Aspectos energéticos da teoria cinética dos gases

Robert Saraiva Matos[1] e Roberto de Carvalho Barros[2]

1 Possui especialização em Docência do Ensino Superior (2012) pela Faculdade de Tecnologia do Amapá (META) e graduação em Licenciatura Plena em Física pela Universidade Federal do Amapá (2010). Atualmente é Professor Efetivo da Universidade Federal do Amapá, Brasil. Email: robert_fisic@unifap.br.

2 Graduando em Física do Departamento de Física da Universidade Federal do Amapá.Brasil. E-mail: robertquimica2013@gmail.com

RESUMO: Neste artigo, discutem-se aspectos energéticos relacionados à Teoria Cinética dos Gases (TCG). Trata-se de um estudo de revisão bibliográfica. Os dados foram coletados através do levantamento das fontes, por meio de textos técnicos, publicações científicas e livros didáticos. Através da interpretação energética da TCG foi possível discutir a rota para o equilíbrio térmico, a transferência de partículas entre níveis de energia devido à variação na temperatura e também demonstrar a distribuição de Maxwell-Boltzmann-Gibbs. Além disso, notou-se que a visão energética das TCG fornece uma ponte entre colisões e transações financeiras. Conclui-se que a abordagem energética da TCG possui importância crucial para o entendimento dos fundamentos da Física Térmica, sobretudo no Ensino Médio, onde estes estudos possuem uma demanda significativa na disciplina de Física.
Palavras-chaves: Teoria Cinética, Interpretação Energética, Colisões.

Energy aspects of the kinetic theory of gases

ABSTRACT: In this article, we discuss energy aspects related to the Kinetic Theory of Gases (KTG). It is a bibliographic review. Data were collected through the survey of sources, through technical, scientific publications and textbooks. Through the interpretation of the energy of (KTG) it was possible to discuss the route to the thermal balance, the transfer of particles between energy levels due to variations in temperature and also demonstrate by Maxwell-Boltzmann-Gibbs distribution. Moreover, it was noted that the view of energy KTG provides a bridge between bumps and financial transactions. It concludes that energy approach KTG has crucial importance for understanding of the fundamentals of thermal physics and its applications .
Keywords: Kinetic Theory, Energy interpretation, collisions.

1 INTRODUÇÃO

A teoria cinética é uma descrição da matéria do ponto de vista de Colisões entre os átomos (FEYNMAN, 2008). Logo, afirmamos que as propriedades gerais da matéria devem ser explicadas em termos do movimento das suas partes. Considerando que os fenômenos da natureza são essencialmente o objetivo das ciências naturais (GLEISER, 2000). Porém, no caso de sistemas com muitas partículas como gases essa explicação é apenas aproximada devido a limitações experimentais e teóricas.

Uma vez que alguns fatores são simplificados ou simplesmente desprezados, as teorias da natureza nunca são exatas (ALMEIDA, 2005) e este é de fato o caso da Teoria Cinética dos Gases (TCG). Ao utilizar-se a expressão fenômeno Físico, já nos referimos a uma modificação da situação inicialmente analisada, indicando que ao ser designado como objeto a ser estudado pela Física o problema já foi modificado, adaptando-se aos interesses e possibilidades do estudo em questão (PIETROCOLA, 2001).

Desse modo, quando se falado fenômeno da colisão de partículas está implícito que a atenção será voltada apenas para o caráter essencial da transferência de energia, desconsiderando-se deformações das partículas, transformação da energia cinética em outras formas. Também se desconsidera que depois das colisões as partículas podem ser diferentes (FEYNMAN *et al*., 2008).

Partindo desses pressupostos, sabe-se que o gás é um sistema composto por um número relativamente grande de partículas, logo se deve abandonar a descrição determinística e usar um tratamento probabilístico dos estados do sistema. Nesse sentido, a noção de probabilidade na TCG emerge naturalmente como uma solução para a limitação de não se conseguir uma descrição dos atributos individuais de quantidades da ordem de 10^{23} partículas. Sendo assim, a teoria da Probabilidade, um ramo da Matemática, iniciado em meados do século XV, (LOPES; MEIRELLES, 2005), vem desempenhando um papel fundamental na descrição de diversos sistemas físicos (VOLCHAN, 2006).

Do ponto de vista da escala de atuação, a TCG é mesoscópica, pois está em uma escala intermediária que conecta a escala macroscópica (estudada essencialmente pela Termodinâmica) com a microscópica (estudada essencialmente pela Mecânica Estatística). Segundo Oliveira e Jesus (2005), enquanto que a Termodinâmica é uma teoria fenomenológica baseada em relações experimentais entre variáveis de estado (por exemplo: a pressão, o volume, a temperatura e a entropia), a Mecânica Estatística, por outro lado é uma teoria de primeiros princípios baseada em alguns postulados fundamentais (OLIVEIRA; JESUS, 2005). Enquanto a TCG oferece uma visão que considera tanto aspectos macroscópicos, quanto microscópicos[1].

2 TEORIA CINÉTICA DOS GASES

Considere inicialmente um gás confinado em um pistão com uma divisória. Assuma que as duas metades possuem o mesmo gás, mas com temperaturas diferentes. Em um instante t_0, é removida a divisória. Neste instante o gás está fora do equilíbrio térmico devido a diferenças de temperatura. À medida que o tempo passa, ocorrem colisões entre as partículas que produz a transferência de energia individuais.

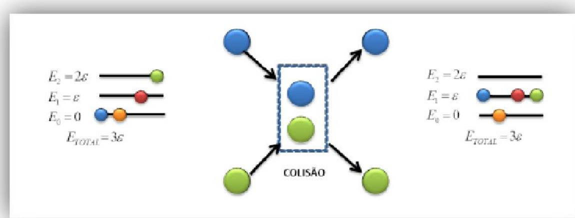
[1] A Termodinâmica sistematiza as leis empíricas sobre o comportamento térmico da matéria macroscópica. A Mecânica Estatística atua com o uso de hipóteses sobre a constituição microscópica dos corpos materiais (SALINAS, 1997). A TCG é Mesoscópica, pois mistura relações empíricas macroscópicas com princípios fundamentais microscópicos.

(segundo o revisor esta parte está desconexa)

2.1 Rota para o equilíbrio térmico

Através da colisão as partículas mais energéticas transferem energia para as menos energéticas conforme está ilustrado na Figura. 1. Nas trocas, a energia das partículas vai oscilar, e em qualquer instante de tempo algumas vão ter energia maior do que a energia média, e outras menores (EISBERG; RESNICK, 1979).

Figura 1: Transferência de energia devido a uma colisão.



Fonte: Autores.

Em um dado instante t, cada partícula uma possui energia E_1, E_2, $\cdots$, E_N, e a energia total é conservada. Se o sistema é isolado, então após um tempo suficientemente grande o sistema entra no regime do equilíbrio térmico. Na visão de Boltzmann considera-se que as partículas interagem unicamente por colisão (LARANJEIRAS; CHIAPPIN, 2008). Desse modo, na TCG o estado de equilíbrio é resultado da colisão entre as partículas.

O estado de equilíbrio não significa que a taxa de transferência de energia cessou, mas que essa taxa de transferência é relativamente pequena. De fato, em termos macroscópicos consideram-se as médias de modo que essas flutuações são nulas.

2.2 Distribuição de Maxwell-Boltzmann-Gibbs

De acordo com Salinas (1997), após alcançar o equilíbrio térmico um sistema pode ser particionado em dois (ou mais) subsistemas satisfazendo as seguintes propriedades:

- (i) $E = E_1 + E_2$
- (ii) $\mathrm{p}(\mathrm{E}_1 + \mathrm{E}_2) = \mathrm{p}(\mathrm{E}_1)\mathrm{p}(\mathrm{E}_2)$

A equação mostra a partição de um sistema em dois subsistemas: A energia é aditiva e a $E = E_1 + E_2$ probabilidade é multiplicativa $\mathrm{p}(\mathrm{E}_1 + \mathrm{E}_2) = \mathrm{p}(\mathrm{E}_1)\mathrm{p}(\mathrm{E}_2)$. Mas qual função satisfaz $E = E_1 + E_2$ e $\mathrm{p}(\mathrm{E}_1 + \mathrm{E}_2) = \mathrm{p}(\mathrm{E}_1)\mathrm{p}(\mathrm{E}_2)$? A resposta é encontrada na distribuição do equilíbrio térmico.

Podemos dizer também que a equação (i) reflete a aditividade da energia e é uma consequência da lei fundamental da conservação da energia (LARANJEIRAS; CHIAPPIN, 2006). E que a equação (ii) reflete a multiplicabilidade da probabilidade e é uma consequência da independência probabilística (LANDAU; LIFSHITZ, 1978) no equilíbrio térmico (SALINAS, 1997).

Podemos nos perguntar novamente qual função satisfaz $E = E_1 + E_2$ e $\mathrm{p}(\mathrm{E}_1 + \mathrm{E}_2) = \mathrm{p}(\mathrm{E}_1)\mathrm{p}(\mathrm{E}_2)$? Na matemática temos que $e^{a+b} = e^a e^b$ desse modo:

$$p_i = Ce^{\frac{-E_i}{\bar{E}}} \tag{1}$$

Onde $\bar{E}$ é a energia média que é introduzida para manter o caráter adimensional da exponencial e C é uma constante. Agora, resta-nos calcular $\bar{E}$ e C, onde será seguido as ideias de Arfken e Weber (2007). Pela condição de normalização da probabilidade, a soma de todas as probabilidades deve resultar em 1 (LEBENSZTAYN; COLETTI, 2010). Usando esta condição encontra-se $C = \frac{1}{\bar{E}}$. Do teorema da equipartição da energia $\bar{E} = kT$ (NUSSENZVEIG, 1981) onde k, T representam a constante de Boltzmann e a temperatura, respectivamente. Finalmente temos a distribuição de Maxwell-Boltzmann-Gibbs (MBG):

$$p_i = \frac{e^{\frac{-E_i}{\bar{E}}}}{kT} \tag{2}$$

Fisicamente a distribuição MBG representa a distribuição de energias no equilíbrio térmico (NUSSENZVEIG, 1981). Matematicamente, a referida distribuição pode ser vista como a função de distribuição exponencial (LEBENSZTAYN; COLETTI, 2010). Na distribuição MBG está implícito que as partículas são distinguíveis e não há restrição no número de partículas em cada estado. Se as partículas forem consideradas indistinguíveis então um tratamento quântico deve ser usado (GRIFFITHS, 2011). Neste caso duas distribuições emergem, de acordo com Arfken e Weber (2007):

- Bose-Einstein (BE) para partículas indistinguíveis sem nenhuma restrição quanto ao número de partículas em cada estado quântico.
- Fermi-Dirac (FD) para partículas indistinguíveis, com no máximo uma partícula por estado.

Se a energia for discreta (um conjunto finito) a função de distribuição de MBG refere-se a energias exatas E_i, porém se a energia for contínua (um conjunto infinito) p(E) é definida em termos do número de partículas com energia dentro do intervalo [E, E + dE] (SERWAY; JOHN, 2013).

2.3 Efeito da temperatura nos níveis de energia

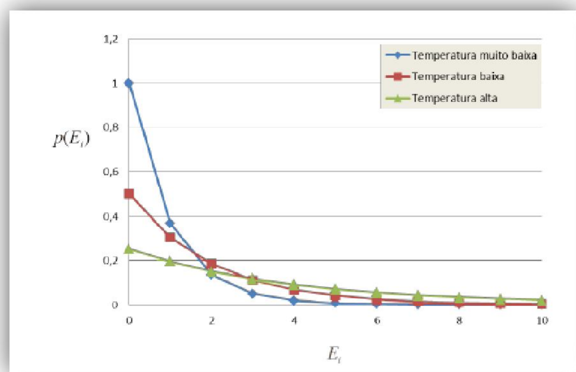
Segue da distribuição de MBG que a probabilidade de encontrar partículas com energia E_i na distribuição mais provável (ou distribuição de equilíbrio estatístico) (ALONSO; FINN, 1972, SALINAS, 1997) na temperatura T é:

$$p(E_i) = p_i = \frac{e^{\frac{-E_i}{\bar{E}}}}{kT} \tag{3}$$

Uma ressalva importante é que o índice i indexa os níveis de energia e não as partículas. Dito isto, considere o gráfico da figura 4 feito com a partir da equação 3. Neste gráfico, três fatos merecem destaque:

- Não uniformidade de E_i
- Decréscimo rápido de p_i com E_i.
- Diferença de quedas em p_i quando E_i cresce para distintas temperaturas.

Figura 2: Transição de partículas entre níveis de energia devido à variação na temperatura



Fonte: adaptado de Alonso e Finn (1972).

O fato (i) é um resultado de que as partículas não realizam a mesma quantidade de colisões. Isto é, quando uma partícula A ganha energia de uma outra B, ela torna-se mais rápida e consequentemente tem mais chance de fazer mais colisões com outras e ganhar mais energia, embora eventualmente perca uma parte de sua energia.

O fato (ii) é diretamente uma característica da função exponencial. Essa queda rápida em p_i quando E_i cresce, reflete o fato que se algumas das partículas tomam uma grande parte da energia total do sistema, o restante deve necessariamente ter uma energia reduzida, e assim um número consideravelmente reduzido de formas de dividir essa energia entre seus constituintes. Em outras palavras, há muito menos divisões da energia total do sistema quando uma parte relativamente grande da energia está concentrada em poucas partículas (EISBERG; RESNICK, 1979). De modo mais breve, há uma minoria com a maior parte da energia enquanto a maioria tem a menor parte.

O fato (iii) mostra que quanto maior a razão E_i/kT, menor será a probabilidade de ocupação p_i. Logo, em uma determinada temperatura, quanto maior for a energia E_i, menor será o valor de p_i. Isto significa que em temperaturas muito baixas (maior razão E_i/kT) apenas os níveis de energia mais baixos são ocupados, porém em temperaturas mais altas (menor razão E_i/kT) a população relativa dos níveis de energia mais altos aumenta (ALONSO; FINN, 1972). Decorre disso que:

- À medida que a temperatura aumenta, a energia disponível no sistema aumenta, logo a probabilidade de uma partícula subir de nível de energia é maior devido a maior disponibilidade de energia no sistema. Isto é, a competição para manter-se a alta energia é atenuada pelo fato de existir mais energia no sistema.
- À medida que a temperatura diminui ocorre um aumento da fração relativa de partículas nos níveis de energia mais baixos. Na temperatura do zero absoluto, apenas o nível fundamental ou nível de energia mais baixa está ocupado (ALONSO; FINN, 1972). Este comportamento do acúmulo de partículas no nível de energia mais baixo ilustra qualitativamente a conden-

sação de Bose-Einstein. O termo ilustra qualitativamente foi destacado devido ao condensado de Bose-Einstein ser descrito formalmente pela estatística quântica a baixas temperaturas (GRIFFITHS, 2011), porém a ideia pode ser capturada via distribuição de MBG.

2.4 Aplicação: Modelo Cinético das Transações (MCT)

A teoria cinética, fundamentalmente, é uma abordagem dos sistemas físicos sob a perspectiva da transferência de atributos durante as colisões entre os seus constituintes. Na Física estes atributos normalmente são a energia (foco deste trabalho) e o momentum. Os constituintes comumente são partículas, átomos ou moléculas. Na economia, este atributo pode ser considerado o dinheiro e os constituintes as pessoas (DRAGULESCU; YAKOVENKO, 2000). A aplicação da Teórica Cinética dos Gases à Economia recebe o nome de Modelo Cinético de Transações (verificar o quadro abaixo).

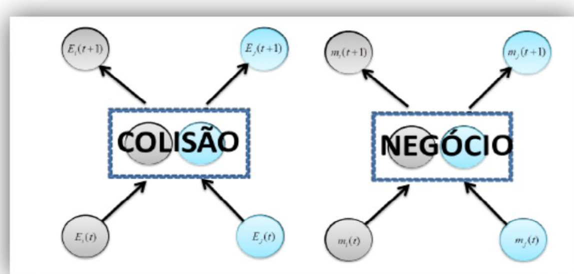
Quadro 1: Similaridades entre Teoria Cinética dos Gases e Modelo Cinético das Transações.

Teoria Cinética dos Gases (TCG)	Modelo Cinético das Transações (MCT)
Colisões	Negócios entre pessoas
Partículas e/ou moléculas	Pessoas e/ou organizações
Transferência de energia	Transferência de dinheiro

O modelo cinético das transações pode ser formulado como segue (PATRIARCA; CHAKRABORTI, 2013): Assume-se que N unidades interagentes i, i = 1,..., N, são agentes econômicos com determinado dinheiro. A cada instante esses agentes fazem negócios e ocorre uma transferência de dinheiro entre pares. A quantia de dinheiro individual pode mudar com o tempo devido às transações, mas o dinheiro total no sistema é constante. Do ponto de vista energético, o processo de colisão de duas partículas resulta na transferência de energia cinética. Analogamente, dois agentes econômicos transferem dinheiro (compra e venda) entre si durante os negócios (ver Figura. 5).

Embora, a priori, cada agente tenha a liberdade de negociar com todos os demais N-1 agentes, o modelo cinético das transações pode incorporar negociações preferenciais que removem a aleatoriedade do sistema (PATRIARCA; CHAKRABORTI, 2013; GOSWAMI; CHAKRABORTI, 2014). Fisicamente isso corresponde a sistemas anisotrópicos.

Figura 3: Energias de duas partículas antes, $E_i(t)$ e $E_j(t)$, e depois de uma colisão, $E_i(t+1)$ e $E_j(t+1)$. Dinheiro de dois agentes antes, $m_i(t)$ e $m_j(t)$, e depois de um negócio, $m_i(t+1)$ e $m_j(t+1)$.



Fonte: adaptada de Goswami e Chakraborti, (2014).

Convém notar que tanto a TCG quanto o MCT não são panacéias que resolvem todos os problemas da teoria das colisões ou transações financeiras. Assim como existem inúmeros fatores que são desprezados na TCG (conforme mencionado na introdução), existem também diversos fatores desprezados num modelo de transação financeira. Segundo Penna (2009), a TCG e a MCT discutidos neste trabalho são minimalistas, de modo que pertence à classe dos "toymodels", isto é, modelos bastante simplificados que retiram apenas a essência do fenômeno para compreender sua dinâmica.

3 CONCLUSÃO

Neste trabalho foi realizada uma revisão de literatura sobre os aspectos energéticos da teoria cinética, onde se mostrou que a interpretação energética da teoria cinética dos gases proporciona a discussão da rota para o equilíbrio térmico, transferência de partículas entre níveis de energia devido à variação na temperatura e a demonstração da distribuição de Maxwell-Boltzmann-Gibbs.

Partindo desse pressuposto, pelo presente trabalho é possível entender que a interpretação energética das colisões fornece uma ponte entre colisões e transações financeiras, porém é necessário cautela quanto ao uso desta interpretação, uma vez que, o problema foi descrito de forma simplificada com o uso da essência da teoria e que para problemas mais complexos, outras variáveis podem surgir e dificultar tal entendimento. Portanto, esta revisão pode ser base de estudos mais minuciosos sobre os aspectos energéticos da teoria cinética, seja no aprofundamento sobre o assunto e suas aplicações quanto ao ataque às suas limitações.

Por fim, é importante deixar claro também que, este trabalho serve de base para que os estudos da física, sobretudo da física térmica, sejam revisitados e com isso se possa fazer uma transposição de conteúdos para o trabalho com o Ensino Médio, de forma mais eficaz e contextualizada, permitindo assim, a ampliação de conhecimentos (teoria e prática) dentro e fora da sala de aula.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, R. M. C. A. A Ciência da Complexidade. **Física na Escola**, v. 6, n. 1, 2005.

ALONSO, M., e FINN E. J. **Física. Um curso universitário.** Volume I-Mecânica. Edgard Blucher, 1972.

ARFKEN, G., e WEBER, H, H. **Física matemática:** métodos matemáticos para engenharia e física. Editora Elsevier, 2007.

DRAGULESCU, A; YAKOVENKO, V. M. Statistical mechanics of Money. **The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems**, v. 17, n.4, pgs. 723-729, 2000.

EISBERG; RESNICK. **Física Quântica-Átomos, Moléculas, Sólidos, Núcleos e Partículas**. Editora Campus, 1979.

FERNANDEZ, P. J**. Introdução à teoria das probabilidades**. IMPA, 2005.

FEYNMAN, R. P. **Lições de Física- The Feynman lectures on physics:** Mecânica, Radiação e calor. Ed. Bookman, 2008.

FEYNMAN, R. P., GOTTLIEB, M. A., LEIGHTON, R. **Dicas de física:** suplemento para a resolução de problemas do lectures on physics. Ed. Bookman, 2008.

GLEISER, M**.** Por que ensinar Física. **Física na escola**, v.1, p.1, pgs. 4-5, 2000.

GOSWAMI, S.; CHAKRABORTI, A. Kinetic Exchange Models in Economics and Sociology. **ArXiv preprint arXiv**: v. 1408, n. 1365, 2014.

GRIFFITHS, D. J. **Mecânica quântica**. 1. ed., Pearson Prentice Hall, 2011.

LARANJEIRAS, C. C. CHIAPPIN, J. A construção de uma teoria de ensembles: antecedentes em Maxwell e Boltzmann. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 30, n. 1, pgs. 1601-1609, 2008.

LARANJEIRAS, C. C.; CHIAPPIN, J. A heurística de Boltzmann e a emergência do programa mecânico estatístico. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 28, v.3, pgs 297-312, 2006.

LANDAU, L. D.; LIFSHITZ, E. M. **Mecânica** (Física Teórica Vol. 1). Editora Mir, Moscovo, 1978.

LEBENSZTAYN, E.; COLETTI, C, F. **Notas de aula probabilidade:** Teoria e Exercícios, 2010.

LOPES, C. A. E.; MEIRELLES, E. Estocástica nas séries iniciais. **XVIII Encontro Regional de Professores de Matemática,** 2005.

NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de física básica-**1 mecânica. 2ª ed., São Paulo, Edgard Blucher, v.1 e 2, 1981.

OLIVEIRA, I. S., JESUS, V. L. B**. Introdução à física do estado sólido**. Editora Livraria da Física, 2005.

PATRIARCA, M.; CHAKRABORTI A. Kinetic Exchange models: From molecular physics to social science. **American Journal of Physics**, v.81, n.8, pgs. 618-623, 2013.

PENNA, T. J. P. **Aplicações Multidisciplinares de Física Estatística**. Doctoral dissertation, PhD thesis, Universidade Federal Fluminense, 2009.

PIETROCOLA, M. **Construção e Realidade:** modelizando o mundo através da Física. Ensino de Física: conteúdo, metodologia e epistemologia numa concepção integradora, 2001.

SALINAS, S. R., **Introdução à Física Estatística**, Editora Edusp, 1997.

SERWAY, R.; JOHN J. **Physics for scientists and engineers**. Cengage Learning, 2013.

VOLCHAN, S. B. A probabilidade na mecânica estatística clássica. **Revista Brasileira de Ensino de Física,** v. 28, p. 3, p. 313-318, 2006.

Artigo recebido em 21 de maio de 2015.
Aceito em 17 de agosto de 2015.