

# Praksisopgaven som led i kompetenceløft i undervisningsfaget matematik



Lisbeth Lunde Frederiksen,  
VIA Profession og Uddannelse



Karen Drejer,  
VIA Lærer-uddannelsen i Silkeborg



Lóa Björk Jóelsdóttir,  
VIA Lærer-uddannelsen i Silkeborg

**Abstract:** *Artiklen præsenterer udviklede designprincipper for praksisopgaver i matematik, der potentielt kan bidrage til optimal læring og til mulige vedvarende ændringer i praksis samt understøtte lærernes aktive konstruktionsproces og deres dialogiske behandling af et stof i en bestemt kontekst. Principperne har fokus på praksiserfaringer som centrale i udførelsen af opgaven, og på at læreprocessen i praksis er i centrum. Artiklen bidrager med et eksempel på anvendelse af de udviklede designprincipper.*

## Indledning

I forbindelse med den nye skolereform i 2014 blev det af Undervisningsministeriet besluttet at 95 % af folkeskolens elever i 2020 skal undervises af lærere der har undervisningskompetence fra en læreruddannelse eller tilsvarende faglig kompetence (kompetencedækning). I den sammenhæng skal Professionshøjskolerne udbyde uddannelse i læreruddannelsens undervisningsfag. Dette uddannelsesstilbud kaldes "Kompetenceløft i undervisningsfag" (KiU). Det specielle ved KiU er at det er en formelt kompetencegivende uddannelse i undervisningsfag og dermed et led i en læreruddannelse, men *samtidig* er deltagerne lærere der allerede *er* uddannede og *udøver* professionen, hvorfor uddannelsen også må betragtes som en form for efteruddannelse. Denne dobbelthed er en didaktisk udfordring, specielt med hensyn til at være praksisnær i betydningen samspil mellem uddannelse og profession og ikke kun samspil mellem teori og praksis i teoriarenaen.

I denne artikel præsenterer vi resultater af et FoU-arbejde med fokus på udvikling af designprincipper for en praksisopgave i matematik som et element i KiU. En praksisopgave definerer vi som en opgave for lærere (eller lærerstuderende) hvor praksis og praksiserfaringer spiller en central rolle i udførelsen af opgaven, og hvor

læreprocessen i praksis er i centrum. Principperne er udviklet i en KiU-kontekst hvor ønsket om praksisnær undervisning fra deltagerne er stærkt, men de kan let udvikles og målrettes til brug både i andre fag, i den almindelige grunduddannelse og i anden efteruddannelse.

## Formål og undersøgelsesspørgsmål

Formålet har været at udvikle designprincipper for praksisopgaver i matematik der potentielt kunne bidrage til optimal læring og til mulige vedvarende ændringer i lærerens praksis. Praksisopgaven skulle være et bidrag til dybdelæring og dermed modarbejde en strategisk tilgang til uddannelsen, dvs. en tilgang hvor lærerne primært fokuserer på hvad der er nødvendigt, fx i forhold til fremmøde og deltagelse i undervisningen, for at bestå (Lindhart, 2007), og en tilgang der er præget af en følelse af manglende identifikation med uddannelsen og dens mål (Hutters, 2004).

I udviklingsprojektet bygger vi på lærernes tilegnelse af viden, situeret i den aktuelle kontekst, og på et konstruktivistisk læringssyn med et sociokulturelt perspektiv (Dysthe, 2003; Illeris, 2006, s. 127 ff.; Vygotsky, 1997, 2001). Vi har sigtet mod at praksisopgaven bliver et led i at understøtte lærernes aktive konstruktionsproces og deres dialogiske behandling af et stof i en bestemt kontekst, distribueret mellem lærere i et fællesskab med forskellige bidrag. Lærerne kan og ved noget forskelligt, og deres forskellige bidrag er væsentlige for en helhedsforståelse (Dysthe, 2003; Illeris, 2006, s. 127 ff.). Det sociokulturelle perspektiv inddrages i forhold til konstruktivistisk læringsteori fordi vi ydermere sætter fokus på at læring har med relationer mellem mennesker at gøre, og dermed også sætter fokus på kontekst og interaktion. Læring ses her som grundlæggende social, hvorfor interaktionen mellem lærerne i et fællesskab vil være afgørende, både for hvad der bliver lært og hvordan. Individuel læring kan og vil selvfølgelig være mere eller mindre socialt medieret, men deltagelse og samspil er i et sociokulturelt perspektiv centrale begreber i forståelsen af læring. Kundskab tænkes konstrueret gennem interaktion og i en kontekst, hvilket betyder at sprog og kommunikation naturligt vil komme i centrum. Ud fra dette perspektiv er det vigtigt for læreprocessen at man kan formulere en faglig forståelse i ord, dele den med andre med henblik på en eller anden form for respons og dermed kunne drøfte såvel det man forstår, som det man ikke forstår. Sproget kan i denne sammenhæng ses som en åbning eller kobling mellem det indre og det ydre; mellem tænkningen og kommunikationen med andre.

Vores overordnede undersøgelsesspørgsmål lød: Hvordan kan undervisning i KiU udvikles så praksis i langt højere grad kommer i centrum, og så uddannelsen dermed kan kvalificere lærerne til fortsat udvikling af deres undervisningspraksis?

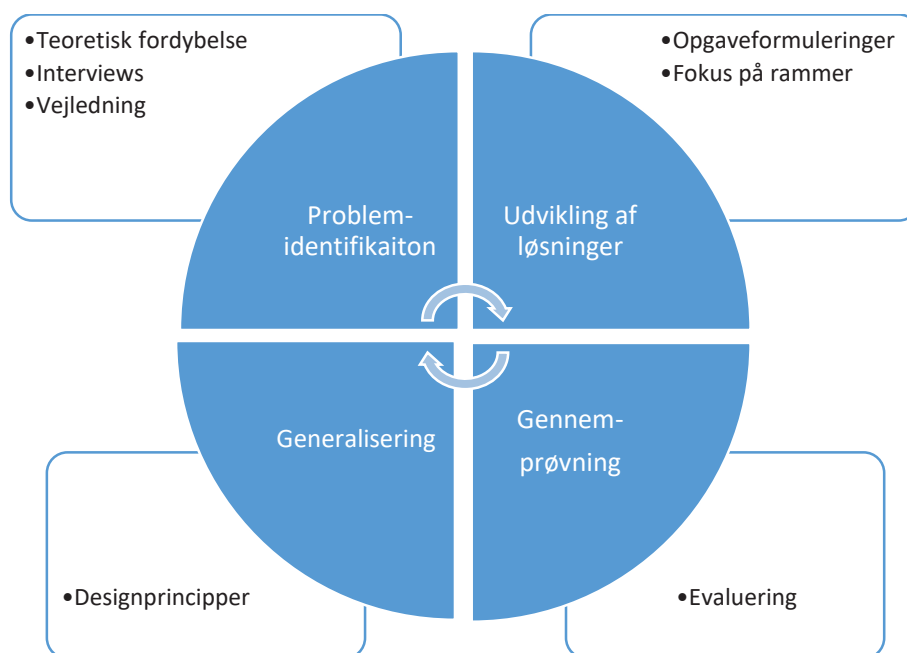
## Metode

Vi har i vores tilgang til feltet været inspireret af design based research (Coob et al., 2003; Gynther, 2012). Vi har udviklet praksis i en iterativ proces i samarbejde med lærerne. Gennem løbende dialoger, interviews og feedback på de forskellige opgaveformuleringer og besvarelser har vi fra opgave til opgave udviklet og forfinet designprincipper der er blevet gennemprøvet og rettet til.

Design based research består af fire faser der gentages i en iterativ proces. I første fase identificeres problemet samtidig med at man sætter sig ind i de teorier der specifikt forholder sig til og kan belyse problemet. I anden fase udvikles didaktiske løsningsforslag. I tredje fase afprøves principperne i praksis, hvorefter erfaringerne analyseres og evalueres. Og i fjerde fase generaliseres erfaringerne, som i dette tilfælde handler om at udvikle designprincipper for praksisoppgaven, hvorefter problemdefinerings og design forfines og redesignes.

Vores arbejde kan beskrives ud fra nedenstående model der er stærkt inspireret af modellen i Christensen, Gynther & Petersen, 2012:

I første fase har vi ud fra egne erfaringer og ud fra teoretisk fordybelse indkredset problemstillingen. Derefter har vi udviklet didaktiske løsningsforslag der er afprøvet og evalueret i dialog med lærerne i praksis. Hvis de didaktiske løsningsforslag har været fagligt givende, har det ført til et designprincip. Derefter er der i dialog med lærerne identificeret udfordringer, eller udfordringerne er blevet forfinet. Dette har så igen ført til nye didaktiske løsningsforslag. Disse er så afprøvet og evalueret og har ført til yderligere designprincipper og så fremdeles i en iterativ proces.



**Figur 1.** Design based research – 4 faser.

## Teoretisk inspiration til udvikling af prototypen – “praksisopgaven”

### *Dybdelæring*

Ifølge Ramsden (1999) er den måde et individ lærer på, afhængig af den relation individet har til stoffet. Læringen er afhængig af den måde man oplever og organiserer det faglige stof og tillægger stoffet mening, ja, er “i dialog” med stoffet.

Ramsden beskæftiger sig med læring i forhold til læsning af tekster, men intet taler imod at det kan overføres til andet, fx til løsning af opgaver.

Ramsden beskriver hvordan man overordnet kan gå til det faglige stof på to forskellige måder: én der faciliterer dybdelæring (dybdestrategi), og én der kun bidrager til overfladisk læring (overfladestrategi).

Dybdestrategien er karakteriseret ved at man både har viljen til at forstå og til at fastholde en stillet opgaves struktur. Ved brug af denne strategi er der fokus på tekstens konklusioner, og der søges efter en idé med teksten, altså forfatterens hensigt med teksten. Studerende der benytter sig af denne strategi:

- “Fokuserer på, ‘hvad der betegnes’ (dvs. forfatterens ræsonnement eller de begreber, der er relevante for at løse problemet).
- Relaterer tidligere erhvervet viden til ny viden.
- Relaterer viden fra forskellige undervisningsmoduler til hinanden.
- Relaterer teoretiske forestillinger til hverdagens erfaringer.
- Relaterer materiale og argumenter til hinanden og skelner mellem dem.
- Organiserer og strukturerer indhold i et sammenhængende hele.
- [Der er tale om en]
- Indre vægtning: ‘Et vindue, gennem hvilke aspekter af virkeligheden bliver synlige og mere forståelse. (Entwistle & Marton, 1984)’; (Ramsden, 1999, s. 64)

Individet forsøger ved dybdestrategien at uddrage et personligt meningsindhold af teksten. Man prøver at forbinde teksten til den virkelige verden eller til det man tidligere har læst, og forsøger således aktivt at få teksten til at give mening. Studerende der benytter sig af denne strategi, “angriber” teksten ud fra en holistisk strategi og ser teksten som et middel til at forstå forfatterens budskab.

Konkret har ovenstående betydet at vi i vores design af praksisopgaver har bestræbt os på at lærerne kunne få mulighed for at uddrage et personligt indhold af det lærte stof i samspil med egen praksis og få mulighed for at relatere tidligere erhvervet viden, teoretisk som praktisk, til ny viden (se efterfølgende afsnit om designprincipper).

Tanken er at stoffet (det være sig teori eller praksiserfaringer) “angribes” ved at det bearbejdes, konstrueres, udvikles og tilpasses en ny kontekst, fx egen undervisningspraksis. Det kan både være i form af at forstå teorien i lyset af praksisafprøvninger, at udvikle såvel teori som praksis igennem egne praksishandlinger og at bruge erfaringer

fra tidligere praksisoppgaver. Men det kunne også være igennem praksisoppgaven at invitere lærerne til at identificere vigtige undervisnings- og (for eleverne) læringsmæssige udfordringer igennem artefakter (fx elevprodukter) og udvikle handlestrategier for at imødekomme disse.

### *Vedvarende ændringer i læreres værdier, holdninger og praksis*

Ifølge Clarke og Hollingsworth (2002) er professionel vækst og udvikling hos lærere en kompleks proces. Ændringer i læreres praksis sker gennem medierende processer af refleksioner og “enactment” (dvs. bevidste aktive tiltag i relation til pædagogiske holdninger, værdier eller erfaringer) i fire forskellige domæner som omfatter lærerens verden:

- Det personlige domæne (omhandlende viden, værdier og holdninger)
- Praksisdomænet (omhandlende professionseksperimenter, fx eksperimenter med nye undervisningsmetoder eller tilgange)
- Konsekvensdomænet (omhandlende fremtrædende resultater/outcomes, fx elevprodukter)
- Det eksterne domæne (omhandlende kilder af information, stimulus og support).

Professionel vækst kan udvikles gennem mange forskellige indgange til disse fire domæner. Ifølge Clarke og Hollingsworth (2002) sker der først vedvarende ændringer i praksis når forandring i ét domæne leder til forandring i et andet domæne, ligesom der først kan være tale om professionel vækst og udvikling når der er tale om vedvarende ændringer (Clarke & Hollingsworth, 2002, s. 950).

Nielsen (2012) har endvidere udviklet modellen ved at tilføje et kollaborativt domæne. Forskning har vist at lærerne fremhævede netop samarbejde om undervisningsudvikling, kolleger imellem, som vigtigt (Nielsen, 2012).

Konkret har vi ved formulering af praksisoppgaverne nøje overvejet om opgaverne inviterede til og faciliterede refleksioner og enactment mellem de fem forskellige domæner (Clarke & Hollingsworths fire samt Niensens ene) og hermed faciliterede skridt mod vedvarende forandring af praksis og dermed personlig vækst og udvikling. Opmærksomheden har også været rettet mod hvordan vi kunne facilitere dialoger, refleksioner og enactment mellem flere af domænerne individuelt, men også i fællesskab, både i undervisningsarenaen og i praksisarenaen. Dette kan ses i relation til Guskeys (1986) forskning der fremhæver at læreres handlinger, værdier og holdninger først rigtigt ændres efter at de har fået positive erfaringer med ny praksis og set forandringer i elevernes læring.

Dette svarer til hvad Morten Blomhøj fremhæver:

*“Man skal ikke forvente at kunne skabe udvikling af praksis gennem direkte påvirkning af lærerens opfattelse og holdning til fag, undervisning og læring. Det handler om at støtte og skabe rammer for, at lærere kan afprøve nye elementer i deres egen undervisning, der så kan føre til, at læreren oplever et forbedret læringsudbytte hos eleverne.” (Blomhøj, 2016, s. 23)*

Dette kan nås ved at følge et designprincip om praksisnærhed og kontekstsensitivitet i opgaverne.

### ***Førstehåndserfaringernes autoritet***

Ifølge Kvernbekk (Kvernbekk, 2003, s. 165 ff.) er det særdeles vigtigt at sætte teori på partikulære førstehåndserfaringer idet teorien skal bidrage til at fastholde og udvikle komplekse forståelser af komplekse problemstillinger. Kvernbekk opererer med begrebet “førstehåndserfaringernes autoritet”. Ifølge Kvernbekk har førstehåndserfaringer en del fejkilder som fx lettilgængelige forklaringer og hverdagsforståelser af sammenhænge eller fx at “sammenfald af hændelse og tid kobles sammen til forklaring på hændelsen” som netop teori bør eliminere. Ifølge Kvernbekk har praktikere ingen særlig evne til at konstruere nøjagtige pålidelige opfattelser ud fra førstehåndserfaring. Derfor er der behov for gyldig velunderbygget teori som fundament for de antagelser der har indvirkning på de vurderinger vi foretager. Også Wackerhausen (2008) peger på at erfaringsbaseret indsigt og handlingsbåren kundskab kan være fejlagtig. Wackerhausen skriver:

*“Hvis erfaringsrummet er invariabelt og uden eksplorative variationer, så vil de resulterende erfaringer let føre til selvbekræftende profetier og fejlagtig handlingsbåren kundskab og som konsekvens føre til en professionsudøvelse på et lavere niveau end muligt.” (Wackerhausen, 2008, s. 6)*

Wackerhausen peger på at det kan føre til fastholdelse og videregivelse af erfaringsbåren kundskab der ikke er ønskværdig eller optimal.

Ovenstående har betydet at vi i design og afprøvning af praksisopgaverne har haft fokus på samspillet mellem matematikfaglig fordybelse og indsigt og udvikling af praksis. Vi har derfor valgt et designprincip omhandlende at opgaverne til dels er forelagte opgaver (se senere).

### ***Vigtigheden af matematikfaglig forståelse og viden***

For at udvikle elevernes forståelse af et fagligt indhold og for at udvikle undervisningspraksis er lærerens faglige forståelse og overblik særdeles vigtig. Ifølge Liping Ma (2010) er der ofte større fokus på inddragelse af konkrete materialer eller lignende end på matematiklærerens faglige viden, måske fordi det umiddelbart ser ud til at



have mere direkte indflydelse på eleverne. Men anvendelsen af disse andre elementer er afhængig af lærernes forståelse af matematikken. Her er det vigtigt at matematiklæreren kan tænke i helheder, dvs. er i stand til at analysere hvilke forudsætninger eleverne skal have når de opbygger forståelse for et nyt begreb. Det kræver matematikfagligt overblik og forståelse fra lærerens side ud over at kunne løse delopgaver omhandlende det aktuelle begreb.

Et overordnet princip for en praksisopgave bør derfor være at opgaven skal give lærerne mulighed for at få indsigt i og forståelse af et fagligt indhold *samtidig med* at denne forståelse bruges til at facilitere elevernes forståelse gennem afprøvning af ny praksis (Blomhøj, 2016; Guskey, 1986). Dette kan så igen bidrage til yderligere forståelse og udvikling af lærerens praksis og skulle gerne i sidste ende resultere i at lærerne får oplevelser af forbedret læringsudbytte hos eleverne. Netop dette kan være et første skridt mod en *varig ændring* af praksis (Clarke & Hollingsworth, 2002).

## Konteksten for udviklingsprojektet

Udgangspunktet for KiU-undervisning har været særligt tilrettelagte moduler der i antal altid er ét modul mindre end fuldt fag i læreruddannelsen. For undervisningsfaget matematik blev der udviklet tre moduler (i alt 30 ECTS). Hvert modul var på ti undervisningsdage med to til fire uger mellem undervisningsdagene. Den mellem-liggende periode, fordybelsesperioden, var tænkt til forberedelse og til at udvikle og afprøve tiltag i egen praksis på baggrund af seks givne praksisopgaver. Dvs. at ikke alle undervisningsgange havde tilknyttet en praksisopgave.

Modulerne blev udarbejdet i nær korrespondance med informationer om lærernes kompetencer; informationer som vi fik igennem de kompetenceafklarende samtaler (KAS). Ser vi overordnet på resultaterne af KAS, er kompetenceområdet "matematiske kompetencer" det område som langt de fleste lærere har behov for at arbejde med. Derfor tilrettelagde vi forløb hvor første modul omhandlede de otte matematiske kompetencer. Hver undervisningsdag havde en til to af de otte kompetencer som overskrift, fx modelleringskompetencen og ræsonnements- og tankegangskompetencen. De(n) matematiske kompetence(r) blev sammenholdt med et af de tre øvrige kompetenceområder: tal og algebra, geometri og statistik og sandsynlighed (jf. Fælles Mål). Fx blev der på én undervisningsdag arbejdet med kommunikationskompetence sammen med stokastik og næste undervisningsgang med problemløsningskompetencen og tal og algebra.

For at kvalificere lærerne bedst muligt til den forestående praksisopgave tog opgaverne udgangspunkt i undervisningsdagens temaer. Dvs. at praksisopgaverne i alle tilfælde har bygget på litteratur og diskussioner tilknyttet undervisningsdagens tema/kompetencer.

## Designprincipper

### *Designprincipper for praksisopgaver*

Praksisopgaven har ud over de helt overordnede formål (se ovenfor) to formål: dels at *afprøve* elementer fra teori, dels at *udvikle undervisning* i egen praksis. Teori er her tænkt både som fagfaglig teori (fx udvikling af forståelse for funktionsbegrebet), fagdidaktisk teori (fx teori om matematikvanskeligheder eller realistisk matematikundervisning (RME)) og almen didaktisk teori (fx generel teori om differentiering eller elevforudsætninger).

I forhold til fagfaglig teori er de bagvedliggende tanker for design (bl.a. med Kvernbekks begreb "førstehåndserfaringernes autoritet") at skærpe fokus på lærernes egen fortrolighed med det givne stofområde for dermed at få et teoretisk fundament for videre antagelser i forbindelse med planlægning, gennemførelse og evaluering af konkret undervisning.

I samtaler med lærere i KiU-undervisningen erfarede vi at mange har haft en praksis hvor succeskriteriet har været at eleverne kunne løse opgaverne korrekt. Dvs. lærerne har ikke lagt så stor vægt på udvikling af elevernes begrebsforståelse. Dette kan skyldes lærerens egen begrænsede faglige viden og overblik der så fx giver sig udslag i en antagelse om at når eleverne har kunnet løse opgaverne, så må det matematiske indhold være forstået.

Med dybdelæring for øje har vi bestræbt os på at udforme praksisopgaver ud fra det princip at opgaven skulle give lærerne mulighed for at relatere tidligere undervisningsmæssige oplevelser til teori og relatere teori til praksiserfaringer og dermed få flere perspektiver og større forståelse af kompleksitet i praksissituationer. Tanken har været igennem dette at give lærerne mulighed for at etablere *betydende* overgange mellem uddannelse og egen praksis og mellem egen praksis og uddannelse. Dette skulle gerne give mulighed for at udtrække personligt indhold af teori i samspil med praksis.

Vendingen stammer fra Nielsen og Daugbjerg (2016), der med henvisning til Beach (1999) anser overgange som betydende "når lærere tillægger 'noget' værdi og derfor reflekteret forandrer deres praksis, deres relationer eller begge dele". Ud over ovenstående har vi igennem udviklingsprocessen afprøvet og udviklet nedenstående designprincipper som senere i artiklen vil blive illustreret i et eksempel:

- a. Forelagte opgaver bør være åbne i forhold til indhold og målsætning, med andre ord kontekstsensitive. Det giver læreren mulighed for at realisere opgaven i forskellige praksiskontekster og situationer (fx elever, klassetrin, tidsramme, inddragelse af konkrete materialer eller digitale værktøjer) og ikke mindst at tilpasse opgaven til lærerens egne forudsætninger.
- b. Indholdet bør være relevant så opgaven bidrager til opfyldelse af læringsmål afledt af FFM, eller bygge på teori som kan øge variationen i matematikundervisningen.



- c. Opgaven bør bidrage til en forståelse af elevernes læreprocesser.
- d. Opgaven bør hjælpe med at udvikle og kvalificere den undervisning som lærerne allerede gennemfører i den daglige praksis på skolerne.
- e. Praksisoppgaven bør endvidere tage udgangspunkt i undervisningsdagens temaer (se afsnittet vedr. konteksten for udviklingsprojektet) inden for følgende kategorier:
  - Fagdidaktiske temaer, fx matematikvanskeligheder eller realistisk matematikundervisning (RME)
  - Stoffdidaktisk fokus (studiet af stof mhp. undervisning, jf. Skott et al., 2008), fx udvikling af forståelse for funktionsbegrebet
  - Temaer der retter sig mod matematiske kompetencer, fx elevernes udvikling af repræsentationskompetence som fokus i design af undervisningen.

Hensigten med designprincipperne er at kvalificere lærerne bedst muligt til den forestående opgave. Principperne har afsæt i Clarke og Hollingsworth, Ramsden, Kvernbekk og socialkonstruktivistisk læringsteori samt Sunesens forskning (2016). Sunesen peger på vigtigheden af medbestemmelse og demokratisk involverende processer i kompetenceudviklingsforløb for at sikre deltagerens engagement.

Vi har erfaret at det er en udfordring for mange lærere at se forståelse af det faglige begreb som værende af afgørende betydning for hvordan der spørges til og arbejdes med begrebet i egen undervisning, og dermed for elevernes forståelse og læring. Dermed bliver dybdelæringen en udfordring fordi netop dybdelæringen er afhængig af at man tillægger stoffet betydning. Derfor er det i forbindelse med præsentation af en praksisopgave også nødvendigt at bruge tid på bl.a. at argumentere for indholdet.

Yderligere er der som følge af den iterative proces et designprincip om at:

- f. Forventningerne til praksisoppgaven skal være præciseret mht. mål og fokus for refleksion både under opgaven og ved efterbehandling af opgaven, individuelt og i undervisningen.

Et ligeledes vigtigt designprincip er:

- g. Forventninger mht. artefakter til efterbearbejdningen i undervisningen (billeder, videoklip m.m.) skal præciseres.

Vores udviklede design er karakteriseret ved at være omgivet af følgende rammer: en *før-*, en *under-* og en *efter-fase*. Der arbejdes med de to første faser i fordybelsestiden mellem undervisningsgangene. I det følgende beskrives og kommenteres erfaringerne med de tre faser.

## Før, under og efter praksisopgaven

### *Før*

“Før-fasen” indebærer:

- Individuel forberedelse, fx læsning af anbefalet litteratur, arbejde med matematiske begreber og/eller kompetencer
- Bearbejdning af den teori/de begreber/kompetencer som skal i spil i opgaven
- Kort præsentation af praksisopgaven.

Lærernes forberedelse spiller en vigtig rolle for at få teori og praksis i samspil. Praksisopgaven udvikles i forbindelse med de temaer der arbejdes med på de(n) foregående undervisningsdag(e). Den teori lærerne har læst, bliver bearbejdet i undervisningen inden praksisopgaven introduceres. Når/hvis det er muligt, kan der inddrages aktiviteter i undervisningen som efterfølgende kan bruges som inspiration til udvikling af egen praksis. I nogle tilfælde kan praksisopgaven introduceres i forbindelse med arbejdet med dagens teori, men for det meste introduceres den som en del af dagens opsamling. Med henblik på at få etableret et godt og trygt studiemiljø har vi erfaret at det kan være godt at tage den undersøgende og problemløsende tilgang til faget matematik alvorligt i praksis og at bestemme første tema/indhold i første modul ud fra kriteriet: et tema der stort set er nyt for alle, således at næsten alle er i samme båd mht. viden og kompetencer. Dette har vist sig at give en god mulighed for at lærerne “åbner sig for faget” og udviser en risikovillighed ud over det sædvanlige, også mht. at inddrage artefakter i undervisningen.

### *Under*

“Under-fasen” indebærer:

- Arbejde med opgaven individuelt eller i samarbejde med andre deltagere på holdet eller kolleger fra egen praksis
- Mulighed for vejledning/sparring med underviser
- Afprøvning i egen praksis og indsamling af data eller artefakter.

Vejledningen er tænkt som støtte til lærerens design af undervisning og analyse af egen praksis og foregik i vores afprøvning elektronisk via mails. Elevprodukter el.lign. blev i nogle tilfælde brugt som udgangspunkt for vejledningen; det gav et bedre grundlag for undervisernes feedback og gav i øvrigt læreren mulighed for at komme i dybden med forståelse af fx den enkelte elevs læring. Vi har erfaret at artefakter som udgangspunkt for vejledningen er et godt afsæt for videre refleksion og udvikling af lærernes undervisningseksperimenter. I videreudvikling af designprincipper for praksisopgaver kan dette være et yderligere kriterium i arbejdsprocessen med opgaven.

I vores afprøvning har vi erfaret at det giver god og mere nuanceret læring for lærerne der hvor to lærere, fx fra samme skole, har kunnet afprøve et forløb i to forskellige klasser: Lærerne har løbende kunnet reflektere over og videreudvikle forløb og sammenligne resultater. Netop kollegial erfaringsdeling, support og fælles løsning af problemer fremhæver Guskey (1986) og Nielsen (2012) som vigtige for facilitering af forandring af praksis og i forbindelse med læreres professionelle udvikling.

### *Efter*

“Efter-fasen” indebærer:

- Fremlæggelse, analyse og erfaringsudveksling på KiU-holdet med udgangspunkt i opgavens mål og efterbearbejdningens fokus
- Indsættelse af materialer og idéer fra opgaverne i KiU-holdets idébank, der så efterfølgende kan bruges af alle på holdet og tilpasses egen undervisning.

Praksisoppgaven skulle gerne give lærerne mulighed for at transformere den viden hver enkelt lærer finder vigtig og meningsfuld, til praktiske handlinger i egen undervisning for dermed at invitere til dybere indsigt og facilitere mulighed for enactment (jf. Clarke & Hollingsworth). Tanken er at de erhvervede erfaringer sammen med fx medbragte artefakter fra disse handlinger igen skal føres tilbage til KiU-undervisningen til videre fælles analyse og indsigt for dermed fx at nuancere og forfine den teoretiske indsigt. På denne måde gives der mulighed for at relatere teori til hverdagens erfaringer og relatere tidligere indsigt til ny viden. Dermed skabes der mulighed for det Ramsden med henvisning til Entwistle og Marton (1984) kalder for en indre vægtning: “Et vindue, gennem hvilket aspekter af virkeligheden bliver synlige og mere forståelige (Ramsden, 1999, s. 64), altså at facilitere dybdelæring. Efter-fasen er således et vigtigt element i designet til understøttelse af lærernes aktive konstruktionsproces og til deres dialogiske behandling af et stof i en bestemt kontekst.

Vi har i vores forløb erfaret at flere lærere har brugt efterbehandlingen til videre inspiration og udvikling af egen praksis. Lærerne har afprøvet hinandens elevaktiviteter, videreudviklet dem og så igen delt både aktiviteter, viden og erfaringer med hinanden igennem en idébank. En lærer designede fx elevmateriale i forbindelse med udvikling af matematisk repræsentationskompetence, som så senere blev videreudviklet af en anden lærer og anvendt i forbindelse med en praksisopgave med fokus på “elever som datadetektiver”.

Efter-fasen er den fase hvor der har vist sig flest udfordringer. Lærerne præsenterer fra arbejdet med deres praksisopgave analyser og erfaringer som er vigtige at dele, reflektere over, perspektivere og udfordre i fællesskab, men også erfaringer der sommetider præsenteres i anekdotiform. Denne del af undervisningen kommer således hurtigt til at fylde meget i ti dages undervisning a seks lektioner til hvert modul hvor

underviserne er forpligtet på centralt formulerede kompetencemål. Udfordringen er derfor at udvikle en undervisning der i endnu højere grad formår at integrere centrale videns- og færdighedsmål med læreres oplevede udfordringer i praksis, både i undervisning og i opgaverne, og i endnu højere grad at praktisere fokuseret og stram procesledelse i efterbearbejdningsfasen.

## Praksisopgaven "Funktioner" – en illustration

En af de praksisopgaver som blev anvendt i modulet "Matematik i anvendelse 1.-6. klasse", omhandlede det matematikfaglige begreb "funktioner". Den tilknyttede teori tog udgangspunkt i selve funktionsbegrebet, og aktiviteterne fokuserede på forståelse af begrebet, anvendelsesmuligheder og forskellige repræsentationer.

Fokus på forståelse af en formel definition af funktionsbegrebet gav forskellige udfordringer. Ud fra fælles drøftelse i undervisningen blev det fx tydeligt at lærerne havde svært ved at se forskel på begreberne ligning og funktion. Det blev et godt udgangspunkt for udvikling af en fælles forståelse som kom så tæt på de formelle begreber som muligt.

Lærerne blev her udfordret på deres egen matematikfaglige viden og havde dermed også svært ved at se relevansen til deres daglige undervisning i 1.-6. klasse. For at sikre at lærerne tillagde stoffet betydning (for dermed at sikre dybdelæring), blev der arbejdet med at forstå vigtigheden i at en lærer i 1.-6. klasse kan analysere det faglige indhold og dermed kvalificere et valg eller fravalg af undervisningsindhold. Som eksempel blev arbejdet med talmønstre eller tretabellen set i sammenhæng med begrebet funktion og vil dermed bidrage som grundlag for elevernes forståelse/konstruktion af det matematiske begreb funktion. I den sammenhæng blev der i praksisopgaven sat fokus på at lærerne i deres praksis skulle arbejde med talmønstre ud fra egen forståelse af funktionsbegrebet.

Undervisningen og opgaven skulle tilsammen give mulighed for at skabe forbindelser mellem nogle af de definerede domæner for dermed at skabe mulighed for vedvarende ændringer i praksis. Vi ville gerne facilitere at fx lærerens egen faglige indsigt i funktionsbegrebet skulle føre til konkrete eksperimenter i undervisningen der kunne føre til større indsigt i elevernes funktionsforståelse og forståelse af talmønstre som så igen kunne føre til at læreren på sigt ændrede sin undervisning.

Undervisningsdagen gav anledning til nedenstående praksisopgave:

Opgaven er formuleret på tre forskellige niveauer (A, B og C) og tager, på trods af at det er en forelagt opgave, højde for den enkelte lærers egne forudsætninger og indsigt og medbestemmelse. De forskellige niveauer i opgaven åbner op for forskellige mulige praksiskontekster og situationer både hvad angår elevforudsætninger, klassetrin, tidsrammer, organisering og metoder, og relaterer til FM. Opgaven tager

udgangspunkt i den teori der har været i fokus i undervisningen, i dette tilfælde det matematikfaglige begreb funktioner, og lægger dermed op til at transformere den matematikfaglige viden til konkret undervisningspraksis. Derudover giver opgaverne forskellige hint til at udvikle og kvalificere den undervisning som læreren allerede praktiserer. Yderligere er der til hver opgave knyttet et fokuspunkt for læreren. Disse punkter er formuleret med henblik på at skærpe fokus på observationer af og refleksioner over undervisningen og elevernes læring og motivation både til individuel brug og til brug i den efterfølgende KiU-undervisning. Dette hjælper læreren med at knytte teoretisk kundskab sammen med personlige erfaringer fra praksis. Refleksioner og observationer skulle gerne bidrage til enactment mellem forskellige domæner og dermed facilitere skridt mod vedvarende forandring af praksis og dermed personlig vækst og udvikling. Der er således i opgaven taget højde for muligheden for at etablere betydende overgange både mellem uddannelse og profession og mellem profession og uddannelse (Nielsen & Daugbjerg, 2016). Ligeledes er der taget højde for de i det foregående afsnit beskrevne designprincipper for en praksisopgave – ikke mindst samspillet mellem matematikfaglig fordybelse og indsigt og udvikling af praksis.

## Erfaringer fra praksisoppgaven om funktioner

Lærerne opfordredes til at søge vejledning hos underviserne. Vejledningen havde fokus på at udvikle lærernes analyse- og refleksionskompetence ved at give mulighed for at se aktiviteter eller elevbesvarelser fra et nyt perspektiv. Vejledningen kunne på denne måde være med til at facilitere dialoger, refleksioner og enactment mellem flere domæner og dermed bidrage til første skridt mod vedvarende ændringer af lærerens handlinger, holdninger og værdier.

En lærer havde i foregående praksisopgave udviklet et forløb hvor eleverne sorterede pantflasker som læreren havde medbragt til undervisningen. Gennem vejledning og fordi praksisoppgaven var kontekstsensitiv (jf. afsnittet om designprincipper), fik læreren øje på at denne opgave kunne videreudvikles til næste praksisopgave vedr. funktionsbegrebet. Vejledningen støttede desuden at læreren fik relateret tidligere erhvervet viden og erfaringer til ny viden, relateret forskellige undervisningstemaer til hinanden og organiseret og struktureret indhold til et sammenhængende hele. Alt sammen faciliterende for muligheden for dybdelæring.

Læreren havde i første opgave om sortering af pantflasker haft fokus på at eleverne skulle finde matematikken i hverdagen (fx hvor mange penge kan man tjene på en sæk tomme flasker med forskellig pant?). Ved under vejledningen at fokusere på lærerens eget funktionsbegreb fik hun øje på at flaskesortering kunne udvikles til konkretisering af elevernes funktionsbegreb. Læreren kunne efter en dybere egenfor-

## PO2: Funktioner i 1.-6. klasse

Med udgangspunkt i din egen forståelse af funktionsbegrebet skal du planlægge, gennemføre og evaluere en aktivitet hvor elever i 1.-6. klasse arbejder med sammenhænge mellem tal.

Du skal vælge det niveau du vurderer passer bedst til dine elever:

Niveau A og B tager udgangspunkt i det indledende arbejde med sammenhænge mellem tal uden at anvende selve funktionsbegrebet i samtalen med eleven.

Hvis eleverne har tilstrækkelige erfaringer fra tidligere arbejde, giver niveau C mulighed for at anvende funktionsbegrebet i samtale med eleverne.

Hvis eleverne ikke har tilstrækkelige erfaringer, vil niveau C kunne anvendes som reference for eleverne ved et senere arbejde med funktionsbegrebet.

		
<p><b>Niveau A</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Talmønstre</li> </ul>	<p><b>Niveau B</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Funktionsmaskinen</li> </ul>	<p><b>Niveau C</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Blomsterbedet/"The border problem"</li> </ul>

### Niveau A: Talmønstre

#### Mål fra FFM14: tal og algebra – algebra – fase 1 (1.-3. klasse)

- Eleven kan opdage systemer i figur- og talmønstre.
- Eleven har viden om enkle figur- og talmønstre.

Læringsmål: *Eleverne kan finde tal nummer 10 i et talmønster når de kender de tre første tal.*

Lærerens fokus, fx ved formulering af spørgsmål og i dialog med eleverne: at få eleverne til at beskrive sammenhænge mellem tal.

I denne opgave kunne det fx være spændende at arbejde med fordobling og halvering. Eller tællemetoder, at skiptælle osv.



## Niveau B: Funktionsmaskinen

### Mål fra FFM14

#### Tal og algebra – algebra – fase 3 (1.-3. klasse)

- Eleven kan opdage regneregler og enkle sammenhænge mellem størrelser.
- Eleven har viden om sammenhænge mellem de fire regningsarter.

Læringsmål: *Eleverne kan løse problemstillinger der vedrører generaliseret regning med tal.*

Lærerens fokus: at formulere spørgsmål og opfordre til dialog som tager udgangspunkt i sammenhæng mellem "input" og "output".

Overvej i hvor høj grad I vil arbejde med elevernes symbolbehandling. Her kan også være gode differentieringsmuligheder.

Funktionsmaskinen kan fx:

- Være et bord hvor en elev sidder under bordet med en "funktion" og talkort, og 1-2 andre elever sidder ovenpå og giver talkort (til input), gerne i en anden farve, til eleven. De elever som sidder ovenpå, skal gætte hvilken sammenhæng/funktion der er i spil, ud fra de output som kommer fra bordet.
- Være en kasse/maskine.
- Være et "online game" på computeren/iPad'en

## Niveau C: Blomsterbedet/"The border problem"

### Mål fra FFM14:

- 4.-6. klasse – tal og algebra – algebra – fase 3.
- Eleven kan anvende variable til at beskrive enkle sammenhænge.
- Eleven har viden om variables rolle i beskrivelse af sammenhænge.

Læringsmål: *Eleverne kan udvikle og opstille formler der beskriver sammenhænge mellem størrelser.*

Lærerens fokus: de gode spørgsmål som understøtter elevernes udvikling af en generel formel (funktion) som beskriver antal fliser/kvadrater i rammen.

Hent gerne inspiration i slides til startopgaven fra den 9.10.15 (undervisningsdag 2).

Figur 2. Praksisopgave i det matematikfaglige begreb funktioner.

ståelse af funktionsbegrebet synliggøre, konkretisere og forklare funktionsbegrebet for eleverne. Dette ses på billedet: 1 flaske ind (pant 1,50 kr.) giver 1,50 kr. ud, og 2 flasker ind giver 3,00 kr. ud. Praksisopgaven hjalp således læreren til at udvikle og kvalificere den daglige praksis (jf. designprincipper) og ikke mindst til at udvikle elevernes forståelse af funktionsbegrebet. Hele opgaven blev således: Eleverne lavede en udregning af pant på flaskerne dernæst blev flaskerne afleveret, og eleverne fik kvitteringer for panten.

Efterfølgende blev disse flaskeboner studeret af eleverne, og der blev arbejdet med funktionsbegrebet ud fra bonerne med efterfølgende design af en funktionsmaskine som blev afprøvet med forskelligt input. Herefter gik eleverne i gang med analyse af input og output og med arbejde med funktionsmaskiner online via de programmer som vi som undervisere havde foreslået i opgaven.

Ovenstående er et eksempel på en lærer der via praksisopgaven, baseret på vores udviklede designprincipper, får mulighed for at eksperimentere i praksisdomænet qua egen ny faglig indsigt i funktionsbegrebet (det personlige domæne og det eksterne domæne), men også ved at koble tidligere erhvervet viden og erfaringer (gennem en anden praksisopgave, konsekvensdomænet) til den nye opgave. Læreren organiserede og strukturerede det faglige indhold i meningsfulde sammenhænge (både for læreren selv og for eleverne), hvilket kan have betydet dybdegående læring både for lærer og elever.

I et interview udtaler læreren efter modulets afslutning følgende:

*Altså jeg tænker sådan mere nuanceret når jeg kigger på en opgave, og tænker mere "nå, men jeg kunne også gøre sådan, og jeg kunne også gøre sådan", hvor jeg tidligere holdt mig til hvad der stod i lærervejledningen.*

*Jeg går meget mere på jagt efter noget der giver mening i deres hverdag. [ ] Jeg har fået en stærkere bro mellem hvad der giver mening for dem, og hvad der kan være sjovt for dem, end jeg havde før. [ ] Det vil sætte sig spor i en anden måde for mig at forberede mit fag på [ ], altså fået nye måder at tænke på.*

Udtalelsen tyder på at der er sket ændringer hos læreren, og at læreren reelt har udviklet sig professionelt.

Efterbehandlingen tog udgangspunkt i opgavens formulering af "lærerens fokus". Opgaven blev ligesom besvarelser fra øvrige deltagere præsenteret ved hjælp af billeder, videoer, elevprodukter mv. som efterfølgende blev analyseret og diskuteret på holdet. Hensigten var gennem dialoger at bevidstgøre lærerne om egne værdier, holdninger og handlinger, at bidrage til yderligere forståelser af elevs læreprocesser, fx ud fra forskellige artefakter, og at motivere og invitere til yderligere eksperimenter i undervisningen.



**Figur 3.** Lærers pædagogiske og faglige opdagelser i forbindelse med forløbet (fra præsentation af opgaven).

Ved fremlæggelsen perspektiverede læreren denne opgave til tidligere fagdidaktiske temaer og fik dermed indirekte demonstreret arbejde med dybdestrategi i læreprocessen. I den tidligere praksisopgave havde læreren eksperimenteret med RME (Realistic Mathematics Education), og her reflekterer hun på baggrund af disse erfaringer. I denne opgave er der nu fokus på hvordan hverdagserfaringer fra flaskeautomaten leder frem til begreberne input og output samt forståelsen af sammenhæng mellem antal flasker og udbetalte beløb. Som det ses på figur 3, henviser læreren til RME som den teori der bliver koblet til hendes refleksioner over praksisoppgaven.

I denne fremlægning var der både refleksioner og perspektiveringer, hvilket ikke har været tilfældet hos alle deltagere. Ikke alle deltagere har lige nemt ved dette, men en skærpelse af fokus, som nævnt i afsnittet "Efter", hjælper på denne udfordring. På trods af dette er refleksioner og perspektiveringer stadig en stor udfordring for at få maksimalt udbytte af opgaven.

## Afslutning

Artiklen præsenterer designprincipper for formulering og udførelse af praksisopgaver som led i KiU-undervisning. Vi har fra evalueringer og observationer af undervisning i KiU set tegn på udvikling af lærernes praksis gennem praksisopgaver der er baseret på de anførte designprincipper udviklet iterativt gennem forløbet.

Baseret på vores erfaringer i projektet vurderer vi at der vha. praksisoppgaven er større chance for at lærerne relaterer tidligere undervisningsoplevelser til ny viden og knytter ny teori til praksiserfaringer, hvormed lærerne får flere perspektiver og større forståelse af kompleksitet i praksisforståelser og teori – forståelser der kan

kvalificere den konkrete daglige undervisning. Ved at benytte sig af de anførte principper kan praksisopgaver komme til at understøtte lærerne i at uddrage et personligt meningsindhold af det lærte stof i samspil med praksis og dermed bidrage både til motivation og dybdelæring.

I efteruddannelsesregi generelt kunne der være perspektiv i at bringe praksisopgaver i spil i forbindelse med fagteamarbejde, således at opgaverne skulle løses i samarbejde med fagkolleger på skolerne. På den måde kunne man både kvalificere og udvikle såvel undervisningen i faget som lærende fællesskaber på skolen, og spredningseffekten kunne blive langt større. Underviseren kunne gennem opgaverne rammesætte og give inspiration til faglige og fagdidaktiske praksisstudier og/eller teoristudier. Men dette fordrer en høj grad af ledelsesopbakning og tid.

Vi ved at mange nyuddannede lærere oplever en kløft mellem det de har lært i uddannelsen, og det der kræves i professionsudøvelsen (se fx Frederiksen, 2013). Eraut (2004) peger på at en måde at bygge bro mellem profession og uddannelse kan være at facilitere læreprocesser som involverer at lære at transformere ny viden til nye situationer. Det kan bl.a. ske ved at skabe muligheder, tid og rum for at øve sådanne transformationsprocesser, fx i uddannelsen. Eraut (2004) fremhæver endvidere at hvis de studerende ikke får erhvervet sig teoretisk viden på dybdniveau, men blot får lært teori på overfladeniveau, så vil de have svært ved at frigøre den teoretiske viden fra den akademiske kilde. Da det også er en central udfordring for læreruddannelsen at tilrettelægge uddannelse så alle studerende kan se værdien af teoretisk viden til gavn for en senere professionsudøvelse, kan ovenstående praksisopgave, tilpasset den ordinære læreruddannelse i samspil med praktik, være en måde at komme disse udfordringer i møde.

Yderligere er der i læreruddannelsen åbnet op for opgaver af denne art i de partnerskabsaftaler som læreruddannelsen indgår med forskellige kommuner og deres skoler. Praksisopgaven kan være en mulighed for i læreruddannelsen at knytte teoretisk viden sammen med personlige erfaringer i praksis og dermed øge motivation og dybdelæring. Den kan være en måde at opleve meningsfulde sammenhænge mellem læringsindhold og fremtidige behov for viden i professionsudøvelsen.

I denne artikel har vi brugt matematik som eksempel på brug af praksisopgaver. Men praksisopgaver designet ud fra ovenstående skitserede principper vil kunne bruges i alle læreruddannelsens fag, både løbende i modulerne, men også som led i forskellige modulafprøvninger.

## Referencer

- Blomhøj, M. (2016). *Fagdidaktik i matematik*. Frydenlund.
- Christensen, O., Gynther, K. & Petersen, T.B. (2012). Design based research – introduktion til en forskningsmetode i udvikling af nye E-læringskoncepter og didaktisk design medieret af digitale teknologier. *Læring og Medier (LOM)*, nr. 9, 2012.
- Clarke, D. & Hollingsworth, H. (2002). Elaborating a model and teachers' professional growth. *Teaching and Teacher Education* 18 (2002), s. 947-967.
- Coob, P. et al. (2003) Design Experiments in Educational Research. *Educational Researcher*, Vol. 32 No 1, s. 1-13.
- Dysthe, O. (2003). *Dialog, samspil og læring* (1. udgave). Aarhus: Klim.
- Entwistle, N.J. (1984). Contrasting Perspectives on Learning. I: Marton F. et al. (red.), *The Experience of Learning*. Edinburgh: Scottish Academic Press.
- Eraut, M. (2004). Transfer of knowledge between education and workplace settings. I: H. Rainbird, A. Fuller & A. Munro (red.), *Workplace learning in context* (s. 201-221). London: Routledge.
- Frederiksen, L.L. (2013). Flertydighed i professionel udvikling – et oplæg til diskussion. I: M.H. Beck, L.L. Frederiksen & T. Iskov, *Undervisning i læreruddannelsen – et oplæg til grundlagsdiskussioner*. Via systeme.
- Guskey, T.R. (1986). Staff Development and the Process of Teacher Change. *Educational Researcher*, Vol. 15. No. 5, s. 5-12.
- Gynther, K. (2012). *Brugerdreven forskningsbaseret innovation af didaktisk design – et perspektiv på anvendt forskning*. UC viden. [http://ucsj.dk/fileadmin/user\\_upload/FU/Publikationer/Gynther-Karsten-2010-Brugerdreven-forskningsbaseret-innovation-af-didaktisk-design.pdf](http://ucsj.dk/fileadmin/user_upload/FU/Publikationer/Gynther-Karsten-2010-Brugerdreven-forskningsbaseret-innovation-af-didaktisk-design.pdf)
- Hutters, C. (2007). *Mellem lyst og nødvendighed – en analyse af unges valg af videregående uddannelse*. Ph.d.-afhandling. Forskerskolen i livslang læring. Roskilde Universitetscenter.
- Illeris, K. (2006). *Læring*. Roskilde Universitetsforlag.
- Kvernbekk, T. (2003). Erfaring, praksis og teori. I: Kvernbekk (red.), *Pædagogik og professionalitet*. Klim.
- Lindhart, L. (2007). *Hvor lærer en lærer at være lærer? Læring som deltagelse i vekslende handlesammenhænge*. Kbh.: Books on Demand.
- Ma, L. (2010). *Knowing and Teaching Elementary Mathematics. Teachers' Understanding of Fundamental Mathematics in China and the United States*. Taylor & Francis.
- Nielsen, B.L. (2012). *Science Teachers' Meaning-making of Teaching Practice, Collaboration and Professional Development*. Ph.d.-afhandling. Aarhus Universitet.
- Nielsen, B.L. & Daugbjerg, P. (2016/in press). *IT-fagdidaktik og naturfag – overgange mellem udviklingsworkshop og undervisningspraksis*. Antologi fra Demonstrationsskoleprojekter.
- Ramsden, P. (1999). *Strategier for bedre undervisning*. Gyldendal.
- Sunesen, M.S.K. (2016). *Læreres og pædagogers oplevede læringsudbytte af et pædagogisk kompetenceudviklingsforløb – med inklusion som eksempel*. Ph.d.-afhandling. DPU Aarhus Universitet.

Vygotsky, L.S. (1997). *The History of the Development of Higher Mental Functions*. (Bind 4).

Vygotsky, L.S. (2001). *Tenkning og tale*. Gyldendal Akademisk, Oslo

Wackerhausen, S. (2008). Erfaringsrum, handlingsbåren kundskab og refleksion. I: *Refleksion i praksis*, Skriftserie nr. 1, 2008. Institut for filosofi og idéhistorie. Aarhus Universitet.

### English abstract

*This article presents design principles developed for practice assignments in mathematics for in-service teachers. The design principles may well contribute to optimal learning and to sustained changes in practice as well as support participants' active design process and their dialogical treatment of subject material in a specific context. The principles focus on practical experience as key in the execution of the assignment as well as on keeping the in-practice learning process central. The article provides an example of an application of these design principles.*