

# ロバストパラメータ設計における統計的方法論の開発

河村 敏彦 データ科学研究系 助教

## 1. ロバストパラメータ設計とは

ロバストパラメータ設計(Robust Parameter Design)は、創始者である田口玄一博士が半世紀かけて体系化した、品質を向上させるための技術方法論である。これは、使用環境条件などの誤差因子に対してロバスト(頑健)になるように制御因子を設計することにより、特性や機能性のばらつきを低減する方法である。パラメータ設計の基本的な考え方は、ばらつきの原因となる誤差因子をコントロールするのではなく、設計に有効な制御因子と誤差因子の交互作用(誤差因子の影響がなるべく小さくなるような制御因子の水準条件)を見つけることにより誤差因子の影響を減衰させようとするものである。パラメータ設計は、制御因子の水準変更のみでばらつきの低減を図れるという、経済的かつ効果的な方法であるため、わが国の「ものづくり」の設計開発の現場を中心に利用されてきた(例えば、椿・河村(2008))。

海外に目を向けると、1980年代、田口がベル研究所滞在中にパラメータ設計を指導して以来、一流の統計研究者らによってその学術的な研究が展開されてきた。Leon, Schoemaker, and Kackerの研究成果の一つであるロバストパラメータ設計の理論は1987年に米国品質管理学会の機関誌 *Technometrics* に掲載され、これは今日でも2段階設計法の理論的研究を行ううえで基礎論文となっている。また、統計的実験計画法の権威であるウィスコンシン大学のBox教授はパラメータ設計を産業界へ適用することには批判的であったが、その統計的側面を考慮した代替案を国際的な学術誌に発表している。

現在ではジョージア工科大学のWu教授らがパラメータ設計の積極的な理論展開を行い、それを一流誌に公表している。その成果をまとめたものとして2009年に *Experiments: Planning, Analysis, and Optimization* 2nd ed., (Wiley) が出版されている。

## 2. 田口流実験計画法 - 伊奈製陶のタイル製造実験 -

1953年、愛知県にあるタイルメーカー伊奈製陶(現INAX)では、ある実験が行われていた。当時、伊奈製陶では、イタリアから高価なトンネル窯を購入し、貨車に焼成前のタイルを積み窯内で焼いていた。しかし、トンネル窯内部は温度のばらつきが大きく、その結果、焼成後のタイル寸法がばらつくという品質問題に悩まされていた。

タイルは、調合した材料粉末をプレスしトンネル窯で焼成して固める。窯は外からバーナーで加熱されるため、外壁に近い端部では温度が高くなり、そこに置かれたタイルは内部に置かれたものに比べ焼成収縮が進み、焼成後の寸法が小さくなってしまふのである。

このとき、ばらつき低減のための対策は、

- ① 原因そのものの除去
- ② 原因の影響を減衰

の2つのうちどちらかだといわれている。以下にそれぞれの方法を説明する。

### ばらつき低減のための対策①：原因そのものの除去

対策①は、タイル寸法のばらつきの原因を見つけ、その原因をコントロールすることで特性のばらつきを低減することである。伝統的な統計的品質管理(SQC:Statistical Quality Control)においては、主にこの方法が用いられてきた。狭義の問題解決型QCストーリーで代表されるアプローチは、原因を発見すれば撲滅せよという方針である。このとき「原因の除去」の対策は固有技術的に発案され、その効果が確認されたらストーリーは終了となる。

### ばらつき低減のための対策②：原因の影響を減衰

対策②の「原因の影響の減衰」について考えてみる。トンネル窯内の温度が一定でなくてもタイルの寸法が一定となるようにするには、どうすればよいだろうか。

田口は、温度のばらつきというノイズに対して、タイルの材料粉末(設計パラメータ)を最適化することにより、トンネル窯内の温度の影響を受けにくい安定性のある製品を設計(ロバスト設計)しようという技術

方法論を提唱した。これが、田口流実験計画、特にロバストパラメータ設計と呼ばれるものである。

設計パラメータの決定に際しては、設計者が自由に条件変更できる制御因子(control factor)を取り上げる。実際、タイル実験では制御因子として原料である粘土と各種の石類、添加物(計7つ)を直交表  $L_{27}$  に割り付けて実験を行っている。そして、これらとトンネル窯内部における位置または温度条件を誤差因子あるいはノイズ因子(noise factor)として取り上げた。これらがばらついていてもタイル寸法が一定になるようにしたのである。

結果として、田口は制御因子(設計パラメータ)の一つである添加物とトンネル窯内の位置との間に有効な交互作用を見つけることができたのである。

## 3. 2段階設計法の統計的側面

一般にロバストパラメータ設計では、次のような2段階設計法(two-step procedure)が提唱されている。

第1段階 SN比を最大化する制御因子の組合せを探索し、システムを安定化(ロバスト化)する。  
第2段階 制御因子のなかからSN比に対して影響を与えない因子(調整因子)により平均が目標値に近くなるような組合せを探索する。

特性  $Y$  を正値確率変数とし、誤差因子  $N$  を意図的に変動させたときの平均(期待値)と分散が

$$E_N[Y] = \mu(\theta_1, \theta_2)$$

$$\text{var}_N[Y] = \phi^2(\theta_1)\mu^2(\theta_1, \theta_2)$$

で表されているとする。これは平均の2乗と分散が比例関係  $\text{var}_N[Y] \propto (E_N[Y])^2$  となることを意味する。なお、誤差因子  $N$  の分布は設計者が意図的に設計するものであり、存在する誤差を観測してその分布を推定するものではない。

目標値  $T$  とするとき、誤差因子  $N$  の変動による平均2乗損失は、

$$R(\theta_1, \theta_2) = E_N[(Y - T)^2]$$

となる。このとき、平均2乗損失  $R(\theta_1, \theta_2)$  の最小化は、次の2段階設計法で達成される。

$$R(\theta_1^*, \theta_2^*) = \frac{T^2 \phi^2(\theta_1^*)}{1 + \phi^2(\theta_1^*)}$$

が求められる。ここで、上式は  $\theta_2$  に依存していないので、これを  $\theta_1$  の関数と見なし  $PM(\theta_1)$  とする。

一方、望目特性のSN比は  $\eta_T = 1/\phi^2(\theta_1)$  で与えられる。したがって、 $PM(\theta_1)$  は望目特性のSN比  $\eta_T$  の単調減少関数となり  $\eta_T$  の最大化と  $PM(\theta_1)$  の最小化は等価となる。

以上により、平均2乗損失の最小化のための2段階設計法は次の手続きと等価になる。

第1段階 SN比を最大にする  $\theta_1^*$  を求める。  
第2段階  $\mu(\theta_1^*, \theta_2^*) = T/(1 + \phi^2(\theta_1^*))$  を満たす  $\theta_2^*$  を求める。

損失関数として2乗損失関数ではなく、非対称べき損失関数を用いた場合は河村(2011)を参照されたい。

## 参考文献

- [1] 椿広計, 河村敏彦(2008):『設計科学におけるタグチメソッド』, 日科技連出版社。
- [2] 河村敏彦(2011):『ロバストパラメータ設計』, 日科技連出版社。