

Радиостроение

Научно-практический журнал

http://www.radiovega.su

УДК 504.06+004.9

Зондирование природных образований моноимпульсным лазерным методом

Белов М.Л.^{1,*}, Белов А.М.¹, Городничев В.А.¹, Кувшинов А.В.¹ Ссылка на статью: // Радиостроение. 2018. № 02. С. 29–42 DOI: **10.24108/rdeng.0218.0000135** Представлена в редакцию: 24.02.2017

© НП «НЕИКОН»

*<u>belov@bmstu.ru</u>

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия

В статье исследованы возможности использования лазерного моноимпульсного метода в задаче зондирования коэффициента отражения природных образований. Математическое моделирование показывает, что лазерный моноимпульсный метод зондирования природных образований дает возможность восстанавливать пространственное распределение коэффициента отражения в реальных условиях шумов измерения в большом секторе обзора лидара. Моноимпульсный метод зондирования, использующий для обработки данных измерений генетический алгоритм поиска квазирешений, позволяет удовлетворительно (с погрешностью определения коэффициентов разложения от единиц процента до нескольких десятков процентов при шуме измерения 1-1,5%) восстанавливать пространственное распределение сильно и нелинейно меняющегося (по пространственной координате) коэффициента отражения земной поверхности.

Ключевые слова: лазерный мониторинг, коэффициенты отражения, природные образования, моноимпульсный метод

Введение

Одним из наиболее быстро развивающихся направлений зондирования земной поверхности является мониторинг с использованием датчиков, установленных на авиационном носителе и работающих в различных диапазонах спектра.

В оптическом спектральном диапазоне перспективным является использование активных лазерных (лидарных) систем. Достоинством лидарных систем зондирования является возможность работы независимо от времени суток в широком диапазоне атмосферных условий. В этих системах необходимая полоса обзора на земной поверхности обеспечивается использованием или пространственного сканированием или моноимпульсного метода зондирования (без сканирования) (см., например, [1-3]).

В сканирующих авиационных системах лидарного зондирования продольная развертка (вдоль направления полета авиационного носителя) обеспечивается движением но-

сителя, а поперечная развертка формируется за счет углового сканирования лазерного пучка в плоскости, перпендикулярной направлению движения носителя.

Для упрощения аппаратурной реализации (за счет отсутствия сканирующей системы и использования одноплощадочного фотоприемника) и сокращения времени обзора используют моноимпульсные системы (без сканирования). Их работа основана специальной обработке лидарного сигнала отраженного от зондируемой земной поверхности.

Одной из важных задач мониторинга земной поверхности является зондирование коэффициента отражения природных образований, которое представляет интерес для различных прикладных задач (например, задач, связанных с контролем состояния лесов, контролем сезонных или климатических изменений растительности).

Ниже в статье исследуются возможности использования лазерного моноимпульсного метода в задаче зондирования коэффициента отражения природных образований.

1. Постановка задачи

Схема моноимпульсного моностатического (источник излучения, приемник и их оптические оси совмещены и лежат в одной плоскости, перпендикулярной направлению полета авиационного носителя) наклонного зондирования показана на рис.1 (в плоскости XOZ, перпендикулярной направлению полета авиационного носителя).



Рис.1. Схема моностатического наклонного зондирования

На рисунке Л – лазерный испульсный локатор (лидар), расположенный на авиационном носителе; S –зондируемая земная поверхность (считаем ее трехмерной случайно неровной в среднем плоской локально-ламбертовской поверхностью [1]); L - наклонное расстояние от лидара до центра сектора обзора на земной поверхности; 2α - полный угол расходимости лазерного пучка (считаем его равным углу поля зрения приемной оптической системы лидара); θ - угол между нормалью к плоскости z=0 и оптической осью лидара.

Для схемы зондирования, показной на рисунке 1, продольная развертка формируется за счет полета носителя, а поперечная развертка обеспечивается использованием моноимпульсного метода, основанного на специальной обработке регистрируемого лидарного сигнала отраженного от зондируемой земной поверхности.

Как показано в [4] выражение для временной реализации лидарного сигнала (отраженного от земной поверхности и регистрируемого в схеме моностатического наклонного зондирования, приведенной на рис.1), может быть (после ряда преобразований) представлено в виде:

$$B(\tau) \cong \int_{a}^{b} A(R_{ox}) f(\tau - R_{ox}) dR_{ox}, \qquad (1)$$

где

$$\tau = \frac{ct'}{2\sin\theta}$$

 $B(\tau)$ - приведенный измеренный сигнал;

(a,b) - область интегрирования по R_{ox} на поверхности, соответствующая лазерному пятну подсвета;

 $A(R_{ox})$ - пространственное распределение коэффициента отражения земной поверхности вдоль оси ОХ.

Формула (1) представляет собой интегральное уравнение первого рода типа свертки. В его левой части стоит реализация измеряемого сигнала, а в правой части под интегралом - пространственное распределение коэффициента отражения на зондируемом участке земной поверхности, которое нужно восстановить по данным измерений.

Моноимпульсный метод использовался в работе [4] для измерения коэффициента отражения земной поверхности. Однако, для обработки лидарного сигнала отраженного от зондируемой земной поверхности в [4] был использован переход к дискретному аналогу интегрального уравнения первого рода. Это привело к тому, что используемый моноимпульсный метод хорошо работал только при относительно небольших шумах (при относительном среднеквадратическом значении шума измерения не более 0,5 %) и при линейном и плавно меняющемся (не более чем в два раза в секторе обзора) пространственном распределении коэффициента отражения.

Цель работы - исследование возможностей лидарного моноимпульсного метода измерения коэффициента отражения природных образований при существенных шумах измерения в условиях сильно и нелинейно меняющегося пространственного распределения коэффициента отражения земной поверхности.

2. Использование поиска квазирешений для моноимпульсного метода измерения коэффициента отражения

Задача нахождения функции $A(R_{ox})$ из (1) является некорректной математической задачей и для ее решения необходимо использовать специальные методы, разработанные для подобных задач [5,6].

Если пространственное распределение $A(R_{ox})$ (ее модельное представление) зависит некоторого числа параметров, для нахождения $A(R_{ox})$ (нахождения значений этих параметров) может быть использован метод квазирешений [5-8].

Будем считать, что пространственное распределение коэффициента отражения земной поверхности $A(R_{ox})$ может быть представлено в виде некоторого многочлена, например:

$$A(R_{ox}) = a_0 + a_1 R_{ox} + a_2 R_{ox}^2$$
(2)

В этом случае функция пространственного распределения $A(R_{ox})$ будет зависеть от трех параметров $-a_0, a_1, a_2$.

Для восстановления по данным измерений этих неизвестных параметров необходимо провести измерения приведенного сигнала $B(\tau)$ в некоторые моменты времени и решить систему интегральных уравнений:

$$B_{\rm mod}(\tau_1, a_0, a_1, a_2) = B_{\rm meas}(\tau_1)$$
(3)

 $B_{\text{mod}}(\tau_n, a_0, a_1, a_2) = B_{\text{meas}}(\tau_n)$

где:

n - количество измерений (моментов времени, для которых проводится измерение приведенного сигнала $B(\tau)$);

 $B_{\text{meas}}(\tau_i)$ - измеренное в момент времени τ_i значение приведенного сигнала $B(\tau)$;

 $B_{\rm mod}(\tau_i, a_0, a_1, a_2)$ - модельное значение приведенного сигнала $B(\tau)$ в момент времени τ_i (зависящее от трех параметров – a_0, a_1, a_2).

Введем функцию невязки $\Delta(a_0, a_1, a_2)$:

$$\Delta(a_0, a_1, a_2) = \sum_{i=1}^{n} [B_{\text{meas}}(\tau_i) - B_{\text{mod}}(\tau_i, a_0, a_1, a_2)]^2$$
(4)

Значения неизвестных параметров a_0, a_1, a_2 , обращающие в ноль функцию невязки $\Delta(a_0, a_1, a_2)$, будут являться решением системы интегральных уравнений (3). Эти параметры определяют пространственное распределение коэффициента отражения зондируемой земной поверхности.

Однако, в условиях реальных измерений даже при наличии небольшого шума возможны такие ситуации, когда решение системы интегральных уравнений (3) не будет существовать.

Для решения подобных задач одним из наиболее эффективных методов в различных областях науки и техники является метод подбора квазирешения [5,6].

Метод подбора квазирешения для конкретной задачи, описываемой в статье, состоит в том, что для разных значений компонент вектора параметров $\overset{\mathbf{u}}{A} = (a_0, a_1, a_2)$ (в некоторой области M значений параметров, удовлетворяющих физическому смыслу рассматриваемой задачи) решается прямая задача (вычисляются значения $B_{\text{mod}}(\tau_i, a_0, a_1, a_2)$) и находится такой вектор параметров $\overset{\mathbf{u}}{A} \in M$, который минимизирует невязку $\Delta(a_0, a_1, a_2)$. Этот вектор параметров называется квазирешением системы уравнений (3).

Таким образом, квазирешение находится из следующего условия:

$$\Delta(A) = \inf_{A \in M} \sum_{i=1}^{n} [B_{\text{meas}}(\tau_i) - B_{\text{mod}}(\tau_i, a_0, a_1, a_2)]^2$$
(5)

где

 $\inf_{A \in M} \rho$ - точная нижняя граница величины ρ при различных значениях компонент вектора параметров $\overset{\mathbf{u}}{A}$, принадлежащих области M (области ограниченной значениями параметров a_0, a_1, a_2 , определяемых физическим смыслом решаемой задачи).

Таким образом, задача подбора квазирешения системы интегральных уравнений (3) может быть сведена к поиску минимума функции $\Delta(a_0, a_1, a_2)$ на некоторой ограниченной области значений параметров a_0, a_1, a_2 определяемой физическим смыслом конкретной решаемой задачи.

Вид функции невязки $\Delta(a_0, a_1, a_2)$ представлен на рисунках 2 и 3. На рисунке показан вид функции невязки $\Delta(a_1, a_2)$ для $a_0 = 0,05$, а на рисунке 3 - вид функции невязки $\Delta(a_0, a_2)$ для $a_1 = 0,7$.

Рисунки 2 и 3 показывают не простой (для поиска глобального минимума) вид функции невязки.



Рис.2. Вид функции невязки $\Delta(a_1, a_2)$



Рис.3. Вид функции невязки $\Delta(a_0, a_2)$

Для нахождения глобального минимума функции невязки можно использовать метод перебора в области значений параметров a_0, a_1, a_2 , удовлетворяющих физическому смыслу поставленной задачи. Однако, во многих случаях использование метода перебора требует значительного объема (и, соответственно, времени) вычислений. Поэтому приходится использовать более быстрые алгоритмы поиска глобального минимума.

В работе был использован генетический алгоритм поиска глобального минимума (см., например, [9-16]).

Генетические алгоритмы позволяют с высокой эффективностью находить решение сложных оптимизационных задач. При организации алгоритмов поиска решений в них используют процедуры, имитирующие механизмы размножения, наследственности, естественного отбора, характерные для эволюционного развития живых организмов, а также процедуры, имитирующие методы генной инженерии и селекции.

Для задач нахождения глобального минимума функции нескольких переменных генетические алгоритмы представляют собой методы параллельного поиска экстремума функций многих переменных. При этом, на каждом шаге работы генетические алгоритмы используют несколько кандидатов на решения. Эти кандидаты на решения образуют популяцию, развитие которой происходит по законам эволюции в течение многих поколений. Работа генетического алгоритма, как правило, заканчивается или при достижении заданного числа поколений, или заданной точности решения (изменения целевой функции от поколения к поколению).

Для оценки погрешности определения пространственного распределения коэффициента отражения земной поверхности моноимпульсным методом проводилось математическое моделирование.

3. Результаты математического моделирования работы моноимпульсного метода определения пространственного распределения коэффициента отражения

При проведении математического моделирования поиск решения генетическим алгоритмом останавливался либо через 100 поколений, либо когда за последние 10 поколений относительное изменение (между поколениями) функции невязки не превышало 10^{-10} %. Для получения решения генетический алгоритм запускался 10 раз и к качестве решения принимался набор параметров, обеспечивающий наилучший (в смысле наименьшего значения функции невязки) результат. Количество измерений *n* задавалось в диапазоне от 4 до 8. Значения параметров a_0, a_1, a_2 задавались в диапазонах: $a_0 = 0...0, 5$, $a_1 = -0, 75...0, 75$, $a_2 = -0, 5...0, 5$. При этом, вычисленные в результате решения значения параметров a_0, a_1, a_2 должны удовлетворять физическому смыслу: полученные значения коэффициента отражения земной поверхности $A(R_{ox}) = a_0 + a_1R_{ox} + a_2R_{ox}^2$ должны быть меньше или равны 1. Пространственный диапазон R_{ox} задавался от 1 до 3 км. При математическом моделировании шум измерения считался нормальным с нулевым средним значением. Значения среднеквадратического (относительного) значения шума задавались в диапазоне 1 - 10%.

Временная форма импульса лидара считалась гауссовской: $f(t) \cong \exp\{-\frac{t^2}{\tau_s^2}\}$, где: τ_s

длительность импульса лидара. В этом случае для функции $f(\tau)$ имеем:

$$f(\tau) \cong \exp\{-\frac{\tau^2}{R_s^2}\},$$

где: R_s - пространственная протяженность импульса локатора на зондируемой поверхности; $R_s = \frac{c\tau_s}{2\sin\theta}$.

На рисунке 4 показаны примеры реализаций восстановленных пространственных распределений коэффициента отражения земной поверхности.



Рис.4. Примеры восстановленных пространственных распределений $A(R_{ox})$

На рисунке 4 представлены два примера (3а, 3б) модельных распределений пространственных распределений коэффициента отражения земной поверхности $A(R_{ox})$ и восстановленные (из данных «измерений» моноимпульным методом при среднеквадратическом значении шума 1 % и количестве измерений *n* равным 8) методом поиска квазирешений пространственные распределения $A(R_{ox})$. При моделировании пространственная протяженность импульса R_s полагалась равной 1,5 км. Модельные пространственные распределения показаны на рисунках сплошными линиями (для рисунка 3а - $a_0 = 0,3$; a_1 =0,25; *a*₂ = -0,1; для рисунка 3б - *a*₀ =0,1; *a*₁=0,09; *a*₂=0,07), а реализации восстановленных пространственных распределений – пунктирными линями.

Рисунок 4 показывает гладкие кривые для восстановленных пространственных распределений коэффициента отражения земной поверхности. Это объясняется тем, что находится (восстанавливается из данных измерений) не само пространственное распределение коэффициента отражения, а коэффициенты разложения модельного представления пространственного распределения (2).

Результаты математического моделирования показывают, что при наличии шума измерения с относительным среднеквадратическим значением 1 – 1,5 % восстановленное пространственное распределение коэффициента отражения с приемлемой погрешностью согласуется с заданным распределением, которое может иметь сильно и нелинейно меняющийся (по пространственной координате) вид.

Заметим, что модельное представление (2) может зависеть не от трех, а от произвольного числа параметров (хотя, чем больше искомых параметров, тем с большей погрешностью они находятся).

В табл. 1,2 приведены относительные (в процентах) погрешности восстановления параметров a_0, a_1, a_2 для двух алгоритмов поиска квазирешений – полного перебора (с дискретом перебора 10^{-3} для каждого параметра) и генетического алгоритма.

Таблица 1 показывает погрешности восстановления параметров a_0, a_1, a_2 для пространственного распределения коэффициента отражения, показанного на рисунке 3а, а таблица 2 – для пространственного распределения коэффициента отражения, показанного на рисунке 3б.

	Погрешности, %	
Параметр	Полный перебор	Генетический алгоритм
a_0	1,3	6,2
a_1	3,2	9,0
<i>a</i> ₂	2,0	5,8
Время вычислений	8 ч 35 мин 21 сек	2 ч 59 мин 21 сек

Таблица 1. Погрешности определения параметров a_0, a_1, a_2 для данных рисунка 3а.

Таблица 2. Погрешности определения параметров a_0, a_1, a_2 для данных рисунка 36.

	Погрешности, %	
Параметр	Полный перебор	Генетический алгоритм
<i>a</i> ₀	91,0	44,9
<i>a</i> ₁	123,3	51,1
<i>a</i> ₂	44,3	14,8
Время вычислений	9 ч 15 мин 14 сек	5 ч 21 мин 19 сек

Результаты математического моделирования, приведенные в табл. 1,2 и на рисунке 4 показывают что, погрешности восстановления параметров a_0, a_1, a_2 пространственного распределения коэффициента отражения сильно зависят от самих значений параметров (от вида функции невязки $\Delta(a_0, a_1, a_2)$ в окрестности этих значений параметров).

Моноимпульсный метод мониторинга, использующий генетический алгоритм поиска квазирешений, имеет преимущество перед полным перебором по времени вычислений и позволяет удовлетворительно (с погрешностью определения коэффициентов разложения от единиц процента до нескольких десятков процентов при шуме измерения 1-1,5 %) восстанавливать пространственное распределение коэффициента отражения земной поверхности в большом секторе обзора лидара в условиях сильно и нелинейно меняющегося (по пространственной координате) коэффициента отражения.

Заключение

В статье исследованы возможности использования лазерного моноимпульсного метода в задаче зондирования коэффициента отражения природных образований. Математическое моделирование показывает, что лазерный моноимпульсный метод зондирования природных образований дает возможность восстанавливать пространственное распределение коэффициента отражения в реальных условиях шумов измерения в большом секторе обзора лидара. Моноимпульсный метод зондирования, использующий для обработки данных измерений генетический алгоритм поиска квазирешений, позволяет удовлетворительно (с погрешностью определения коэффициентов разложения от единиц процента до нескольких десятков процентов при шуме измерения 1-1,5 %) восстанавливать пространственное распределение сильно и нелинейно меняющегося (по пространственной координате) коэффициента отражения земной поверхности.

Список литературы

- Основы импульсной лазерной локации: учеб. пособие / В.И. Козинцев и др. 2-е изд. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010. 573 с.
- Медведев Е.М., Данилин И.М., Мельников С.Р. Лазерная локация земли и леса: учеб. пособие. 2-е изд. М.: Геолидар, Геоскосмос; Красноярск: Ин-т леса им. В.Н. Сукачева СО РАН, 2007. 230 с.
- Сазонникова Н.А. Повышение эффективности обнаружения при лазерном зондировании поверхности // Вестник Самарского гос. аэрокосмического ун-та им. акад. С.П. Королева. 2009. № 3-2(19). С. 219-226.
- Белов М.Л., Белов А.М., Городничев В.А., Стрелков Б.В. Моноимпульсный локационный метод зондирования природных образований // Наука и образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Электрон. журн. 2012. № 12. С. 319-332. DOI: <u>10.7463/1212.0482683</u>

- 5. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач: учеб. пособие. 2-е изд. М.: Наука, 1979. 285 с.
- 6. Воскобойников Ю.Е., Преображенский Н.Г., Седельников А.И. Математическая обработка эксперимента в молекулярной газодинамике. Новосиб.: Наука, 1984. 239 с.
- Воскобойников Ю. Е., Мицель А.А. Некорректные задачи математической физики.
 Ч.1: Лекционный курс: учеб. пособие. Томск: Изд-во Томского гос. ун-та систем управления и радиоэлектроники (ТУСУР), 2018. 126 с.
- Васин В. В. Метод квазирешений Иванова и его эффективная реализация // Изв. Уральского гос. ун-та. Математика и механика. Компьютерные науки. 2008. № 58. С. 59 -77.
- 9. Биоинспирированные методы в оптимизации / Л.А. Гладков и др. М.: Физматлит, 2009. 380 с.
- 10. Карпенко А.П. Современные алгоритмы поисковой оптимизации. Алгоритмы, вдохновленные природой: учеб. пособие. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. 446 с.
- Shir O.M. Niching in evolutionary algorithms // Handbook of natural computing. Vol. 2. B.; Hdbl.: Springer, 2012. Pp. 1035–1069. DOI: <u>10.1007/978-3-540-92910-9_32</u>
- Design by evolution: Advances in evolutionary design. B.; Hdbl.: Springer, 2008. 352 p. DOI: <u>10.1007/978-3-540-74111-4</u>
- Carr J. An introduction to genetic algorithms. Режим доступа: <u>https://www.whitman.edu/Documents/Academics/Mathematics/2014/carrjk.pdf</u> (дата обращения 15.06.2018).
- Hassani A., Treijs J. An overview of standard and parallel genetic algorithms. Режим доступа: <u>http://www.idt.mdh.se/kurser/ct3340/ht09/ADMINISTRATION/IRCSE09-</u> <u>submissions/ ircse09_submission_23.pdf</u> (дата обращения 15.06.2018).
- Abido M.A. Multiobjective evolutionary algorithms for electric power dispatch problem // IEEE Trans. on Evolutionary Computation. 2006. Vol. 10. No. 3. Pp. 315-329. DOI: <u>10.1109/TEVC.2005.857073</u>
- 16. Simon D. Evolutionary optimization algorithms: Biologically-inspired and populationbased approaches to computer intelligence. Hoboken: John Wiley & Sons, 2013. 742 p.

Radio Engineering

Scientific and practical journal

http://www.radiovega.su

Mono-pulse Laser Sensing of Landscape Elements

M.L. Belov^{1,*}, A.M. Belov¹, V.A. Gorodnichev¹, A.V. Kuvshinov¹ Radio Engineering, 2018, no. 02, pp. 29-42. DOI: 10.24108/rdeng.0218.0000135 Received:

24.02.2017

belov@bmstu.ru

© NP "NEICON"

¹Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

Keywords: laser monitoring, reflectivity, landscape elements, monopulse method

Lidar systems for remote sensing of land surface in the optical spectral band are emerging as a promising application. A capability of sensing lidar systems to provide monitoring in a wide range of atmospheric conditions at any time regardless of day is their advantage.

In these systems the use of either spatial scanning or of a mono-pulse sensing method allows a swath width on the land surface.

In scanning systems of lidar sensing a longitudinal sweep is provided by the carrier aircraft movement, and a transversal sweep is formed through angular scanning of a laser beam. To simplify hardware implementation and save view time the mono-pulse systems are used. Their operation is based on special processing of the pulse lidar signal reflected from the land surface.

The paper discusses application opportunities for the laser mono-pulse method in sensing a reflectivity of the landscape elements under conditions when a spatial distribution of the land surface reflectivity is strongly and nonlinearly changed.

It is shown that the problem appears as a solution of the integral equation of the first kind. A quasi-solution method is one of the most efficient to solve these problems. To find quasisolutions a genetic algorithm was used.

Mathematical simulation was conducted to estimate a spatial distribution error of the land surface reflectivity.

The mathematical simulation shows that the laser mono-pulse method for sensing the landscape elements allows us to reconstruct the spatial distribution of the reflectivity under real measurement noise in large lidar view.

The mono-pulse sensing method using a genetic quasi-solving algorithm to process the measured data allows reasonable (with an error of the expansion coefficients estimated from units of per cent to tens of per cent for relative measurement noise of 1-1,5 %) reconstruction of the spatial distribution for strongly and nonlinearly changing (in the spatial coordinate) land surface reflectivity.

References

- 1. *Osnovy impul'snoj lazernoj lokatsii* [The basics of pulsed laser location]: a textbook / V.I. Kozintsev a.o. 2nd ed. Moscow: Bauman MSTU Publ., 2010. 573 p. (in Russian).
- Medvedev E.M., Danilin I.M., Mel'nikov S.R. *Lazernaia lokatsiia zemli i lesa* [Laser location of the land and forests]: a textbook. 2nd ed. Moscow: Geolidar Publ., Geokosmos Publ.; Krasnoiarsk: Sukachev Inst. of Forest of the Siberian Branch of the RAS Publ., 2007. 230 p. (in Russian).
- Sazonnikova N.A. The detecting improvement by laser surface sounding. Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta im. akad. S.P. Koroleva [Vestnik of Samara Univ. Aerospace and Mechanical Engineering], 2009, no. 3-2(19), pp. 219-226 (in Russian).
- Belov M.L., Belov A.M., Gorodnichev V.A., Strelkov B.V. Monopulse location sounding method for natural fossils. *Nauka i obrazovanie MGTU im. N.E. Baumana* [Science and Education of the Bauman MSTU], 2012, no. 12, pp. 319-332. DOI: <u>10.7463/1212.0482683</u> (in Russian)
- 5. Tikhonov A.N., Arsenin V.Ia. *Metody resheniia nekorrektnykh zadach* [Methods for solving incorrect problems]: a textbook. 2nd ed. Moscow: Nauka Publ., 1979. 285 p. (in Russian).
- 6. Voskobojnikov Yu.E., Preobrazhenskij N.G., Sedel'nikov A.I. *Matematicheskaia obrabotka eksperimenta v molekuliarnoj gazodinamike* [Mathematical processing of molecular gas dynamics experiment]. Novosibirsk: Nauka Publ., 1984. 239 p. (in Russian).
- Voskobojnikov Yu.E., Mitsel' A.A. Nekorrektnye zadachi mathematicheskoj fiziki. Chast' 1: Lektsionnyj kurs [Incorrect problems of mathematical physics. Pt. 1: Lections]: a textbook. Tomsk: TUSUR Publ., 2018. 126 p. (in Russian).
- Vasin V.V. Ivanov quasi-solutions method and its effective implementation. *Izvestiia* Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika. Komp'yuternye nauki [Ural State Univ. J.: Mathemics, Mechanics, Informatics], 2008, no. 58, pp. 59 -77 (in Russian).
- 9. *Bioinspirirovannye metody v optimizatsii* [Bioinspired methods in optimization] / L.A. Gladkov a.o. Moscow: Fismatlit Publ., 2009. 380 p. (in Russian).
- Karpenko A.P. Sovremennye algoritmy poiskovoj optimizatsii. Algoritmy vdokhnovlennye prirodoj [Modern algorithms of search optimization. Algorithms inspired by nature]: a textbook. Moscow: Bauman MSTU Publ., 2014. 446 p. (in Russian).
- Shir O.M. Niching in evolutionary algorithms. Handbook of natural computing. Vol. 2. B.; Hdbl.: Springer, 2012. Pp. 1035–1069. DOI: <u>10.1007/978-3-540-92910-9_32</u>
- Design by evolution: Advances in evolutionary design. B.; Hdbl.: Springer, 2008. 352 p. DOI: <u>10.1007/978-3-540-74111-4</u>

- Carr J. An introduction to genetic algorithms. Available at: <u>https://www.whitman.edu/Documents/Academics/Mathematics/2014/carrjk.pdf,</u> accessed 15.06.2018.
- Hassani A., Treijs J. An overview of standard and parallel genetic algorithms. Available at: <u>http://www.idt.mdh.se/kurser/ct3340/ht09/ADMINISTRATION/IRCSE09-</u> <u>submissions/ircse 09 submission 23.pdf</u>, accessed 15.06.2018.
- 15. Abido M.A. Multiobjective evolutionary algorithms for electric power dispatch problem. *IEEE Trans. on Evolutionary Computation*, 2006, vol. 10, no. 3, pp. 315-329. DOI: <u>10.1109/TEVC.2005.857073</u>
- 16. Simon D. Evolutionary optimization algorithms: Biologically-inspired and populationbased approaches to computer intelligence. Hoboken: John Wiley & Sons, 2013. 742 p.