	1.00	0.00	1.00	0.90	0.56	0.33
「マクロ入門」合格	0.91	0.60	0.31	1.00	0.00	1.00
「経済数学 A」受講	0.86	0.88	-0.02	0.86	0.81	0.04
「経済数学 A」合格	0.92	0.75	0.18	0.93	0.69	0.23
「経済数学 B」受講	0.88	0.79	0.09	0.89	0.71	0.18
「経済数学 B」合格	0.91	0.77	0.14	0.95	0.64	0.31
「基礎ゼミ A」補習	0.87	0.86	0.01	0.84	0.85	-0.01
「基礎ゼミ B」補習	0.91	0.85	0.06	0.93	0.83	0.10
「基礎ゼミ A」合格	0.89	0.33	0.56	0.89	0.13	0.76
「基礎ゼミ B」合格	0.92	0.59	0.33	0.93	0.43	0.50
「基礎ゼミ A」経済	0.86	0.87	-0.01	0.83	0.87	-0.04
「基礎ゼミ B」経済	0.87	0.85	0.02	0.87	0.82	0.06
経営学科	0.93	0.82	0.11	0.88	0.83	0.04
2 組	0.92	0.81	0.11	0.89	0.81	0.09
浪人	0.78	0.90	-0.12	0.76	0.89	-0.13
女性	0.95	0.83	0.12	0.93	0.82	0.10
前期入試	0.83	0.93	-0.10	0.84	0.87	-0.02
後期入試外国語重視	0.88	0.86	0.01	0.63	0.86	-0.23
後期入試数学重視	1.00	0.86	0.14	0.88	0.85	0.02
推薦入試	0.94	0.84	0.10	0.93	0.83	0.10

分布がクラス間で等しいと仮定する必要がある。

「マイクロ経済学入門」の成績に対する処置は「経済数学 A」の合否とする。「マクロ経済学入門」の成績に対する処置は「経済数学 A」「経済数学 B」の合否を別々に考える。受講(申請)の有無と合否のどちらを処置とすべきかは実態による。受講者が必ず授業に出席するなら受講の有無を処置とすべきである。しかし出席しない学生は処置を受けていない。宿題提出など最低限の努力をすれば合格できるなら、不合格の学生は授業に出席していない可能性が高い。その場合は合否を処置とする方が適切である。

4.2 同時 2 値プロビット・モデル

結果も処置も 2 値変数なら 2 変量 2 値応答モデルを考えるのが自然である。2 値応答モデルの古典的な推定方法は最尤法である。内生性のある 2 変量 2 値応答モデルの推定は難しく思えるが、プロビット・モデルなら簡単であることを Greene (1998) は指摘している (Greene, 2008, p. 823; Wooldridge, 2010, pp. 595-596 も参照)。内生性の有無に関わらず選択確率の表現は同じなので、計量経済分析ソフトに組み込まれている通常の(同時性のない)2 変量 2 値プロビット・モデルの推定コマンドで同時 2 変量 2 値プロビット・モデルも推定できる。3 変量以上でも同様である(ただし 3 変量以上のプロビット・モデルの推定は煩雑である)。

結果 s_i と処置 d_i に次の同時 2 変量 2 値プロビット・モデルを仮定する。

$$(4.1) \quad s_i = 1[y_{i,1}^* > 0],$$

$$(4.2) \quad d_i = 1[y_{i,2}^* > 0],$$

$$(4.3) \quad y_{i,1}^* = d_i\alpha + \mathbf{x}'_{i,1}\beta_1 + u_{i,1},$$

$$(4.4) \quad y_{i,2}^* = \mathbf{x}'_{i,2}\beta_2 + u_{i,2},$$

$$(4.5) \quad \mathbf{u}_i | \mathbf{x}_i \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{P}),$$

ただし $y_{i,1}^*, y_{i,2}^*$ は潜在変数, $\mathbf{x}_{i,1}, \mathbf{x}_{i,2}$ は外生変数ベクトル, $\mathbf{u}_i = (u_{i,1}, u_{i,2})'$ は誤差ベクトル, $1[\cdot]$ は指示関数で,

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 1 & \rho \\ & 1 \end{bmatrix}.$$

$\alpha = 0$ なら同時性のない 2 変量 2 値プロビット・モデル, $\rho = 0$ なら 2 本の独立な 1 変量 2 値プロビット・モデルになる.

$N(\mathbf{0}, \mathbf{P})$ の累積分布関数(cdf)を $\Phi_2(\cdot; \rho)$ とする. $N(\mathbf{0}, \mathbf{P})$ は $\mathbf{0}$ の周りで対称なので,

$$(4.6) \quad \begin{aligned} \Pr[s_i = 1, d_i = 1 | \mathbf{x}_i] &= \Pr[y_{i,1}^* > 0, y_{i,2}^* > 0 | \mathbf{x}_i] \\ &= \Pr[d_i \alpha + \mathbf{x}'_{i,1} \boldsymbol{\beta}_1 + u_{i,1} > 0, \mathbf{x}'_{i,2} \boldsymbol{\beta}_2 + u_{i,2} > 0 | \mathbf{x}_i] \\ &= \Pr[-u_{i,1} < d_i \alpha + \mathbf{x}'_{i,1} \boldsymbol{\beta}_1, -u_{i,2} < \mathbf{x}'_{i,2} \boldsymbol{\beta}_2 | \mathbf{x}_i] \\ &= \Phi_2(d_i \alpha + \mathbf{x}'_{i,1} \boldsymbol{\beta}_1, \mathbf{x}'_{i,2} \boldsymbol{\beta}_2; \rho). \end{aligned}$$

同様に

$$(4.7) \quad \Pr[s_i = 1, d_i = 0 | \mathbf{x}_i] = \Phi_2(d_i \alpha + \mathbf{x}'_{i,1} \boldsymbol{\beta}_1, -\mathbf{x}'_{i,2} \boldsymbol{\beta}_2; -\rho),$$

$$(4.8) \quad \Pr[s_i = 0, d_i = 1 | \mathbf{x}_i] = \Phi_2(-d_i \alpha - \mathbf{x}'_{i,1} \boldsymbol{\beta}_1, \mathbf{x}'_{i,2} \boldsymbol{\beta}_2; -\rho),$$

$$(4.9) \quad \Pr[s_i = 0, d_i = 0 | \mathbf{x}_i] = \Phi_2(-d_i \alpha - \mathbf{x}'_{i,1} \boldsymbol{\beta}_1, -\mathbf{x}'_{i,2} \boldsymbol{\beta}_2; \rho).$$

d_i が内生でも外生でも選択確率の表現は形式的に同じである. したがって実際の推定では d_i の内生性を無視できる.

この事実は次のように考えれば当然である. もともと 2 変量 2 値プロビット・モデルは完全情報最尤法で推定する. 最尤法なら内生性があっても有効推定量が得られる. また 2 変量 2 値プロビット・モデルの選択確率には内生変数も外生変数も同じ形で現れる. そのため推定コマンドで両者の区別が不要になる. このような例は他にもあり(順序プロビットなど), 同時性のないモデルを完全情報最尤法で推定するコマンドが利用できる場合は便利である.

なお α は平均処置効果そのものではない. 処置があった場合となかった場合の結果は次のように表せる.

$$(4.10) \quad s_{i,1}^* = 1[\alpha + \mathbf{x}'_{i,1} \boldsymbol{\beta}_1 + u_{i,1} > 0],$$

$$(4.11) \quad s_{i,0}^* = 1[\mathbf{x}'_{i,1} \boldsymbol{\beta}_1 + u_{i,1} > 0].$$

したがって平均処置効果は \mathbf{x}_i を所与として

$$(4.12) \quad \begin{aligned} \text{ATE}(\mathbf{x}_i) &= E(s_{i,1}^* - s_{i,0}^* | \mathbf{x}_i) \\ &= E(s_{i,1}^* | \mathbf{x}_i) - E(s_{i,0}^* | \mathbf{x}_i) \\ &= \Pr[s_{i,1}^* = 1 | \mathbf{x}_i] - \Pr[s_{i,0}^* = 1 | \mathbf{x}_i] \\ &= \Pr[\alpha + \mathbf{x}'_{i,1} \boldsymbol{\beta}_1 + u_{i,1} > 0 | \mathbf{x}_i] - \Pr[\mathbf{x}'_{i,1} \boldsymbol{\beta}_1 + u_{i,1} > 0 | \mathbf{x}_i] \\ &= \Pr[-u_{i,1} < \alpha + \mathbf{x}'_{i,1} \boldsymbol{\beta}_1 | \mathbf{x}_i] - \Pr[-u_{i,1} < \mathbf{x}'_{i,1} \boldsymbol{\beta}_1 | \mathbf{x}_i] \\ &= \Phi(\alpha + \mathbf{x}'_{i,1} \boldsymbol{\beta}_1) - \Phi(\mathbf{x}'_{i,1} \boldsymbol{\beta}_1). \end{aligned}$$

すなわち d_i の限界効果と一致する (Wooldridge, 2010, p. 961 を参照).

4.3 コントロール関数アプローチ

内生性をコントロールする変数が観測可能なら「コントロール関数アプローチ」が便利である. コントロール変数を説明変数に加えて処置変数が弱外生になれば(selection on observables), そ

の段階で内生性は消滅するので操作変数法や同時方程式推定は不要になる (Cameron and Trivedi, 2005, pp. 37, 869 を参照)。ただし処置変数以外の説明変数の限界効果は、コントロール変数としての効果も含むので、必ずしも因果効果を意味しない。コントロール変数を説明変数に加えて $\rho=0$ となれば、同時2変量2値プロビット・モデルは2本の独立な1変量2値プロビット・モデルになる。

同時2値プロビット・モデルにおける弱外生性の検定は、2変量(結果と処置)なら計量経済分析ソフトで簡単に実行できる。しかし3変量(処置が2つ)だと尤度関数に多重積分が残るため工夫が必要になる。本稿では1変量および2変量2値プロビット・モデルの推定結果を用いたLM検定を提案する。LM検定統計量は補助回帰で簡単に計算できる(詳細は付録Aを参照)。

5. 分析結果

5.1 「ミクロ経済学入門」の成績に対する平均処置効果

「ミクロ経済学入門」の成績(合格率)に対する「経済数学A」修得の平均処置効果を推定する。同時2変量2値プロビット・モデルはStataのbiprobitコマンドで最尤推定できる。同コマンドは独立性(=弱外生性)の尤度比(LR)検定統計量も出力する。表5は2005年度入学生についての推定結果である。atanh ρ のz値より $H_0:\rho=0$ は通常の有意水準で棄却されない($\rho \in [-1, 1]$ より逆双曲線正接関数で ρ を変換して最尤法を適用している)。またLR検定でも棄却されない。2006年度入学生についても同様の結果が得られる($\hat{\rho} = -0.20, z = -0.21$)。そこで1変量2値プロビット・モデルで平均処置効果を推定する。[ダミー従属変数の値の偏りは最尤推定量の漸近特性には影響しない。有限標本特性への影響はケース・バイ・ケースであろう。本稿では大きさ約280の標本中、「1」が約85%、「0」が約15%なので、さほど極端な偏りではない。例えば企業倒産の分析ではもっと偏る。]

1変量2値プロビット・モデルの限界効果はStataのdprobitコマンドで推定できる。表6

表5. 「ミクロ経済学入門」「経済数学A」の同時2変量2値プロビット・モデルの推定結果(2005年度)。

説明変数	「ミクロ経済学入門」			「経済数学A」		
	係数	s.e.	z 値	係数	s.e.	z 値
「経済数学A」合格ダミー	0.25	0.97	0.25			
「基礎ゼミA」補習ダミー	-0.13	0.40	-0.32			
「基礎ゼミA」合格ダミー	1.21	0.39	3.09	0.69	0.35	1.95
「基礎ゼミA」経済ダミー	0.10	0.27	0.36	0.37	0.17	2.14
経営学科ダミー	0.26	0.34	0.76	-0.17	0.28	-0.58
2組ダミー	-0.53	0.46	-1.15	0.88	0.27	3.24
浪人ダミー	-0.20	0.27	-0.74	-0.18	0.21	-0.84
女性ダミー	0.02	0.25	0.06	0.23	0.18	1.25
後期入試外国語重視ダミー	-0.20	0.69	-0.29	-0.66	0.59	-1.11
後期入試数学重視ダミー	0.16	0.62	0.26	-0.10	0.45	-0.23
推薦入試ダミー	-0.08	0.29	-0.28	-0.15	0.22	-0.68
センター国語(対数)	-0.73	1.06	-0.69	-0.37	0.78	-0.47
センター数学1A(対数)	1.23	0.94	1.31	0.36	0.78	0.47
センター数学2B(対数)	-0.36	0.65	-0.55	0.82	0.45	1.80
センター英語(対数)	0.40	1.08	0.37	-0.22	0.85	-0.26
定数項	-2.23	10.34	-0.22	-3.28	7.73	-0.42
atanh ρ	0.12	0.57	0.20			
ρ	0.12	0.56				

表 6. 「マイクロ経済学入門」の1変量2値プロビット・モデルの推定結果(限界効果).

説明変数	2005年度			2006年度		
	効果	s.e.	z値	効果	s.e.	z値
「経済数学 A」合格ダミー	0.09	0.04	2.00	0.15	0.05	3.35
「基礎ゼミ A」補習ダミー	-0.03	0.09	-0.32	0.03	0.04	0.58
「基礎ゼミ A」合格ダミー	0.36	0.13	3.36	0.37	0.17	3.09
「基礎ゼミ A」経済ダミー	0.01	0.05	0.30	0.01	0.04	0.22
経営学科ダミー	0.05	0.06	0.81	0.09	0.05	1.66
2組ダミー	-0.12	0.06	-1.82	0.03	0.06	0.63
浪人ダミー	-0.04	0.06	-0.71	-0.05	0.04	-1.22
女性ダミー	-0.00	0.05	-0.00	0.09	0.03	2.22
後期入試外国語重視ダミー	-0.04	0.16	-0.24	0.07	0.03	1.02
後期入試数学重視ダミー	0.03	0.10	0.27			
推薦入試ダミー	-0.01	0.06	-0.24	0.07	0.03	1.65
センター国語(対数)	-0.14	0.21	-0.67	0.07	0.14	0.49
センター数学1A(対数)	0.24	0.18	1.28	0.09	0.11	0.80
センター数学2B(対数)	-0.08	0.11	-0.73	0.07	0.10	0.68
センター英語(対数)	0.08	0.21	0.39	-0.20	0.19	-1.06
センター英語リ(対数)				0.20	0.16	1.28

は2005, 2006年度入学生についての推定結果である(限界効果は説明変数ベクトルの平均値で評価). 2005年度はセンター試験で英語リスニングテストを実施していないため, 2006年度は一般後期・数学重視型入試の入学者8名全員が「マイクロ経済学入門」に合格しており係数が識別されないため, それぞれ空欄となっている. [属性をコントロールするために十数個の説明変数を加えるのはマイクロ計量経済学では珍しくない. 推定結果を見る限り多重共線性の問題も生じていない.]

有意水準5%の両側検定で「マイクロ経済学入門」の合格率に影響ありとされるのは以下の3変数である.

- (1) 「経済数学 A」合格ダミー,
- (2) 「基礎ゼミ A」合格ダミー,
- (3) 女性ダミー(2006年度のみ).

「マイクロ経済学入門」の合格率に対する「経済数学 A」修得の平均処置効果は(平均的な属性の学生で)9~15%である. 「基礎ゼミナール A」の合格により「マイクロ経済学入門」の合格率は40%近く上昇する. 「基礎ゼミナール」は少人数の演習科目で試験もなく, 通常の学習態度で取り組みれば合格できる可能性が高い. したがって「基礎ゼミナール」の可否は学習態度を表すと解釈できる. 2006年度的女子学生は男子学生より合格率が9%高い. 入試・演習科目の成績で学力・学習態度をコントロールしても, 2006年度は女子学生の方がマイクロ経済学の理解度が高かったことになる.

5.2 「マクロ経済学入門」の成績に対する平均処置効果

「マクロ経済学入門」の成績(合格率)に対する「経済数学 A・B」修得の平均処置効果を推定する. 3変量2値プロビット・モデルは通常の計量経済分析ソフトのコマンドで推定できないので, まず「経済数学 A・B」修得の弱外生性の予備検定を LM 検定で行う.

第1式を結果(「マクロ経済学入門」の成績), 残りの2式を処置(「経済数学 A・B」修得)と

すると、検定問題は

$$(5.1) \quad H_0: \rho_{1,2} = \rho_{1,3} = 0 \quad \text{vs.} \quad H_1: \rho_{1,2} \neq 0 \text{ or } \rho_{1,3} \neq 0.$$

ただし $\rho_{1,2}$ は「マクロ経済学入門」と「経済数学 A」, $\rho_{1,3}$ は「マクロ経済学入門」と「経済数学 B」の式の誤差項の相関係数である. LM 検定統計量は付録 A で導出する. なお 2 変量 2 値プロビット・モデルの推定に失敗した場合は次善策として次の検定問題を考える.

$$(5.2) \quad H_0: P = I_3 \quad \text{vs.} \quad H_1: P \neq I_3.$$

これは $\rho_{2,3} = 0$ の過剰な制約を課しているが ($\rho_{2,3}$ は「経済数学 A・B」の式の誤差項の相関係数), 1 変量 2 値プロビット・モデルの推定のみで LM 検定が可能になる (Kiefer, 1982). $P = I_3$ なら $\rho_{1,2} = \rho_{1,3} = 0$ である. したがって両者は補完的に利用できる.

表 7 は 2005, 2006 年度入学生について両検定問題の LM 検定統計量を求めた結果である. 検定統計量は H_0 の下で制約の個数を自由度とする χ^2 分布にしたがう. $H_0: \rho_{1,2} = \rho_{1,3} = 0$ は両年度とも有意水準 5% で棄却される. ただし 2005 年度は p 値が 0.034 まで改善している. また 2006 年度は 2 変量 2 値プロビット・モデルの推定に問題が生じており ($\rho_{2,3} = -1$ の端点解に収束), $H_0: P = I_3$ は有意水準 5% で棄却されない. したがって数学履修の内生性のコントロールは, 2005 年度は僅かに不十分だが, 2006 年度は十分と判断できる. [Stata の第 3 者提供 ado ファイル triprobit は 3 変量 2 値プロビット・モデルを最尤推定し, 独立性 (= 弱外生性) の LR 検定統計量も出力する (使用は自己責任). ただしコントロール変数が多いと母数も多くなり, 2005, 2006 年度とも収束しなかった. そこでコントロール変数を減らして推定したところ, 両年度とも $H_0: P = I_3$ が有意水準 5% で棄却されなかった.] 参考までに 2005, 2006 年度入学生についての「経済数学 A・B」の 2 変量 2 値プロビット・モデルの推定結果を表 8, 9 に示しておく. [2006 年度は (対数) 尤度関数が $\rho = \rho_{2,3}$ に関してフラットになっている. データが $\rho_{2,3}$ に関する情報を持たなければ $\rho_{2,3} = 0$ と仮定しても分析に影響しない. $\text{atanh}\rho$ に比べ ρ の標準誤差が極端に小さいのは端点付近でデルタ法の近似が悪いためである.]

表 10 は 2005, 2006 年度入学生についての「マクロ経済学入門」 可否の 1 変量 2 値プロビット・モデルの推定結果である. 2005 年度は内生性の懸念が残るが, 両年度の数学学習の平均処置効果の差異は小さい. 有意水準 5% の両側検定で「マクロ経済学入門」の合格率に影響ありと判定されるのは以下の 6 変数である.

- (1) 「ミクロ入門」合格ダミー (2005 年度のみ),
- (2) 「経済数学 B」合格ダミー,
- (3) 「基礎ゼミ B」補習ダミー (2005 年度のみ),
- (4) 「基礎ゼミ A」合格ダミー,
- (5) 「基礎ゼミ B」合格ダミー,
- (6) 女性ダミー (2006 年度のみ).

「ミクロ経済学入門」の合格により「マクロ経済学入門」の合格率は 2005 年度は 40% 近く上昇しているが, 2006 年度は変化していない. ミクロ経済学の修得はマクロ経済学の理解を助け

表 7. 「マクロ経済学入門」の成績に対する「経済数学 A・B」修得の弱外生性の LM 検定.
注: LM 検定統計量 (χ^2 値) の 5% 臨界値は $\chi^2(2)$ で 5.99, $\chi^2(3)$ で 7.81.

H_0	2005 年度	2006 年度
$\rho_{1,2} = \rho_{1,3} = 0$	6.75	13.23
$P = I_3$	15.89	6.49

表 8. 「経済数学 A・B」の同時2変量2値プロビット・モデルの推定結果(2005年度).

説明変数	「経済数学 A」			「経済数学 B」		
	係数	s.e.	z 値	係数	s.e.	z 値
「経済数学 A」合格ダミー				0.60	2.52	0.24
「基礎ゼミ A」合格ダミー	0.67	0.34	2.00	0.57	0.46	1.24
「基礎ゼミ B」合格ダミー				0.31	0.38	0.83
「基礎ゼミ A」経済ダミー	0.38	0.17	2.16	0.03	0.46	0.07
「基礎ゼミ B」経済ダミー				0.06	0.21	0.28
経営学科ダミー	-0.16	0.28	-0.57	-0.65	0.51	-1.27
2組ダミー	0.89	0.27	3.27	0.92	0.41	2.25
浪人ダミー	-0.20	0.21	-0.93	-0.29	0.24	-1.21
女性ダミー	0.22	0.18	1.20	0.19	0.23	0.80
後期入試外国語重視ダミー	-0.68	0.61	-1.12	-1.01	0.71	-1.42
後期入試数学重視ダミー	-0.09	0.44	-0.21	-0.26	0.50	-0.51
推薦入試ダミー	-0.18	0.22	-0.79	-0.06	0.27	-0.21
センター国語 (対数)	-0.31	0.80	-0.38	-0.55	0.92	-0.60
センター数学 1A (対数)	0.33	0.77	0.43	0.48	0.85	0.56
センター数学 2B (対数)	0.90	0.47	1.93	1.05	0.51	2.05
センター英語 (対数)	-0.22	0.85	-0.26	-0.30	0.97	-0.31
定数項	-3.73	7.75	-0.48	-3.06	8.95	-0.34
$\text{atanh } \rho$	0.97	1.79	0.54			
ρ	0.75	0.78				

表 9. 「経済数学 A・B」の同時2変量2値プロビット・モデルの推定結果(2006年度).

説明変数	「経済数学 A」			「経済数学 B」		
	係数	s.e.	z 値	係数	s.e.	z 値
「経済数学 A」合格ダミー				2.88	0.16	17.52
「基礎ゼミ A」合格ダミー	1.42	0.39	3.67	-0.71	0.39	-1.81
「基礎ゼミ B」合格ダミー				0.42	0.22	1.87
「基礎ゼミ A」経済ダミー	0.22	0.17	1.29	-0.15	0.17	-0.84
「基礎ゼミ B」経済ダミー				0.14	0.17	0.82
経営学科ダミー	-1.03	0.29	-3.51	0.20	0.29	0.69
2組ダミー	0.26	0.30	0.87	0.10	0.29	0.34
浪人ダミー	0.05	0.20	0.27	-0.11	0.20	-0.57
女性ダミー	-0.08	0.19	-0.42	0.02	0.20	0.08
後期入試外国語重視ダミー	0.10	0.53	0.19	-0.68	0.54	-1.26
後期入試数学重視ダミー	0.52	0.65	0.80	-1.07	0.50	-2.15
推薦入試ダミー	0.15	0.21	0.74	0.15	0.22	0.70
センター国語 (対数)	-1.25	0.76	-1.65	0.07	0.78	0.08
センター数学 1A (対数)	0.94	0.58	1.62	-1.36	0.61	-2.22
センター数学 2B (対数)	-0.04	0.54	-0.08	1.14	0.53	2.13
センター英語 (対数)	1.53	0.96	1.60	-1.08	1.03	-1.05
センター英語リ (対数)	-1.61	0.83	-1.94	1.21	0.84	1.45
定数項	-0.14	7.97	-0.02	0.51	8.20	0.06
$\text{atanh } \rho$	-5.21	80.25	-0.06			
ρ	-1.00	0.01				

表 10. 「マクロ経済学入門」の1変量2値プロビット・モデルの推定結果(限界効果).

説明変数	2005年度			2006年度		
	効果	s.e.	z 値	効果	s.e.	z 値
「ミクロ入門」合格ダミー	0.37	0.11	4.52	0.00	0.04	0.05
「経済数学 A」合格ダミー	0.00	0.04	0.08	0.00	0.03	0.13
「経済数学 B」合格ダミー	0.10	0.06	2.00	0.15	0.06	3.36
「基礎ゼミ B」補習ダミー	0.08	0.02	2.31	0.04	0.03	1.41
「基礎ゼミ A」合格ダミー	0.28	0.14	2.85	0.37	0.23	2.62
「基礎ゼミ B」合格ダミー	0.24	0.13	2.86	0.22	0.09	3.71
「基礎ゼミ A」経済ダミー	0.00	0.03	0.14	0.01	0.03	0.37
「基礎ゼミ B」経済ダミー	-0.04	0.03	-1.37	-0.00	0.03	-0.16
経営学科ダミー	0.01	0.06	0.24	-0.05	0.10	-0.58
2組ダミー	0.03	0.06	0.47	0.10	0.09	1.16
浪人ダミー	0.00	0.04	0.05	-0.05	0.04	-1.45
女性ダミー	0.02	0.03	0.54	0.06	0.02	2.20
後期入試外国語重視ダミー	-0.24	0.23	-1.59	-0.03	0.10	-0.31
後期入試数学重視ダミー	-0.04	0.12	-0.45	0.01	0.06	0.13
推薦入試ダミー	-0.01	0.04	-0.23	0.02	0.03	0.70
センター国語(対数)	0.27	0.14	1.85	-0.15	0.12	-1.23
センター数学 1A(対数)	0.19	0.14	1.38	-0.00	0.09	-0.04
センター数学 2B(対数)	0.03	0.09	0.32	-0.05	0.08	-0.60
センター英語(対数)	0.18	0.16	1.16	0.06	0.17	0.37
センター英語リ(対数)				-0.25	0.14	-1.87

と思われるので、後者の結果は意外である。数学学習の平均処置効果は「経済数学 A」(主に微積分)修得で 0, 「経済数学 B」(主に線形代数)修得で 10~15%である。これは「ミクロ経済学入門」では微分, 「マクロ経済学入門」では連立方程式を多く解くためかもしれないし、単に前期の学習内容を忘れてしまうのかもしれない。いずれにせよ Butler et al. (1998), Li and Tobias (2006)と同様の結果であり興味深い。2005年度のみ補習により合格率が 8%上昇している。「基礎ゼミナール A・B」の合格により「マクロ経済学入門」の合格率は大幅に上昇する。ここでも「基礎ゼミナール」の可否は学習態度を表すと解釈できる。2006年度の女子学生は男子学生より合格率が 6%高い。「ミクロ経済学入門」でも同様の結果なので、2006年度は学力・学習態度以外の要因で経済学の理解度に男女格差が生じていた可能性がある。[[「ミクロ経済学入門」の可否も内生と考えるなら当該ダミーをコントロール変数から除けばよい。そうすると「経済数学 B」合格ダミーの限界効果も z 値も上昇する(2005年度のみ)。ただし数学履修の内生性のコントロールが低下したとも解釈できる。]

6. おわりに

「ミクロ経済学入門」「マクロ経済学入門」の成績(合格率)に対する数学学習の平均処置効果は(平均的な属性の学生で)9~15%である。学力・学習態度を表す変数で数学履修の内生性はほぼコントロール済みなので、これは数学の修得が経済学の理解を助ける効果と解釈できる。したがって経済学と数学の並行履修は推奨される。

ただし本稿は 1つの実証結果を示したに過ぎず、確定的な結論を得るにはさらなる実証研究の蓄積が必要である。また本稿の分析は完全ではなく、以下のような課題が残っている。

- (1) 「ミクロ経済学入門」「マクロ経済学入門」の合格は、大学の経済学教育の最終目標で

はない(中間目標ですらないという意見もある)。より興味深いのは就職に対する効果である。その説明変数には就職支援・クラブ活動・アルバイト・留学なども含まれる。

- (2) 努力水準(出席・課題提出など)も成績に加味するならば必ずしも成績＝理解度ではない。また担当教員により試験の出題傾向や採点基準も異なるかもしれない。ERE(経済学検定試験)を活用して経済学の理解度を客観的に測るのが望ましい。
- (3) 他大学では異なる結果が得られるかもしれない。また他学部の分析も興味深い。
- (4) 数学学習の効果は学生により異なるかもしれない。処置効果の不均一性を考慮した推定も検討すべきである。
- (5) プロビット・モデルの定式化は誤りかもしれない。ノンパラメトリック／セミパラメトリック推定も試みる価値がある。
- (6) 可否でなく5段階評価のモデルも検討すべきである。多変量順序プロビット・モデルの推定にはシミュレーションによるベイズ推測が便利である。本稿のLM検定も順序プロビット・モデルに拡張できる。

経済学教育に限らず教育の平均処置効果の推定は、教育の経済学の実証研究としても、ミクロ計量経済学の応用としても興味深い。在学生・卒業生について教育機関は理想的なマイクロデータを持っている(必要なら追加的な情報もアンケート調査で入手できる)。少人数教育、補習授業、ピア・グループ効果、経済学実験の教育効果など多様なテーマについて欧米でも研究が蓄積されつつある。教育改革・改善の建設的な議論のためにも成績データを用いた実証研究の活発化を期待したい。

付 録

A. 同時3変量2値プロビット・モデルにおける弱外生性のスコア(LM)検定

本節では同時3変量2値プロビット・モデルにおける処置変数の弱外生性のLM検定統計量を導出する。前述の通り多変量2値プロビット・モデルの最尤推定では内生性を無視できる。したがって同時多変量2値プロビット・モデルにおける処置変数の弱外生性の検定は、同時性のない多変量2値プロビット・モデルにおける第1式(結果の式)の独立性の検定と形式的に同じになる。そこで (D, X) を大きさ n の $(3+k)$ 変量無作為標本として、次の3変量2値プロビット・モデルを考える。

$$(A.1) \quad d_{i,1} = 1[y_{i,1}^* > 0],$$

$$(A.2) \quad d_{i,2} = 1[y_{i,2}^* > 0],$$

$$(A.3) \quad d_{i,3} = 1[y_{i,3}^* > 0],$$

$$(A.4) \quad y_{i,1}^* = x'_{i,1}\beta_1 + u_{i,1},$$

$$(A.5) \quad y_{i,2}^* = x'_{i,2}\beta_2 + u_{i,2},$$

$$(A.6) \quad y_{i,3}^* = x'_{i,3}\beta_3 + u_{i,3},$$

$$(A.7) \quad u_i | x_i \sim N(0, P),$$

ただし

$$P = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{1,2} & \rho_{1,3} \\ & 1 & \rho_{2,3} \\ & & 1 \end{bmatrix}.$$

$N(\mathbf{0}, \mathbf{P})$ の cdf を $\Phi_3(\cdot; \mathbf{P})$ とする。 $t=1, 2, 3$ について $s_{i,t} = 2d_{i,t} - 1$ とすると、任意の $d \in \{0, 1\}^3$ について

(A.8)

$$\begin{aligned} \Pr[\mathbf{d}_i = \mathbf{d} | \mathbf{x}_i] &= \Pr[s_{i,1}y_{i,1}^* > 0, s_{i,2}y_{i,2}^* > 0, s_{i,3}y_{i,3}^* > 0 | \mathbf{x}_i] \\ &= \Pr[s_{i,1}(\mathbf{x}'_{i,1}\beta_1 + u_{i,1}) > 0, s_{i,2}(\mathbf{x}'_{i,2}\beta_2 + u_{i,2}) > 0, s_{i,3}(\mathbf{x}'_{i,3}\beta_3 + u_{i,3}) > 0 | \mathbf{x}_i] \\ &= \Pr[-s_{i,1}u_{i,1} < s_{i,1}\mathbf{x}'_{i,1}\beta_1, -s_{i,2}u_{i,2} < s_{i,2}\mathbf{x}'_{i,2}\beta_2, -s_{i,3}u_{i,3} < s_{i,3}\mathbf{x}'_{i,3}\beta_3 | \mathbf{x}_i] \\ &= \Phi_3(s_{i,1}\mathbf{x}'_{i,1}\beta_1, s_{i,2}\mathbf{x}'_{i,2}\beta_2, s_{i,3}\mathbf{x}'_{i,3}\beta_3; \mathbf{P}_i^*), \end{aligned}$$

ただし

$$\mathbf{P}_i^* = \begin{bmatrix} s_{i,1}^2 & s_{i,1}s_{i,2}\rho_{1,2} & s_{i,1}s_{i,3}\rho_{1,3} \\ & s_{i,2}^2 & s_{i,2}s_{i,3}\rho_{2,3} \\ & & s_{i,3}^2 \end{bmatrix}.$$

母数ベクトルを $\theta = (\beta'_1, \beta'_2, \beta'_3, \rho_{1,2}, \rho_{1,3}, \rho_{2,3})'$ とする。次の関数を定義する。

$$P_i(\theta) = \Phi_3(s_{i,1}\mathbf{x}'_{i,1}\beta_1, s_{i,2}\mathbf{x}'_{i,2}\beta_2, s_{i,3}\mathbf{x}'_{i,3}\beta_3; \mathbf{P}_i^*).$$

θ の対数尤度関数は

$$\ell(\theta; \mathbf{D}, \mathbf{X}) = \sum_{i=1}^n \ln P_i(\theta).$$

θ のスコア関数は

$$(A.9) \quad \mathbf{s}(\theta; \mathbf{D}, \mathbf{X}) = \sum_{i=1}^n \frac{D_\theta P_i(\theta)}{P_i(\theta)},$$

ただし D は微分演算子で

$$\begin{aligned} D_{\beta_1} P_i(\theta) &= \mathbf{x}_{i,1} s_{i,1} D_1 \Phi_3(s_{i,1}\mathbf{x}'_{i,1}\beta_1, s_{i,2}\mathbf{x}'_{i,2}\beta_2, s_{i,3}\mathbf{x}'_{i,3}\beta_3; \mathbf{P}_i^*), \\ D_{\beta_2} P_i(\theta) &= \mathbf{x}_{i,2} s_{i,2} D_2 \Phi_3(s_{i,1}\mathbf{x}'_{i,1}\beta_1, s_{i,2}\mathbf{x}'_{i,2}\beta_2, s_{i,3}\mathbf{x}'_{i,3}\beta_3; \mathbf{P}_i^*), \\ D_{\beta_3} P_i(\theta) &= \mathbf{x}_{i,3} s_{i,3} D_3 \Phi_3(s_{i,1}\mathbf{x}'_{i,1}\beta_1, s_{i,2}\mathbf{x}'_{i,2}\beta_2, s_{i,3}\mathbf{x}'_{i,3}\beta_3; \mathbf{P}_i^*), \\ D_{\rho_{1,2}} P_i(\theta) &= s_{i,1} s_{i,2} D_{1,2}^2 \Phi_3(s_{i,1}\mathbf{x}'_{i,1}\beta_1, s_{i,2}\mathbf{x}'_{i,2}\beta_2, s_{i,3}\mathbf{x}'_{i,3}\beta_3; \mathbf{P}_i^*), \\ D_{\rho_{1,3}} P_i(\theta) &= s_{i,1} s_{i,3} D_{1,3}^2 \Phi_3(s_{i,1}\mathbf{x}'_{i,1}\beta_1, s_{i,2}\mathbf{x}'_{i,2}\beta_2, s_{i,3}\mathbf{x}'_{i,3}\beta_3; \mathbf{P}_i^*), \\ D_{\rho_{2,3}} P_i(\theta) &= s_{i,2} s_{i,3} D_{2,3}^2 \Phi_3(s_{i,1}\mathbf{x}'_{i,1}\beta_1, s_{i,2}\mathbf{x}'_{i,2}\beta_2, s_{i,3}\mathbf{x}'_{i,3}\beta_3; \mathbf{P}_i^*). \end{aligned}$$

Kiefer (1982, p. 162) を参照。

次の検定問題を考える。

$$H_0: \rho_{1,2} = \rho_{1,3} = 0 \quad \text{vs.} \quad H_1: \rho_{1,2} \neq 0 \text{ or } \rho_{1,3} \neq 0.$$

H_0 の下での母数ベクトルを $\theta^* = (\beta'_1, \beta'_2, \beta'_3, 0, 0, \rho_{2,3})'$ とすると

$$\begin{aligned} P_i(\theta^*) &= \Phi(s_{i,1}\mathbf{x}'_{i,1}\beta_1) \Phi_2(s_{i,2}\mathbf{x}'_{i,2}\beta_2, s_{i,3}\mathbf{x}'_{i,3}\beta_3; s_{i,2}s_{i,3}\rho_{2,3}), \\ D_{\beta_1} P_i(\theta^*) &= \mathbf{x}_{i,1} s_{i,1} \phi(s_{i,1}\mathbf{x}'_{i,1}\beta_1) \Phi_2(s_{i,2}\mathbf{x}'_{i,2}\beta_2, s_{i,3}\mathbf{x}'_{i,3}\beta_3; s_{i,2}s_{i,3}\rho_{2,3}), \\ D_{\beta_2} P_i(\theta^*) &= \mathbf{x}_{i,2} s_{i,2} \Phi(s_{i,1}\mathbf{x}'_{i,1}\beta_1) D_1 \Phi_2(s_{i,2}\mathbf{x}'_{i,2}\beta_2, s_{i,3}\mathbf{x}'_{i,3}\beta_3; s_{i,2}s_{i,3}\rho_{2,3}), \\ D_{\beta_3} P_i(\theta^*) &= \mathbf{x}_{i,3} s_{i,3} \Phi(s_{i,1}\mathbf{x}'_{i,1}\beta_1) D_2 \Phi_2(s_{i,2}\mathbf{x}'_{i,2}\beta_2, s_{i,3}\mathbf{x}'_{i,3}\beta_3; s_{i,2}s_{i,3}\rho_{2,3}), \\ D_{\rho_{1,2}} P_i(\theta^*) &= s_{i,1} s_{i,2} \phi(s_{i,1}\mathbf{x}'_{i,1}\beta_1) D_1 \Phi_2(s_{i,2}\mathbf{x}'_{i,2}\beta_2, s_{i,3}\mathbf{x}'_{i,3}\beta_3; s_{i,2}s_{i,3}\rho_{2,3}), \\ D_{\rho_{1,3}} P_i(\theta^*) &= s_{i,1} s_{i,3} \phi(s_{i,1}\mathbf{x}'_{i,1}\beta_1) D_2 \Phi_2(s_{i,2}\mathbf{x}'_{i,2}\beta_2, s_{i,3}\mathbf{x}'_{i,3}\beta_3; s_{i,2}s_{i,3}\rho_{2,3}), \end{aligned}$$

$$D_{\rho_2,3}P_i(\boldsymbol{\theta}^*) = s_{i,2}s_{i,3}\Phi(s_{i,1}\mathbf{x}'_{i,1}\boldsymbol{\beta}_1)\phi_2(s_{i,2}\mathbf{x}'_{i,2}\boldsymbol{\beta}_2, s_{i,3}\mathbf{x}'_{i,3}\boldsymbol{\beta}_3; s_{i,2}s_{i,3}\rho_{2,3}),$$

ただし $\phi_2(\cdot; \rho)$ は $\Phi_2(\cdot; \rho)$ の密度関数. したがって

$$(A.10) \quad \frac{D_{\beta_1}P_i(\boldsymbol{\theta}^*)}{P_i(\boldsymbol{\theta}^*)} = \mathbf{x}_{i,1}v_{i,1}(\boldsymbol{\theta}^*),$$

$$(A.11) \quad \frac{D_{\beta_2}P_i(\boldsymbol{\theta}^*)}{P_i(\boldsymbol{\theta}^*)} = \mathbf{x}_{i,2}v_{i,2}(\boldsymbol{\theta}^*),$$

$$(A.12) \quad \frac{D_{\beta_3}P_i(\boldsymbol{\theta}^*)}{P_i(\boldsymbol{\theta}^*)} = \mathbf{x}_{i,3}v_{i,3}(\boldsymbol{\theta}^*),$$

$$(A.13) \quad \frac{D_{\rho_{1,2}}P_i(\boldsymbol{\theta}^*)}{P_i(\boldsymbol{\theta}^*)} = v_{i,1}(\boldsymbol{\theta}^*)v_{i,2}(\boldsymbol{\theta}^*),$$

$$(A.14) \quad \frac{D_{\rho_{1,3}}P_i(\boldsymbol{\theta}^*)}{P_i(\boldsymbol{\theta}^*)} = v_{i,1}(\boldsymbol{\theta}^*)v_{i,3}(\boldsymbol{\theta}^*),$$

$$(A.15) \quad \frac{D_{\rho_{2,3}}P_i(\boldsymbol{\theta}^*)}{P_i(\boldsymbol{\theta}^*)} = v_{i,23}(\boldsymbol{\theta}^*),$$

ただし

$$\begin{aligned} v_{i,1}(\boldsymbol{\theta}^*) &= \frac{s_{i,1}\phi(s_{i,1}\mathbf{x}'_{i,1}\boldsymbol{\beta}_1)}{\Phi(s_{i,1}\mathbf{x}'_{i,1}\boldsymbol{\beta}_1)}, \\ v_{i,2}(\boldsymbol{\theta}^*) &= \frac{s_{i,2}D_1\Phi_2(s_{i,2}\mathbf{x}'_{i,2}\boldsymbol{\beta}_2, s_{i,3}\mathbf{x}'_{i,3}\boldsymbol{\beta}_3; s_{i,2}s_{i,3}\rho_{2,3})}{\Phi_2(s_{i,2}\mathbf{x}'_{i,2}\boldsymbol{\beta}_2, s_{i,3}\mathbf{x}'_{i,3}\boldsymbol{\beta}_3; s_{i,2}s_{i,3}\rho_{2,3})}, \\ v_{i,3}(\boldsymbol{\theta}^*) &= \frac{s_{i,3}D_2\Phi_2(s_{i,2}\mathbf{x}'_{i,2}\boldsymbol{\beta}_2, s_{i,3}\mathbf{x}'_{i,3}\boldsymbol{\beta}_3; s_{i,2}s_{i,3}\rho_{2,3})}{\Phi_2(s_{i,2}\mathbf{x}'_{i,2}\boldsymbol{\beta}_2, s_{i,3}\mathbf{x}'_{i,3}\boldsymbol{\beta}_3; s_{i,2}s_{i,3}\rho_{2,3})}, \\ v_{i,23}(\boldsymbol{\theta}^*) &= \frac{s_{i,2}s_{i,3}\phi_2(s_{i,2}\mathbf{x}'_{i,2}\boldsymbol{\beta}_2, s_{i,3}\mathbf{x}'_{i,3}\boldsymbol{\beta}_3; s_{i,2}s_{i,3}\rho_{2,3})}{\Phi_2(s_{i,2}\mathbf{x}'_{i,2}\boldsymbol{\beta}_2, s_{i,3}\mathbf{x}'_{i,3}\boldsymbol{\beta}_3; s_{i,2}s_{i,3}\rho_{2,3})}. \end{aligned}$$

H_0 の下での $\boldsymbol{\theta}$ の最尤推定量を $\hat{\boldsymbol{\theta}}^* = (b'_1, b'_2, b'_3, 0, 0, r_{2,3})'$ として以下の行列を定義する.

$$S = \begin{bmatrix} \mathbf{s}(\hat{\boldsymbol{\theta}}^*; \mathbf{d}_1, \mathbf{x}_1)' \\ \vdots \\ \mathbf{s}(\hat{\boldsymbol{\theta}}^*; \mathbf{d}_n, \mathbf{x}_n)' \end{bmatrix},$$

ただし

$$\mathbf{s}(\hat{\boldsymbol{\theta}}^*; \mathbf{d}_i, \mathbf{x}_i) = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_{i,1}v_{i,1}(\hat{\boldsymbol{\theta}}^*) \\ \mathbf{x}_{i,2}v_{i,2}(\hat{\boldsymbol{\theta}}^*) \\ \mathbf{x}_{i,3}v_{i,3}(\hat{\boldsymbol{\theta}}^*) \\ v_{i,1}(\hat{\boldsymbol{\theta}}^*)v_{i,2}(\hat{\boldsymbol{\theta}}^*) \\ v_{i,1}(\hat{\boldsymbol{\theta}}^*)v_{i,3}(\hat{\boldsymbol{\theta}}^*) \\ v_{i,23}(\hat{\boldsymbol{\theta}}^*) \end{pmatrix}.$$

LM 検定統計量は $\mathbf{i}'S(S'S)^{-1}S'\mathbf{i}$. これは \mathbf{i} の S 上への補助回帰の回帰変動として計算できる. [Stata 9 以降なら $v_{i,1}(\hat{\boldsymbol{\theta}}^*)$ は (d)probit, $v_{i,2}(\hat{\boldsymbol{\theta}}^*), v_{i,3}(\hat{\boldsymbol{\theta}}^*), v_{i,23}(\hat{\boldsymbol{\theta}}^*)$ は biprobit の postestimation command で簡単に計算できる. ただし biprobit は ρ でなく $\text{atanh}\rho$ を推定するので $D_\rho P_i(\cdot) = D_{\text{atanh}\rho} P_i(\cdot) / (1 - \rho^2)$ の変換が必要.]

B. 操作変数法の問題点

2 値応答モデルは一般に非線形モデルなので、処置ダミーの係数は平均処置効果そのものではない。この問題の簡単な解決策として、線形確率モデルを仮定することを Angrist (2001) は勧めている。しかし処置ダミーが内生変数だと、操作変数が論理的に存在しないという問題が生じる。

(s, d, \mathbf{X}) を大きさ n の無作為標本とする。 s, d はダミー変数を成分とするベクトルであり、前者は結果の成否、後者は処置の有無を表す。処置があった場合の結果を $s_{i,1}^*$ 、なかった場合の結果を $s_{i,0}^*$ として、次の線形確率モデルを仮定する。

$$E(s_{i,1}^* | \mathbf{x}_i) = \alpha + \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta},$$

$$E(s_{i,0}^* | \mathbf{x}_i) = \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta}.$$

α は処置による成功確率の上昇を表す。誤差項を用いると、

$$(B.1) \quad s_{i,1}^* = \alpha + \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta} + u_{i,1},$$

$$(B.2) \quad s_{i,0}^* = \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta} + u_{i,0},$$

$$(B.3) \quad E(u_{i,1} | \mathbf{x}_i) = 0,$$

$$(B.4) \quad E(u_{i,0} | \mathbf{x}_i) = 0.$$

結果が 2 値変数なので $u_{i,1} = u_{i,0}$ とは仮定できない。 [$u_{i,1} = u_{i,0}$ だと $s_{i,0}^*$ が 0,1 の 2 値変数なら $s_{i,1}^*$ は $\alpha, 1 + \alpha$ の 2 値変数となる (矛盾)。 $u_{i,1} \neq u_{i,0}$ は処置効果の不均一性と解釈できる。]

各 i について実際に観測するのは $s_{i,1}^*, s_{i,0}^*$ のどちらか一方である。すなわち

$$(B.5) \quad \begin{aligned} s_i &= d_i s_{i,1}^* + (1 - d_i) s_{i,0}^* \\ &= d_i \alpha + \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta} + v_i. \end{aligned}$$

ただし $v_i = d_i u_{i,1} + (1 - d_i) u_{i,0}$ 。 $E(v_i) = E(d_i(u_{i,1} - u_{i,0}))$ より $E(v_i) = 0$ とは限らない。また

$$\begin{aligned} \text{cov}(d_i, v_i) &= \text{cov}(d_i, d_i u_{i,1} + (1 - d_i) u_{i,0}) \\ &= E(d_i [d_i u_{i,1} + (1 - d_i) u_{i,0}]) - E(d_i) E(d_i u_{i,1} + (1 - d_i) u_{i,0}) \\ &= E(d_i u_{i,1}) - E(d_i) (E(d_i u_{i,1}) - E(d_i u_{i,0})) \\ &= (1 - E(d_i)) E(d_i u_{i,1}) + E(d_i) E(d_i u_{i,0}). \end{aligned}$$

処置が無作為でないと一般に $E(d_i u_{i,1}), E(d_i u_{i,0}) \neq 0$ となり、 d_i の内生性の問題が生じる。

α を推定するための操作変数を z_i とする。操作変数の条件は $\text{cov}(z_i, d_i) \neq 0$ かつ $\text{cov}(z_i, v_i) = 0$ である。ここで

$$\begin{aligned} \text{cov}(z_i, v_i) &= \text{cov}(z_i, d_i u_{i,1} + (1 - d_i) u_{i,0}) \\ &= \text{cov}(z_i, u_{i,0}) - \text{cov}(z_i, d_i (u_{i,1} - u_{i,0})). \end{aligned}$$

結果が連続変数なら $u_{i,1} = u_{i,0}$ と仮定すれば $\text{cov}(z_i, u_{i,0}) = 0$ を満たす z_i が操作変数となる。しかし結果が 2 値変数なら $\text{cov}(z_i, u_{i,0}) = 0$ としても $\text{cov}(z_i, d_i) \neq 0$ かつ $\text{cov}(z_i, d_i (u_{i,1} - u_{i,0})) = 0$ が必要である。このような z_i は一般に存在しない。

謝 辞

本稿では某大学経済学部生のデータを同大学の許可を得て使用している。本稿の作成にあたり大阪府立大学・神戸大学・筑波大学・福岡大学・大阪大学・北海道大学・小樽商科大学・南

山大学・大阪市立大学でのセミナー参加者、吉田あつし氏、澤田康幸氏、匿名の査読者2名から有益な示唆・助言を頂いた。ここに記して感謝する。本研究は科研費(20330041)の助成を受けたものである。

参 考 文 献

- Angrist, J. D. (2001). Estimation of limited dependent variable models with dummy endogenous regressors: Simple strategies for empirical practice, *Journal of Business & Economic Statistics*, **19**, 2–16.
- Ballard, C. L. and Johnson, M. F. (2004). Basic math skills and performance in an introductory economics class, *Journal of Economic Education*, **35**, 3–23.
- Butler, J. S., Finegan, T. A. and Siegfried, J. J. (1998). Does more calculus improve student learning in intermediate micro- and macroeconomic theory?, *Journal of Applied Econometrics*, **13**, 185–202.
- Cameron, C. A. and Trivedi, P. K. (2005). *Microeconometrics: Methods and Applications*, Cambridge University Press, New York.
- Greene, W. H. (1998). Gender economics courses in liberal arts colleges: Further results, *Journal of Economic Education*, **29**, 291–300.
- Greene, W. H. (2008). *Econometric Analysis*, Pearson Education, 6th ed., Upper Saddle River, New Jersey.
- ハフ, D. (1968). 『統計でウソをつく法』, 講談社ブルーバックス, 東京.
- Kiefer, N. M. (1982). Testing for dependence in multivariate probit models, *Biometrika*, **69**, 161–166.
- Li, M. and Tobias, J. L. (2006). Calculus attainment and grades received in intermediate economic theory, *Journal of Applied Econometrics*, **21**, 893–896.
- Pozo, S. and Stull, C. A. (2006). Requiring a math skills unit: Results of a randomized experiment, *American Economic Review*, **96**(2), 437–441.
- 浦坂純子, 西村和雄, 平田純一, 八木 匡(2002). 「数学学習と大学教育・所得・昇進」, 日本経済研究, 第46号, 1–22.
- Wooldridge, J. M. (2010). *Econometrics of Cross Section and Panel Data*, 2nd ed., MIT Press, Cambridge, Massachusetts.

Effects of Learning Mathematics on Grades in Economics: A Control Function Approach for Estimation and Pretesting

Shigeki Kano¹, Shingo Takagi² and Yasutomo Murasawa¹

¹School of Economics, Osaka Prefecture University

²Graduate School of Economics and Business Administration, Hokkaido University

This paper estimates the average treatment effects (ATE) of learning mathematics on grades in introductory micro- and macroeconomics, using grade data of economics students at a certain university in 2005 and 2006. At this economics department, introductory micro- and macroeconomics are required, and math classes are optional. Due to self selection, one cannot simply assume exogeneity of learning math, but must consider the possibility of endogeneity (for instance, able students may be more likely to take math classes and also perform better in economics). This paper takes a *control function approach*, using variables reflecting ability and attitude as control variables. As a pretest for controllability of endogeneity, or weak exogeneity of treatments, this paper proposes a score (LM) test, assuming a simultaneous binary probit model for outcome and treatments. The findings of the paper are twofold. (1) For introductory microeconomics in both years and macroeconomics in 2005, the ability and attitude variables (scores in the entrance exam, grades in seminar classes, etc.) can control for endogeneity of learning math. (2) Learning math increases the probabilities of passing in introductory micro- and macroeconomics by 9–15%.