```
I          α                    β
      0          1        0             1
      +----+----+         +----+----+
1           *             *
2     *                     *
3              *          *
4                *        *
5                *        *
6                *        *
7                *        *
8                *        *
9                *        *
10               *        *
```

図1.

$$25-4x_1^2-x_2^2\geqq 0$$

のもとで，目的関数

$$f(x)=0.5x_1^2+x_2^2-x_1x_2-7x_1-7x_2$$

を最小にする．初期値を $x_0=(0.0, 0.0)$ とすると，$f(x_0)=0.0$ である．このとき，センタード・ニュートン法を用いて，最適解を求めてみた．反復回数は10回となり，解は $x^*=(2.0, 3.0)$, $f(x^*)=-30.0$ となった．ニュートン方向の係数 α とセンター方向の係数 β は図1のようになった．α は解に近づくにつれ1.0に近づくが，逆に β は0.0に近づく．

センタード・ニュートン法を適用することにより，今迄パラメータを一つ一つ変えて計算していたことが，パラメータを変数に組み込むことにより，自動的に行えるようになった．またニュートン法によるよりも，反復回数が少なくてすんだ．

参 考 文 献

Hock, W. and Schittkowski, K. (1981). *Test Examples for Nonlinear Programming Codes,* Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Springer, Berlin.

田辺國士 (1990). Centered Newton method for nonlinear programming, 統計数理, **38**, 119-120.

順序制約最小2乗法と，1次元非弾性衝突で生じる一様確率クラスタ

（客員）慶應義塾大学 理工学部 渋 谷 政 昭

直線上で等速運動をする N 個の質点がある．左から順に番号を付け，初期状態における第 n 点の位置を x_n, 質量を m_n, 速度を v_n とする ($n=1, \dots, N$)．もし $v_1<\dots<v_N$ であれば質点同志衝突することなく点は次第に拡がるが，そうでなく第 n, $n+1$ 質点が衝突すると非弾性的であるために合体し，運動量は保存され，$v_n=v_{n+1}=(m_nv_n+m_{n+1}v_{n+1})/(m_n+m_{n+1})$ に変わるとする．最終的には，いくつかの粒子から成るクラスタがいくつかできる．

何が起こるかを理解するのに，$\xi_n=\sum_{j=1}^{n} m_j$, $\eta_n=\sum_{j=1}^{n} m_jv_j$, $\xi_0=\eta_0=0$ とおき，$\xi\eta$ 平面上の点 $P_n=(\xi_n, \eta_n)$, $n=0, 1, \dots, N$ を結ぶ折れ線を描くと，線分 $P_{n-1}P_n$ が第 n 質点の運動を示す．折れ線 $P_{n-1}P_nP_{n+1}$ が凸で第 n, $n+1$ 質点が衝突した結果は線分 P_nP_{n+1} となる．すべての可能な衝突が終わったときの結果は，このグラフの最初の形状により定まり，最初の点の位置 x_n によらない．ところで，このような解析は，順序制約のある重みつき最小2乗法と完全に一致している：データ y_n, 重み w_n, $n=1, \dots, N$ が与えられたとき $\sum_{n=1}^{N} w_n(y_n-\mu_n)^2$ を $\mu_1\leqq\dots\leqq\mu_n$ の条件の下で最小にする $(\mu_1, \dots, \mu_N)$ を求める．重み w_n と m_n, データ y_n が v_n に，最適解 μ_n が最終速度に対応する．この解法はPool-Adjacent-Violators

Algorithm と呼ばれていて，1960年頃に得られているものである．

PAVA で知られていることを拡張すると次の結果となる．「初速度$(v_1, \ldots, v_N)$がランダムで球面的(spherical)な確率密度関数をもち質量が置換不変(exchangeable)ならば，任意の位置にたいして，衝突が有限時間で終わり，j個の質点から成るクラスタがc_j個$(c_j \geqq 0, \sum_{j=1}^{N} jc_j = N)$となる確率は$1\Big/\prod_{j=1}^{N} j^{c_j} c_j!$となる．極限$N \to \infty$で，$(c_j)_{j=1}^{\infty}$は独立な平均$1/j$のポアソン分布となる.」

この結果は質点を区別していない．第n粒子がj個の質点から成るクラスタは，速度の分布に依存して，計算は難しい．数値実験と$N=3, 4$の場合の計算によると，中央部分ほど大きなクラスタが生じやすい．

参考文献

Sibuya, M., Kawai, T. and Shida, K. (1990). Equipartition of particles forming clusters by inelastic collisions, *Physica A*, **167**, 676-689.

統計データ解析センター

定量的・定性的データの成分分析による医学的分類応用

駒 澤 勉

今回はカテゴリカルデータについて成分分析による判別・予測分析の効用を心機能評価データで示した．

まずデータの総合化と分析法について，

〔1〕アイテム・カテゴリー・データの総合化

$$\langle\text{全体での総合量}\rangle = Y = X_1 + X_2 + \cdots + X_m = \sum_{j=1}^{m} X_j$$

$$\langle\text{グループ } G_t \text{ での総合量}\rangle = Y^{(t)} = X_1^{(t)} + X_2^{(t)} + \cdots + X_m^{(t)} = \sum_{j=1}^{m} X_j^{(t)} \qquad (t=1, 2, \ldots, T)$$

$$X_j = \sum_{k=1}^{l_j} \delta_{(jk)} x_{(jk)}$$

$$X_j^{(t)} = \sum_{k=1}^{l_j} \delta_{(jk)}^{(t)} x_{(jk)}$$

数量$x_{(jk)}$がアイテム・カテゴリー$C_{(jk)}$に与える数量である．

ここで，

$$\delta_{(jk)} = \begin{cases} 1\text{；} C_{(jk)} \text{ に該当} \\ 0\text{；} C_{(jk)} \text{ に非該当} \end{cases}$$

$$\delta_{(jk)}^{(t)} = \begin{cases} 1\text{；グループ } G_t\text{，かつ } C_{(jk)} \text{ に該当} \\ 0\text{；グループ } G_t\text{，かつ } C_{(jk)} \text{ に非該当.} \end{cases}$$

〔2〕判別・予測のための$C_{(jk)}$への数量化方法

(i) 数量化II類 … 相関比η^2の最大化による数量化$HX = \eta^2 FX$（医学データのように説明アイテム間(X_j, X_k)に多くの従属関係があるときは利用できない.）

(ii) 数量化III類 … 相関係数r_{XY}の最大化による数量化$FX = r_{XY}^2 GX$

(iii) 主成分数量化 … 分散σ_Y^2の最大化による数量化$FX = \sigma_Y^2 CX$（説明アイテム間(X_j, X_k)に従属