

われたこと、経企庁の採用する季節調整法はセンサス X-11 であり閏年要因も曜日効果も考慮していないこと、などから、状態空間モデルを利用した季節調整法で消費の伸び率を計測し公表値との比較を行った。

分析の結果、閏年要因を曜日効果に含める形で除去して、1-3 月期の押し上げ分はたかだか 0.2~0.3% 程度と思われる。一方で 4-6 月期の前期比伸び率は 0.12% と相当低く、状態空間モデルによる季節調整結果からも消費の減速は 4-6 月期に急速に進行したと判断するのが妥当であろう。

なお状態空間モデルで時系列を分解する方法については、北川 (1986) などを参考にしたいが、トレンドだけでなくトレンドまわりに AR 型の定常変動を分解要因として考慮するときには注意が必要である。低次ではトレンドと、高次では季節成分との識別性の問題が生じ、特に後者では本来の目的である季節調整が歪められてしまうことが多い。

参 考 文 献

北川源四郎 (1986). 時系列の分解——プログラム DECOMP の紹介——, 統計数理, 34, 254-271.

Dynamic Representation of the Distribution Function for Non-Gaussian and Nonlinear State Space Models

樋 口 知 之

非ガウス・非線形時系列モデルへの大規模ベイズアプローチの場合、時系列モデルを状態空間表現することで、超高次元積分である ABIC の計算が低次元 (高々 state vector の次元 k) の数値積分の和に帰着できる。従って主たる問題は、次の 2 つの数値積分をいかに効率よく行うかになる。

$$(1) \text{ prediction } p(z_n | Y_{n-1}) = \int p(z_{n-1} | Y_{n-1}) q(z_n | z_{n-1}) dz_{n-1}$$

$$(2) \text{ for filtering } p(y_n | Y_{n-1}) = \int p(z_n | Y_{n-1}) r(y_n | z_n) dz_n$$

(単純) 非ガウス型平滑化のような $k=1$ の時は、定義域を非常に細かく分割し $p(z_n | \cdot)$ を階段関数で近似する方法が、特殊なケースを除き一番高速かつ最適である。また、 $6 \leq k \leq 15$ (最大 20 まで) のやや高次元積分では、importance sampling strategy によるアプローチが望ましい (Smith et al. (1987))。さらに高次元になると、メトロポリスのモンテカルロ法の援用を仰がねばならない。ただし一般に $20 \leq k$ となるような時系列モデルを考えるケースは極めて希で、その場合は別な state vector による表現法を考える方が現実的である。実際の多くの非ガウス・非線形時系列モデルがとる $1 < k \leq 6$ の中間的レンジでは、Gauss quadrature によるアプローチが効率的・実用的であるとされている。

Dynamic Grid and Hybrid Representation

メモリーの制約から grid point 数を減らすため、fixed grid ではなく、 n とともに変化する not equi-spaced grid 上で (dynamic grid と呼ばれている)、 $p(z_n | \cdot)$ を階段関数で近似する方法を考える。Grid の位置は、積分の近似を良くするため次のようなルールで定める。

$$\Delta F^i(j) = \int_{x_j^{i-1}}^{x_j^i} p(z_j | \cdot) dz_j = \text{const.}$$

ここで、 $1 \leq j \leq k$, $0 \leq i \leq 1/\Delta F(j)$. $p(z_j | \cdot)$ は、同時分布 $p(z | \cdot)$ から導かれる z_j の周辺分布。 $\Delta F(j)$ は、 j に依存してもよい。実際に prediction, filtering を行うためには、 $x_j^0 \sim x_j^1$ および $x_j^{1/\Delta F(j)-1} \sim x_j^{1/\Delta F(j)}$ の定義域をさらに細かく等分割しておく方が望ましい。つまり、equi-spaced と not equi-spaced を組み合わせた (hybrid type) grid 表現を採用する。 i の数を増やし拡張した $\{x_j^i\}$ から generate された grid

point を $\{\mathbf{x}_m\}$ で表記し, その格子点の数を M とする. また, V_i を $\{\mathbf{x}_m\}$ で定まる超立方体としよう. そうすると, 上記の積分は

$$(1') \quad p(\mathbf{z}_n | Y_{n-1}) = \sum_i p_i \int_{V_i} q(\mathbf{z}_n | \mathbf{z}_{n-1}) d\mathbf{z}_{n-1}$$

$$(2') \quad p(y_n | Y_{n-1}) = \sum_i p_i \int_{V_i} r(y_n | \mathbf{z}_n) d\mathbf{z}_n$$

となる. p_i は V_i の $p(\mathbf{z}|\cdot)$ の値. $\int q(\mathbf{z}_n | \mathbf{z}_{n-1}) d\mathbf{z}_{n-1}$ や $\int r(y_n | \mathbf{z}_n) d\mathbf{z}_n$ は, 時系列モデルにも依存するが, 実際は極めて低次元 ($k=1\sim 2$) の積分に還元されることが多いので, 単純に数値積分を行えばよい. モンテカルロフィルタ (Kitagawa (1993)) は, $p(\mathbf{z}|\cdot)$ の近似のさらなる省略化を, デルタ関数の和 $(1/M') \sum_m \delta(\mathbf{z}_n - \mathbf{x}_m)$ で実現し, $\{\mathbf{x}_m\}$ を, 分布にしたがう乱数を M' 個発生して近似的に求めているものと考えることができる.

前述の方法を, 最も簡単な例題である1次元平滑化に応用し, その有効性を確かめた.

参 考 文 献

- Kitagawa, G. (1993). A Monte Carlo filtering and smoothing method for non-Gaussian nonlinear state space models, Research Memo., No. 462, The Institute of Statistical Mathematics, Tokyo.
 Smith, A.F.M., Skene, A.M., Shaw, J.E.H. and Naylor, J.C. (1987). Progress with numerical and graphical methods for practical Bayesian statistics, *The Statistician*, **36**, 75-82.

メトロポリスのモンテカルロ法の緩和について

伊 庭 幸 人

ベイズモデル (一般に極めて変数の多い確率分布) に対して周辺分布を計算する有力な手法としてメトロポリスのモンテカルロ法がある. この方法の骨子は, 与えられた確率分布に対して, それを不変分布とするマルコフ鎖を作ることにある. この方法の欠点として, 緩和時間の長い準安定状態がしばしば生じて, 効率が低下するという問題がある. これは, たとえば, 分布に複数のモードがある場合に生じやすい. このため, 緩和時間を短くする方法が模索されている. そのうちで, 最近注目されているのは, 拡張されたアンサンブルを用いる方法 (Berg and Neuhaus (1992), Berg and Celik (1992), Marinari and Parisi (1992)) である.

研究報告会では, Marinari らの方法に似た別法を提案し, 具体的な統計の問題に対する結果をしめした. この方法の特徴は, 条件のことなる確率分布 P_i ($i \in \{1, \dots, M\}$) にしたがう系を複数個同時にシミュレートしながら, その間の“入れ替え”を確率的に行なう点にある (これに対して参考文献の方法ではいずれも1個の系をシミュレートする). 入れ替わりが十分に頻繁におこり, P_i の中に短い緩和時間でシミュレートできるものが含まれれば, 全体の緩和が速くなることが期待できる. “入れ替え”の際には同時分布関数

$$(1) \quad \bar{P}(x_1, x_2, \dots, x_M) = P_1(x_1)P_2(x_2)\cdots P_M(x_M)$$

について詳細釣合が満たされるようにするのがポイントである. たとえば, 条件のことなる確率分布の族として温度の違うギブス分布の族 $\{P_a(x)\}$

$$(2) \quad P_a(x) = \frac{\exp\left(-\frac{E(x)}{T_a}\right)}{Z_a}$$

を考えた場合には, 入れ替えのアルゴリズムとして,