

ISSN (print): 2421-6798  
ISSN (on line): 2421-7158



Consiglio Nazionale delle Ricerche

**IRGES**

ISTITUTO DI RICERCA SULLA CRESCITA ECONOMICA SOSTENIBILE  
RESEARCH INSTITUTE ON SUSTAINABLE ECONOMIC GROWTH

# *Working Paper*

*Numero 11/2018*

**Point-in-time vs. through-the-cycle:  
filosofie di rating a confronto**

*Franco Varetto*

*Direttore* Secondo Rolfo

*Direzione* CNR-IRCRES  
*Istituto di Ricerca sulla crescita economica sostenibile*  
Via Real Collegio 30, 10024 Moncalieri (Torino), Italy  
Tel. +39 011 6824911 / Fax +39 011 6824966  
segreteria@ircres.cnr.it  
www.ircres.cnr.it

*Sede di Roma* Via dei Taurini 19, 00185 Roma, Italy  
Tel. +39 06 49937809 / Fax +39 06 49937808

*Sede di Milano* Via Bassini 15, 20121 Milano, Italy  
Tel. +39 02 23699501 / Fax +39 02 23699530

*Sede di Genova* Università di Genova Via Balbi, 6 - 16126 Genova  
Tel. +39 010 2465459 / Fax +39 010 2099826

*Redazione* Secondo Rolfo (direttore responsabile)  
Francesca Corriere  
Antonella Emina  
Diego Margon  
Anna Perin  
Isabella Maria Zoppi

 [redazione@ircres.cnr.it](mailto:redazione@ircres.cnr.it)  
 [www.ircres.cnr.it/index.php/it/produzione-scientifica/pubblicazioni](http://www.ircres.cnr.it/index.php/it/produzione-scientifica/pubblicazioni)

WORKING PAPER CNR-IRCRES, anno 4, numero 11, dicembre 2018



dicembre 2018 by CNR - IRCRES

# Point-in-time vs. through-the-cycle: filosofie di rating a confronto

Point-in-time vs. through-the-cycle: comparing rating philosophies

FRANCO VARETTO

CNR-IRCRES, Consiglio Nazionale delle Ricerche – Istituto di Ricerca sulla Crescita Economica Sostenibile, Via Real Collegio  
30, Moncalieri (TO) – Italy

corresponding author: francoww@tin.it

## ABSTRACT

There are two fundamental philosophies of credit rating: the point-in-time and the through-the-cycle approaches. This survey considers the explanations of the three main rating agencies, Standard&Poor's, Moody's and Fitch, and compares them with the various quantitative models proposed in the scientific literature by researchers, consultants and regulators. Some common frameworks characterizing these models are identified and evaluated.

**KEYWORDS:** Credit Rating, Probability of Default, Rating Agency, Point-in-Time, Through-the-Cycle.

**JEL CODES** G21, G28, G32, G33

**DOI:** 10.23760/2421-7158.2018.011

## HOW TO CITE THIS ARTICLE

Varetto, F. (2018). Point-in-time vs. through-the-cycle: filosofie di rating a confronto. *Working Paper IRCrES*, 4(11). <http://dx.doi.org/10.23760/2421-7158.2018.011>

---

## INDICE

1	INTRODUZIONE.....	3
2	LA PAROLA ALLE AGENZIE DI RATING .....	8
2.1	Standard&Poor's.....	8
2.2	Moody's.....	12
2.3	Fitch .....	15
2.4	Altre agenzie .....	18
3	LA REGULATION BANCARIA.....	18
4	I MODELLI DELLE AGENZIE.....	22
4.1	Standard&Poor's.....	22
4.2	Moody's.....	26
4.3	Fitch .....	31
5	I MODELLI PROPOSTI NELLA LETTERATURA.....	31
5.1	Carey-Hrycay.....	31
5.2	Amato-Furfine .....	33
5.3	Löffler .....	34
5.4	Kauko.....	39
5.5	Topp-Perl .....	40
5.6	Heitfield .....	41
5.7	Saurina-Trucharte .....	45
5.8	Miu-Ozdemir .....	46
5.9	Jobst-Tasche .....	47
5.10	Rösch-Scheule .....	48
5.11	Aguais et al. ....	52
5.12	Petrov et al. ....	55
5.13	Altman et al.....	58
5.14	Yang.....	61
5.15	Pederzoli-Torricelli.....	68
5.16	Vallés .....	69
6	ALCUNE CONCLUSIONI.....	70
7	BIBLIOGRAFIA .....	74
8	APPENDICE: L'APPROCCIO DI HAMERLE, LIEBIG E SCHEULE PER LA STIMA DELLE PROBABILITÀ DI DEFAULT .....	79

---

# Point-in-time vs. through-the-cycle: filosofie di rating a confronto

---

FRANCO VARETTO

## 1 INTRODUZIONE

Il rating è la lingua comune, universale, per parlare a livello globale di rischio di credito, per confrontare tra di loro le diverse qualità creditizie degli emittenti e gioca un ruolo ormai insostituibile sui mercati finanziari di tutto il mondo; come segnale è estremamente efficace per espressività e capacità di sintesi, ovvero capacità di condensare in pochi simboli sulla scala graduata da AAA a C la natura multidimensionale del concetto di qualità creditizia. Anche gli investitori non professionali riescono a comprendere ciò che i rating comunicano.

I rating sono il risultato di analisi di valutatori professionali che si avvalgono, in genere, anche di informazioni riservate fornite direttamente dagli emittenti (imprese od enti). Nell'ottica del mercato efficiente, come teorizzato nell'economia finanziaria, l'utilità delle agenzie di rating consiste nel comunicare, anche indirettamente, agli operatori delle informazioni riservate, confidenziali, rivelando così al mercato notizie non di pubblico dominio, ottenute dalle imprese nell'ambito di rating "solicited". Se invece i rating fossero assegnati solo su informazioni pubblicamente disponibili, come nel caso di enti pubblici o paesi o nell'ambito di rating "unsolicited", allora per il mercato l'operato delle agenzie sarebbe inutile ed economicamente inefficiente (inutili dal punto di vista informativo e costose).

L'oggetto di questo lavoro consiste nell'esaminare le caratteristiche dinamiche delle metodologie di rating, con particolare riferimento al confronto tra l'approccio point-in-time e l'approccio through-the-cycle. Il primo è fondato sulla anticipazione a breve termine dell'evoluzione della situazione dell'impresa (o emittente, in generale) mentre il secondo considera l'evoluzione a medio termine dell'impresa, assumendone in particolare un cambiamento potenzialmente depressivo.

La misura del rischio point-in-time (PIT) si basa sulla valutazione delle condizioni economiche correnti, generali e specifiche dell'impresa, e/o delle più probabili condizioni future su un predefinito orizzonte temporale; la sua validità pertanto è relativa all'intorno del punto del tempo nel quale viene formulata, un orizzonte temporale breve; in generale, è la critica spesso rivolta a queste misure, le valutazioni PIT trasmettono poche informazioni oltre l'orizzonte temporale con riferimento al quale sono costruite. Tale misura di rischio quindi varia con l'evoluzione del ciclo economico e della qualità creditizia dell'emittente e resta stabile solo nella misura in cui le condizioni economiche correnti continuino a prevalere in futuro. In una recessione l'incremento del rischio di credito si traduce in una migrazione delle imprese verso classi di rating peggiori, mentre in una fase di ripresa l'effetto si inverte. Il rating PIT ha una correlazione positiva con il ciclo economico. La PD PIT è "unstressed" e tiene conto di tutte le informazioni cicliche e non cicliche, sistematiche ed idiosincratice. Le PD sono pertanto cicliche e forward-looking.

La misura del rischio through-the-cycle (TTC) ha invece una correlazione molto bassa o nulla con il ciclo economico, in quanto tiene conto del fatto che le condizioni economiche correnti non potranno durare e la situazione evolverà con le varie fasi del ciclo, senza peraltro essere in grado di anticipare i maggiori cambiamenti che per definizione sono inattesi. Il rating TTC è una misura della capacità del debitore di rimanere solvibile al punto di minimo del ciclo o durante un (ragionevolmente) grave evento di stress. Il rating TTC, basato anche su stress test severi, tende quindi ad essere stabile nel tempo ed è orientato a generare un ranking ordinale delle imprese, ranking che rimane stabile nel ciclo. Come tale, la valutazione TTC fornisce informazioni sulla rischiosità a diversi orizzonti temporali. In sintesi il concetto generale che guida l'assegnazione del rating TTC è la sostenibilità a medio-lungo termine del giudizio di rating da parte dell'emittente, ovvero della sua capacità di rimanere solvibile, nel corso dell'intero ciclo economico e non solo della fase corrente<sup>1</sup>. Il rating TTC dovrebbe cambiare solo in conseguenza di variazioni fondamentali e permanenti della qualità creditizia dell'emittente e non per semplici modificazioni temporanee di breve termine<sup>2</sup>. In concreto è in generale difficile distinguere chiaramente se gli shock che influenzano la qualità creditizia sono di natura permanente o temporanea: considerare come permanenti delle variazioni che sono in realtà temporanee conduce a valutazioni erranee nella assegnazione dei rating; lo stesso vale nel caso opposto, in cui considerare temporanee delle variazioni che sono permanenti produce ritardi nell'aggiornamento dei rating e nella reazione delle agenzie alle variazioni dei rischi. Le decisioni prese in ottica TTC dovrebbero restare valide anche nel lungo termine (rating aciclico); per questo motivo il dualismo PIT/TTC viene spesso illustrato in modo sintetico con la seguente affermazione: per misurare i rischi correnti e per i sistemi di early warning si adotta il PIT, più accurato e rapido nel reagire alle variazioni dei rischi, mentre per la decisione se concedere o no il credito si ragiona con il TTC<sup>3</sup>. L'approccio PIT è più idoneo anche ai fini del pricing delle operazioni creditizie, mentre la fissazione dei budget dei rischi da assumere, ovvero i target dei mix di portafoglio, richiede valutazioni TTC.

Per le imprese con evidenti vulnerabilità connesse a livelli elevati di indebitamento e modeste generazioni di cassa dalla gestione, l'approccio TTC si interroga sulla effettiva capacità di queste imprese di sopravvivere alle fasi più negative del ciclo e di reggere fino alla successiva ripresa, oppure scomparire nel corso del ciclo.

In un sistema PIT le imprese sono assegnate a classi di rischio che si suppone abbiano una uguale frequenza di default in un particolare anno; se le condizioni dell'impresa mutano, essa viene spostata in un'altra classe la cui frequenza di insolvenza sia coerente con le nuove condizioni. Il rating PIT di un'impresa cambia rapidamente al mutare della sua situazione corrente o prospettica; in generale peggiora nei momenti di crisi e migliora in quelli di espansione. Se il mutamento della situazione economica è dovuto all'influenza sistematica di fattori macro, lo spostamento di rating coinvolgerà molte imprese. Ai cambiamenti economici fanno riscontro cambiamenti nelle PD, ma i tassi di default delle singole classi di rating restano complessivamente stabili nel tempo. Le variazioni della situazione economica del sistema sono assorbite nell'architettura PIT dalle migrazioni dei rating. Un sistema TTC invece assegna le imprese a classi di rischio che condividono la stessa probabilità di insolvenza in condizioni medie del ciclo ovvero in caso di stress o di fasi depresse di ciclo economico, indipendentemente dal fatto che lo stress si verifichi o meno; in particolare un sistema TTC non è interessato a valutare la frequenza di insolvenza del prossimo anno. Gli spostamenti di rating

---

<sup>1</sup> Spesso il rating TTC viene descritto come valutazione della rischiosità dell'impresa al punto più basso del ciclo, ovvero in condizioni di stress (worst case).

<sup>2</sup> I rating corporate sono influenzati spesso da rischi idiosincratici, a differenza dei rating sulla finanza strutturata che risentono più del rischio sistemico.

<sup>3</sup> Su questo punto si veda anche Crouhy, Galai & Mark (2001). In termini più precisi, l'approccio PIT è utilizzabile per le decisioni di credito a breve termine (1 anno), come quelle riguardanti il finanziamento del capitale circolante, mentre l'approccio TTC è una base per le decisioni di finanziamento a medio e lungo termine. L'orizzonte TTC di una valutazione creditizia di un prestito bancario è in sostanza il minore tra la durata del ciclo economico e la durata del mutuo e la valutazione TTC esprime la capacità dell'impresa di restare solvibile almeno fino alla scadenza del prestito.

delle imprese sono meno influenzati da cambiamenti dei fattori macro, non essendo questi ultimi considerati in misura significativa nella formulazione dei giudizi sulla qualità creditizia. Le transizioni tra le classi di rating nei sistemi TTC sono quindi più rare, ma i tassi di insolvenza osservati nelle diverse classi mostrano maggiore instabilità rispetto ai sistemi PIT.

Mentre *ex-ante* il tipo di modello di rating è importante per decidere la selezione delle operazioni di credito e l'allocazione delle risorse ai progetti più promettenti, *ex-post* il numero delle insolvenze in un portafoglio di una banca resta ovviamente lo stesso indipendentemente da quale filosofia ispiri il sistema di rating messo a punto: la scelta del sistema non può modificare il tasso complessivo di default osservato. A seconda del sistema però cambiano però i tassi di insolvenza misurati sulle diverse classi di rischio: con il sistema PIT i tassi di insolvenza per singole classi restano complessivamente stabili perché i cambiamenti del rischio si traducono in migrazioni delle imprese da un rating ad un altro; con il sistema TTC invece le variazioni dei tassi di insolvenza causate da variazioni del ciclo si riflettono in volatilità dei tassi di default nelle diverse classi intorno alle medie di lungo periodo, mentre le migrazioni sono sporadiche e le imprese restano in gran parte assegnate ai rating inizialmente emessi. In altri termini in una recessione non ci sono migrazioni in un sistema TTC, ma i tassi di insolvenza nelle diverse classi di rischio aumentano.

Treacy e Carey (1998), in una nota ricerca sui sistemi di rating in uso nelle maggiori banche statunitensi, hanno illustrato le differenze tra le concezioni dei sistemi di rating PIT e TTC sulla base di quanto hanno ricavato da contatti ed interviste con banche ed agenzie di rating: queste ultime fanno riferimento alla logica TTC, mentre i sistemi di rating interni delle banche contattate si differenziano notevolmente da quelli delle agenzie e sono ispirati alla logica PIT. Non vi è un sistema di rating "giusto"; la correttezza di un sistema dipende da come il sistema è utilizzato. La differenza tra le filosofie a cui sono ispirati i due sistemi pone seri problemi quando una banca vuole mappare le proprie classi di rischio (PIT) con le classi di rating delle agenzie (TTC)<sup>4</sup>. Nelle loro parole

A common way of implementing a long-horizon, through-the-cycle rating philosophy involves estimating the borrower's condition at the worst point in an economic or industry cycle and grading according to the risk posed at the point. ... every bank we interviewed bases risk ratings on the borrower's current condition. ... both Moody's and S&P rate through the cycle. They analyze the borrower's current condition at least partly to obtain an anchor point for determining the severity of the downside scenario. The borrower's projected condition in the event the downside scenario occurs is the primary determinant of the rating. Only borrowers that are very weak at the time of the analysis are rated primarily according to current condition. ... Ratings will change mainly for those firms that experience good or bad shocks that affect long-term condition or financial strategy and for those original downside scenario was too optimistic. ... In interviews, we did not discuss the reasons that banks rate to current condition, but two possibilities are the greater difficulty of the agency method and differences in the investment horizon of the bank relative to that of users of agency ratings. ... consistency of rating across a wide variety of credits may be easier to achieve when the basis is the relatively easy-to-observe current condition. Also, greater difficulty means through-the-cycle grading entails greater expense, and for many middle-market credits the extra expense might render such lending unprofitable for banks. Regarding investment horizon, the rating agencies' philosophy may reflect the historical preponderance of long term, buy-and-hold investors among users of rating. Such users are naturally most interested in estimates of long term credit risk. ... Because major agencies rate borrowers with the expectation that the rating will be stable through normal economic and industry cycles, only those borrowers that perform much worse than expected during a cyclical downturn will be downgraded. ... In contrast, rating systems that focus on the borrower's current condition ... are likely to feature much more migration as cycles progress but, in principle, should

---

<sup>4</sup> "Bank internal ratings change as the borrower's condition changes, whereas the PD associated with each internal grade is stable. In contrast, agency ratings tend to stay the same, while default probabilities for each rating vary with the economic cycle. Thus, mapping exercises should take into account the current point of the economic cycle and should draw default rates from the agencies' historical studies for similar points in prior cycles" (Treacy & Carey, 1998).

exhibit somewhat less cyclical variation in default rates for each individual grade” (Treacy & Carey, 1998)<sup>5</sup>.

Le agenzie insistono sul concetto di rating come misura del rischio relativo, e non come stima di probabilità di insolvenza in valore assoluto; ciò significa che nell’approccio TTC l’impresa subisce un downgrade solo se diventa significativamente più rischiosa rispetto ai suoi peers, non se il suo rischio aumenta in parallelo con il gruppo dei peers (tutti diventano più rischiosi).

Le agenzie di rating affermano, in genere, di effettuare valutazioni di rating TTC, ma non è ben chiaro come in realtà procedano. Anche molte banche dichiarano di adottare gli stessi principi, con un orizzonte temporale esteso da 3 a 7 anni, o la scadenza dell’operazione finanziaria oggetto di valutazione.

Peraltro la costruzione di un sistema di rating TTC è tecnicamente una seria sfida in quanto la maggior parte delle variabili usate per misurare la qualità creditizia delle imprese varia nel ciclo (gli indicatori di bilancio, ad esempio, sono metriche PIT). Nel rating TTC è richiesta la capacità di separare le componenti permanenti da quelle cicliche del rischio di insolvenza.

Il Comitato di Basilea<sup>6</sup> ha fornito la sua definizione sintetica di sistemi di rating PIT e TTC a proposito dell’orizzonte temporale sul quale il rating è considerabile un valido indicatore di rischio: “In a “point-in-time” process, an internal rating reflects an assessment of the borrower’s current condition and/or most likely future condition over the course of the chosen time horizon. As such, the internal rating changes as the borrower’s condition changes over the course of the credit/business cycle. In contrast, a “through-the-cycle” process requires assessment of the borrower’s riskiness on a worst-case, “bottom of the cycle scenario” (i.e. its condition under stress). In this case, a borrower’s rating would tend to stay the same over the course of the credit/business cycle”

La tabella 1 sintetizza le differenze tra rating PIT e TTC in termini di volatilità dei tassi di default e delle frequenze delle migrazioni delle imprese tra le diverse classi di rischio: i tassi di default calcolati sulle classi di rating TTC, che tendenzialmente restano stabili nel tempo, devono variare con il ciclo, man mano che le mutate condizioni economiche influenzano la qualità creditizia delle imprese. La tabella 2 successiva mette invece a confronto il tradeoff tra stabilità delle misure della qualità creditizia e l’accuratezza della loro capacità discriminante, specie nel breve periodo.

**Tabella 1.** Volatilità dei TD e migrazioni

RATING:	Volatilità dei TD	Frequenza delle migrazioni dei rating
Point-in-time	BASSA (stabili nel ciclo)	ALTA
Through-the-cycle	ALTA (non stabili nel ciclo)	BASSA

**Tabella 2.** Stabilità ed accuratezza

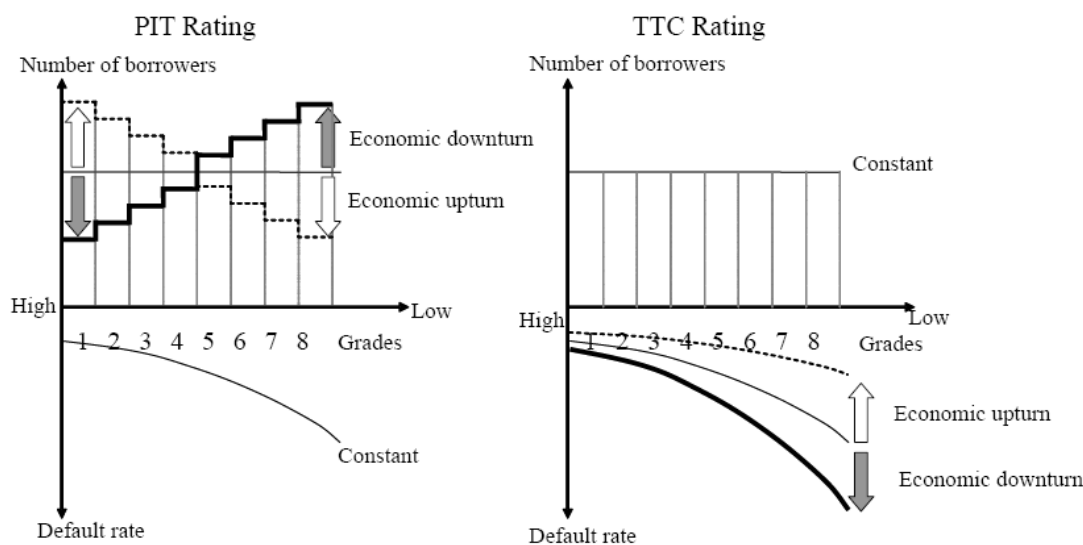
RATING:	Stabilità dei rating	Accuratezza (statica e dinamica) dei rating
Point-in-time	MINORE	MAGGIORE
Through-the-cycle	MAGGIORE	MINORE

La banca centrale giapponese (Bank of Japan, 2005) ha riassunto efficacemente le differenze tra PIT e TTC in merito al comportamento dinamico delle collocazioni delle imprese nelle classi di rischio ed ai tassi di insolvenza delle medesime classi:

<sup>5</sup> Rikkers & Thibeault (2008, 2007) hanno sintetizzato le caratteristiche delle filosofie di rating nell’ottica dei sistemi di rating interni delle banche per la valutazione delle PMI. Una descrizione generale semplificata delle due filosofie di rating si trova anche in Taylor (2003).

<sup>6</sup> Si veda Basel Committee on Banking Supervision (2001).



**Grafico 1.** Migrazioni e tassi di insolvenza per classi di rating: PIT vs TTC

Fonte: Bank of Japan (2005).

Nei sistemi PIT la numerosità delle imprese per gradi di rating cambia nel corso del ciclo economico, ma i tassi di insolvenza calcolati nei diversi gradi restano stabili, mentre nei sistemi TTC le migrazioni sono, al limite, inesistenti e la numerosità delle imprese per gradi resta stabile, ma i tassi di insolvenza cambiano passando dalle fasi di espansione (upturn) a quelle di crisi (downturn).

Vari critici attribuiscono al comportamento delle agenzie di modificare raramente il loro giudizio i ritardi con cui segnalano l'aumento dei rischi, sia di imprese che di enti o paesi, ritardi che sarebbero potenziali fonti di perdite per gli investitori che basano le loro scelte di investimento obbligazionario sui rating emessi. Altre critiche alimentano il sospetto che i ritardi delle agenzie negli aggiustamenti dei rating siano perlopiù dovuti alla protezione della loro credibilità<sup>7</sup>: se i loro giudizi si modificassero troppo frequentemente, con variazioni contrastanti, la credibilità delle agenzie verrebbe fortemente minata ed i mercati e gli investitori finirebbero per attribuire scarso peso alle emissioni di rating.

In concreto le architetture pure PIT e TTC sono gli estremi di un continuum della concezione dei sistemi di rating, la maggior parte dei quali può essere considerata un ibrido tra le due forme estreme<sup>8</sup>. Non è possibile considerare tutte le possibili informazioni sul rischio di credito dell'impresa, come richiesto dall'architettura PIT, perché una parte di esse non è disponibile al rater, non hanno una piena e corretta capacità di forward-looking ed inoltre l'esistenza delle asimmetrie informative condizionano le valutazioni. D'altro canto non è possibile conoscere a che punto si è nel ciclo economico, né di quale entità sarà la fase di depressione. Difficoltà ancora maggiori si hanno nel cercare di distinguere nettamente la parte idiosincratca e quella sistematica del rischio di credito e scomporre ciascuna in componente permanente, strutturale, e componente temporanea, ciclica o stagionale, come richiesto dall'architettura TTC. Lo scenario di stress inoltre dovrebbe essere definito individualmente per ciascuna impresa, identificando anche in esso il contributo delle fasi cicliche dell'economia e quello derivante da fattori specifici dell'azienda. Come si vede il rating TTC, rispetto al PIT, richiede un maggior numero di informazioni di buona qualità ed una migliore capacità di elaborazione per identificare e separare i diversi fattori che influiscono sulla qualità creditizia. Un sistema di rating ibrido tiene conto, in diversa misura, delle condizioni correnti dell'impresa, delle prospettive di lungo

<sup>7</sup> "It is better to be slow and right than fast and wrong" (E. I. Altman & Rijken, 2006).

<sup>8</sup> Morone e Cornaglia (2009) hanno proposto una metodologia per misurare il grado di ciclicità incorporate in un sistema di rating (il grado di "PITness").

periodo e degli effetti ciclici (ovvero delle componenti cicliche e non cicliche, di quelle sistematiche ed idiosincratice); i rating non vengono rivisti nel continuo, ma riesaminati a specifici e fissi istanti del tempo (salvo eventi straordinari). Spesso la complessità dell'architettura del sistema di rating e dei dati necessari ad alimentarlo viene semplificata asserendo che le variabili quantitative sono in generale più prossime ad un comportamento PIT mentre le variabili qualitative tendono ad uno TTC, per la loro stabilità temporale ed il contenuto di inerzia che le caratterizza<sup>9</sup>.

Di seguito vengono esaminate le posizioni dichiarate dalle tre principali agenzie di rating con lo scopo di conoscere, sulla base di documenti pubblicati, la loro illustrazione del concetto di rating through-the-cycle e la spiegazione di come viene applicato. In particolare non vengono presi in considerazione i criteri di rating ma ci si concentra esclusivamente sugli aspetti che riguardano la dinamica dei rating e la prospettiva temporale sulla base della quale sono emessi. Non vengono neppure prese in considerazione le problematiche relative alla costruzione ed interpretazione delle matrici di transizione a diversi orizzonti temporali. Per evitare distorsioni del pensiero originale delle agenzie nella prossima sezione si farà ampio uso di citazioni originali.

Successivamente si prendono in considerazione i principali contributi scientifici in materia proposti da studiosi, consulenti e regolatori.

## 2 LA PAROLA ALLE AGENZIE DI RATING

### 2.1 Standard&Poor's

S&P assegna rating sia agli emittenti (imprese o enti) che alle singole emissioni, sulla base di criteri calibrati per assicurare piena confrontabilità dei rating nel tempo e tra i settori. Il rating è una valutazione del merito di credito (creditworthiness) dell'impresa o dell'emissione e come tale è l'opinione professionale di S&P sulla capacità e volontà dell'emittente di rispettare i propri impegni finanziari alle scadenze contrattuali. Il rating non dovrebbe essere visto come una esatta misura della probabilità di insolvenza, quanto piuttosto come il livello relativo della qualità creditizia. Il rating è forward-looking in quanto l'opinione si riferisce a potenziali eventi nel futuro: quindi il rating non considera solo la situazione corrente, ma include anche l'impatto potenziale di eventi futuri sul rischio di credito. Peraltro il rating non è statico: l'opinione sul merito di credito dell'emittente può mutare se la qualità creditizia si altera in una misura che non era attesa al momento in cui il rating venne emesso. Per assicurare la comparabilità dei rating, S&P verifica periodicamente i tassi di default associati alle singole classi di rating, differenziate per grandi comparti e grandi aree geografiche, applica uno schema generale di analisi e valutazione dei rischi ed impiega un insieme comune di scenari macroeconomici, con severità differenziata tra le diverse classi di rating: ad esempio per meritare il rating AAA l'impresa deve essere in grado di resistere, senza andare in insolvenza, ad uno stress macroeconomico estremo simile a quello della grande depressione degli anni '30 del novecento; gli stress applicati alle classi dell'estremo inferiore della scala di rating sono invece meno severi: S&P precisa che "The scenario for a particular category would reflect a level that credits rated in that category should, in our view, be able to withstand without defaulting (though they might be downgraded to levels near default)" (Standard&Poor's, 2009b)<sup>10</sup>.

---

<sup>9</sup> È errato sostenere che l'uso di variabili qualitative, stabili, generi rating TTC mentre le variabili quantitative conducano a rating PIT: le due architetture differiscono per la filosofia profonda che le caratterizza e non per la natura delle informazioni che prevalentemente le alimentano.

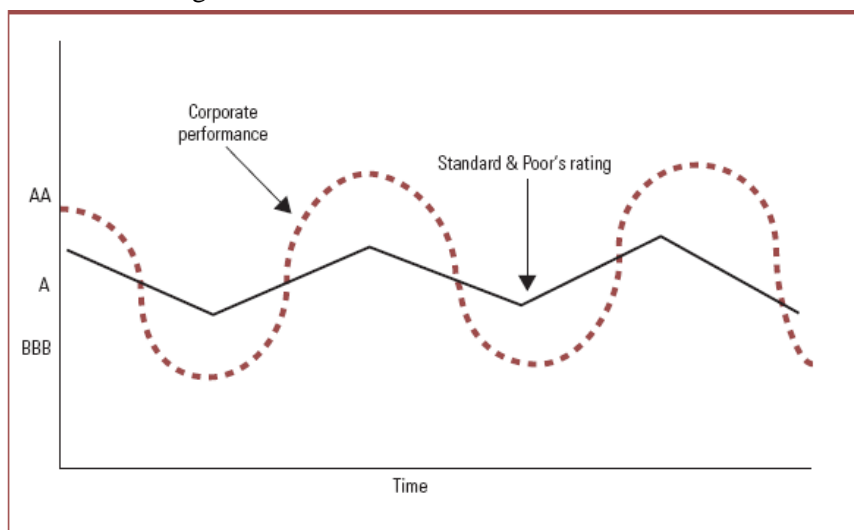
<sup>10</sup> S&P precisa che gli scenari di stress non sono il solo o principale elemento su cui il rating viene basato; agli scenari S&P non abbina specifiche probabilità e pertanto non attribuisce una particolare probabilità di default alle singole classi di rating. Gli scenari presuppongono un punto di partenza di condizioni benigne (benign conditions) ed una traiettoria di rapido deterioramento delle condizioni economiche: se le condizioni iniziali sono meno favorevoli, si applicano scenari proporzionalmente più avversi. S&P ha chiarito nel documento citato diversi riferimenti per gli scenari di stress nelle varie classi di rating: gli emittenti AAA dovrebbero essere capaci di resistere ad "an extreme level of stress", mantenendosi ancora in grado di far fronte ai propri impegni; nelle altre classi i livelli di stress degli

I rating non sono una misura assoluta della probabilità di insolvenza, ma sono orientati ad esprimere un ordinamento (ranking ordinale) della qualità creditizia dell'emittente o dell'emissione. Durante una depressione economica il rating dell'impresa non viene modificato se il suo rango non cambia, anche se la sua probabilità di default (PD) si deteriora.

La ciclicità è strettamente connessa alla dinamica dei rating. Il rating di S&P è forward-looking e l'orizzonte temporale si estende "as far as is analytically foreseeable" (Standard&Poor's, 2008a); in tal modo S&P incorpora nel giudizio di rating gli alti e bassi del ciclo economico, generale o settoriale: "Ratings should never be a mere snapshot of the present situation. Accordingly, ratings are held constant throughout the cycle, or, alternatively, the rating does vary – but within a relatively narrow band" (Standard&Poor's, 2006). Nella metodologia di S&P il business risk è la base per stabilire dei valori standard degli indicatori finanziari riferiti alle diverse classi di rating: l'analisi si focalizza sulla capacità dell'impresa di raggiungere quei livelli standard degli indicatori in media nel corso di un intero ciclo economico, ovvero di quanto può distanziarsene e per quanto tempo: "The ideal is to rate "through the cycle". There is no point in assigning high rating to a company enjoying peak prosperity if that performance level is expected to be only temporary. Similarly, there is no need to lower ratings to reflect poor performance as long as one can reliably anticipate that better times are just around the corner" (Standard&Poor's, 2008a).

Tuttavia, avverte S&P, determinare un rating through-the-cycle richiede la capacità di prevedere le fasi cicliche; i cicli non sono mere ripetizioni di quanto osservato nel passato: alcune fasi possono essere più corte, altre più lunghe, alcune più severe, altre più blande, alcuni picchi possono essere più alti ed alcune depressioni possono essere più profonde e così via. Inoltre i cicli possono impattare in modo diverso imprese di uno stesso settore a seconda che esse abbiano una base patrimoniale robusta e flessibilità finanziaria adeguata oppure che abbiano una capacità competitiva fortemente deteriorata a causa dell'ultimo ciclo negativo; in quest'ultimo caso l'impresa potrebbe non essere in grado di sopravvivere ad una fase negativa del ciclo e non essere in grado quindi di partecipare alla fase di ripresa economica. "Accordingly, ratings may well be adjusted with the phases of a cycle. Normally, however, the range of ratings would not fully mirror the amplitude of the company's cyclical highs or lows, given the expectation that a cyclical pattern will persist" (Standard&Poor's, 2006). Quindi la tipica relazione tra ciclo e rating è quella illustrate nel grafico 2

**Grafico2.** Rating e ciclo economico



Fonte: Standard&Poor's. Corporate criteria, anno 2006, p. 34.

scenari sono: per AA "severe level", per A "substantial level", per BBB "moderate level", per BB "modest level", per B "mild level"; per rating inferiori a B, ovvero CCC, CC e C, S&P non precisa i livelli di severità degli scenari di stress. Uno scenario di "mild" recession può essere approssimato con due trimestri consecutivi di crescita zero.

In generale le imprese con fondamentali robusti difficilmente vedono cambiare in misura significativa il loro rating da parte di S&P in quanto le dinamiche del ciclo sono già incorporate nel rating, a meno che il pattern del ciclo non sia profondamente diverso da quanto atteso al momento dell'emissione del rating. Occorre in ogni caso tenere conto che la sensitività al ciclo e la stabilità dei rating varia significativamente lungo la scala delle classi di rating.

Ad avviso di chi scrive l'esposizione riportata nei punti precedenti è l'indicazione più chiara di come S&P interpreta il rating nel ciclo economico e come esso debba essere determinato in modo da evitarne eccessive oscillazioni, che possono generare confusioni negli investitori.

Nella edizione successiva dei Corporate Criteria (Standard&Poor's, 2008a) il riferimento alla modalità di rating through-the-cycle è incluso nell'analisi del settore e non costituisce un capitolo autonomo come nelle edizioni precedenti (fino a quella del 2006), per quanto conoscibili da chi scrive.

We attempt to avoid high rating to a company at its peak of cyclical prosperity, if that performance level is expected to be only temporary. Similarly, we may not lower ratings to reflect weakening performance because of cyclical factors, if the downturn is likely to be only temporary or there are good prospect for management to respond to the changed circumstances. ... We do not – and cannot – aim to rate “through the cycle” entirely. Rating through the cycle requires an ability to predict the cyclical pattern – usually extremely difficult to do (Standard&Poor's, 2008a).

While market participants seem to believe that we always try to rate through an economic cycle, this ideal does not readily apply to the lower end of the credit spectrum. Trying to rate a 'B' credit through an economic cycle could translate into a very conservative approach to the credit analysis and would fail to recognize that cyclical influences are among the key causes of default. This would, in effect, produce ratings with limited value. For speculative-grade companies, change is the rule, and making adjustments to the ratings when appropriate is the key to adding value (Standard&Poor's, 2008b).

L'edizione del 2013 dei criteri di rating di S&P<sup>11</sup> ha rinnovato profondamente il manuale delle metodologie adottate dall'agenzia. In tale edizione il riferimento al concetto di rating through-the-cycle non è più esplicitamente richiamato, anche se sono numerosi i riferimenti al problema dell'analisi della ciclicità settoriale e del profilo economico-finanziario delle imprese. Nella illustrazione generale dei criteri di rating (Standard&Poor's, 2009), tuttora in vigore, S&P precisa che “Given the movement in economic and credit cycles, we expect rating to change over time as the creditworthiness of rated issuers and obligations rises and falls”.

L'obiettivo del rating through-the-cycle si inquadra nell'obiettivo di dare stabilità ai giudizi di rating di S&P: la stabilità è ritenuta una importante caratteristica dei rating desiderata dagli operatori del mercato finanziario, che per le loro decisioni hanno bisogno di solidi punti di riferimento.

When assigning and monitoring ratings, we consider whether we believe an issuer or security has a high likelihood of experiencing unusually large adverse changes in credit quality under conditions of moderate stress. In such cases, we would assign the issuer or security a lower rating than we would have otherwise. ... To promote rating comparability, we use hypothetical stress scenarios as benchmarks for calibrating our criteria across different sectors and over time. ... The scenario for particular category reflects the level of stress that issuers or obligations rated in that category should, in our view, be able to withstand without defaulting (Standard&Poor's, 2010a).

La tabella 3 riporta il massimo deterioramento stimato sotto condizioni di stress moderato che S&P associa a ciascun livello di rating con orizzonti di 1 e 3 anni (ad esempio S&P non assegna la categoria di rating AA se ritiene che il rating possa diminuire al di sotto della categoria A entro 1 anno sotto condizioni di stress moderato):

---

<sup>11</sup> Cfr. Standard&Poor's (2013a, 2013b).

**Tabella 3.** Massimo deterioramento per classi di rating

<b>Maximum Projected Deterioration Associated With Rating Levels For One-Year And Three-Year Horizons Under Moderate Stress Conditions</b>						
	<b>AAA</b>	<b>AA</b>	<b>A</b>	<b>BBB</b>	<b>BB</b>	<b>B</b>
One year	AA	A	BB	B	CCC	D
Three years	BBB	BB	B	CCC	D	D

Fonte: Standard&Poor's. Credit stability criteria (maggio 2010).

È importante sottolineare che queste transizioni non sono né previsioni di S&P sull'evoluzione dei rating nel tempo, né rappresentano le tipiche traiettorie storiche osservate nell'evoluzione dei rating nel tempo. Esse sono limiti teorici esterni al deterioramento della qualità del credito nelle varie classi di rating sotto diversi livelli di severità degli stress incorporati negli scenari. S&P si aspetta che in condizioni economiche benigne o in presenza di stress miti o modesti, simili a quelli che caratterizzano gli stress per le classi B e BB, il deterioramento della qualità creditizia sia relativamente limitato; per contro il deterioramento sarà molto maggiore in presenza di stress severo (simile a quello per la classe AA) o estremo (simile a quello che deve essere superato per meritare la classe AAA). Questo schema funziona come fattore limitativo dei rating assegnati a crediti che sono ritenuti vulnerabili ad instabilità eccezionalmente elevate. Si osservi che questo approccio è asimmetrico, nel senso che è riferito solo a deterioramenti della qualità creditizia e non ne considera miglioramenti.

La tabella 4 riporta i parametri principali degli scenari di stress adottati da S&P:

**Tabella 4.** Parametri macroeconomici di scenari di stress

<b>Macroeconomic Stress Scenario Parameters</b>						
<b>Stress scenario</b>	<b>B</b>	<b>BB</b>	<b>BBB</b>	<b>A</b>	<b>AA</b>	<b>AAA</b>
GDP decline (%)	0.5	1	3	6	15	26.5
Unemployment (%)	6	8	10	15	20	24.9
Equity market decline (%)	10	25	50	60	70	85

Fonte: Standard&Poor's "The time dimension of Standard&Poor's credit ratings", set. 2010.

S&P distingue chiaramente tra credit stability e rating stability.

... Standard&Poor's explicitly factors credit stability into ratings. ... noting the distinction between credit stability and rating stability. Credit stability refers to whether the creditworthiness of an issuer or issue is susceptible to sudden changes. Rating stability refers to whether a rating is susceptible to sudden changes. In focusing on credit stability, Standard&Poor's considers whether an issuer or an issue has a high likelihood of experiencing unusually large adverse changes in credit quality under conditions of moderate stress. ... The emphasis on stability in the face of stress is different from the idea of stability over time. Indeed, in strict sense, Standard&Poor's notion of credit stability is not tied to any specific interval of time or even time. The only way to impute a connection between "stability over time" and "stability vs. stress" is through an assumption or expectation about the frequency with which episode of stress occur (Standard&Poor's, 2010b).

Questi aspetti sono strettamente connessi all'orizzonte temporale che S&P incorpora nei suoi rating:

...ratings on speculative-grade credits are based on analysis of shorter time horizons, generally emphasizing two years, because such credits are inherently vulnerable to the ordinary fluctuations of the business cycle. Conversely, ratings on investment-grade are based on analysis of longer time

horizons, generally three to five years, because such credits should be able to survive the ordinary cyclical fluctuations<sup>12</sup>. Market participants have sometimes condensed ... a slogan: “Standard&Poor’s rates through the cycle”. ... the time horizon of a rating can be viewed from two perspectives. The first relates to the time horizon of the analytic exercise itself. The second relates to the idea that the potential for greater stress increases as the time horizon extends (Standard&Poor’s, 2010b).

La prima prospettiva riguarda l’affidabilità delle previsioni e delle proiezioni, che ovviamente è maggiore su orizzonti di breve periodo; per contro il quadro delle forze competitive in campo o le relazioni strutturali che collegano specifici fattori industriali alle imprese che vi operano possono prestarsi a previsioni di più lungo termine. La seconda prospettiva riguarda l’entità degli shock e degli stress economici e la frequenza con cui si verificano: gli episodi di stress leggeri sono più frequenti degli stress con livelli di shock estremi; quindi gli emittenti con fondamentali robusti vengono colpiti in modo rilevante in misura meno frequente degli emittenti più deboli, a cui è sufficiente anche uno shock leggero per subire significativi aggravamenti della loro situazione. Quindi le imprese collocate nelle classi migliori dovrebbero sopravvivere più a lungo rispetto alle imprese classificate nelle categorie di rating peggiori: in questo senso il fattore tempo è implicitamente incluso nell’orizzonte di rating (i rating migliori hanno un orizzonte più lungo rispetto ai rating peggiori).

Come si vede, rispetto a quanto pubblicato alcuni anni or sono, in epoche più recenti S&P sembra prendere qualche distanza dall’approccio di rating through-the-cycle, per privilegiare maggiormente la reattività dei propri giudizi al mutare delle situazioni economiche o/e dell’emittente. Ad avviso di chi scrive non sono estranee a questo cambiamento di enfasi le critiche ricevute sulla immobilità dei giudizi dell’agenzia se confrontata con i cambiamenti delle situazioni dei mercati e delle imprese, critiche che si sono aggravate durante la grande crisi iniziata nel 2007/2008. In sintesi la distinzione tra i due approcci dei sistemi rating è sintetizzata da S&P nel seguente modo:

- a) PIT: cyclical, forward looking
- b) TTC: a-cyclical, cycle average

## 2.2 Moody’s

I rating assegnati da Moody’s sono opinioni forward-looking dei rischi di credito relativi (in senso ordinale) riguardanti obbligazioni finanziarie emesse da imprese, istituzioni finanziarie, enti, società-veicolo e così via. I rating a lungo termine riflettono sia la probabilità di insolvenza su impegni contrattuali, sia le perdite attese sofferte in caso in cui si verifichi l’evento insolvenza.

Come si vede i rating di Moody’s, a differenza di quelli di S&P e Fitch includono anche l’impatto della LGD (loss given default) e quindi hanno la perdita attesa (EL) come punto di riferimento<sup>13</sup>. Il concetto di rating come capacità di ordinamento dei rischi relativi di credito è invece un tratto comune alle tre agenzie (il rating come segnale stabile del rischio di credito relativo).

La base delle analisi dell’agenzia è l’approfondita comprensione dei fattori di rischio a cui è soggetto l’emittente, che possono pregiudicarne la sopravvivenza a lungo termine e la sua creditworthiness fondamentale. Il focus è sul lungo periodo, ovvero il prossimo ciclo economico od oltre. I comitati di rating di Moody’s prendono inoltre in considerazione una varietà di

---

<sup>12</sup> Per quanto riguarda i rating outlooks S&P pone enfasi su un orizzonte di un anno. La previsione a due oppure a tre-cinque anni viene sviluppata con l’ausilio di simulazioni sul possibile futuro comportamento dell’impresa, tenendo conto della probabile evoluzione delle condizioni economiche generali e settoriali.

<sup>13</sup> Peraltro Moody’s, a proposito di specifiche metodologie settoriali, avverte che “While our ratings reflect both the likelihood of a default on contractually promised payments and the expected financial loss suffered in the event of default, the scorecard in this rating methodology is principally intended to capture fundamental characteristics that drive going-concern credit risk” (Moody’s, 2017).

scenari con l'obiettivo di misurare la capacità dell'emittente di far fronte ai propri impegni finanziari anche in condizioni ragionevolmente avverse, economicamente plausibili alla luce delle caratteristiche dell'emittente stesso.

Le versioni più recenti delle metodologie di rating pubblicate da Moody's sulle proprie pagine web hanno riferimenti meno specifici sull'approccio TTC e quindi in questa sede vengono considerate alcune delle versioni precedenti delle metodologie, dando per scontata una sostanziale continuità delle logiche di analisi e di valutazione dal parte dell'agenzia.

A rating is Moody's opinion ... of the ability and willingness of an issuer to make timely payments on debt instrument, such as a bond, over the life of that instrument. ... Moody's corporate bond ratings are intended to be "accurate" and "stable" measures of relative<sup>14</sup> credit risk, as determined by each issuer's relative fundamental creditworthiness and without reference to explicit time horizons. Moody's performance should therefore be measured by both rating accuracy (the correlation between ratings and defaults) and rating stability (the frequency and the magnitude of rating changes). ... To the large extent, Moody's desire for stable ratings reflect the view that more stable ratings are "better" ratings. Moody's ratings should change whenever relative credit risk, as measured by fundamental credit analysis, changes<sup>15</sup> (Moody's, 2003)<sup>16</sup>.

I ratings non sono specifici di un particolare orizzonte di investimento, ma sono orientati a cogliere il rischio di insolvenza relativo su orizzonti multipli.

Moody's does not manage its ratings to achieve cardinal accuracy or to maintain constant default rates by rating category. Doing so would require Moody's to change its ratings en masse in response to changes in cyclical conditions. Rather, ratings are changed "one-at-a-time" as needed in order to improve the current rank ordering of credit risk. ... the combination of Moody's through-the-cycle rating approach and the long-term stability of the economy implies that future long-horizon expected loss rates are likely to be similar to historical loss rates for specific rating categories. ... Though transitory shocks might temporarily increase the relative credit risk of a firm, these shocks are often short-lived and, once passed, have little effects on issuers as going concerns. A through-the-cycle approach places low weight on short-term credit shocks and thereby reduces rating volatility in general and the likelihood of rating reversals (upgrades followed by downgrades or vice versa) in particular. (Cantor & Mann, 2003)<sup>17</sup>.

A rating agency cannot realistically be expected to be able to precisely anticipate future changes in macroeconomic conditions...As a consequence, we expect that actual, measured default rates by rating category will exhibit pronounced cyclical patterns, rising in recession and falling in recovery. Therefore, while it is impossible to produce constant *realized* default rates, one of Moody's goal is to achieve stable *expected* default rates across rating categories and time. (Moody's, 1999e).

L'obiettivo della stabilità dei rating è considerato un aspetto importante da parte di Moody's, che al riguardo ha svolto un'indagine presso gli operatori del mercato finanziario: le risposte ottenute hanno confermato che gli operatori tendono ad opporsi a cambiamenti frequenti dei rating e preferiscono la loro stabilità. Nell'ottica degli investitori il rating dovrebbe esprimere

<sup>14</sup> Cantor e Mann apparentemente hanno introdotto una distinzione, senza precisarla, tra sistemi di rating orientati ai rischi relativi e sistemi di rating ordinali: "A relative credit rating system is by design more stable than an ordinal system, since macro-fluctuations in credit risk will not necessarily be reflected in the former through rating changes" (Cantor & Mann, 2007 nota 4). Ma gli stessi autori in una pubblicazione del 2003 hanno esplicitamente fatto coincidere sistemi ordinali e sistemi orientati ai rischi relativi: "Moody's primary objective is for its rating to provide an accurate *relative* (i.e.ordinal) ranking of credit risk at each point in time, without reference to an explicit time horizon" (Cantor & Mann, 2003).

<sup>15</sup> "...and the change is unlikely to be reversed in a short period of time" (Cantor & Mann, 2003).

<sup>16</sup> La "relative creditworthiness" secondo Moody's può essere definita come "relative expected loss rate". Quindi il rating secondo Moody's va inteso come misura ordinale della perdita attesa di lungo periodo (ordinal measure of long-horizon expected loss).

<sup>17</sup> Sul tradeoff tra accuracy e stability si veda anche Cantor e Mann (2007): il miglioramento dell'accuracy, mantenendo la stabilità dei rating viene raggiunta da Moody's ricorrendo ai rating outlooks ed alle watchlists con cui comunica al mercato ed agli investitori i cambiamenti potenziali ed a breve termine dei rating.

l' "issuer's relative fundamental credit risk, which they perceive to be a stable measure of intrinsic financial strength" (Moody's, 2002). Una delle ragioni della preferenza per la stabilità delle valutazioni delle agenzie è relativa al fatto che se i rating subissero dei cambiamenti frequenti, gli investitori in titoli a reddito fisso potrebbero dover effettuare ripetuti aggiustamenti dei loro portafogli, con inevitabili eccessivi costi per transazioni. Anche gli emittenti sono interessati a rating stabili, con l'obiettivo di avere accesso al mercato finanziario ancora per molti anni successivi all'emissione obbligazionaria per la quale hanno richiesto il giudizio dell'agenzia.

Facendo riferimento alle metodologie di specifici settori è possibile acquisire maggiori dettagli sull'approccio TTC di Moody's. I (pochi) settori considerati in questa sede sono scelti tra quelli con maggiore sensibilità ai cicli economici, che pongono ai raters le maggiori difficoltà per stimare la capacità di generazione di cassa durante il ciclo e verificarne la sufficienza rispetto ai prevedibili impegni, ivi compresi i fabbisogni per il circolante (sia quelli permanenti che quelli temporanei) e per gli investimenti fissi. In tali settori, tra l'altro, la disponibilità di rilevanti risorse liquide è una rilevante componente del giudizio di rating alla luce delle difficoltà che possono insorgere nelle fasi più depresse del ciclo economico (la cosiddetta "liquidity during cyclical downturn"):

- a) Settore auto: "One of the biggest challenges for cyclical and capital intensive industries such as auto manufacturing is to have a business model in place that generates a sufficient return on assets and investment over the cycle to attract capital and to produce sufficient level of cash flow to service debt. ... Moody's assess an individual company's historical operating performance and its earnings volatility over the cycle to evaluate its business model and prospects for earnings sustainability" (Moody's, 2004).
- b) Commodities: "In order to be useful as long-term indicators of credit risk, ratings should accommodate the expected volatility in a company's operating performance and debt-protection measures throughout a *normal* commodity cycle, given the company's *existing* and *expected* capital structure, business portfolio and competitive position. Rating should *not* be based on best or worst case projections of debt protection measures during cyclical peaks and trough. Rather, they should be based on a normalized level, taking into consideration the length of the peak or trough, as well as the volatility of the debt-protection measures in response to the cycle" (Moody's, 2000d).
- c) Settore petrolifero: "... our long-term ratings are intended to capture debt protection and trends over a period of time. We are taking a forward look in our ratings, in essence trying to evaluate future operating trends and project future cash flow and earnings to arrive at an adjusted balance sheet in 3-5 years time. Key determinants of a rating are the volatility of a company's cash flow and underlying debt coverage relative to the risks undertaken and to the company's peer group. ... We aim, as much as possible, to rate companies "through the cycle", which means that at any given point in time a company's rating could look too high or low or might not correlate closely with its financial measures. ... Our goal is to try to assess the downside risks to cash flow and to derive a reasonable projection of cash flow protection to arrive at an appropriate credit rating" (Moody's, 1999a).
- d) Settore chimico: "... we attempt to understand the characteristics of the industry and the performance of a company at all points in the cycle with the objective of assigning ratings that we think will be most durable. ... What we generally try to avoid is upgrading at peaks and downgrading during weak times. Central to this approach is the understanding the nature of the cycle, what happens in the industry during peaks and troughs and the specific attributes of a credit that will drive its performance over the cycle. ... The actual process of rating through the cycle involves a range of scenarios. For instance, we project the company's financial coverage ratios in both a cyclical upturn and a downturn." (Moody's, 1999c, 2001b, 2001a).



- e) Settori legno e carta: “Like most other producers of commodity products, these companies’ debt-protection measures are quite volatile. However, this volatility does not result in significant movements of the ratings because Moody’s “rate through the cycle” approach factors out one or even two unusually good or bad years, allowing the rating to remain constant. We use our own projections of pricing levels for the next industry cycle, apply it uniformly to all companies within the industry and assign ratings that captures these companies’ probable levels of debt protection more or less at the middle of the up-coming cycle” (Moody’s, 1999d, 1999b, 2000c, 2000b, 2000a).

Nelle versioni più recenti delle metodologie<sup>18</sup> di rating pubblicate da Moody’s sugli stessi settori esaminati sopra non vi sono più riferimenti espliciti all’approccio TTC, ma vi sono specifiche indicazioni di analisi delle misure di volatilità dei ricavi, dei margini<sup>19</sup>, dei flussi di cassa e delle metriche di debt protection e di come esse vengono fattorizzate nel giudizio di rating. Un esempio di generico riferimento ad un’analisi pluriennale è quello citato a proposito della metodologia di rating dell’industria chimica pubblicata nel 2018: “Our rating are forward-looking and reflect our expectations for future financial and operating performance. However, historical results are helpful in understanding patterns and trends of a company’s performance as well as for peer comparisons. ... the factors in the scorecard can be assessed using various time periods. For example, rating committees may find it analytically useful to examine both historic and expected future performance for periods of several years or more which may constitute a “business cycle” for a particular chemical or sub-sector” (Moody’s, 2018). Un riferimento più esplicito è rinvenibile nella metodologia riguardante il settore automobilistico: “Scorecard-indicated outcomes in cyclical sectors may be above the rating at the top of the cycle and below the rating at the bottom of the cycle. While using annual financial in the grid typically provides very useful insights into recent or near-term results, ratings may also reflect our expectations for the progression of yearly results over a longer period that may include a full economic cycle” (Moody’s, 2017).

### 2.3 Fitch

I rating di Fitch sono un’opinione professionale sulla capacità dell’emittente<sup>20</sup> (impresa od ente) di far fronte ai propri impegni, come il pagamento di interessi, dividendi privilegiati, rimborsi di debiti, indennizzi assicurativi e simili. I rating esprimono i rischi con un ordinamento per ranghi relativi, ovvero sono misure ordinali del rischio di credito e non sono predittivi di specifiche frequenze di default. Peraltro, come per le altre agenzie, le statistiche

<sup>18</sup> Moody’s ha modificato l’impostazione delle proprie pubblicazioni metodologiche, basandole su specifiche scorecard di settore, che, pur senza includere un trattamento esaustivo di tutti i fattori di rating, hanno sicuramente migliorato la comprensibilità e la trasparenza dei criteri di rating dell’agenzia. Tuttavia i criteri generali che ispirano le metodologie di settore sono meno evidenti, tra questi l’approccio TTC. Come abbiamo visto prima, un percorso simile è stato intrapreso anche da S&P ed è stato sottolineato che la riduzione dell’enfasi sul concetto di TTC che accumuna Moody’s e S&P potrebbe essere messa in collegamento con le critiche ricevute dalle agenzie sulla lentezza dei loro giudizi a reagire agli eventi di crisi (secondo questa critica i rating non sono altro che indicatori ritardati del rischio di credito). Si veda anche la nota 34 a pag. 24 di questo documento.

<sup>19</sup> L’analisi della stabilità dei margini lordi del settore chimico pubblicata nel 2006 illustra le modalità con cui Moody’s misura la volatilità: “Stability of EBITDA: This factor is measured by the historical standard error of the company’s EBITDA as determined by a least squares regression on seven to ten years of data. We utilize standard error rather than standard deviation as it is much better at differentiating between commodity and specialty chemical companies. Standard deviation is a static measure that cannot differentiate between a stable company growing over time and a commodity company whose volatility is induced by changes in its cash margins. Standard error is a statistical measure of the difference between the company’s actual performance versus a theoretical line drawing through the data ...” (Moody’s, 2006). Le versioni successive della stessa metodologia pubblicate nel 2013 e nel 2018 si esprimono in termini generici a proposito dell’analisi della volatilità. In altri settori invece la volatilità è misurata da Moody’s con lo scarto quadratico medio della variabile su un arco di 5 anni.

<sup>20</sup> Il rischio sull’emittente è un’opinione che non si riferisce ad una specifica scadenza, come nel caso di rating sulle emissioni, ma ha un’ottica di ampio respiro a medio-lungo termine: in concreto si basa su valutazioni forward sui prossimi 3-5 anni, ma tiene conto di fattori operativi, finanziari e strategici che possono avere un impatto a lungo termine sull’emittente.

sulle matrici di transizione consentono di avere informazioni sui tassi di insolvenza per singole categorie di rating, a diversi orizzonti temporali. Fitch costruisce i propri rating in modo che siano confrontabili tra imprese appartenenti a settori diversi od a paesi diversi. La valutazione di rating è basata su dati storici e previsionali; le previsioni sono sviluppate su un orizzonte di tre-cinque anni, combinate con i dati storici dei tre anni più recenti. Ogni analisi d'impresa viene completata da confronti con altre imprese comparabili (peers) per settore e dimensione e da una accurata analisi di sensitività, per valutare la capacità dell'impresa di affrontare cambiamenti significativi nelle variabili più rilevanti che la riguardano.

Fitch valuta i rischi dell'emittente con una varietà di scenari per assicurare stabilità ai propri rating. Gli scenari sono sviluppati sulla base dei rischi potenziali che l'impresa può incontrare. Vengono formulate due versioni dell'analisi: il rating-case e lo stress-case. Il rating-case è definito da un insieme di proiezioni prudenziali (a 3-5 anni) che formano la base della valutazione dell'impresa. Lo stress-case è uno scenario previsionale conservativo tale da poter comportare una diminuzione del rating di almeno un notch. Il rating-case e lo stress-case sono esaminati congiuntamente per determinare il giudizio complessivo e il margine di sicurezza incorporato in esso<sup>21</sup>. Il rating AAA, ad esempio, è progettato per restare stabile nel tempo, non rispondere all'evoluzione del tipico ciclo economico e cambiare solo a seguito di uno stress significativo (il giudizio sulla qualità creditizia qualificata AAA è altamente improbabile che sia influenzato da eventi prevedibili, essendo questi già incorporati nel rating emesso da Fitch).

La seguente tabella 5 ed il grafico 3 illustrano esempi degli effetti di stress test su alcuni livelli di rating e sulla loro capacità di resistenza:

**Tabella 5.** Transizioni di rating in diverse situazioni macroeconomiche

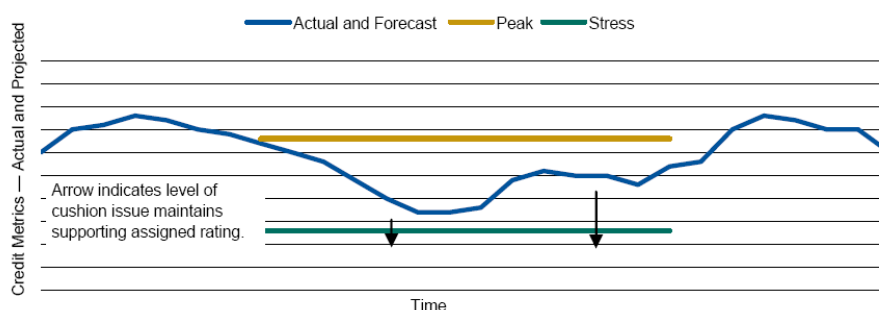
### Example of Rating Transitions in Different Economic Environments

Pre-stress rating ↓	Economic stress →		
	Downturn as previously expected	Downturn marginally higher than expected	Unexpectedly severe recession possibly exceeding historical peaks
AAA	AAA	AAA	AA/A
BBB	BBB	BB	B-/CCC
BB	BB	B-/CCC	CC

Fonte: Fitch "Inside the ratings: comparing structured finance and other ratings" (FitchRatings, 2010).

**Grafico 3.** Rating in diversi scenari

### Through the Cycle Concept in Corporate Finance Ratings



Fonte: Fitch "Defining rating scenarios" (FitchRatings, 2011).

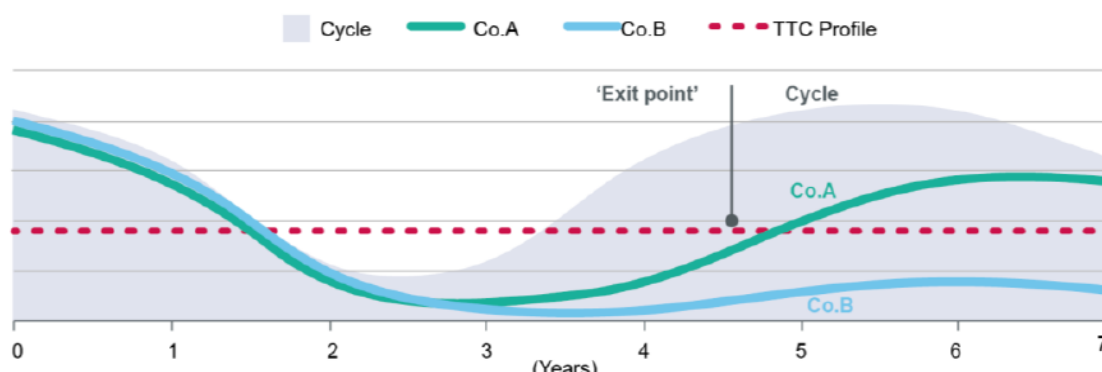
"In rating cyclical companies, Fitch's forecasts take a view on credit-protection measures and profitability "through the cycle". The primary challenge in rating a cyclical issuer is

<sup>21</sup> Ovvero di quanto può peggiorare la situazione corrente dell'impresa prima che si renda necessario un downgrade.

deciding when a fundamental shift in financial policy or a structural change in the operating environment has occurred that would necessitate a rating change” (Fitch IBCA, 1999; FitchRatings, 2018). Il grafico 4 seguente illustra la concezione del rating TTC di Fitch usando come esempi le traiettorie di due imprese:

**Grafico 4.** Rating Through-the-cycle secondo Fitch

#### Rating Through the Cycle



Fonte: Fitch, Corporate rating criteria. 2018.

L'impresa A soffre durante la recessione ma si prevede che sarà in grado di recuperare il suo profilo through-the-cycle, rappresentato dalla linea tratteggiata, con un punto di uscita di 18-24 mesi dopo il punto di minimo del ciclo. La linea tratteggiata riproduce un particolare livello di rating. Per contro l'impresa B soffre grandemente nel corso della depressione e non appare in grado di rispondere adeguatamente alle sfide poste dall'evoluzione negativa del ciclo economico. Le cause possono essere molteplici: riduzione strutturale della capacità di produrre cash flow, aumento significativo del leverage per finanziare i fabbisogni emersi nella recessione, modifica sfavorevole del business model, cambiamento della domanda di mercato, e così via. Questa impresa quindi avrà un peggioramento del suo livello di rating per renderlo coerente con il suo profilo di credito: in sostanza subirà un downgrade su una linea analoga a quella tratteggiata, ma spostata più in basso rispetto a quella riportata nel grafico. Un'ipotetica impresa C, non riprodotta nel grafico, che per gravi problemi di liquidità durante la recessione non riuscisse a sopravvivere al ciclo vedrebbe interrotto il rating.

Il concetto di rating TTC ha particolari applicazioni alle imprese che producono od operano nel campo delle commodities: “In assessing commodity companies’ credit rating, Fitch projects future operational performance and financial profiles using various assumptions including market-based forward-price indications for the near term, and a “mid-cycle commodity price” for the medium-term profile” (FitchRatings, 2009; FitchRatings, 2018).

“The greatest challenges facing analysts in rating a cyclical company are to capture its equilibrium and distinguish fundamental changes in credit quality from cyclical trends. Companies that operate in cyclical industries typically experience large swings in operating cash flow and operating rates as supply and demand fluctuates over a cycle. At cyclical peaks and troughs, these companies do not resemble the credit profile consistent with their rating categories. However, Fitch IBCA’s ratings are not based on company’s performance at a point in the cycle, but rather on an intermediate-term, forward-looking perspective. Fitch IBCA’s approach to rating cyclicals is to analyze credit protection measures and profitability over cycles to determine whether operations and funding remain appropriate for the rating category. Fitch IBCA also evaluates a company’s ability to sustain minimum acceptable levels of capital expenditures and product development spending to protect its competitive integrity. A rating change is considered only if a long-term trend in industry dynamics alters a company’s operating environment or causes a significant change in its operating efficiency of competitive position” (Fitch IBCA, 1999).

A proposito della metodologia di rating delle imprese di raffinazione petrolifera: “Fitch believes that an evaluation of each company’s overall business risk and strategy during cyclical peaks and troughs is essential to determining its appropriate long-term credit quality. Ratings are based on normalized (midcycle) cash flows and coverage ratios, which allow rating changes to be based primarily on the significance changes in a company’s capital structure, asset base, cost structure and other fundamental factors rather than short-term cyclicity. ... In addition, Fitch “stress tests” key model inputs like the crack spreads to see how much they would need to change before they violate bond covenants” (FitchRatings, 2007).

Valori di riferimento dei principali indicatori economico-finanziari di settori ciclici si riferiscono al livello di mid-point del through-the-cycle range per ancorare le analisi ad un’ottica meno condizionata dai valori correnti delle variabili.

#### 2.4 Altre agenzie

Senza esplorare in profondità le metodologie di altre agenzie, può essere utile integrare le descrizioni precedenti con un’osservazione critica sulla filosofia TTC espressa dall’agenzia tedesca Scope AG tratta dalla sezione “Cyclical vs. structural risks and the fallacy of rating ‘through the cycle’” della loro nota metodologica: “Scope’s ratings aim to provide a medium-to long-term view of a corporate issuer and its obligations. This means that a temporary dip in earnings – quarterly, semi-annually or even annually – is not necessarily a reason to downgrade a rating. However, the downgrade may be justified if the drop in earnings is the result of a structural deterioration in credit fundamentals. Avoiding unnecessary rating changes triggered by earnings increasing or decreasing is not tantamount to ‘rating through the cycle’, something Scope considers as an excessive passive rating approach. The lengthy financial crisis that started in 2007 proved once again that what was previously viewed as resistant structures can be washed away by cyclical trends. Scope also aim (i) to avoid rating pro-cyclically and (ii) where possible, to anticipate the effect of cyclical trends on structural risks. As mentioned above, this translate into ratings that aim to be forward-looking rather than reactive” (Scope Ratings, 2014).

### 3 LA REGULATION BANCARIA

La regulation bancaria, nota come accordo di Basilea, ha introdotto l’uso dei sistemi di rating interni per la determinazione del capitale di vigilanza; allo scopo di evitare effetti indesiderati di eccessiva prociclicità<sup>22</sup> del requisito patrimoniale è raccomandato che i sistemi di rating interni siano costruiti con un approccio through-the-cycle<sup>23</sup>. I sistemi ispirati alla filosofia PIT possono indurre le banche ad un comportamento eccessivamente prociclico nelle loro decisioni di credito, con l’effetto di amplificare il ciclo reale. Il timore è che requisiti prociclici spingano le banche nei momenti di crisi a riallocare il credito alle controparti più robuste, riducendolo a quelle più fragili, con il risultato di accentuare le difficoltà di queste ultime, aumentare le insolvenze ed inasprire le fasi negative del ciclo, con danni generalizzati al tessuto economico. Un’altra critica che può essere mossa ai sistemi PIT riguarda il fatto che possono favorire progetti a breve termine, che possono migliorare le condizioni economiche correnti delle imprese, a scapito delle loro prospettive a lungo termine. Inoltre poiché i crediti, specie quelli

---

<sup>22</sup> La prociclicità non è altro che la tendenza del requisito patrimoniale di crescere durante la fase negativa del ciclo e diminuire nella fase di ripresa. La prociclicità deriva in buona parte dalla migrazione delle imprese tra le classi di rating (alle variazioni delle PD vanno aggiunte quelle delle EaD e delle LGD). Il processo di migrazione dipende da come è strutturato il sistema di rating. Si noti che occorre non confondere la dinamica delle migrazioni con la dinamica della qualità creditizia delle imprese ( Si veda anche Borio, Furfine, & Lowe, 2001; CEBS, 2009).

<sup>23</sup> Il ruolo dei sistemi di rating TTC nell’attenuazione della prociclicità dei requisiti patrimoniali è sottolineato anche da Panetta & Angelini, 2009. I rating TTC non sono ovviamente statici ed immutabili nel ciclo; le agenzie modificano i loro giudizi specie nelle fasi di crisi del ciclo economico in risposta a peggioramenti non anticipati della qualità creditizia delle imprese. Il punto importante ai fini della prociclicità del sistema finanziario quindi è se i rating mettono in luce un co-movimento eccessivo con il ciclo. Sulla relazione tra sistemi TTC e prociclicità si può consultare anche Benford & Nier (2007) della Bank of England o Catarineu-Rabell, Jackson, & Tsomocos (2005).

verso le piccole e medie imprese, sono attività sostanzialmente illiquide (non considerando le cartolarizzazioni) le decisioni che li riguardano dovrebbero avere un orientamento meno a breve termine e più a lungo termine in modo da tenere conto dell'orizzonte temporale della loro liquidabilità.

Con riferimento al tema di questo lavoro, la regulation di Basilea definisce in senso TTC l'orientamento da assegnare al sistema di rating interno della banca: "Although the time horizon used in PD estimation is one year ... banks are expected to use a longer time horizon in assigning ratings. A borrower rating must represent the bank assessment of the borrower's ability and willingness to contractually perform despite adverse economic conditions or the occurrence of unexpected events. The range of economic conditions that are considered when making assessment must be consistent with current conditions and those that are likely to occur over a business cycle within the respective industry/geographic region. Rating system should be designed in such a way that idiosyncratic or industry-specific changes are a driver of migration from one category to another, and business cycle effects may also be a driver" (Basel Committee on Banking Supervision, 2017)<sup>24</sup>.

L'orientamento TTC adottato dal Comitato di Basilea rende anche coerenti le misure del rischio di credito dei sistemi interni di rating delle banche con quelle previste nell'approccio standard della regulation, basato sulle valutazioni emesse da agenzie di rating (ECAI), il cui modello ispiratore è dichiaratamente TTC.

La raccomandazione della regulation di ricorrere all'approccio TTC come base per lo sviluppo del sistema interno di rating da parte delle banche per contenere la prociclicità del calcolo del requisito patrimoniale è condivisa da numerosi accademici ed operatori del mercato finanziario (Catarineu-Rabell, Jackson, & Tsomocos, 2005), ma non da tutti.

Il collegamento forzato tra misura TTC del rischio di credito e attenuazione della ciclicità del requisito patrimoniale è stato messo in discussione da Gordy & Howells (2006). Nella loro analisi hanno individuato tre metodi con cui la prociclicità può essere smorzata: 1) la banca può adottare una metodologia di rating TTC che filtra l'impatto del ciclo economico sulla valutazione del rischio, riducendone la sensibilità alle condizioni macroeconomiche; 2) la prociclicità può essere ridotta appiattendolo la funzione con cui è calcolato il requisito per ridurre la sensibilità alle variazioni della PD; 3) il supervisore può applicare una regola di smussamento direttamente all'output della funzione di calcolo del requisito. Con il primo metodo si ottiene lo smussamento dell'output del calcolo del requisito patrimoniale tramite lo smussamento dell'input, mentre con il terzo si smussa l'output senza alterare l'input. Sia  $C_{it}$  il valore (output) non smussato della funzione di calcolo del requisito per la banca  $i$ -esima al periodo  $t$ , il valore smussato del requisito è calcolabile con un processo autoregressivo del tipo

$$\hat{C}_{it} = \hat{C}_{it-1} + \alpha[C_{it} - \hat{C}_{it-1}],$$
 ove  $\hat{C}_{it}$  è il valore regolamentare applicato alla banca ed  $\alpha$  è il parametro che controlla il grado di smussamento. Un'altra procedura di smussamento può essere  $\hat{C}_{it} = \alpha_t * C_{it}$  in cui il coefficiente  $\alpha$  viene aggiustato in base allo stato del ciclo economico: viene ridotto durante una recessione, in modo da compensare l'aumento delle PD, ed aumentato durante una fase di espansione, per compensare la diminuzione delle PD.

Se dal punto di vista del primo pilastro della regulation, argomentano gli autori, i tre approcci possono essere considerati equivalenti, dal punto di vista del terzo pilastro, quello fondato sul mercato, i tre approcci hanno implicazioni diverse: "... adoption of through-the-cycle rating systems would destroy the comparability across time from changes of the IRB capital requirement. Market participants would be unable to infer changes in portfolio risk from

<sup>24</sup> Nella versione del 2004 (Basel Committee on Banking Supervision, 2004) la regulation specificava: "A borrower rating must represent the bank's assessment of the borrower's ability and willingness to contractually perform despite adverse economic conditions or the occurrence of unexpected events. For example, a bank may base rating assignment on specific, appropriate stress scenarios. Alternatively, a bank may take into account borrower characteristics that are reflective of the borrower's vulnerability to adverse economic conditions or unexpected events, without explicitly specifying a stress scenario" (Basel Committee on Banking Supervision, 2004).

changes in a bank's capital ratio. As through-the-cycle is also poorly suited for internal pricing and risk-management purposes, we strongly recommend against this approach" (Gordy & Howells, 2006). Non è questa la sede per sviluppare una completa analisi del problema della prociclicità della regulation di Basilea e quindi l'attenzione viene diretta sull'utilità dell'approccio TTC nell'ambito del quadro regolamentare.

Gli autori hanno sviluppato una articolata simulazione per confrontare gli effetti dei tre approcci sulla ciclicità dei requisiti calcolata su un insieme di portafogli bancari artificiali composti da crediti di uguali dimensioni, ma eterogenei per quanto riguarda la qualità creditizia (e scadenza). La PD PIT è generata con un approccio simile a quello adottato in CreditMetrics; le imprese sono classificate in classi di rischio, il cui processo che ne governa gli spostamenti è per ipotesi descritto da una matrice di transizione ad un anno omogenea dal punto di vista temporale: "The implications of imposing a time-homogeneous Markov transition process are often underappreciated. The model rules out serial dependence of any form in the rating process, so the rating must be interpreted as a sufficient statistic for the one-year probability of default. Put another way, while the ex post default frequency for a grade might vary over time, the ex ante probability of default associated with the grade is constant. As firm-level accounting variables and macroeconomic indicators may be serially correlated, the rating system must incorporate all expected change in those variables into a rating assignments, so that only unexpected shocks determine rating change over the subsequent interval. This property is the defining characteristic of a point-in-time (PIT) rating system. Equity markets filter information in much this manner, so structural default models calibrated to equity returns ought to yield (more or less) PIT ratings" (Gordy & Howells, 2006).

Il rating TTC è ottenuto dai due autori semplicemente ordinando le imprese simulate in base alla loro PD all'inizio di ogni periodo ed assegnando le stesse a classi di rischio sulla base del loro rango<sup>25</sup>. Questo approccio si basa sulla definizione data dalle agenzie al loro rating: "the prime objective of [rating] agencies is to provide an accurate relative (i.e. ordinal) ranking of credit risk at each point in time" (cit. in Gordy & Howells, 2006). Ne segue che nella simulazione il numero delle imprese assegnato a ciascun grado è time-invariant per l'economia nel suo complesso, ma la distribuzione all'interno di ciascun portafoglio bancario è libero di variare. Le PD sono poi calcolate per ciascuna classe di rischio TTC.

A conclusione del loro esercizio simulativo, Gordy ed Howells possono confermare che "Dampening the inputs to the IRB capital formula by adopting through-the-cycle rating methodology effectively reduces capital volatility, but at great cost. Changes in a bank's capital requirements over time would be only weakly correlated with changes in its economic capital, and there would be no means to infer economic capital from regulatory capital. Thus, Pillar 3 disclosures would fail to help market participants monitor banks over time. Furthermore, as through-the-cycle ratings are less sensitive to market conditions than point-in-time ratings, they are less useful for active portfolio management and as a inputs to rating-based pricing models..." (Gordy & Howells, 2006). In sintesi, secondo Gordy ed Howells la terapia per contenere la ciclicità dei requisiti di capitale non deve andare a detrimento della capacità segnaletica delle PD PIT sull'effettivo contenuto di rischio implicito nei portafogli bancari tempo per tempo osservati.

Anche Rowe (2003) ha criticato l'orientamento del Comitato di Basilea a favore dell'approccio TTC: "while this might mitigate the pro-cyclical impact of the Accord, it would also introduce unacceptable vagueness into the estimates and seriously undermine the basis for back-testing and verification. ... back testing would involve comparing default experience against the hypothetical default rates implied by internal ratings adjusted for economic conditions. With

---

<sup>25</sup> Un approccio simile è usato da Masschelein per confrontare sistemi PIT e TTC nell'ambito della valutazione della prociclicità della regulation di Basilea. Il sistema PIT è stato sviluppato ricorrendo alle EDF di KMV, raggruppate in 10 classi di rischio, per ciascuna delle quali è stata stimata la PD come media delle EDF. Il sistema TTC è stato generato ordinando le imprese in base alla differenza tra la loro EDF e la media settoriale delle EDF; le imprese sono state poi allocate alle classi di rischio usando una distribuzione simmetrica; la PD TTC è stata calcolata come media delle EDF della classe (Masschelein, 2007).

through-the-cycle ratings, it becomes virtually impossible to disentangle the error contribution of inconsistent ratings from statistical noise in the cyclical adjustment process". Se l'approccio TTC valuta la qualità creditizia in condizioni economiche "normali" (long-term financial viability) e quello PIT riflette lo stato corrente e prospettico del ciclo, si può cercare di collegare le PD delle due prospettive:

*Sia  $B_{a,t}$  una variabile che descrive lo stato corrente del ciclo nel periodo  $t$*

*e  $B_n$  la descrizione dello stato "normale" del ciclo,*

*$PD_{n,i}$  sia la probabilità di default stimata assumendo che prevalgano*

*le condizioni normali del ciclo. La stima non condizionale della PD per*

*il periodo  $t$  in base alle condizioni attuali del ciclo è  $PD_{a,t,i} = f(PD_{n,i}; B_{a,t} - B_n)$*

*ove  $f$  è la funzione da stimare per il collegamento tra le due PD.*

In concreto il collegamento tra le PD generate dai due approcci è più complesso di quanto appaia; tra l'altro  $B_{a,t}$  non è noto in anticipo e quindi va stimato con uno specifico modello di previsione.

Cosandey e Wolf (2002) hanno sviluppato una proposta simile a quella di Rowe. Le PD del sistema di rating interno sono scalate con un fattore che riflette lo stato dell'economia; tale fattore dovrebbe essere unico per tutte le imprese di un paese e verrebbe derivato dai tassi di insolvenza dell'ultimo anno del paese:

$$PD \text{ regolamentare per il rating } j = \frac{PD \text{ dell'anno corrente del rating } j}{\text{fattore anno corrente}}$$

$$\text{ove fattore anno corrente} = \frac{\text{tasso di insolvenza del Paese nell'anno corrente}}{\text{media di lungo termine del tasso di insolvenza}}$$

Tale approccio può essere reso più sofisticato e preciso prevedendo fattori correttivi per ciascuna classe di rating.

Il RiskMetrics Group (2010), nella sua lettera del 16 aprile 2010 di risposta al documento di consultazione del Comitato di Basilea "Strengthening the Resilience of the Banking Sector", per seguire la filosofia TTC propone di adottare la media delle PD storiche per calibrare le PD di un sistema di rating, mentre l'uso di una PD downturn (la maggiore PD media stimata) potrebbe incorporare un doppio conteggio del rischio di credito se adottata in combinazione con i buffer di capital conservation: il capitale regolamentare e quello economico divergerebbero in misura significativa. L'adozione di una PD downturn sarebbe giustificabile come misura di calibrazione nel caso in cui si preveda che il ciclo economico evolva verso un periodo di crisi.

L'idea di ricorrere ad un fattore correttivo per convertire le PD PIT in PD TTC fa parte dell'approccio proposto dalla FSA (2006, 2009) inglese (Financial Services Authority, non più esistente, scomposta in due autorità separate: la FCA – Financial Conduct Authority e la PRA – Prudential Regulation Authority, parte della Bank of England): è consentito alle banche calcolare uno "scaling (o scalar) factor" variabile con il ciclo da usare come correttivo delle PD PIT per tenere conto del gap tra le condizioni economiche correnti e quelle corrispondenti ad una recessione; se la PD media ponderata di portafoglio è minore della media di lungo periodo, ciascuna PD PIT viene scalata verso l'alto, mentre durante una recessione, ove la PD media è maggiore di quella media di lungo periodo, le PD PIT vengono scalate verso il basso. Questo aggiustamento conduce tra l'altro a ridurre la prociclicità del requisito patrimoniale se venisse calcolato con PD PIT. Nelle parole della FSA "this process is seeking to reproduce the results of a TTC rating system" (FSA, 2006), senza che la banca debba sviluppare un sistema di rating TTC vero e proprio. L'applicazione di questo scaling factor è soggetto a varie condizioni che le banche devono rispettare, per i cui dettagli si rinvia alle pubblicazioni tecniche dell'Authority. Ingolfsson e Elvarsson (2007) hanno modellato lo scalar factor ricorrendo al filtro di Kalman tramite il quale il ciclo creditizio è stato scomposto in tre componenti: una componente ciclica, un trend relativamente stabile di lungo periodo ed una componente casuale. L'applicazione di

uno scaling factor al caso italiano è effettuata da Cesaroni (2015) che ne propone due versioni: una basata sulla media di lungo periodo dei tassi di default ed un'altra riferita al livello massimo del tasso di default osservato sul periodo in esame<sup>26</sup>.

Anche la BCE ha approfondito il confronto tra i sistemi di rating PIT e TTC, a partire da un'accurata rassegna della letteratura (Gonzales et al., 2004) sui comportamenti delle agenzie (CRA – credit rating agencies, come vengono definite nella regulation di Basilea) e sulle principali evidenze empiriche riguardanti il comportamento dinamico dei loro rating e gli effetti sui mercati finanziari: “CRAs are careful to stress, however, that these estimates [of credit risk] should not be seen as a short-term outcome (i.e. one to two years), but rather should be considered over a longer horizon. Long term generally appears to mean at least one or two business cycles. Agencies will say that the time horizon is indefinite, but may be thought of a 5 to 10 years. The reason for using an indefinite horizon is that, for a given constant rating, the probability varies with different time horizons. While agencies have been criticized, and at times rightly so, for being vague as to time horizon over which they are rating, it would appear that if it is assumed that they have always used a horizon of several years, then their various statements are consistent<sup>27</sup>. Ratings are cardinal measure of credit risk if used over an unspecified long horizon. Indeed over the long term, ratings are found by academic studies to be an accurate and unbiased estimator of default probabilities. Thus, while ratings are ordinal in their design, associations can be drawn with cardinal probabilities of default in the long term. For shorter horizons, there is not necessarily stable mapping from ratings to probability of loss, and rating becomes an ordinal measure of risk [ratings are ordinal in the short term and cardinal in the long term]. ... Rating agencies recognize that even for a rating process that aims to produce long-term stable ratings, periods of heightened credit and event stress could contribute to a larger number of rating actions than would have been historically expected on a “normal” basis. On the basis of this argument, it could be said that it is not a change in the rating process (i.e. from a through-the-cycle to point-in-time assessments) that is responsible for the recent higher frequency of rating actions, but rather the increased difficulty in seeing through the fog of economic forecasts. It is this difficulty that makes the role of rating analysis more challenging. ... The large divide between ratings and market price-based credit risk measures is manifest in individual credit spreads, which vary greatly within a given rating category, with a substantial degree of overlapping among adjacent categories. As a result, ratings may not be efficient short-term predictors of default – and, indeed, they are not designed to be. ... Indeed, Moody's has recently recognized that bond market-implied ratings are more powerful than Moody's ratings over a one-year horizon”.

## 4 I MODELLI DELLE AGENZIE

### 4.1 Standard&Poor's

Chassang e de Servigny (2002)<sup>28</sup> hanno sviluppato una metodologia per generare rating TTC a partire dalla generazione di probabilità di default basate su modelli a breve termine (PIT). In sostanza quelle PD<sup>29</sup> (p) vengono mappate in classi di rating stabilizzate nel tempo: la p viene attribuita alla classe di rating i-esima  $R_i$  se p appartiene all'intervallo  $[p_{i-1}, p_i]$ . Gli intervalli sono costruiti in modo da arbitraggiare al meglio tra due obiettivi potenzialmente in conflitto:

---

<sup>26</sup> Il primo caso conduce a PD TTC, intesa come media di lungo periodo, mentre il secondo caso corrisponde a PD “bottom-of-the-cycle”, al minimo del ciclo.

<sup>27</sup> Il documento riporta la seguente nota importante (nota 23 nell'originale): “In times past, agencies stated that their aim was to rate “through the cycle”. This aim was achieved by examining the ability of the company to continue servicing its debt under a range of stressful credit conditions, both in the macro economy at large and in the specific industry. More recently, they have tended to downplay [minimizzare] the through-the-cycle notion, arguing that business cycles have become more irregular”.

<sup>28</sup> Si veda anche de Servigny & Renault (2004) appendice 2B.

<sup>29</sup> In realtà al posto delle PD si può utilizzare una qualunque metrica di misura del rischio di credito, come uno score o una distance-to-default.



l'accuratezza e la stabilità. L'accuratezza riguarda l'omogeneità delle imprese attribuite alla classe i-esima; in altri termini le PD di quelle imprese dovrebbero essere il più simile possibile tra di loro. La stabilità dei rating ha a che fare con i tassi di spostamento misurati nelle matrici di transizione: i sistemi PIT hanno una variabilità maggiore dei sistemi TTC, contraddistinti da elevati tassi di permanenza nei rating di partenza, collocati sulla diagonale principale delle matrici, a diversi orizzonti temporali.

L'obiettivo della stabilità dei rating viene perseguita modificando la classe di rating quando l'indicatore di rischio (cioè  $p$ ) varia in misura tale da comunicare un cambiamento del rischio sottostante. Gli autori assumono che l'indicatore stimato  $\hat{p}_t$  sia la somma del vero indicatore e di un termine errore  $\hat{p}_t = p_t + \varepsilon_t$ . Se si riesce a stimare la legge di distribuzione<sup>30</sup> di  $\varepsilon_t$  si può costruire un test per determinare se modificare o no il rating: dato il livello di confidenza  $\alpha$  il rating viene cambiato solo se  $\Pr(\text{obabilità } [p_t + \varepsilon_t \in B(\hat{p}_{t-1})] < \alpha, \text{ ove } B(\hat{p}_{t-1})$  rappresenta la classe (bucket) di valori corrispondenti alla stessa categoria di  $\hat{p}_{t-1}$ . Aggiustando il livello di confidenza si può arbitraggiare tra accuratezza e stabilità.

La PD ad un anno è modellata in funzione di variabili economiche e finanziarie ( $X$ ), ovvero  $P(Y_t = 1 | X_{t-1}) = \Psi(X_{t-1}) + \varepsilon_t$ , ove  $P(Y = 1)$  ed  $\Psi$  indicano rispettivamente la probabilità che si verifichi l'evento insolvenza condizionata all'osservazione delle variabili  $X$  e la generica funzione di calcolo delle probabilità di default. Assumendo che il processo stocastico delle variabili finanziarie sia stazionario, gli autori modellano le serie storiche<sup>31</sup> delle variabili  $X$  in funzione dei dati storici delle serie e di variabili macroeconomiche (od altre variabili rilevanti). Con un approccio simile sono modellate le serie delle variabili macro. Disponendo dei modelli di previsione delle variabili  $X$  e di quelle macro si possono calcolare le PD ad  $n$  anni (3-5 anni futuri, per riprodurre con modelli l'approccio adottato dai raters di S&P): si ottiene in tal modo, usando simulazioni Monte Carlo, una stima della legge che genera le insolvenze sui prossimi  $n$  anni, date le informazioni disponibili e tenendo conto dei possibili cambiamenti del quadro economico, applicando i modelli di previsione sviluppati sulle variabili  $X$  e su quelle macro; la stima forward-looking che l'insolvenza avvenga nel periodo tra  $t+n$  e  $t+n+1$  è  $\Psi(X_{t+n})$ . Nella specificazione dei modelli gli autori hanno tentato di riprodurre la caratteristica di mean-reversion del processo che genera le PD.

Da quelle PD a breve termine si possono calcolare alcune metriche: le probabilità di default cumulate, la varianza delle future PD e la loro asimmetria. La varianza delle future PD è importante perché consente di tenere conto della instabilità temporale della situazione dell'impresa: in altri termini il rating assegnato oggi deve tenere conto del fatto se le future PD sono difficili da predire in modo accurato (una buona PD oggi con un futuro molto incerto corrisponde ad un rating inferiore di una PD attuale media, ma con un futuro molto stabile).

L'assegnazione del rating viene effettuata usando le informazioni sulle future PD, ricondotte ai seguenti dati di sintesi: tasso di default cumulato atteso sui prossimi 4-5 anni (ECPD – expected cumulated PD), varianza ed asimmetria delle PD cumulate. I primi tre momenti della distribuzione delle PD aiutano a cogliere le informazioni sull'incertezza della futura qualità creditizia dell'impresa. L'uso di PD cumulate cattura l'orientamento TTC molto più

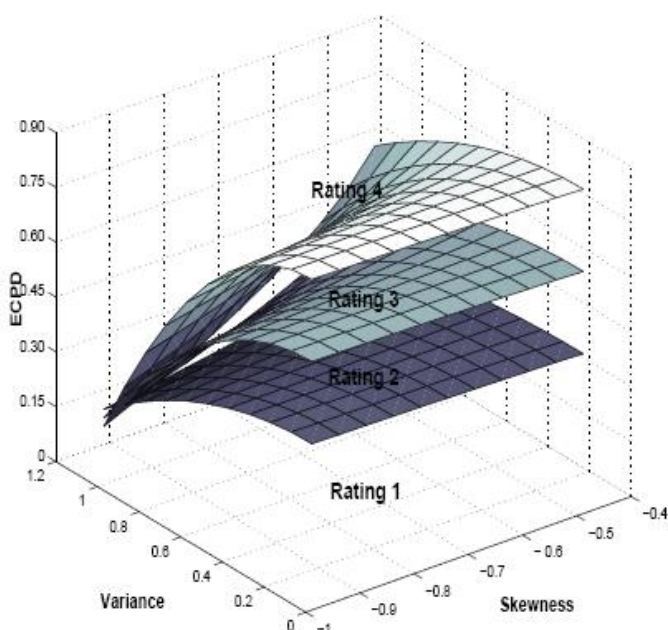
<sup>30</sup> La stima della distribuzione dell'errore è semplice nel caso di regressioni logistiche (stima asintotica dell'errore), mentre nel caso di modelli più complessi si può ricorrere al bootstrapping.

<sup>31</sup> Gli autori hanno fatto ricorso ad un approccio ARCH, peraltro di difficile applicazione sui dati d'impresa per la scarsa disponibilità di osservazioni in serie storica. In alternativa si possono usare i valori passati delle PD e delle variabili macro (per includere il condizionamento al ciclo economico), come ad esempio  $\hat{p}_t = \sum_{k>0} \alpha_k \hat{p}_{t-k} + \sum_{j>0} \beta_j M_{t-j} + \varepsilon_t$  ove  $M$  sono le variabili macro e  $k$  e  $j$  identificano vari livelli di lag temporali, a

seconda della disponibilità delle osservazioni. Se le variabili macro non vengono incluse, le PD cumulate a lungo termine sono costruite come semplice media ponderata delle PD storiche e di quella corrente.

dell'impiego delle PD correnti ad 1 anno. Se è evidente che la qualità creditizia diminuisce al crescere della ECPD, si vuole anche che essa diminuisca al crescere della varianza della ECPD, almeno per i crediti investment-grade (essere consistentemente di buona qualità è meglio che essere di buona qualità solo a tratti o in modo inconsistente, quindi volatilità elevate delle PD vengono penalizzate con un'assegnazione di un rating peggiore)<sup>32</sup>. Il terzo momento della distribuzione delle PD viene inclusa tra gli elementi da considerare per tenere conto di possibili asimmetrie nella distribuzione delle PD. Combinando valore atteso, varianza ed asimmetria delle ECPD si possono costruire curve (o meglio superfici) di isorating, cioè quelle combinazioni di valori che individuano intervalli all'interno dei quali i rating dovrebbero essere costanti. La calibrazione delle curve di isorating è effettuata dagli autori sulla base dei dati storici osservati nelle statistiche di S&P. Il grafico 5 riporta alcune superfici di isorating nel dominio media-varianza-asimmetria:

**Grafico 5.** Superfici di isorating



Fonte: Chassang e de Servigny, 2002.

La forma parametrica adottata dagli autori per la costruzione delle superfici di isorating è  $\mu + \alpha \sqrt{(1 + \beta S) * (\sigma^2 - \gamma)^2} = \delta \sqrt{\eta - S} + \lambda$ , ove  $S = \text{asimmetria}$  e  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \eta, \lambda$  sono parametri da calibrare per ciascuna categoria di rating<sup>33</sup>, mentre  $\mu$  e  $\sigma$  sono la media e lo scarto quadratico medio delle PD.

Le matrici di transizioni costruite con questa procedura hanno valori dei tassi di migrazione molto maggiori sulla diagonale rispetto alle matrici costruite con le PD correnti ad 1 anno: in sostanza le matrici descrivono delle traiettorie di rating più stabili e prevedibili nel tempo<sup>34</sup>.

<sup>32</sup> Per i crediti speculative-grade gli autori si pongono il problema se essere di cattiva qualità creditizia in modo consistente sia meglio o peggio che esserlo a tratti o in modo inconsistente.

<sup>33</sup> In sostanza si tratta di minimizzare la differenza al quadrato tra i due membri dell'espressione.

<sup>34</sup> Gli autori nell'ambito del progetto Credit Risk Tracker hanno reso più flessibile l'attribuzione delle PD alle classi di rating eliminando i passaggi di categoria dei casi di PD molto prossime ai confini delle curve di isorating; questi casi generano salti di classe senza che apparentemente siano giustificati da variazioni significative delle PD; per eliminare questi salti sono state definite delle classi fuzzy (fuzzy buckets) che ignorano le migrazioni di PD a ridosso delle soglie che separano le classi (ad un livello di confidenza del 90%), con il risultato di rendere ancora più stabili le matrici di transizione.

Una versione più semplice delle curve di isorating si limita a considerare i primi due momenti della distribuzione delle ECPD, ovvero la media e la varianza<sup>35</sup>:

$$\mu + \alpha * (\sigma^2 - \beta)^2 = \gamma.$$

Anche Friedman e Huang (2011) hanno sviluppato una procedura per convertire le PD annuali in classi rating, lavorando sul tradeoff tra accuratezza del modello e sua volatilità; con una lieve diminuzione dell'accuracy gli autori sono riusciti a ridurre in misura sostanziale la volatilità delle PD annuali. Come già illustrato da Chassang e de Servigny, PD volatili limitano la confidenza nella loro quantificazione del rischio di credito; un modello quantitativo di misura del rischio di credito che generi PD sufficientemente stabili consente di pervenire con più tranquillità a valutazioni sulla qualità della creditworthiness delle imprese. La riduzione della volatilità del modello è ottenuta filtrando i disturbi ad elevata frequenza ed i movimenti del ciclo macroeconomico.

Gli autori hanno proposto tre diversi approcci di calcolo della volatilità delle PD, tutte approssimativamente coerenti con il criterio basato sul tasso di variazione al quadrato delle PD. Si rinvia al loro documento di lavoro per i dettagli analitici. In sede di applicazione della loro procedura gli autori hanno stimato un modello con una forma funzionale appartenente alla famiglia esponenziale, di cui la regressione logistica è un caso particolare, nel quale il controllo della volatilità delle PD è ottenuto smussando gli input con medie mobili esponenziali ponderate (tre degli input del modello usato derivano dalle quotazioni azionarie, comprese le distance-to-default, che hanno una frequenza di osservazioni molto superiore ai tradizionali dati di bilancio). Per verificare se la riduzione della volatilità dell'output del modello (cioè delle PD) imposta dalla procedura non ne comprometta la capacità diagnostica è stato calcolato il tradeoff in termini di rapporto segnale-rumore (signal-to-noise ratio), in cui il segnale corrisponde alla media delle PD ed il rumore è il loro scarto quadratico medio. Invece di smussare gli input del modello gli autori hanno anche effettuato una verifica smussando direttamente gli output della regressione logistica, ottenendo una migliore performance con il primo approccio.

Cangemi ed altri (B. Cangemi, De Servigny, & Friedman, 2003; R. Cangemi et al., 2003) hanno migliorato i modelli descritti in precedenza mettendo a punto una procedura sofisticata per mappare le PD, lavorando sull'output di un modello di credit risk (e non sugli input). La mappatura lavora sulla media e sulla volatilità delle PD osservate su una serie di anni, trasformandole in stime di rating<sup>36</sup>. Anche in questo caso la mappatura delle PD in classi di rating non si limita ad usare la PD più recente, ma considera pure il trend e la volatilità delle PD. La procedura di mappatura penalizza i trend in crescita delle PD e le volatilità elevate. La base di calcolo è rappresentata da medie ponderate, con decadimento dei pesi, delle PD storiche (decay-weighted average)<sup>37</sup> degli ultimi quattro anni e dal loro s.q.m.; queste medie e volatilità sono confrontate con quelle ricavate dalle statistiche di S&P su 20 anni di serie storiche. La mappatura colloca l'impresa nella categoria di rating più prossima in termini di media e volatilità, producendo traiettorie di transizione che sono ragionevolmente stabili.

Sia  $p_0$  la PD corrente,  $p_1$  la PD dell'anno precedente, e così via. Medie e varianze delle PD dei quattro anni più recenti sono:

<sup>35</sup> Le isocurve che separano le diverse classi di rating calcolate usando solo media e varianza di PD storiche sono calcolate con la seguente forma parametrica  $\bar{PD}_i = \lambda - \alpha(\sigma_i^2)^2$ , ove  $\bar{PD}_i$  e  $\sigma_i^2$

sono rispettivamente la media e la varianza delle PD storiche dell'impresa i-esima: le imprese con elevata varianza delle PD sono penalizzate con l'assegnazione di una classe di rating peggiore. I parametri alfa e lambda sono calcolati imponendo che i tassi di migrazione della diagonale delle matrici di transizione siano prossimi a quelli osservati nelle matrici di S&P.

<sup>36</sup> Per evitare confusioni con i rating assegnati dai raters, la procedura di Cangemi (ed altri) genera delle "rating estimates". Tali stime sono anche aggiustate per tenere conto della dimensione dell'impresa (le imprese con ricavi inferiori ad una certa soglia non possono accedere alle classi di rating più elevate per tenere conto della maggiore incertezza delle stime che caratterizza le società di minori dimensioni). Le rating estimates sono contrassegnate con lettere minuscole al posto di quelle maiuscole dei rating veri e propri (aaa invece di AAA, ad esempio).

<sup>37</sup> I pesi assegnati alle PD storiche sono: 0.65 alla più recente, 0.20, 0.10 e 0.05 alle precedenti in ordine di lag temporale crescente.

$$\mu = \sum_{t=0}^3 w_t p_t, \text{ con } \sum_{t=0}^3 w_t = 1$$

$$\sigma^2 = \text{varianza } (p_t, \text{ per } t = 0, 1, 2, 3)$$

Il campo di esistenza della media è compreso tra 0 ed 1. Ai fini elaborativi, per estenderne il campo di esistenza tra  $-\infty$  e  $+\infty$

$$\mu \text{ viene trasformato in } \hat{\mu} = \logit(\mu) = \text{Ln}\left(\frac{\mu}{1-\mu}\right) = \text{Ln}(\mu) - \text{Ln}(1-\mu)$$

La varianza ha campo di esistenza tra 0 e 0.5, ove 0.5 è il valore massimo e per ricondurlo all'intervallo  $-\infty$  a  $+\infty$  la volatilità viene trasformata

$$\text{in } \hat{\sigma} = \text{Ln}\left(\frac{\sigma}{0.5-\sigma}\right) = \text{Ln}\left(\frac{2\sigma}{1-2\sigma}\right) = \text{Ln}(2\sigma) - \text{Ln}(1-2\sigma)$$

La procedura di Cangemi (ed altri) mappa la coppia  $(\mu, \sigma)$  in un rating continuo  $r(\mu, \sigma)$ . I parametri statistici di S&P utilizzati per la calibrazione della procedura sono calcolati con polinomi cubici di Hermite su osservazioni che coprono 20 anni. Si rinvia ai documenti originali per i dettagli analitici della procedura di ottimizzazione vincolata che genera il mapping.

In anni recenti analisti di S&P hanno aggiornato i modelli di stima delle PD a partire da sistemi di credit scoring, sia per le imprese quotate, sia per quelle non quotate (Baldassarri & Chen, 2016; Sitsanis, Baldassarri, & Tripolitakis, 2016, 2016b). Gli scores ottenuti dai modelli vengono mappati sulle PD ricavate dalla base statistica dell'agenzia applicando uno smussamento esponenziale (exponential smoothing) ai tassi di insolvenza cumulativi (ODR) osservati sull'arco di una trentina d'anni per ciascuna categoria di rating. È anche ricavata la struttura temporale delle PD da 1 a 5 anni<sup>38</sup>. Gli autori sottolineano che “The model follows an intrinsically mid-term scoring philosophy, reflective of the nature of the inputs and the expected validity of the outcome, whereas S&P Global Ratings credit ratings are based on a somewhat longer-term view of a company’s creditworthiness, which cannot be replicated individually when the inputs are annually (or even quarterly) changing financials, despite the business risk elements as a stabilizing factor” (Sitsanis et al., 2016a, 2016b).

#### 4.2 Moody's

Metz e Cantor (2006) hanno proposto un modello per la predizione dei ratings che si basa sul concetto di rating come metrica del rischio di credito relativo. Gli autori hanno lavorato sulla concezione di Moody's che interpreta il rating come misura ordinale della perdita attesa through-the-cycle e come misura della permanenza relativa, ovvero della stabilità, della posizione finanziaria dell'emittente ed hanno cercato di formalizzarla in termini quantitativi. Per usare le loro stesse parole: “ratings are relative. At any point in time, we might observe a relationship between particular cardinal values of interest coverage and ratings, but we should not expect that relationship to be stable over time. Instead, the *distribution* of ratings is fairly stable over time, meaning the mapping between ratings and financials cannot be stable over time. It would be more correct to say “the best coverage ratio is associated with the best rating” than to say “a coverage ratio of 5 is associated with a rating of Aa1”. ... any mapping between values of coverage and ratings that may have obtained in 2001 would not obtain in 2005” (Metz & Cantor, 2006).

L'approccio seguito dai due autori consiste nell'assumere che il rating finale sia una media ponderata di diversi rating parziali identificati da metriche individuali (individual metric implied ratings) con ponderazioni non costanti, definite in funzione del tasso di leverage dell'emittente. La stessa logica ispira la strutturazione delle creditcards che sono alla base delle metodologie

<sup>38</sup> Viene calcolata una regressione logistica di 2, 3, 4 e 5 anni dei tassi di insolvenza cumulati rispetto ai tassi di insolvenza a 1 anno smussati esponenzialmente, in modo da ottenere una struttura temporale delle PD monotona. La trasformata logistica è  $\text{Logit}(\text{ODR}) = \text{Ln}[\text{ODR}/(1-\text{ODR})]$

pubblicate da Moody's negli anni più recenti. Le variabili prese in considerazione sono le medie dei tre anni più recenti di: l'indicatore di copertura degli interessi (coverage), il leverage, il ROA, il leverage aggiustato per la volatilità<sup>39</sup>, la stabilità dei ricavi<sup>40</sup> e il totale delle attività. Le medie triennali servono per smussare le fluttuazioni e rivelare meglio le vere condizioni finanziarie dell'emittente; la gestione degli outliers è ottenuta eliminando il primo e l'ultimo uno per cento di ciascuna variabile. A tali variabili sono state aggiunte due trasformazioni: la prima è l'interazione tra coverage (CV) e totale attivo (AT), calcolata come media geometrica dei rating implicati dai due indicatori

$$R_{CV\&AT} = \sqrt{R_{CV} * R_{AT}}$$

: l'interazione approssima il fatto che le due variabili non sono perfetti sostituti; la seconda interazione è il coefficiente di variazione degli ultimi tre anni dell'indicatore di leverage.

Per riflettere il concetto di relatività dei rating le variabili sono mappate individualmente (ed indipendentemente) ogni anno su distribuzioni normali standard: dati N valori dell'indicatore i-esimo nell'anno t-esimo, la prima fase consiste nell'ordinare i valori in senso crescente e nell'associare a ciascun valore gli elementi di una griglia lineare che va da

$$\frac{1}{N} \text{ a } 1 - \frac{1}{N}$$

, ovvero ogni particolare valore X dell'indicatore viene sostituito dalla quota (p) dei valori minori od uguali a X; in altri termini ogni valore dell'indicatore viene sostituito dalla stima della probabilità di avere un valore minore od uguale a X. Poi la distribuzione cumulata di probabilità della normale standard viene invertita e i valori X vengono mappati con

$c = \Phi^{-1}(p)$ : la trasformazione finale è non lineare, ma monotona<sup>41</sup>.

Ciascuna metrica è mappata ad un rating implicito ( $R_{CV}$  ad esempio per i rating implicati dall'indicatore di coverage) ed il rating finale è ottenuto come media ponderata dei vari rating impliciti. I pesi sono stati definiti in funzione del rapporto di leverage dell'emittente, in modo da avere una ponderazione variabile e non pesi fissi<sup>42</sup>. Devono anche essere stimati i valori di cutoff che separano le diverse classi di rating implicite definite su ciascuna variabile. I numerosi parametri del modello sono stimati minimizzando il logaritmo del valore assoluto dell'errore in termini di notch più 1 (i notch sono le classi fini della scala di rating); questa procedura, alternativa a quella dei minimi quadrati o del probit ordinale, pone molto meno peso nella riduzione degli errori molto grandi e molto maggiore peso nella diminuzione dei piccoli errori, che corrisponde più da vicino a come un utilizzatore si comporterebbe con i rating<sup>43</sup>. Gli errori

<sup>39</sup> Ovvero (media quinquennale della crescita di asset+equity/asset) diviso per lo scarto quadratico medio della crescita degli asset su 5 anni.

<sup>40</sup> Media quinquennale dei ricavi diviso lo scarto quadratico medio su 5 anni dei ricavi.

<sup>41</sup> Ad esempio se N=1000, i valori ordinati dell'indicatore i-esimo nell'anno t-esimo sono abbinati alla sequenza di una griglia lineare da 0.001 (=1/N) a 0.999 (=1-1/N); interpretando i valori progressivi della griglia come probabilità, i valori sono trasformati in normali standard compresi tra -3.0902 a +3.0902 circa .

[ $-3.0902 = \Phi^{-1}(0.001)$ ;  $+3.0902 = \Phi^{-1}(0.999)$ ]. In pratica i valori trasformati sono null'altro che deviazioni standard della normale standard.

<sup>42</sup> Per ciascuna metrica creditizia individuale z, il peso  $w_z$  è calcolato dagli autori come esponenziale di una funzione lineare del leverage:  $w_z = \exp(a_z + b_z * Lev_t^j)$ , mentre il peso finale è calcolato come  $W_z = w_z / \left[ 1 + \sum_{k=1}^6 w_k \right]$

per le 6 variabili considerate. L'idea sottostante ai pesi variabili riguarda il fatto che in base al tasso di indebitamento si vuole avere un peso più o meno elevato nei diversi indicatori; gli autori hanno ottenuto che circa il 66% dei pesi è distribuito tra attivo e coverage: di quel 66%, con un debito molto elevato tutto il peso è assegnato al rapporto di coverage e nulla al totale delle attività, mentre quando il debito è molto basso il peso maggiore è posto sulle attività e poco sul rapporto di coverage, mentre un peso intermedio è assegnato alla loro interazione.

<sup>43</sup> Secondo gli autori la procedura genera risultati simili ad una procedura di minimi quadrati iterati (si minimizzano gli errori al quadrato, poi si elimina l'errore maggiore e si riminimizzano gli errori al quadrato, e così via). Il criterio dei minimi quadrati preferisce un modello che ha 18 emittenti con un errore di 1 notch ed un emittente con un errore di 9 notch (la somma degli errori al quadrato è 99) ad un modello con 18 emittenti senza errori ed un emittente con un errore di 10 notch (la somma degli errori al quadrato è 100).

sono ottenuti dal confronto con i rating effettivi di Moody's osservati sulle stesse imprese nello stesso periodo di tempo.

Il risultato finale è un rating "nozionale" che non va confuso con il vero rating emesso dai raters di Moody's (la stessa preoccupazione vista nel caso dei modelli di S&P). Si rinvia al documento ufficiale dei due autori per l'analisi delle performance del modello stimato e per ulteriori dettagli tecnici.

Hamilton, Sun e Ding (2011) hanno lavorato sulla costruzione di un segnale TTC a partire dalla distance-to-default (DD) calcolata da KMV. Tale società di consulenza specializzata nel rischio di credito è stata acquistata da Moody's nel 2002 ed attualmente è una business unit del gruppo con il nome di Moody's Analytics. La DD è una metrica sul rischio di credito calcolata a partire dalle quotazioni azionarie delle società, avendo come base il modello di valutazione delle opzioni di Black-Scholes-Merton. Le DD sono la base per la stima delle PD e sono disponibili con frequenza giornaliera, a differenza dei rating delle agenzie che sono rilasciati ad intervalli irregolari. Il punto di partenza della analisi dei tre autori considera le DD come un segnale PIT e l'obiettivo è rielaborarlo per trasformarlo in un segnale TTC. Una misura PIT utilizza tutte le informazioni pertinenti e disponibili ad una certa data per stimare la probabilità di default su un certo orizzonte temporale; le informazioni includono sia le attese sul trend a lungo termine del rischio di credito sia i trend settoriali, geografici, macroeconomici; tale misura quindi reagisce immediatamente a tutte le informazioni che influenzano il rischio di insolvenza dell'impresa, rendendola un segnale tempestivo sul rischio di credito, ma anche volatile e prociclico. Una misura TTC invece riflette il trend di lungo periodo, durevole, del rischio di credito; le variazioni di breve termine del rischio che è probabile che vengano rovesciate con il passare del tempo vengono ignorate. La misura TTC è quindi stabile nel ciclo, con variazioni smussate nel tempo, con minore volatilità e prociclicità. Il costo della maggiore stabilità è quello di una minore tempestività e minore accuratezza delle valutazioni rispetto alle misure PIT.

Mentre spesso misure TTC sono ottenute da PD smussate in modo arbitrario, gli autori hanno adottato uno schema concettuale diverso. Com'è noto, secondo la metodologia messa a punto da KMV le DD sono trasformate in PD tramite la mappatura con gli effettivi tassi di insolvenza osservati sulle imprese classificate per classi di rischio, ovvero per intervalli di DD. In teoria le DD potrebbero essere direttamente convertite in PD per via analitica con la distribuzione normale standard, ma questo approccio tende a sottostimare l'effettivo rischio di insolvenza, sottostima che diventa progressivamente maggiore con il ridursi delle PD (la coda della densità normale è troppo sottile rispetto alla densità effettiva delle probabilità di insolvenza). Per evitare tale sottostima si collega direttamente la DD con la frequenza delle insolvenze, da cui deriva la definizione EDF (Expected Default Frequency), associata alla trasformazione delle DD. Poiché tale trasformazione è monotonica, sia le DD che le EDF catturano essenzialmente le stesse informazioni sul rischio di credito e generano lo stesso ordinamento delle imprese. Le EDF, come le PD, sono misure cardinali del rischio di credito, hanno cioè un significato costante nel corso del ciclo economico.

Prima di proporre la loro metodologia di rielaborazione delle DD, gli autori hanno fornito la loro definizione di PIT e TTC, che nella letteratura specialistica sono spesso descritte in modo confuso, senza un generale consenso. Lo stesso vale per la definizione del concetto di ciclo. Va chiarito che gli autori non hanno avuto l'intenzione di proporre quella che considerano l'esatta interpretazione del binomio PIT/TTC, ma solo specificare con chiarezza la base di partenza da cui derivare i successivi ragionamenti.

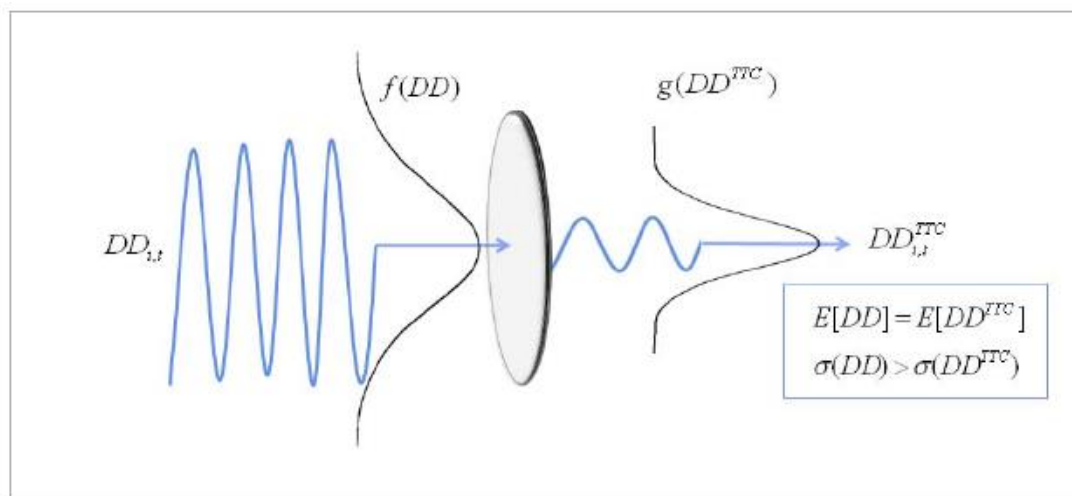
La differenza chiave tra metriche PIT e TTC risiede nel loro contenuto informativo: una misura PIT incorpora *tutti* i trend creditizi rilevanti nel proiettare la creditworthiness dell'impresa mentre una misura TTC si modifica essenzialmente in risposta al sottostante trend a lungo termine della qualità creditizia, senza tenere conto di variazioni attribuibili a cambiamenti ciclici del mercato nel suo complesso. Il punto chiave riguarda l'estrazione di informazioni, dei segnali, dalle due misure: data una variazione osservata nella PD PIT, quanta parte della variazione è attribuibile ad una variazione del trend a lungo termine durevole e quanta invece a fattori ciclici transitori? Gli autori considerano due tipi di informazioni che influenzano

l'andamento della qualità di un credito: il primo tipo riguarda i cambiamenti nei fondamentali dell'impresa, ovvero nel modello di business dell'impresa, la struttura finanziaria, la capacità competitiva; il secondo tipo considera gli shock nelle variabili macroeconomiche, come la politica monetaria, il PIL, i tassi di interesse ed così via. Gli shock macro tendono ad influenzare le condizioni di tutte le imprese nella stessa direzione ed allo stesso tempo, con l'effetto che le metriche creditizie migliorano o peggiorano in modo sincronizzato. Benché di breve durata, tali shock si verificano più frequentemente degli shock che riguardano la qualità creditizia durevole. In finestre temporali corte gli shock macro esercitano un impatto relativamente maggiore sulla qualità del credito rispetto agli shock sul merito di credito fondamentale dell'impresa. Le misure PIT incorporano entrambi i tipi di informazioni mentre le misure TTC sono guidate solo dai fattori che influenzano i trend della qualità creditizia fondamentale a lungo termine. Le caratteristiche delle serie storiche PIT e TTC sono pertanto significativamente diverse: le misure TTC tendono a muoversi lentamente e persistentemente a causa della bassa frequenza degli shock che modificano la qualità creditizia fondamentale, mentre le misure PIT cambiano ad un ritmo più rapido, con la tendenza a ritornare verso il proprio trend di lungo termine a causa dell'alta frequenza e della natura transitoria degli shock nelle variabili macro. Le variazioni nelle misure PIT sono quindi maggiori, sia in frequenza che in ampiezza, rispetto alle misure TTC. In particolare la parte delle variazioni nella misura PIT attribuibili a shock macro appaiono come "rumore" che si muove intorno alla componente di trend che varia lentamente, che corrisponde alla misura TTC. Impostata in questo modo, la differenziazione tra PIT e TTC può essere ricondotta in termini di frequenza delle variazioni: la metrica PIT include segnali sia ad alta che a bassa frequenza, mentre quella TTC include solo le componenti a bassa frequenza delle misure PIT<sup>44</sup>. In altri termini le metriche PIT contengono tutte le informazioni che sono necessarie per estrarre le PD TTC, senza bisogno di ricorrere a variabili macro esterne per identificare l'effetto-ciclo: il problema pertanto è quello del filtering e non del forecasting, che è significativamente più semplice di quello della identificazione in quale fase si è nel ciclo economico e della predizione della direzione futura (il filtro è l'estrazione della componente TTC dalla misura PIT; ripetutamente gli autori sottolineano che le EDF-TTC sono ottenute non da una previsione, ma da un filtro).

Una ulteriore complicazione che riguarda le misure TTC ha a che fare con il concetto di ciclo. In macroeconomia si può far riferimento al ciclo economico del prodotto lordo o al ciclo creditizio, quantificabile con la dinamica dell'offerta di credito. In generale l'andamento della qualità creditizia media aggregata è correlata positivamente con quello del prodotto lordo, ma la correlazione non è perfetta. Quindi se si condizionano le misure TTC al ciclo reale o a quello creditizio si ottengono stime diverse sulla intensità di smussamento appropriata per la scomposizione della frequenza dei segnali.

Nello schema concettuale degli autori, la misura PIT è un segnale grezzo che incorpora tutte le informazioni creditizie rilevanti, che consistono in sottocomponenti di tutte le frequenze, mentre la misura TTC contiene solo informazioni sul trend a lungo termine della qualità creditizia sottostante, che si muove a bassa frequenza: l'estrazione della misura TTC dalla corrispondente misura PIT comporta la costruzione di un filtro che isoli le componenti a bassa frequenza dalla metrica delle EDF (o delle DD). Si sottolinea che questo schema concettuale si basa sulla disponibilità con frequenza giornaliera di misure DD per le società quotate, sulle quali è condotta l'elaborazione del passaggio dalle misure PIT alle misure TTC. Il grafico 6 illustra il processo di filtro delle EDF-PIT per passare alle EDF-TTC:

<sup>44</sup> Hamilton, Sun e Ding hanno sottolineato che questa differenziazione è diversa dal comune modo di intendere le misure TTC, secondo il quale le PD TTC sono semplicemente PD PIT con orizzonte a lungo termine. Secondo loro la distinzione tra TTC e PIT non è semplicemente quella della scadenza temporale associata alla metrica di rischio.

**Grafico 6.** Filtro PIT-TTC

Fonte: Hamilton, Sun, Ding, 2011.

L'input per ottenere le EDF-TTC è costituito dalle DD, che sono per definizione misure PIT. Il filtro trasforma le DD originali in segnali a bassa frequenza e limitata ampiezza. Il filtro ha l'effetto di ridurre le code delle densità di probabilità delle DD filtrate rispetto alle DD non filtrate (l'ampiezza delle DD filtrate è ridotta), mentre non altera la central tendency delle distribuzioni (il filtro preserva la qualità creditizia a lungo termine).

In concreto i tre autori hanno fatto ricorso ad un filtro in versione estremamente semplice: un filtro lineare in cui la stima delle DD-TTC è alimentata dalle DD ed i cui coefficienti sono ricavati da una regressione lineare avente il trend delle DD come endogena:

$$DD_{it}^{TTC} = \hat{\alpha}_i + \hat{\beta}_i * DD_{it}$$

ove  $\alpha$  e  $\beta$  sono ricavati da

$$DD_{it}^{trend} = \alpha_i + \beta_i * DD_{it} + \varepsilon_{it}$$

Come si vede il punto di partenza del modello del filtro è l'identificazione della componente di trend delle DD, che cattura il trend TTC e che non è direttamente osservabile. Una volta che i parametri del filtro sono stati stimati, si ottengono le DD-TTC come valori stimati del trend: questa apparente circolarità (per la stima delle DD-TTC occorre una stima del trend a lungo termine, che però è la componente TTC delle DD) e doppio passaggio della procedura (perché costruire un filtro per approssimare la componente di trend delle DD se il trend stesso può essere stimato direttamente?) è utile per poter disporre di stime dei parametri che possono essere applicati anche ai dati delle imprese che non hanno la profondità necessaria delle serie storiche. Per far sì che venga ridotta la volatilità delle serie delle DD e venga preservata la media si sono introdotti i vincoli che

$$\alpha > 0 \text{ e } |\beta| < 1 \text{ che conducono ad un valore medio di } \mu = \frac{\alpha}{1-\beta}$$

comune ad entrambe le serie delle DD (cioè DD-PIT) e DD-TTC. Si osservi che l'applicazione di questo filtro non richiede la conoscenza dello stato corrente o futuro del ciclo creditizio aggregato, riducendo fortemente la complessità del modello. Il dato cruciale, non osservabile, che serve per la stima del filtro lineare delle DD-TTC è il trend di lungo periodo delle DD(-PIT): gli autori hanno utilizzato il noto filtro di Hodrick-Prescott<sup>45</sup>. Secondo tale filtro una serie economica ( $y_t$ ) è il risultato di due componenti additive: un trend ( $\tau_t$ ) ed un ciclo ( $c_t$ ):  $y_t = \tau_t + c_t$ . L'identificazione delle due componenti non osservabili direttamente è ottenuta dalla minimizzazione di:

<sup>45</sup> Nel filtro Hodrick-Prescott il valore dei parametri per derivare il trend di lungo periodo smussato è direttamente collegato all'idea della scomposizione delle frequenze.



$\min_{\tau_i} \sum_{t=1}^T (y_t - \tau_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} [(\tau_{t+1} - \tau_t) - (\tau_t - \tau_{t-1})]^2$ , in cui il primo termine cattura la componente ciclo ( $c_t$ ) ed il secondo le irregolarità del trend mentre il parametro di smussamento<sup>46</sup>  $\lambda$  pondera il peso delle deviazioni dal trend rispetto alla irregolarità del trend stesso. La componente ciclica è semplicemente la differenza tra le DD(-PIT) originali e il trend stimato delle DD, movendosi quindi intorno ad una media nulla<sup>47</sup>. Il valore del parametro di smussamento  $\lambda$  (mantenuto riservato) è stato determinato dagli autori sulla base delle serie mensili delle DD delle imprese osservate tra il 1969 ed il 2010. Mentre il valore di  $\lambda$  è unico per tutte le imprese, in modo da riflettere l'idea di un ciclo creditizio generale che influenza la globalità delle imprese con la stessa frequenza, i parametri della regressione  $\alpha$  e  $\beta$  consentono di differenziare tra i settori e tra le imprese la sensibilità al ciclo<sup>48</sup>.

Una volta che i parametri del filtro TTC sono stati stimati, si possono generare i valori DD-TTC; la stima delle EDF-TTC è quindi ottenuta con la mappatura delle DD-TTC alle frequenze di insolvenze osservate nel database di KMV-Moody's Analytics. Le classi di rating formate con le EDF-TTC hanno messo in luce una stabilità significativamente maggiore rispetto alle classi costruite sulla base delle EDF-PIT, ma tale stabilità è comunque inferiore a quella desumibile dalle matrici di transizione dei rating ufficiali emessi da Moody's.

L'accuracy della capacità di identificare gli eventi di insolvenza delle EDF-PIT è però superiore a quella delle EDF-TTC, anche se tale maggiore performance avviene al costo di una più elevata instabilità delle classi di rischio. In parallelo la maggiore stabilità dei rating EDF-TTC è ottenuta al costo di una minore accuracy.

### 4.3 Fitch

Benché non strettamente connesso con la problematica del rating TTC, Fitch ha sviluppato un modello (FitchSolutions, 2007) per ricavare le PD a partire dalle quotazioni azionarie, ricorrendo al noto approccio che si basa sul modello di Merton e la sua variante basata sulle opzioni a barriera. Le PD così ottenute hanno una frequenza potenzialmente giornaliera e vengono trasformate in distance-to-default e successivamente integrate con indicatori economico-finanziari, tassi di rendimento azionari e loro volatilità sia a livello d'impresa che di mercato nel suo complesso. Le distance-to-default, o le PD del modello allargato, vengono mappate in "implied ratings" calibrati sui tassi di insolvenza storici delle statistiche di rating di Fitch. La mappatura è stata effettuata con due approcci: uno dinamico, che combina le PD con variabili macro, dimensione delle imprese e variabili di settore; il secondo, statico, che utilizza solo le PD. Per evitare variazioni troppo frequenti dei rating impliciti, Fitch ha utilizzato due tecniche di smussamento delle PD applicate sia alla mappatura dinamica che statica: le medie mobili su un arco di 22 giorni e la soglia di tre volte sigma; quest'ultima implica che per poter avere uno spostamento della classe di rating implicito la variazione della PD deve essere maggiore di tre volte lo scarto quadratico medio della stima della soglia che separa la classe di rating da un'altra vicina.

## 5 I MODELLI PROPOSTI NELLA LETTERATURA

### 5.1 Carey-Hrycay

M.Carey e M.Hrycay (Carey & Hrycay, 2001) hanno esaminato le proprietà dei maggiori sistemi di rating, riconducibili agli approcci PIT e TTC. Altman e Rijken hanno affrontato con maggiore ampiezza lo stesso problema: si veda dopo alla sezione dedicata; qui vengono considerati solo alcuni elementi ritenuti distintivi del contributo di Carey e Hrycay. Le

<sup>46</sup> Un valore elevato del parametro produce un trend più smussato (le irregolarità del trend sono più penalizzate).

<sup>47</sup> La scomposizione ciclo-trend è ovviamente diversa da quella tra rischio sistematico ed idiosincratco. Per una discussione tra le due scomposizioni si rinvia al documento originale.

<sup>48</sup> Valori elevati di  $\alpha$  e bassi di  $\beta$  implicano che le misure PIT siano prevalentemente guidate da variazioni del ciclo del credito.

differenze nella concezione dei due tipi di filosofie di rating generano diverse proprietà cicliche dei rating assegnati e dei tassi di default osservati nel tempo. Le caratteristiche dei rating delle agenzie sono più TTC per le imprese investment-grade, mentre i rating speculative-grade sono assegnati con orizzonti meno a lungo termine e più sensibili alle evoluzioni a breve, con il rischio di liquidità che assume un ruolo rilevante.

I rating assegnati con sistemi di rating interni delle banche sono stati approssimati dagli autori con un modello di regressione logistica stimato su un ampio campione di emittenti statunitensi di obbligazioni. I rating emessi dalle agenzie sono stati tratti da dati di Moody's. Il modello logit ha preso in considerazione il rischio di insolvenza con orizzonte di 1 anno; le PD logistiche generate dal modello sono espressive di valutazioni PIT, sensibili alle condizioni correnti del ciclo economico, percepite con alcuni indicatori economico-finanziari più recenti (invece di variabili rappresentative di scenari di downside). Le variabili utilizzate nello sviluppo del modello sono state: la copertura degli interessi (Ebitda/interessi), il leverage (valore contabile del debito/somma del debito e del patrimonio netto), il rapporto di liquidità corrente e la dimensione (logaritmo del totale attivo)<sup>49</sup>. Tutte le variabili, eccetto il leverage, sono state allineate a valori compresi tra il primo ed il novantanovesimo percentile. L'assegnazione a classi di rating dei risultati del modello è stata approssimata suddividendo il campo di esistenza delle PD logistiche in due scale di 5 ed in 10 intervalli di probabilità; benché non assimilabili ai rating delle agenzie, essendo PD logistiche PIT, le soglie che separano le classi di rischio della scala di 5 intervalli sono state scelte in modo da coprire la gamma dei tassi di insolvenza osservati nelle statistiche di Moody's per i gradi da AAA ad A3, Baa, Ba, B e Caa1 o peggiori.

L'interpretazione che i due autori hanno dato della metodologia di rating delle agenzie è stata sintetizzata nel seguente modo: il rating delle agenzie S&P e Moody's si basa sulla loro stima della probabilità di insolvenza dell'impresa in uno scenario di stress. Questa probabilità è la PD dell'impresa al momento dell'assegnazione del rating solo se l'impresa è in condizioni di debolezza o a rischio, ovvero è già in una situazione di stress. Le agenzie in sostanza scompongono la PD non condizionale in una componente condizionale ed una marginale e basano il rating sulla condizione:

$$P_{nit} = PC_{lit}^a * PS_{nit}^a$$

ove  $P_{nit}$  è la PD al tempo  $t$  dell'impresa  $i$ -esima su un orizzonte di  $n$  periodi

$PC_{lit}^a = PD$  stimata dall'agenzia su un orizzonte di 1 anno, condizionatamente alla realizzazione di uno scenario di stress all'inizio del periodo

$PS_{nit}^a =$  probabilità che si verifichi lo scenario di stress entro  $n$  periodi

L'agenzia pone:

$P_{nit}^r = PC_{lit}^a$ , ove  $P_{nit}^r = PD$  usata per l'assegnazione del rating nel sistema  $r$ -esimo

mentre le banche che usano l'approccio PIT assegnano il rating in base a  $P_{lit}^r$

Il rating non viene cambiato dall'agenzia fino a quando non si verifica un evento che porta l'impresa a sfiorare il profilo dello scenario di stress, oppure nel caso in cui tale scenario si riveli troppo ottimistico di fronte all'evoluzione della situazione dell'azienda: ad esempio le decisioni del management portano ad una alterazione in peggio del rischio fondamentale dell'azienda, o muta in senso sfavorevole il grado di competizione nel settore.

<sup>49</sup> La logica che ha suggerito agli autori la scelta degli indicatori è stata la seguente: le imprese con flussi di cassa recenti modesti sono più vulnerabili perché i redditi nel tempo sono autocorrelati e quindi futuri modesti flussi di cassa sono più probabili in queste imprese rispetto a quelle imprese con flussi di cassa abbondanti; le imprese con elevato indebitamento sono più vulnerabili al default perché fluttuazioni relativamente modeste del valore dell'attivo possono causare insolvenze sia patrimoniali che finanziarie; le imprese con limitate attività liquide sono vulnerabili a insolvenze causate da fluttuazioni dei flussi di cassa; le imprese di grandi dimensioni sono meno inclini al default perché tipicamente hanno accesso ad un'ampia varietà di operazioni sul mercato finanziario rispetto alle imprese più piccole e perché hanno spesso attività che possono essere vendute per recuperare risorse, senza mettere in pericolo la prosecuzione della gestione operativa, oltre ad avere flussi di cassa più stabili grazie alla maggiore diversificazione.

La differenza tra  $PC_{it}^a$  e  $P_{it}^r$  sintetizza nell'ottica degli autori la differente struttura, e di conseguenza anche la diversa dinamica ed i diversi mapping che originano, dei rating TTC rispetto ai rating PIT, ovvero dei rating delle agenzie rispetto a quelli delle banche (nell'assunzione che queste ultime adottino una filosofia PIT).

## 5.2 Amato-Furfine

Amato e Furfine (2003) hanno studiato l'influenza dello stato del ciclo economico sulla dinamica dei rating delle agenzie, con l'obiettivo di verificare l'esistenza di comportamenti prociclici da parte delle agenzie stesse. I dati esaminati hanno riguardato S&P. Per la verifica delle loro ipotesi, gli autori hanno sviluppato un modello probit ordinale di previsione dei rating di S&P con variabili esogene riguardanti tre grandi aree di analisi: il business risk, il financial risk e le variabili macroeconomiche. Il numero delle classi considerate è stato pari a 10 (dalla AAA alla D). Il business risk è catturato con le seguenti variabili: la dimensione<sup>50</sup> (misurata con il totale attivo e con il valore di borsa del patrimonio netto, entrambi deflazionati con l'indice generale dei prezzi), il beta azionario e la componente idiosincratca del rendimento di mercato<sup>51</sup>. Il rischio finanziario è catturato con: la copertura degli interessi<sup>52</sup>, il rapporto tra risultato operativo e ricavi<sup>53</sup>, il rapporto tra debiti a lungo termine ed attivo e quello tra debiti totali ed attivo. Seguendo la metodologia di calcolo di S&P, gli autori hanno usato la media degli ultimi tre anni degli indicatori finanziari per rendere il modello meno dipendente dai valori puntuali delle variabili e stabilizzarne i valori. Per le variabili macro gli autori hanno fatto ricorso a due variabili: la prima è un indicatore di recessione ed espansione, mentre la seconda è un indicatore continuo dello stato dell'economia. La distinzione tra recessione ed espansione è importante per poter valutare l'eventuale asimmetria del comportamento dei rating nelle due fasi del ciclo.

Il modello probit ordinale è giustificato dall'idea che i rating delle agenzie sono orientati a generare un ordinamento dei rischi valido in tutti i punti del tempo e non a riflettere una misura assoluta del rischio di credito. Le agenzie sottolineano che i loro rating non sono sensibili all'evoluzione dello stato dell'economia, ma solo ai fondamentali delle imprese; questi ultimi sono sintetizzati dai profili dei rischi finanziari e di business. La verifica statistica degli autori è stata quella di determinare se i rating tendono ad essere influenzati dal ciclo una volta che siano condizionati alle variabili che approssimano il rischio fondamentale dell'impresa.

I risultati statistici ottenuti esaminando l'insieme completo delle imprese e dei rating hanno messo in luce una (pur) limitata evidenza che i rating sono influenzati dal ciclo economico. Gli autori hanno sollevato il dubbio se tale comportamento sia il risultato di accurate valutazioni effettuate dall'agenzia oppure se a causa di risorse limitate non tutti i rating delle imprese siano

<sup>50</sup> Le imprese maggiori hanno prodotti più riconoscibili e noti al pubblico e sono più diversificate e quindi, a parità di condizioni, hanno un business risk minore.

<sup>51</sup> Un beta elevato indica che la natura del business dell'impresa è relativamente sensibile alla condizione aggregata dell'economia e fornisce una misura della ciclicità relativa della gestione aziendale. Una grande componente idiosincratca può rappresentare una approssimazione di fattori unici dell'impresa, come la qualità del management.

<sup>52</sup> Calcolata con il rapporto (risultato operativo dopo ammortamenti + interessi)/interessi; sono eliminate le osservazioni con valori negativi del rapporto. L'effetto marginale di un incremento del reddito operativo rispetto al costo per interessi è probabilmente piccolo nel caso di valori grandi (e positivi) del rapporto; per tenere conto di questa possibilità e gestire l'impatto non lineare del rapporto sul rating gli autori hanno trasformato la variabile scomponendola in quattro variabili derivate (semicontinue): dato C il valore continuo del rapporto di copertura degli interessi, le variabili derivate sono:

	C1	C2	C3	C4
C tra 0 e 5	C	0	0	0
C tra 5 e 10	5	C-5	0	0
C tra 10 e 20	5	5	C-10	0
C tra 20 e 100 (C>100 è allineato a 100)	5	5	10	C-20

in cui le soglie sono stabilite tenendo conto dell'asimmetria della distribuzione di C.

<sup>53</sup> Tale rapporto è una proxy della capacità di generazione di cassa con la gestione. Elevati redditi operativi rispecchiano attività di grande valore, che contribuiscono a rating favorevoli.

accurati in tutti i punti del tempo: alcuni rating restano stabili semplicemente perché vi è un limitato interesse a studiare l'impresa o è necessario sostenere un certo sforzo per rivedere la stessa impresa nell'arco di un limitato orizzonte temporale. Ripetendo l'analisi statistica sui rating emessi o rivisti da S&P in periodi recenti, gli autori hanno trovato evidenza di un eccesso di sensibilità al ciclo economico dei rating; in particolare, condizionatamente alle caratteristiche finanziarie ed operative delle imprese, i rating recenti sono collegati in modo prociclico allo stato dell'economia: i nuovi rating sono condizionalmente migliori durante una fase di boom e condizionalmente peggiori durante una fase negativa. Inoltre durante una fase recessiva i downgrades sono più numerosi degli upgrades; il contrario si verifica in una fase espansiva; tale comportamento conferma pertanto l'ipotesi che lo stato del ciclo ha una significativa influenza sul comportamento dinamico dei rating e sulle connesse matrici di transizione. A supporto di tali conclusioni, alcune verifiche empiriche condotte da altri autori hanno avvalorato l'evidenza che le variazioni dei rating non sono indipendenti, ma hanno correlazione seriale (i downgrades sono prevalentemente seguiti da altri downgrades).

In sostanza, è la conclusione degli autori, le agenzie controllano le condizioni delle imprese e non reagiscono a piccole variazioni del loro profilo di rischio, ma se le agenzie modificano i rating allora reagiscono in eccesso (overreact) rispetto alla condizione corrente e la natura di questo eccesso di reazione è correlato positivamente con lo stato dell'economia.

### 5.3 Löffler

Löffler (2004, 2005, 2007, 2013; Löffler & Posch, 2007) in una serie di importanti contributi ha esaminato la struttura concettuale dei rating TTC e ne ha verificato per via econometrica e con simulazioni Monte Carlo le caratteristiche essenziali. Al suo lavoro si sono ispirati vari studiosi.

Una delle prime caratteristiche dei rating delle agenzie studiate dall'autore è stata la rarità con cui avvengono le variazioni dei giudizi, rarità che spesso è stata usata per accusare le agenzie di lentezza nel reagire a nuove informazioni. Le agenzie hanno sempre sottolineato di modificare il rating iniziale solo quando è improbabile che venga rovesciato entro breve termine: le agenzie vogliono evitare il "rimbalzo" (bounce) dei rating. La verifica dell'autore è stata basata su una rappresentazione formale del processo di rating, ricostruita a partire da quanto le agenzie hanno dichiarato nelle loro metodologie. Il rating è una mappatura di una variabile continua (la qualità creditizia) in categorie discrete. Il rating management, come è stato interpretato dall'autore, non è altro che la fissazione di margini di tolleranza intorno alle soglie che separano una classe di rating dall'altra<sup>54</sup>: se la qualità creditizia supera una soglia, ma rimane all'interno del margine di tolleranza, il rating non viene mutato; solo se la qualità creditizia supera anche il margine di tolleranza, l'agenzia aggiorna il suo giudizio e cambia il rating<sup>55</sup>. Questa politica è in grado di spiegare molte delle caratteristiche osservate empiricamente sui rating delle agenzie. Un'altra peculiarità dei rating è quella di essere basati su una prospettiva TTC, che conduce a trascurare le variazioni cicliche (temporanee) della qualità creditizia, ma com'è stato sottolineato da Löffler, la politica sulle variazioni dei rating e l'ottica TTC vanno tenute distinte: entrambe riducono la volatilità dei rating, ma per motivi diversi; in particolare l'approccio TTC non è in grado di spiegare da solo la previsione delle variazioni dei

---

<sup>54</sup> Il ricorso all'idea di soglie da superare da parte della variabile riassuntiva della qualità creditizia (sintetizzata dall'EDF di KMV) affinché venga aggiornato il giudizio di rating è fatto propria anche da Peter Posch (2011), nell'ambito di una ricerca sulle caratteristiche delle transizioni dei rating e dei ritardi delle agenzie nel recepire le variazioni dei rischi: considerando anche le informazioni trasmesse con gli Outlook, Posch ha concluso che le agenzie non sono così lente a reagire come viene sottolineato da molte critiche.

<sup>55</sup> Altre spiegazioni della rarità dei cambiamenti dei rating possono risiedere nella lentezza con cui le agenzie elaborano le nuove informazioni (underreaction) per motivi legati alle caratteristiche psicologiche dei raters, oppure al fatto che le revisioni dei rating sono infrequenti, non essendo possibile seguire nel continuo le situazioni di tutte le imprese rated; infine le agenzie potrebbero avere scelto tale comportamento per favorire gli investitori che con cambiamenti frequenti dei rating dovrebbero sostenere costi per transazione elevati per adeguare le scelte di portafoglio ai nuovi rating che emergono dalle variazioni ravvicinate dei giudizi delle agenzie. Queste ipotesi, pur evocate dall'autore, sono state trascurate per mancanza di informazioni su di esse.

rating né la loro dipendenza seriale. Questi problemi sono stati presi in considerazione anche da Altman (si veda dopo).

Löffler ha formalizzato la qualità creditizia con la variabile continua  $z_t$ , che per ipotesi segue un processo random walk con variazioni normalmente distribuite:

$z_t = z_{t-1} + \varepsilon_t$ , con  $\varepsilon \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ ; le variazioni riguardano periodi di 1 mese. Il random walk è stato scelto perché non consente alcun ruolo all'approccio TTC. La varianza annuale delle variazioni della qualità creditizia è posta pari ad 1, che implica  $\sigma_\varepsilon = \sqrt{12}$ . L'impresa riceve il rating  $i$ -esimo se la variabile  $z$  è compresa tra le soglie che individuano tale rating, cioè  $b_{lower}^i < z_t < b_{upper}^i$ . Löffler ha esaminato la politica di gestione delle variazioni dei rating tramite simulazione, stabilendo soglie delle classi di rating ragionevoli, ricavate dalla rielaborazione delle informazioni pubblicate dalle agenzie sui tassi di insolvenza e fissando le probabilità che i rating restino stabili nell'arco di 1 anno. La probabilità che la variazione del rating sia invertita (reversed) nei prossimi  $m$  anni dipende dalla differenza tra la qualità creditizia e la soglia dei rating appena attraversata:

$$\text{Prob}(\text{reversal}) = \begin{cases} \text{Prob}(z_{t+m} \leq b^{\text{crossed in } t}) = \Phi((b^{\text{crossed in } t} - z_t) / \sqrt{m}), \text{ dopo upgrade} \\ \text{Prob}(z_{t+m} > b^{\text{crossed in } t}) = \Phi((z_t - b^{\text{crossed in } t}) / \sqrt{m}), \text{ dopo downgrade} \end{cases}$$

Il desiderio delle agenzie di evitare i rimbalzi dei rating, ovvero il rovesciamento delle decisioni riguardanti le variazioni dei giudizi, può spiegare parte delle caratteristiche osservate nei rating, caratteristiche che sono sintetizzabili come segue:

- a) I rating delle agenzie sono relativamente stabili rispetto ad altri sistemi di rating
- b) I rating hanno una tendenza (drift), ovvero variazioni successive dei rating nella stessa direzione sono più frequenti delle variazioni in direzione opposta; in particolare il rating drift è particolarmente pronunciato per i downgrades
- c) Le variazioni dei rating hanno una significativa dipendenza seriale positiva e quindi sono prevedibili entro un certo intervallo di confidenza

Gli esercizi di simulazioni sviluppati dall'autore hanno dato risultati coerenti con tali caratteristiche statistiche ricavate dall'evidenza empirica dei rating delle agenzie: il desiderio di voler evitare i rimbalzi da parte delle agenzie, ovvero la politica adottata nella gestione delle variazioni dei loro giudizi, è un buon candidato per spiegare i fatti stilizzati osservati nelle serie storiche dei rating. Peraltro la politica di revisioni rare dei rating conduce ad una riduzione del loro contenuto informativo.

Löffler ha esaminato in dettaglio il confronto tra rating TTC e PIT, confronto che è particolarmente rilevante quando la qualità creditizia dell'impresa mette in luce un comportamento ciclico. L'autore ha approfondito le problematiche della identificazione delle componenti permanenti e transitorie del rischio di credito: le agenzie infatti nel sostenere l'approccio TTC hanno sottolineato l'importanza da loro assegnata alle componenti permanenti come base per l'assegnazione dei loro giudizi; in altri termini i rating TTC rispondono sono alle variazioni delle componenti permanenti della qualità creditizia, mentre ignorano le componenti correnti. Nello schema concettuale di Löffler i rating TTC sono basati sulla distance-to-default condizionata alla realizzazione di uno scenario di stress; tale scenario è una deviazione transitoria dalle condizioni normali che si verifica con una probabilità definita dall'agenzia. È importante tenere distinto il fatto che la vulnerabilità ai cicli influisce sulla decisione di rating, mentre la posizione corrente nel ciclo non ha influenza. I rating basati sulle condizioni correnti (PIT) sono invece basati sulla distanza corrente dal default, che incorpora la componente permanente oltre alle deviazioni cicliche, che tendono a ridursi sull'orizzonte di rating. In entrambe le architetture di rating (TTC e PIT) è importante separare le componenti permanenti e quelle cicliche, componenti che non sono direttamente osservabili e che vanno stimate. Löffler ha fatto ricorso al filtro di Kalman per scomporre la componente permanente da quella

transitoria, mentre la qualità creditizia è stata approssimata con la distance-to-default derivata dal modello di Merton-KMV: l'evento default si verifica quando il valore delle attività dell'impresa si riduce al di sotto del debito (la soglia di default è considerata una costante, per semplicità). Il logaritmo dell'attivo ( $x_t$ ) segue un processo casuale con incrementi a media nulla e varianza costante; il logaritmo del debito è indicato con  $d$ . Per riprodurre la ciclicità, il valore dell'attivo è modellato come somma di un random walk ( $x^*$ ) e di un processo autoregressivo del primo ordine ( $y$ )<sup>56</sup>.

$$x_t = x_t^* + y_t, \text{ con } x_t^* = x_{t-1}^* + \varepsilon_t, y_t = \rho y_{t-1} + u_t, \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2), u_t \sim N(0, \sigma_u^2)$$

ove  $0 < \rho < 1$ ,  $\text{cov}(\varepsilon_t, u_t) = 0$

Solo le innovazioni  $\varepsilon_t$  sono permanenti, mentre le  $u_t$  introducono la componente di mean-reverting nel valore delle attività. Economicamente tale mean-reverting può essere giustificato sia dalla autocorrelazione negativa dei rendimenti azionari, messi in luce da accreditati studi econometrici, sia dal comportamento delle imprese che, sulla base di un target di struttura finanziaria, reagiscono alle variazioni del loro livello di rischio creditizio modificando il leverage. Il rapporto tra la varianza non condizionale su  $T$  periodi e  $T$  volte la varianza monopériodale (il variance-ratio) consente di riassumere la ciclicità del valore dell'attivo; la varianza non condizionale su  $T$  periodi delle variazioni del valore delle attività vale:

$$\text{var}(x_t - x_{t-T}) = T \cdot \text{var}(\varepsilon_t) + \text{var}(y_t) + \text{var}(y_{t-T}) - 2 \text{cov}(y_t, y_{t-T}) =$$

$$= T \sigma_\varepsilon^2 + 2 \frac{\sigma_u^2}{1 - \rho^2} - 2 \rho^T \frac{\sigma_u^2}{1 - \rho^2}$$

Per un random walk il variance ratio è uguale ad 1, ma sul modello adottato dall'autore per il valore delle attività le fluttuazioni a breve termine tendono a correggersi nei periodi successivi, riducendo il variance ratio a valori inferiori all'unità. Le varianze condizionali su  $T$  periodi delle

variazioni in  $x$  e  $y$  sono rispettivamente:

$$T \sigma_\varepsilon^2 + \sum_{t=0}^{T-1} \rho^{2t} \sigma_u^2 \quad \text{e} \quad \sum_{t=0}^{T-1} \rho^{2t} \sigma_u^2$$

Le volatilità condizionali annuali sono indicate con  $\sigma(x)$  e  $\sigma(y)$ . La periodicità è di 1 mese. Per il calcolo della PD annuale occorre riferirsi al valore dell'attivo, ma a causa della mean-reversion il valore corrente  $x_t$  non è sufficiente per valutare la PD: il valore atteso del rendimento su  $x_t$

varia con la componente transitoria  $y_t$  e sull'arco di 1 anno è uguale a  $-(1 - \rho^{12})y_t$ .

Quindi la misura della distance-to-default corrente (DTD), basata sul valore atteso dell'attivo del prossimo anno, è:

$$CCDTD_t = \frac{E(x_{t+12}) - d}{\sigma(x)} = \frac{x_t - (1 - \rho^{12})y_t - d}{\sigma(x)}, \text{ mentre la PD ad 1 anno è } \Phi(-CCDTD)$$

Quella PD implicitamente suppone che il default possa avvenire solo alla fine dell'anno, mentre se l'evento si può verificare anche durante l'anno, allora la relazione tra DTD e PD non è più così immediata.

L'assegnazione del rating sulla base dello scenario di stress è modellata da Löffler nello stesso modo adottato da Carey e Hrycay: la PD è scomposta in probabilità condizionale e probabilità marginale:  $P(D) = P(D|S) \cdot P(S)$ , ove  $P(S)$  è la probabilità che si verifichi lo scenario di stress e  $P(D|S)$  è la probabilità di default nello scenario di stress. Il rating TTC è basato su  $P(D|S)$ . Lo scenario di stress è rappresentato da una deviazione dalle normali condizioni economiche, che è di natura puramente ciclica e che ha una certa probabilità di verificarsi sull'arco dell'orizzonte considerato: con il processo stocastico del valore dell'attivo indicato sopra, la condizione normale è data dalla componente permanente  $x^*$ , mentre le variazioni cicliche sono imputabili alla componente transitoria  $y$ . Poiché le variazioni di  $y$  sono distribuite normalmente, la deviazione dalle normali condizioni è uguale a  $\Phi^{-1}[P(S)]$  volte la volatilità di  $y$  sull'orizzonte considerato per l'evento di stress. Poiché senza ulteriori specificazioni o vincoli

<sup>56</sup> La valore dell'attivo come somma di un processo random walk e di un processo auto regressivo trae spunto dalla ricerca di Eugene Fama e Kenneth French sui prezzi azionari (Fama & French, 1988).

la condizione corrente dell'impresa può essere peggiore dello scenario di stress, riferirsi a quest'ultimo per assegnare il rating sarebbe incoerente con la nozione di stress (lo stress in realtà rappresenterebbe un miglioramento delle condizioni correnti, invece di un loro peggioramento). Per evitare tale incoerenza Löffler ha deciso di modellare l'assegnazione del rating sul minimo tra la distance-to-default corrente e la distance-to-default nello scenario di stress:

$$SDTD = \min \left[ \frac{x_t^* + \Phi^{-1}[P(S)]\sigma(y_t) - (1 - \rho^{12})\Phi^{-1}[P(S)]\sigma(y_t) - d}{\sigma(x_t)}; \frac{x_t - (1 - \rho^{12})y_t - d}{\sigma(x_t)} \right] =$$

$$= \min \left[ \frac{x_t^* + \rho^{12}\Phi^{-1}[P(S)]\sigma(y_t) - d}{\sigma(x_t)}; \frac{x_t - (1 - \rho^{12})y_t - d}{\sigma(x_t)} \right]$$

ove il termine  $-(1 - \rho^{12})\Phi^{-1}[P(S)]\sigma(y_t)$  è il rendimento atteso dell'attivo nello scenario di stress

Se l'impresa si trova già in una situazione di stress (cioè le condizioni correnti descrivono una situazione già molto compromessa) allora la differenza tra valutazione PIT e TTC tende a scomparire.

Per la separazione delle componenti permanenti ( $x^*$ ) da quelle transitorie ( $y$ ) Löffler ha fatto ricorso al filtro di Kalman che genera una predizione di  $x_t^*$  e  $y_t$  basandosi sulla osservazione di  $x_t$ : se  $x_t$  devia dalla sua media non condizionale, le deviazioni sono attribuite sia alla componente permanente che a quella transitoria; la suddivisione tra le due è basata sulla varianza relativa degli shock cumulati permanenti e transitori; più a lungo la deviazione persiste e minore è la varianza degli shock transitori, meno probabile è che le deviazioni siano transitorie. Mentre si rinvia ai documenti originali dell'autore per i dettagli analitici della formulazione e stima del filtro di Kalman applicato a  $x_t$ , si sintetizzano alcuni risultati ottenuti dai suoi esperimenti quantitativi:

- 1) La capacità predittiva dei rating TTC è bassa su orizzonti brevi, ma su orizzonti di lungo periodo è migliore di quella offerta dai modelli quantitativi<sup>57</sup>; la minore accuracy dei rating TTC nel breve periodo è imputabile al fatto che incorporano meno informazioni puntuali rispetto ai sistemi PIT. La modesta accuracy a breve termine dei rating e la loro superiore accuracy a medio e lungo termine possono essere considerate due facce della stessa medaglia. Mentre la PD dipende dalla posizione corrente nel ciclo, il rating TTC è influenzato solamente dalla sensitività al ciclo. Le simulazioni condotte da Löffler hanno confermato che in termini di accuracy i giudizi basati sulle condizioni correnti sono migliori; il divario a favore dei rating PIT dipende dall'entità della ciclicità e dalla sua durata. La probabilità dello scenario di stress  $P(S)$  ha scarsa influenza sull'accuracy dei rating TTC.
- 2) I rating TTC sono relativamente stabili. I rating basati sulle condizioni correnti sono più volatili perché soggetti ad entrambi gli shock permanenti e transitori, mentre i rating TTC non sono influenzati dalla posizione corrente nel ciclo.
- 3) Le variazioni dei rating TTC sono prevedibili, ovvero l'approccio TTC genera variazioni dei rating serialmente correlate, connesse con le variazioni passate.
- 4) Alcune variazioni dei rating TTC non sono correlate a nuove informazioni; detto in altri termini, certe variazioni strutturali si verificano su lunghi periodi ed a volte è difficile individuarli finché non sono diventate ben evidenti.

In una analisi successiva Löffler ha voluto verificare la capacità vantata dalle agenzie di separare la componente trend da quella transitoria della qualità creditizia. Per verificare tale

<sup>57</sup> La migliore performance dei rating rispetto i modelli quantitativi è evidente nel lungo termine. Questa conclusione è ottenuta con modelli calibrati su PD ad 1 anno che vengono messi a confronto con i rating, ma, ad avviso di chi scrive, per omogeneità il raffronto dovrebbe essere effettuato tra questi ultimi e modelli quantitativi stimati su probabilità di default cumulative a 3 o a 5 anni.

capacità, l'autore ha stimato le PD ad 1 anno di un insieme di imprese e ne ha individuato il trend di lungo periodo ricorrendo non più al filtro di Kalman ma ad altri approcci statistici. Le ricerche in campo finanziario disponibili confermano la seria difficoltà di identificare e separare trend e ciclo anche in serie storiche lunghe, come quelle riguardanti i prezzi azionari. L'autore parte dall'idea che le serie storiche sono riconducibili all'eguaglianza:

serie storica = trend + ciclo = componente permanente + componente transitoria.

La base di partenza è stato l'uso delle EDF mensili del database di KMV come proxy delle PD ad 1 anno; l'obiettivo delle verifiche empiriche ha riguardato la capacità dei rating di Moody's di predire le variazioni delle EDF su un orizzonte temporale fino a 3 anni, durata spesso richiamata per illustrare i rating forward-looking. La stima della componente di trend delle EDF è stata effettuata con tre metodi diversi, usando sia i dati storici che futuri per predire il trend ad una certa data:

- a) Il filtro di Hodrick-Prescott. Le EDF sono il risultato della somma di trend e ciclo, ovvero  $EDF_{it} = HPTREND_{it} + HPCYCLE_{it}$ ; la separazione tra le due componenti è ottenuta minimizzando:

$$\sum_{t=t_0(i)}^{T(i)} (HPCYCLE_{it})^2 + \lambda \sum_{t=t_0(i)+2}^{T(i)} [(HPTREND_{it} - HPTREND_{it-1}) - (HPTREND_{it-1} - HPTREND_{it-2})]^2$$

in cui  $\lambda$  è la costante di smussamento, che determina il peso che le deviazioni dal trend assumono rispetto alle variazioni del trend (maggiore è  $\lambda$ , più smussato è il trend stimato)

- b) Le medie mobili centrate  
c) Le regressioni locali

I tre metodi sono stati concordi nel predire lo stato corrente del trend delle EDF. Le EDF sono descritte dalla variabile  $x$ , che come già illustrato prima corrisponde alla somma di una componente random walk ( $z$ ) e di un processo autoregressivo del primo ordine ( $y$ ):

$$x_{t+1} = z_{t+1} + y_{t+1}, \text{ ove } z_{t+1} = z_t + v_{t+1} \text{ e } y_{t+1} = \rho y_t + u_{t+1}, \text{ con } 0 < \rho < 1$$

La conoscenza dei valori correnti di  $z$  ed  $x$  aiuta a spiegare le future variazioni di  $x$ :

$$x_{t+1} - x_t = z_{t+1} + y_{t+1} - z_t - y_t = v_{t+1} + \rho y_t - y_t + u_{t+1} = (\rho - 1)y_t + \varepsilon_{t+1} = (\rho - 1)(x_t - z_t) + \varepsilon_{t+1} = (\rho - 1)x_t - (\rho - 1)z_t + \varepsilon_{t+1}, \text{ ove } \varepsilon_{t+1} = u_{t+1} + v_{t+1}$$

La capacità di vedere attraverso il ciclo, cioè identificare la componente  $z$ , implica l'abilità di prevedere la serie originale. Poiché la EDF corrisponde alla variabile  $x$  e il rating TTC contiene informazioni su  $z$ , si può impostare un modello di regressione per l'impresa  $i$ -esima del tipo:

$$EDF_{i,t+a} - EDF_{it} = \beta_0 + \beta_1 Rating_{it} + \beta_2 EDF_{it} + \beta_3 (EDF_{it} - EDF_{i,t-a}) + u_{it}, \text{ in cui i valori ritardati di EDF consentono di catturare le dipendenze seriali. La variabile dipendente del modello è la variazione cumulativa delle EDF su "a" mesi; un modello che considera variazioni di 1 mese dopo "a" mesi è:}$$

$$EDF_{i,t+a} - EDF_{i,t+a-1} = \beta_0 + \beta_1 Rating_{it} + \beta_2 EDF_{it} + \beta_3 (EDF_{it} - EDF_{i,t-a}) + u_{it}$$

Per i dettagli analitici sul trattamento delle variabili e le problematiche delle stime econometriche si rinvia al documento originale.

La verifica della capacità dei rating di prevedere i trend delle EDF è stata impostata con modelli del tipo:

$$TREND_{i,t+3} - TREND_{it} = \beta_0 + \beta_1 (EDF_{i,t+3} - EDF_{it}) + \beta_2 (Rating_{i,t+3} - Rating_{it}) + u_{it}, \text{ in cui il coefficiente } \beta_2 \text{ cattura la capacità dei rating di identificare il trend delle EDF; la variabile}$$



dipendente è la variazione del trend delle EDF, trend stimato con il filtro di Hodrick-Prescott o con una delle altre due metodologie statistiche sull'arco di 3 mesi. I risultati ottenuti hanno messo in luce la capacità dei rating di predire le EDF fino a 36 mesi, corroborando l'interpretazione che i rating delle agenzie incorporano la capacità di vedere attraverso il ciclo, ovvero i rating contengono informazioni utili per identificare il trend della variabile che misura la qualità creditizia.

Si è visto sopra che l'architettura TTC include l'utilizzo di scenari di stress; tali scenari possono essere considerati come deviazioni cicliche sfavorevoli dal trend di lungo periodo, con una bassa probabilità di verificarsi. In tale ottica il rating può essere descritto come  $TREND_{it} + m \cdot \sigma(CYCLE_i)$ , ove  $TREND$  è un trend della EDF e  $\sigma(CYCLE)$  è lo scarto quadratico medio della componente ciclica, ove  $CYCLE = EDF - TREND$ , ed  $m$  è un moltiplicatore collegato alla severità dello scenario di stress (per  $m=1.64$  o  $2.33$  si hanno stress ad un livello di probabilità del 5% o dell'1%). Se l'impresa è già in una situazione fortemente compromessa, la definizione di scenario di stress è:  $\max[TREND_{it} + m \cdot \sigma(CYCLE_i), EDF_{it}]$ . Peraltro l'evidenza statistica elaborata da Löffler non ha consentito di catturare gli aspetti rilevanti dell'utilizzo di scenari di stress ai fini del rating: potrebbe darsi che le agenzie nonostante le dichiarazioni metodologiche non assegnino troppa importanza all'uso degli scenari di stress; inoltre lo scarto quadratico medio della componente ciclica stimato sui dati empirici varia di poco tra le diverse imprese e quindi il suo impatto sui rating sarebbe comunque limitato anche se agli scenari venisse assegnato un rilievo significativo ai fini della valutazione dei rating TTC.

In sintesi quindi effettivamente il rating TTC aiuta ad identificare la scomposizione tra trend e ciclo della qualità creditizia; inoltre la stabilità seriale osservata sui rating è coerente con l'assegnazione dei giudizi sulla base del trend di lungo periodo della qualità creditizia.

Löffler ha anche dimostrato che i rating delle agenzie aiutano a predire i valori futuri degli indicatori di bilancio e dei credit score fino ad un orizzonte di 5 anni: in effetti se i rating TTC sono davvero forward-looking dovrebbero contenere informazioni sulla futura qualità creditizia, che non è altro che una sintesi complessa di variabili rilevanti, tra cui i ratios economico-finanziari e gli score costruibili con essi<sup>58</sup>. Il genere di modelli stimati dall'autore su dati panel sono del tipo

$$R_{it} = \beta R_{i,t-n} + \gamma Rating_{i,t-s} + \eta_{it}, \text{ ove } R = \text{indicatore di bilancio o credit score.}$$

Infine, considerando la diversa performance a breve ed a medio e lungo termine delle misure quantitative e di quelle TTC nella previsione delle insolvenze, Löffler ha proposto di combinare le due metriche in modo da ottenere uno strumento ottimizzato per la valutazione del rischio di credito. Dalle analisi dell'autore è emerso che la semplice ponderazione paritetica delle EDF di KMV e dei rating di Moody's, dopo opportuni trattamenti analitici, consente di pervenire ad una integrazione ottimale dei due rating, ottenendo un previsore migliore delle due metriche prese singolarmente, valido sia nel breve che nel lungo periodo.

Le analisi di Löffler sono state applicate ai rating sovrani da John Kiff, Michael Kisser e Liliana Schumacher (2013), che hanno confermato che l'approccio TTC ha una capacità previsiva a breve termine inferiore a quello PIT a causa soprattutto della riluttanza ad aggiornare i rating non appena arrivano nuove informazioni o quando gli scenari di stress sono violati, determinando ritardi nell'adeguamento delle valutazioni che finiscono per deteriorare la capacità diagnostica dei rating TTC.

#### 5.4 Kauko

Karlo Kauko (2010, 2012) ha approfondito le caratteristiche statistiche delle serie storiche delle probabilità di insolvenza, a partire dai contributi di Löffler. Dalle evidenze empiriche

<sup>58</sup> Se le agenzie nel formulare i loro giudizi si basano sui business plan delle imprese, è logico che i rating incorporino l'essenziale di quei piani e di conseguenza le variabili economico-finanziarie che ne sintetizzano gli aspetti più rilevanti per il rischio di credito.

elaborate dall'autore<sup>59</sup> è emerso che le proprietà del rischio di credito aggregato non possono essere derivate dai rischi di credito delle singole imprese. Se il rischio di credito medio nel sistema economico fosse un processo a radice unitaria, potrebbe gradualmente raggiungere un qualsiasi estremo non realistico, ma in realtà il rischio di credito medio delle imprese può essere stazionario anche se il rischio della singola impresa è un processo a radice unitaria. Questo risultato è possibile perché la popolazione delle imprese è soggetta a ingressi ed uscite: le uscite per fallimento eliminano le imprese più deboli e prevengono che le DD (distance to default) diminuiscano indefinitamente (e le PD crescano indefinitamente), mentre le entrate di nuove imprese prevengono che le DD aumentino senza limiti (o le PD convergano a zero). Se il rischio medio è stazionario, qualsiasi deviazione dalla media di lungo periodo è temporanea e può essere percepita come ciclo.

L'autore ha adottato la scomposizione di Löffler applicandola alle DD (che sono una variabile PIT):  $D_{it} = S_{it} + C_{it}$ , in cui  $C_{it} = \alpha C_{it-1} + \beta_t C_{macro,t} + \varepsilon_{it}$ , con  $0 < \alpha < 1$ ; S è il valore della componente strutturale (TTC) del rischio di credito dell'impresa i-esima al tempo t, C è invece la componente ciclica del rischio di credito, funzione di componenti macroeconomiche ( $C_{macro}$ ) ed idiosincratice ( $\varepsilon$ ). Se  $\alpha$  fosse uguale ad 1 gli shock macroeconomici causerebbero variazioni permanenti nel rischio di credito e non sarebbe possibile filtrare cicli transitori nelle DD. Un rating PIT sarebbe basato su  $D_{it}$ , mentre un rating TTC trascurerebbe il valore di  $C_{it}$ . Se la componente strutturale rimanesse costante, la media mobile del rating PIT sarebbe una proxy soddisfacente per  $S_{it}$ . In alternativa si potrebbe assegnare alla componente ciclica  $C_{it}$  uno specifico valore negativo per ottenere PD sotto condizioni economiche avverse. Sfortunatamente i parametri di questo modello sono difficili da stimare e quindi le proprietà statistiche delle serie storiche delle DD devono essere identificate con test indiretti. I dati elaborati, riguardanti 119 imprese finlandesi quotate, hanno fornito scarso o nessun supporto alla coesistenza di componenti cicliche e strutturali nel rischio di credito: pertanto la filosofia di rating TTC basata sull'idea che le componenti temporanee del rischio di credito siano filtrate via e quindi il rating derivi dalla componente strutturale non sembra pienamente realizzabile perché tali cicli non sembrano esistere nelle serie storiche.

## 5.5 Topp-Perl

Anche Rebekka Topp e Robert Perl (2010) hanno esaminato in modo approfondito il comportamento delle serie storiche dei rating delle agenzie, in particolare quelle di S&P. Il punto di partenza degli autori è stata l'affermazione delle agenzie di assegnare i rating in modo da preservare il ranking delle loro classi di rischio anche se la PD in ciascuna classe cambia nel corso del tempo (un'impresa con rating BBB sarà sempre migliore di una con rating inferiore (BB o C, ad esempio), indipendentemente dallo stato del ciclo economico).

Le evidenze empiriche elaborate dagli autori hanno messo in luce che il ranking delle classi di rating non resta stabile ma muta durante il ciclo e quindi la confrontabilità dei rating nel tempo è dubbia: le sovrapposizioni tra l'ordinamento delle classi speculative-grade rispetto ai tassi di default sono evidenti, specie in alcuni periodi; gli autori hanno sollevato incertezze anche a proposito delle classi investment-grade, pur mancando evidenze empiriche robuste, dato il limitato numero delle insolvenze in tale categoria. È stata anche riscontrata la dipendenza dei rating TTC di S&P dai movimenti del ciclo. La conclusione degli autori è che nonostante che le agenzie affermino di assegnare rating indipendenti dagli effetti ciclici, l'analisi dei dati mette in luce che in generale ciò non è vero, ma questo punto dipende molto dalle classi di rating e dai settori considerati; la stessa differenziazione tra le classi, rispetto ai tassi di default, non è sempre netta.

<sup>59</sup> Le elaborazioni sono state compiute sulle EDF di Moody's-KMV convertite in DD (distance to default) con l'inversa della normale standard.

## 5.6 Heitfield

Erik Heitfield (2004, 2005) ha formalizzato in importanti contributi un modello che riproduce le caratteristiche essenziali delle PD PIT e TTC, studiandone le conseguenze sull'entità dei requisiti patrimoniali richiesti alle banche con le due filosofie di rating. Il punto di partenza è la regulation bancaria relativa ai sistemi di rating interni: la banca deve collocare le imprese in appropriate categorie di rischio (risk buckets); tutte le imprese appartenenti ad una specifica categoria condividono la stessa qualità creditizia, in base alle valutazioni del sistema di rating interno; per ciascuna categoria la banca deve calcolare la "pooled" PD che riflette la media di lungo periodo della frequenza annuale dei default di quella categoria. Con sistemi di rating PIT le imprese sono assegnate alla classe di rating più pertinente in base a tutte le migliori informazioni disponibili sulla qualità creditizia corrente, mentre con sistemi TTC l'assegnazione avviene in base alla capacità dell'impresa di rimanere solvibile nella fase più depressa del ciclo o durante un evento di severo stress. I rating TTC quindi tendono a restare più stabili dei rating PIT: le proprietà dinamiche dei rating dipendono dalla filosofia adottata nella costruzione del sistema. Nel tempo i tassi di default medi dovrebbero convergere alla "vera" pooled PD, ma potrebbe essere necessario molto tempo. Le variazioni dei tassi di default osservati intorno alla pooled PD sono maggiori per i sistemi TTC rispetto ai sistemi PIT: le imprese nelle classi di rischio PIT condividono la stessa probabilità di insolvenza ad 1 anno, indipendentemente dallo stato del ciclo economico, mentre nei sistemi TTC tali probabilità cambiano nel corso del ciclo; pertanto le frequenze di default osservate nelle classi TTC mettono in luce variazioni cicliche e variazioni associate con il rischio sistematico, mentre le frequenze osservate nelle classi PIT variano solo per effetto del rischio sistematico. Le pooled PD pertanto dipendono sia dalle caratteristiche delle imprese sia dalla filosofia di rating adottata dalla banca nella progettazione del suo sistema di rating interno.

Il modello sviluppato da Heitfield formalizza la PD come previsione della probabilità che la specifica impresa diventi insolvente nell'arco di un certo orizzonte (generalmente di 1 anno); la previsione può incorporare tutte le informazioni ritenute rilevanti, informazioni che possono essere raggruppate in due grandi gruppi:

- a) Informazioni aggregate, osservabili al momento in cui la previsione viene formulata, come le variabili macroeconomiche generali
- b) Informazioni specifiche sull'impresa, uniche di quell'impresa; tali informazioni possono essere relativamente statiche, come l'articolazione delle linee di business on cui opera l'azienda, la qualità del management, oppure dinamiche, come la struttura finanziaria, lo sviluppo dei ricavi e così via.

I due tipi di informazioni sono in generale altamente correlate (i ricavi dell'impresa ed i connessi flussi di cassa sono elevati quando la dinamica del PIL è nella fase espansiva del ciclo). Le PD possono inoltre incorporare esplicitamente od implicitamente previsioni sulle condizioni future, previsioni che possono essere estrapolate dalle condizioni correnti o possono riflettere scenari di stress molto prudenziali che è poco probabile che si avverino sull'orizzonte di analisi, ma che se dovessero verificarsi potrebbero causare altissime perdite su crediti.

Heitfield ha modellato due tipi di PD:

- 1) PD non stressate (unstressed PD, UPD): stima non distorta della probabilità che l'impresa fallisca entro il prossimo anno, date le informazioni disponibili, incluse le caratteristiche statiche e dinamiche dell'azienda e le variabili aggregate; poiché queste PD incorporano le variabili macroeconomiche è probabile che aumentino e diminuiscano con il succedersi delle fasi depressive ed espansive del ciclo
- 2) PD stressate (stressed PD, SPD): stima della probabilità di insolvenza nell'arco del prossimo anno usando tutte le informazioni disponibili, ma assumendo uno scenario avverso di stress delle condizioni economiche generali; poiché queste PD fanno uso delle informazioni sulle caratteristiche dinamiche dell'impresa cambiano con il variare delle caratteristiche individuali dell'impresa, ma tendono a non essere altamente correlate con il ciclo.

Pur con vari punti di contatto con il modello di Löffler, quello sviluppato da Heitfield se ne discosta in senso restrittivo. L'evento default è modellato con un indicatore latente della qualità creditizia  $Z_{it}$  per l'impresa  $i$ -esima al periodo  $t$ : l'impresa fallisce se  $Z_{it}$  scende al di sotto dello zero;  $Z_{it}$  è considerabile come una misura della distance-to-default che varia nel tempo in funzione dei fattori di rischio osservabili e non osservabili:

$$Z_{i,t+1} = \alpha + \beta_W W_i + \beta_X X_{it} + \beta_Y Y_t + U_{i,t+1},$$

ove  $W_i$  è un fattore fisso che incorpora le caratteristiche dell'impresa che non mutano nel tempo;  $X_{it}$  cattura le caratteristiche dinamiche dell'impresa osservabili al tempo  $t$  e che potrebbero non essere prevedibili con  $Y_t$  ( $X_{it}$  è indipendente da  $Y_t$ );  $Y_t$  è un fattore di rischio, osservabile in  $t$ , che influenza la qualità creditizia di tutte le imprese che compongono il portafoglio della banca (bassi valori di  $Y_t$  corrispondono a recessioni mentre alti valori corrispondono a fasi espansive del ciclo),  $U_{i,t+1}$  riflette le informazioni che influiscono sullo stato di insolvenza dell'impresa in  $t+1$  e quindi non è osservabile in  $t$ . Anche dopo aver considerato le variabili macro osservabili in  $t$ , il rischio sistematico genererà correlazioni negli eventi default tra le imprese: per tenere conto di questa

considerazione si ipotizza che la variabile  $U$  sia esprimibile come  $U_{i,t+1} = \omega V_{t+1} + \sqrt{1-\omega^2} E_{i,t+1}$ , ove  $V_{t+1}$  è il fattore di rischio sistematico condiviso da tutte le imprese,  $E_{i,t+1}$  è un fattore idiosincratico, specifico dell'impresa  $i$ -esima ed  $\omega$  è il coefficiente che misura la dipendenza dal fattore sistematico non osservabile: un valore prossimo ad 1 (o a 0) significa che condizionatamente ai fattori di rischio osservabili in  $t$  le insolvenze delle imprese in  $t+1$  sono eventi altamente correlati (o sono indipendenti). Tutti i fattori di rischio hanno distribuzioni marginali normali standard e sono iid, tranne  $Y$  che può dipendere da valori ritardati di  $V$  o dello stesso  $Y$ . La PD non stressata (UPD) è data da:

$$\begin{aligned} UPD_{it} &= \Pr ob[Z_{i,t+1} < 0 | W_i = w_i, X_{it} = x_{it}, Y_t = y_t] = \Pr ob[\alpha + \beta_W w_i + \beta_X x_{it} + \beta_Y y_t + U_{i,t+1} < 0] = \\ &= \Pr ob[U_{i,t+1} < -(\alpha + \beta_W w_i + \beta_X x_{it} + \beta_Y y_t)] = \Phi[-(\alpha + \beta_W w_i + \beta_X x_{it} + \beta_Y y_t)] \end{aligned}$$

La UPD varia in senso contro-ciclico, crescendo durante le recessioni ( $y_t$  si riduce) e diminuendo con le espansioni ( $y_t$  aumenta).

La determinazione della PD stressata (SPD) può essere derivata specificando lo scenario di severa recessione: lo stato della macroeconomia in  $t+1$  è descritto da una media ponderata del fattore di rischio osservabile ( $Y_t$ ) e di quello non osservabile ( $V_{t+1}$ ); lo scenario avverso è pertanto scrivibile come  $\beta_Y Y_t + \omega V_{t+1} = -\psi$ , ove  $\psi$  è un parametro fisso, i cui valori elevati descrivono scenari pessimistici. La SPD è quindi:

$$\begin{aligned} SPD_{it} &= \Pr ob[Z_{i,t+1} < 0 | W_i = w_i, X_{it} = x_{it}, \beta_Y Y_t + \omega V_{t+1} = -\psi] = \\ &= \Pr ob[\alpha + \beta_W w_i + \beta_X x_{it} - \psi + \sqrt{1-\omega^2} E_{i,t+1} < 0] = \\ &= \Pr ob\left[E_{i,t+1} \sqrt{1-\omega^2} < -(\alpha + \beta_W w_i + \beta_X x_{it} - \psi)\right] = \Phi\left[-\frac{(\alpha + \beta_W w_i + \beta_X x_{it} - \psi)}{\sqrt{1-\omega^2}}\right] \end{aligned}$$

La SPD non dipende da  $y_t$  e quindi non è correlata con il ciclo economico.

In un sistema PIT tutte le imprese di una classe di rischio condividono la stessa UPD, mentre in un sistema TTC la condivisione riguarda la SPD. Il mapping PIT è rappresentabile con la funzione  $\Gamma^{PIT}(w_i, x_{it}, y_t) = \alpha + \beta_W w_i + \beta_X x_{it} + \beta_Y y_t = \gamma_{PIT}$  e quindi la UPD è uguale a  $UPD^{PIT}(\gamma_{PIT}) = \Phi(-\gamma_{PIT})$ . Come è stato chiarito sopra la  $UPD^{PIT}$  di una classe di rating (non di una singola impresa) resta stabile nel ciclo, ma ciò non vale per la  $SPD^{PIT}$ . Infatti la PD stressata di un'impresa in un sistema PIT vale

$$SPD^{PIT}(\gamma_{PIT}) = \Phi\left(\frac{-\gamma_{PIT} + \psi + \beta_Y y_t}{\sqrt{1-\omega^2}}\right),$$

in cui  $y_t$  entra con segno positivo e quindi la  $SPD^{PIT}$  varia sorprendentemente in modo pro ciclico, cioè aumenta durante le espansioni e diminuisce

con le recessioni. In un sistema TTC la funzione di mapping è

$\Gamma^{TTC}(w_i, x_{it}) = \alpha + \beta_w w_i + \beta_x x_{it} = \gamma_{TTC}$ , mentre la SPD è

$$SPD^{TTC}(\gamma_{TTC}) = \Phi\left(\frac{-\gamma_{TTC} + \psi}{\sqrt{1 - \omega^2}}\right)$$

La SPD di una specifica classe di rischio TTC rimane stabile nel corso del ciclo, ma ciò non vale per la

UPD di un sistema TTC che è  $UPD^{TTC}(\gamma_{TTC}) = \Phi(-\gamma_{TTC} - \beta_y y_t)$ . La tabella 6 sintetizza il comportamento delle PD delle imprese assegnate ad una classe di rating:

**Tabella 6.** Correlazione delle pooled PD con il ciclo

Proprietà delle PD delle imprese		Filosofia di Rating	
		PIT	TTC
PD	Non stressata	Stabile	Negativa
	Stressata	Positiva	Stabile

Heitfield ha dimostrato che questi risultati non si applicano alle pooled PD, ma solo alle imprese classificate in uno specifico livello di rating. Le pooled PD sono le medie di lungo periodo delle frequenze di default osservate. Sia  $D_{it}$  la variabile indicatrice che assume il valore 1 se l'impresa  $i$ -esima fallisce e zero in caso contrario. La pooled PD (PPD) di una classe di rating PIT vale:

$$PPD^{PIT}(\gamma_{PIT}) = E[D_{i,t+1} | \Gamma^{PIT}(W_i, X_{it}, Y_t) = \gamma_{PIT}] = \\ = \Pr ob[Z_{i,t+1} \leq 0 | \alpha + \beta_w W_i + \beta_x X_{it} + \beta_y Y_t = \gamma_{PIT}] = \Phi(-\gamma_{PIT})$$

ovvero  $PPD_{it}^{PIT} = \Phi[-(\alpha + \beta_w w_i + \beta_x x_{it} + \beta_y y_t)]$  che rappresenta la PPD assegnata all'impresa  $i$ -esima in una classe di rischio PIT

Quindi la  $PPD^{PIT}$  di una classe di rating coincide con la  $UPD^{PIT}$  delle imprese assegnate a quella classe; detto in altri termini la pooled PD di una classe di rischio in un sistema PIT è una buona indicazione della PD non stressata delle imprese assegnate a quella classe. Questo risultato non è valido per il sistema TTC, infatti la  $PPD^{TTC}$  vale

$$PPD^{TTC}(\gamma_{TTC}) = E[D_{i,t+1} | \Gamma^{TTC}(W_i, X_{it}) = \gamma_{TTC}] = \\ = \Pr ob[Z_{i,t+1} \leq 0 | \alpha + \beta_w W_i + \beta_x X_{it} = \gamma_{TTC}] = \Phi\left(\frac{-\gamma_{TTC}}{\sqrt{1 + \beta_y^2}}\right)$$

quindi la PPD assegnata all'impresa  $i$ -esima in una classe di un sistema TTC è

$$PPD_{it}^{TTC} = \Phi\left(\frac{-(\alpha + \beta_w w_i + \beta_x x_{it})}{\sqrt{1 + \beta_y^2}}\right)$$

Come si vede in un sistema TTC la pooled PD assegnata alle imprese classificate in uno specifico rating non corrisponde né alla SPD né alla UPD e quindi non fornisce indicazioni corrette sulla probabilità di insolvenza di quelle imprese. Peraltro le  $PPD^{TTC}$  non sono correlate con le variabili macroeconomiche osservate, a differenza delle  $PPD^{PIT}$  che sono invece correlate negativamente con le variabili macro.

Queste differenze si riflettono sui requisiti patrimoniali. Indicando con  $\lambda_i$  la LGD, il requisito (k) specificato nella regulation di Basilea basato sul modello ASRF (asymptotic single risk factor) per l'impresa  $i$ -esima è:

$$k_{it}^{\pi} = \Pr ob \left[ Z_{i,t+1} < 0 \mid W_i = w_i, X_{it} = x_{it}, Y_t = y_t, V_{t+1} = \Phi^{-1}(1-\pi) \right] * \lambda_i =$$

$$= \Phi \left( - \frac{\alpha + \beta_w w_i + \beta_x x_{it} + \beta_y y_t + \omega \Phi^{-1}(1-\pi)}{\sqrt{1-\omega^2}} \right) * \lambda_i$$

in cui  $1-\pi$  è il percentile di  $V_{t+1}$ , che è la sola fonte della dipendenza tra gli eventi di insolvenza. Operando le opportune sostituzioni, nel caso PIT tale requisito diventa:

$$k_{it}^{\pi} = \Phi \left( \frac{\Phi^{-1}(PPD_{it}^{PIT}) - \omega \Phi^{-1}(1-\pi)}{\sqrt{1-\omega^2}} \right) * \lambda_i$$

, che è sostanzialmente identico alla formula regolamentare (in effetti la funzione specificata in Basilea 2 è derivata dall'ASRF applicato ad un modello single-systematic-risk-factor-distance-to-default, simile alla versione PIT proposta da Heitfield). Il requisito nel caso TTC vale:

$$k_{it}^{\pi} = \Phi \left( \frac{\Phi^{-1}(PPD_{it}^{TTC}) - \beta_y y_t - \omega \Phi^{-1}(1-\pi)}{\sqrt{1-\omega^2}} \right) * \lambda_i$$

, che come si vede è negativamente connesso con lo stato dell'economia osservato in  $t$ . In conclusione, la regola di calcolo del requisito patrimoniale basato sulle PPD derivate da un sistema di rating PIT è stabile nel corso del ciclo, non dipendendo direttamente dallo stato  $y_t$ , ma il requisito ha un comportamento contro-ciclico (se  $y_t$  diminuisce la  $PPD^{PIT}$  dell'impresa aumenta ed il requisito cresce), mentre la regola derivata da un sistema TTC è negativamente correlata con il ciclo e quindi se si vuole ottenere un requisito costante nel ciclo occorre introdurre dei correttivi. Due banche con la stessa esposizione ai rischi di credito ma differenti filosofie nei sistemi di rating hanno diversi livelli dei requisiti patrimoniali regolamentari, contrariamente all'idea generale che la regulation di Basilea porti ad un livellamento delle regole con cui si svolge la concorrenza tra i sistemi bancari dei diversi paesi: la scelta della filosofia di rating da adottare per la costruzione dei loro sistemi interni è pertanto una scelta cruciale per le banche.

Zoltan Varsanyi (2007) ha proposto una modifica del modello di Heitfield. Collegando il concetto di PD stressate al sistema TTC e le PD non stressate al modello PIT, Heitfield ha dimostrato che nel suo modello le PD non stressate di una classe di rischio PIT e le PD stressate di una classe TTC restano costanti nel tempo, mentre le PD stressate di una classe PIT e le PD non stressate di una classe TTC mutano nel tempo. Varsanyi invece rifiuta l'idea che l'approccio TTC sia caratterizzato dal riferimento ad uno scenario di stress e considera invece pertinente il legame al tipo di informazioni incluse nel giudizio di rating: un sistema TTC è basato su informazioni specifiche dell'impresa e non su quelle sistemiche (non risponde a variazioni delle condizioni macroeconomiche), ovvero è fondato solo su informazioni non sistemiche. In altri termini il modello TTC nella concezione di Varsanyi si basa su  $Z_{i,t} = \alpha + \beta_w W_i + \beta_x X_{it} + U_{i,t}$ , che formalizza il fatto che l'insieme dei fattori macro osservabili  $Y$  è vuoto (diversamente dal sistema PIT che invece ne tiene conto). Peraltro pochi studiosi si sono soffermati sul problema che le variabili specifiche dell'impresa sono in qualche misura collegate con il ciclo economico, anche se non è affatto semplice identificare l'entità di tale influenza e rimuoverla. Secondo l'autore nel modello di Heitfield lo shock dello stress influenza sia  $Y_t$  che  $V_{t+1}$  e maggiore è la quota assegnata alla prima variabile, minore sarà la differenza tra le PD stressate e non stressate dei sistemi TTC e PIT. Usando la versione del modello di Heitfield pubblicata nel 2005, Varsanyi pone la pooled PD PIT stressata uguale a:

$$PPD_{PIT}^s = \Phi \left( \frac{\beta_y y_t + \gamma_{PIT} - \psi}{\sqrt{1-\omega^2}} \right) = \Phi \left( \frac{\beta_y y_t + \gamma_{PIT} - \beta_y y_t - \omega V_{t+1}}{\sqrt{1-\omega^2}} \right) = \Phi \left( \frac{\gamma_{PIT} - \omega V_{t+1}}{\sqrt{1-\omega^2}} \right)$$

ove in questa versione la costante che descrive lo scenario di stress è  $\psi = \beta_y y_t + \omega V_{t+1}$

Il pedice  $y$  che qualifica  $V_{t+1,y}$  si riferisce al fatto che è determinato da  $y$ , dato  $\psi$ .

Varsanyi ha modificato il modello di Heitfield per collegare lo scenario di stress solo alla variabile  $V$ : si è al tempo  $t$  e lo stress test è formulato per esaminare la dinamica del sistema

nell'anno successivo. Con tale modifica la PD PIT non stressata non cambia mentre al PD PIT stressata è uguale a

$$PPD_{PIT}^S = \Phi\left(\frac{\gamma_{PIT} - \omega V_{t+1}}{\sqrt{1 - \omega^2}}\right)$$

: la differenza rispetto alla versione originale di Heitfield è interamente nella variabile  $V_{t+1}$  che qui non ha più il pedice  $y$ , il che significa che lo scenario di stress è ora limitato a  $\psi = \omega V_{t+1}$ ; in altri termini lo shock di stress non è più una costante ma una variabile che dipende dallo stato corrente del sistema economico. La dinamica delle PD PIT stressate nella versione di Varsanyi è diversa da quella originale di Heitfield: in quest'ultimo un deterioramento di  $Y$  conduce ad una diminuzione della PD PIT stressata, mentre nella versione di Varsanyi non si osservano variazioni perché le imprese vengono downgraded come risultato del peggioramento della situazione economica generale.

### 5.7 Saurina-Trucharte

Jesús Saurina e Carlos Trucharte (2007)<sup>60</sup>, a partire dalle idee di Gordy-Howells e soprattutto di Heitfield hanno sviluppato il confronto tra diverse interpretazioni di PD TTC, finalizzate a valutare la prociclicità dei requisiti patrimoniali calcolati con diversi sistemi di rating. L'analisi è stata applicata ai mutui ipotecari. Il punto di partenza è la stima di un modello logit su variabili tratte dalla Centrale dei Rischi della Banca Centrale spagnola, (descrittori geografici e descrittori della tipologia delle banche erogatrici dei mutui) ed inclusivo di una variabile macroeconomica (tasso di variazione del PIL). Le PD calcolate con il modello logit sono PIT. Tali PD sono state messe a confronto con quattro versioni di PD TTC:

- 1) la prima versione di PD TTC assume che la valutazione venga effettuata al punto di minimo del ciclo economico e quindi la PD è calcolata con il modello logit assegnando alla variabile macro il peggiore tra i tassi di variazione del PIL osservato nel periodo considerato; tutte le PD dei debitori e nei diversi anni sono pertanto calcolate con il modello logit mantenendo costante il valore assegnato alla variabile macro, pari al PIL minimo del ciclo; poi viene calcolata la media semplice annuale di tali PD ottenendo la prima versione delle PD TTC.
- 2) la seconda versione di PD TTC è una media di lungo periodo: è calcolata come media cumulativa di PD annuali, in cui le PD attribuite a ciascun anno sono le medie semplici delle PD calcolate sui debitori dei diversi anni con il modello logit originale. Un ulteriore smussamento della PD di lungo periodo può essere ottenuto usando medie mobili da cui siano esclusi gli anni con PD medie eccessivamente stressate o troppo favorevoli.
- 3) La terza versione di PD TTC è calcolata a partire dal modello logit assegnando alla variabile macro un valore costante pari alla media dei tassi di variazione del PIL osservata nel periodo (cyclically corrected PD); poi viene calcolata la media semplice annuale di tali PD; questo calcolo assume che la valutazione della PD venga riferita alla media del ciclo (diversamente dal suo punto di minimo, usato nel calcolo della prima versione di PD TTC).
- 4) La quarta versione di PD TTC è una PD aciclica derivata dal modello logit ristimato senza la variabile macro, e quindi con le sole variabili descrittive del rischio dei mutuatari e delle dummies. Il modello quindi non include la variabile ciclica, cioè il fattore comune a tutti i debitori, ma solo quelle idiosincratice<sup>61</sup>. La PD aciclica è la media semplice annuale delle PD del secondo modello logit.

Sotto il profilo formale gli autori definiscono TTC solo la prima delle quattro versioni indicate sopra, mentre le altre sono contraddistinte rispettivamente con: long-run average, cyclically corrected e acyclical. Le elaborazioni degli autori hanno messo in luce dinamiche

<sup>60</sup> Il loro lavoro è stato ampliato in Repullo, Saurina & Trucharte (2010).

<sup>61</sup> Tuttavia non si può affermare che le PD di questa seconda versione del logit non siano influenzate dal fattore ciclico perché molte variabili idiosincratice sono influenzate dalla dinamica del ciclo economico; PD veramente acicliche richiederebbero l'uso di un modello stimato su variabili idiosincratice da cui sia stata interamente rimossa l'influenza del ciclo.

molto simili tra TTC e long-run average e tra cyclically corrected e acyclical, mentre, come atteso, la PD PIT risulta molto più variabile rispetto alle altre quattro.

### 5.8 Miu-Ozdemir

Peter Miu e Bogie Ozdemir (2005; 2009) hanno dimostrato che la default correlation deve essere coerente con la filosofia dell'architettura del sistema di rating per evitare incongruenze sia nell'uso degli output del sistema sia nelle procedure per la sua validazione<sup>62</sup>. I due autori, pur ispirandosi ai lavori di Heitfield, propongono una loro versione di un modello TTC che si richiama al dettato delle regulation bancaria: il sistema TTC non considera le variabili macroeconomiche correnti per l'assegnazione del rating ed è coerente con un sistema che si basa sullo scenario di minimo del ciclo. La PD TTC non è la PD non stressata (unstressed PD) sul prossimo anno. Il parametro della correlazione deve essere coerente con tale sistema: questo è un aspetto non considerato nel modello di Heitfield. Dato che è contingente allo stato corrente dell'economia, la correlazione tra i rischi di credito di un sistema PIT dovrebbe essere molto inferiore a quella di un sistema TTC: la prima è definibile "correlazione condizionale", mentre la seconda è una "correlazione non condizionale". La correlazione condizionale PIT dovrebbe essere significativamente minore di quella non condizionale perché una componente sostanziale della variazione sistematica dei valori delle attività dell'impresa (il riferimento è sempre al modello di Merton-Vasicek) è già inclusa nelle informazioni sullo stato corrente dell'economia, incorporate nel sistema PIT.

Si considerino due imprese il cui rischio di credito è sintetizzato da un modello di Merton-Vasicek semplificato, con  $\Delta A$  che rappresenta la variazione del valore dell'attivo,  $S$  è la componente sistematica ed  $U$  quella idiosincratca:

$$\Delta A_{1,t} = \beta_1 * S_t + U_{1,t}$$

$$\Delta A_{2,t} = \beta_2 * S_t + U_{2,t}$$

$S_t$ ,  $U_1$  e  $U_2$  sono variabili casuali normali standard indipendenti. Siano  $D_1$  e  $D_2$  le due distance-to-default (in realtà: default-point) delle imprese, che specificano l'evento default come realizzazione in  $t$  di  $\Delta A_{it} < -D_{it}$ . Per semplicità gli autori assumono  $\beta_1 = \beta_2 = 1$  e  $D_{1t} = D_{2t} = D_t$ . All'inizio del periodo la PD delle due imprese vale  $PD_{it} = \text{Prob}(S_t + U_{it} < -D_t)$ . La distance-to-default standardizzata (SDD) è il rapporto tra la distance-to-default e lo scarto quadratico medio:

$$SDD_{i,t} = \frac{D_t}{\sqrt{\text{var}(S_t + U_{i,t})}} = \frac{D_t}{\sqrt{E(S_t + U_{i,t} - 0)^2}} = \frac{D_t}{\sqrt{E(S_t)^2 + E(U_{i,t})^2 + 2\text{cov}(S_t, U_{i,t})}} = \frac{D_t}{\sqrt{2}}, \text{ mentre}$$

la probabilità di default congiunto (JDP) vale:

$$JDP_t = \text{Prob}(S_t + U_{1,t} < -D_t \cap S_t + U_{2,t} < -D_t) \text{ e la asset correlation } (\rho) \text{ è:}$$

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{\text{cov}(\Delta A_{1,t}, \Delta A_{2,t})}{\sqrt{\text{var}(\Delta A_{1,t}) * \text{var}(\Delta A_{2,t})}} = \frac{E[(S_t + U_{1,t})(S_t + U_{2,t})]}{\sqrt{E(S_t + U_{1,t})^2 E(S_t + U_{2,t})^2}} = \\ &= \frac{E(S_t^2) + E(S_t U_{1,t}) + E(S_t U_{2,t}) + E(U_{1,t} U_{2,t})}{\sqrt{2 * 2}} = \frac{1}{2} = 0.5 \end{aligned}$$

Immediatamente dopo l'inizio del periodo  $t$  viene rivelata una parte della componente sistematica di  $S_t$ , che può essere scomposta in parte osservabile e parte non osservabile:

<sup>62</sup> La procedura di validazione deve essere coerente con la filosofia di rating. Le PD PIT sono la miglior stima della probabilità di insolvenza sull'arco del prossimo anno e sono calcolate considerando tutte le informazioni cicliche e non cicliche, sistematiche e specifiche; le PD TTC sono la stima della probabilità di insolvenza sull'arco del ciclo creditizio e sono calcolate sulla base delle informazioni non cicliche. Pertanto le PD PIT devono essere validate sui tassi di insolvenza di 12 mesi, mentre le PD TTC vanno validate rispetto alla media dei tassi di insolvenza di un ciclo creditizio.



$S_t = S_t^{obs} + S_t^{unobs}$ . Si supponga che la parte non osservabile abbia distribuzione normale con media nulla e varianza 0.5. Con un sistema PIT il rating di un'impresa potrebbe cambiare sulla base dell'osservazione di  $S_t^{obs}$ : se  $S_t^{obs}$  è sufficientemente negativa entrambe le imprese potrebbero essere trasferite ad una classe di rischio peggiore. La PD PIT rivista è:

$$PD_{i,t}^{PIT} = \Pr ob\left(S_t^{unobs} + U_{i,t} < -D_t - S_t^{obs} \mid S_t^{obs}\right)$$

$$e \text{ la SSD diventa } SSD_{i,t}^{PIT} = \frac{D_t + S_t^{obs}}{\sqrt{\text{var}(S_t^{unobs} + U_{i,t})}} = \frac{D_t + S_t^{obs}}{\sqrt{1.5}}$$

$$e \text{ la nuova JDP é } JDP_t^{PIT} = \Pr ob\left(S_t^{unobs} + U_{1,t} < -D_t - S_t^{obs} \cap S_t^{unobs} + U_{2,t} < -D_t - S_t^{obs} \mid S_t^{obs}\right)$$

$$e \text{ la asset correlation condizionale vale } \rho^{PIT} = \frac{\text{cov}(\Delta A_{1,t}, \Delta A_{2,t} \mid S_t^{obs})}{\sqrt{\text{var}(\Delta A_{1,t} \mid S_t^{obs}) \text{var}(\Delta A_{2,t} \mid S_t^{obs})}} = \frac{0.5}{1.5} = \frac{1}{3}$$

che è minore della correlazione non condizionale ( $\rho=0.5$ ).

In un sistema TTC la diffusione di  $S_t^{obs}$  non cambia la valutazione del rischio delle imprese, a meno che tale informazione non modifichi la loro prospettiva riferita al punto di minimo del ciclo<sup>63</sup>. Quindi la PD TTC corrisponde alla PD<sub>it</sub> vista sopra, che conduce a valori di SSD<sup>TTC</sup> e JDP<sup>TTC</sup> come quelli precedenti ed alla asset correlation non condizionale di  $\rho^{TTC}=0.5$ .

Pertanto, è la conclusione dei due autori, è essenziale che la asset correlation utilizzata nella valutazione del rischio di credito di portafoglio e nella validazione delle PD sia coerente con l'architettura del sistema di rating.

## 5.9 Jobst-Tasche

Norbert Jobst e Dirk Tasche (2012) hanno lavorato sul collegamento tra PD PIT e PD TTC e sui requisiti regolamentari derivabili dai due tipi di rating. Per diversi aspetti il modello scelto dagli autori adotta varie semplificazioni rispetto all'approccio di Heitfield ed a quello di Alfred Hamerle, Thilo Liebig e Harald Scheule (2006)<sup>64</sup>; in particolare le PD sono modellate ricorrendo alla metodologia probit. Il rischio di un portafoglio di crediti è basato sulla consueta copola gaussiana:

$$Loss(L) = \sum_{i=1}^N u_i I(D_i), \text{ ove } D_i = \sqrt{1 - \rho_i^2} \varphi_i + \rho_i w_i' S \leq T_i$$

, ove N=numero crediti del portafoglio,  $u_i$ =LGD deterministica (relativa, con somma pari ad 1),  $D_i$ =individua l'evento insolvenza dell'impresa i-esima,  $I(\cdot)$ =funzione indicatrice, che assume valore 1 nel caso di insolvenza,  $S$ =vettore di fattori sistematici (per ipotesi normali multivariate a media nulla),  $w_i$ =vettore di pesi per la ponderazione dei fattori sistematici (i pesi sono normalizzati in modo da avere varianza unitaria di  $\text{var}(w_i' S)=1$ ),  $\varphi_i$ =fattore di rischio specifico (normale standard, indipendente dalle altre variabili causali),  $\rho_i$ =sensibilità dell'impresa i-esima al rischio sistematico (se  $\rho_i=0$  l'impresa è sensibile solo a componenti idiosincratice [l'impresa è aciclica], se invece è uguale ad 1 l'impresa è completamente dominata dai fattori sistematici, se è inferiore a zero (correlazione negativa) l'impresa è contro-ciclica),  $T_i$ =soglia di insolvenza per l'impresa i-esima, considerata anch'essa una variabile casuale, indipendente.

Il valore atteso TTC della perdita su crediti del portafoglio  $L=L(X,S,T)$ , ove  $X$  è il vettore dei coefficienti  $\rho$  delle N imprese, è stimabile con la simulazione Monte Carlo:

<sup>63</sup> In un sistema TTC i downgrades avvengono solo a seguito di fattori idiosincratice, specifici dell'impresa, e non per componenti sistematiche.

<sup>64</sup> Poiché l'approccio sviluppato da Hamerle, Liebig e Scheule è importante, ma un po' a latere di questo lavoro, se ne riportano i dettagli essenziale in Appendice.

$\int I[L(x, s, T)]P(X, S)(dx, ds) = P[L(X, S, t) \leq l]_{t=T}$  tale espressione è interpretabile come probabilità condizionale  $P(L \leq l | T)$ , che più precisamente può essere scritta come  $\int I[L(x, s, T)]P(X, S | T)(dx, ds)$ , ove  $P(X, S | T)$  è la distribuzione condizionale di  $(X, S)$  data  $T$ , che a meno che  $(X, S)$  e  $T$  siano indipendenti, non è uguale alla distribuzione  $P(X, S)$  non condizionale. Integrando rispetto ai fattori sistematici significa che si è adottata una prospettiva TTC. Se le variabili casuali usate per definire  $D_i$  sono normalizzate in modo che  $\sqrt{1-\rho^2}\varphi_i + \rho w_i S$  sia una normale standard, la PD TTC condizionale a  $T_i$  neutrale al ciclo dopo l'integrazione rispetto ad  $S$  può essere scritta come  $PD_i = P(D_i | T_i) = \Phi(T_i)$ .

La PD PIT può essere ottenuta calcolando l'aspettativa dell'evento  $(L \leq l)$ , per  $0 < l < 1$  rispetto a  $X$  e ad  $S$ , restringendo l'intervallo di  $S$  in modo da specificare precise condizioni economiche. Un altro modo consiste nel fissare la realizzazione del vettore  $S$  ad un vettore  $s$  e calcolare l'aspettativa dell'evento rispetto solo ad  $X$ , tenendo costanti i valori di  $T$  (poiché  $X$  è per ipotesi indipendente da  $S$  e  $T$ , si ottiene la distribuzione condizionale  $P(L \leq l | S, T)$ ).

La versione stimabile del modello descritto sopra adotta la regressione probit, associando a ciascuna impresa un vettore di fattori caratteristici  $F_i = (F_{i1}, \dots, F_{im})$ , come indicatori economico-finanziari o variabili qualitative, che si assumono indipendenti da  $S$ . La PD PIT ottenuta dalla regressione probit è:

$PD_i(F, S) = \Phi(a_0 + a'F_i + b'S)$ , in cui  $a_0$ ,  $a$  e  $b$  sono i coefficienti stimati dalla regressione.

Tale espressione può essere riscritta in modo coerente con il modello generale con

$$PD_i(F, S) = P\left[\varphi_i \leq a_0 + a'F_i + b'S \mid F_i, S\right] = P\left[\sqrt{1-\rho^2}\varphi_i + \rho w'S \leq T_i \mid F_i, S\right] =$$

$$= P\left[\varphi_i \leq \frac{T_i}{\sqrt{1-\rho^2}} - \frac{\rho w'S}{\sqrt{1-\rho^2}} \mid F_i, S\right] = P\left[\frac{\varphi_i - b'S}{\sqrt{1 + \text{var}(b'S)}} \leq \frac{a_0 + a'F_i}{\sqrt{1 + \text{var}(b'S)}} \mid F_i, S\right]$$

$$\text{in cui } \rho = \frac{\sqrt{\text{var}(b'S)}}{\sqrt{1 + \text{var}(b'S)}}, w = -\frac{b}{\sqrt{\text{var}(b'S)}}, T_i = (a_0 + a'F_i)\sqrt{1-\rho^2} = \frac{a_0 + a'F_i}{\sqrt{1 + \text{var}(b'S)}}$$

$$\text{ovvero } \text{var}(b'S) = \frac{\rho^2}{\sqrt{1-\rho^2}}, b = -w \frac{\rho}{\sqrt{1-\rho^2}}, a_0 + a'F_i = \frac{T_i}{\sqrt{1-\rho^2}}$$

Con le assunzioni precedenti, la PD TTC è ottenuta dalla espressione  $PD_i(F, S) = \Phi(a_0 + a'F_i + b'S)$  integrando rispetto al fattore sistematico  $S$ , con la soglia  $T_i$  definita sopra. Considerando che  $b'S$  è distribuita normalmente, si ha:

$$PD_i^{TTC}(F, S) = \int PD_i(F, x)P(S)dx = \int \Phi(a_0 + a'F_i + y)P(b'S)dy =$$

$$= \int P\left[\varphi_i \leq a_0 + a'F_i + b'S \mid b'S = y\right]P(b'S)dy = P\left[\varphi_i - b'S \leq a_0 + a'F_i\right] =$$

$$= \Phi\left(\frac{a_0 + a'F_i}{\sqrt{1 + \text{var}(b'S)}}\right) = \Phi(T_i)$$

### 5.10 Rösch-Scheule

Daniel Rösch e Harald Scheule (Rösch, 2005; Rösch & Scheule, 2007, 2009) hanno lavorato per comprendere le conseguenze delle due diverse filosofie di rating nel determinare la stima della PD e della asset correlation e per valutare quale tra PIT e TTC sia migliore per la previsione dei default. L'analisi è stata approfondita sia con riferimento ad orizzonti

monoperiodali che multiperiodali. A partire dai rating di S&P, considerati TTC, gli autori hanno generato rating PIT aggiungendo informazioni sullo stato del ciclo economico. In altri termini i rating S&P riflettono la valutazione della qualità creditizia dell'impresa sull'intero ciclo economico, quindi includendo informazioni addizionali time-dependent sullo stato attuale del ciclo si può approssimare un rating PIT. L'approccio di Rösch si basa su una variante del modello di Merton-Vasicek, ovvero sul confronto tra il rendimento nel discreto delle attività dell'impresa  $i$ -esima nel tempo  $t$  ( $S_{it}$ ) e la soglia di insolvenza  $c$ : se tale rendimento scende al di sotto della soglia  $c$  l'impresa  $i$  va in default nel tempo  $t$ . Il rendimento  $S_{it}$  ha una distribuzione normale con media  $\delta$  e varianza  $\gamma^2$ ,  $S_{it} \sim N(\delta, \gamma^2)$ , ed è rappresentabile come combinazione di un fattore sistematico  $F_t$  e di shock idiosincratichi  $U_{it}$ :

$$S_{it} = \delta + \tilde{b}F_t + \omega U_{it}, \text{ con } F_t \sim N(0,1) \text{ e } U_{it} \sim N(0,1)$$

$$\text{Il valore atteso di } S_{it} \text{ vale } E(S_{it}) = \delta + \tilde{b}E(F_t) + \omega E(U_{it}) = \delta$$

$$\text{mentre la varianza è } \text{var}(S_{it}) = \tilde{b}^2 \text{var}(F) + \omega^2 \text{var}(U_{it}) = \tilde{b}^2 + \omega^2 = \gamma^2$$

essendo nulla la covarianza tra  $F_t$  ed  $U_{it}$

Gli shock idiosincratichi sono assunti indipendenti dal fattore sistematico ( $F$ ) ed indipendenti tra le diverse imprese. Tutte le variabili casuali sono serialmente indipendenti. Il rendimento standardizzato può essere scritto:

$$R_{it} = \frac{S_{it} - E(S_{it})}{\sqrt{\text{var}(S_{it})}} = \frac{\delta + \tilde{b}F_t + \omega U_{it} - \delta}{\sqrt{\gamma^2}} = \frac{\tilde{b}F_t + \omega U_{it}}{\gamma} = bF_t + \frac{\omega}{\gamma} U_{it}, \text{ ove } b = \frac{\tilde{b}}{\gamma}$$

$$E(R_{it}) = 0 \text{ e } \text{var}(R_{it}) = E\left(bF_t + \frac{\omega}{\gamma} U_{it} - 0\right)^2 = b^2 + \left(\frac{\omega}{\gamma}\right)^2 = 1$$

$$\text{da cui } \left(\frac{\omega}{\gamma}\right)^2 = 1 - b^2 \text{ e quindi } R_{it} = bF_t + \sqrt{1 - b^2} U_{it}$$

La correlazione tra i rendimenti standardizzati di due imprese appartenenti ad un cluster omogeneo sotto il profilo del rischio è uguale a  $b^2$ .

La probabilità di insolvenza al tempo  $t$  dell'impresa  $i$ -esima dato che non è andata in default nei periodi precedenti a  $t$  vale:

$$\lambda = \text{Pr ob}(S_{it} < c) = \text{Pr ob}\left(R_{it} < \frac{c - \delta}{\gamma}\right) = \text{Pr ob}(R_{it} < \beta_0), \text{ ove } \beta_0 = \frac{c - \delta}{\gamma} = \text{soglia standardizzata}$$

$$\lambda = \text{Pr ob}\left(bF_t + \sqrt{1 - b^2} U_{it} < \beta_0\right) = \Phi(\beta_0), \text{ essendo } bF_t + \sqrt{1 - b^2} U_{it} \text{ normale standard,}$$

ove  $\Phi(\cdot)$  è la distribuzione cumulativa normale standard.

Condizionatamente alla realizzazione  $f_t$  del fattore sistematico  $F_t$

la probabilità di insolvenza è  $\lambda(f_t) = \text{Pr ob}(R_{it} < \beta_0 | f_t) =$

$$= \text{Pr ob}\left(bf_t + \sqrt{1 - b^2} U_{it} < \beta_0\right) = \text{Pr ob}\left(U_{it} < \frac{\beta_0 - bf_t}{\sqrt{1 - b^2}}\right) = \Phi\left(\frac{\beta_0 - bf_t}{\sqrt{1 - b^2}}\right)$$

L'espressione della PD indicata sopra è basata su una soglia di default costante ( $c$  ovvero  $\beta_0$ ) e la probabilità di insolvenza è costante nel tempo. Però se l'agenzia di rating valuta la qualità creditizia TTC, la PD ad 1 anno può essere diversa perché l'informazione sullo stato corrente del ciclo è volutamente non presa in considerazione (si ragiona invece su un qualche tipo di PD media nel ciclo). Per riprodurre la PD generata da un sistema di rating PIT la soglia di insolvenza e la connessa probabilità deve essere modellata in funzione del ciclo economico, approssimato da un insieme di  $k$  variabili macroeconomiche ( $z_t$ , che rappresenta il vettore delle  $k$  variabili). All'interno del cluster omogeneo la media dei rendimenti delle attività è modellata

come combinazione lineare dei fattori macro osservabili:  $E(S_{it}) = \delta_t = \delta + \tilde{\beta}' z_t$ , in cui  $\beta'$  è il vettore delle sensitività rispetto ai  $k$  fattori macro  $z_t$ ;  $E(S_{it})$  dipende quindi dal tempo: nella fase di espansione del ciclo i fattori macro fanno crescere il rendimento medio, mentre nella fase di recessione lo riducono. I rendimenti possono pertanto essere scritti come:

$$S_{it} = \delta + \tilde{\beta}' z_t + \tilde{b}F_t + \omega U_{it}$$

La PD condizionale ai fattori macro osservabili è:

$$\lambda(z_t) = \Pr ob(S_{it} < c) = \Pr ob\left(\frac{S_{it} - \delta_t}{\gamma} < \frac{c - \delta_t}{\gamma}\right) = \Pr ob(R_{it} < \beta_0 + \beta' z_t)$$

$$\lambda(z_t) = \Pr ob\left(bF_t + \sqrt{1-b^2}U_{it} < \beta_0 + \beta' z_t\right) = \Phi(\beta_0 + \beta' z_t),$$

essendo  $bF_t + \sqrt{1-b^2}U_{it}$  una variabile normale standard

$$\text{ove } \beta_0 = \frac{c - \delta}{\gamma} \text{ e } \beta = -\frac{\tilde{\beta}}{\gamma}$$

Condizionatamente alla realizzazione  $f_t$  del fattore sistematico  $F_t$

$$\begin{aligned} \text{la probabilità di insolvenza è } \lambda(z_t, f_t) &= \Pr ob\left(U_{it} < \frac{\beta_0 + \beta' z_t - bf_t}{\sqrt{1-b^2}}\right) = \\ &= \Phi\left(\frac{\beta_0 + \beta' z_t - bf_t}{\sqrt{1-b^2}}\right) \end{aligned}$$

Rösch ha sottolineato che i modelli riportati sopra non richiedono l'osservazione dei rendimenti delle attività delle imprese per la stima dei loro parametri, è invece sufficiente la disponibilità di serie storiche sul numero delle imprese e sugli eventi di default, per cluster omogeneo dal punto di vista della qualità creditizia (classi di rischio o rating)<sup>65</sup>. Le stime condotte dall'autore hanno messo in luce che il coefficiente di asset correlation è maggiore per i rating TTC che per quelli PIT: nei rating TTC la stima delle PD riflette una prospettiva di lungo termine della qualità creditizia delle imprese, mentre le fluttuazioni di breve termine sono catturate dalla asset correlation; nei rating PIT le PD ad 1 anno fluttuano con la dinamica del ciclo e poiché vengono modellate PD time-varying l'asset correlation è necessariamente minore rispetto ai rating TTC. Pertanto Rösch ha messo chiaramente in luce che la differenziazione tra TTC e PIT non va limitata alla sola analisi della dinamica delle PD, ma deve tenere conto contemporaneamente anche della asset correlation: entrambe le filosofie di rating e le previsioni delle distribuzioni dei default che ne derivano sono compatibili con le osservazioni se si tiene conto delle asset correlations. È un risultato analogo a quanto illustrato da Miu e Ozdemir (si veda la sezione precedente).

Rösch e Scheule hanno esteso il modello iniziale al caso multiperiodale. L'evento default è individuato dalla variabile binaria  $Y_{it}$  che assume il valore 1 se si verifica l'evento per l'impresa  $i$  al tempo  $t$  (ove  $i = 1, \dots, N_t$  e  $t = 1, \dots, T$ ), ovvero se la variabile continua non osservabile  $R_{it}$  (intesa come rendimento logaritmico delle attività dell'impresa) è inferiore od uguale alla soglia di default  $c_{it}$ . La variabile  $R_{it}$  è combinazione lineare di un fattore sistematico comune  $F_t$  e di componenti idiosincratice  $U_{it}$ :

$$R_{it} = -wF_t + \sqrt{1-w^2}U_{it}, \text{ ove } F_t \text{ e } U_{it} \text{ sono variabili normali standard iid}$$

La soglia di default è specificata come  $c_t = \alpha + \beta z_{t-1}$ , ove  $z_{t-1}$  è un vettore di time-lagged risk drivers osservabili al punto del tempo in cui la previsione è formulata. Tale soglia è differenziata per cluster omogenei di rischio, nei quali il vettore dei drivers  $z_{t-1}$  è specifico del

<sup>65</sup> Per i dettagli relativi alla stima econometrica si rinvia a Rösch (2005).

cluster. Una versione estesa del modello della soglia è stata sviluppata da Hamerle (2006) includendo variabili specifiche dell'impresa, anch'esse con lag temporale:  $c_{it} = \alpha + \beta_x' x_{it-1} + \beta_z' z_{t-1}$ . Lavorando nel solco di Heitfield gli autori propongono la stima di PD PIT e TTC condizionali e non condizionali alla realizzazione del fattore sistematico ( $F_t = f_t$ ):

$$\begin{aligned} CPD_{it}^{PIT}(z_{t-1}, f_t) &= PD \text{ PIT condizionale} = \Pr ob(Y_{it} = 1 | z_{t-1}, f_t) = \\ &= \Pr ob(R_{it} \leq c_t | z_{t-1}, f_t) = \Pr ob(\sqrt{1-w^2} U_{it} \leq \alpha + \beta z_{t-1} + w f_t) = \\ &= \Pr ob\left(U_{it} \leq \frac{\alpha + \beta z_{t-1} + w f_t}{\sqrt{1-w^2}}\right) = \Phi\left(\frac{\alpha + \beta z_{t-1} + w f_t}{\sqrt{1-w^2}}\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} PD_{it}^{PIT}(z_{t-1}) &= PD \text{ PIT non condizionale} = \Pr ob(Y_{it} = 1 | z_{t-1}) = \\ &= \Pr ob(R_{it} \leq c_t | z_{t-1}) = \Pr ob(\sqrt{1-w^2} U_{it} - w F_t \leq \alpha + \beta z_{t-1}) \\ &\text{ed essendo il valore atteso e lo s.q.m. di } \sqrt{1-w^2} U_{it} - w F_t \text{ rispettivamente} \\ &\text{uguale a 0 ed a 1, ovvero essendo } \sqrt{1-w^2} U_{it} - w F_t \text{ una variabile normale standard,} \\ &\text{si ha } PD_{it}^{PIT}(z_{t-1}) = \Phi(\alpha + \beta z_{t-1}) \end{aligned}$$

Nel caso di PD TTC si può assumere che  $Z_{t-1}$  sia sconosciuto, distribuito normalmente ed indipendente da  $F_t$ . Gli autori quindi hanno proposto che le variabili sistematiche  $Z_{t-1}$  e  $F_t$  possano essere sintetizzate con una variabile  $F_t^*$  normale standard.

$$\begin{aligned} \text{Sia } \beta Z_{t-1} + w F_t &= \nu F_t^*, \text{ ove } F_t^* \sim N(0,1) \\ \nu &\text{ può essere ricavato dal calcolo della varianza:} \\ \text{var}(\beta Z_{t-1} + w F_t) &= \nu^2 = E[(\beta Z_{t-1} + w F_t) - 0]^2 = \\ &= E[\beta^2 (Z_{t-1})^2 + w^2 F_t^2 + 2 \text{cov}(\cdot)] = \beta^2 \text{var}(Z_{t-1}) + w^2 = \nu^2 \\ \text{e } \nu &= \sqrt{\beta^2 \text{var}(Z_{t-1}) + w^2} \end{aligned}$$

Quindi si ha:

$$\begin{aligned} CPD_{it}^{TTC}(f_t^*) &= PD \text{ TTC condizionale} = \Pr ob(Y_{it} = 1 | f_t^*) = \\ &= \Pr ob(R_{it} \leq c_t | f_t^*) = \Pr ob(\sqrt{1-w^2} U_{it} \leq \alpha + \nu f_t^*) = \\ &= \Pr ob\left(U_{it} \leq \frac{\alpha + \nu f_t^*}{\sqrt{1-w^2}}\right) = \Phi\left(\frac{\alpha + \nu f_t^*}{\sqrt{1-w^2}}\right) \\ \text{ove } \nu &= \sqrt{\beta^2 \text{var}(Z_{t-1}) + w^2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
PD_{it}^{TTC} &= PD \text{ TTC non condizionale} = \Pr ob(Y_{it} = 1) = \\
&= \Pr ob(R_{it} \leq c_i) = \Pr ob(\sqrt{1-w^2}U_{it} - \sqrt{\beta^2 \text{var}(Z_{t-1}) + w^2} F_t^* \leq \alpha) \\
&\text{e poichè la varianza di } \sqrt{1-w^2}U_{it} - \sqrt{\beta^2 \text{var}(Z_{t-1}) + w^2} F_t^* \text{ è} = \\
&= E \left[ \sqrt{1-w^2}U_{it} - \sqrt{\beta^2 \text{var}(Z_{t-1}) + w^2} F_t^* - 0 \right]^2 = E \left[ (1-w^2)U_{it}^2 + (\beta^2 \text{var}(Z_{t-1}) + w^2) - 2 \text{cov}(\cdot) \right] = \\
&= 1-w^2 + \beta^2 \text{var}(Z_{t-1}) + w^2 = 1 + \beta^2 \text{var}(Z_{t-1}) \text{ e quindi lo s.q.m. è } \sqrt{1 + \beta^2 \text{var}(Z_{t-1})} \\
\text{si ha } PD_{it}^{TTC} &= \Phi \left( \frac{\alpha}{\sqrt{1 + \beta^2 \text{var}(Z_{t-1})}} \right)
\end{aligned}$$

Il parametro  $w$  descrive i co-movimenti delle PD per dati periodi di tempo, da cui si può ricavare l'asset correlation per entrambi i sistemi di rating:

$$\begin{aligned}
\text{per sistema PIT: } \text{corr}^{PIT}(R_{it}, R_{jt}) &= \frac{\text{cov}(R_{it}, R_{jt})}{\text{sqm}(R_{it})\text{sqm}(R_{jt})} = w^2 \\
\text{inf atti } \text{corr}^{PIT}(R_{it}, R_{jt}) &= \frac{E \left[ (-wF_t + \sqrt{1-w^2}U_{it})(-wF_t + \sqrt{1-w^2}U_{jt}) \right]}{\sqrt{E \left[ (-wF_t + \sqrt{1-w^2}U_{it}) - 0 \right]^2} E \left[ (-wF_t + \sqrt{1-w^2}U_{jt}) - 0 \right]^2}} = \\
&= \frac{E(w^2 F_t^2)}{1*1} = w^2 \\
\text{per sistema TTC: } \text{corr}^{TTC}(R_{it}, R_{jt}) &= \frac{\text{cov}(R_{it}, R_{jt})}{\text{sqm}(R_{it})\text{sqm}(R_{jt})} = \frac{w^2 + \beta^2 \text{var}(Z_{t-1})}{1 + \beta^2 \text{var}(Z_{t-1})} \\
\text{inf atti} &= \frac{E \left[ (-\sqrt{\beta^2 \text{var}(Z_{t-1}) + w^2} + \sqrt{1-w^2}U_{it})(-\sqrt{\beta^2 \text{var}(Z_{t-1}) + w^2} + \sqrt{1-w^2}U_{jt}) \right]}{\sqrt{1 + \beta^2 \text{var}(Z_{t-1})} \sqrt{1 + \beta^2 \text{var}(Z_{t-1})}} = \\
&= \frac{w^2 + \beta^2 \text{var}(Z_{t-1})}{1 + \beta^2 \text{var}(Z_{t-1})}
\end{aligned}$$

Anche in questo caso si rinvia alla pubblicazione originale per i dettagli della procedura di stima econometrica dei parametri dei due modelli di PD.

I modelli sono stati resi dinamici, ai fini della previsione delle PD, assumendo che il processo che genera le variabili sistematiche  $Z$  sia un semplice processo di tipo autoregressivo del primo ordine:  $Z_t = \gamma Z_{t-1} + \sigma \varepsilon_t$ . Le formule delle PD PIT e TTC e delle asset correlation vengono a modificarsi di conseguenza, con la possibilità di generare le distribuzioni dei default nei periodi futuri: per i dettagli si rinvia all'articolo originale<sup>66</sup>.

### 5.11 Aguais et al.

Scott Aguais e altri (2007; 2004) hanno sviluppato schemi concettuali per la progettazione di sistemi di rating PIT e TTC che siano coerenti con la regolamentazione bancaria di Basilea. La loro definizione operativa di ciò che intendono per sistemi PIT e TTC è la seguente: un rating PIT misura il rischio di insolvenza su un breve orizzonte (1 anno è l'orizzonte standard) mentre

<sup>66</sup> Gli stessi schemi concettuali sono usati in Rösch & Scheule (2007) per la valutazione dei CDO.

un rating TTC valuta il rischio su un orizzonte sufficientemente lungo tale che gli effetti del ciclo economico sostanzialmente svaniscono (per convenzione l'orizzonte TTC è di 5 o più anni). Nell'orizzonte multiperiodale TTC vengono ovviamente considerati tutti gli eventi prevedibili, non solo il ciclo ma anche quelli idiosincratichi. In pratica le metriche TTC rappresentano misure ordinali, che manifestano la stessa central tendency indipendentemente dal fatto che le condizioni generali siano forti o deboli. Quindi PIT può essere pensato come misura a breve termine, mentre TTC come misura a lungo termine. Il punto quindi diventa: quando ed in quale misura il rating TTC fornisce maggiori informazioni di uno PIT? Se la relazione tra rischio di default a breve ed a lungo termine fosse sempre la stessa, ovvero se la PD ad 1 anno pari ad  $x$  implicasse che la PD a 5 anni fosse sempre  $f(x)$ , allora il rating TTC (a 5 anni in questo caso) non fornirebbe informazioni aggiuntive rispetto al rating PIT (quest'ultimo implica il primo). Ma se tale relazione muta nel tempo o tra le imprese, allora il rating TTC può trasmettere informazioni aggiuntive rispetto a quelle già fornite dal PIT.

È una situazione analoga quella dei modelli sulla struttura temporale dei tassi di interesse: se il modello è ad un solo fattore, allora il tasso a breve fornisce tutte le informazioni necessarie per la costruzione dell'intera curva a termine; ma se il modello comprende due fattori o più, allora il tasso a breve non è più sufficiente per descrivere i patterns dei tassi alle diverse scadenze. Questo schema è trasponibile alle PD: se è sufficiente un unico fattore per descrivere il rischio di credito, allora le PD PIT sono sufficienti e le PD TTC sono ridondanti e già incorporate dal punto di vista informativo, in quelle PIT; ma se sono necessari almeno due fattori per descrivere la struttura temporale del rischio di credito allora entrambe le PD, sia PIT che TTC, sono necessarie. Il modello ad un fattore è, ad esempio, una matrice di transizione fissa: la conoscenza oggi del rating dell'impresa consente di ottenere la distribuzione di probabilità del rating raggiungibile in un qualunque periodo futuro  $n$ -esimo semplicemente applicando la matrice elevata alla potenza  $n$ -esima al rating corrente. Quest'ultimo è informazione sufficiente per costruire la distribuzione futura, avvalendosi della matrice fissa. Ma se la matrice di transizione non è fissa ed è influenzata anche da un fattore che sintetizza le condizioni economiche generali (fattore sistematico), allora la distribuzione dei rating ad  $n$  periodi non è più generabile dalla sola osservazione del rating corrente, ma è necessaria anche la conoscenza del valore iniziale del fattore macro: in generale quindi il rating TTC trasmette informazioni non già incluse nella conoscenza del rating iniziale PIT. Inoltre se il fattore evolve secondo un processo mean-reverting, i rating TTC mettono in luce una minore variabilità rispetto a quelli PIT.

Per valutare in concreto la capacità informativa dei due tipi di rating, gli autori hanno collegato le EDF messe a loro disposizione da KMV con i tassi di default medi per classi di rischio osservati sui dati di Moody's con due mappe: una mappa statica, che associa un particolare rating alla stessa PD a ciascun orizzonte, ed una mappa dinamica che collega rating e PD in modo variabile nel ciclo. La mappa statica non è altro che l'estratto della colonna dei tassi di default della matrice di transizione media di Moody's. La mappa dinamica invece ricostruisce il comportamento del fattore macro che guida l'evoluzione del rischio di credito nel ciclo. Ricorrendo al modello di Vasicek e definendo  $EDF_g$  la media a lungo termine delle EDF della classe di rating  $g$ -esima,  $EDF_{gt}$  la EDF della classe  $g$ -esima nel periodo  $t$ ,  $Z_{gt}$  il valore del fattore macro latente per il rating  $g$ -esimo ed il periodo  $t$  e  $\rho$  il coefficiente di asset correlation si può ricavare il valore di  $Z_{gt}$ :

$$da \quad EDF_{gt} = \Phi \left[ \frac{\Phi^{-1}(EDF_g) - \sqrt{\rho} Z_{gt}}{\sqrt{1-\rho}} \right] \quad si \quad pu\grave{o} \quad ricavar \quad e \quad \Phi^{-1}(EDF_{gt}) = \frac{\Phi^{-1}(EDF_g) - \sqrt{\rho} Z_{gt}}{\sqrt{1-\rho}}$$

$$e \quad quindi \quad \Phi^{-1}(EDF_{gt}) \sqrt{1-\rho} = \Phi^{-1}(EDF_g) - \sqrt{\rho} Z_{gt} \quad ed \quad inf \quad ine$$

$$Z_{gt} = \frac{\Phi^{-1}(EDF_g) - \sqrt{1-\rho} \Phi^{-1}(EDF_{gt})}{\sqrt{\rho}}$$

Tale relazione calibra il modello ad un fattore di CreditMetrics per ciascuna classe di rischio alla media di lungo periodo delle EDF usando un fattore che ha una distribuzione normale standard con media nulla e varianza unitaria: per ciascun mese si risolve il modello per il valore del fattore che genera la mediana corrente delle EDF per la specifica classe di rating, tenuto conto della sua media di lungo termine delle EDF. Il valore del fattore  $Z_t$  per il periodo  $t$  non è altro che la media dei valori  $Z_{gt}$  su tutte le  $g$  classi. A questo punto le PD PIT ( $PD_{gt}$ ) per ciascun periodo sono ricavate applicando al modello CreditMetrics il fattore latente  $Z_t$ :

$$PD_{gt} = \Phi \left[ \frac{\Phi^{-1}(PD_g) - \sqrt{\rho} Z_t}{\sqrt{1-\rho}} \right]$$

ove  $PD_g$  indica la media di lungo periodo delle PD per la classe di rating  $g$ -esima. Gli autori hanno usato qui le PD in luogo delle EDF per sottolineare che stanno impiegando i dati delle agenzie di rating e non le stime di KMV adoperate per la ricostruzione del fattore latente (le medie di lungo periodo delle PD delle agenzie, nelle diverse classi di rating, differiscono significativamente dalle medie di lungo periodo delle EDF). Le PD PIT dei singoli periodi sono state poi mappate alle PD delle classi di rating delle agenzie.

Per misurare la capacità diagnostica a diversi orizzonti temporali delle PD PIT e di quelle TTC gli autori hanno fatto ricorso al calcolo della logverosimiglianza (LL) del sistema di rating  $j$ -esimo:

$$LL_j = Ln \left[ \prod_i (1 - PD_{ij})^{1-D_i} PD_{ij}^{D_i} \right] = \sum_i [D_i Ln(PD_{ij}) + (1 - D_i)(1 - PD_{ij})]$$

in cui  $D_i$  indica l'evento default (=1) o non default (=0) per l'impresa  $i$ -esima. È stato dimostrato che la logverosimiglianza tiene conto sia della capacità di ordinamento del rating (accuracy) sia dell'accuratezza della calibrazione; tale accuratezza va considerata non solo in riferimento alla calibrazione dell'intero portafoglio, ma anche alla calibrazione delle sottopopolazioni che lo compongono, in modo da riflettere i differenziali di rischio dei singoli cluster (lo stesso vale con riferimento ai diversi periodi di tempo). I risultati statistici ottenuti dagli autori hanno messo in luce che sull'orizzonte di 1 anno l'indicatore di rischio di KMV ha una performance migliore rispetto ai rating delle agenzie (Moody's e S&P) mentre sull'orizzonte di 5 anni i rating sono più efficaci. Le necessità di analisi delle banche possono essere soddisfatte ricorrendo ad entrambi gli approcci di rating, a seconda dell'orizzonte di analisi da privilegiare.

L'analisi econometrica degli autori ha messo in luce che il fattore  $Z$  manifesta sia mean-reversion (deviazioni dalla media di lungo periodo tendono a rovesciarsi verso tale media) sia momentum (il fattore tende a muoversi nella stessa direzione delle variazioni più recenti).

In luogo di lavorare direttamente sulle PD, gli autori hanno proposto anche il ricorso alle distance-to-default (DD) ricavate dall'applicazione del modello di Merton effettuata da KMV (oppure semplicemente dal calcolo dell'inversa della normale standard cumulata delle PD generate dal sistema di rating): le  $DD^{PIT}$ . La conversione dalle  $DD^{PIT}$  alle  $DD^{TTC}$  può avvenire sottraendo dalle prime la componente ciclica corrente, in modo che le  $DD^{TTC}$  reagiscano ai fattori idiosincratici delle singole imprese, ma non al fattore generale macro. All'opposto partendo dalle  $DD^{TTC}$  si può pervenire alle  $DD^{PIT}$  aggiungendo la componente ciclica generale. In sintesi:



$$DD^{PIT}(i,t) = DD(i,t) + (1 - \delta(f)) \sum_j \beta(i,s) (Z(s,t) - Z_n(s))$$

$$DD^{TTC}(i,t) = DD(i,t) - \delta(f) \sum_j \beta(i,s) (Z(s,t) - Z_n(s))$$

$$Z(s,t) = \text{credit index a varianza unitaria per il settore } s = \frac{DD^{PIT}(s,t)}{\sqrt{\rho(s)}}$$

$DD^{PIT}(s,t)$  = misura sintetica delle DD PIT, come media, mediana o media ponderata

$\rho(s)$  = correlazione, oppure fattore scalare, per il settore  $s = \text{var}(DD(s,t) - DD(s,t-1))$

$f$  = credit index dell'impresa  $f$ -esima

$$Z_n(s) = \frac{F^{-1}(PD(s))}{\sqrt{\rho(s)}}, \text{ ove } PD(s) = \text{media di lungo periodo dei tassi di default del settore } s$$

$F^{-1}$  = inversa della funzione della PD del settore

Più recentemente gli autori (Chawla, Forest Jr, & Aguais, 2015) hanno proposto una estensione dei loro modelli a quello che hanno definito “agency replication model” ha fa uso diretto dei default rates delle agenzie di rating. Nel loro modello la variabile dipendente è costituita dal tasso di default (o dalla distanza dal default) ricavato dalle informazioni pubblicate dalle agenzie mentre le variabili specifiche dell'impresa sono quelle esplicative. Gli autori hanno definito la PD PIT come l'aspettativa non condizionale della probabilità di insolvenza di un'impresa e la PD TTC come l'aspettativa condizionale della probabilità di insolvenza assumendo che le condizioni creditizie siano prossime alla media di lungo periodo. Per i dettagli analitici delle stime econometriche di quest'ultima versione del modello si rinvia alla pubblicazione originale.

#### 5.12 Petrov et al.

Magnus Carlehed e Alexander Petrov (2012) e Mark Rubtsov e Petrov (2016) hanno lavorato sullo schema concettuale di Aguais (ed al.) ed hanno proposto una metodologia per aggiustare le PD di un modello ibrido tra TTC e PIT partendo dall'idea di chiedere ad un esperto un'opinione su quale sia il punto del ciclo in cui ci si viene a trovare, integrata con elaborazioni statistiche e con una misura del grado di “PITness” del sistema di rating. Come si vede gli autori hanno considerato che i sistemi di rating realmente in uso siano versioni ibride dei sistemi puri PIT e TTC e tendono ad avvicinarsi più al primo od al secondo a seconda del tipo di informazioni che lo alimentano ed alle modalità del suo utilizzo. Gli autori hanno sottolineato che il riferimento a sistemi ibridi è tra gli elementi che differenziano il loro modello dall'approccio adottato da Aguais (ed al.). Il ciclo economico non è che un insieme di fattori sistematici che influenza la qualità creditizia di tutte le imprese; il ciclo può essere differenziato per settore economico, per area geografica o classe di rischio. A livello di singola impresa (o controparte) il rischio di insolvenza può pertanto essere ricondotto in parte ai fattori sistematici ed in parte a componenti idiosincratiche; a livello di portafoglio i fattori idiosincratici si elidono grazie alla indipendenza statistica e quindi il tasso di insolvenza complessivo è interamente spiegato dai fattori sistematici. Nel modello degli autori è stato usato un unico fattore sistematico  $Z$ , con distribuzione normale standard; la PD PIT per l'impresa  $i$ -esima ( $p_i(z)$ ) è la probabilità di insolvenza sull'arco dei prossimi 12 mesi, condizionatamente al fatto che il fattore sistematico  $Z$  assuma il valore  $z$ , mentre restano costanti tutte le altre informazioni (il fattore macro  $Z$  è l'unico che varia). A livello di portafoglio la PD PIT ( $p_p(z)$ ) è la media delle PD PIT delle imprese che compongono il portafoglio, condizionatamente a  $Z=z$ , restando costanti le altre variabili. La PD TTC ( $q_i$ ) è pari alla media delle PD PIT calcolata sull'intero insieme degli stati del mondo descritti da  $Z$ , ovvero sull'insieme dei valori assumibili dalla variabile macro ( $q_i$  dipende dalle informazioni disponibili al tempo  $t$ ):

$$q_i = E_Z(p_i(Z)) = \int_{-\infty}^{\infty} p_i(z)\phi(z)dz, \text{ ove } \phi(\cdot) \text{ è la funzione di densità normale standard}$$

La PD TTC di portafoglio ( $q_p$ ) è la media delle PD TTC delle singole controparti.

A livello delle singole imprese nel tempo si osserva una certa volatilità delle  $p_i$  e delle  $q_i$ , in quanto le componenti idiosincratice sono importanti tanto quanto, se non di più, dei fattori sistematici, ma a livello di portafoglio  $p_p$  è volatile quanto il ciclo economico, mentre  $q_p$  è più stabile.

L'evento default è modellato in base all'approccio di Merton-Vasicek in base al quale la variabile  $X_i$ , il driver della qualità creditizia a livello d'impresa, è scritto in funzione del fattore macro e del fattore idiosincratice ( $\varepsilon_i$ ), entrambi con distribuzione normale standard e reciprocamente indipendenti:

$$X_i = \sqrt{\rho}Z + \sqrt{1-\rho}\varepsilon_i, \text{ in cui } \rho \text{ è la correlazione tra } X_i \text{ e } Z,$$

così tante nel tempo e specifica del settore (o altro cluster omogeneo) e non dell'impresa,

$$\text{da cui } p_i(Z) = \Pr ob(X_i < B_i | Z) = \Pr ob\left[\sqrt{\rho}Z + \sqrt{1-\rho}\varepsilon_i < B_i | Z\right] =$$

$$= \Pr ob\left[\varepsilon_i < \frac{B_i - \sqrt{\rho}Z}{\sqrt{1-\rho}} | Z\right] = \Phi\left(\frac{B_i - \sqrt{\rho}Z}{\sqrt{1-\rho}}\right)$$

La PD TTC è calcolabile come valore atteso della PD PIT rispetto ai diversi stati del ciclo economico ovvero alla variabile  $Z$ :  $q_i = E_Z(p_i) = \Phi(B_i)$ .

Poiché la frequenza di insolvenza non può essere osservata a livello d'impresa, il modello precedente è applicato a livello di portafoglio usando una soglia di default unica ( $B$ ), interpretabile come soglia  $B_i$  dell'impresa media (central tendency<sup>67</sup> client) e quindi la PD PIT di portafoglio diventa:

$$p_p(Z) = \Phi\left(\frac{B - \sqrt{\rho}Z}{\sqrt{1-\rho}}\right), \text{ mentre la PD TTC di portafoglio diventa } q_p = \Phi(B)$$

Data la serie storica delle frequenze di insolvenza ( $d_i$ ) (per settore, ad esempio), si possono ricavare il coefficiente di correlazione ( $\rho$ ) della media del portafoglio con il ciclo economico, la soglia media di insolvenza ( $B$ ) corrispondente alla frequenza di default di lungo periodo ( $\Phi(B)$ ) e la serie storica dei valori di  $Z$ , infatti:

$$\text{dalla } p_p(Z) = \Phi\left(\frac{B - \sqrt{\rho}Z}{\sqrt{1-\rho}}\right) \text{ si ha } \Phi^{-1}(p_p(Z)) = \left(\frac{B - \sqrt{\rho}Z}{\sqrt{1-\rho}}\right) =$$

$$= \Phi^{-1}(p_p(Z))\sqrt{1-\rho} = B - \sqrt{\rho}Z, \text{ da cui}$$

$$Z_i = \frac{B - \Phi^{-1}(d_i)\sqrt{1-\rho}}{\sqrt{\rho}}, \text{ in cui la PD PIT è stata sostituita dalla frequenza } d_i$$

Per la stima dei parametri gli autori hanno proposto il ricorso al metodo dei momenti: la media e la varianza della normale inversa della PD PIT, cioè della serie trasformata  $\Phi^{-1}(d)$ , sono:

<sup>67</sup> Con riferimento alla PD di portafoglio la central tendency è la media di lungo periodo delle PD annuali; la central tendency può quindi riguardare la media seriale delle PD di portafoglio generate da un sistema PIT o da uno TTC.

$$E[\Phi^{-1}(p)] = E\left[\frac{B}{\sqrt{1-\rho}} - \frac{\sqrt{\rho}}{\sqrt{1-\rho}}Z\right] = \frac{B}{\sqrt{1-\rho}} = m, \text{ essendo nullo il valore atteso di } Z$$

$$\text{var } E[\Phi^{-1}(p)] = E\left[\left(\frac{B}{\sqrt{1-\rho}} - \frac{\sqrt{\rho}}{\sqrt{1-\rho}}Z\right) - \frac{B}{\sqrt{1-\rho}}\right]^2 = \frac{\rho}{1-\rho} E(Z^2) = \frac{\rho}{1-\rho} = \sigma^2$$

essendo uguale ad 1 la varianza di  $Z$  ( $E(Z^2) = 1$ )

Dal calcolo dei momenti media e varianza si ottengono  $B$  e  $\rho$ :

$$\text{da } \sigma^2 = \frac{\rho}{1-\rho}, \text{ si ha } \sigma^2(1-\rho) = \rho; \quad \sigma^2 = \rho(1+\sigma^2); \quad \text{e quindi } \rho = \frac{\sigma^2}{1+\sigma^2}$$

$$\text{per cui } m = \frac{B}{\sqrt{1-\frac{\sigma^2}{1+\sigma^2}}} = \frac{B}{\sqrt{\frac{1}{1+\sigma^2}}} = B\sqrt{1+\sigma^2}; \quad \text{e quindi } B = \frac{m}{\sqrt{1+\sigma^2}}$$

Pertanto sostituendo nell'espressione per  $Z_t$  si ha:

$$Z_t = \frac{\frac{m}{\sqrt{1+\sigma^2}} - \Phi^{-1}(d)\sqrt{1-\frac{\sigma^2}{1+\sigma^2}}}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{1+\sigma^2}}} = \frac{\frac{m}{\sqrt{1+\sigma^2}} - \Phi^{-1}(d)\frac{1}{\sqrt{1+\sigma^2}}}{\frac{\sqrt{\sigma^2}}{\sqrt{1+\sigma^2}}} = \frac{m - \Phi^{-1}(d)}{\sigma}$$

Si rammenta che queste stime sono specifiche di settore o di cluster omogenei sotto il profilo del rischio di credito (come i gradi di rating).

Da un sistema di rating puro PIT si possono ricavare le PD TTC individuali partendo dalle PD PIT a livello d'impresa:

$$\text{dalla } p_i(Z_t) = \Phi\left(\frac{B_i - \sqrt{\rho}Z_t}{\sqrt{1-\rho}}\right) \text{ si ha } \Phi^{-1}(p_i)\sqrt{1-\rho} = B_i - \sqrt{\rho}Z_t,$$

$$\text{e quindi } B_i = \sqrt{\rho}Z_t + \Phi^{-1}(p_i)\sqrt{1-\rho}.$$

$$\text{Per tanto la PD TTC vale } q_i = \Phi(B_i) = \Phi\left[\sqrt{\rho}Z_t + \Phi^{-1}(p_i)\sqrt{1-\rho}\right]$$

È questa la PD che deve essere utilizzata nella formula regolamentare per il calcolo del requisito patrimoniale. Come si vede vi è un collegamento diretto tra la PD PIT e la PD TTC a livello di singola controparte: data la PD TTC si può ricavare la PD PIT:

$$\text{da } q_i = \Phi\left[\sqrt{\rho}Z_t + \Phi^{-1}(p_i)\sqrt{1-\rho}\right] \text{ si ha } \Phi^{-1}(q_i) - \sqrt{\rho}Z_t = \Phi^{-1}(p_i)\sqrt{1-\rho}$$

$$\text{e quindi } \Phi^{-1}(p_i) = \frac{\Phi^{-1}(q_i) - \sqrt{\rho}Z_t}{\sqrt{1-\rho}} \text{ ed inf ine } p_i = \Phi\left(\frac{\Phi^{-1}(q_i) - \sqrt{\rho}Z_t}{\sqrt{1-\rho}}\right)$$

Il calcolo di una PD PIT stressata è facilmente ottenibile ponendo  $Z_t = z_t$  in cui  $z_t$  descrive lo scenario di stress derivante dal fattore sistematico (in questa definizione non sono considerate le componenti idiosincratichiche dello scenario di stress).

Nel caso di un sistema di rating concreto gli autori hanno proposto di introdurre un parametro ( $\alpha$ ) che misura il grado di PITness del sistema (per  $\alpha=0$  si ha un sistema puro TTC, per  $\alpha=1$  si ha un sistema puro PIT, mentre i valori intermedi individuano sistemi ibridi). Tale parametro è mantenuto costante nel tempo, per semplicità. Trascurando alcuni dettagli analitici, tra cui quelli necessari alla stima del parametro  $\alpha$ , la relazione tra PD TTC e la PD PIT derivante da un sistema ibrido è:

$q_i = \Phi(B_i) = \Phi \left[ \sqrt{\rho\alpha} Z_i + \Phi^{-1}(p_{i,\alpha}) \sqrt{1-\rho\alpha^2} \right]$ , che per  $\alpha=1$  converge alla formula indicata sopra. Tale PD TTC è usata per alimentare il calcolo del requisito regolamentare.

Rubtsov e Petrov, a partire dai risultati di Carlehed e Petrov, hanno proposto una metodologia di costruzione delle classi di rating TTC basata sulla calibrazione delle PD, con una soglia di default stocastica (e non più costante). Le classi di rating TTC, com'è noto, escludono migrazioni causate da effetti del ciclo economico e considerano solo quelle derivanti da impatti di componenti idiosincratice. Il punto di partenza degli autori è un modello di scoring che produce punteggi sintetici della qualità creditizia, che separati con diverse soglie identificano i diversi gradi di rischio. Con il mutare delle fasi del ciclo economico gli score cambiano in modo sistematico, determinando migrazioni di rating. Un modo per ottenere classi di rating TTC è quello di avvalersi di soglie "fluttuanti" dello score: le soglie variano con il ciclo in modo da precludere migrazioni da eventi sistematici. In tal modo la distribuzione della classificazione delle imprese per classi di score subisce spostamenti determinati dalle diverse fasi del ciclo.

### 5.13 Altman et al.

Edward Altman e Herbert Rijken (2004, 2005, 2006) hanno adottato metodologie diverse da quelle di Löffler, pur esaminando problemi simili. Gli autori hanno sottoposto a verifica la spiegazione delle agenzie dei criteri di rating TTC: tali rating sono stabili perché hanno l'obiettivo di misurare il rischio di credito sul lungo periodo (peraltro indefinito) e vengono cambiati solo quando le agenzie sono sufficientemente fiduciose che le variazioni del profilo di rischio dell'impresa possono essere considerate permanenti e non rovesciate entro un breve arco temporale. L'obiettivo delle agenzie è quello di fornire un accurato ordinamento dei rischi di credito in ciascun punto del tempo, senza riferirsi ad un orizzonte specifico. La metodologia TTC intende pervenire ad un bilanciamento ottimale tra rating timeliness e rating stability. Per la verifica gli autori hanno esaminato separatamente i due aspetti che considerano come componenti fondamentali dei rating TTC: l'impatto dell'orizzonte di lungo periodo per la valutazione del rischio di insolvenza e la politica di migrazione prudente dei rating emessi. A differenza di Löffler, gli autori hanno fatto ricorso ad alcuni modelli di credit scoring basati sui tradizionali indicatori economico-finanziari.

Gli autori hanno assunto che gli investitori abbiano, come le banche, una prospettiva PIT, in base alla quale considerano sia le componenti permanenti che quelle transitorie del rischio di credito<sup>68</sup>: in tale prospettiva, il fatto di tenere conto delle componenti transitorie implica che la valutazione del rischio è condizionata ad uno specifico orizzonte temporale. L'evoluzione della qualità creditizia è stata approssimata con la dinamica degli scores dei modelli di credit scoring. Gli autori hanno quindi sviluppato due modelli di scoring da usare come benchmark: un modello di previsione delle insolvenze (DP) ed uno di previsione dei rating delle agenzie (AR); entrambi i modelli sono stati stimati usando lo stesso insieme di descrittori in modo da facilitare i confronti (senza avere l'obiettivo di costruire modelli ottimali di valutazione del rischio di default). Il modello DP è stato stimato su un orizzonte di 1 anno con la regressione logistica, mentre il modello AR è stato stimato con la regressione logistica ordinale; quest'ultimo è una misura PIT della percezione a lungo termine del rischio di insolvenza stimato dalle agenzie e come tale cerca di catturare il focus sull'orizzonte temporale del rating TTC. Le sei variabili considerate nelle stime dei modelli sono: WK/TA (capitale circolante/attivo), RE/TA (riserve da utili reinvestiti/attivo), EBIT/TA (risultato ante interessi e tasse/attivo), ME/BL (valore di mercato del patrimonio netto/valore contabile dei debiti), Size (logaritmo del rapporto tra debiti totali dell'impresa e la capitalizzazione complessiva della borsa americana), Age (numero degli anni a partire dal momento in cui l'impresa ha avuto un rating, con un valore massimo di 10).

<sup>68</sup> Nei sistemi di rating le componenti temporanee e permanenti del rischio di credito sono ponderate diversamente in funzione dell'orizzonte temporale: tanto più corto è l'orizzonte, tanto maggiore è il peso delle componenti temporanee.

Come si vede la scelta delle variabili ha tratto ispirazione dal noto modello dello Z-score del 1968 di Altman. WK/TA cattura la liquidità a breve termine dell'impresa; RE/TA, EBIT/TA e ME/BL catturano la redditività passata, presente e futura dell'impresa; in particolare RE/TA è una misura della redditività contabile a lungo termine ed è relativamente insensibile a fluttuazioni a breve termine della performance dell'impresa; ME/BL cattura anche il leverage a valori di mercato. Tali variabili hanno subito alcune trasformazioni allo scopo di migliorarne la capacità discriminante; le stime sono state fatte quindi con<sup>69</sup>:

$$DP \text{ e } AR = \alpha + \beta_1 \frac{WK_{i,t}}{TA_{i,t}} + \beta_2 \left[ -Ln \left( 1 - \frac{RE_{i,t}}{TA_{i,t}} \right) \right] + \beta_3 \left[ -Ln \left( 1 - \frac{EBIT_{i,t}}{TA_{i,t}} \right) \right] + \beta_4 \left( 1 + Ln \frac{ME_{i,t}}{BL_{i,t}} \right) + \beta_5 Size_{i,t} + \beta_6 Age_{i,t} + \varepsilon_{i,t}$$

I dati per le stime sono stati ottenuti da S&P. La variabile di struttura finanziaria ME/BL è quella dominante nel modello DP, mentre il modello AR appare guidato prevalentemente dalla dimensione, da RE/TA, entrambe variabili meno sensibili al ciclo, oltre che da ME/BL.

Poiché il modello AR non ha un orizzonte immediatamente identificabile, a differenza del modello DP che per costruzione ha una profondità di 1 anno, gli autori hanno stimato un ulteriore modello di predizione a lungo termine (LDP) per misurare l'orizzonte implicito del modello AR. Il modello LDP ha usato le stesse variabili, in regressione logistica, ma la variabile di status che identifica lo stato dell'impresa ha contraddistinto le PD cumulate pluriennali, ovvero la probabilità di sopravvivenza: dato l'orizzonte di T anni, i bilanci delle imprese sono stati contrassegnati con 0 se la società è diventata insolvente entro T anni e con 1 se l'impresa è sopravvissuta per tutti i T anni (a anche oltre). Le stime hanno riguardato orizzonti di T=4 anni e T=6 anni. Il modello LDP a 4 anni è dominato da ME/BL e dalla dimensione, mentre in quello a 6 anni l'importanza relativa delle variabili è molto simile a quella del modello AR, confermando la prospettiva a lungo termine incorporata nei rating delle agenzie. Infine è stato stimato anche un modello (MDP) sulle PD marginali relative ad uno specifico periodo futuro: lo status è stato posto uguale a zero per le imprese che sono divenute insolventi nel periodo T ed uguale ad 1 per quelle sopravvissute a quel periodo<sup>70</sup>; ignorando le componenti del rischio di credito a breve termine, il modello è concentrato sulle componenti permanenti che possono spiegare l'insolvenza a lungo termine; il periodo scelto per il modello sulle PD marginali è il 6° anno (il modello LDP riguarda PD cumulate di imprese che diventano insolventi in uno qualunque dei prossimi sei anni, mentre il modello sulle PD marginali riguarda le insolvenze avvenute solo nel sesto anno: sono quindi due modi diversi di esaminare i rischi di credito a lungo termine). L'importanza relativa delle variabili nel modello MDP è intermedia tra quelle dei modelli LDP ed AR. I modelli LDP, MDP ed AR sono considerabili TTC (o approssimativamente TTC), rispetto al modello DP che è PIT.

Gli score medi dei diversi modelli sono stati mappati sulle classi di rischio delle agenzie. Gli score sono delle misure PIT del rischio di insolvenza a breve ed a lungo termine. Lo score DP è più sensibile alle variazioni temporanee della qualità creditizia a causa del breve orizzonte temporale di riferimento, mentre lo score AR è meno sensibile alle variazioni temporanee del rischio perché modella i rating delle agenzie che per costruzione non sono sensibili alle fluttuazioni della qualità creditizia; infine lo score LDP riduce la sensibilità alle componenti

<sup>69</sup> La distribuzione di ME/BL è asimmetrica a destra e la trasformazione logaritmica può migliorare il suo contributo discriminante, espandendo la coda di sinistra della variabile, che è più informativa di quella opposta, e riducendo la coda di destra. La variabile ME/BL trasformata è centrata sull'unità. Le variabili RE/TA e EBIT/TA sono state trasformate per la stessa ragione: la trasformazione logistica riduce l'asimmetria, centrando sullo zero le variabili trasformate. Per la variabile dimensionale (Size) è stato usato direttamente l'ammontare dei debiti, per un migliore e più diretto collegamento con il rischio di insolvenza.

<sup>70</sup> Gli autori hanno contrassegnato con 1 anche le imprese andate in default in anni precedenti al periodo futuro T, di fatto assimilandole a quelle sane: questa scelta può essere criticata sotto più profili, ma la discussione di questo punto non rientra tra le finalità di questo lavoro.

temporanee perché estende l'orizzonte della valutazione delle insolvenze. Le diverse sensibilità alle fluttuazioni temporanee sono catturate dai coefficienti stimati. In particolare le differenze tra i modelli DP ed AR sono espressive dei divari dell'orizzonte temporale, mentre quelle tra AR e LDP riguardano la diversa ponderazione dei risk drivers fondamentali tra i rating delle agenzie e il modello di scoring coerente con l'orizzonte temporale delle agenzie.

Ma l'orientamento a lungo termine è solo la prima componente che caratterizza il rating TTC delle agenzie; i criteri adottati per operare le variazioni dei rating rappresenta la seconda importante componente. La politica di migrazioni prudenti, nell'interpretazione degli autori, ha le seguenti caratteristiche: la variazione del rating viene presa in considerazione dalle agenzie solo se l'attuale rating differisce significativamente da quello stimato in base alle informazioni più aggiornate; se si è in quel caso, il rating viene aggiustato ma solo parzialmente rispetto a quello stimato con l'aggiornamento. Tale aggiustamento parziale è fonte di correlazione seriale delle migrazioni dei rating. Pertanto tale politica di migrazione è stata modellata dai due autori con due parametri: un parametro-soglia (TH), per misurare il divario tra rating attuale e quello stimato aggiornato, ed un parametro di aggiustamento frazionario (AF). TH specifica l'intervallo (-TH, +TH) in cui alla qualità creditizia è consentito fluttuare, senza dar origine ad una migrazione del rating; la soglia TH quindi esclude che piccole variazioni della qualità creditizia inneschino variazioni del rating. Nel caso in cui invece la variazione della qualità creditizia esca da quell'intervallo, il rating non viene necessariamente aggiustato interamente, ma solo in base al parametro AF. Per stimare i parametri della politica delle agenzie gli autori hanno prima convertito gli score AR in score modificati  $AR^M$  come segue:

$$AR_0^M = AR_0$$

$$AR_t^M = AR_{t-1}^M \text{ se } \frac{|AR_t - AR_{t-1}^M|}{\gamma} < TH$$

$$AR_t^M = AF * (AR_t - AR_{t-1}^M) + AR_{t-1}^M \text{ se } \frac{|AR_t - AR_{t-1}^M|}{\gamma} \geq TH$$

Lo score modificato viene inizializzato con lo stesso valore dello score AR; poi se la differenza tra lo score AR e quello modificato del periodo precedente rimane all'interno dell'intervallo  $[-\gamma TH, +\gamma TH]$ , lo score modificato non cambia; se invece supera tale soglia, lo score modificato viene aggiornato in base al parametro AF: per  $AF=1$  lo score modificato viene integralmente aggiustato, per  $AF < 1$  l'aggiustamento è solo parziale. Il coefficiente  $\gamma$  è calibrato per convertire lo score AR in una scala di notches. Gli score modificati  $AR^M$  sono stati poi convertiti in classi di rating equivalenti a quelle delle agenzie (S&P nel caso dei due autori): in ogni anno le imprese sono ordinate in base allo score  $AR^M$ ; a partire da tale ordinamento gli autori hanno costruito 16 classi di rating collocando in ciascuna di esse esattamente lo stesso numero di imprese osservato nei rating dell'agenzia, in tal modo riflettendo il concetto di rating come metrica ordinale di classificazione dei rischi. Infine i parametri TH e AF sono stati stimati ricercando la migliore approssimazione delle distribuzioni delle migrazioni dei rating e dei rating drift dell'agenzia con quelle dei rating basati su  $AR^M$  (sono state escluse le migrazioni agli eventi-default). Lo stesso procedimento è stato ripetuto con lo score LDP a 6 anni.

I risultati statistici ottenuti hanno messo in luce che il focus delle agenzie sull'orizzonte a lungo termine spiega solo una parte della relativa stabilità dei loro rating; l'altro aspetto, la politica di variazioni prudenti dei rating emessi, è il fattore più importante per raggiungere la stabilità voluta dalle agenzie di rating. In particolare la matrice di transizione costruita a partire dal modello di previsione delle insolvenze con orizzonte a 6 anni è una buona proxy della matrice effettiva osservata con i dati dell'agenzia S&P. Peraltro gli score PIT hanno dimostrato di avere migliori capacità di previsione del rischio di insolvenza rispetto ai rating basati su  $AR^M$

ed a quelli delle agenzie fino ad un orizzonte di tre anni, oltre il quale tendono a prevalere i rating<sup>71</sup>.

#### 5.14 Yang

Bill Yang (2014), per una migliore analisi del rischio di insolvenza, ha proposto un approccio a due stadi consistente nel modellare separatamente la componente di rischio specifico e quella di rischio sistematico, per poi aggregarle in modo opportuno. L'autore ha ravvisato la necessità di un tale approccio dalla constatazione che molti modelli di PD non incorporano pienamente o dinamicamente il rischio sistematico. Quest'ultimo è trattato da Yang con un modello multifattoriale di tipo Vasicek mentre il rischio idiosincratice può essere modellato con probit o logit, come solitamente viene effettuato.

Sia  $n$  il numero di imprese che compongono il portafoglio,  $k$  il numero delle insolvenze sull'orizzonte di 1 anno e  $r=k/n$  il tasso di default;  $k$  segue una distribuzione binomiale con probabilità dell'evento default pari a  $p(s)$  in cui  $s$  identifica il fattore latente sull'orizzonte di analisi. In altri termini  $p(s)$  è la PD condizionata al rischio sistematico  $s$ ;  $p(s)$  è considerabile anche come tasso di default di un portafoglio asintotico sufficientemente grande. I fattori di rischio specifico dell'impresa sono rappresentati dal vettore  $x$  (specific risk profile). Quindi la PD dell'impresa sull'orizzonte di 1 anno è data da  $p(s,x)$  condizionata sia al fattore sistematico che alle componenti idiosincratice. Il valore atteso della  $p(s,x)$  condizionata alle componenti specifiche vale  $E[p(s,x)|x]$ . La PD PIT è la  $p(s,x)$  mentre la PD TTC è la  $E[p(s,x)|x]$ .

L'evento default è modellato con lo schema di Merton-Vasicek in base al quale l'insolvenza si verifica se la variabile latente  $r_i$  scende al di sotto di una certa soglia (default point),  $d_i$ ;  $r_i$  è espressa in funzione del rischio sistematico ( $s$ ) e di quello specifico ( $\varepsilon_i$ ), entrambi con

distribuzione normale standard  $r_i = \sqrt{\rho_i} s + \sqrt{1-\rho_i} \varepsilon_i$ , in cui  $\rho_i$  è la asset correlation. Al tempo  $t=0$  si osserva il profilo di rischio dell'impresa  $x$  e si ipotizza che  $\varepsilon_i = \mu_i + \omega_i$ , ove  $\mu_i$  dipende solo da  $x_i$  e  $\omega_i$  ha distribuzione normale con media nulla e varianza uguale per tutte le imprese, ovvero  $\omega_i \sim N(0, \sigma_\omega^2)$ . La  $p(s, x_i)$  per l' $i$ -esima impresa vale:

<sup>71</sup> Altman, Iwanicz-Drozowska, Laitinen e Suvas (2016) hanno affrontato un problema che pur non essendo strettamente riferito al confronto PIT-TTC ha a che fare con la valutazione della qualità creditizia fondamentale di lungo periodo, a cui sembrano riferirsi le agenzie di rating nell'illustrare i loro criteri di valutazione forward looking. Altman ed i suoi coautori hanno sviluppato un modello di credit scoring che combina variabili qualitative con i tradizionali indicatori di bilancio. L'obiettivo dichiarato è quello di migliorare la capacità diagnostica dei tradizionali modelli quantitativi limitati alle sole variabili di bilancio ed al contempo estendere l'orizzonte temporale dell'analisi. Il modello è stato sviluppato su un insieme di PMI finlandesi. La critica che tipicamente viene addebitata ai credit scoring basati solo sulle variabili quantitative riguarda il rapido decadimento della performance oltre il breve termine; la causa risiede principalmente alla instabilità seriale degli indicatori di bilancio, che nelle PMI potrebbero non essere basati su dati di qualità sufficientemente affidabile; gli indicatori finanziari inoltre catturano bene i sintomi più acuti della fase finale della crisi, ma sembrano meno accurati ma mano che ci si allontana a ritroso da essa. Il ricorso a variabili qualitative (come ad esempio: tipologia di impresa, settore di attività, età dell'impresa, rischio settoriale, relazione delle società di revisione, completezza e puntualità delle informazioni diffuse, regolarità dei pagamenti, caratteristiche dei membri del consiglio di amministrazione) ha in effetti contribuito a migliorare la performance del modello e mantenerne la capacità discriminante fino ad un orizzonte di 10 anni prima dell'insolvenza; l'importanza relativa delle singole variabili quantitative e di quelle qualitative è cambiata peraltro nel corso del tempo. Il rilevante vantaggio delle variabili qualitative riguarda il fatto che sono generalmente più stabili dei ratios di bilancio e meno facili da manipolare. Per un approccio diverso ma egualmente orientato a basare la valutazione del rischio creditizio sulla capacità competitiva di lungo periodo delle imprese (Cfr. Cuneo & Maino, 2010).

$$\begin{aligned}
p(s, x_i) &= \Pr ob\left(\sqrt{\rho_i}s + \sqrt{1-\rho_i}(\mu_i + \omega_i) \leq d_i \mid s, x_i\right) = \Pr ob\left(\sqrt{1-\rho_i}(\mu_i + \omega_i) \leq d_i - \sqrt{\rho_i}s\right) = \\
&= \Pr ob\left(\omega_i \leq -\mu_i + \frac{d_i - \sqrt{\rho_i}s}{\sqrt{1-\rho_i}}\right) = \Pr ob\left(\frac{\omega_i}{\sigma_\omega} \leq -\frac{\mu_i}{\sigma_\omega} + \frac{d_i - \sqrt{\rho_i}s}{\sigma_\omega\sqrt{1-\rho_i}}\right) = \\
&= \Phi\left(-\frac{\mu_i}{\sigma_\omega} + \frac{d_i - \sqrt{\rho_i}s}{\sigma_\omega\sqrt{1-\rho_i}}\right), \text{ in cui } \frac{\omega}{\sigma_\omega} \text{ è normale standard}
\end{aligned}$$

Da quell'espressione si può ricavare:

$$\Phi^{-1}(p(s, x_i)) = \left(-\frac{\mu_i}{\sigma_\omega} + \frac{d_i - \sqrt{\rho_i}s}{\sigma_\omega\sqrt{1-\rho_i}}\right), \text{ da cui si può porre } z_i = \frac{d_i}{\sigma_\omega\sqrt{1-\rho_i}} - \frac{\mu_i}{\sigma_\omega} - \mu,$$

ove  $\mu$  è la media sull'intero portafoglio di  $\left[d_i / (\sigma_\omega\sqrt{1-\rho_i})\right] - \mu_i / \sigma_\omega$ ,

$$\text{e porre } w_i = \mu - s \sqrt{\frac{\rho_i}{\sigma_\omega\sqrt{1-\rho_i}}}$$

Il rischio sistematico è identificato da  $w_i$  (funzione di  $s$ ) mentre il rischio specifico dell' $i$ -esima impresa è  $z_i$ . Il portafoglio è omogeneo rispetto ai rischi se  $w_i$  è lo stesso per tutte le imprese, ovvero l'asset correlation è identica per tutti i soggetti, e  $z_i$  è una variabile casuale tratta con estrazioni indipendenti da un'unica distribuzione  $N(0, \sigma_z^2)$ . Si può quindi scrivere  $\Phi^{-1}(p(s, x_i)) = w + z_i$ , con  $w \sim N(\mu_w, \sigma_w^2)$  e con  $w$  e  $z$  reciprocamente indipendenti. Trascurando il riferimento all' $i$ -esima impresa si può scrivere:

$$\Phi^{-1}(p(s, x)) = w + z, \text{ con } w \sim N(\mu_w, \sigma_w^2) \text{ e } z \sim N(0, \sigma_z^2) \text{ e quindi la PD PIT } p(s, x) = \Phi(w + z)$$

La PD a livello di portafoglio, dato il fattore sistematico  $s$ , è uguale a:

$$p(s) = E[\Phi(w + z) \mid s], \text{ che può essere scritta rispetto ad una generica v.c. normale std } X = E\left[E(1_{X \leq w+z} \mid s)\right] = E[1_{X-z \leq w}];$$

la v.c.  $X - z$  ha media pari a 0 e varianza  $E(X - z)^2 = E(X^2) + E(z^2) + 2\text{cov}(\cdot) = 1 + \sigma_z^2$ ;

$$\text{quindi si può scrivere } E\left[\frac{X - z}{\sqrt{1 + \sigma_z^2}} \leq \frac{w}{\sqrt{1 + \sigma_z^2}}\right] = \Phi\left(\frac{w}{\sqrt{1 + \sigma_z^2}}\right), \text{ essendo } \frac{X - z}{\sqrt{1 + \sigma_z^2}} \sim N(0, 1)$$

Da tale relazione si può ricavare il rischio sistematico  $w$ :

$$\Phi^{-1}(p(s)) = \frac{w}{\sqrt{1 + \sigma_z^2}}, \text{ da cui } w = \Phi^{-1}(p(s))\sqrt{1 + \sigma_z^2}$$

La PD TTC  $E(p(s+x) \mid x)$  vale:



$E(p(s, x) | x) = E[\Phi(w + z) | x]$ , scrivibile in funzione di una generica v.c. normale standard  $X = E[E(1_{X \leq w+z} | x)] = E(1_{X-w \leq z})$ ; la v.c.  $X - w$  ha media pari a  $0 - \mu_w$  e varianza uguale a

$E(X - w)^2 = E(X^2 + w^2 - 2 \text{cov}(\cdot)) = 1 + \sigma_w^2$ ; la v.c.  $\frac{X - w - (-\mu_w)}{\sqrt{1 + \sigma_w^2}}$  è per tanto normale standard

$$\text{e quindi } E \left[ \frac{X - w + \mu_w}{\sqrt{1 + \sigma_w^2}} \leq \frac{z + \mu_w}{\sqrt{1 + \sigma_w^2}} \right] = \Phi \left( \frac{z + \mu_w}{\sqrt{1 + \sigma_w^2}} \right)$$

Yang ha proposto di modellare la PD a livello di portafoglio  $p(s)$  ad 1 anno, dato il rischio sistematico  $s$ , con un approccio multifattoriale di tipo Vasicek:

$$p(s) = \Phi \left( a + \sum_{j=1}^h a_j u_j + \sum_{j=1}^m b_j s_j + s' \right), \text{ ove } s' \sim N(0, \sigma^2)$$

, ove le  $u_j$  ( $j=1, \dots, h$ ) misurano varie caratteristiche del portafoglio come il tasso di default corrente, i settori economici, le aree geografiche e così via; le  $s_j$  ( $j=1, \dots, m$ ) sono le variabili macro. Per prevedere la  $p(s)$  si usano i valori correnti delle  $s_j$ . La variabile latente  $s'$  rappresenta il residuo del modello che cattura gli effetti rimanenti non spiegati dalle variabili  $u_j$  ed  $s_j$ . Si rinvia alla pubblicazione originale per i dettagli relativi alla stima econometrica dei parametri.

Dalla  $w = \Phi^{-1}(p(s))\sqrt{1 + \sigma_z^2}$  sostituendo il valore di  $p(s)$  si ottiene

$$w = \left[ a + \sum_{j=1}^h a_j u_j + \sum_{j=1}^m b_j s_j + s' \right] \sqrt{1 + \sigma_z^2};$$

$$\text{quindi la } p(s, x) \text{ vale } p(s, x) = \Phi \left[ \left[ a + \sum_{j=1}^h a_j u_j + \sum_{j=1}^m b_j s_j + s' \right] \sqrt{1 + \sigma_z^2} + z \right]$$

Questa relazione può essere utilizzata per valutare diverse versioni delle PD di portafoglio a seconda che le condizioni correnti del portafoglio (le  $u_j$ ) siano combinate con fattori sistematici correnti, o quelli previsti. Lo stesso schema concettuale è alla base della generazione di scenari di stress test (ottenuti shockando i fattori di rischio sistematici).

In un lavoro successivo Yang (2017) ha proposto la costruzione della struttura temporale delle PD PIT. Sia  $P_k(t_k)$  la probabilità forward di insolvenza dell'impresa nel periodo  $(t_{k-1}, t_k]$  dato che l'insolvenza non si è verificata in periodi precedenti, cioè la PD condizionata; la PD marginale per il  $k$ -esimo periodo è  $(1 - c_{k-1}(t_{k-1})) * P_k(t_k)$ , ove  $c_{k-1}(t_{k-1})$  è la PD cumulativa per il periodo  $(t_0, t_{k-1}]$  e  $(1 - c_{k-1}(t_{k-1}))$  è la probabilità di sopravvivenza dell'impresa sul periodo  $(t_0, t_{k-1}]$ . Definendo  $l_i(t_i)$  ed  $e_i(t_i)$  la LGD e la EAD point-in-time per l' $i$ -esimo periodo dopo  $t_0$ , si può porre  $f_i(t_i) = l_i(t_i) * e_i(t_i)$ . Data la struttura temporale delle PD PIT la perdita attesa su crediti da  $t_0$  a  $t_k$  è stimabile con:

$$EL = p_1(t_1) f_1(t_1) + (1 - c_1(t_1)) p_2(t_2) f_2(t_2) + \dots + (1 - c_{k-1}(t_{k-1})) p_k(t_k) f_k(t_k)$$

La stima della PD forward può essere effettuata ricorrendo all'approccio di Merton-Vasicek, con la variabile latente  $z_{ik}(t)$  che pilota l'evento default, riconducibile alla combinazione lineare di una componente di rischio sistematico  $s(t)$  e ad una di rischio idiosincratice  $\varepsilon_{ik}(t)$ , indipendente da  $s$ , entrambi con distribuzione normale standard:

$$z_{ik}(t) = s(t)\sqrt{\rho_{ik}} + \varepsilon_{ik}(t)\sqrt{1 - \rho_{ik}}, \text{ con } \rho_{ik} = \text{asset correlation per } i\text{-esimo rating}$$

L'evento default si verifica se la variabile latente  $z$  scende al di sotto della soglia  $b_{ik}$ , per il periodo forward  $k$ -esimo relativo alla classe di rating  $i$ -esima. La PD forward per il periodo

$(t_{k-1}, t_k]$ , dato che il default non si è verificato sull'arco di tempo  $(t_0, t_{k-1}]$ , è stimabile con 
$$\frac{d_{ik}(t_k)}{n_{ik}(t_k)} = \frac{\text{numero default nel periodo } (t_{k-1}, t_k]}{\text{numero imprese sopravvissute nel periodo } [t_0, t_{k-1}]}$$
.

La PD forward per il periodo k-esimo dato il rischio sistematico  $s$ ,  $p_{ik}(s)$ , vale:

$$p_{ik}(s) = \Pr ob(z_{ik} < b_{ik} | s) = \Pr ob\left(\varepsilon_{ik} < \frac{b_{ik} - s\sqrt{\rho_{ik}}}{\sqrt{1 - \rho_{ik}}}\right) = \Phi\left(\frac{b_{ik} - s\sqrt{\rho_{ik}}}{\sqrt{1 - \rho_{ik}}}\right)$$

Ponendo  $r_{ik} = \text{sensitività al rischio sistematico della PD forward} = \frac{\sqrt{\rho_{ik}}}{\sqrt{1 - \rho_{ik}}}$ ,

da cui  $\rho_{ik} = \frac{r_{ik}^2}{1 + r_{ik}^2}$  e  $\frac{1}{\sqrt{1 - \rho_{ik}}} = \sqrt{1 + r_{ik}^2}$ , si può scrivere  $p_{ik}(s) = \Phi(b_{ik}\sqrt{1 + r_{ik}^2} - r_{ik}s)$

La soglia  $b_{ik}$  può essere derivata dalla media TTC delle PD forward, infatti:

la  $p_{ik}(s) = \Phi(b_{ik}\sqrt{1 + r_{ik}^2} - r_{ik}s)$  può essere ricondotta alla generica v.c. normale standard  $X =$

$E[p_{ik}(s)] = E\left[E\left[1_{X \leq b_{ik}\sqrt{1 + r_{ik}^2} - r_{ik}s}\right]\right] = E\left[1_{X + r_{ik}s \leq b_{ik}\sqrt{1 + r_{ik}^2}}\right]$ ; la varianza della v.c.  $X + r_{ik}s$  è uguale a

$\text{var}(X + r_{ik}s) = E(X + r_{ik}s)^2 = E(X^2 + r_{ik}^2s^2 + 2\text{cov}(\cdot)) = 1 + r_{ik}^2$

Quindi standardizzando la  $X + r_{ik}s$  si ha  $E[p_{ik}(s)] = \Phi\left(\frac{X + r_{ik}s}{\sqrt{1 + r_{ik}^2}} \leq \frac{b_{ik}\sqrt{1 + r_{ik}^2}}{\sqrt{1 + r_{ik}^2}}\right) = \Phi(b_{ik})$

Il fattore di rischio sistematico  $s$  può essere riportato alla combinazione di variabili macro e di un residuo: sia  $w(x)$  una combinazione lineare di variabili macroeconomiche ( $x$ ), ciascuna con una propria media ( $u$ ), ovvero  $w(x) = a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_mx_m$ .

Definendo gli scarti delle variabili macro  $\tilde{x} = x - u$ , la  $w(x)$  può essere normalizzata con

$$ci(x) = \frac{w(x) - u}{v} = \frac{a_1\tilde{x}_1 + a_2\tilde{x}_2 + \dots + a_m\tilde{x}_m}{v}, \text{ ove } v = \text{sqm}(w(x)).$$

Quindi il fattore sistematico può essere ricondotto a  $s = -\lambda ci(x) - e\sqrt{1 - \lambda^2}$ , ove  $e = \text{residuo}$ ,

ovvero  $s = -[\lambda(\tilde{a}_1\tilde{x}_1 + \tilde{a}_2\tilde{x}_2 + \dots + \tilde{a}_m\tilde{x}_m) + \sigma e]$ , con  $e \sim N(0,1)$ ,  $0 < \lambda < 1$ , e  $ci = \text{credit index}$

ove  $\tilde{a} = a/v$  e  $\sigma = \sqrt{1 - \lambda^2}$

$$\begin{aligned} \text{Per tanto } p_{ik}(s) &= \Phi\left(b_{ik}\sqrt{1 + r_{ik}^2} + r_{ik}(\lambda ci(x) + \sigma e)\right) = \\ &= \Phi\left(b_{ik}\sqrt{1 + r_{ik}^2} + r_{ik}\lambda(\tilde{a}_1\tilde{x}_1 + \tilde{a}_2\tilde{x}_2 + \dots + \tilde{a}_m\tilde{x}_m) + r_{ik}\sigma e\right) \end{aligned}$$

Sia  $p_{ik}(x) = E[p_{ik}(s)|x]$  il valore atteso della PD(s) condizionata alle variabili macroeconomiche  $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ ; in termini più precisi le  $p_{ik}(x)$  sono le PD forward condizionate allo scenario  $x$ . Assumendo che il residuo “e” della funzione  $s$  sia indipendente dalle variabili macro  $x$ , si ha:

$$p_{ik}(x) = \Phi \left[ b_{ik} \sqrt{1 + \tilde{r}_{ik}^2} + \tilde{r}_{ik} ci(x) \right] = \Phi \left[ b_{ik} \sqrt{1 + \tilde{r}_{ik}^2} + r_{ik} (\tilde{a}_1 \tilde{x}_1 + \tilde{a}_2 \tilde{x}_2 + \dots + \tilde{a}_m \tilde{x}_m) \right]$$

$$\text{ove } \tilde{r}_{ik} = \frac{r_{ik} \lambda}{\sqrt{1 + r_{ik}^2 \sigma^2}} = \frac{r_{ik} \lambda}{\sqrt{1 + r_{ik}^2 (1 - \lambda^2)}}, \text{ da cui } \tilde{r}_{ik}^2 = \frac{r_{ik}^2 \lambda^2}{1 + r_{ik}^2 - \tilde{r}_{ik}^2 \lambda^2} \quad e$$

$$1 + \tilde{r}_{ik}^2 = \frac{1 + r_{ik}^2 - r_{ik}^2 \lambda^2 + \tilde{r}_{ik}^2 \lambda^2}{1 + r_{ik}^2 (1 - \lambda^2)}, \quad e \quad \sqrt{1 + \tilde{r}_{ik}^2} = \frac{\sqrt{1 + r_{ik}^2}}{\sqrt{1 + r_{ik}^2 (1 - \lambda^2)}}$$

$$\text{da cui si ha } b_{ik} \frac{\sqrt{1 + r_{ik}^2}}{\sqrt{1 + r_{ik}^2 (1 - \lambda^2)}} = b_{ik} \sqrt{1 + \tilde{r}_{ik}^2}$$

$$\text{Infatti dalla } p_{ik}(x) = E[p_{ik}(s) | x] = \Phi \left[ b_{ik} \sqrt{1 + r_{ik}^2} + r_{ik} \lambda ci(x) + r_{ik} \sigma e | x \right] =$$

$$= E \left[ E \left[ 1_{X \leq b_{ik} \sqrt{1 + r_{ik}^2} + r_{ik} \lambda ci(x) + r_{ik} \sigma e} | x \right] \right] = E \left[ 1_{X - r_{ik} \sigma e \leq b_{ik} \sqrt{1 + r_{ik}^2} + r_{ik} \lambda ci(x)} \right]$$

$$\text{la varianza della v.c. } X - r_{ik} \sigma e \text{ è uguale a } E(X - r_{ik} \sigma e)^2 = E(X^2 + r_{ik}^2 \sigma^2 e^2 - 2 \text{cov}(\cdot)) = 1 + r_{ik}^2 \sigma^2 =$$

$$= 1 + r_{ik}^2 (1 - \lambda^2) \text{ e quindi lo sqm è } \sqrt{1 + r_{ik}^2 (1 - \lambda^2)}$$

$$\text{per tanto si ha } \Phi \left( \frac{X - r_{ik} \sigma e}{\sqrt{1 + r_{ik}^2 (1 - \lambda^2)}} \leq \frac{b_{ik} \sqrt{1 + r_{ik}^2}}{\sqrt{1 + r_{ik}^2 (1 - \lambda^2)}} + \frac{r_{ik} \lambda ci(x)}{\sqrt{1 + r_{ik}^2 (1 - \lambda^2)}} \right) =$$

$$= \Phi \left( b_{ik} \frac{\sqrt{1 + r_{ik}^2}}{\sqrt{1 + r_{ik}^2 (1 - \lambda^2)}} + \frac{r_{ik} \lambda ci(x)}{\sqrt{1 + r_{ik}^2 (1 - \lambda^2)}} \right) = \Phi \left( b_{ik} \sqrt{1 + \tilde{r}_{ik}^2} + \tilde{r}_{ik} ci(x) \right)$$

Analogamente alle quantità  $r_{ik}$  e  $\rho_{ik}$  definite rispetto al fattore sistematico  $s$ , si possono definire le variabili derivate:

$\tilde{r}_{ik}$  è interpretabile come la sensitività della PD forward  $k$ -esima al credit index  $ci(x)$ ;

$\tilde{\rho}_{ik}$  può essere definita come  $\tilde{\rho}_{ik} = \rho_{ik} \lambda^2$

$$\text{Quindi dalla } \tilde{r}_{ik} = \frac{r_{ik} \lambda}{\sqrt{1 + r_{ik}^2 \sigma^2}} \text{ si ha } 1 + \tilde{r}_{ik}^2 = \frac{1 + r_{ik}^2}{1 + r_{ik}^2 \sigma^2}$$

$$e \quad \frac{\tilde{r}_{ik}^2}{1 + \tilde{r}_{ik}^2} = \frac{\frac{r_{ik}^2 \lambda^2}{1 + r_{ik}^2 \sigma^2}}{\frac{1 + r_{ik}^2}{1 + r_{ik}^2 \sigma^2}} = \frac{r_{ik}^2 \lambda^2}{1 + r_{ik}^2}$$

$$\text{Inoltre essendo } r_{ik} = \frac{\sqrt{\rho_{ik}}}{\sqrt{1 - \rho_{ik}}} \text{ si ha } \rho_{ik} = \frac{r_{ik}^2}{1 + r_{ik}^2}, \text{ che moltiplicata per } \lambda^2 \text{ diventa}$$

$$\frac{r_{ik}^2 \lambda^2}{1 + r_{ik}^2} = \frac{\tilde{r}_{ik}^2}{1 + \tilde{r}_{ik}^2} = \rho_{ik} \lambda^2 = \tilde{\rho}_{ik}, \text{ da cui } \tilde{r}_{ik} = \frac{\sqrt{\tilde{\rho}_{ik}}}{\sqrt{1 - \tilde{\rho}_{ik}}}$$

In sintesi Yang ha dimostrato che per determinare le PD forward, con cui calcolare la struttura temporale delle PD, sono necessarie le stime dei parametri  $\tilde{a}$  delle variabili macroeconomiche per il credit index ( $ci(x)$ ), le sensitività  $\tilde{r}_{ik}$  e le soglie  $b_{ik}$ . Per la metodologia di stima econometrica di tali parametri si rinvia alla pubblicazione originale dell'autore.

Anche Volodymyr Perederiy (2015) ha sviluppato un modello semplificato per la determinazione delle PD PIT forward partendo da un input costituito dalle PD TTC correnti e future e da poche altre informazioni. La proposta dell'autore è orientata a soddisfare il fabbisogno di valutazioni lifetime richiesto dal nuovo principio contabile IFRS 9. Le definizioni adottate dall'autore sono le seguenti: la PD PIT corrisponde al tasso di default atteso nel prossimo futuro, prendendo in considerazione tutte le informazioni riguardanti l'impresa e il quadro macroeconomico; la PD TTC è definita come l'aspettativa non condizionale del tasso di insolvenza assumendo che le informazioni sul quadro macroeconomico non siano note. Dato un

portafoglio di  $N_t$  soggetti, l'autore assume che le PD TTC ad 1 anno ( $PD_{i,t}^{TTC}$ ) siano note per ciascun soggetto  $i$ -esimo sia per il periodo corrente ( $t=T_0$ ) che per i periodi futuri ( $T>T_0$ ). Il tasso di default corrente osservato sul portafoglio è  $DR_{T_0} = N_{T_0}^D / N_{T_0}$ , ove il numeratore è il numero di imprese insolventi. L'obiettivo dell'autore è stimare ex-ante la PD PIT forward per i

periodi futuri  $PD_{i,T}^{PIT}$  per  $T>T_0$ : com'è noto infatti il principio IFRS 9 richiede valutazioni PIT, a differenza della regulation bancaria che è orientata all'uso di rating TTC per ridurre la ciclicità dei requisiti patrimoniali. Il modello si propone quindi di trasformare PD TTC in PD PIT. La base concettuale si ispira al modello Merton-Vasicek, con  $r_{i,t}$  che rappresenta il rendimento delle attività dell'impresa  $i$ -esima e  $R_{i,t}^D$  la barriera del default (rendimento critico al di sotto del quale scatta l'insolvenza). Quindi la probabilità d'insolvenza è  $PD_{i,t} = \Pr ob(r_{i,t} < R_{i,t}^D)$ . Il rendimento  $r_{i,t}$  ha distribuzione normale e scrivibile come media ponderata di un rendimento sistematico, comune a tutte le imprese ( $\psi_t$ ), che funge da fattore macroeconomico, ed un rendimento idiosincratico  $\varepsilon_{i,t}$ , tra loro indipendenti:

$$r_{i,t} = \psi_t \sqrt{\rho} + \varepsilon_{i,t} \sqrt{1-\rho}, \text{ con } \psi_t \sim N(0,1) \text{ e } \varepsilon_{i,t} \sim N(0,1)$$

$$E(r_{i,t}) = 0 \text{ e } \text{var}(r_{i,t}) = E(\psi_t \sqrt{\rho} + \varepsilon_{i,t} \sqrt{1-\rho})^2 = E(\psi_t^2 \rho + \varepsilon_{i,t}^2 (1-\rho) + 2 \text{cov}(\cdot)) = 1$$

e quindi  $r_{i,t} \sim N(0,1)$

In base alla definizione di PD TTC calcolata in assenza di informazioni sul fattore macroeconomico tale PD vale  $PD_{i,t}^{TTC} = \Pr ob(r_{i,t} < R_{i,t}^D) = \Phi(R_{i,t}^D)$ . Poiché l'autore suppone che le PD TTC siano note, tratte ad esempio da un sistema di rating interno o dai dati di agenzie, è possibile ricavare le soglie implicite di default con  $R_{i,t}^D = \Phi^{-1}(PD_{i,t}^{TTC})$ . Il calcolo delle PD PIT, contrariamente a quelle TTC, assume la conoscenza della realizzazione del fattore macroeconomico e come tale è una PD condizionale:

$$\begin{aligned} PD_{i,t}^{PIT} &= \Pr ob(r_{i,t} < R_{i,t}^D | \psi_t = \Psi_t) = \Pr ob(\psi_t \sqrt{\rho} + \varepsilon_{i,t} \sqrt{1-\rho} < R_{i,t}^D | \psi_t = \Psi_t) = \\ &= \Pr ob(\Psi_t \sqrt{\rho} + \varepsilon_{i,t} \sqrt{1-\rho} < \Phi^{-1}(PD_{i,t}^{TTC})) = \Pr ob\left(\varepsilon_{i,t} < \frac{\Phi^{-1}(PD_{i,t}^{TTC}) - \Psi_t \sqrt{\rho}}{\sqrt{1-\rho}}\right) = \\ &= \Phi\left(\frac{\Phi^{-1}(PD_{i,t}^{TTC}) - \Psi_t \sqrt{\rho}}{\sqrt{1-\rho}}\right) \end{aligned}$$

La PD PIT è ricavata dalla conoscenza delle PD TTC, del coefficiente di correlazione  $\rho$  e dalla realizzazione del fattore macro  $\Psi_t$ . Quest'ultimo può essere espresso in funzione della PD PIT:

$$\Phi^{-1}(PD_{i,t}^{PIT}) = \frac{\Phi^{-1}(PD_{i,t}^{TTC}) - \Psi_t \sqrt{\rho}}{\sqrt{1-\rho}}$$

$$\Psi_t = \frac{\Phi^{-1}(PD_{i,t}^{TTC}) - \Phi^{-1}(PD_{i,t}^{PIT}) \sqrt{1-\rho}}{\sqrt{\rho}}$$

Facendo uso della relazione tra il valore atteso del numero delle insolvenze e la somma delle PD PIT si ha:

$$E(N_{T_0}^D) = \sum_{i=1}^{N_{T_0}} PD_{i,T_0}^{PIT} = \sum_{i=1}^{N_{T_0}} \Phi \left( \frac{\Phi^{-1}(PD_{i,T_0}^{TTC}) - \hat{\Psi}_{T_0} \sqrt{\rho}}{\sqrt{1-\rho}} \right), \text{ ove } \hat{\Psi}_{T_0} \text{ è lo stimatore del}$$

fattore macro per il periodo  $T_0$ .

La previsione delle PD PIT per i periodi futuri  $T > T_0$  è basata sulla aspettativa statistica:

$$PD_{i,T}^{PIT} = E(PD_{i,T}^{PIT}) = E \left( \Phi \left( \frac{\Phi^{-1}(PD_{i,T}^{TTC}) - \psi_T \sqrt{\rho}}{\sqrt{1-\rho}} \right) \right), \text{ con } \psi_T \sim N[E(\psi_T), \text{var}(\psi_T)]$$

che riflette il valore atteso e l'incertezza sulle future condizioni macroeconomiche. Si rammenta che si dà per scontata la conoscenza delle future PD TTC, ottenute con l'uso delle matrici di transizione pubblicate dalle agenzie o ricavate dai sistemi di rating interni. Il valore atteso delle PD PIT forward può essere ottenuto con una semplice sostituzione:

$$\text{sia } x = \frac{\Phi^{-1}(PD_{i,T}^{TTC}) - \psi_T \sqrt{\rho}}{\sqrt{1-\rho}}, \text{ quindi } E(x) = \frac{\Phi^{-1}(PD_{i,T}^{TTC}) - E(\psi_T) \sqrt{\rho}}{\sqrt{1-\rho}} \text{ e } \text{var}(x) = \frac{\rho \text{var}(\psi_T)}{1-\rho}$$

$$E(\Phi(x)) = E(\Phi(E(x) + \sigma(x)y)), \text{ ove } y = \text{generica v.c. } N(0,1)$$

$$= E(\text{Pr ob}(z \leq E(x) + \sigma(x)y)), \text{ ove } z = \text{generica v.c. } N(0,1)$$

$$= E(\text{Pr ob}(z - \sigma(x)y \leq E(x))); \text{ la media di } z - \sigma(x)y \text{ è nulla e la varianza è } 1 + \sigma^2(x)$$

quindi in termini di variabili standardizzate si ha

$$E(\Phi(x)) = E \left( \text{Pr ob} \left( \frac{z - \sigma(x)y}{\sqrt{1 + \text{var}(x)}} \leq \frac{E(x)}{\sqrt{1 + \text{var}(x)}} \right) \right) =$$

$$E(\Phi(x)) = \Phi \left( \frac{E(x)}{\sqrt{1 + \text{var}(x)}} \right) = \Phi \left( \frac{\Phi^{-1}(PD_{i,T}^{TTC}) - E(\psi_T) \sqrt{\rho}}{\sqrt{1-\rho} \sqrt{1 + \frac{\rho \text{var}(\psi_T)}{1-\rho}}} \right) = \Phi \left( \frac{\Phi^{-1}(PD_{i,T}^{TTC}) - E(\psi_T) \sqrt{\rho}}{\sqrt{1-\rho + \rho \text{var}(\psi_T)}} \right) = PD_{i,T}^{PIT}$$

Tale espressione assume due valori notevoli:

1) nel caso in cui la realizzazione del fattore macro sia nota con certezza

$$\text{e quindi } E(\psi_T) = \Psi_T \text{ e } \text{var}(\psi_T) = 0 \text{ si ha } PD_{i,T}^{PIT} = \Phi \left( \frac{\Phi^{-1}(PD_{i,T}^{TTC}) - \Psi_T \sqrt{\rho}}{\sqrt{1-\rho}} \right)$$

2) nel caso in cui si usi la distribuzione non condizionale con  $E(\psi_T) = 0$  e  $\text{var}(\psi_T) = 1$

$$\text{si ha } PD_{i,T}^{PIT} = PD_{i,T}^{TTC}$$

Per rendere dinamico il sistema delle previsioni e per modellare l'evoluzione del fattore sistematico  $\psi_T$  Perederiy ha preso in considerazione due processi autoregressivi, uno del primo ordine ed uno del secondo ordine: si rinvia al documento originale per le espressioni delle PD PIT nei due casi.

## 5.15 Pederzoli-Torricelli

Chiara Pederzoli e Costanza Torricelli (2005) hanno proposto un modello forward-looking a parametri variabili sui requisiti regolamentari, basato sulla relazione tra tassi di insolvenza e ciclo economico, nell'ottica di esaminare la prociclicità dell'accordo di Basilea. La dinamica del rischio nel tempo è rappresentabile con una relazione tra il rischio ed il ciclo economico, che dipende da come il rischio è misurato, da quando si materializza o quando si accumula. È opinione ormai accettata che l'accumulo dei rischi si verifica soprattutto nella fase di crescita dell'economia, in cui i criteri di erogazione del credito sono meno severi, mentre la manifestazione dei rischi sotto forma di aumento dei tassi di insolvenza si realizza soprattutto nelle fasi di depressione dell'economia, che aumentando le difficoltà delle imprese contribuisce a peggiorare la situazione di quelle già indebolite dall'eccesso di debito accumulato nelle fasi precedenti. La misurazione del rischio, sotto forma di tassi di default, invece segue l'evoluzione della situazione economica del sistema. A proposito del ciclo economico vi sono due differenti punti di vista: il primo considera il ciclo come una dinamica economica parzialmente predicibile (predictability view), il secondo invece percepisce il ciclo come una dinamica troppo irregolare per essere prevista (random walk view); nella prima ottica ha senso sviluppare modelli di previsione delle fasi del ciclo, nella seconda invece la migliore previsione della prossima fase è costituita dalla fase attuale.

Le PD dipendenti da un particolare stato del ciclo sono definite PD condizionali, mentre le PD non condizionali sono indipendenti dai diversi stati del ciclo. Un sistema di rating PIT valuta la capacità dell'impresa di far fronte ai propri impegni su uno specifico orizzonte (1 anno) e i rating assegnati con quel criterio tendono a variare nel corso del ciclo; un sistema TTC invece valuta la solvibilità dell'impresa su un lungo orizzonte temporale, tenendo conto di condizioni economiche avverse, senza considerare dipendenze dalle condizioni correnti o previste della situazione economica, con il risultato che i rating TTC tendono a mantenersi stabili nel tempo. I rating PIT considerano i rischi in termini assoluti ed includono una dimensione temporale (mutano nel ciclo), mentre i rating TTC valutano i rischi in termini relativi e lavorano sull'ordinamento delle imprese indipendentemente dal momento del ciclo. La regulation di Basilea richiede in sostanza che le banche adottino un'architettura TTC per la costruzione del loro sistema di rating allo scopo di ridurre la prociclicità dei requisiti patrimoniali; peraltro l'approccio TTC conduce a trascurare la sensibilità ai rischi dei requisiti stessi. La proposta di Pederzoli e Torricelli è un modello per misurare i requisiti patrimoniali in modo predittivo (forward-looking) calibrando le PD sulle condizioni macroeconomiche che si prevede prevarranno sull'arco dell'orizzonte dell'analisi creditizia. Il ciclo economico è pensato come una successione di due soli stati del sistema: espansione e recessione.

In generale, quando la PD di una certa classe di rating è stimata come media di lungo periodo dei tassi di insolvenza osservati, l'ipotesi implicita è che il tasso di default (DR) abbia una distribuzione di probabilità  $f(\text{DR})$  stabile, con valore atteso  $E(\text{DR}) = \text{PD}$ . Le due autrici hanno modellato il tasso di default di una classe come una variabile stocastica con una distribuzione di probabilità che dipende dallo stato del ciclo:  $f_E(\text{DR})$  per le fasi di espansione economica e  $f_R(\text{DR})$  per le fasi di recessione. Se si assume che il DR abbia un'unica distribuzione sull'intero ciclo economico, i tassi di insolvenza osservati nei diversi periodi vanno intesi come realizzazioni casuali di quell'unica distribuzione; se invece il DR ha due distinte distribuzioni valide rispettivamente per le fasi di crescita e di depressione, allora i tassi di insolvenza osservati nei diversi momenti del ciclo vanno interpretati come estrazioni casuali tratte dalle due distribuzioni; in quest'ultimo caso diventa rilevante conoscere la probabilità del verificarsi delle varie fasi del ciclo economico.

Sia  $k$  l'ampiezza dell'orizzonte creditizio e  $S_{t+k}$  lo stato del ciclo sul periodo  $[t, t+k]$ , che ammette due realizzazioni  $E$  (espansione) ed  $R$  (recessione), con  $P(R)$  probabilità di recessione e  $P(E) (=1-P(R))$  probabilità di espansione. Tali probabilità sono predicibili condizionatamente alle informazioni disponibili in  $t$ , ovvero  $P_t(S_{t+k}=R) = P(S_{t+k}=R|I_t)$ . Per ipotesi, come richiesto dalla regulation bancaria, il sistema di rating è TTC ed i tassi di default delle diverse classi di rischio sono variabili casuali tratte da distribuzioni dipendenti dallo stato dell'economia:

$$f(DR_{t+k} | S) = \begin{cases} f_E(DR_{t+k}) & \text{se } S = E \\ f_R(DR_{t+k}) & \text{se } S = R \end{cases}$$

Quindi la distribuzione non condizionale (cioè a priori) dei tassi di default per il periodo  $[t, t+k]$  è pari a  $f_t(DR_{t+k}) = P_t(S_{t+k}=E) * f_E(DR_{t+k}) + P_t(S_{t+k}=R) * f_R(DR_{t+k})$ . Le PD condizionali  $PD_E$  e  $PD_R$  come medie delle due distribuzioni condizionali sono:

$$\begin{cases} PD_E = E_E(DR_{t+k}) = \int DR_{t+k} f_E(DR_{t+k}) dDR_{t+k} \\ PD_R = E_R(DR_{t+k}) = \int DR_{t+k} f_R(DR_{t+k}) dDR_{t+k} \end{cases}$$

e la probabilità  $PD_t$  per il periodo  $[t, t+k]$  è uguale a:

$$PD_t = E_t(DR_{t+k}) = \int DR_{t+k} f_t(DR_{t+k}) dDR_{t+k} = P_t(S_{t+k} = E) * PD_E + P_t(S_{t+k} = R) * PD_R$$

La probabilità che nel periodo  $[t, t+k]$  si verifichi lo stato R è  $P_t(S_{t+k} = R) = f(\beta' x_t)$ , in cui  $\beta$  è il vettore dei coefficienti delle variabili esplicative ( $x$ )<sup>72</sup>.

Le PD stimate in  $t$  per il periodo  $t+k$  variano nel tempo in risposta al mutare delle fasi del ciclo e pilotano la dinamica dei requisiti patrimoniali: la riduzione della prociclicità dei requisiti è quindi ottenibile con la combinazione di rating TTC e PD time-varying forward-looking.

### 5.16 Vallés

Verónica Vallés (2006) ha verificato la fattibilità di un sistema di rating TTC in un paese in via di sviluppo (Argentina) che è stato soggetto ad una seria crisi economica. La crisi svolge il ruolo di severo scenario di stress effettivo con durata ed intensità tale da influenzare buona parte della serie storica delle informazioni utili per valutare la qualità creditizia: questa situazione rappresenta una sfida non banale per la stima di modelli quantitativi alimentati da dati instabili che già incorporano uno stress pervasivo. Il punto di partenza è dato da un modello di credit scoring stimato dall'autrice su un panel di imprese con informazioni tratte da centrali dei rischi pubbliche. Tali scoring sono stati l'input per il sistema di rating con il quale le imprese sono state raggruppate per classi di rischio. Peraltro nella definizione di score TTC l'autrice ha sottolineato che occorre considerare sia le caratteristiche specifiche dell'impresa sia le condizioni macroeconomiche, mentre lo score PIT dovrebbe essere basato prevalentemente sulle informazioni correnti dell'impresa. Apparentemente questa interpretazione dello score TTC diverge da quella generalmente accettata che invece tende ad escludere dati sulla situazione macroeconomica, ed il ciclo in particolare. Nel modello di scoring, stimato con approccio probit sull'arco di 5 anni<sup>73</sup>, l'endogena è uno status legato alla classe di rating osservata nel pubblico registro creditizio. Le variabili esplicative sono state raggruppate in tre diverse categorie: variabili finanziarie relative all'impresa e ad uno specifico periodo, variabili relative all'impresa che non variano nel tempo, variabili macroeconomiche che variano nel tempo, ma sono uguali per tutte le imprese.

Un sistema di rating TTC dovrebbe avere score stabili sui 5 anni, ma il modello stimato ha prodotto delle differenze tra le curve di accuracy annuali degli score. Gli score sono stati suddivisi in risk buckets in base ai risultati dell'applicazione della cluster analysis (k-mean cluster). La calibrazione del sistema di rating è stata quindi effettuata sulle PD medie dei singoli buckets confrontate con le relative frequenze di default (in particolare per rispecchiare la metodologia TTC l'autrice ha lavorato sulle frequenze cumulative di default sui 5 anni). Il processo di calibrazione ha considerato se la frequenza dei default distribuiti nelle varie classi (pooled PD) è rimasta relativamente stabile sull'arco di 5 anni. L'evidenza raccolta dall'autrice

<sup>72</sup> I risultati della stima econometrica del modello sono riportati in Marotta, Pederzoli & Torricelli, (2005).

<sup>73</sup> Per valutare la capacità discriminante l'autrice ha stimato anche un modello probit ad 1 anno oltre al modello a 5 anni: quest'ultimo è risultato, come era lecito attendersi, più efficace rispetto al primo, con una migliore accuracy.

ha messo in luce che il sistema di rating non è restato stabile sull'orizzonte considerato (la calibrazione sulle frequenze annuali non è stata utilizzata per le grandi differenze tra i tassi di default annuali causate dalla presenza della crisi del paese). La conclusione della Valles è che non è possibile costruire un sistema di rating TTC considerando un periodo standard di 5 anni se tale arco di tempo è fortemente influenzato da una profonda crisi economica generale: i cambiamenti dei tassi di default annuali ed in particolare il forte aumento delle insolvenze negli anni di crisi rendono impossibile la calibrazione del sistema.

L'autrice ha raccomandato che la costruzione di un sistema di rating sia realizzata a partire da anni macroeconomicamente stabili, con tassi annuali di insolvenza senza grandi variazioni; un approccio alternativo consisterebbe nell'usare l'intera serie storica osservabile, inclusiva degli anni di grave crisi, effettuando però una ponderazione diversa dei singoli periodi in modo da attenuare l'impatto degli anni di crisi<sup>74</sup>: le PD medie stimate beneficerebbero quindi di una bassa ponderazione delle PD degli anni di crisi; il sistema di rating che ne deriverebbe sarebbe intermedio tra uno TTC ed uno PIT.

\*\*\*\*\*

Non sono state qui considerate le problematiche relative alla costruzione delle matrici di transizione PIT e TTC per il pricing dei derivati, né la trasformazione delle prime nelle seconde o viceversa: per tutti si veda Andersson & Vanini (2010)<sup>75</sup>. Sullo stesso tema Bill Yang e Zunwei Du (2015) hanno modellato il downgrade risk al posto del default risk. È stato anche trascurato il tema dell'uso di scenari TTC o PIT nell'ambito degli stress test (Cfr. Buncic & Melecky, 2011): si veda<sup>76</sup>. Infine è stato trascurato il problema della stabilità nel tempo della metodologia degli standard di rating delle agenzie che può compromettere la confrontabilità nel tempo delle valutazioni TTC<sup>77</sup>.

## 6 ALCUNE CONCLUSIONI

Come si è visto nella lunga indagine sul confronto tra le due filosofie estreme di rating, mentre la logica PIT è complessivamente chiara, l'approccio TTC risente di una certa confusione. Le tre maggiori agenzie che sono state considerate in questa ricerca, nel descrivere

---

<sup>74</sup> Il vantaggio di questo secondo metodo consiste nel poter sfruttare tutto l'insieme delle informazioni disponibili, irrobustendo i risultati statistici, grazie alla ponderazione della rilevanza dei singoli periodi.

<sup>75</sup> La trasformazione delle matrici di transizione TTC di S&P in matrici PIT, più idonee per il pricing dei derivati, segue la seguente logica: 1) la trasformazione è applicata alle PD individuali di ciascuna controparte; 2) la PD è guidata dalla somma ponderata di un fattore comune e di uno idiosincratice, con media zero; 3) la PD TTC è data dalla PD attesa, basata sulla media del fattore comune (come proxy della media del ciclo); 4) la PD PIT è data dall'aspettativa condizionale della PD condizionata alla realizzazione del fattore comune (e quindi specifica di ogni periodo); a causa della dipendenza seriale del ciclo economico, si assume che il fattore comune sia descrivibile con un processo autocorrelato; 5) le PD PIT sono trasformate in rating usando una master-scale fissa, da cui poi sono ricavate le matrici di transizione PIT.

<sup>76</sup> I valori TTC delle variabili macroeconomiche possono essere costruite o con la media aritmetica dei dati storici, con serie sufficientemente lunghe che coprano vari cicli e cambiamenti strutturali, o ricorrendo alle medie non condizionali ricavate da un modello macroeconomico. I valori PIT possono essere ricavati dalle previsioni di consenso per i prossimi trimestri formulate da istituti di ricerca economica credibili oppure da modelli di previsione (come i modelli VAR (vector autoregression) o i modelli econometrici strutturali). Lo scenario di stress può essere visto come un caso speciale di scenario PIT, in cui si prendono i valori estremi delle proiezioni econometriche (lo stress potrebbe corrispondere al valore del percentile avverso all'1% di probabilità dei valori previsti, mentre lo scenario PIT-baseline sarebbe dato dalla media o mediana delle previsioni). Lo scenario TTC può essere considerato come lo scenario di steady-state del sistema economico.

<sup>77</sup> In questa sede può essere utile riferire i risultati della ricerca di Richard Phillips e Puneet Prakash (2008), che ricorrendo alla stima di un probit ordinale stimato su variabili di bilancio e di mercato (secondo la consueta logica del modello di Merton) hanno trovato che gli standard di rating delle agenzie mutano nel tempo e che i rating delle imprese dipendono non solo dalla loro qualità creditizia ma anche dal rischio di insolvenza complessivo dell'economia: "The evidence suggests the dichotomy between "point in time" vs. "through the cycle" methodologies may not be as sharp as previously assumed".



il loro approccio TTC, insistono nel sottolineare l'orientamento forward looking dei loro giudizi e l'uso di stress test per verificare la loro sostenibilità nel corso del tempo, senza che le variazioni del ciclo economico generino necessariamente aggiustamenti dei livelli di rating. Viene anche ribadito che questa descrizione si attaglia bene ai rating investment-grade, ma non rappresenta l'approccio usato per i rating speculativi, per i quali vi è un orientamento più a breve termine basato su liquidità e flessibilità finanziaria, dettato dall'entità dei rischi sottostanti. I rating correttamente intesi, ribadiscono le agenzie, vanno considerati come valutazioni ordinali<sup>78</sup> del rischio di default e non come stime cardinali delle probabilità di insolvenza. Non va taciuto tuttavia che negli anni recenti sia Moody's che Standard & Poor's non hanno più fatto riferimento all'orientamento TTC nell'ambito delle loro pubblicazioni metodologiche; solo Fitch continua ad includerlo nelle sue spiegazioni. Non è noto a chi scrive se le due agenzie maggiori abbiano fornito chiarimenti formali su tale riorientamento. Nonostante questo cambiamento, la regulation bancaria continua a suggerire alle banche l'adozione dell'approccio TTC per la costruzione dei sistemi di rating interni, anche se l'applicazione del nuovo principio contabile IFRS 9 richiede valutazioni PIT. In concreto i sistemi TTC si rivelano troppo costosi per le banche, che per contenere gli oneri dell'analisi dei rischi creditizi sfruttano algoritmi quantitativi, ricalibrati per tentare di riprodurre giudizi TTC.

Ma quando si passa da questa descrizione generale a cercare di comprendere meglio ed in maggior dettaglio l'esatta metodologia utilizzata, la situazione si fa ambigua: non è chiaro se la metodologia sia sostanzialmente la stessa nelle tre agenzie oppure vi siano differenze non di poco conto<sup>79</sup>; non è chiaro quale sia il ruolo degli scenari di stress, se svolgano solo un compito ancillare oppure rappresentino una parte essenziale della valutazione oppure ancora ne siano la componente principale, né è chiaro come si integrino nella valutazione complessiva (è un test confermativo? è una condizione necessaria ma non sufficiente?<sup>80</sup>); non è chiaro come le agenzie distinguano la parte "fondamentale" da quella "transitoria" della qualità creditizia oggetto di valutazione; non è chiaro inoltre il tipo di analisi sviluppata per identificare la natura e le fasi del ciclo, né quale ruolo, se esiste, rivestano le previsioni macroeconomiche per incorporare o escludere gli impatti del ciclo dai giudizi.

Queste incertezze si sono inevitabilmente riflesse anche sui ricercatori che hanno cercato di modellare il comportamento dei rating, dando luogo ad una varietà di schemi quantitativi diversi, ispirati dalle specifiche interpretazioni dell'approccio TTC date dai singoli studiosi; tra di essi, oltre a ricercatori universitari vanno annoverati anche consulenti e membri dei centri studi e dei reparti di supervisione delle banche centrali.

Non c'è consenso su come debba essere impostato il rating TTC. A seconda delle interpretazioni è un rating medio nel ciclo, un rating al punto di minimo del ciclo (worst point)<sup>81</sup>, un rating condizionato ad una situazione di stress, un rating costruito estraendo le componenti permanenti del rischio di credito dalle variazioni osservate nella qualità creditizia delle imprese: qual è la versione giusta?. Quando si parla di ciclo si intende quello economico o creditizio?, si intende una stima di quello atteso nei periodi futuri oppure l'ultimo ciclo storico

<sup>78</sup> L'insistenza da parte delle agenzie sull'idea che i rating misurano il rischio relativo potrebbe dipendere dal fatto che esse hanno constatato che sistematicamente le serie dei tassi di insolvenza per categorie di rating non sono stabili nel tempo ma variano e quindi per difendere il loro lavoro giustificano tale risultato sostenendo che non hanno l'obiettivo di misurare un certo TD in valore assoluto nelle diverse classi, ma la qualità creditizia relativa, che comporta TD non stabili.

<sup>79</sup> A questo proposito, la difformità di giudizio tra le diverse agenzie è usata spesso come proxy dell'incertezza delle valutazioni sul rischio di credito e come misura dell'opacità del mercato del rating.

<sup>80</sup> È opinione di chi scrive che, non potendo prevedere il futuro oltre i prossimi periodi ravvicinati, le agenzie cerchino di capire se il rating assegnabile in prima ipotesi all'impresa sia sostenibile anche nell'eventualità in cui la situazione dell'azienda, del settore o dell'intero sistema economico evolva in senso fortemente negativo. Lo scenario di stress quindi non è una previsione, ma una verifica in condizioni di elevata incertezza della solidità economico-finanziaria dell'impresa e della sua solvibilità strutturale. Le conclusioni tratte dall'analisi di stress conduce a confermare o peggiorare il rating inizialmente proponibile.

<sup>81</sup> Dalle pubblicazioni della Bank of International Settlements e di banche centrali: "The PD TTC is estimated at the worst point in the cycle expected to prevail over the debt maturity time horizon". "TTC entails an assessment of the borrower's ability to service debt at the worst point in the economic cycle".

od una media dei cicli storici?: secondo certe interpretazioni, a causa della difficoltà di prevedere il futuro ciclo economico si usa uno scenario medio dei cicli passati per ottenere una valutazione TTC. Se l'evoluzione futura del ciclo sarà molto diversa dallo scenario assunto a base del rating, si apre la possibilità di effettuare un downgrading od un upgrading.

La confusione riguarda anche il concetto di PD condizionale e non condizionale. Alcuni studiosi collegano la PD condizionale al PIT (PD condizionale alle condizioni correnti, ovvero condizionale alla realizzazione del fattore sistematico) e la PD non condizionale al TTC (PD cyclically neutral), per altri invece la PD condizionale è quella TTC (PD condizionata ad uno scenario di stress, PD stressed) e la PD non condizionale è quella PIT (non basata su uno scenario specifico). Questi concetti non vanno confusi con la PD condizionale in t a condizione che il default non si sia verificato prima (fino a t-1).

Come si è visto nelle sezioni precedenti, nonostante la diversità formale dei modelli proposti nella letteratura, si possono rintracciare alcuni aspetti comuni a buona parte di essi che è utile sottolineare. La formalizzazione dell'evento default si ispira in genere al modello di Merton, mentre la sua dipendenza dall'evoluzione della situazione macroeconomica si basa sul modello di Vasicek. Peraltro questi due modelli sono anche il punto di riferimento di innumerevoli pubblicazioni nel campo del rischio di credito. Sotto altri aspetti, la concettualizzazione dell'approccio TTC sviluppata da Heitfield è stata adottata in vari modelli, mentre gli studi econometrici di Löffler sul comportamento statistico dei rating delle agenzie sono stati la base di diverse verifiche condotte da diversi autori. Hamerle, Rösch ed i loro collaboratori hanno lavorato per mettere a punto schemi sofisticati per collegare empiricamente la dinamica osservata dei tassi di insolvenza con i modelli teorici in grado di rappresentare le probabilità di insolvenza PIT e TTC. Infine Altman ed i suoi coautori hanno contribuito a isolare due aspetti essenziali che sembrano guidare l'evoluzione dinamica dei rating delle agenzie. Altri studiosi si sono ispirati più o meno direttamente a questi contributi.

Le ricerche considerate in questo ricerca, comprese quelle prodotte dalle stesse agenzie nei loro dipartimenti quantitativi<sup>82</sup>, hanno chiarito la notevole difficoltà di sviluppare un sistema di rating TTC a partire da dati ed informazioni pubblicamente disponibili. La difficoltà nasce dalla necessità di combinare in modo opportuno gli elementi essenziali che sembrano contraddistinguere i rating delle agenzie, così come sono stati messi in luce dagli studiosi più attenti:

- a) L'orizzonte a lungo termine delle valutazioni
- b) Il riferimento alle componenti permanenti della qualità creditizia
- c) La politica di gestione delle variazioni dei rating, orientata a stabilizzare i giudizi assegnati dalle agenzie ed a limitarne le variazioni nel tempo. La dinamica del rating TTC ha infatti una elevata inerzia ed è altamente prevedibile, a differenza del rating PIT che invece appare meno stabile. Tale comportamento, anche se gradito agli operatori del mercato finanziario, ha tuttavia esposto nel tempo le agenzie alla critica di essere troppo lente nel reagire e segnalare i cambiamenti dei rischi. Vi è pure il dubbio che la stabilità dei rating TTC aiuti a proteggere la reputazione delle agenzie (come è stato ricordato nelle pagine precedenti: è meglio essere tardivi e giusti che rapidi e sbagliati)

È stato dimostrato in vari studi esaminati nelle pagine precedenti che l'orientamento a lungo termine può essere riprodotto in buona parte con modelli econometrici di credit scoring basati su variabili di bilancio e su variabili qualitative, ove disponibili, in cui la variabile dipendente sia l'evento default cumulato su un numero di anni corrispondente alla durata dell'orizzonte di analisi. Le differenze tra le PD stimate ed i tassi di insolvenza calcolabili dalle matrici di transizione diffuse dalle agenzie possono essere fatte risalire sia alla differente disponibilità di dati (le agenzie hanno accesso ad informazioni riservate delle imprese che hanno richiesto

---

<sup>82</sup> Da non confondersi con i reparti di rating veri e propri.

l'emissione di un rating) sia ai limiti dei modelli. A questo proposito va sottolineata l'importanza cruciale del trattamento delle variabili di bilancio per predisporle ad un'analisi di lungo periodo, ciclica o a-ciclica che sia. Ad esempio, il calcolo degli indicatori di bilancio dovrebbe considerare l'impatto del ciclo economico: le mediane degli indicatori calcolate su un arco di tempo sufficientemente ampio da coprire un intero ciclo economico possono rappresentare utili punti di riferimento per calibrare le variabili per la costruzione di credit scoring TTC<sup>83</sup>. Infatti l'uso di indicatori annuali, cioè PIT, non consente di percepire segnali validi per il lungo periodo ed è meglio che gli indicatori siano considerati su un periodo di vari anni (7 anni ad esempio, come a volte dichiarano le agenzie) per stabilire valori normalizzati, facilitare l'individuazione di trend e la formulazione di aspettative su come evolverà la situazione dell'impresa<sup>84</sup>.

Statisticamente i rating TTC non seguono un random walk<sup>85</sup>: in risposta a nuove informazioni sul profilo del rischio di credito dell'impresa i rating si muovono reagendo alle sole componenti durevoli, mentre non reagiscono a quelle temporanee o volatili o di breve periodo (che è probabile che vengano rovesciate dopo poco tempo). Quindi le variazioni dei rating TTC sono serialmente correlate. I rating PIT invece, riflettendo il rischio di credito basato solo sulla situazione corrente dell'impresa, senza riferimenti ai rating precedenti, sono volatili ed mostrano aggiustamenti di breve periodo. Ma le evidenze empiriche hanno chiarito che il business cycle gioca un ruolo importante anche nei rating delle agenzie: l'evidenza ha riguardato la dinamica dei downgrades e degli upgrades e delle transizioni tra le classi di rischio.

Un altro elemento su cui vi è un ampio consenso riguarda la differente performance dei sistemi TTC rispetto a quelli PIT in termini di capacità previsiva dei tassi di default. Secondo le migliori evidenze empiriche i sistemi PIT hanno una migliore performance su valutazioni a breve termine, mentre i sistemi TTC tendono a prevalere su valutazioni di medio-lungo periodo. Tuttavia, se ben calibrati, i modelli PIT stimati sulle PD cumulate a 3-5 anni hanno un'accuracy simile ai sistemi TTC.

Per completezza giova sottolineare che l'analisi TTC in verità non è limitata alla sola valutazione del rischio di credito, ma è adottata anche nella valutazione di mercato delle società quotate da parte delle banche d'investimento. Ad esempio Goldman Sachs (2006, 2009) nella valutazione di imprese europee operanti nei settori aerospaziale e della difesa (A&D) afferma: "Because of the cyclical attributes of the A&D industry, ..., we include in our valuation a component to reflect what we calculate to be the "sustainable" or through-cycle level economic returns, based on the assumption of a seven-year cycle".

In conclusione, ad avviso di chi scrive le misure PIT e TTC non sono alternative, ma vanno considerate complementari nella gestione dei rischi di credito perché rispondono a domande ed esigenze diverse: PIT serve come misura di early warning del rischio mentre TTC è utile quando si desiderano valutazioni più stabili per evitare ripetuti aggiustamenti di portafoglio e frequenti modifiche dei requisiti patrimoniali.

Tenendo conto delle oggettive difficoltà, delle incertezze interpretative e dei costi della realizzazione di sistemi TTC sembra più opportuno lavorare sulla costruzione della struttura temporale delle PD (con survival analysis, ad esempio) che consente di combinare la buona accuracy delle misure PIT con la valutazione su lunghi orizzonti temporali tipici delle misure TTC. Si ritornerà su questo tema con un prossimo lavoro.

<sup>83</sup> In quest'ottica gli indicatori correnti generano score PIT, mentre indicatori aggiustati per il ciclo generano score TTC.

<sup>84</sup> Per fare un esempio, la generazione di cassa tramite diminuzione del circolante operativo o disinvestimenti fissi o significativi aumenti di debito non è considerata sostenibile per periodi di tempo lunghi e quindi ai fini dell'analisi TTC dovrebbe ricevere una ponderazione assai limitata.

<sup>85</sup> Tra l'altro, il PIT è un random walk o segue un return-to-mean? Le evidenze empiriche non sono univoche.

## 7 BIBLIOGRAFIA

- Aguais, S. D., Forest Jr, L. R., King, M., Lennon, M. C., & Lordkipanidze, B. (2007). Designing and Implementing a Basel II Compliant PIT–TTC Ratings Framework. In M. K. Ong (A c. Di), *The Basel handbook: a guide for financial practitioners* (2. ed). London: Risk books.
- Aguais, S. D., Forest Jr., L. R., Wong, E. Y. L., & Diana Diaz-Ledezma. (2004). Point-in-time versus through-the-cycle ratings. In M. K. Ong (a c. di), *The Basel handbook: a guide for financial practitioners*. London: Risk Books.
- Altman, E. I., & Rijken, H. A. (2004). How rating agencies achieve rating stability. *Journal of Banking & Finance*, 28(11), 2679–2714.  
<https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2004.06.006>
- Altman, E. I., & Rijken, H. A. (2005). The Impact of the Rating Agencies' Through-the-cycle Methodology on Rating Dynamics. *Economic Notes*, 34(2), 127–154.  
<https://doi.org/10.1111/j.0391-5026.2005.00147.x>
- Altman, E. I., & Rijken, H. A. (2006). A Point-in-Time Perspective on Through-the-Cycle Ratings. *Financial Analysts Journal*, 62(1), 54–70. <https://doi.org/10.2469/faj.v62.n1.4058>
- Altman, E., Iwanicz-Drozdowska, M., Laitinen, E., & Suvas, A. (2016). Financial and nonfinancial variables as long-horizon predictors of bankruptcy. *The Journal of Credit Risk*, 12(4), 49–78. <https://doi.org/10.21314/JCR.2016.216>
- Amato, J. D., & Furfine, C. H. (2003). *Are credit ratings procyclical?* (BIS Working Papers). Bank for International Settlements.
- Andersson, A., & Vanini, P. (2010). Credit Migration Risk Modeling. *Journal of Credit Risk*, 6(1).
- Baldassarri, G., & Chen, A. (2016). *PD model market signals*. S&P. Recuperato da <https://www.spglobal.com/marketintelligence/en/documents/pd-model-market-signal-an-enhanced-structural-probability-of-default-model.pdf>
- Bank of Japan. (2005). *Advancing credit risk management through internal rating systems*. Recuperato da [https://www.boj.or.jp/en/research/brp/ron\\_2005/data/fsk0509a.pdf](https://www.boj.or.jp/en/research/brp/ron_2005/data/fsk0509a.pdf)
- Basel Committee on Banking Supervision. (2001). *III: Credit Risk – the internal ratings based approach (The New Basel Capital Accord, Consultative Document)* (pagg. 32–86). Basel: Bank for International Settlements. Recuperato da <https://www.bis.org/publ/bcbsca03.pdf>
- Basel Committee on Banking Supervision. (2004). *International convergence of capital measurement and capital standards*. Basel: Bank for International Settlements. Recuperato da <https://www.bis.org/bcbs/publ/d424.pdf>
- Basel Committee on Banking Supervision. (2017). *Basel III: Finalising post -crisis reforms*. Basel: Bank for International Settlements. Recuperato da <https://www.bis.org/bcbs/publ/d424.pdf>
- Benford, J., & Nier, E. W. (2007). *Monitoring Cyclicity of Basel II Capital Requirements* (Bank of England Financial Stability Paper). Recuperato da <https://ssrn.com/abstract=1447909>
- Borio, C., Furfine, C. H., & Lowe, P. (2001). *Procyclicality of the financial system and financial stability: issues and policy options* (BIS Papers). Basel: Bank for International Settlements. Recuperato da <https://www.bis.org/publ/bppdf/bispap01a.pdf>
- Buncic, D., & Melecky, M. (2011). *Macroprudential stress testing of credit risk: A practical approach for policy makers*. Recuperato da [http://www.danielbuncic.com/pdf/st34\\_final.pdf](http://www.danielbuncic.com/pdf/st34_final.pdf)
- Cangemi, B., De Servigny, A., & Friedman, C. (2003). *Standard & Poor's Credit Risk Tracker for Private Firms*.
- Cangemi, R., Chang, P., Servigny, A. de, Friedman, C. A., Huang, J., Khadem, V., Sandow, S. (2003). *Mapping default probability model output to quantitatively derived rating estimates*.

- Cantor, R., & Mann, C. (2003). *Measuring the Performance of Corporate Bond Ratings*. Moody's Investors Service Global Credit Research. Recuperato da <http://ssrn.com/abstract=996025>
- Cantor, R., & Mann, C. (2007). Analyzing the Tradeoff Between Ratings Accuracy and Stability. *The Journal of Fixed Income*, 16(4), 60–68. <https://doi.org/10.3905/jfi.2007.683318>
- Carey, M., & Hrycay, M. (2001). Parameterizing credit risk models with rating data. *Journal of Banking & Finance*, (25), 197–270.
- Carlehed, M., & Petrov, A. (2012). A methodology for point-in-time-through-the-cycle probability of default decomposition in risk classification systems. *The Journal of Risk Model Validation*, 6(3), 3–25. <https://doi.org/10.21314/JRMV.2012.091>
- Catarineu-Rabell, E., Jackson, P., & Tsomocos, D. P. (2005). Procyclicality and the new Basel Accord - banks' choice of loan rating system. *Economic Theory*, 26(3), 537–557. <https://doi.org/10.1007/s00199-004-0534-0>
- CEBS. (2009). *Position paper on a countercyclical capital buffer*. Committee of European Banking Supervisors. Recuperato da <https://eba.europa.eu/documents/10180/16166/CEBS+position+paper+on+a+countercyclical+capital+buffer.pdf/6cd73c1e-68d6-4494-bd2b-fa55829d764e?version=1.1>
- Cesaroni, T. (2015). *Procyclicality of credit rating systems: how to manage it* (Working Paper). Banca d'Italia. Recuperato da <https://www.bancaditalia.it/pubblicazioni/temi-discussione/2015/2015-1034/index.html?com.dotmarketing.htmlpage.language=1>
- Chassang, S., & De Servigny, A. (2002). *Through-the-cycle ratings: a quantitative implementation* (Working Paper). Standard & Poors.
- Chawla, G., Forest Jr, L., & Aguais, S. (2015). AERB: developing AIRB PIT–TTC PD models using external ratings. *The Journal of Risk Model Validation*, 9(2), 1–18. <https://doi.org/10.21314/JRMV.2015.143>
- Cosandey, D., & Wol, U. (2002). Avoiding pro-cyclicality. *Risk*. Recuperato da [http://www.riseofthewest.net/papers/200210\\_RiskMag\\_AvoidingProCyclicality.pdf](http://www.riseofthewest.net/papers/200210_RiskMag_AvoidingProCyclicality.pdf)
- Crouhy, M., Galai, D., & Borofsky, R. (2001). Prototype risk rating system. *Journal of Banking & Finance*, 25(1), 47–95.
- Cuneo, S., & Maino, R. (2010). Rating interno e ciclo economico: un approccio strutturale verso Basilea 3 / Internal rating and economic cycle: a structural approach towards Basel 3 regulation. *Bancaria*, 12, 43–58.
- Fama, E. F., & French, K. R. (1988). Permanent and Temporary Components of Stock Prices. *Journal of Political Economy*, 96(2), 246–273.
- Fitch IBCA. (1999). *Challenges in rating cyclical companies*. Fitch Ratings.
- FitchRatings. (2007). *Credit rating methodology for refiners*. Fitch Ratings.
- FitchRatings. (2009). *Stabilising corporate ratings in Europe and Asia-Pacific*. Fitch Ratings.
- FitchRatings. (2010). *Inside the ratings: comparing structured finance and other ratings*. Fitch Ratings.
- FitchRatings. (2011). *Defining rating scenarios*. Fitch Ratings.
- FitchRatings. (2018). *Corporate Rating Criteria*. Recuperato da <https://www.fitchratings.com/site/re/10023785>
- FitchSolutions. (2007). *Fitch equity implied rating and probability of default model*. Fitch Ratings.
- Friedman, C. A., & Huang, Y. (2011). Calming Jittery Models, with a Credit Application. *SSRN Electronic Journal*. <https://doi.org/10.2139/ssrn.1763907>
- FSA. (2006). *Use of long run probabilities of default, counter-cyclical scaling factors and the interaction of these with economic cycle stress testing*. UK Financial Services Authority.
- FSA. (2009). *Variable Scalar Approaches to Estimating Through the cycle PDs*. UK Financial Services Authority.
- Goldman Sachs. (2006). *Europe: Aerospace & Defense* (Report No. 51050).
- Goldman Sachs. (2009). *Europe: Automobiles* (Report No 77156). Goldman Sachs.

- Gonzales, F., Haas, F., Johannes, R., Persson, M., Toledo, L., Violi, R., Zins, C. (2004). *Market dynamics associated with credit ratings: a literature review* (Occasional Paper Series). European Central Bank.
- Gordy, M. B., & Howells, B. (2006). Procyclicality in Basel II: Can we treat the disease without killing the patient? *Journal of Financial Intermediation*, 15(3), 395–417.
- Hamerle, A., Liebig, T., & Scheule, H. (2006). Forecasting credit event frequency – empirical evidence for West German firms. *Journal of Risk*, 9(1), 75–98.
- Hamilton, D. T., Sun, Z., & Ding, M. (2011). *Through-the-Cycle EDF Credit Measures*. Moody's Analytics. Recuperato da [https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract\\_id=1921419](https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1921419)
- Heitfield, E. (2004). *Rating System Dynamics and Bank-Reported Default Probabilities under the New Basel Capital Accord*. Recuperato da [https://www.fields.utoronto.ca/programs/cim/03-04/PRMIA/rating\\_philosophy\\_and\\_Basel\\_II.pdf](https://www.fields.utoronto.ca/programs/cim/03-04/PRMIA/rating_philosophy_and_Basel_II.pdf)
- Heitfield, E. (2005). *II Dynamics of rating systems*. In *Studies on the Validation of Internal Rating Systems* (Working Paper) (pagg. 10–27). Basel Committee on Banking Supervision. Recuperato da [https://www.bis.org/publ/bcbs\\_wp14.pdf](https://www.bis.org/publ/bcbs_wp14.pdf)
- Ingolfsson, S., & Elvarsson, B. T. (2007). *Cyclical adjustment of Point-in-Time (PiT) PD* (Working Paper). Recuperato da <https://pdfs.semanticscholar.org/1ccc/d545d2fcd94118e29d93992b48c550eadfe0.pdf>
- Jobst, N., & Tasche, D. (2012). *Capital allocation for credit portfolios under normal and stressed market conditions* (Working Paper). Recuperato da <https://arxiv.org/pdf/1009.5401.pdf>
- Kauko, K. (2010). *The feasibility of through-the-cycle ratings* (Discussion Paper). Helsinki: Bank of Finland. Recuperato da <https://helda.helsinki.fi/bof/bitstream/handle/123456789/7511/167535.pdf;jsessionid=1488418403FD1E03897874156AD87D49?sequence=1>
- Kauko, K. (2012). *Can Credit Risk Be Rated Through-the-Cycle?* (Working Paper 9(1)). Recuperato da <https://ffejournal.files.wordpress.com/2014/11/vol9-1ms396kauko.pdf>
- Kiff, J., Kisser, M., & Schumacher, L. B. (2013). *Rating Through-the-Cycle: What does the Concept Imply for Rating Stability and Accuracy?* (Working Paper). International Monetary Fund. Recuperato da <https://www.imf.org/en/Publications/WP/Issues/2016/12/31/Rating-Through-the-Cycle-What-does-the-Concept-Imply-for-Rating-Stability-and-Accuracy-40378>
- Löffler, G. (2004). An anatomy of rating through the cycle. *Journal of Banking & Finance*, 28(3), 695–720. [https://doi.org/10.1016/S0378-4266\(03\)00041-4](https://doi.org/10.1016/S0378-4266(03)00041-4)
- Löffler, G. (2005). Avoiding the rating bounce: why rating agencies are slow to react to new information. *The Journal of Economic Behavior & Organization*, 26(3), 365–381.
- Löffler, G. (2007). The Complementary Nature of Ratings and Market-Based Measures of Default Risk. *The Journal of Fixed Income*, 17(1), 38–47. <https://doi.org/10.3905/jfi.2007.688964>
- Löffler, G. (2013). Can rating agencies look through the cycle? *Review of Quantitative Finance and Accounting*, 40(4), 623–646.
- Löffler, G., & Posch, P. N. (2007). *How do Rating Agencies Score in Predicting Firm Performance* (Discussion Papers). Berlin: Humboldt University.
- Marotta, G., Pederzoli, C., & Torricelli, C. (2005). Forward-looking Estimation of Default Probabilities with Italian Data. *SSRN Electronic Journal*. <https://doi.org/10.2139/ssrn.715921>
- Masschelein, N. (2007). *Monitoring pro-cyclicality under the capital requirements directive: preliminary concepts for developing a framework* (Working Paper). National Bank of Belgium.
- Metz, A., & Cantor, R. (2006). *Moody's credit rating prediction model* (Special Comment). Moody's Investors Service Global Credit Research. Recuperato da <https://www.moody.com/sites/products/DefaultResearch/2006200000425644.pdf>

- Miu, P., & Ozdemir, B. (2005). Practical and Theoretical Challenges in Validating Basel Parameters: Key Learnings from the Experience of a Canadian Bank. *Journal of Credit Risk*, 1(4). Recuperato da <https://ssrn.com/abstract=900330>
- Moody's. (1999a). *Moody's approach to rating the petroleum industry*.
- Moody's. (1999b). *Paper and forest products: European ratings approach and 1999 industry outlook*.
- Moody's. (1999c). *Rating methodology: chemical company*.
- Moody's. (1999d). *Rating methodology: paper & forest products industry*.
- Moody's. (1999e). *The evolving meaning of Moody's bond ratings*.
- Moody's. (2000a). *Global paper and forest products: the ratios we use and how we use them*.
- Moody's. (2000b). *Paper and forest products: the ratios we use and how we use them*.
- Moody's. (2000c). *Rating methodology: global paper and forest products industry*.
- Moody's. (2000d). *Rating through the cycle: impact of commodity cycles on rating for food and agricultural companies*.
- Moody's. (2001a). *Global chemicals and allied products*.
- Moody's. (2001b). *Global chemicals industry: financial ratio analysis for chemical companies*.
- Moody's. (2002). *Understanding Moody's corporate bond ratings and rating process*.
- Moody's. (2003). *Italy's corporate bond market*.
- Moody's. (2004). *Rating methodology: global auto industry*.
- Moody's. (2006). *Global chemical industry*.
- Moody's. (2017). *Automobile manufacturer industry*.
- Moody's. (2018). *Chemical industry*.
- Morone, M., & Cornaglia, A. (2009). *Journal of Risk Model Validation*, 3(4).
- Ozdemir, B., & Miu, P. (2009). *Basel II implementation: a guide to developing and validating a compliant, internal risk rating system*. New York: McGraw-Hill.
- Panetta, F., & Angelini, P. (2009). *Financial sector pro-cyclicality: lessons from the crisis* (Occasional paper). Banca d'Italia Eurosystema. Recuperato da [https://www.bancaditalia.it/pubblicazioni/qef/2009-0044/QEF\\_44.pdf?language\\_id=1](https://www.bancaditalia.it/pubblicazioni/qef/2009-0044/QEF_44.pdf?language_id=1)
- Pederzoli, C., & Torricelli, C. (2005). Capital requirements and business cycle regimes: Forward-looking modelling of default probabilities. *Journal of Banking & Finance*, 29(12), 3121–3140. <https://doi.org/10.1016/j.jbankfin.2005.01.004>
- Perederiy, V. (2015). *Endogenous derivation and forecast of lifetime PDs* (MPRA Paper). Recuperato da <https://mpa.ub.uni-muenchen.de/id/eprint/65679>
- Phillips, R. D., & Prakash, P. (2008). *Absolute or Relative? Which Standard do Credit Rating Agencies Follow?* (Working Paper). Recuperato da <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.468.9897&rep=rep1&type=pdf>
- Posch, P. N. (2011). Time to change. Rating changes and policy implications. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 80(3), 641–656. <https://doi.org/10.1016/j.jebo.2011.06.026>
- Repullo, R., Saurina, J., & Trucharte, C. (2010). Mitigating the pro-cyclicality of Basel II: REFORMING BASEL II. *Economic Policy*, 25(64), 659–702. <https://doi.org/10.1111/j.1468-0327.2010.00252.x>
- Rikkers, F., & Thibeault, A. (2008). *The influence of rating philosophy on regulatory capital and procyclicality* (Working Paper).
- Rikkers, F., & Thibeault, A. E. (2007). The Optimal Rating Philosophy for the Rating of SMEs. *SSRN Electronic Journal*. <https://doi.org/10.2139/ssrn.966322>
- RiskMetrics Group. (2010). *Comment on the Basel Committee on Banking Supervision's Consultative Document entitled Strengthening the Resilience of the Banking Sector*. London: Basel Committee on Banking Supervision Bank for International Settlements. Recuperato da <https://www.bis.org/publ/bcbs165/riskmtg.pdf>
- Rösch, D. (2005). An Empirical Comparison of Default Risk Forecasts from Alternative Credit Rating Philosophies. *International Journal of Forecasting*, 21(1), 37–51.

- Rösch, D., & Scheule, H. (2007). Multi-year dynamics for forecasting economic and regulatory capital in banking. *The Journal of Credit Risk*, 3(4), 113–134. <https://doi.org/10.21314/JCR.2007.052>
- Rösch, D., & Scheule, H. (2009). Credit rating impact on CDO evaluation. *Global Finance Journal*, 19(3), 235–251. <https://doi.org/10.1016/j.gfj.2008.09.007>
- Rowe, D. (2003). No cure through the cycle. *Risk Magazine*. Recuperato da <http://www.dmrta.com/riskmag.php>
- Rubtsov, M., & Petrov, A. (2016). A point-in-time–through-the-cycle approach to rating assignment and probability of default calibration. *The Journal of Risk Model Validation*, 10(2), 83–112. <https://doi.org/10.21314/JRMV.2016.154>
- Saurina, J., & Trucharte, C. (2007). *An assessment of Basel II procyclicality in mortgage portfolios* (Working Paper). Banco de Espana. Eurosistema. Recuperato da <https://www.bde.es/f/webbde/SES/Secciones/Publicaciones/PublicacionesSeriadas/DocumentosTrabajo/07/Fic/dt0712e.pdf>
- Scope Ratings. (2014). *Corporate rating methodology*.
- Servigny, A. de, & Renault, O. (2004). *Measuring and managing credit risk*. New York: McGraw-Hill.
- Sitsanis, A., Baldassarri, G., & Tripolitakis, G. (2016a). *PD Model Fundamentals – Private Corporates* (Capital IQ). S&P. Recuperato da <http://www.spcapitaliq-credit.com/pd-model-fundamentals-private-corporates/>
- Sitsanis, A., Baldassarri, G., & Tripolitakis, G. (2016b). *PD Model Fundamentals – Public Corporates* (Capita IQ). S&P. Recuperato da <http://www.spcapitaliq-credit.com/pd-model-fundamentals-public-corporates/>
- Standard&Poor's. (2006). *Corporate Criteria 2006*. Standard&Poor's. Recuperato da [http://sbufaculty.tcu.edu/mann/\\_Inv%20II%20F09/S&P%20Ratings%20criteria%20-%202006.pdf](http://sbufaculty.tcu.edu/mann/_Inv%20II%20F09/S&P%20Ratings%20criteria%20-%202006.pdf)
- Standard&Poor's. (2008a). *Corporate Criteria*.
- Standard&Poor's. (2008b). *Standard&Poor's revises its approach to rating speculative-grade credits*.
- Standard&Poor's. (2009a). *Top 10 investor questions for the European media and entertainment sector in 2009*.
- Standard&Poor's. (2009b). *Understanding S&P global ratings' rating definitions*.
- Standard&Poor's. (2010a). *Credit stability criteria*.
- Standard&Poor's. (2010b). *The time dimension of Standard&Poor's credit ratings*.
- Standard&Poor's. (2013a). *General corporate methodology*.
- Standard&Poor's. (2013b). *Industry risk* (RatingsDirect). Standard&Poor's, Ratings Services, McGraw Hill Financial. Recuperato da <https://www.spratings.com/scenario-builder-portlet/pdfs/IndustryRisk.pdf>
- Taylor, J. (2003). Risk-grading philosophy: through the cycle versus point in time. *The RMA Journal*, 32–39.
- Topp, R., & Perl, R. (2010). Through-the-Cycle Ratings Versus Point-in-Time Ratings and Implications of the Mapping Between Both Rating Types. *Financial Markets, Institutions & Instruments*, 19(1), 47–61. <https://doi.org/10.1111/j.1468-0416.2009.00154.x>
- Treacy, W. F., & Carey, M. S. (1998). Credit risk rating at large U.S. banks. *Federal Reserve Bulletin, Board of Governors of the Federal Reserve System (U.S.)*, (November), 897–921.
- Vallés, V. (2006). *Stability of a "through-the-cycle" rating system during a financial crisis* (Paper). Basel: Financial Stability Institute, Bank of International Settlements. Recuperato da <https://www.bis.org/fsi/awp2006.pdf>
- Varsanyi, Z. (2007). *Rating philosophies: some clarifications* (MPRA Paper). Recuperato da <https://mpra.ub.uni-muenchen.de/id/eprint/1733>
- Yang, B. H. (2014). Modeling systematic risk and point-in-time probability of default under the Vasicek asymptotic single-risk-factor model framework. *The Journal of Risk Model Validation*, 8(3), 33–48. <https://doi.org/10.21314/JRMV.2014.126>



- Yang, B. H. (2017). Point-in-time probability of default term structure models for multiperiod scenario loss projection. *The Journal of Risk Model Validation*, 11, 1. <https://doi.org/10.21314/JRMV.2017.164>
- Yang, B. H., & Du, Z. (2015). Stress testing and modeling of rating migration under the Vasicek model framework: empirical approaches and technical implementation. *The Journal of Risk Model Validation*, 9(2), 33–47. <https://doi.org/10.21314/JRMV.2015.137>

## 8 APPENDICE: L'APPROCCIO DI HAMERLE, LIEBIG E SCHEULE PER LA STIMA DELLE PROBABILITÀ DI DEFAULT

La proposta metodologica di Hamerle, Liebig e Scheule (HLS) integra le informazioni osservabili sulle imprese, le variabili macroeconomiche e fattori non osservabili in un quadro teorico coerente con la regolamentazione bancaria. Inoltre essendo sviluppato per essere applicato su ampie popolazioni di imprese, non fa uso delle quotazioni azionarie od obbligazionarie o di derivati creditizia e pertanto non si basa né sul noto modello di Merton (anche se da esso gli autori hanno tratto ispirazione per formalizzare l'evento default), né su quelli in forma ridotta.

La stima econometrica delle PD avviene simultaneamente con quella della correlazione tra le insolvenze. L'evento default è identificato con la variabile  $y_{it}$  su  $N$  imprese:

$$y_{it} = \begin{cases} 1 & \text{se l'impresa } i \text{ diventa insolvente} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

L'impresa va in default se la variabile non osservabile  $r_{it}$  diminuisce al di sotto di una soglia  $c_{it}$ :

$$r_{it} \leq c_{it} \rightarrow y_{it} = 1$$

La PD condizionale al fatto che l'impresa non è fallita in periodi precedenti vale

$$\lambda_{it} = \Pr ob(y_{it} = 1) = \Pr ob(r_{it} \leq c_{it})$$

La variabile  $r_{it}$  può essere interpretata come il rendimento logaritmico delle attività, mentre la soglia  $c_{it}$  identifica, in termini di logrendimento, il punto in cui il valore delle attività diventa inferiore all'ammontare dei debiti, facendo scattare l'insolvenza (patrimoniale) dell'impresa, nel tipico quadro concettuale che si richiama a Merton. La variabile  $r_{it}$  è ricondotta ad essere funzione di un fattore  $f_t$  che rappresenta il rischio sistematico comune a tutte le imprese e di un

fattore idiosincratice  $u_{it}$ , specifico dell'impresa:  $r_{it} = bf_t + \omega u_{it}$ . I rischi idiosincratice delle imprese sono indipendenti dal fattore sistematico; quest'ultimo segue una distribuzione normale standard, mentre i fattori idiosincratice sono indipendenti ed identicamente distribuiti secondo una funzione di distribuzione  $F(\cdot)$ : tipicamente le distribuzioni delle  $u_{it}$  utilizzate nella letteratura sono la logistica e la normale standard. Il modello è completato con variabili osservabili specifiche dell'impresa e con variabili macroeconomiche. La soglia critica  $c_{it}$  è specificata con  $c_{it} = \beta_0 + \beta' x_{it-1} + \gamma' z_{t-1}$ , in cui  $x_{it-1}$  è un vettore di fattori specifici dell'impresa (come gli indicatori di bilancio, il numero dei dipendenti,..) e  $z_{t-1}$  è un vettore di fattori sistematici, come il tasso di occupazione, il tasso di interesse e così via; entrambi i vettori sono riferiti ad osservazioni nel punto del tempo in cui viene formulata la previsione del default ( $t$ ) e quindi a seconda della variabile l'osservazione riguarda un lag temporale più o meno lungo rispetto al momento  $t$ . I simboli  $\beta_0$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  contraddistinguono la costante ed i vettori dei parametri del modello che identifica la soglia  $c_{it}$ . Si assume che all'interno del segmento del sistema economico che si sta considerando le imprese siano omogenee rispetto ai fattori sistematici ed alla loro esposizione.

Dato che l'insolvenza non si è verificata in momenti precedenti al tempo  $t$ , la PD condizionale date le realizzazioni della variabile casuale  $f_t$  e dei fattori osservabili  $x$  e  $z$  (fino al periodo  $t-1$ ) vale:

$$\begin{aligned} \lambda(x_{it-1}, z_{t-1}, f_t) &= \text{Pr ob}(y_{it} = 1 | x_{it-1}, z_{t-1}, f_t) = \text{Pr ob}(r_{it} \leq c_{it} | x_{it-1}, z_{t-1}, f_t) = \\ &= \text{Pr ob}(bf_t + \omega u_{it} \leq \beta_0 + \beta' x_{it-1} + \gamma' z_{t-1} | x_{it-1}, z_{t-1}, f_t) = \\ &= \text{Pr ob}\left(u_{it} \leq \frac{\beta_0 + \beta' x_{it-1} + \gamma' z_{t-1} - bf_t}{\omega} | x_{it-1}, z_{t-1}, f_t\right) = F\left(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}' x_{it-1} + \hat{\gamma}' z_{t-1} + \hat{b}f_t\right) \end{aligned}$$

ove  $\hat{\beta}_0 = \beta_0 / \omega$ ,  $\hat{\beta}' = \beta' / \omega$ ,  $\hat{\gamma}' = \gamma' / \omega$ ,  $\hat{b} = -b / \omega$

Se si assume che la funzione di distribuzione dell'errore  $F(\cdot)$  sia di tipo logistico si ha:

$$\lambda(x_{it-1}, z_{t-1}, f_t) = \frac{1}{1 + \exp\left[-\left(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}' x_{it-1} + \hat{\gamma}' z_{t-1} + \hat{b}f_t\right)\right]}$$

mentre se si assume la distribuzione normale standard (che conduce al modello probit) si ha

$$\lambda(x_{it-1}, z_{t-1}, f_t) = \Phi\left(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}' x_{it-1} + \hat{\gamma}' z_{t-1} + \hat{b}f_t\right)$$

Poiché il valore di  $f_t$  non è noto al momento della formulazione della previsione, è necessario calcolare la PD attesa non condizionale:

$$\lambda(x_{it-1}, z_{t-1}) = \int_{-\infty}^{\infty} F\left(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}' x_{it-1} + \hat{\gamma}' z_{t-1} + \hat{b}f_t\right) \phi(f_t) df_t, \text{ ove } \phi = \text{densità normale standard}$$

$$\phi(f_t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{f_t^2}{2}}$$

La stima dei parametri di  $F(\cdot)$  è ottenibile con la massimizzazione per via numerica della logverosimiglianza rispetto alla  $f_t$  marginale:

$$\begin{aligned} \text{Ln}L(\hat{\beta}_0, \hat{\beta}', \hat{\gamma}', \hat{b}) &= \\ &= \sum_{t=1}^T \text{Ln} \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \prod_{i=1}^{N_t} \left[ F(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}' x_{it-1} + \hat{\gamma}' z_{t-1} + \hat{b}f_t)^{y_{it}} (1 - F(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}' x_{it-1} + \hat{\gamma}' z_{t-1} + \hat{b}f_t))^{(1-y_{it})} \right] \phi(f_t) \right] df_t \end{aligned}$$

La asset correlation tra le variabili latenti  $r_{it}$  e  $r_{jt}$  delle due imprese  $i$  e  $j$  vale:

$$\rho(r_{it}, r_{jt}) = \frac{\text{cov}(r_{it}, r_{jt})}{\sqrt{\text{var}(r_{it}) \text{var}(r_{jt})}} = \frac{\text{cov}(bf_t + \omega u_{it}, bf_t + \omega u_{jt})}{\sqrt{\text{var}(bf_t + \omega u_{it}) \text{var}(bf_t + \omega u_{jt})}} = \frac{b^2}{b^2 + \omega^2 \text{var}(u_{it})}$$

Nel caso della distribuzione logistica per  $u_{it}$  e  $u_{jt}$  la loro varianza è uguale a  $\pi^2/3$  e quindi la

asset correlation si riduce a  $\rho(r_{it}, r_{jt}) = \frac{\hat{b}^2}{\hat{b}^2 + \pi^2/3}$ , mentre se la distribuzione è normale standard

le varianze di  $u_{it}$  e  $u_{jt}$  sono uguali ad 1 e la asset correlation vale  $\rho(r_{it}, r_{jt}) = \frac{\hat{b}^2}{\hat{b}^2 + 1}$

Se le due imprese  $i$  e  $j$  appartengono a segmenti diversi del sistema economico, cioè a diversi segmenti di rischio, la asset correlation diventa:

$$\begin{aligned}\rho(r_{it}^l, r_{jt}^m) &= \frac{\text{cov}(r_{it}^l, r_{jt}^m)}{\sqrt{\text{var}(r_{it}^l) \text{var}(r_{jt}^m)}} = \frac{\text{cov}(b^l f_t^l + \omega^l u_{it}^l, b^m f_t^m + \omega^m u_{jt}^m)}{\sqrt{\text{var}(b^l f_t^l + \omega^l u_{it}^l) \text{var}(b^m f_t^m + \omega^m u_{jt}^m)}} = \\ &= \frac{b^l b^m \text{cov}(f_t^l, f_t^m)}{\sqrt{(b^{(l)2} + \omega^{(l)2} \text{var}(u_{it}^l))(b^{(m)2} + \omega^{(m)2} \text{var}(u_{jt}^m))}}\end{aligned}$$

Nel caso di distruzioni logistiche e normali standard l'asset correlation si riduce rispettivamente a:

$$\rho(r_{it}^l, r_{jt}^m) = \frac{b^l b^m \text{cov}(f_t^l, f_t^m)}{\sqrt{(b^{(l)2} + \pi^2 / 3)(b^{(m)2} \pi^2 / 3)}} \quad \text{ed} \quad a = \frac{b^l b^m \text{cov}(f_t^l, f_t^m)}{\sqrt{(b^{(l)2} + 1)(b^{(m)2} + 1)}}$$

La default correlation è derivabile dalla asset correlation e dalle PD non condizionali. Nel caso in cui le imprese  $i$  e  $j$  appartengano allo stesso segmento di rischio e che le PD siano derivate da un modello probit, la default correlation tra  $y_{it}$  e  $y_{jt}$  è:

$$\rho(y_{it}, y_{jt}) = \frac{\lambda(x_{it-1}, x_{jt-1}, z_{t-1}) - \lambda(x_{it-1}, z_{t-1}) \lambda(x_{jt-1}, z_{t-1})}{\sqrt{\lambda(x_{it-1}, z_{t-1})(1 - \lambda(x_{it-1}, z_{t-1})) \lambda(x_{jt-1}, z_{t-1})(1 - \lambda(x_{jt-1}, z_{t-1}))}}, \quad \text{in cui il primo termine al numeratore rappresenta la probabilità (non condizionale) di default congiunto delle due imprese ed il secondo termine è il prodotto delle due PD non condizionali; le probabilità riguardano il default nel periodo  $t$ , dato che non si è verificato in precedenza. La PD congiunta è esprimibile come$$

$$\begin{aligned}\lambda(x_{it-1}, x_{jt-1}, z_{t-1}) &= \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} F\left(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}' x_{it-1} + \hat{\gamma}' z_{t-1} + \hat{b} f_t\right) F\left(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}' x_{jt-1} + \hat{\gamma}' z_{t-1} + \hat{b} f_t\right) \phi(f_t) df_t\end{aligned}$$

che nel caso probit diventa

$$\lambda(x_{it-1}, x_{jt-1}, z_{t-1}) = \Phi_2\left(\Phi^{-1}(\lambda(x_{it-1}, z_{t-1})), \Phi^{-1}(\lambda(x_{jt-1}, z_{t-1})), \rho(r_{it}, r_{jt})\right), \quad \text{in cui } \Phi_2(\cdot) \text{ indica la distribuzione cumulata normale standard bivariata e } \Phi^{-1}(\cdot) \text{ è il percentile della normale standard cumulata corrispondente all'argomento indicato in parentesi.}$$

Come si vede nel modello di Hamerle, Liebig e Scheule le PD e le asset correlation sono determinate simultaneamente, date le osservazioni dei risk drivers al punto del tempo in cui viene formulata la previsione.