自然界のランダム・パターン

中央大学 理工学部　松　下　　貢

自然界には山並みや雲，稲妻，河川網や海岸線，岩石の破断面など，ランダムなパターンが数多く見られる．ランダムとは言っても山並みは白色雑音の波形とは区別がつくし，河川網は鉄道網とは異る．自然界に見られる多くのパターンは，ランダムさの中にも何かある自然法則に支配された統計性を秘めているようだ．このことに気付き，一見何の変哲もなさそうなランダム・パターンにも非常に美しい規則性 — スケール不変性 — が隠されている場合があることを多くの実例とともに指摘し，フラクタルなる用語を提案したのが Mandelbrot である．

一口にスケール不変性と言っても，いろいろな場合が考えられる．例えば，コッホ曲線は等方的に自己相似性が満たされており，このような場合は〝自己相似〟と呼ばれる．しかし，海岸線や地表の等高線の一部は水平方向の等方性から，あるいは自己相似かもしれないが，自然界のパターンは多くの場合自己相似性を満たすのは特例に過ぎないのではなかろうか．地表やその垂直断面は，明らかに水平方向と垂直方向とでスケールのされ方が異るであろう．このように方向によってスケール不変性が異る場合を〝自己アフィン〟と呼ぶ．

濃淡を持つパターンでは，その度合によってフラクタル次元が異るかもしれない．従って，このような場合には，単一あるいは有限個のフラクタル次元でもパターンを特徴づけることはできず，フラクタル次元の分布を指定してはじめてそれが可能となる場合がある．これをマルチフラクタルと呼ぶ．

以上のように，フラクタルの概念そのものの拡張により，多種多様な自然界のランダム・パターンを定量的に分析することが可能となった．今後の問題は，何故多くのランダム・パターンがこのような〝対称性〟を満たすのか，その秘密を明らかにすることであると思われる．

化学反応と流体構造

九州工業大学 工学部　甲　斐　昌　一

「化学反応と流体構造」というタイトルでの話は非常に広範囲にわたって存在し，漠然としている．ここでは化学反応に伴う界面張力変化 — いわゆるマランゴーニ効果 — に起因した流体力学的運動のごく一部について述べる．使用する系は溶質として各々 KI と RAC（ラウリン酸アンモニウムクロライド）を溶かしたニトロベンゼン-水の二液からなる系で，その界面に種々の非線形波動が現われる．この研究で述べる系は 1978 年に発見され，1982 年から研究に取りかかったが，ここ 3～4 年はあまり進展が得られておらず，その意味で既に我々が報告した以上に新しい話題とする点は現在のところ乏しい．しかしながら，既に Kai and Müller (1985), Kai et al. (1985) の文献に報告したように，この系は二重円筒管中にいれて反応させると，その接触界面上に種々の非線形波動が生じて，大変多彩な挙動を見せてくれる（甲斐 (1984), Kai and Müller (1985), Kai et al. (1985)）．この挙動は本来散逸波であるが，いわゆるソリトンと極めて類似した挙動も示す．これらの波の一例を図 1 に紹介する．

この波動は，表面張力波の不安定化に伴う巨視現象（一種の非線形共鳴現象）と考えられる．このとき速度は，重力波と表面張力波の二種類より

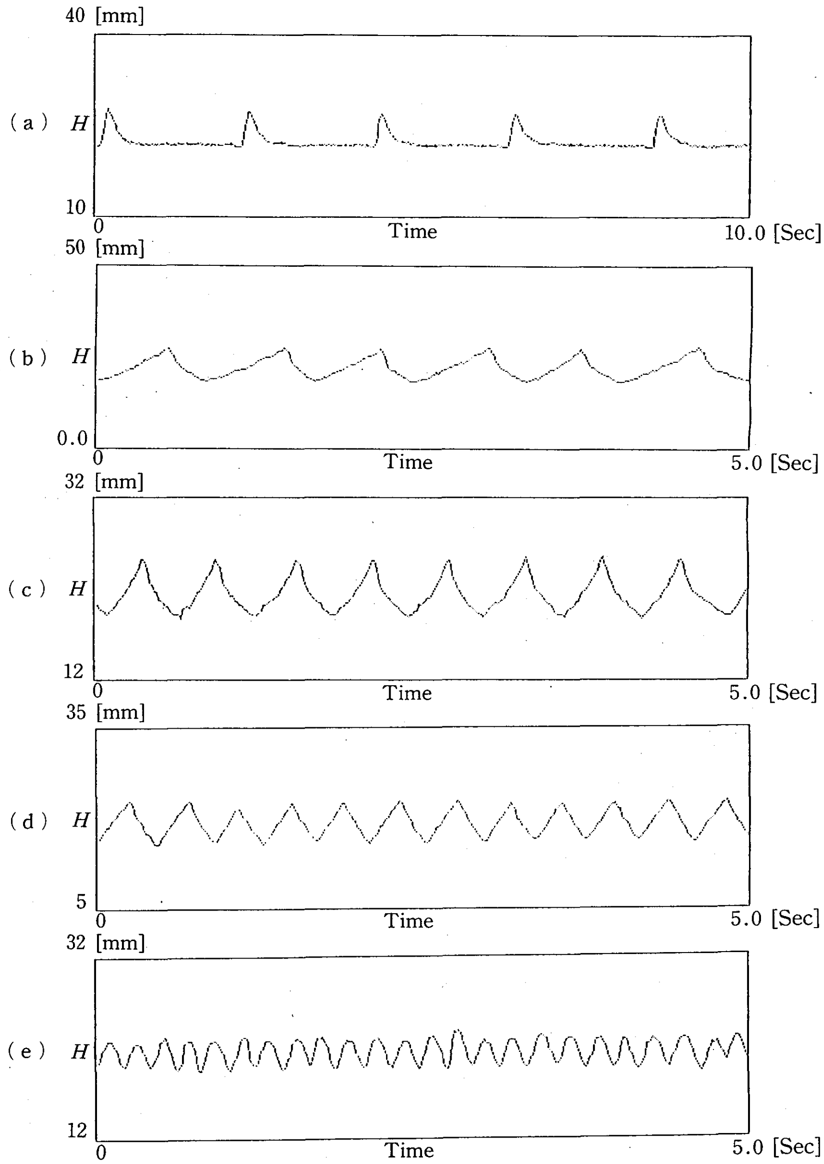

図1. 観測される波形. (a) A : 1×10^{-3} [M], B : 8×10^{-3} [M]指数関数的, (b) A : 8×10^{-3} [M], B : 5×10^{-3} [M]立ち上がりがLinear, (c) A : 1×10^{-2} [M], B : 8×10^{-3} [M]カスプ状, (d) A : 2×10^{-2} [M], B : 2×10^{-2} [M]三角波状, (e) A : 2×10^{-2} [M], B : 2×10^{-2} [M] 正弦波状.

(1)
$$v^2\,(k)=gk^{-1}+\frac{\gamma}{\rho}k$$
$$=\frac{g\lambda}{2\pi}+\frac{\gamma 2\pi}{\rho\lambda}$$

と与えられる. ここで g は重力加速度 (980 cm/s^2), ρ は密度, λ は波の波数, γ は表面張力である. その概数値の比較の結果, 波の速度は第一項の重力波ではなく, 第二項の表面張力波の

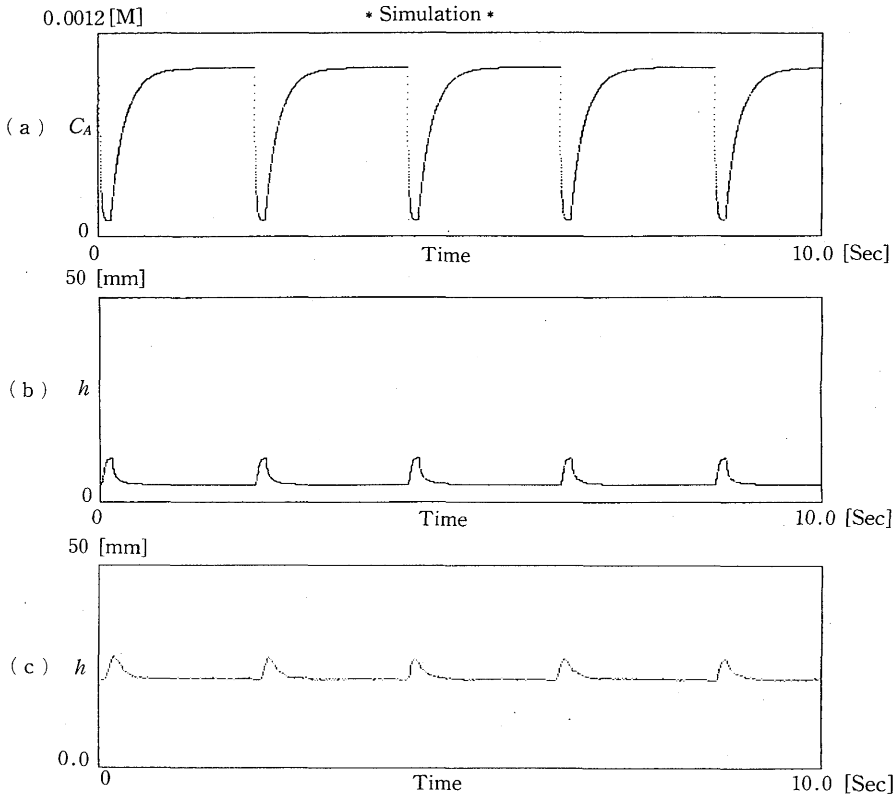

図 2. (a) Simulation RAC^+ イオン濃度の時間変化 (b) Simulation により得られた波形：A：1×10^{-2} [M], B：8×10^{-3} [M] (c) 実験から得られた波形：A：1×10^{-2} [M], B：8×10^{-3} [M].

速度に良く一致する ($v\sim6$ cm/s-10 cm/s). また, 化学反応に伴って, 界面活性剤の消耗が界面の押し上げにどの程度重要な役割を果たしているかを反応拡散方程式

$$\frac{\partial C_A}{\partial t}=-kC_AC_B+D_A\,(C_0-C_A) \tag{2}$$

$$\Delta h=\frac{4\cos\theta}{\Delta\rho gl}\gamma \tag{3}$$

と表面張力の濃度依存性（実験式）

$$\gamma=\frac{9.3}{\log(C_A/2+1)+0.2}+28 \tag{4}$$

を使用して, できるだけ実験に忠実な値を使用して比較してみた(図 2). ここで θ は接触角であり, C_0 はバルクの初期濃度, C_A は界面活性剤の濃度で 10^{-4}M を単位として測っている. D_A は界面層の効果を含んだ有効拡散定数である. 図 2 で分かるように実験との一致はかなり良い. この結果, 表面の変形の振幅 Δh には零次近似で化学反応による界面活性剤の消耗と輸送のみが重要といえる.

反応を伴った二液界面に見られる非線形波動は二重円筒管を使う限り, 表面張力効果による

流体の上下動が主役と見なされ，対流は無視できるようである．但し，ここで行なったシミュレーションは，反応がどの程度界面の上下動を作り得るかを実験に使った定数を用いて試みたもので，波動の形や挙動，伝搬などの情報は一切含まれていない．これらはもちろんNavier-Stokes方程式などと組み合わせた結果として現われるものといえる．特に界面張力波には，波が立つと反応はますます促進されるという自己触媒的な効果もあり，同時に波形は界面近傍の反応と拡散の空間的不均一性および非対称性を作り出す．これらの協力的結果は一旦空間構造が形成されると，それが系をさらに不安定な方向に導くような自己触媒性を誘起する．この効果が界面張力波を巨視的なスケールまで成長させていることは明白であろう．また現在，過渡的な波の振幅の成長過程も得られ，位相空間上の挙動も調べられている．それらについての検討を現在考察中である．

参考文献

甲斐昌一（1984）．化学反応系に生じる巨視構造とカオス，日本流体力学会誌「ながれ」，**3**，215-228.

甲斐昌一（1985）．反応を伴った流体界面の秩序，数理科学，**267**，55-62.

甲斐昌一（1986）．化学反応に現われるパターン，科学朝日，**46**（11），30-35.

甲斐昌一（1988）．形態形成の科学的研究（III），文部省科学研究費 総合(A) 報告書.

Kai, S. and Müller, S.C. (1985). Spatial and temporal macroscopic structures in chemical reaction systems: Precipitation patterns and interfacial motion, *Sci. Form,* **1**, 9-39.

Kai, S., Ooishi, E. and Imasaki, M. (1985). Experimental study of nonlinear waves on interface between two liquid phases with chemical reaction, *J. Phys. Soc. Jpn.,* **54**, 1274-1281.

マルチフラクタル集合における $f(\alpha)$-α 定式の一般化

名古屋大学 工学部　本 田 勝 也

フラクタルは，自己相似性を有するという条件下ではあるが，複雑なパターンを「フラクタル次元」を用いて定量的に解析する手段を与える有用な概念であり，物理学だけでなく広い分野に適用されている．最近になって，重みを特徴づける変数 q の関数としてのマルチフラクタル次元 D_q が提案され，自己相似性が完全には成立しないパターンからも，より豊富な情報を得ることができるようになった．乱流現象などで見られる一見不規則なパターンに潜んでいる秩序または規則を暴き出すことが目標となる．

その時，マルチフラクタル次元 D_q の表式が，逆温度 q の平衡系の統計力学における表式と全く同一であることに注目する．これまで f-α 定式として知られていたものは，平衡系の統計力学から見れば，内部エネルギーに縮退のない特殊な体系に限られることが明らかにされる．パターン分割を確率過程と見なした時，相関が存在してマルコフ過程と近似できないような一般的なパターンを解析する時には，この f-α 定式を一般化しなければならない． 講演ではこのことを例証し，かつ統計力学における方法を有効に用いて一般化の定式化をおこなった．「間欠的な確率過程」に対しても同様な方法が適用されて成功を収めた．また，スピン系のハミルトニアンから生成される様々なパターンを示し，パターン解析における留意点を考察した．

講演内容の一部は「物性研究」vol. 50, no. 3 (1988/6) p. 332 に発表した．