

乱流散逸場のフラクタル構造の 3D ディスプレイ

電気通信大学 機械制御工学科 細川 嶽・北島 言道

乱流散逸率 ϵ は、等方性乱流理論の基本概念である。 ϵ が空間的に変化し、intermittency をもつことが、最近関心を集めているが、3次元的にこれをディスプレイするモデルはまだ登場していない。ここでは 3D カントル集合モデル (Hosokawa (1991)) を使って、ディスプレイを試み、最近の DNS (Hosokawa and Yamamoto (1989)) による 3 次元乱流散逸場の形状とほぼ近い結果を得た。これによって或る閾値で作られる散逸場の“雲”は、この閾値と $f(\alpha)$ スペクトルから計算できるフラクタル次元をもつ集合を表現していることが明らかとなった。

手順は次の通りである。3D カントル集合モデルの間欠指数 μ_q は

$$\mu_q = \log_A (\nu_1 B^q + \nu_2 C^q)$$

によって与えられる。ここに $\nu_1 = \nu_2 = 1/2$, $A = 2^{1/d}$ (d は空間次元で $d=3$ とする), $B, C = 1 \pm (2^{\mu/d} - 1)^{1/2}$. ($\mu = \mu_2$ で μ は散逸場の相関のスケール指数でもある。) $d=1$ の場合、Meneveau and Sreenivasan (1987) の p モデルになるが、これは乱流場の 1 次元断面の情報に立脚して作られており、3 次元乱流の統計を議論するには限界がある。間欠指数 μ_q は

$$\langle (\epsilon_r / \epsilon_l)^q \rangle = (r/l)^{-\mu_q}$$

によって定義される。 ϵ_r は、 ϵ のスケール r の球内の平均値、スケール r の球はスケール l の球に含まれるとする。この式は散逸場の統計的自己相似性を示すもので、すべての等方性乱流の統計モデルは $y = \epsilon_r / \epsilon_l$ になんらかの確率分布 $p(y; r/l)$ を仮定して作られている。3D カントル集合モデルでは、

$$p(y; r/l) = 2^{-q} \sum_k Q C_k \delta(y - B^{q-k} C^k),$$

ここに $Q = \ln(l/r) / \ln A$ である。従って、3D カントル集合は、 $r/l = 1/2$ とし、立方体を 8 等分し、それぞれの部分に 1:3:3:1 の割合で B^3, B^2C, BC^2, C^3 の y 値を与えることによって作り出される。この操作を n 回くり返すと $\epsilon_r / 128 / \epsilon_l = y_1 \cdots y_n$ として、1/128 のスケールでの散逸場が現れ、この統計的性質が DNS のそれと比較できることが示された。

参考文献

- Hosokawa, I. (1991). Turbulence models and probability distributions of dissipation and relevant quantities in isotropic turbulence, *Phys. Rev. Lett.*, **66**, 1054–1057.
 Hosokawa, I. and Yamamoto, K. (1989). Fine structure of a directly simulated isotropic turbulence, *J. Phys. Soc. Japan*, **58**, 20–23.
 Meneveau, C. and Sreenivasan, K.R. (1987). Simple multifractal cascade model for fully developed turbulence, *Phys. Rev. Lett.*, **59**, 1424–1427.

Linear and Non-linear Dynamos Associated with ABC Flows

計算流体力学研究所 Barak Galanti

The observable geophysical and astrophysical magnetic fields are usually explained by dynamo action due to internal turbulent fluid motions. Dynamos may be classified accord-