

運動ベクトル場のベイズ推定とフィルタ方程式

上山 英三

Bayesian Estimation of Motion Vector Fields and Filter Equations

Eizo UEYAMA

1 はじめに

近年、ロボティクス研究は急速に発展している。その研究課題の1つとして、人間のような優れた感覚能力としなやかな運動機構をもつ知能ロボットの実現が挙げられる。その応用例として、福祉の分野での介助援助、災害救助などの分野での実現が望まれている。

ところで、人間の感覚情報の約8割は視覚から得られると言われている。上記のような知能ロボットの実現には、生体の視覚機構の長所、即ち、ノイズに強く素早い処理・認識が可能であるという長所を取り入れた人工の視覚機構の実現が必須である。生体の視覚処理を担う個々の神経細胞の応答速度が遅いにも拘わらず、局所並列的に視覚情報を処理できる構造になっていることが、その長所を実現するヒントになると思われる。

一方、従来のコンピュータビジョン研究においては、Von-Neumann 型アーキテクチャに基づく計算機を用いるために、画像データを逐次的にしか処理できない。その際、2次元データである画像が結果的に1次元のベクトルデータに変換されて処理されるために、画像の持つ2次元空間上の局所的な相関の大きさを利用した効率的な処理ができない。

その問題点を克服するために、網膜レベルの低位の視覚処理過程を局所並列的に実行する各種ビジョンチップが近年盛んに開発されている。それらは、受光素子部を抵抗ネットワークで局所結合した構造になっており、2次元画像の局所相関を有効利用し、並列的な画像処理が高速に実現できる構造になっている。アナログ型のもの¹⁾が大阪大学八木研究室等で開発されている。

本研究では、連続値を扱うことができるアナログ型のビジョンチップの拡張を念頭に置き、局所並列的に反復計算を行うことのできる偏微分発展方程式を用いた視覚処理の計算論を考える。問題として、ノイズの含む運動ベクトル場からエッジ（空間的不連続）を含むベクトル場の（最尤）推定値を求めることを考える。運動ベクトル場の検出は本質的に不良設定問題であり、ノイズの除去が必要である。この除去過程を、ベイズ (Bayes) 推定に基づくフィルタ方程式でシミュレートす

る。スカラー場の推定については土屋らによって研究²⁾されているが、本研究はそれをベクトル場の場合に拡張するものである。また、対数型の安定化汎関数から導出されるフィルタ方程式を用いたときに得られる推定結果との比較を試みる。

2 運動ベクトル場のベイズ推定

2.1 局所 Cauchy 場モデルのベクトル場への拡張

ノイズで汚れた画像を、エッジ（空間的不連続）を保持しながら復元するために、Geman はラインプロセスを導入した³⁾。その後、土屋らは2次元平面上に局所 Cauchy 場を導入して、線過程におけるアドホックなエネルギー関数を用いることなく、エッジを含むスカラー場の最尤推定値を求める方法を提案した²⁾。

ここでは、土屋らによって提案された手法をベクトル場の推定に拡張する。その過程を以下に記す。

2次元領域を空間離散化する (Fig.1 左)。土屋らは下添字 ij で定まる小領域 D_{ij} 上のスカラー確率場を u_{ij} としたが、ここではベクトル確率場 $\mathbf{u}_{ij} = [u_{ij}, v_{ij}]^T$ を定義する。 D_{ij} の4近傍 (Fig.1 左) とその補領域をそれぞれ ∂D_{ij} , D_{ij}^C と表記し、それらの上で定義される確率変数 u_{ij} の集合をそれぞれ

$$\partial \mathbf{U}_{ij} = [\partial U_{ij}, \partial V_{ij}]^T, \quad \mathbf{U}_{ij}^C = [U_{ij}^C, V_{ij}^C]^T$$

と表記する。スカラー確率場の Markov 性は

$$P(u_{ij} | U_{ij}^C) = P(u_{ij} | \partial U_{ij}) \quad (1)$$

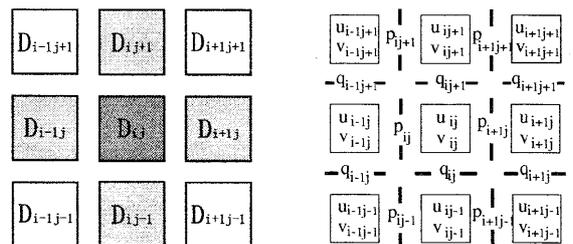


Fig. 1 2次元領域上の4近傍領域と境界

で定義される。同様に、ベクトル確率場の Markov 性は

$$P(\mathbf{u}_{ij}|\mathbf{U}_{ij}^C) = P(\mathbf{u}_{ij}|\partial\mathbf{U}_{ij}) \quad (2)$$

で定義される。以下ではこの性質を用いてベクトル確率場の性質を定義する。

土屋らはスカラー場の Markov 性、即ち式 (1) に基づき、確率場の条件付き確率密度関数 $P(\mathbf{u}_{ij}|\partial\mathbf{U}_{ij})$ を Cauchy 分布の積を用いて

$$\begin{aligned} P(\mathbf{u}_{ij}|\partial\mathbf{U}_{ij}) &= \frac{\sigma_1/\pi}{(u_{ij}-u_{i-1j})^2+\sigma_1^2} \\ &\times \frac{\sigma_1/\pi}{(u_{ij}-u_{i+1j})^2+\sigma_1^2} \\ &\times \frac{\sigma_1/\pi}{(u_{ij}-u_{ij-1})^2+\sigma_1^2} \\ &\times \frac{\sigma_1/\pi}{(u_{ij}-u_{ij+1})^2+\sigma_1^2} \end{aligned} \quad (3)$$

のように定義した。ここで、式 (3) は自身の小領域まわりの 4 近傍との値の差を引数としている。なお、空間離散化の刻み幅を 1 とした。 σ_1 はパラメータである。

この手法をもとに、本研究では 4 近傍領域間でのベクトル場の差異を各成分の二乗和で見積もり⁴⁾、それを Cauchy 分布の引数にとる。すると、ベクトル場に拡張された条件付き確率密度関数は

$$\begin{aligned} P(\mathbf{u}_{ij}|\partial\mathbf{U}_{ij}) &= \frac{\sigma_1/\pi}{\|\mathbf{u}_{ij}-\mathbf{u}_{i-1j}\|^2+\sigma_1^2} \\ &\times \frac{\sigma_1/\pi}{\|\mathbf{u}_{ij}-\mathbf{u}_{i+1j}\|^2+\sigma_1^2} \\ &\times \frac{\sigma_1/\pi}{\|\mathbf{u}_{ij}-\mathbf{u}_{ij-1}\|^2+\sigma_1^2} \\ &\times \frac{\sigma_1/\pi}{\|\mathbf{u}_{ij}-\mathbf{u}_{ij+1}\|^2+\sigma_1^2} \end{aligned} \quad (4)$$

となる。これを求めるベクトル確率場のモデルとする。

2.2 ベイズ (Bayes) 推定

一方、観測値もベクトルデータ、即ち $\tilde{\mathbf{u}}_{ij} = [\tilde{u}_{ij}, \tilde{v}_{ij}]^T$ という形式で与えられる。その観測値のモデル (真値からの変動) が、共分散行列が対角かつその要素が等しい 2 変数の Gauss 分布

$$P(\tilde{\mathbf{u}}_{ij}|\mathbf{u}_{ij}) = \frac{1}{2\pi\sigma_2^2} \exp\left\{-\frac{\|\tilde{\mathbf{u}}_{ij}-\mathbf{u}_{ij}\|^2}{2\sigma_2^2}\right\} \quad (5)$$

で与えられると仮定する。 σ_2 はパラメータである。

確率場の条件付き確率密度関数 $P(\mathbf{u}_{ij}|\partial\mathbf{U}_{ij})$ と観測値のモデル $P(\tilde{\mathbf{u}}_{ij}|\mathbf{u}_{ij})$ が与えられたとき、確率変数

$\{\mathbf{u}_{ij}\}$ の条件付き確率密度関数は Bayes の定理により

$$P(\{\mathbf{u}_{ij}\}|\tilde{\mathbf{u}}_{ij}) = X^{-1} \prod_{ij} P(\mathbf{u}_{ij}|\partial\mathbf{U}_{ij})P(\tilde{\mathbf{u}}_{ij}|\mathbf{u}_{ij}) \quad (6)$$

で与えられる。 X^{-1} は規格化定数である。

X^{-1} を除いた対数尤度関数は

$$L(\{\mathbf{u}_{ij}\}) = \ln \left[\prod_{ij} P(\mathbf{u}_{ij}|\partial\mathbf{U}_{ij})P(\tilde{\mathbf{u}}_{ij}|\mathbf{u}_{ij}) \right] \quad (7)$$

となる。式 (4) 及び式 (5) を用いると対数尤度関数 (7) は

$$\begin{aligned} L(\{\mathbf{u}_{ij}\}) &= W - \sum_{ij} \left\{ \frac{\|\tilde{\mathbf{u}}_{ij}-\mathbf{u}_{ij}\|^2}{2\sigma_2^2} \right. \\ &\quad + \ln(\|\mathbf{u}_{ij}-\mathbf{u}_{i-1j}\|^2+\sigma_1^2) \\ &\quad + \ln(\|\mathbf{u}_{ij}-\mathbf{u}_{i+1j}\|^2+\sigma_1^2) \\ &\quad + \ln(\|\mathbf{u}_{ij}-\mathbf{u}_{ij-1}\|^2+\sigma_1^2) \\ &\quad \left. + \ln(\|\mathbf{u}_{ij}-\mathbf{u}_{ij+1}\|^2+\sigma_1^2) \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

となる。ここで、 W は \mathbf{u}_{ij} に関係ない定数である。

最尤推定値とは、式 (8) を最大にする確率変数の集合 $\{\mathbf{u}_{ij}\}$ であり、これを $\{\hat{\mathbf{u}}_{ij}\}$ と表記する。ここで、

$$L(\{\mathbf{u}_{ij}\}) \leftarrow W - L(\{\mathbf{u}_{ij}\}) \quad (9)$$

と改めて置き換えると、最尤推定値は

$$\begin{aligned} L(\{\mathbf{u}_{ij}\}) &= \sum_{ij} \left\{ \frac{\|\tilde{\mathbf{u}}_{ij}-\mathbf{u}_{ij}\|^2}{2\sigma_2^2} \right. \\ &\quad + \ln(\|\mathbf{u}_{ij}-\mathbf{u}_{i-1j}\|^2+\sigma_1^2) \\ &\quad + \ln(\|\mathbf{u}_{ij}-\mathbf{u}_{i+1j}\|^2+\sigma_1^2) \\ &\quad + \ln(\|\mathbf{u}_{ij}-\mathbf{u}_{ij-1}\|^2+\sigma_1^2) \\ &\quad \left. + \ln(\|\mathbf{u}_{ij}-\mathbf{u}_{ij+1}\|^2+\sigma_1^2) \right\} \end{aligned} \quad (10)$$

を最小にする $\{\mathbf{u}_{ij}\}$ ということになる。

上記の推定値を最急降下法

$$\tau \frac{d\hat{\mathbf{u}}_{ij}}{dt} = -\frac{1}{4} \frac{\delta L(\{\mathbf{u}_{ij}\})}{\delta \hat{\mathbf{u}}_{ij}} \quad (11)$$

から導出されるフィルタ方程式の時間発展で求める (τ は時定数)。ここで、右辺の変分導関数を求める際、Neumann 境界条件、即ち、定義域外には周辺領域と同じ値が仮想的に存在するという境界条件を用いる。

$a = 1/(4\sigma_2^2)$ という置換と以下の表記法

$$p_{ij} = \|\hat{\mathbf{u}}_{ij}-\hat{\mathbf{u}}_{i-1j}\|^2, \quad q_{ij} = \|\hat{\mathbf{u}}_{ij}-\hat{\mathbf{u}}_{ij-1}\|^2 \quad (12)$$

を用いると (Fig.1 右), u 成分のフィルタ方程式は

$$\begin{aligned} \tau \dot{\hat{u}}_{ij} = & -a(\hat{u}_{ij} - \tilde{u}_{ij}) \\ & + \frac{(\hat{u}_{i+1j} - \hat{u}_{ij})}{p_{i+1j} + \sigma_1^2} - \frac{(\hat{u}_{ij} - \hat{u}_{i-1j})}{p_{ij} + \sigma_1^2} \\ & + \frac{(\hat{u}_{ij+1} - \hat{u}_{ij})}{q_{ij+1} + \sigma_1^2} - \frac{(\hat{u}_{ij} - \hat{u}_{ij-1})}{q_{ij} + \sigma_1^2} \end{aligned} \quad (13)$$

のように得られる. 同様に v 成分については

$$\begin{aligned} \tau \dot{\hat{v}}_{ij} = & -a(\hat{v}_{ij} - \tilde{v}_{ij}) \\ & + \frac{(\hat{v}_{i+1j} - \hat{v}_{ij})}{p_{i+1j} + \sigma_1^2} - \frac{(\hat{v}_{ij} - \hat{v}_{i-1j})}{p_{ij} + \sigma_1^2} \\ & + \frac{(\hat{v}_{ij+1} - \hat{v}_{ij})}{q_{ij+1} + \sigma_1^2} - \frac{(\hat{v}_{ij} - \hat{v}_{ij-1})}{q_{ij} + \sigma_1^2} \end{aligned} \quad (14)$$

となる. これらの時間発展によりベクトル場の推定値を得る. なお, これらは空間刻み幅を狭める極限操作で

$$\begin{aligned} \tau \dot{\hat{u}} = & -a(\hat{u} - \tilde{u}) \\ & + \left(\frac{\hat{u}_x}{\hat{u}_x^2 + \hat{v}_x^2 + \sigma^2} \right)_x + \left(\frac{\hat{u}_y}{\hat{u}_y^2 + \hat{v}_y^2 + \sigma^2} \right)_y \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \tau \dot{\hat{v}} = & -a(\hat{v} - \tilde{v}) \\ & + \left(\frac{\hat{v}_x}{\hat{u}_x^2 + \hat{v}_x^2 + \sigma^2} \right)_x + \left(\frac{\hat{v}_y}{\hat{u}_y^2 + \hat{v}_y^2 + \sigma^2} \right)_y \end{aligned} \quad (16)$$

のように空間的に連続近似できる.

2.3 正則化から導出されるフィルタ方程式

フィルタ方程式の導出方法として, 正則化に基くものがある. 正則化とは, データへのフィッティングと推定対象の空間的な滑らかさとの間の重み着き和である評価汎関数最小にする関数を解として求めることである. これにより, 不良設定な問題 (解が存在しない, または解が一意ではない, またはデータの微小な変動に対して解が不安定な問題) を良設定な問題に変換することができる. 推定対象の空間的な滑らかさを規定するための偏微係数を含む積分部分を安定化汎関数と呼ぶ. 低位の視覚処理過程の計算論においては, その安定化汎関数が推定対象の偏微係数の2次形式で表現されることが多く, その場合の正則化は標準正則化⁵⁾として定式化されている.

一方, 2次形式でない安定化汎関数が実際にはよく用いられる. 推定対象が空間的に一様に滑らかとは限らず, エッジ (空間的不連続) を持つ場合が多く, その際にはエッジは保持しつつ, その他の位置では平滑化が行われることが望ましい. 本稿では比較対象として

$$\eta \triangleq \hat{u}_x^2 + \hat{u}_y^2 + \hat{v}_x^2 + \hat{v}_y^2 \quad (17)$$

を対数の引数に持つ安定化汎関数 (下添字は偏微分を表す) を含む評価関数

$$W = \frac{1}{2} \iint_{\Omega} \{a \|\hat{\mathbf{u}} - \tilde{\mathbf{u}}\|^2 + \log(\eta + \sigma_1^2)\} dx dy \quad (18)$$

を考える. ここで σ_1, a は前節のパラメータと同一視できるものであり, Ω は画像平面全体である. この汎関数を用いる理由は, 前節同様, パラメータの数も少なく済み, 良好な推定結果が得られることによる.

汎関数 (18) を極小にする推定値 \hat{u}, \hat{v} を前節同様

$$\tau \dot{\hat{u}} = -\frac{\delta W}{\delta \hat{u}}, \quad \tau \dot{\hat{v}} = -\frac{\delta W}{\delta \hat{v}} \quad (19)$$

という最急降下法から導出されるフィルタ方程式の時間発展により求める. ここで, δ は汎関数微分を表す. すると, \hat{u}, \hat{v} それぞれに関するフィルタ方程式は

$$\tau \dot{\hat{u}} = -a(\hat{u} - \tilde{u}) + \left(\frac{\hat{u}_x}{\eta + \sigma^2} \right)_x + \left(\frac{\hat{u}_y}{\eta + \sigma^2} \right)_y \quad (20)$$

$$\tau \dot{\hat{v}} = -a(\hat{v} - \tilde{v}) + \left(\frac{\hat{v}_x}{\eta + \sigma^2} \right)_x + \left(\frac{\hat{v}_y}{\eta + \sigma^2} \right)_y \quad (21)$$

のように得られる. このとき Neumann 境界条件を用いるのも前節同様である. これらの形式は, 方程式 (15)(16) に似ている (η が式 (17) で定義されていることに注意). 大きな違いは非線形拡散項の中に x, y 両方の偏微分が混在していることであり, 空間離散化の際には注意を要する. その離散化方法については文献⁶⁾を参照されたい. 文献⁶⁾中でエッジを比較的明瞭に抽出する離散化法を提案したが, それに基づいてフィルタ方程式 (20)(21) を離散化したものの時間発展結果を, 前節の方程式 (13)(14) の時間発展結果と比較する.

3 シミュレーション結果

以下で, 方程式 (20)(21) を文献⁶⁾の提案法に基づいて離散化したものを時間発展させる方法 (これを正則化に基づく方法と呼ぶ) と方程式 (13)(14) を時間発展させる方法 (これをベイズ推定に基づく方法と呼ぶ) をシミュレーションにおいて比較検討する.

シミュレーション用のベクトル場の観測データとして, Fig.2 及び Fig.3 に示すように, 中心領域のエッジの向きが異なるものを二種類用意する. Fig.2 のエッジも正方形に近いが, エッジが斜めジグザクのものを“菱形”, 水平及び垂直のものを“正方形”と便宜上呼ぶ. それぞれ左側はベクトル場の真値 $\tilde{\mathbf{u}}$ であり, 右側は真値に標準偏差 0.4 の正規乱数を付加した仮想的な観測値 $\tilde{\mathbf{u}}$

である。その中心領域内のベクトル成分は $[1, 1]^T$ 、他の周辺部分上の成分は $[-1, 0]^T$ である。定義域は 19×19 の正方領域からなるものとする。

上記の二種類の観測値をもとに、二種類のフィルタ方程式を用いて真値を推定する。パラメータは $\sigma = 0.1$, $\alpha = 3.5$, $\tau = 10$ とし、時間刻み幅を 0.01 とする。 \hat{u}, \hat{v} の初期値を共に 0 として時間発展させる。

Fig.4 は、Fig.2 右を観測値とし、方程式 (20)(21) を適切に離散化したものを用いて得られたベクトル場の推定値とそのエッジの時間発展の様子である。同様に、Fig.5 は方程式 (13)(14) を用いて得られたものである。最上段からそれぞれ $t = 0.2, 0.4, 0.8, 1.6, 3.2, 6.4$ だけ時間が推移している。なお、エッジについては、正規化

$$P_{ij} = \frac{p_{ij}}{p_{ij} + \sigma^2} < 1, \quad Q_{ij} = \frac{q_{ij}}{q_{ij} + \sigma^2} < 1 \quad (22)$$

を施したものを表示している (Fig.1 右参照)。明るく表示された小さな長方形領域では P 及び Q の値が 1 に近く、濃い灰色で表示された部分の値は 0 に近い。

Fig.4 と Fig.5 から菱形領域をエッジとして持つ場合の推定結果を比較する。後者は前者に比べ、領域の頂点が丸められたり、斜め方向のエッジ成分に不必要な凸部分があるなどして、推定値の正確さの面で劣ることが分かる。しかし、収束は比較的早い。

次に、Fig.6 と Fig.7 は正方形領域をエッジとして持つ場合の比較結果であるが、後者の方が良好な推定値とエッジが早い段階で得られていることが分かる。

以上より、方程式 (13)(14) を用いたときと方程式 (20)(21) を適切に離散化したフィルタ方程式を用いたときに得られるそれぞれの推定値はそのエッジの方向によって、推定値の正確さや収束時間などの優劣が入れ替わる。しかし、文献⁶⁾に示すように、後者の場合の計算量はかなり多くなり、ビジョンチップに実装するには困難が予想される。簡便さの点で、Bayes 推定に基づく前者の方がやや優れているといえる。

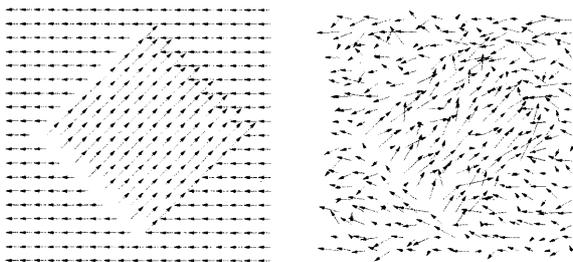


Fig. 2 ベクトル場の真値及びノイズを含む観測値 (菱形)

4 まとめ

本稿では、Bayes 推定に基づき、運動ベクトル場をフィルタ方程式の時間発展で求めることを提案した。その推定結果を、正則化法に基づく複雑な離散化法を要するフィルタ方程式によるものと比較した。エッジの形状によりそれらの推定結果に一長一短はあるが、提案法の場合は推定値が比較的早く収束するとともに、ビジョンチップへの実装も比較的容易だといえる。

今後の課題として、提案法のフィルタ方程式を導出する汎関数は正則化の枠組みではどのようなものか確かめることや、逆に、正則化法から導出されるフィルタ方程式はどのような確率場を考えればよいか、を明らかにすることが挙げられる。また、将来的にはビジョンチップへの実装が課題となる。

参考文献

- [1] Seiji Kameda and Tetsuya Yagi, An Analog VLSI Chip Emulating Sustained and Transient Response Channels of the Vertebrate Retina, IEEE Trans. Neural Networks, 14-5, 1405/1412, 2003.
- [2] 土屋, 中西, “不連続を含む確率場のベイズ推定,” 計測自動制御学会論文集, 28-4, 514/518, 1992
- [3] S.Geman et.al., “Stochastic Relaxation, Gibbs Distribution, and the Bayesian Restoration of Images,” IEEE Trans. PAMI-6-6, 721/741, 1984
- [4] T.Y. Tian, and M. Shah : Motion estimation and segmentation, Machine Vision and Applications, 32/42, Springer-Verlag (1996)
- [5] T.Poggio et.al., “Computational vision and regularization theory,” Nature, 317, 314/317, (1985)
- [6] 上山, “運動ベクトル場の推定に用いる非線形拡散項の離散化法” 三重短大紀要, 52, 23/27, 2004

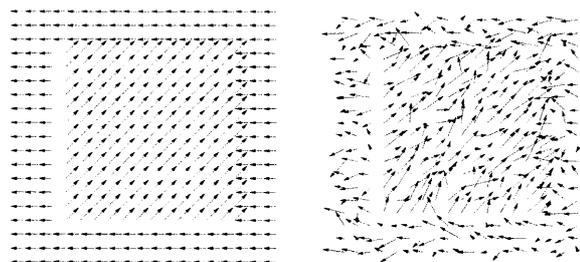
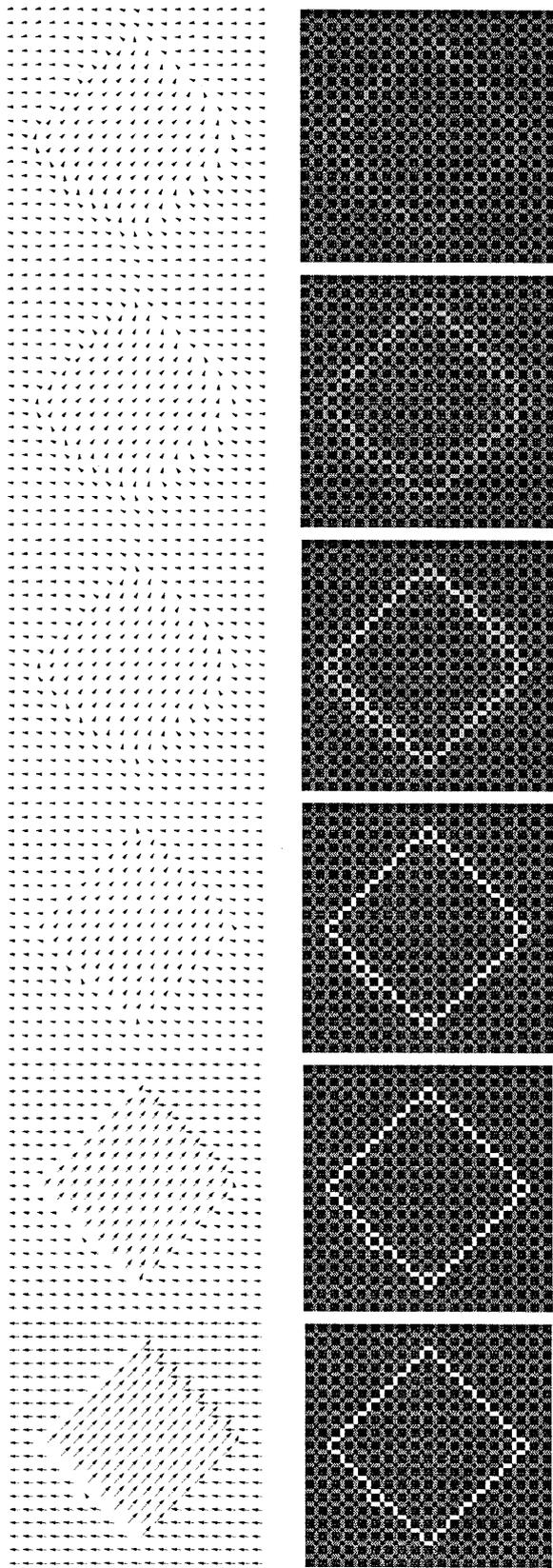
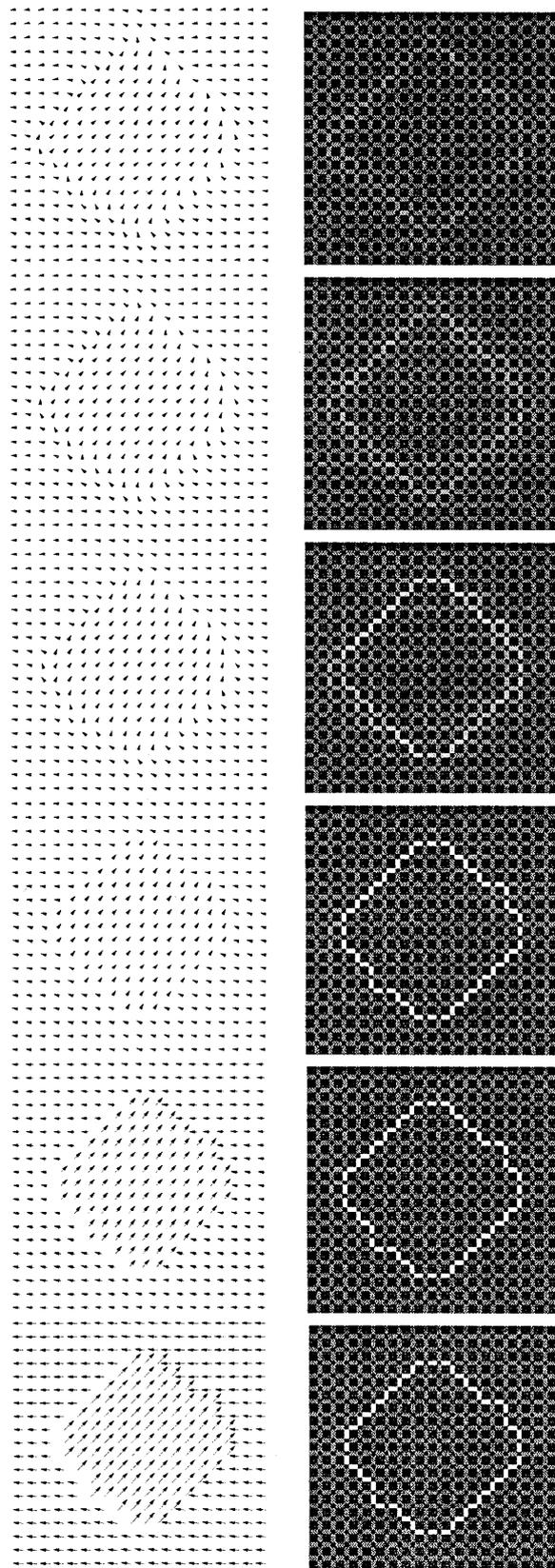


Fig. 3 ベクトル場の真値及びノイズを含む観測値 (正方形)



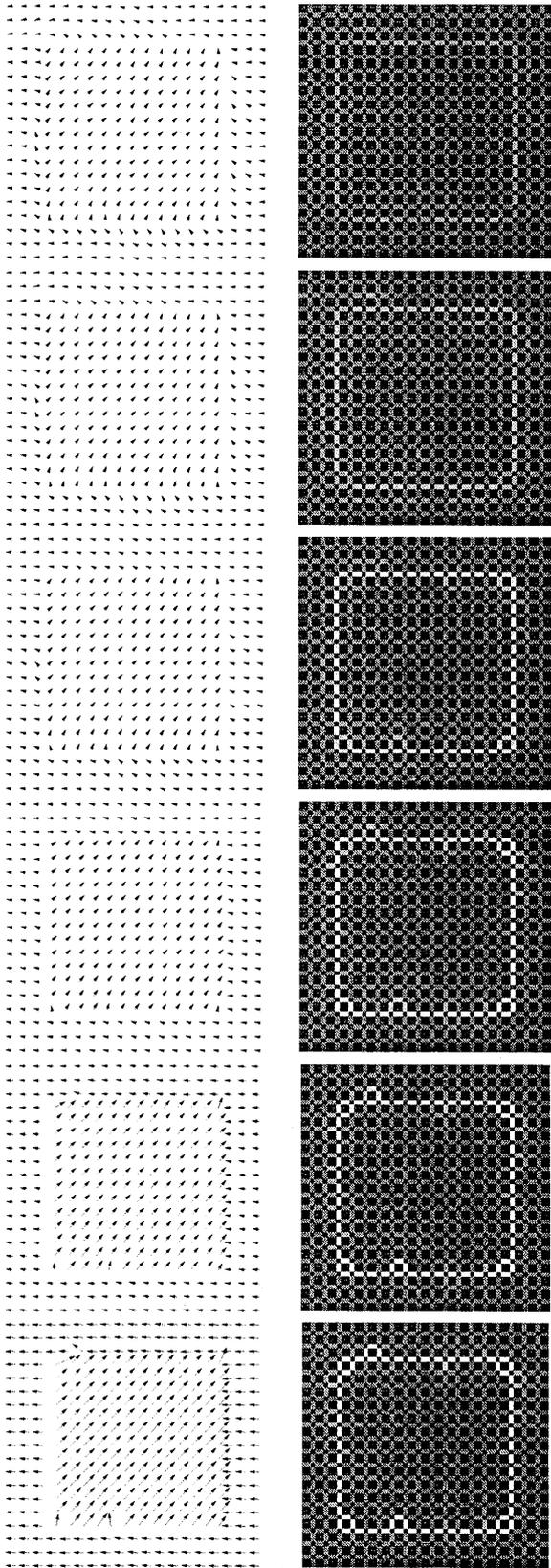
(a) ベクトル場の推定値 (b) 推定値のエッジ

Fig. 4 正則化に基づく推定過程 (菱形)



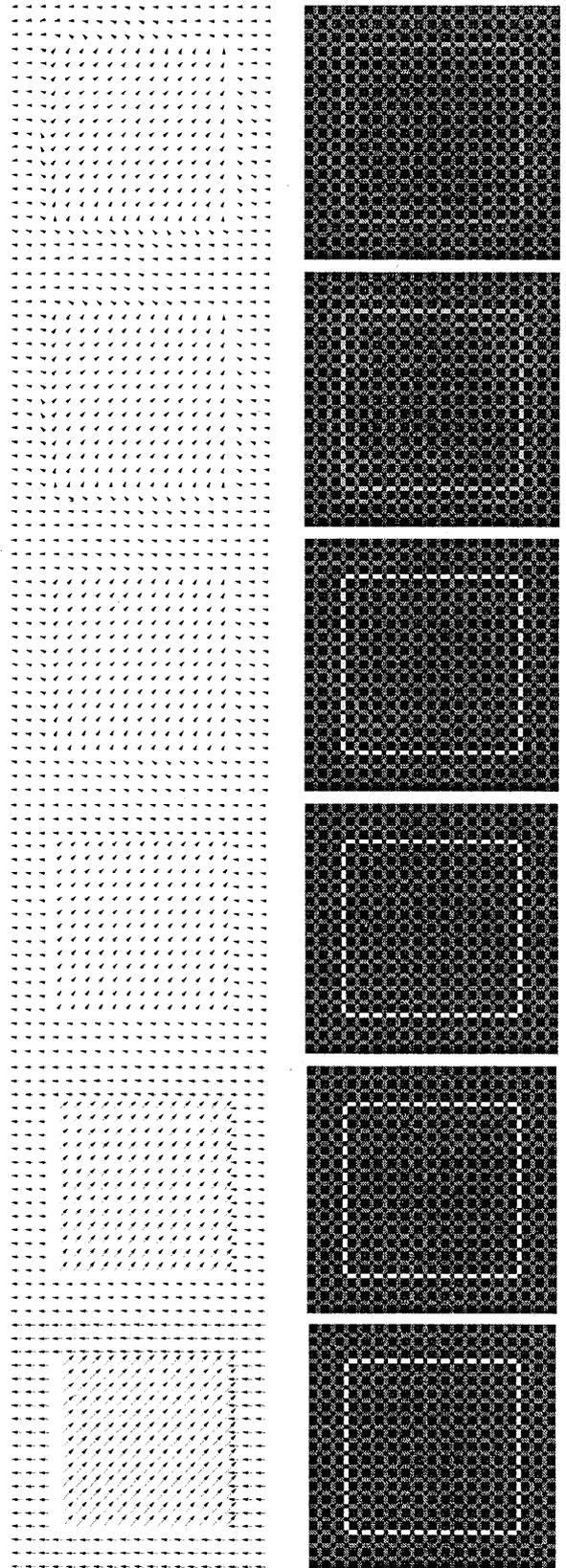
(a) ベクトル場の推定値 (b) 推定値のエッジ

Fig. 5 ベイズ推定に基づく推定過程 (菱形)



(a) ベクトル場の推定値 (b) 推定値のエッジ

Fig. 6 正則化に基づく推定過程 (正方形)



(a) ベクトル場の推定値 (b) 推定値のエッジ

Fig. 7 ベイズ推定に基づく推定過程 (正方形)