View metadata, citation and similar papers at core.ac.uk
brought to you by CORE
provided by Portal de Revistas UPC

POLÍTICA FISCAL Y EVASIÓN:UNA INTRODUCCIÓN PRÁCTICA A LA TEORÍA DE LOS JUEGOS[1]

OSVALDO CADO

— Escuela de Negocios,
Pontificia Universidad Católica Argentina

RESUMEN

En las siguientes páginas estudiaremos diferentes mecanismos a través de los cuales las economías en desarrollo podrían evitar el equilibrio subóptimo del cual muchas de ellas son víctimas, con tasas impositivas nominales altas y una evasión considerable. De modo paralelo, se explicarán detalladamente los fundamentos teóricos utilizados en cada sección del trabajo, constituyendo el mismo un resumen a partir del cual pueden introducirse estudiantes o personas interesadas a la teoría de los juegos.

Palabras clave: Teoría de juegos; Política fiscal; Evasión tributaria.

ABSTRACT

This paper explores different mechanisms through which developing economies can avoid the suboptimal equilibrium of which many are victims, with high nominal tax rates and considerable evasion. In parallel fashion, it explains in detail the theoretical foundations used in each section of this work, constituting simultaneously a practical summary from which students or laymen alike can be introduced to the theory of games.

Key words: Game theory, Fiscal policy, Tax evasion

INTRODUCCIÓN

El tema central del trabajo será la política fiscal y la evasión. El objeto, encontrar posibles soluciones para evitar el equilibrio subóptimo donde el Gobierno utiliza tasas impositivas nominales elevadas y al mismo tiempo el sector privado decide evadir en grandes montos. Este equilibrio es muy común en países en desarrollo, y las consecuencias están relacionadas con la pérdida de eficiencia y el daño moral que implica vivir en una economía de tales características.

El instrumento que se utilizará es la teoría de los juegos. Con el fin de que el trabajo sea comprensible aun para personas que desconozcan este campo en profundidad, se avanzará desde los temas más simples hacia los más complejos. Los puntos que se tocarán serán los siguientes:

- Forma extensiva y estratégica de un juego
- Concepto de estrategia (pura y mixta)
- Concepto de dominancia (fuerte y débil)
- Equilibrio de Nash (con estrategias puras y mixtas)
- *Backward induction*
- Equilibrio perfecto en subjuegos
- Juegos repetidos (finitas e infinitas veces)

MÉTODO: EL JUEGO

Un juego en forma estratégica se define del siguiente modo:

$$J=\left[N;(S_1);(S_2);\ldots;(S_n);(U_1);(U_2);\ldots;(U_n)\right]$$

Donde N es el conjunto de jugadores, S_i el conjunto de estrategias posible del *i-ésimo* jugador, y U_i su función de utilidad, $i\in\{1,2,\ldots,n\}=N$

Definición de estrategia: plan de acción contingente. Determina qué hacer en cada nodo de decisión.

Definición de utilidad: determina el retorno o simplemente la preferencia de los jugadores sobre las distintas estrategias, dependiendo de lo que haga el resto.

En un principio habrá dos jugadores, el Gobierno (G) y el sector privado (P). G puede elegir entre una tasa nominal impositiva alta $(\bar{t})$, o una baja $(\underline{t})$, donde $\bar{t}>\underline{t}$ y $t\in(0;1)$. La causa de que *t* no pueda ser 0 es que un Gobierno necesita recaudar lo mínimo e indispensable para mantenerse en funcionamiento. Paralelamente nunca será 1, ya que un impuesto de este tipo generaría una producción nula, dado que el sector privado no tendría incentivos para producir. Además, en un Estado democrático, un impuesto de tales características sería considerado confiscatorio.

P puede escoger entre una tasa de evasión alta $(\bar{e})$ o una baja $(\underline{e})$, donde $\bar{e}>\underline{e}$ y $e\in(0;1)$. Suponemos que *e* no será 1 por considerar imposible evadir en tal cantidad.

1. UPC Review of Global Management, Volumen 3, Número 1, junio 2017

Las funciones de utilidad o retorno serán las siguientes:

$$U_P = U_P(t;e) = \omega(1-t+te) - c_1 e = \omega(1-t_e) - c_1 e$$

$$U_G = U_G(t;e) = \omega(t-te) = \omega t_e$$

Donde ω es el ingreso bruto, $t(1-e) \equiv t_e$ es la tasa impositiva efectiva y c_1 es un parámetro que mide la confianza de la gente en el Gobierno o simplemente el costo de evadir, que puede ser monetario o moral. Este parámetro será más pequeño en aquellos países donde el Estado es poco transparente o, para el último caso, donde el sector privado tiene una cultura evasora (sea porque son más eficientes para evadir o porque les importa menos hacerlo), y por ello este parámetro no le pesa al Gobierno en su función de utilidad. Nótese que, cuando aumenta la evasión, aumenta la importancia de dicho costo en la función de utilidad. Consecuentemente, cuando la evasión es nula, el mismo parámetro pasa a no tener injerencia alguna.

De este modo, el juego sería el siguiente:

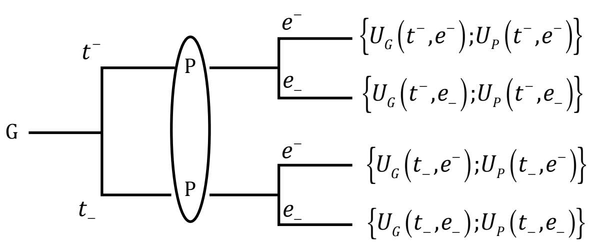
$$J = \left\{ \begin{array}{l} N = \{G, P\}; \left[S_G = (\bar{t}; \underline{t}) \right]; \left[S_P = (\bar{e}; \underline{e}) \right]; \\ \left[U_G = \omega(t - te) \right]; \left[U_P = \omega(1 - t + te) - c_1 e \right] \end{array} \right\}$$

Es importante mencionar la existencia del supuesto de *common knowledge*, el cual implica que todos los jugadores conocen las reglas del juego.

JUEGO SIMULTÁNEO

Un juego simultáneo es aquel en que los participantes actúan al mismo tiempo y, consecuentemente, no saben lo que juega el resto. Si bien la presión tributaria está dada antes de pagar los impuestos, se podría argumentar que en economías institucionalmente débiles el esquema fiscal es muy inestable, lo que genera el juego en cuestión. Este juego, al igual que cualquier otro, puede ser representado en forma estratégica (matricial) o extensiva (árbol). Para él, las representaciones serían las siguientes:

		P	
		e^{-}	e_{-}
G	t^{-}	$\{U_G(t^{-},e^{-});U_P(t^{-},e^{-})\}$	$\{U_G(t^{-},e_{-});U_P(t^{-},e_{-})\}$
	t_{-}	$\{U_G(t_{-},e^{-});U_P(t_{-},e^{-})\}$	$\{U_G(t_{-},e_{-});U_P(t_{-},e_{-})\}$



La primera es la forma estratégica; la segunda, la extensiva. El ovalo que está en la segunda se denomina *information set*, y es un conjunto de nodos de decisión tal que un jugador no sabe dónde está. En este caso, implica que tanto G como P juegan a la par. Si bien cualquier juego puede ser representado de los dos modos, en general, cuando se trata de juegos simultáneos, se suele hacer la representación estratégica. La forma extensiva o de árbol está más asociada a juegos en que los jugadores mueven secuencialmente.

A continuación, analizaremos el juego para tres diferentes casos, donde se cambiarán los parámetros de las funciones de retorno de los dos jugadores. La finalidad de hacer esto es ver que, aunque en los tres juegos el equilibrio es o puede ser siempre el mismo, existen otras circunstancias en que se puede transformar el juego de modo que se alcance un equilibrio cooperativo.

El Estado duro y la población inmoral o desconfiada. Definimos ahora los retornos para cada combinación de estrategias de P:

$$U_P(\bar{t};\bar{e}) = \omega(1-\bar{t}+\bar{t}\bar{e}) - c_1\bar{e} \qquad (1)$$

$$U_P(\bar{t};\underline{e}) = \omega(1-\bar{t}+\bar{t}\underline{e}) - c_1\underline{e} \qquad (2)$$

$$U_P(\underline{t};\bar{e}) = \omega(1-\underline{t}+\underline{t}\bar{e}) - c_1\bar{e} \qquad (3)$$

$$U_P(\underline{t};\underline{e}) = \omega(1-\underline{t}+\underline{t}\underline{e}) - c_1\underline{e} \qquad (4)$$

Supongamos que se dan las siguientes relaciones entre los distintos beneficios:

$$(1) > (2) \Leftrightarrow c_1 < \omega\bar{t} \qquad (5)$$

$$(3) > (4) \Leftrightarrow c_1 < \omega\underline{t} \qquad (6)$$

$$(4) \geq (1) \Leftrightarrow c_1 < \omega\left[\frac{\underline{t}(1-\underline{e}) - \bar{t}(1-\bar{e})}{(\bar{e}-\underline{e})}\right] \qquad (7)$$

El objeto es buscar bajo qué rango de valores de c_1 se cumplen estos supuestos. Quedarían dudas sobre el signo del lado derecho de la relación (7), el cual se definirá cuando analicemos los retornos del Gobierno. Claramente, (6) implica (5).

De esto, resulta que el parámetro

$$c_1 \in \left[\omega\left[\frac{\underline{t}(1-\underline{e}) - \bar{t}(1-\bar{e})}{(\bar{e}-\underline{e})}\right]; \omega\underline{t}\right]$$ [2].

Definimos ahora los retornos para cada combinación de estrategias de G:

$$U_G(\bar{t};\bar{e}) = \omega(\bar{t} - \bar{t}\bar{e}) \qquad (8)$$

$$U_G(\bar{t};\underline{e}) = \omega(\bar{t} - \bar{t}\underline{e}) \qquad (9)$$

$$U_G(\underline{t};\bar{e}) = \omega(\underline{t} - \underline{t}\bar{e}) \qquad (10)$$

$$U_G(\underline{t};\underline{e}) = \omega(\underline{t} - \underline{t}\underline{e}) \qquad (11)$$

2. $\omega\underline{t} > \omega\left[\frac{\underline{t}(1-\underline{e}) - \bar{t}(1-\bar{e})}{(\bar{e}-\underline{e})}\right] \Leftrightarrow \underline{t} > \frac{\underline{t}(1-\underline{e}) - \bar{t}(1-\bar{e})}{(\bar{e}-\underline{e})}$

$\Leftrightarrow \underline{t}\bar{e} - \underline{t}\underline{e} > \underline{t} - \underline{t}\underline{e} - \bar{t} + \bar{t}\bar{e}$

$\Leftrightarrow \bar{t} - \bar{t}\bar{e} > \underline{t} - \underline{t}\bar{e}$

$\Leftrightarrow \bar{t}(1-\bar{e}) > \underline{t}(1-\bar{e}) \Leftrightarrow \bar{t} > \underline{t}$

Como es notorio, siempre se dará que (8) > (10) y (9) > (11). Supongamos también que se da la siguiente relación entre (11) y (8):

$$(11)\geq(8)\Leftrightarrow \underline{t}\left(1-\underline{e}\right)\geq\overline{t}\left(1-\overline{e}\right) \qquad (12)$$

Recalcamos la importancia de la desigualdad (12). Esta implica que la recaudación del Gobierno cuando la tasa impositiva nominal y la evasión son bajas es mayor o igual frente a una situación en que ambas tasas son elevadas. Esto hace referencia a un estilo de curva de Laffer[3]. De modo paralelo, nos confirma que el signo del lado derecho de la relación (7) es positivo.

Para hacer el ejemplo más compresible, le asignamos númerosa las variables de elección y a los parámetros, tales que cumplan las desigualdades antes mencionadas.

$$\overline{e}=0.5;\underline{e}=0;\overline{t}=0.5;\omega=10;c_1=1$$

De este modo, la matriz del juego sería la siguiente:

		P	
		e^{-}	e_{-}
G	t^{-}	$\{5/2;6\}$	$\{5;5\}$
	t_{-}	$\{3/2;8\}$	$\{3;7\}$

Veamos ahora algunos conceptos aplicables al juego en forma estratégica.

Dominancia estricta

$$U_1\left(\hat{S}_1;S_2;\ldots;S_n\right)>U_1\left(\dot{S}_1;S_2;\ldots;S_n\right)\forall S_i\,/\,i\in\left(2;3;\ldots;n\right)$$

Esto implica que la estrategia $\hat{S}_1$ domina a la estrategia $\dot{S}_1$, ya que permite obtener siempre mejores retornos, independientemente de lo que haga el resto de los jugadores. También se puede decir que la estrategia $\dot{S}_1$ está estrictamente dominada.

Dominancia débil

$$U_1\left(\hat{S}_1;S_2;\ldots;S_n\right)\geq U_1\left(\dot{S}_1;S_2;\ldots;S_n\right)\forall S_i\,/\,i\in\left(2;3;\ldots;n\right)$$

$U_1\left(\hat{S}_1;S_2;\ldots;S_n\right)>U_1\left(\dot{S}_1;S_2';\ldots;S_n'\right)$ para algún $S_i'\,/\,i\in\left(2;3;\ldots;n\right)$

Esto entraña que la estrategia $\hat{S}_1$ domina débilmente a la estrategia $\dot{S}_1$, ya que ambos poseen igual o mayores retornos, dadas las estrategias del resto de los jugadores, salvo para al menos una de ellas. También se puede decir que la estrategia $\dot{S}_1$ está débilmente dominada.

3. Arthur B. Laffer, de Pepperdine University, popularizó esta curva en Estados Unidos en la década de 1980. Este concepto implica que, partiendo de una tasa nominal igual a cero, incrementos de la misma conducen a incrementos en la recaudación; pero, pasado cierto punto, subas (alzas de precios) adicionales de la tasa dejan de producir mayor recaudación, debido al efecto de incentivo negativo.

Estos conceptos de dominancia pueden ser ampliados. De este modo, si las relaciones mencionadas se cumplen para todas las estrategias de un jugador, estaríamos hablando de una estrategia débil o estrictamente dominante (en lugar de un $\dot{S}_1$ determinado es un S_1 genérico que engloba todas las posibles estrategias de un jugador).

Estrategia estrictamente dominante

$$U_1\left(\hat{S}_1;S_2;\ldots;S_n\right)>U_1\left(S_1;S_2;\ldots;S_n\right)\forall S_1\wedge\forall S_i\,/\,i\in\left(2;3;\ldots;n\right)$$

Estrategia débilmente dominante

$$U_1\left(\hat{S}_1;S_2;\ldots;S_n\right)\geq U_1\left(S_1;S_2;\ldots;S_n\right)\forall S_1\wedge\forall S_i\,/\,i\in\left(2;3;\ldots;n\right)$$

$U_1\left(\hat{S}_1;S_2;\ldots;S_n\right)>U_1\left(S_1;S_2';\ldots;S_n'\right)\forall S_1\wedge$ para algún $S_i'\,/\,i\in\left(2;3;\ldots;n\right)$

Así, tenemos dos conceptos de solución para el juego en cuestión: por estrategias dominantes (estricta o débilmente) o por eliminación iterada de estrategias dominadas (estricta o débilmente). Estos conceptos son muy útiles por su simpleza y lógica, pero presentan ciertos inconvenientes. No siempre existe una estrategia dominante, y para ese caso habrá que recurrir a la eliminación iterada de estrategias dominadas (EIEDdas). Con respecto a esta última, se pueden mencionar dos dificultades: primero, no siempre se puede llegar a una solución; segundo, eliminaciones reiteradas reducen la credibilidad de la solución.

Para el caso que estamos estudiando, se da lo siguiente:

$5/2>3/2$ cuando $S_P=\overline{e}$

$5>3$ cuando $S_P=\underline{e}$ $\quad\Rightarrow U_G\left(\overline{t};S_P\right)>U_G\left(\underline{t};S_P\right)\forall S_P=\left(\overline{e};\underline{e}\right)$

$6>5$ cuando $S_G=\overline{t}$

$8>7$ cuando $S_G=\underline{t}$ $\quad\Rightarrow U_P\left(S_G;\overline{e}\right)>U_P\left(S_G;\underline{e}\right)\forall S_G=\left(\overline{t};\underline{t}\right)$

Así, $\underline{t}$ es una estrategia estrictamente dominada, ya que, independientemente de lo que juegue P, los retornos son siempre menores que cuando se juega $\overline{t}$. Paralelamente, dado que el set de estrategias de G solo posee dos componentes, se puede decir que $\overline{t}$ es estrictamente dominante.

Conclusiones análogas resultan con $\overline{e}$ y $\underline{e}$, donde la primera es estrictamente dominante y la segunda es dominada.

De este modo, la solución tanto por estrategias dominantes como por eliminación de dominadas es $SEDtes=SEIEDdas=\left(\overline{t};\overline{e}\right)$. Este equilibrio es absolutamente lógico, dado que no sería racional esperar que G y P jueguen otra estrategia, si tanto $\overline{t}$ como $\overline{e}$ les proporcionan siempre mayores retornos.

Veamos ahora el tercer y más popular concepto de solución: el equilibrio de Nash (EN). Para hablar de un EN es necesario definir primero una "mejor respuesta" (MR). Una MR es simplemente aquella estrategia que maximiza el propio retorno, dado lo jugado por el resto de los jugadores.

Así, $\hat{S}_1$ es un MR para el jugador 1, dado $S_2';\ldots;S_n'$, si:

$$U_1\left(\hat{S}_1;S_2';\ldots;S_n'\right) \geq U_1\left(S_1;S_2';\ldots;S_n'\right)\forall S_1$$

Entonces, un vector $S=\left(\hat{S}_1;\hat{S}_2;\ldots;\hat{S}_n\right)=\left(\hat{S}_1;\hat{S}_{-1}\right)$es un EN si:

$$Ui\left(\hat{S}_1;\hat{S}_{-1}\right) \geq Ui\left(S_i;\hat{S}_{-1}\right)\forall S_i \wedge \forall i$$

Esto significa que todo jugador está jugando su MR frente a las estrategias del resto. De tal manera, ninguno de los participantes tiene incentivos para desviarse de ese equilibrio, ya que es lo mejor que pueden hacer con las condiciones dadas.

Busquemos ahora el EN del juego que estamos analizando:

$$MR_G\left(\overline{e}_P\right)=\overline{t} \rightarrow 5/2>3/2$$

$$MR_G\left(\underline{e}_P\right)=\overline{t} \rightarrow 5>3$$

$$MR_P\left(\overline{t}_G\right)=\overline{e} \rightarrow 6>5$$

$$MR_P\left(\underline{t}_G\right)=\overline{e} \rightarrow 8>7$$

Esto significa que la MR de G, dada cualquier estrategia de P, es siempre $\overline{t}$, y viceversa. Así, vemos que la única forma de que G y P jueguen sus MR simultáneamente es con el vector $\left(\overline{t};\overline{e}\right)$. Por lo tanto, $EN\left(S_G;S_P\right)=\left(\overline{t};\overline{e}\right)$.

Se evidencia que el equilibrio que se da en el juego en cuestión, en que los jugadores están jugando $\left(\overline{t};\overline{e}\right)$, es subóptimo o ineficiente. Véase que, de jugarse $\left(\underline{t};\underline{e}\right)$, el resultado es mejor para ambas partes. Ergo: es Pareto superior[4]. De este modo, se tendría que observar si existe alguna posibilidad de que ambas partes puedan cooperar para llegar a un equilibrio superior, en que ambas estén mejor.

Para este caso particular, la cooperación no es sostenible. Los incentivos a salirse de la misma son altísimos por dos motivos. Primero, la longevidad del juego. Este es de una sola etapa o, llevado a términos más realistas, el horizonte temporal de G y P es tan corto que no hay motivos para mantener la cooperación. Segundo, las funciones de utilidad son tales que las estrategias del equilibrio son estrictamente dominantes. Ambas partes conocen esto (por el supuesto de *common knowledge*), lo que hace la cooperación imposible.

Empíricamente, ambos problemas se dan en las economías en desarrollo. Por lo general, estos países son institucionalmente débiles, motivo por el cual las reglas de juego varían constantemente y acortan la longitud del juego. Al mismo tiempo, se da que los Gobiernos, con el objetivo de alcanzar un nivel determinado de recaudación, eligen una tasa impositiva nominal elevada, esperando de antemano cierto nivel de evasión. Así, prefieren no realizar buenos controles y mucho menos modernizar el sistema tributario. Por su parte, el sector privado evade a sabiendas de lo antedicho. Los grandes perjudicados son aquellos sin cultura evasora.

Existen diferentes formas de evitar tales inconvenientes, cambiando las reglas del juego de tal modo que los mismos jugadores cuenten con incentivos para jugar aquellas acciones que lleven a un equilibrio cooperativo.

El Estado duro y la población cooperativa

Definimos ahora los *payoffs* para cada combinación de estrategias de P:

$$U_P\left(\overline{t};\overline{e}\right)=\omega\left(1-\overline{t}+\overline{t}\overline{e}\right)-c_2\overline{e} \quad (13)$$
$$U_P\left(\overline{t};\underline{e}\right)=\omega\left(1-\overline{t}+\overline{t}\underline{e}\right)-c_2\underline{e} \quad (14)$$
$$U_P\left(\underline{t};\overline{e}\right)=\omega\left(1-\underline{t}+\underline{t}\overline{e}\right)-c_2\overline{e} \quad (15)$$
$$U_P\left(\underline{t};\underline{e}\right)=\omega\left(1-\underline{t}+\underline{t}\underline{e}\right)-c_2\underline{e} \quad (16)$$

Nótese que lo único que cambia en (13) y (15) respecto de (1) y (3) es el parámetro c. En este juego se dan las siguientes relaciones entre los distintos beneficios:

$$(13)>(14) \Leftrightarrow c_2<\omega\overline{t} \quad (17)$$

$$(16)>(15) \Leftrightarrow c_2<\omega\underline{t} \quad (18)$$

$$(16) \geq (13) \Leftrightarrow c_2<\omega\left[\frac{\underline{t}\left(1-\underline{e}\right)-\overline{t}\left(1-\overline{e}\right)}{\left(\overline{e}-\underline{e}\right)}\right] \quad (19)$$

El objeto es buscar el rango de valores que debe tomar c_2 para que se cumplan estos nuevos supuestos. Nuevamente habría dudas sobre el signo del lado derecho de la relación (19), pero, al quedar las funciones del Gobierno inalteradas, entonces sabemos que el mismo es positivo. Claramente, (18) implica (19). De este modo, se obtiene que el parámetro $c_2 \in \left(\omega\underline{t};\omega\overline{t}\right)$. Consecuentemente, queda demostrado que $c_2>c_1$, con lo cual se puede decir que en este juego el sector privado presenta un costo moral o monetario mayor por evadir, o que le tiene una mayor confianza al Gobierno de turno.

Como ya hemos dicho, las funciones de utilidad del Estado y las relaciones entre ellas se mantienen inalteradas.

Este nuevo juego podríamos verlo de dos modos: como otro tipo de economía, con un sector privado dispuesto a cooperar o con valores morales superiores; o como una evolución en la relación entre G y P en el mismo país. En este nuevo caso, si bien el Gobierno sigue desconfiando del sector privado (ya que imponer una tasa nominal alta sigue siendo una estrategia estrictamente dominante), el último le da al primero algo de crédito y está dispuesto a una posible cooperación. Este tipo de evoluciones, donde la primera demostración de confianza proviene del sector privado aun cuando el Estado se mantiene en posición de alerta, se dan en la realidad. El ejemplo más reciente es el del "corralito" en Argentina, el cual no permitía la salida de dinero del sistema bancario. Con el paso del tiempo, el Estado fue liberando cada diferente tipo de depósito, a

4. Una situación A es Pareto superior con relación a una situación B si cumple alguno de los siguientes principios: a) en A, todos los individuos del grupo disfrutan de un mayor bienestar respecto de B; b) en A, al menos un individuo está mejor sin que el resto esté peor respecto de B. El primero se conoce como el principio débil de Pareto, mientras que el segundo es el fuerte. De estos dos principios deriva el concepto de óptimo de Pareto, el cual está desarrollado en profundidad en su manual (1906).

medida que percibía que aumentaba la confianza de la gente en la evolución de la economía, y que disminuía el peligro de una corrida que generase un colapso en el sistema bancario.

Nuevamente, les pondremos números a las variables de elección y a los parámetros, respetando las nuevas condiciones para c.

$$\bar{e} = 0.5; \underline{e} = 0; \bar{t} = 0.5; \underline{t} = 0.3; \omega = 10; c_2 = 3.5$$

La matriz quedaría ahora del siguiente modo:

		P	
		$\bar{e}$	$\underline{e}$
G	$\bar{t}$	$\{5/2;23/4\}$	$\{5;5\}$
	$\underline{t}$	$\{3/2;27/4\}$	$\{3;7\}$

Analicemos ahora los posibles equilibrios a partir de los conceptos de solución vistos hasta el momento. Para estrategias dominantes o dominadas tenemos las siguientes relaciones:

$5/2 > 3/2$ cuando $S_P = \bar{e}$

$5 > 3$ cuando $S_P = \underline{e}$

$$\Rightarrow U_G\left(\bar{t};S_P\right) > U_G\left(\underline{t};S_P\right) \forall S_P = \left(\bar{e};\underline{e}\right)$$

$$U_P\left(\bar{t};\bar{e}\right) = 23/4 > 5 = U_P\left(\bar{t};\underline{e}\right)$$

$$U_P\left(\underline{t};\underline{e}\right) = 7 > 27/4 = U_P\left(\underline{t};\bar{e}\right)$$

Entonces, $\bar{t}$ sigue siendo una estrategia estrictamente dominante para G, y lógicamente $\underline{t}$ es una estrategia dominada. Pero, en este caso, e ya no es estrictamente dominante para P, y, consecuentemente, (ya que el set de estrategias de P solo posee dos componentes), tampoco existen estrategias dominadas. De tal manera, no existe solución por estrategias dominantes ni por eliminación iterada de estrategias dominadas.

$$MR_G\left(\bar{e}_P\right) = \bar{t} \rightarrow 5/2 > 3/2$$
$$MR_G\left(\underline{e}_P\right) = \bar{t} \rightarrow 5 > 3$$
$$MR_P\left(\bar{t}_G\right) = \bar{e} \rightarrow 23/4 > 5$$
$$MR_P\left(\underline{t}_G\right) = \underline{e} \rightarrow 7 > 27/4$$

Al no haber cambiado la función de G, las MR siguen siendo las mismas. Para P ahora es distinto. La MR será $\bar{e}$ o $\underline{e}$ dependiendo de si G juega $\bar{t}$ o $\underline{t}$, respectivamente. Aun con estos cambios, vemos que la única forma de que G y P jueguen sus MR simultáneamente es (nuevamente) con el vector $\left(\bar{t};\bar{e}\right)$. De este modo $EN\left(S_G;S_P\right) = \left(\bar{t};\bar{e}\right)$. Esto se da porque, aunque P ahora estaría dispuesto a no evadir si es que le imponen una tasa moderada, sabe que G todavía tiene incentivos para seguir utilizando una tasa elevada, por lo que P, indefectiblemente, termina evadiendo.

Si bien el EN es el mismo que en el juego anterior, con lo que se podría concluir que tener un sector privado más confiado o con valores morales más sólidos no da ventaja alguna, observaremos luego que esta característica brinda mayores posibilidades de alcanzar un equilibrio cooperativo cambiando las reglas del juego.

El Estado negociador y la población cooperativa

En este juego, las funciones de beneficio de P y sus relaciones se mantienen tal cual la sección anterior.

Definimos ahora los *payoffs* para cada combinación de estrategias de G:

$$U_G\left(\bar{t};\bar{e}\right) = \omega\left(\bar{t} - \bar{t}\bar{e}\right) \quad (20)$$
$$U_G\left(\bar{t};\underline{e}\right) = \omega\left(\bar{t} - \bar{t}\underline{e}\right) \quad (21)$$
$$U_G\left(\underline{t};\bar{e}\right) = \omega\left(\underline{t} - \underline{t}\bar{e}\right) \quad (22)$$
$$U_G\left(\underline{t};\underline{e}\right) = \omega\left(\underline{t} - \underline{t}\underline{e} + B_{(\underline{t};\underline{e})}\right) \quad (23)$$

Nótese que (20), (21) y (22) se mantienen inalterados respecto de los primeros dos juegos. Sin embargo, la función (23) muestra cambios respecto de la (11). Le hemos agregado un parámetro $B_{(\underline{t};\underline{e})}$. Este vendría a ser un adicional, por estar G en un situación socialmente favorable, donde no se evade, la presión tributaria es moderada y los recursos suficientes.

Este parámetro también podría representar la popularidad del Gobierno, consecuencia de imponer tasas nominales moderadas frente a un sector privado donde evadir ya no es una estrategia dominante. Si bien antes $B_{(\underline{t};\underline{e})}$ no estaba, podríamos suponer que el mismo era cero al no importarle a G la popularidad, o al no reportarle ningún beneficio, dado que el sector privado, pudiendo evadir, no le interesa si la tasa es elevada o moderada. Al contrario, un sector privado con valores morales superiores va a festejar la imposición de una tasa nominal moderada, al permitirle esto actuar dentro del marco de la ley, aumentando así la popularidad del Gobierno.

Se observa con claridad que (20) > (22). Suponemos que se dan las siguientes relaciones entre los distintos beneficios:

$$(23) \geq (21) \Leftrightarrow \underline{t}\left(1 - \underline{e}\right) + B_{(\underline{t};\underline{e})} \geq \bar{t}\left(1 - \underline{e}\right)$$
$$(23) \geq (20) \Leftrightarrow \underline{t}\left(1 - \underline{e}\right) + B_{(\underline{t};\underline{e})} \geq \bar{t}\left(1 - \bar{e}\right)$$

Véase que (24) implica (25). De esto resulta que las relaciones supuestas se dan si y solo si el parámetro $B_{(\underline{t};\underline{e})} \in \left(\left(\bar{t} - \underline{t}\right)\left(1 - \underline{e}\right);\infty\right)$

Nuevamente, este nuevo juego podríamos verlo de dos modos: como otro tipo de economía, con un sector privado confiado o con valores morales superiores y un Estado dispuesto a "negociar" y más interesado en la popularidad; o como una nueva evolución en la relación entre G y P en el mismo país. En este nuevo caso, ambos jugadores se dan algo de crédito entre sí y están dispuestos a cooperar.

Volveremos a poner números a las variables de elección y a los parámetros, respetando las nuevas condiciones para c:

$$\bar{e} = 0.5; \underline{e} = 0; \bar{t} = 0.5; \underline{t} = 0.3; \omega = 10; c_2 = 3.5; B_{(\underline{t};\underline{e})} = 0.3$$

La matriz quedaría ahora del siguiente modo:

		P	
		e^{-}	e_{-}
G	t^{-}	$\{5/2;23/4\}$	$\{5;5\}$
	t_{-}	$\{3/2;27/4\}$	$\{6;7\}$

Analicemos ahora los posibles equilibrios a partir de los conceptos de solución vistos hasta el momento.

Para estrategias dominantes o dominadas, tenemos las siguientes relaciones:

$$U_G(\bar{t};\bar{e})=5/2>3/2=U_G(\underline{t};\bar{e})$$
$$U_G(\underline{t};\underline{e})=6>5=U_G(\bar{t};\underline{e})$$
$$U_P(\bar{t};\bar{e})=23/4>5=U_P(\bar{t};\underline{e})$$
$$U_P(\underline{t};\underline{e})=7>27/4=U_P(\underline{t};\bar{e})$$

Entonces, $\bar{t}$ ya no es una estrategia estrictamente dominante para G, y lógicamente $\underline{t}$ dejó de ser una estrategia dominada. Para P no existen estrategias dominantes ni dominadas. De este modo, no hay solución por *EDtes* ni por *EIEDdas*.

Veamos ahora qué pasa con la solución por EN:

$$MR_G(\bar{e}_P)=\bar{t}\rightarrow 5/2>3/2$$
$$MR_G(\underline{e}_P)=\bar{t}\rightarrow 6>5$$
$$MR_P(\bar{t}_G)=\bar{e}\rightarrow 23/4>5$$
$$MR_P(\underline{t}_G)=\underline{e}\rightarrow 7>27/4$$

Para P todo se mantiene igual que en el juego de la sección "El Estado duro y la población cooperativa" de este capítulo. G presenta cambios para el caso en que P juega $\underline{e}$. De esta forma, vemos que al EN existente se le ha agregado otro, $(\underline{t};\underline{e})$; consecuentemente, $EN(S_G;S_P)=\left[(\bar{t};\bar{e});(\underline{t};\underline{e})\right]$. Ahora P está dispuesto a no evadir si es que le imponen una tasa moderada, y G tiene incentivos para utilizarla. Por ello, es posible el equilibrio cooperativo. A cuál de los dos equilibrios se va a arribar comenzado el juego es algo que no puede especificarse. Es de suponer que, conociendo ambos jugadores los retornos propios y ajenos, lleguen conjuntamente a algún tipo de arreglo, aunque esto último no quita que en un principio puedan encontrarse en el equilibrio subóptimo.

En este juego en particular, podemos introducir una variante al EN. Los conceptos básicos son los mismos: la diferencia radica en que, en lugar de estrategias puras, se utilizan estrategias mixtas. Para ello, es necesario que aclaremos primero algunos conceptos.

Estrategia mixta. Supongamos que un jugador tiene *n* estrategias puras $S_i=(s_1;s_2;\ldots;s_n)$. Una estrategia mixta es una distribución de probabilidades sobre estas estrategias puras; es decir, un vector $(p_1;p_2;\ldots;p_n)$, con

$p_i \geq$ ÐÐÐÐ$\{\quad \ldots\ n\} \wedge \sum_{i=1}^{n} p_i =$ ·

Podemos afirmar que una estrategia pura s_i, es en realidad una mixta donde a s_i se le asigna una probabilidad igual a 1, y al resto, una probabilidad cero; es decir, $f(S_1,S_2,\ldots,S_i,\ldots)=(0;0;\ldots;1;\ldots)$.

Luego, debemos aclarar cómo se calculan los retornos en el caso de aplicar una estrategia mixta. Para esto se utiliza el concepto de retorno esperado, que no es más que la suma de los retornos de cada diferente combinación de estrategias de todos los jugadores, ponderados por la probabilidad con que cada estrategia es jugada. De este modo, si suponemos *m* jugadores y cada uno con *n* estrategias puras:

Retorno esperado

$$=E(U_i)$$
$$=(p_{\text{ÐÐÐÐ}}\bullet\ldots\bullet m\ )\bullet U_i(s^p;s^q;\ldots;s^m)+(p\ q\ \bullet\ldots\bullet m\ )$$
$$\bullet U_i(s_2^p;s_1^q;\ldots;s_1^m)+\ldots+(p_n q_n\bullet\ldots\bullet m_{n-1})\bullet U_i(s_n^p;s_n^q;\ldots;s_{n-1}^m)$$
$$+(p_n q_n\bullet\ldots\bullet m_n)\bullet U_i(s_n^p;s_n^q;\ldots;s_n^m)$$

La intuición detrás de una estrategia mixta es que los jugadores hacen algo parecido a tirar una moneda para elegir qué estrategia jugar (en el caso de que haya dos y se le asigne probabilidad 1/2 a cada una). Por supuesto, una vez jugado el juego, la acción tomada es única.

Entonces, si suponemos que en el juego en cuestión G juega $\bar{t}$ con probabilidad 1/4 y P juega $\bar{e}$ con probabilidad 1/4:

$$f_G(\bar{t},\underline{t})=(1/4;3/4)$$
$$f_P(\bar{e},\underline{e})=(1/4;3/4)$$

$$\Rightarrow E(U_G)$$
$$=(1/4)^2 U_G(\bar{t},\bar{e})+1/4\bullet 3/4\bullet U_G(\bar{t},\underline{e})+3/4\bullet 1/4\bullet U_G(\underline{t},\bar{e})$$
$$+(3/4)^2 U_G(\underline{t},\underline{e})=19/4$$

$$\Rightarrow E(U_P)$$
$$=(1/4)^2 U_P(\bar{t},\bar{e})+1/4\bullet 3/4\bullet U_P(\bar{t},\underline{e})+3/4\bullet 1/4\bullet U_P(\underline{t},\bar{e})$$
$$+(3/4)^2 U_P(\underline{t},\underline{e})=13/2$$

Nos quedaría ahora por explicar qué es un EN en estrategias mixtas. Este puede ser útil, ya que el EN en estrategias puras podría no existir, así como tampoco una solución por estrategias dominantes y dominadas. Para ello, hay que definir la MR para los jugadores, y el EN será aquel donde todos jueguen una MR.

En este caso, el cambio consiste en que las estrategias son un vector de probabilidades con las cuales se juega cada estrategia pura. Consecuentemente, una MR será un vector de probabilidades de un jugador, dado un vector de probabilidades del resto de los jugadores.

Veámoslo en el juego mismo, para que sea más claro. Tanto G como P buscarán maximizar su retorno esperado. Supongamos que $f_G(\bar{t},\underline{t})=\{p;(1-p)\}$ y que $f_P(\bar{e},\underline{e})=\{q;(1-q)\}\Rightarrow$

$$E(U_G)$$
$$= pqU_G(\bar{t},\bar{e}) + p(1-q)\cdot U_G(\bar{t},\underline{e}) + (1-p)q\cdot U_G(\underline{t},\bar{e})$$
$$+(1-p)(1-q)\cdot U_G(\underline{t},\underline{e})$$
$$E(U_G) = 6 - 9/2q - p + 2pq = 6 - 9/2q + 2p(q - 1/2)(26)$$
$$E(U_P)$$
$$= pqU_P(\bar{t},\bar{e}) + p(1-q)\cdot U_P(\bar{t},\underline{e}) + (1-p)q\cdot U_P(\underline{t},\bar{e})$$
$$+(1-p)(1-q)\cdot U_P(\underline{t},\underline{e})$$
$$E(U_P) = 7 - 2p - 1/4q + pq = 7 - 2p + q(p - 1/4)(27)$$

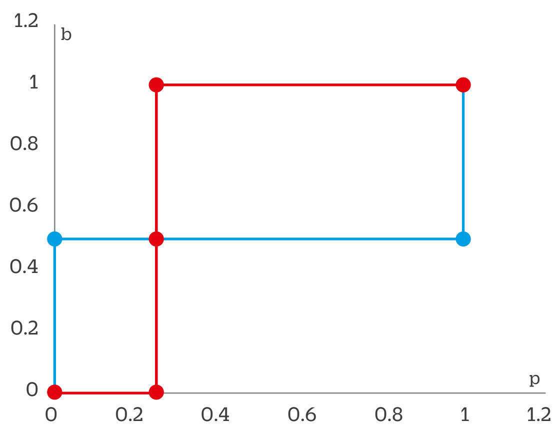
Para este caso, al ser las funciones lineales, el problema se puede resolver fácilmente. Así:

$$MR_G \begin{cases} p = 1\, si\, q > 1/2 \\ p \in [0;1]\, si\, q = 1/2 \\ p = 0\, si\, q < 1/2 \end{cases} \qquad MR_P \begin{cases} q = 1\, si\, p > 1/4 \\ q \in [0;1]\, si\, p = 1/4 \\ q = 0\, si\, p < 1/4 \end{cases}$$

Los casos donde ambos jugadores juegan sus mejores respuestas simultáneamente son tres: el único EN en estrategias mixtas propiamente dicho es el segundo, en que ambos jugadores están dispuestos a randomizar *ex-ante* cada estrategia pura con probabilidad 1/4 y 1/2, respectivamente Vemos que también aparecen los correspondientes EN en estrategias puras.

A continuación, se muestra el gráfico de las mejores respuestas:

Figura 1. Mejores respuestas de G y P.



CÓMO MODIFICAR LAS REGLAS DE JUEGO Y LOGRAR EL EQUILIBRIO COOPERATIVO

Presentaremos a continuación los distintos modos de modificar el juego, tal que, para cada combinación ya expuesta de jugadores (P y G), se logre el equilibrio cooperativo. La idea detrás de esta sección es observar que, con los mismos jugadores con los que se llegaba constantemente a un equilibrio subóptimo, es posible lograr una situación socialmente mejor mediante un cambio en las reglas de juego a partir de diferentes políticas de Estado. Evidentemente, el primer caso (Estado duro y población inmoral o desconfiada) es el más restrictivo de todos, y el último (Estado negociador y población cooperativa) es el que presentaría mayores posibilidades de lograr la cooperación.

Juegos repetidos

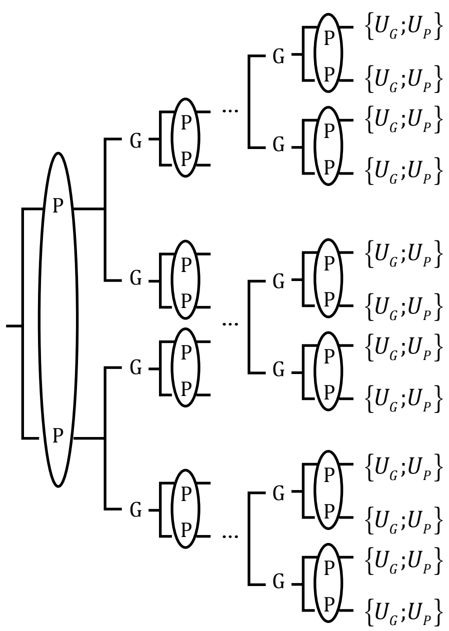
Un juego repetido se define del siguiente modo:

$$J = [N;(S_1);(S_2);\ldots;(S_n);(U_1);(U_2);\ldots;(U_n);T]$$

Lo único que se ha agregado ahora a la definición de la segunda sección es T, que representa la cantidad de veces que se repite el mismo juego.

La mejor forma de representar los juegos repetidos es la extensiva. La vemos a continuación para el caso estándar:

Figura 2. Esquema de juegos sucesivos.



La forma de calcular los retornos al final del juego puede variar: puede ser la simple suma de los retornos según cada diferente camino que se tome, o se le puede agregar multiplicando a cada uno un δ, tal que $0 \leq \delta \leq 1$. Este parámetro podría ser un factor de descuento o la probabilidad de que se repita el juego una vez terminado.

¿Cuál es la diferencia entre el juego de un único *stage* y uno de *stages* repetidos? La respuesta es más que intuitiva. Si los jugadores creen que el comportamiento futuro es afectado por la naturaleza de la interacción presente, entonces las acciones pueden ser distintas a las esperadas si el juego fuera de un solo *stage*, lo cual tiene que ver con una relación recíproca, en que toda buena acción puede ser recompensada, y las malas, castigadas. Esto último es lo que realmente nos interesa para el primero de los juegos analizados.

En este tipo de juegos repetidos, podría ser de utilidad introducir otro concepto de solución aplicable a los juegos en forma extensiva: el equilibrio perfecto en subjuegos (EPS). Para hablar del mismo, primero definiremos un subjuego.

Subjuego. Parte del juego en forma extensiva. Es un conjunto de nodos y ramas tal que satisfagan las siguientes propiedades: a) empieza en un único nodo de decisión, b) contiene a cada sucesor del correspondiente nodo, c) si contiene alguna parte de un *information set*, entonces contiene todos los nodos del mismo.

De este modo, el EPS consiste en ir al final del juego e ir resolviendo subjuego tras subjuego hasta llegar al principio del mismo. Así, quedará determinado el conjunto de acciones que cada jugador ha jugado en cada *stage*, constituyendo este el EPS.

Los juegos pueden repetirse finitas o infinitas veces, pero se tomará en cuenta solo el último, ya que, para el juego del Estado duro y población inmoral o desconfiada, el primero no aporta solución alguna; y para el del Estado duro y población cooperativa, no brinda elementos adicionales de análisis.

El porqué de esto, si bien se puede aclarar con una demostración teórica, resulta de más fácil comprensión con la explicación intuitiva. Supongamos que el jugador D le debe dinero al jugador A. D viene pagando los vencimientos puntualmente, y de modo periódico recurre al jugador A para nuevos préstamos. ¿Qué pasaría si ambos jugadores se enterasen de que el mundo se va a terminar en cinco años (*stages*)? Si vamos al último año, teniendo conocimiento D de que al año siguiente se acabará el mundo, preferirá no pagar ningún vencimiento y gastarse la plata. Por su parte, A optará por no prestarle dinero. Sabiendo que sucederá esto en el último año, no existen incentivos para un buen comportamiento en el penúltimo ni en los anteriores, lo que terminaría indefectiblemente en una situación EN, en la que D no paga vencimientos y A no presta dinero. La causa de esto es la existencia de un único EN, el cual no es el equilibrio cooperativo. Al dejar de ser la cooperación creíble (ya que en el último periodo no existen incentivos a cooperar), el juego se sitúa en dicho equilibrio.

Veamos ahora qué pasa con el juego de la sección sobre el Estado duro y población inmoral o desconfiada.

El Estado duro y la población inmoral o desconfiada. Juego de horizonte infinito

El juego sería el siguiente:

$$J=\begin{Bmatrix} 2;\left[S_G=\left(\bar{t},\underline{t}\right)\right];\left[S_P=\left(\bar{e},\underline{e}\right)\right];\left[U_G=\omega(t-te)\right]; \\ \left[U_P=\omega(1-t+te)-c_1e\right];\infty \end{Bmatrix}$$

Con el propósito de valuar el valor presente de los retornos (VPR), le agregaremos el factor de descuento correspondiente (δ). Este último también podría ser la probabilidad de que el juego se repita una vez más. En ese caso no sería el VPR, sino el valor esperado de los mismos (VER). Recordemos la forma estratégica del juego correspondiente para un solo *stage*:

		P	
		$\bar{e}$	$\underline{e}$
G	$\bar{t}$	$\{5/2;6\}$	$\{5;5\}$
	$\underline{t}$	$\{3/2;8\}$	$\{6;7\}$

Supongamos que el Estado y el sector privado deciden cooperar con el objetivo de pasar del equilibrio subóptimo $\left(\bar{t},\bar{e}\right)$ a una situación cooperativa $\left(\underline{t},\underline{e}\right)$ en que ambos disfrutan de un mejor pasar. Para ello, el juego se prolonga a infinitos *stages*. Mientras G y P jueguen $\underline{t}$ y $\underline{e}$, respectivamente, la cooperación se mantiene. Cualquier desvío de esta estrategia pactada llevará al juego al EN subóptimo. Esto último es lo que comúnmente se llama *grim trigger strategy*. La matriz en cuestión ahora representa el juego que se juega al comienzo de cada *stage*. Para evaluar bajo qué circunstancias (valor de δ) es posible la cooperación, debemos analizar el VPR (o el VER) en los dos casos posibles (cooperar o no). En el caso cooperativo, se les pondrá a los retornos el superíndice *C*, en la situación contraria, será *N*. Veamos qué sucede cuando no se coopera:

$$VPR_G^N=U_G^0\left(\bar{t},\underline{e}\right)+\delta U_G^1\left(\bar{t},\bar{e}\right)+\ldots+\delta^n U_G^n\left(\bar{t},\bar{e}\right)+\delta^{n+1}U_G^{n+1}\left(\bar{t},\bar{e}\right)+\ldots$$

$$VPR_P^N=U_P^0\left(\underline{t},\bar{e}\right)+\delta U_P^1\left(\bar{t},\bar{e}\right)+\ldots+\delta^n U_P^n\left(\bar{t},\bar{e}\right)+\delta^{n+1}U_P^{n+1}\left(\bar{t},\bar{e}\right)+\ldots$$

Como $U_G^0\left(\bar{t},\underline{e}\right)=5$ y

$5/2=U_G^1\left(\bar{t},\bar{e}\right)=\ldots=U_G^n\left(\bar{t},\bar{e}\right)=U_G^{n+1}\left(\bar{t},\bar{e}\right)=\ldots$ y

$U_P^0\left(\underline{t},\bar{e}\right)=8$ y $6=U_P^1\left(\bar{t},\bar{e}\right)=\ldots=U_P^n\left(\bar{t},\bar{e}\right)=U_P^{n+1}\left(\bar{t},\bar{e}\right)=\ldots$

$$\Rightarrow VPR_G^N=5+5/2\delta\left(1+\delta+\delta^2+\ldots+\delta^n+\delta^{n+1}+\ldots\right)$$

$$\Rightarrow VPR_G^N=5+\frac{5/2\delta}{1-\delta}(28)$$

$$\Rightarrow VPR_P^N=8+6\delta\left(1+\delta+\delta^2+\ldots+\delta^n+\delta^{n+1}+\ldots\right)$$

$$\Rightarrow VPR_P^N=8+\frac{6\delta}{1-\delta}(29)$$

Veamos qué sucede con la cooperación:

$$VPR_G^C=U_G^0\left(\underline{t},\underline{e}\right)+\delta U_G^1\left(\underline{t},\underline{e}\right)+\ldots+\delta^n U_G^n\left(\underline{t},\underline{e}\right)+\delta^{n+1}U_G^{n+1}\left(\underline{t},\underline{e}\right)+\ldots$$

$$VPR_P^N=U_P^0\left(\underline{t},\underline{e}\right)+\delta U_P^1\left(\underline{t},\underline{e}\right)+\ldots+\delta^n U_P^n\left(\underline{t},\underline{e}\right)+\delta^{n+1}U_P^{n+1}\left(\underline{t},\underline{e}\right)+\ldots$$

Como $3=U_G^0\left(\underline{t},\underline{e}\right)=U_G^1\left(\underline{t},\underline{e}\right)=\ldots=U_G^n\left(\underline{t},\underline{e}\right)=U_G^{n+1}\left(\underline{t},\underline{e}\right)=\ldots$

y $7=U_P^0\left(\underline{t},\underline{e}\right)=U_P^1\left(\underline{t},\underline{e}\right)=\ldots=U_P^n\left(\underline{t},\underline{e}\right)=U_P^{n+1}\left(\underline{t},\underline{e}\right)=\ldots$

$$\Rightarrow VPR_G^C=3\bullet\left(1+\delta+\delta^2+\ldots+\delta^n+\delta^{n+1}+\ldots\right)$$

$$\Rightarrow VPR_G^C=\frac{3}{1-\delta}(30)$$

$$\Rightarrow VPR_P^C=7\bullet\left(1+\delta+\delta^2+\ldots+\delta^n+\delta^{n+1}+\ldots\right)$$

$$\Rightarrow VPR_P^C=\frac{7}{1-\delta}(31)$$

Para solucionar el problema del EN subóptimo, precisamos que el $VPR^C\geq VPR^N$. Entonces:

$$VPR_G^C\geq VPR_P^N \text{ si } \delta\geq 4/5$$

$$VPR_P^C\geq VPR_P^N \text{ si } \delta\geq 1/2$$

Esto indica que con un $\delta\geq 4/5$ nos estaríamos asegurando de que la cooperación se mantenga en el tiempo. Al ser δ un factor de descuento, esto implica que, si a ambos sectores les importa el futuro lo suficiente, este nuevo equilibrio es sostenible. Siendo δ la probabilidad de que el juego se repita, observamos que incluso no es necesaria la existencia de total certidumbre respecto de la repetición del juego para que se dé la cooperación.

En la sección sobre el Estado duro y la población inmoral o desconfiada habíamos dicho que uno de los problemas de este juego es la longevidad del mismo. Vemos ahora que, prolongando el horizonte, la cooperación es posible, aun cuando $\underline{t}$ y $\underline{e}$ constituyen estrategias estrictamente dominantes para ambos jugadores en el juego de una sola etapa. ¿Qué implica esto en la realidad? Que las economías hundidas en este equilibrio subóptimo pueden salir si el Estado logra despejar el futuro y prolongar el horizonte temporal. Esto se puede alcanzar a través de mecanismos legales que dejen en claro las reglas del juego, y que las mismas se cumplan. Es importante que todo ello sea creíble, y que se pueda mantener en el tiempo. De este modo, se genera mayor certidumbre, lo que permitirá al sector privado planificar, extendiendo el juego.

JUEGO EN ETAPAS (UN SOLO PERIODO)

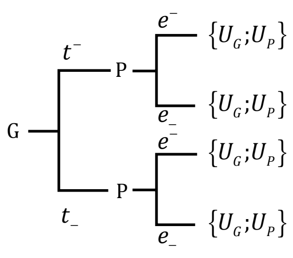
En este apartado, analizaremos qué cambios se deben introducir a las reglas del juego de la sección sobre el Estado duro y la población cooperativa desarrollada en el segundo capítulo, con el objeto de alcanzar el equilibrio cooperativo. Como ya hemos dicho, este caso es menos restrictivo que el del Estado duro y la población inmoral o desconfiada, por lo que los cambios propuestos en la sección anterior son también aplicables al juego del subtítulo actual.

Para este análisis, pasaremos de un juego simultáneo a uno en etapas. Esto implica que primero moverá uno de los jugadores y luego el otro, sabiendo este último lo que jugó el primero. Para este tipo de juego, la representación más común es la extensiva.

Veamos a continuación cómo serían las representaciones estratégica y extensiva si G moviese primero:

		P			
		$(e^{-};e^{-})$	$(e^{-};e_{-})$	$(e_{-};e^{-})$	$(e_{-};e_{-})$
G	t^{-}	$\{U_G;U_P\}$	$\{U_G;U_P\}$	$\{U_G;U_P\}$	$\{U_G;U_P\}$
	t_{-}	$\{U_G;U_P\}$	$\{U_G;U_P\}$	$\{U_G;U_P\}$	$\{U_G;U_P\}$

Figura 3. Representación estratégica si G toma la decisión primero.



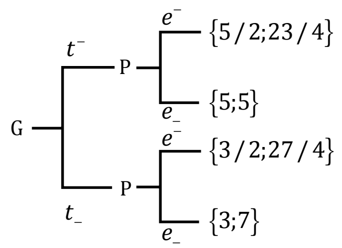
En el caso estratégico, véase que para el Estado las estrategias son las mismas, ya que elige primero. El cambio se da para el sector privado. Ahora su estrategia va a ser planear qué hace, condicionado a si G juega $\bar{t}$ o $t\_$, pues ahora este será un dato para él. Por ello es que sus estrategias poseen dos componentes: el primero es qué acción va a llevar a cabo si G elige $\bar{t}$; y el segundo, si G elige $t\_$.

Para el caso extensivo, el único cambio es la desaparición del *information set*, debido a que P ahora sabe en qué rama se encuentra.

JUEGO EN ETAPAS (UN SOLO PERIODO)

La representación estratégica para el juego de la sección sobre el Estado duro y la población cooperativa modificado (por etapas) es la siguiente:

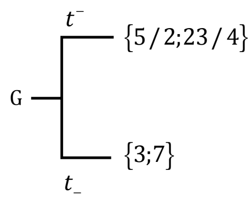
Figura 4. Representación estratégica del juego entre Estado duro y población cooperativa



Véase que existen tres subjuegos; los dos en que P decide qué hacer para cada decisión de G, y el juego completo. Si G jugara $\bar{t}$, la acción racional para P sería jugar $\bar{e}$ $23/4>5$. Si G jugara $\underline{t}$, la acción racional para P sería $\underline{e}(7>27/4)$.

Esto significa que la solución para el primer subjuego es $\bar{e}$, mientras que para el segundo es $\underline{e}$. El Estado, enterado de esto, decide sabiendo de antemano que va a hacer el sector privado y conociendo los retornos de cada acción.

Figura 5. Representación gráfica de alternativas para el Gobierno



La acción racional del Estado sería jugar una tasa nominal baja $(3>5/2)$. Esto último significa que, sabiendo G que P jugará $\bar{e}$ si él juega $\bar{t}$, y $\underline{e}$ si él juega $\underline{t}$, entonces su acción racional sería jugar $\underline{t}$. Consecuentemente, la solución por EPS sería $EPS(S_G;S_P)=\left[\underline{t};(\bar{e};\underline{e})\right]$

Supongamos ahora que nos interese resolver el juego en cuestión por EN. Para ello, sería necesario plantear la forma estratégica del juego, la que vemos a continuación:

		P			
		$(e^{-};e^{-})$	$(e^{-};e_{-})$	$(e_{-};e^{-})$	$(e_{-};e_{-})$
G	t^{-}	$\{5/2;23/4\}$	$\{5/2;23/4\}$	$\{5;5\}$	$\{5;5\}$
	t_{-}	$\{3/2;27/4\}$	$\{3;7\}$	$\{3/2;27/4\}$	$\{3;7\}$

Busquemos las MR para G:

$$MR_G\left[\left(\bar{e};\bar{e}\right)_P\right]=\bar{t}_G \rightarrow 5/2>3/2$$
$$MR_G\left[\left(\bar{e};\underline{e}\right)_P\right]=\underline{t}_G \rightarrow 3>5/2$$
$$MR_G\left[\left(\underline{e};\bar{e}\right)_P\right]=\bar{t}_G \rightarrow 5>3/2$$
$$MR_G\left[\left(\underline{e};\underline{e}\right)_P\right]=\bar{t}_G \rightarrow 5>3$$

Busquemos las MR para P:

$$MR_P\left[\bar{t}_G\right]=\left[\left(\bar{e};\bar{e}\right)_P;\left(\bar{e};\underline{e}\right)_P\right]\rightarrow 23/4>5$$
$$MR_P\left[\bar{t}_G\right]=\left[\left(\bar{e};\bar{e}\right)_P;\left(\underline{e};\underline{e}\right)_P\right]\rightarrow 7>27/4$$

De este análisis, podemos encontrar dos EN:

$$EN\left(S_G;S_P\right)=\left\{\left[\bar{t};\left(\bar{e};\bar{e}\right)\right];\left[\underline{t};\left(\bar{e};\underline{e}\right)\right]\right\}$$

Entonces, se puede concluir que, cuando el Gobierno decide con antelación qué tipo de tasa va a utilizar, lo que está haciendo realmente es elegir en qué EN desea finalizar el juego.

Esto último nos permite afirmar que, si de algún modo G pudiese mover primero en el juego eligiendo $\underline{t}$, entonces el equilibrio cooperativo sería posible. Uno de los modos de lograr esto es mediante la confección del presupuesto nacional, que debe realizar con anticipación, con el fin de darle al sector privado el tiempo suficiente para incorporarlo como información para la toma de decisiones.

Aun cuando en un principio los juegos de las secciones “El Estado duro y la población inmoral o desconfiada” y “El Estado duro y la población cooperativa” parecían no mostrar diferencias significativas, observamos ahora que, en el momento de intentar salir del equilibrio subóptimo, tener una población más confiada o con valores morales superiores es útil, ya que nos brinda otro juego alternativo para alcanzar el equilibrio cooperativo. Por otro lado, podríamos argumentar también que el juego de la sección “El Estado duro y la población cooperativa” de este capítulo es superior al de la sección “El Estado duro y la población inmoral o desconfiada. Juego de horizonte infinito”, ya que brinda al Estado mayor flexibilidad que crear reglas rígidas de comportamiento por tiempo indefinido. El hecho de ser menos creíble causa que las acciones para llegar a equilibrios cooperativos tengan mayores costos en términos de opciones de política económica. Esto se puede corroborar en la realidad, en que, por un lado, en Argentina después de una hiperinflación siguió una convertibilidad; y por otro, en cuanto a la forma en que un país como Estados Unidos puede darse el lujo de tener una política monetaria poco transparente (en relación con la información que la población recibe al respecto) sin que ello afecte el valor de su moneda (o el equilibrio cooperativo) (Carare & Stone, 2003; Dixit, 1996; Mishkin, 1999).

CONCLUSIONES

Al principio del trabajo analizamos tres diferentes situaciones o “estados de la economía”, en las que cambiaban los parámetros de las funciones de utilidad de los jugadores. En todas ellas, el equilibrio al cual arribamos por todos los conceptos de solución enumerados era siempre el mismo: $E\left(S_G;S_P\right)=\left(\bar{t},\bar{e}\right)$. Vimos que este era un equilibrio subóptimo o, en otras palabras, que no era un óptimo paretiano. Ambos jugadores podían llegar a una situación mejor por medio de una colusión. La cuestión era que, planteado el juego tal y como estaba en un principio, esta colusión no era creíble, ya que los incentivos para salirse de la misma eran elevados. Por esta razón se propusieron, para los mismos jugadores, otros dos juegos diferentes, con el objetivo de probar si había algún modo de llegar a la situación de Pareto superior. La idea detrás de esto es que, cuando se ponen en práctica planes económicos o cambios estructurales, lo que se hace justamente es modificar las reglas, manteniendo los mismos jugadores. De este modo, vimos lo siguiente:

- Cuando se prolonga el horizonte temporal del juego y a los jugadores les interesa el futuro lo suficiente, la cooperación es sostenible, independientemente del tipo de jugador que esté involucrado.
- Cuando se plantea un juego por etapas, en que el Gobierno elige primero su tasa impositiva y luego el sector privado su tasa de evasión, la colusión es sostenible solo en el caso en que la población es cooperativa (o tiene valores morales superiores).
- Cuando el Gobierno y el sector privado están dispuestos a cooperar, caso en el que es posible llegar sin modificación alguna del juego al equilibrio óptimo si se da la situación ineficiente, cualquiera de las transformaciones ya mencionadas son útiles para llevar a los jugadores a la colusión.
- Evidentemente, tener una población cooperativa o moral es útil, en cuanto a que brinda más posibilidades para modificar el juego o, en términos más realistas, mayores opciones de política económica.

Siguiendo con la estructura utilizada en el presente trabajo, se podrían implementar extensiones incorporando otros temas, tales como juegos con información imperfecta, equilibrios bayesianos y esquemas de señalización.

REFERENCIAS

Acocella, N. (1997). *The Foundations of Economic Policy.* Cambridge University Press.

Alexeev, M., Janeba, E. & Osborne, S. (2003). Taxation and Evasion in the Presence of Extortion by Organized Crime. *Journal of Comparative Economics, 32*(2004), 375-387.

Beckmann, K. (2001). *Solidarity, Democracy, and Tax Evasion: An Experimental Study.*

Carare, A. & Stone, M. (2003). *Inflation Targeting Regimes.* IMF Working Papers.

Dixit, A. (1996). *The Making of Economic Policy.* MIT Press.

Dutta, P. (1999). *Strategies and Games.* MIT Press.

Gibbons, R. (1992). *Un primer curso de teoría de juegos.* España: Antoni Bosch.

Mishkin, F. (1999). *International Experiences with Different Monetary Policy Regimes.* Cambridge, Massachusetts: National Bureau of Economic Research.

Remezzano, A. (2000). *Evasión impositiva y corrupción: "Sonría, lo estamos filmando".* Buenos Aires: Asociación Argentina de Economía Política.

Sachs, J. & Larraín, F. B. (1994). *Macroeconomics in the Global Economy.* Pearson.