

Matematikdidaktiske spørgsmål – hvad er det egentlig?



Tine Wedege, Lärautbildningen,
Malmö högskola

Anmeldelse

Gerd Brandell, Barbro Grevholm, Karin Wallby & Hans Wallin: *Matematikdidaktiska frågor – resultat från en forskarskola*. Nationalt Centrum for Matematikutbildning (NCM), Göteborg, 2009. 165 sider. Pris: 225 SEK.

I Sverige kan og vil man noget når det handler om satsning og penge til matematikdidaktik. Med en stor statslig bevilling blev Nationalt Centrum for Matematikutbildning (NCM) etableret på Universitetet i Göteborg i 1999, og siden har institutionen i kraft af en målrettet ledelse og medarbejderstab – og som en nødvendig forudsætning en stadig tilførsel af penge – placeret sig som en institution man ikke kommer uden om når det handler om matematikundervisning og matematikdidaktik. Året efter kom der så 45 millioner fra Riksbankens Jubileumsfond til etablering og drift af en national forskerskole i matematik med fagdidaktisk orientering, og ti matema-



tiske institutioner ved lige så mange universiteter/højskoler gik sammen for at etablere skolen og sikre undervisning og vejledning. Den angivelige årsag til Riksbankens bevilling var matematikfagets krise som man mente viste sig i de dårligere svenske matematikresultater i de internationale undersøgelser og ved en mindsket søgning til videregående studier i teknik og naturvidenskab. I 2001 begyndte 21 ph.d.-studerende ved forskerskolen.

Nu har NCM udgivet bogen *Matematikdidaktiska frågor – resultat från en forskarskola* med dokumentation fra

forskerskolen. Heri præsenterer ni nye forskere, som alle kommer fra forskerskolen, deres idéer og forskningsresultater.

Matematik med fagdidaktisk orientering

Kompleksiteten i det matematikdidaktiske problemfelt nødvendiggør mange forskellige tilgange i forskningen. Forskerskolen har prioriteret den akademiske matematik som udgangs- og omdrejningspunkt, og det ses tydeligt i resultaterne. Interessen er primært samlet om matematikken på universitetet og i læreruddannelsen samt i nogle studier om matematikken i grundskolens senere år og gymnasiet. Fokus er især på matematiske begreber og emner som bevis, funktion, grænseværdi, sandsynlighed og geometri, mens mennesker (elever, studerende, lærere m.fl.) i deres sociale, kulturelle eller samfundsmæssige kontekster kommer i anden række.

Jesper Boesen (Umeå universitet) har analyseret matematikopgaverne i den nationale prøve og i lærerformulerede prøver for at undersøge spørgsmålet "Vilken typ kunskap (ut)värderas i skolmatematiken?". I sin analyse af opgaverne skelner han bl.a. mellem deres udfordring til imitative og til kreative ræsonnementer hos eleverne. Det viser sig at prøvens krav til elevernes kompetencer stemmer relativt godt med læreplanens mål for matematik, og at lærerne i deres konstruktion af prøveopgaver tilsyneladende er mindre påvirket af de nationale prøver end forventet.

Örjan Hansson (Luleå tekniska universitet) har studeret "Lärarstudenters syn på funktioner". Han tager udgangspunkt i funktionsbegrebets historiske udvikling og i dets placering i matematikundervisningen. I undersøgelsen anvender han begrebskort for at afdække de studerendes begrepsbilleder, dvs. de mentale billeder, associerede egenskaber og forskellige processer som de forbinder med funktionsbegrebet. Hanssons teoretiske ramme omfatter bl.a. Ausubels teori om meningsfuld læring, og han påpeger at de studerende i læreruddannelsen har for ringe mulighed for at arbejde med problemstillinger som udfordrer dem til at reflektere over funktionsbegrebet.

Kirsti Hemmi (Stockholms universitet) opfatter bevisbegrebet som en mulig inspirationskilde i matematikundervisningen i gymnasiet og på universitetet. Hendes kapitel har titlen "Bevis: en osynlig del av matematikundervisningen?", og dermed beskriver hun den aktuelle situation for bevisets stilling. Ud over Hansson er Hemmi den eneste af de ni forskere som har en læringsteoretisk ramme for sit studie. Det drejer sig om Laves og Wengers teori om praksisfællesskaber (communities of practice) som hun kombinerer med teorier om bevis for at fange diversiteten i en kultur der involverer det komplekse begreb om bevis.

Monica Johansson (Luleå tekniska universitet) præsenterer i kapitlet "Om läroböcker och matematikundervisning" – efter en interessevækkende introduktion – lærebogen som historisk fænomen. Derefter analyserer hun

lærebogens indhold set i forhold til læreplanen og dens funktion i matematikundervisningen med baggrund i sine klasserumsstudier i 8. og 9. klasse. Johansson sammenfatter til slut sine synspunkter på lærebogens muligheder og begrænsninger som instrument i matematikundervisningen.

Kristina Juter (Luleå tekniska universitet) peger i "Studenter lär sig gränsvärden" på grænseværdibegrebets centrale betydning i matematisk analyse. På den baggrund er hendes interesse udviklingen af universitetsstuderendes opfattelse af og håndtering af grænseværdier. Hun undersøger de studerendes begrebsbilleder som kombineres med tre dimensioner (den kropsliggjorte, den proces- og begrebslige og den formale verden) i en model for begrebsrepræsentationer. I studiet påviser Juter bl.a. de studerendes vanskeligheder ved at bevæge sig mellem de tre verdener.

Per Nilsson (Växjö Universitet) undersøger hvordan "Elever resonerar om sannolikhet" inden de har fået undervisning i sandsynlighed. Det er en pointe for ham at de 12-13-årige elever ræsonnerer fornuftigt om sandsynligheder når de befinder sig i særligt tilrettelagte situationer. I kapitlet beskæftiger han sig især med situationer hvor eleverne spiller såkaldte sumspil som bygger på summen af øjnene på to terninger. I ét studie spilles der med symmetriske terninger, og i et andet med asymmetrisk udformede terninger.

Kerstin Petterson (Göteborgs universitet) har undersøgt "Algoritmiska, intuitiva och formella begreppsuppfattningar

i dynamiskt samspel" hos ingeniør- og universitetsstuderende. Hendes udgangspunkt er at studere potentialet i studerendes ageren i deres møde med et matematisk materiale i stedet for at påpege misforståelserne. Igennem et interviewstudie og et studie af en problem-løsningssituation viser hun hvordan de studerende anvender forskellige dele af deres begrebsbilleder afhængigt af hvordan de tolker det matematiske materiale. Og deres tolkninger er igen afhængige af hvilke signaler der gives i undervisningen.

Johan Prytz (Uppsala universitet) har studeret "Geometriundervisningen i realskolan" i perioden 1905-1962. Han diskuterer undervisningsmetoder, lærebøger, prøver m.m. Ud fra en analyse af bl.a. debatter i lærertidsskrifter giver han et andet billede af periodens matematikundervisning end den almindelige opfattelse i dag hvor udtryk som "traditionel", "stagnation" og "isolation" er fremherskende.

Magnus Österholm (Linköpings universitet) har studeret "Läsförståelsens roll inom matematikutbildning" i gymnasiet og på universitetet. Han præsenterer først tidligere forskning om læsning og forståelse af tekstopgaver og derefter sine egne empiriske undersøgelser. Her sammenlignes bl.a. studenters læsning af en historisk tekst og to matematiske tekster – med og uden matematiske symboler. Men ved slutningen af kapitlet måtte jeg mærkeligt nok spørge mig selv: Hvad forstår forfatteren egentlig ved læseforståelse af matematiske tekster?

Matematikdidaktiske spørgsmål

Min umiddelbare reaktion på bogens titel, *Matematikdidaktiska frågor – resultat från en forskarskola*, var: Det her bliver spændende! Det er nemlig min kæphest at forskningsspørgsmålet – og det at formulere et interessant, relevant og forskningsbart spørgsmål – er det afgørende skridt i forskningsprocessen. Da bogens redaktører ydermere i titlen fremstiller de matematikdidaktiske spørgsmål – og ikke svarene – som resultater fra forskerskolen, så gav det mig forventninger om en anderledes rapportering med det primære fokus på baggrunden for og formålet med forskningen, den teoretiske ramme og forskningsspørgsmålet. Men bogen lever desværre ikke op til de forventninger. Det fremgår hverken af forord eller indledning hvorfor denne formulering er valgt i titlen, og de enkelte kapitler er ikke skrevet og redigeret så de underbygger titlen. Ved læsningen bliver man ikke meget klogere på hvad matematikdidaktiske spørgsmål er, og hvor de kommer fra.

Redaktørerne skriver at bogen henvender sig til lærerstuderende og matematiklærere og til alle andre som er interesserede i spørgsmål som vedrører læring og undervisning i matematik. De udtrykker også et fromt ønske om at kunne øge interessen for forskning, ikke mindst blandt aktive lærere. Men i fem ud af de ni abstracts som indleder kapitlerne, står der: "I kapitlet redogörs för en studie om...", "Detta kapitel beskriver undersökningar..." eller noget lignende. Det er ærgerligt at kapitlerne ikke er for-

midlingsartikler der burde have novel-lens form med et klart fokus og et par pointer. De fleste tekster fremstår som en sammenfatning af en forskningsrapport (afhandlingen) og ligner mere et resumé af en roman.

Undervejs kan man som anmelder spørge sig selv om bogen rammer den beskrevne målgruppe. Efter læsning af de interessante rapporter om begrebsrammer, metoder og studierne gennemførelse er jeg dog nået frem til at en særlig målgruppe i Danmark kan findes blandt de matematikstuderende der sigter mod at blive gymnasielærere og derfor overvejer at afslutte deres studier med en matematikdidaktisk masteropgave. De vil kunne finde inspiration og støtte i bogens ni beretninger fra forskerstudier rettet mod matematikundervisning og -læring.

En forskerskole i matematik med fagdidaktisk orientering

Jeg ser dog først og fremmest bogen som dokumentation fra en forskerskole i funktion. Den indeholder da også et lærerigt kapitel om forskerskolens etablering, drift og udvikling forfattet af Gerd Brandell. En af hendes overskrifter er "En kulturklyfta måste överbryggas", og hun skriver:

Matematikdidaktikens kärnfråga handlar om hur människor lär sig matematik och därmed hamnar ämnet i en samhällsvetenskaplig eller humanistisk forskningstradition och inte i den matematiska (s. 25)

Eftersom de deltagende institutioner var matematiske, og en væsentlig del af vejlederne var matematikere, måtte man den første tid bl.a. diskutere afgrænsning af det matematikdidaktiske forskningsfelt samt kvalitet i forskning og forskeruddannelse. Det kommer ikke bag på mig, og jeg er enig med Brandell i hendes overvejelser. Når man betænker matematikdidaktikernes forskningsinteresse (menneskers forhold til matematik i verden), videnskabelige metoder (fx spørgeskemaundersøgelser og deltagende observation) og teorier (fx om læring og kommunikation), så falder det lige for at placere matematikkens didaktik i det humanistiske eller samfundsvidenskabelige hovedområde. Samtidig er matematik et omdrejningspunkt for forskningen.

I bogen *Identitet og forskning* gør Mogens Niss (2008) i sit essay opmærksom på at der internationalt findes en debat om matematikdidaktikkens tilhørsforhold til videnskabeligt hovedområde, og at svaret på spørgsmålet om placering af forskerne besvares forskelligt rundt omkring på universiteterne. Visse steder befinder de sig på et uddannelsesfagligt institut hvor læreruddannelse ofte er hovedaktiviteten, og andre steder på et matematisk institut. Han ser dog ikke noget problem i at der internationalt findes forskellige løsningsmodeller. Tværtimod opfatter Niss det – på grund af problemfeltets kompleksitet – snarere som en styrke, og han skriver:

Der kan selvsagt være gode argumenter for begge klassifikationer, som hviler på anlæggelsen af hvert sit legitime

perspektiv, og det ville være meningsløst at søge at afgøre, hvilken af dem der er den "korrekte". Eftersom der er brug for begge de underliggende perspektiver i arbejdet med matematikkens didaktik, kan et universelt valg mellem den ene eller den anden klassifikation vise sig skadelig for en adækvat behandling af feltets problemstillinger (Niss, s. 36)

Som det fremgår af Barbro Grevholms indledende kapitel i *Matematikdidaktiske spørgsmål* om matematikdidaktik internationalt og i Sverige, så har størstedelen af de svenske afhandlinger om matematikundervisning og -læring tidligere været skrevet inden for pædagogik. De matematikdidaktiske studier ved forskerskolen med deres placering på matematiske institutioner har derfor givet forskningen en ny orientering: matematik med fagdidaktisk orientering. Imidlertid har det samtidig betydet en ensidig orientering mod gymnasie- og universitetsmatematik som understøtter en generel tendens i svensk matematikdidaktik. Af de 42 (!) svenske ph.d.-afhandlinger som er publiceret siden 2000, har kun otte interesseret sig for matematik i grundskolens yngre år og på mellemtrinnet. Medaljen har altså en bagside. Forskeruddannede undervisere med en matematikdidaktisk orientering mod grundskolens yngre år opleves som en mangelvare rundt omkring på højskoler og universiteter. Her er man nemlig i gang med at opruste til en reform af læreruddannelsen i 2011. Reformen indebærer bl.a. at al matematiklæreruddannelse afsluttes på master-

niveau, og det forudsætter forskningsbaseret undervisning.

Referencer

Niss, M. (2008). En matematiker med forskningsområdet matematik. I: T. Wedege (red.) (2008), *Identitet og forskning: ni essays om at blive matematikdidaktisk forsker* (s. 23-39). København: NAVIMAT.

Note

På NCM's hjemmeside under Biblioteket – Litteratursøgning – findes der en henvisning til alle svenske ph.d.-afhandlinger (doktorsafhandlingar) i matematikdidaktik: <http://ncm.gu.se/node/171>. De fleste af de nyere afhandlinger er tilgængelige i pdf-format.