(7)式の第1項は，データ $\{y_i\}$ に由来する非一様磁場中のイジング模型の自由エネルギーに，第2項は磁場なしのイジング模型の自由エネルギーにそれぞれ相当する．

ABICを極小化する微分方程式

$$c_J \frac{dJ}{dt} = -\frac{1}{2}\frac{\partial(\mathrm{ABIC})}{\partial J} \tag{10}$$

$$c_h \frac{dh}{dt} = -\frac{1}{2}\frac{\partial(\mathrm{ABIC})}{\partial h} \tag{11}$$

は，(7)，(8)，(9)式より，

$$c_J \frac{dJ}{dt} = \langle A_\pi \rangle_{\mathrm{pos}} - \langle A_\pi \rangle_\pi \tag{12}$$

$$c_h \frac{dh}{dt} = \langle A_L \rangle_{\mathrm{pos}} - M \tanh(h) \tag{13}$$

となる．ここで，

$\langle\ \rangle_\pi$ 事前分布での期待値
$\langle\ \rangle_{\mathrm{pos}}$ 事後分布での期待値

であり，t は仮想的な時間，c_J, c_h は適当な時定数である．

実際にこれを解くときには，仮想的な時間 t に関して差分化する．t はモンテカルロステップ(MCS)とは別物であって，理想的には，t を $t+dt$ に動かすたびに期待値が収束するまでモンテカルロ法を十分長く走らせることになる．また，事後分布での期待値の計算と事前分布での期待値の計算は別の simulation を要するので，2つの simulation を並行して走らせなくてはならない．

数値実験の結論としては，臨界点より弱結合（無秩序相）ではすべて順調にいくことがわかった．この例題では (h, J) の空間に多くの局所的極小があってそこにトラップされるなどということは起こらなかった．

イジング模型やそれに関連した分布の場合，texture(肌理)等への応用では無秩序相も意味があるが，画像処理の事前分布として応用するには，非ガウス性が強くあらわれる秩序相が重要である．以上述べたような方法が，秩序相でうまくいくかは不明であって，テストの方法も含めて今後に残された問題である．

推定方程式の不偏性

柳 本 武 美

1. 序

標本 $\boldsymbol{x}=(x_1,\ldots, x_n)$ から母数 θ を推定するときに，推定方程式 $g(\boldsymbol{x};\ \theta)=0$ の解で推定量を定義することが多い．尤度推定方程式の解として得られる最尤推定量はその1例である．推定方程式が不偏である，即ち，

$$E(g(\boldsymbol{x};\ \theta))=0$$

を要請することは自然である．

2. 例

実際の推定量では上の要請は必ずしも守られていない．

例1. $X \sim N(\mu, \theta)$ とすると，θ の最尤推定量は

$$g(\boldsymbol{x};\ \theta)=n/\theta\ -\ \sum(x_i-\bar{x})^2/\theta^2=0$$

の解として与えられるが，これは不偏ではない．

例 2. 母数 θ が変動係数として表わされるとき，モーメント推定量は通常 $\hat{\theta}=\sum(x_i-\bar{x})^2/(n-1)\bar{x}^2$ で与えられる．これに対応する推定方程式は

$$g(\boldsymbol{x};\ \theta)=\sum(x_i-\bar{x})^2/(n-1)\ -\ \bar{x}^2\theta=0$$

となるが，これも不偏ではない．

3. 不偏性の役割

理論的には当然と思われる要請が実際には気安く無視されている事実がある．一方，理論的な研究では理論の構成の前提としている．演者の経験と理解では，理論的に自然な要請は統計量の構成で頼れる指針となるはずである．

不偏性の要請は

1） 推定量の偏りを小さくする
2） 層が増加したときに推定量が不一致となる現象を回避できる

ことが容易に分かる．少し細かく調べると

3） 推定方程式を不偏化することによって推定量が改善されることが多い
4） 条件付，周辺最大尤度推定量は不偏化尤度推定方程式の解とみなされる

ことが分かる．従って，モーメント法，修正尤度法，疑似尤度法に１つの新しい視点を与える．

本研究は山本英二氏（岡山理科大，当研究所客員）との共同研究（1-共研-100）である．“The role of unbiasedness in estimating equations”として論文集（Godambe 編）に発表予定である．

生存競争系の格子模型

伊　藤　栄　明

生存競争系の格子模型は渦と渦糸についての定常的なパターンをつくりだす(Tainaka (1989))．n 個の種の粒子からなる気体モデルを考える．種 i の１粒子と種 j の１粒子は衝突により確率 $1/2+a_{ij}$ で種 i の２粒子になり，確率 $1/2+a_{ji}$ で種 j の２粒子になるものとする．ここで $a_{ij}+a_{ji}=0, |a_{ij}|\leqq 1/2$ とする．格子模型においては衝突は記憶をもち，２体の衝突のみでなく３体以上の衝突も考えにいれるほうが適切であることが理解できる．格子模型を近似したものとして２体の衝突模型を考え，粒子の数が十分に大であるとして種 i の割合を P_i とすると次の様な常微分方程式系を得る．

$$(1)\qquad \frac{d}{dt}P_i=P_i\left(\sum_{j=1}^{n}a_{ij}P_j\right),\qquad i=1,\ 2,\ldots,\ n.$$

この方程式に不動点 $q=(q_1, q_2,\ldots, q_n)$ があるとすると，この系は保存量 $I=\sum_{i=1}^{n}q_i\log P_i$ をもつことがわかる．２体の衝突模型の系において保存量であった量 I は３体の衝突を考えにいれた場合リアプノフ関数になり，系 (1) の不動点に解が近づいてゆく（Itoh (1981)）．

格子模型の場合，衝突は記憶をもち，３体の衝突を考慮にいれたモデルが自然である．上記の定理より格子模型が定常なパターンを示すことが理解できる（Tainaka and Itoh (1990)）．

上記のモデルにおいて $n=3,\ i-j\equiv 1(\bmod 3)$ について $a_{ij}=1/2$ とする．この場合に得られる空間的なパターンについての解釈を試みる．離散的でサイクリックな高さをもつ pressure を考える．すなわち，