

寿命伸長のベイズモデリングとその応用

井川 孝之 総合研究大学院大学複合科学研究科統計科学専攻博士後期課程3年

1. はじめに

我が国は、戦後死亡率の低下により著しい寿命の伸長を遂げ、現在、世界で最も寿命の長い国の一つとなっている。寿命伸長の不確実性は、超長期にわたる社会保障制度や年金基金・保険会社の財務へ大きな影響を及ぼす。本稿では、橘川他(2008)の比較をベースとして、寿命伸長の不確実性を複数のベイズモデリングにより計量化・比較し、ベイズモデリングの年金リスク評価への応用を試みる。

2. ベイズモデリング

(1) Lee-Carter (LC) モデル

LCモデルは将来死亡率の予測に世界各国で用いられている方法で、次式の死亡率低下を表す指数 k_t を推定し、推定値の時系列に対しARIMAモデル(ドリフト付ランダムウォークモデルが多い)適用し、死亡率を予測する。

$$\ln m_{xt} = y_{xt} = \alpha_x + \beta_x k_t + \varepsilon_{xt} \quad (2.1)$$

$$k_t = \lambda + \kappa_{t-1} + \omega_t \quad (2.2)$$

m_{xt} は年齢 x , 暦年 t の観察死亡率、識別可能とするため $\sum \beta_x = 1, \sum \kappa_t = 0$ の制約を置く。

(2) ポアソンモデル

LCモデルは、対数死亡率 $\ln(m_{xt})$ の分散が年齢や暦年 t に関わらず均一であることが前提となっているが、年齢が異なる死亡率の分散が一定であるという仮定は特に高齢年齢において非現実的である。この点を克服するため、Brouhns et al. (2002)は観察死亡数 D_{xt} が平均 $E_{xt} \cdot \ln(\mu_{xt})$ を持つ次のポアソン分布に従うモデルを提案した。

$$f(D_{xt} | \alpha_x, \beta_x, \kappa_t) = \frac{\exp\{-E_{xt} \mu_x(t)\} (E_{xt} \mu_x(t))^{D_{xt}}}{D_{xt}!} \quad (2.3)$$

$$\ln \mu_x(t) = \alpha_x + \beta_x \kappa_t \quad (2.4)$$

(3) ベイズモデリング

上記(1)(2)の頻度論に基づくモデルでは、死亡率予測に推定誤差と予測誤差が混在しており、予測誤差を過小評価している恐れもある。また、超長期の死亡率推計を必要とする年金負債評価等においては、経験的な推定等をベースとしつつも、主観的な見通しも織り込み将来の死亡率推計を行うことが一般的である。ここでは、LCモデル、ポアソンモデルの各パラメータに事前分布を導入し、それぞれ式(2.2)と次の指数 k_t の各モデル(式(2.5)及び式(2.6))の 2×3 ケースについてベイズモデリングを試みる。

$$\kappa_t - (\gamma_1 + \gamma_2 t) = \rho \{\kappa_{t-1} - (\gamma_1 + \gamma_2 (t-1))\} + \omega_t \quad |\rho| < 1 \quad (2.5)$$

$$\kappa_t - \gamma_1 = \rho (\kappa_{t-1} - \gamma_1) + \omega_t \quad |\rho| < 1 \quad (2.6)$$

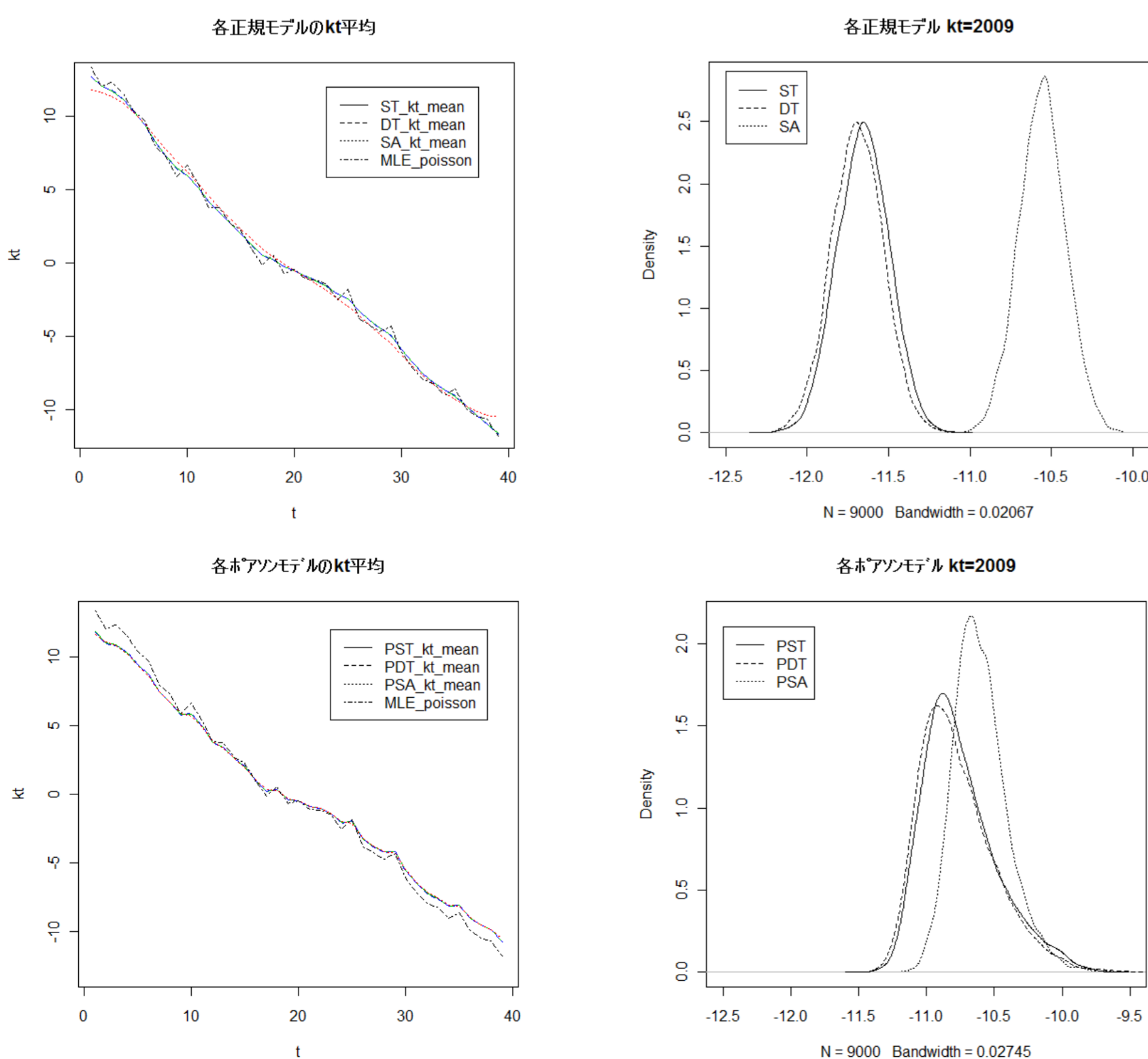
3. 事後分布と周辺尤度

(1) 対象データ

カリフォルニア大学とマックスプランク人口研究所等が共同で構築しているHuman Mortality Database (HMD) の1971-2009年の男子・死亡率(65-98歳)のデータを用いた。HMDの我が国の死亡率データは、国勢調査や人口動態統計をベースとし国際比較が可能となるよう一定のデータ補正等がなされている。

(2) k_t の事後分布

前述の各ベイズモデルについてパラメータのサンプリングを行った。10000個のサンプリングのうち最初の1000個を捨て得られた k_t に関する結果は以下の通りである。



(3) 対数周辺尤度

事後分布からのサンプリングにより推定した各モデルの対数周辺尤度は下表の通り。橘川他(2008)は1970-2003年の人口動態統計等のデータにより推定した対数周辺尤度を比較し、式(2.2)のドリフト付ランダムウォークモデルが最も支持される結果を導いているが、HMDによる2009年までの近年のデータを追加した前提では、式(2.5)の確定的トレンドモデルが最も支持される結果となった。

a. 正規モデル

	ドリフト付RW(式(2.2))	確定的トレンド(式(2.5))	定常(式(2.6))
対数周辺尤度	2,481.195	2,482.946	2,402.596

b. ポアソンモデル

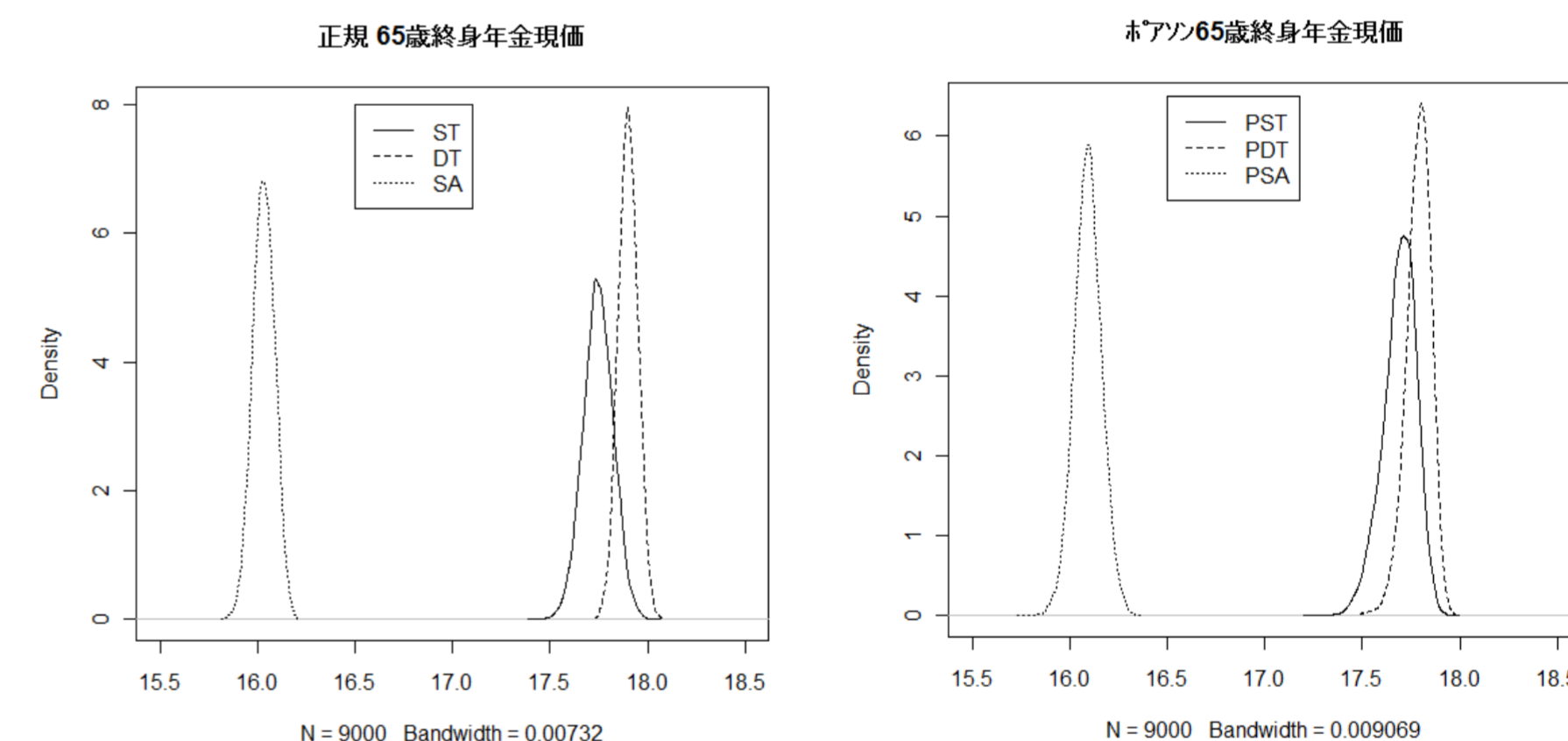
	ドリフト付RW(式(2.2))	確定的トレンド(式(2.5))	定常(式(2.6))
対数周辺尤度	-46,771,508	-46,771,505	-46,771,691

(4) 構造変化に関する考察

橘川(2008)との結果の相違は、死亡率へ影響を及ぼす社会経済要因等が従来から変化して来ている可能性を示している。Granados(2008)は、日本の人口動態統計の死亡データ等を用い、経済変動と死亡率変動の因果関係や相関関係について分析し、心疾患・肺炎等の死因別死亡率(1990年全死亡率の40%程度)については経済成長とプロシクリカルとしている。残りの死因の大半については明確な関係は見られないとしているものの、我が国経済は特に近年低成長傾向が明確となり、そのことが死亡率低下の傾向をより明確化している可能性が考えられる。将来死亡率の推計において、このような寿命伸長の構造変化の可能性を踏まえることが重要であろう。

4. 年金現価の分布とリスク評価への応用

前章で算出したパラメータの事後分布に基づき将来死亡率を予測し、割引率を1.0%とし、各モデルについて、65歳支給開始(99歳迄)の単純終身年金現価の分布を算出した。式(2.5)の確定的トレンドモデルが、最も年金現価の分布の位置が高く、かつ、分布の幅が狭いことが分かる。また、年金負債のリスク評価方法は複数のものが提案されているが、ここではCVaR(95%)を計算し併せて掲載した。



	ドリフト付RW(式(2.2))	確定的トレンド(式(2.5))	定常(式(2.6))
CVaR(95%) 正規モデル	17.9044	18.0026	16.1428
CVaR(95%) ポアソンモデル	17.8450	17.9035	16.2404

5. おわりに

寿命伸長は経済状況等から影響を受ける可能性もあり、死亡率の将来推計は、そのような構造変化の可能性を踏まえたモデルによることが望ましい。また、死亡率の不確実性評価においては、特に高齢死亡率の変動を適切に捉えることが重要であろう。

なお、応用例として取り上げた年金現価の分布及びリスク評価については、寿命・死亡リスクの他、金利リスク、一時金選択リスク等も包括的に取り扱い、不確実性を評価することがより適切であろう。

文献

[1] 橘川, 小暮, 倉知(2008),「長寿リスク評価へのベイズ統計モデリング」,日本保険・年金リスク学会誌Vol.3 No.1 2008, p.43-62
 [2] Brouhns,N., Denuit,M., and Vermunt, J.K. (2002),”A Poisson log-bilinear regression approach to the construction of projected lifetables,” Insurance: Mathematics and Economics, 31, p.373-393
 [3] Granados,T.J.A. (2008),”Macroeconomic Fluctuation and Mortality in Postwar Japan,”Demography, 45-2, p.323-343