Proceedings of the Conference on Problem-based Learning in Engineering Education

12nd October 2018

organised by the

Department of Basic Technical Studies

Faculty of Engineering University of Debrecen

Edited by Imre Kocsis

ISBN 978-963-490-055-9

www.mat.unideb.hu

Program Committee

IMRE KOCSIS PHD

BALÁZS KULCSÁR PHD

GUSZTÁV ÁRON SZÍKI PHD

ADRIENN VARGA PHD

Organising Committee

CSABA GÁBOR KÉZI PHD

ERIKA PERGE PHD

ATTILA VÁMOSI

GYÖNGYI SZANYI PHD

Technical Editor

DÓRA SIPOS

Contents

A középiskolai eredmények és az alapozó tárgyak teljesítettségének kapcsolata
Connection between university entry scores and successfulness in foundation courses

ÁRVAI-HOMOLYA SZILVIA

Miskolci Egyetem, Gépészmérnöki és Informatikai Kar, Matematikai Intézet, szilvia.homolya@uni-miskolc.hu

Absztrakt. A műszaki és informatikai képzési területre felvett hallgatók számottevő részének gondot okoz az alapozó tárgyak időben történő abszolválása. A tapasztalatok azt mutatják, hogy sok esetben hiányos matematikai alaptudással érkeznek a diákok, amely hozzájárulhat a sikertelenséghez. Ezen cikk célja annak vizsgálata, milyen hatással van a középiskolai eredmény az Analízis I., illetve Analízis II. tárgyak teljesítésére.

Abstract. A significant number of technology, respectively computer science students have difficulties in completing foundation courses. According to experience this problem is often caused by the incomplete knowledge of secondary school mathematics . The aim of this paper is to investigate the effect of high school results to successful accomplishment of Analysis 1 and 2.

Bevezetés

A kétszintű érettségi vizsgarendszer 2005-ben történő bevezetésének eredeti koncepciója alapján az emelt szintű érettségi vizsga váltotta volna ki az addigra megszűnt – a felsőoktatásba bekerüléshez szükséges – felvételi vizsgát. A bevezetést követő években az OM a felsőoktatási intézményeknek adott jogosultságot arra, hogy eldönthessék milyen feltételeket szabnak a különböző szakokra jelentkező hallgatók számára. Sok esetben az egyetemek és főiskolák csak a középszintű matúrát követelték meg, így kerülhetett be számos hallgató hiányos tudással a felsőoktatásba. [1]

A 2017. évi matematika érettségi vizsgakövetelményeiből is világossá válik, hogy az emelt szint követelményei között speciális anyagrészek is találhatók, mivel emelt szinten elsősorban a felsőoktatásban matematikát használó, illetve tanuló diákok felkészítése történik. [2]

A 423/2012. Kormányrendelet 3. melléklete tartalmazza az aktuális évi felsőoktatási felvételi eljárásban a felsőoktatási jelentkezés feltételeként meghatározott emelt szintű érettségi vizsgák jegyzékét szakonként, képzési területenként. Ez alapján a 2018. évi felvételi eljárásban a műszaki képzési területen az energetikai mérnöki alapképzési szak, valamint az építészmérnöki alapképzési, illetve osztatlan szak esetén volt szükséges – az előírt tárgyak egyikéből – emelt szintű vizsga letétele.

2020-tól az új felvételi szabályozás szerint az emelt szintű érettségi vizsga általános belépési követelményként fog megjelenni. A fent említett rendelet 2020. 01. 01-től hatályos változatának 23.§ (3) bekezdése alapján „Alapképzésre, osztatlan képzésre – az (1) bekezdésben foglaltak mellett, a (4) bekezdésben szabályozott kivétellel – az a jelentkező vehető fel, aki

a) legalább B2 szintű, általános nyelvi, komplex nyelvvizsgával vagy azzal egyenértékű okirattal rendelkezik és

b) legalább egy emelt szintű érettségi vizsgát tett vagy felsőfokú végzettséget tanúsító oklevéllel rendelkezik." [3]

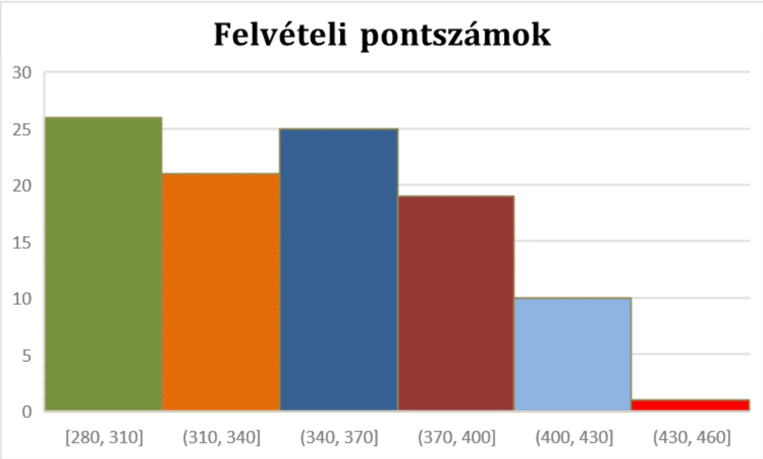
A rendelet, mostani formájában nem konkretizálja melyik tárgyból kell emelt szintű érettségi vizsgát tenni, azt sem írja elő, hogy a felvételihez szükséges érettségi tárgy egyike legyen az.

A műszaki, illetve informatikai képzési területen megfontolandó lehet a matematika emelt szintű érettségi vizsga előírása. Ezt alátámasztandó a következőkben azt tanulmányozzuk, hogy a jelenlegi felvételi szabályozás keretében bekerült hallgatók esetén milyen kapcsolat áll fenn a felvételi pontszámaik, valamint egyes alapozó jellegű matematika tárgy (Analízis I., Analízis II.) eredményei között.

1. A felvételi pontszámok és az Analízis I., II. tárgyak teljesítésének kapcsolata

1.1. A vizsgált célcsoport

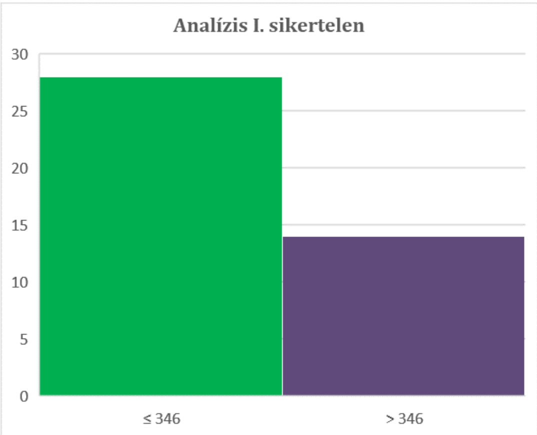
A Miskolci Egyetem Gépészmérnöki és Informatikai Karán 11 alapképzési szakon (energetikai mérnöki, gépészmérnöki, járműmérnöki, logisztikai mérnöki, mechatronikai mérnöki, műszaki menedzser, villamosmérnöki, ipari termék- és formatervező mérnöki, mérnökinformatikus, gazdaságinformatikus, programtervező informatikus) folyik az oktatás. A BSc-s hallgatóink három csoportra tagoltan (egy informatikai képzési területhez tartozó csoport, valamint két műszaki képzési területhez tartozó csoport) hallgatják az Analízis I. és Analízis II. előadásokat. A cikkben 102 – a 2017. évi általános felvételi eljárásban felvételt nyert – járműmérnöki, logisztikai mérnöki, műszaki menedzser, valamint villamosmérnöki alapképzési szakos hallgató eredményeit elemezzük. A hallgatók a fent említett három csoport közül ugyanazon Analízis I. és Analízis II. kurzuson vettek részt. A vizsgált hallgatók felvételi pontszámainak átlaga 347 pont volt, szórása pedig 40 pont. A következő ábrán a felvételi pontok eloszlása látható.



1. ábra Felvételi pontszámok

1.2. Elemzés

A 2017/2018. tanév I. félévében a vizsgált 102 hallgató közül a vizsgaidőszak végére 60 fő abszolválta az Analízis I. kurzust. Az eredménytelenül teljesítő hallgatók felvételi pontszámaira a következő oszlopdiagramot kapjuk:



2. ábra Sikertelen hallgatók felvételi pontszámai

Látható, hogy az átlagpontszám alatt kétszer annyi hallgató nem abszolválta az Analízis I. tárgyat, mint az átlag felett. A 347 pontnál kevesebb felvételi ponttal rendelkező hallgatók 55%-a, míg a minimum 347 pontot elérő hallgatók 27,45%-a volt eredménytelen. A szignifikáns különbség alátámasztja, hogy a középiskolai eredmény jelentős mértékben meghatározza a felsőoktatási tanulmányok kezdetén mutatott teljesítményt. Sikertelenség alatt azt értjük, ha egy hallgató már az aláírást sem tudta megszerezni, illetve ha a vizsgajegye elégtelen. Analízis I. tárgyból az átlag alatt teljesítők esetén több, mint kétszer annyi hallgató (25) nem szerzett aláírást, mint az átlagpontszámot elérő hallgató (12).

Az 1. táblázat az Analízis I. és II. tárgyak eredményeit tartalmazza a felvételi pontszám alapján csoportosítva. Az Analízis II. kurzus esetén az előző félévben sikeresen teljesítő I. évfolyamos csoport egy fővel bővült, egy más szakról átjelentkező, átlagpontszám feletti hallgatóval, így ebben az esetben 61 fő eredményeit vizsgáltuk.

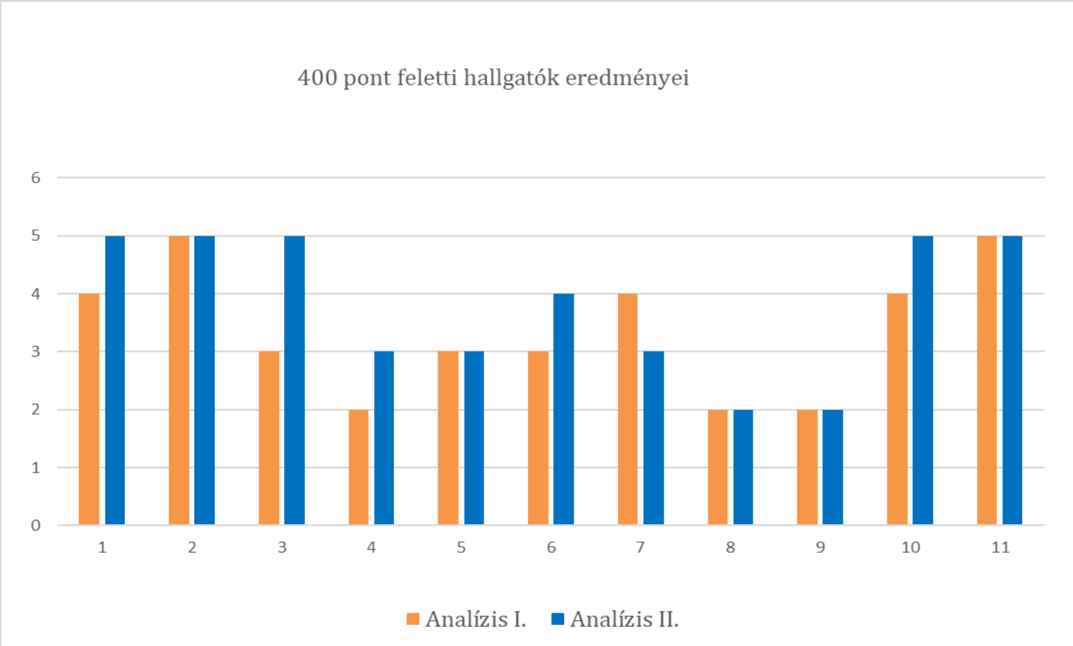
Felvételi pont	Átlag alatt		Min. 347 pont	
Érdemjegy	**Analízis I.**	**Analízis II.**	**Analízis I.**	**Analízis II.**
Nincs aláírás	25	3	12	2
Elégtelen	3	2	2	7
Elégséges	15	9	16	7
Közepes	7	4	16	11
Jó	1	5	3	5
Jeles	0	0	2	6
Összesen	*51*	*23*	*51*	*38*

1. táblázat Felvételi pontszámok és elért eredmények

Analízis I-ből az elégtelen és elégséges vizsgajegyet szerzők számában elhanyagolható a különbség, viszont a közepes, a jó, illetve jeles osztályzatot szerző hallgatók egyértelműen a magasabb felvételi pontszámmal rendelkezők köréből kerültek ki.

A táblázatot tanulmányozva látható, hogy az Analízis I. tárgyat sikeresen teljesítő, átlagpontszám alatti hallgatók kissé eredményesebbek voltak az Analízis II. tárgy sikeres teljesítésében (78,26%), mint a minimum 347 ponttal rendelkezők (77,3%). A közepes osztályzatot szerzett hallgatók többsége, a jeles osztályzatú hallgatók mindegyike viszont szintén átlag feletti felvételi pontszámmal rendelkezett. Megjegyezzük, hogy a jeles osztályzatot elérő hallgatók egy fő kivételével minimum 400 pontot hoztak a középiskolából.

A vizsgált csoportban a legjobb felvételi pontszámmal rendelkező hallgatók teljesítményét külön is elemeztük. 11 hallgató volt, aki minimum 400 pontot ért el. mindnyájan sikeresen abszolválták mindkét félévet. Analízis I-ből ketten jeles, hárman-hárman jó, közepes, illetve elégséges osztályzatot értek el. Ahogyan a 3. ábra mutatja, a második félévben a jeles osztályzatok száma nőtt, továbbá egyetlen hallgató rontotta az eredményét. Analízis II. tárgyból a tizenegy hallgató közül ketten kaptak elégséges érdemjegyet, mindketten villamosmérnök alapszakos hallgatók. Megjegyezzük, hogy a többi szakkal ellentétben ezen szak esetén a mintatantervi háló nem tartalmaz Matematika szigorlatot, így a tapasztalatok alapján a hallgatók kevésbé motiváltak a jobb eredmény elérésében.



3. ábra 400 pont feletti hallgatók eredményei

2. Összefüggés a matematika érettségi eredmény és az Analízis I. tárgy I. ZH pontszám között

A bevezetőben említettük, hogy jelenleg még nincs előírás a 2020-tól emelt szinten leteendő érettségi vizsga tárgyára. Azonban a műszaki, illetve informatikai szaktárgyakhoz sok esetben elengedhetetlen a biztos matematikai háttértudás, így indokoltnak tűnik a matematika emelt szintű érettségi vizsga követelménye.

A 2018. évi nyári eljárásban felvett hallgatók esetén nemcsak a felvételi pontszámok, hanem a részletes érettségi eredmények is rendelkezésre álltak. Bár az I. zárthelyi eredményeiből messzemenő következtetést nem lehet levonni (mivel a felsőoktatásba bekerülő hallgatók egy jelentős része számára szokatlan a több szabadságot jelentő, de nagyobb önállóságot, felelősséget megkövetelő tanulási rendszer), mégis egy következő vizsgálat kiindulásaként érdemes megjegyezni a következőket.

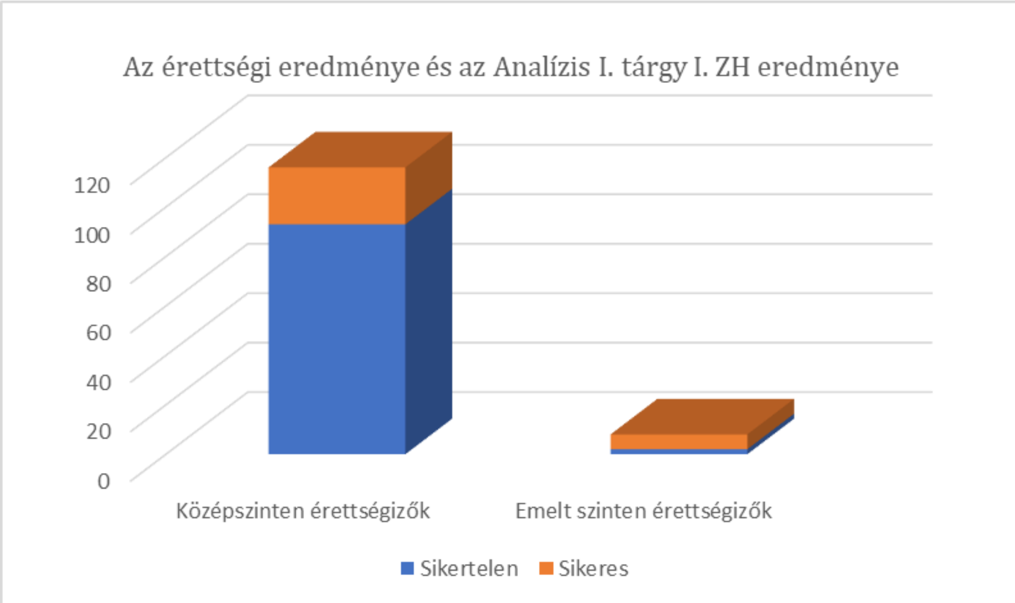
2018 októberében 124 ipari termék- és formatervező mérnöki, járműmérnöki, logisztikai mérnöki, műszaki menedzser, valamint villamosmérnöki alapképzési szakos elsőéves hallgató írta meg Analízis I. tárgyból az I. zárthelyit, közülük 29 fő dolgozata volt sikeres, azaz ennyien érték el az összpontszám minimum 50%-át. Ez a 23,4%-os sikerességi ráta kicsivel nagyobb, mint a 22%-os, összes (ismétlőkkel kibővített) hallgatók körében mért sikerességi arány.

A legmagasabb pontszámot (50 pontból 48 pontot) elérő hallgató az érettségi eredményét tekintve is a legjobb volt, emelt szintű érettségi vizsgát tett matematikából, 90%-os eredménnyel jeles osztályzatot kapott.

A sikeresen teljesítő hallgatók közül hárman-hárman emelt szintű jeles, illetve jó, húszan középszintű jeles, hárman középszintű jó matematika érettségivel rendelkeznek. A közepesen érettségiző hallgatók közül senki sem volt sikeres az I. zárthelyi dolgozatban.

A jeles matematika emelt szintű érettségivel rendelkezők mindegyike, a jó emelt szintű érettségi eredményű hallgatók 75%-a elérte az első dolgozatban megkövetelt minimum szintet. Ez a sikerességi ráta a középszinten jeles osztályzatú hallgatók esetén 44,4%-os volt.

A 4. ábra oszlopdiagramja a két szint esetén a sikeresség és sikertelenség arányát szemlélteti.



4. ábra Az érettségi szintje és az Analízis I. tárgy I. ZH eredménye

3. Konklúzió

A tapasztalatokat, miszerint szoros kapcsolat áll fenn a középiskolában hozott eredmények és az első féléves Analízis kurzus sikeres teljesítése között, a vizsgált minta megerősítette. A (műszaki) felsőoktatásba hiányos , bizonytalan matematikai tudással bekerülő hallgatók jelentős része a matematikai alapozó tárgyat nem tudja időben abszolválni, ami gátolja a továbbhaladást a ráépülő szakmai tárgyak esetén is. Az emelt szinten érettségiző hallgatók szinte kivétel nélkül elsőre eredményesen teljesítik a zárthelyi dolgozatokat, így a műszaki (és informatikai) képzési terület esetén a matematikai emelt szintű érettségi vizsga előírása vizsgakövetelményként indokoltnak tűnik. A felsőoktatásba bekerülő hallgatók tudásszintje viszont sajnos azt mutatja, hogy jelenleg a középiskolai diákok egy része felkészületlen az emelt szintű vizsga letételére.

Hivatkozások

[1] Árvai-Homolya Sz., Lengyelné Szilágyi Sz., *Matematika emelt szintű érettségi vizsgák elemzése az informatikai és műszaki alapképzési szakokon elvárt matematikai tudásanyag*

szempontjából, (In: Talata István (szerk.) Matematikát, Fizikát és Informatikát Oktatók 41. Országos Konferenciája: MAFIOK 2017. Budapest, Szent István Egyetem Ybl Miklós Építéstudományi Kar, p. 79-87. ISBN: 978-963-269-663-8)

[2] Oktatási Hivatal, *Matematika érettségi vizsgakövetelmény*, 2017. https://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktatas/erettsegi/vizsgakovetelmenyek2017/matematika_vk_2017.pdf Letöltés ideje: 2017. 06. 02.

[3] *423/2012. (XII.29.) Kormányrendelet a felsőoktatási felvételi eljárásról,* https://net.jogtar.hu/jogszabaly?docid=A1200423.KOR&timeshift=20200101 Letöltés ideje: 2018. 10. 02.

Tehetséggondozás a szakképzésben – Az országos eredményektől a nemzetközi sikerekig

BARCSA LAJOS

Debreceni SzC Mechwart András Gépipari és Informatikai Szakgimnáziuma iskola@mechwart.hu

Bevezetés

„A tehetséggondozás alatt azt folyamatot értjük, amelyben a szisztematikusan felderített tehetségígéreteket fejlesztjük a gazdagítás, gyorsítás, differenciálás eszközrendszerével, komplex programok keretében.” (BALOGH László–MEZŐ Ferenc–KORMOS Dénes Fogalomtár a tehetségpontok számára. Magyar Tehetségsegítő Szervezetek Szövetsége, Budapest, 2011)

Ami alapján a tapasztalat született

Továbbtanulási mutatók:

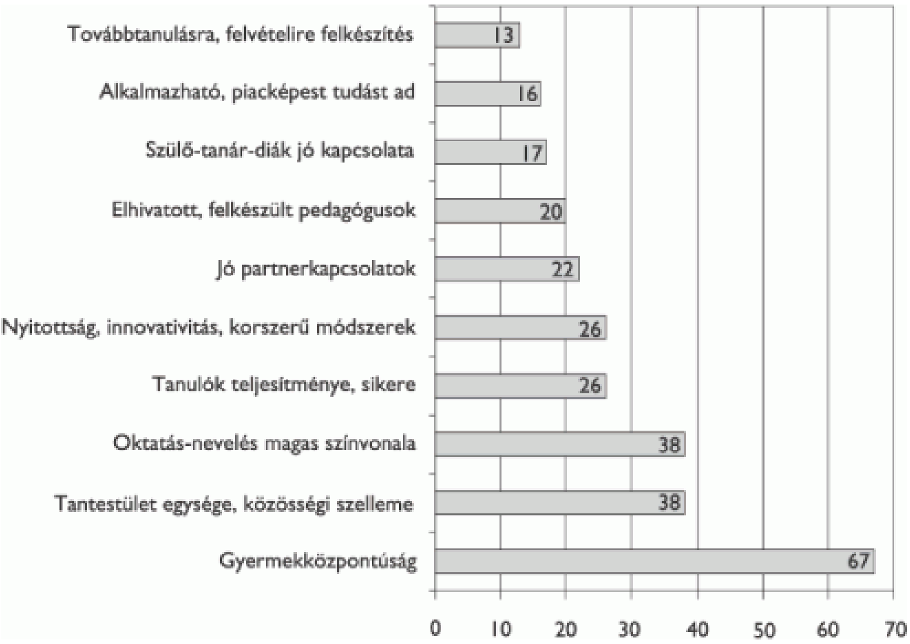
- Az iskola évek óta a (szakközépiskolák), szakgimnáziumok élmezőnyében van a felsőoktatásba felvettek arányszáma alapján.
- Az intézmény az országos tanulmányi versenyeken elért eredmények alapján az ország (szakközépiskoláinak) szakgimnáziumainak legjobbjai között van. (OKI, OFI kimutatásai)

Fontosak a továbbtanulási és versenyeredményességi mutatók, de azok nem az iskola jóságának kizárólagos, ill. kiemelt fokmérői

A Mechwart egy szakgimnázium

Ennek értelmében feladatunk:

- az alapvető és legfontosabb iskolai küldetés a nevelés elsődlegességét követően kettős:
  - igényes közismereti, szakmai alapozó képzéssel felkészíteni tanulóinkat a felsőfokú továbbtanulásra
  - korszerű, stabil alapon nyugvó szakmai ismereteket nyújtva, kenyérkereső szakmát adni az intézményünkből kilépő tanulóink kezébe



1. ábra. Az iskola belső világa az igazgatók szemével (Kőrösné Mikis Márta, OFI)

A címben szereplő országos és szakmai versenyeket ill. az azokon való szereplést (bár kiemelten fontosnak tartjuk) nem célnak tekintjük.

Meggyőződésünk azonban, hogy az azokon való részvételben óriási segítség, felmérhetetlen nagyságú motiváló erő rejlik feladataink megvalósításához.

Legfontosabb országos versenyeredmények az utolsó öt évben

	2013/2014	2014/2015	2015/2016	2016/2017	2017/2018
Országos szakmai tanulmányi verseny					
Gépgyártástechnológiai technikus	4., 7., 9.		2., 3.	3., 5.	3.
Informatikai rendszergazda/ rendszerüzemeltető		1., 2.	1., 2., 3., 4., 5.	1., 2., 3., 4., 5.	1., 2., 4., 5.
Szakmai elők. Érettségi tantárgyak versenye/ ászév					
Informatika	12., 17., 19., 22.	6.	7., 11.	9.	4., 11., 13., 27.
Gépészet		1., 6., 10.	7., 8., 10., 13., 18.	6., 10., 12., 14., 15., 18., 21., 24., 29., 30., 32., 33., 35.	18., 20., 21., 23., 29., 30.
Országos műszaki tanulmányi verseny	1., 3., 4., 5., 6., 7.	1., 2., 4., 5., 10.			
Euroskills- worldskills informatika	2., 3., 4., 5., 6., 7., 8., 9.	1.	4., 5., 6.	2.	1., 3.
Itsh informatikai szakmai verseny		1., 7.			1., 4.
Országos ite verseny	3., 4., 6., 8., 11.			2., 3.	1., 2., 5.
Charles babbage autodesk inventor verseny			1.	5.	5., 8., 9.
Csernyánszky imre okpv			16.	20., 21.	13., 17., 24.
Cnc programozó verseny	3., 4,. 6.		11., 13.		3., 9.

Infomaraton országos csapatverseny	1., 2., 3., 4., 5., 9., 10.				
Mikola sándor fizika verseny	*2.*	*3.*	*4.*		
Irinyi jános kémia verseny	*2.*	*5.*	*1.*	*3.*	
Implom józsef helyesírási verseny					*5.*
Édes anyanyelvünk verseny		*23.*			*16.*
Apáczai matematika verseny				*13., 24., 41.*	
Nemes tihamér számt. Alkalmazói v.			*49.*		
Fizika német nyelven verseny	*6., 10.*	*10.*			
Matematika német nyelven	*11.*	*3., 6., 8., 10.*	*3., 6.*	*7.*	*3.*
Országos középiskolai tanulmányi versenyek					
Matematika i. Kategória	*26., 45.*		*34., 45.*	*20.*	*27.*
Fizika i.kategória	*15., 24.*	*20.*			
Sziporka egyenletmegoldó verseny					*6.*

Nemzetközi eredmények

IT Network kategória

- Worldskills 2007. Japán, Shizuoka: 7. hely,
  Kiss Gergely, legeredményesebb magyar versenyző
- Euroskills 2008. Hollandia, Rotterdam: 4. hely,
  4 fős csapat: Berke Zoltán, Farkas Máté, Madarasi Zoltán, Szőke Péter
- oWorldskills 2009. Kanada, Calgary: 10. hely,
  Farkas Máté, legeredményesebb magyar versenyző
- Euroskills 2010. Portugália, Lisszabon: 4. hely,
  4 fős csapat:
  Kaplonyi Dávid egyéniben 1. hely legeredményesebb magyar, 2.legeredményesebb európai,
  Horváth Tibor egyéniben 2. hely,
  Szabó Gábor egyéniben 3. hely,
  Hajdú László egyéniben 7. hely
- Worldskills 2011. Anglia, London: 7. hely,
  Szabó Gábor, a legeredményesebb magyar
- Euroskills 2012. Belgium, Spa-Francorchamps:
  Vállalati ICT Team: 1. hely,
  3 fős csapat: Csőke János, Zeke Sándor, Kreszán Kristóf

- Worldskills 2013. Németország, Lipcse: 13. hely, Kiválósági érem
  Informatikai hálózati rendszergazda: Csőke János
- Euroskills 2014. Franciaország, Lille:
  Vállalati ICT Team: 1. hely,
  3 fős csapat: Bora László, Pető Roland, Varga Ákos
- Worldskills 2015. Brazília, Sao Paulo: 12. hely, Kiválósági érem

Mechatronika: Zilahi Krisztián

- A 2019-es WorldSkills versenyen, Kazanban, Mészáros Bálint fogja képviselni hazánkat, Informatikai hálózati rendszergazda területen.

„Műhelytitok" – Motiváció, Motiváció és Motiváció

"Ha hajót akarsz építeni, ne hívj össze embereket, hogy tervezzenek, szervezzék meg a munkát, hozzanak szerszámokat, vágjanak fát, hanem keltsd fel bennük a vágyat a nagy, végtelen tenger iránt."

Motivációs lehetőségek (TOP 12)

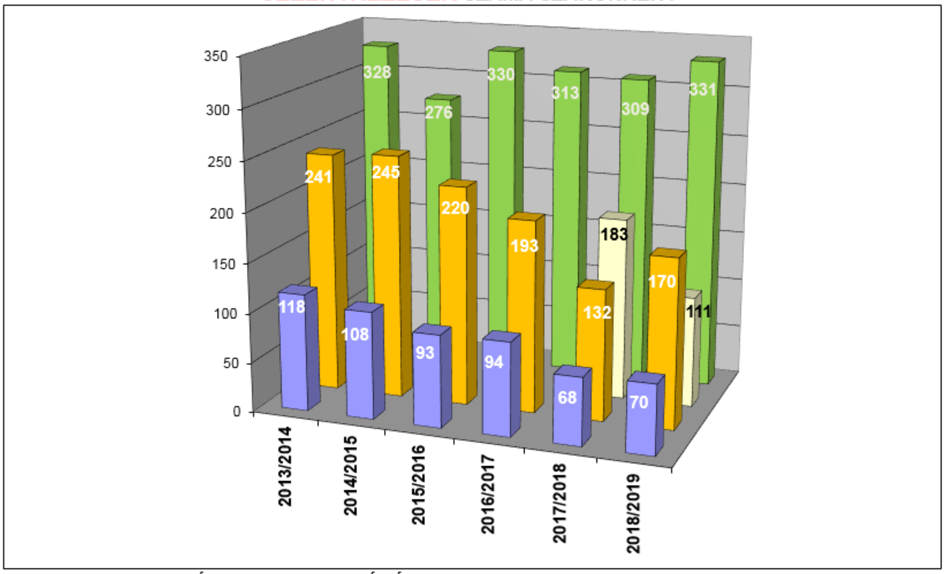
1. Az intézmény vonzereje
2. Az iskola múltja, a névadó életútjának példája
3. A Mechwart verseny lendületet adó légköre
4. Az elődök példája, mint motiváció
5. Tanulás a közvetlen elődöktől, csapatmunka.
6. Debrecen, mint iskolaváros lendületet ad
7. Az egyetemmel való együttműködésben rejlő lehetőségek
8. A gazdasági környezet, mint motivációs tényező
9. A tanári példa mozgósító ereje
10. Gyakorlatias, élet közeli feladatok
11. A segíteni tudás
12. Az országos elismerés motiváló ereje

1. Az iskola vonzereje

Az iskolába jó tanuló, érdeklődő szorgalmas tanulók jelentkeznek. Akkor is így volt ez amikor a műszaki szakma presztízse alacsonyabb volt. Miért?

Az intézménynek az innen kikerülő elődök életútja nyomán rangja, neve, becsülete van a városban, a megyében, az országrészben.

JELENTKEZÉSEK SZÁMA SZAKONKÉNT



NÉMET K.NY. GÉPÉSZ ANGOL NYEK INFORMATIKA

2. Az iskola múltja, a névadó életútjának példája

Az iskola történetének bemutatása. Évkönyv megjelentetése.

A névadó életútja, sikerei, példája. Mechwart a Ganz gyár élén, szabadalmai.

Több mint 100 éve, a régió meghatározó középfokú középiskolája műszaki területen.

Az utóbbi 15-20 évben informatika képzés elismert iskolája is.

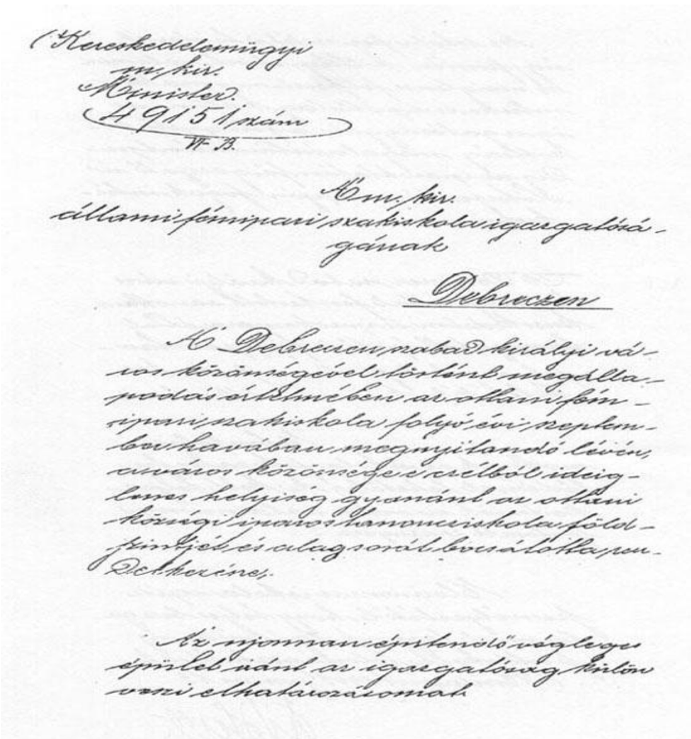
Névadónk: Mechwart András (1834 Schweinfurt – 1907 Budapest)

1855-ben Augsburgban szerzett mérnöki oklevelet

1859-ben Magyarországra jön. Nevéhez fűződik a GANZ gyár felemelése, és számos szabadalom. Műszaki nagyjaink között tartják számon.

1908. június 13-án Kossuth Ferenc arról rendelkezik:

"... a Debrecen sz. királyi város közönségével történt megállapodás értelmében az ottani fémipari szakiskola folyó év szeptember havában megalapítandó... (részlet az iskola alapító okiratából)



(Kereskedelemügyi m. kir. Minister. 49151/szám W. B.

A m. kir. állami fémipari szakiskola igazgatóságának

Debreczen

A Debreczen szabad királyi város közönségével történt megállapodás értelmében az állami fémipari szakiskola folyó évi szeptember havában megnyitandó lévén, a város közönsége e célból ideiglenes helyiség gyanánt az ottani községi ipari tanonciskola földszintjét és alagsorát bocsátotta rendelkezésére.

Az újonnan építendő végleges épület iránt az igazgatóság külön veendi elhatározásomat.

3. A Mechwart verseny. A siker óriási ösztönző erő

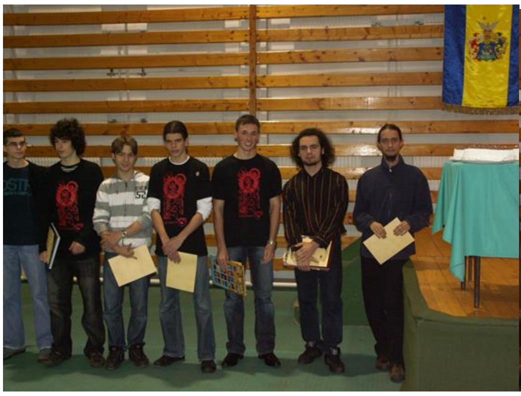
Minden osztályt megmozgató verseny, közel 140 résztvevő.

Szakmai és közismereti tárgyak szerepelnek, kapcsolódó versenyek (angol-, német fordítói, helyesírási, olvasói, stb.)

A díjátadás és eredményhirdetés az egész iskola előtt történik.

Versenyterületenként helyezettek vannak. Az abszolút győztes megkapja a Mechwart kupát.

A legjobb informatikus és legjobb gépész versenyző egy az USA-ban élő volt tanítványunk által alapított díjból pénzjutalmat is kap.



4. Az elődök példájának bemutatása, mint motiváció

50 és 60 éve végzett egykori tanulók és a frissen végzett technikusok és informatikusok közös ünnepségen veszik át díszoklevelüket, ill. megszerzett bizonyítványukat

Egykori mechwartosok szabadalmainak kiállítása.

Egykori tanulók előadásai (osztályvezetőtől az akadémikusig).

Hajdani, s mai osztályok kapcsolatai

Sorszám: D14/2003-B

DÍSZOKLEVÉL

Pongor Sándor

részére, aki a

15. sz. GÉPIPARI TECHNIKUMBAN

1953. év június hó 23. napján

ipari technikusi oklevelet kapott.

ÖTVEN éven át

kifejtett értékes szakmai tevékenységének elismeréseként állítottuk ki ezt a

DÍSZOKLEVELET

melyet a debreceni

MECHWART ANDRÁS

GÉPIPARI ÉS INFORMATIKAI KÖZÉPISKOLA

pecsétjével és aláírásokkal hitelesítettünk.

Debrecen, 2003. év június 21-én

igazgató

az iskolaszék elnöke

5. Tanulás a közvetlen elődöktől, csapatmunka

Az egy két éve végzett mechwartosok visszajönnek felkészülni, s egy csapatban versenyeznek a mai diákokkal. A jó csapathoz tartozhatok érzése hatalmas lendületet ad.

6. Debrecen, mint iskolaváros lendületet ad

Debrecen iskolaváros, közoktatási intézményrendszerében mintegy félszáz óvoda, csaknem negyven általános iskola és közel harminc középiskola működik.

A város zászlajára tűzte a tehetséggondozást. Az országban egyedülálló módon a város általános iskoláiban az összes 4. osztályos gyermek diagnosztikai mérésben vesz részt, melynek területei a figyelem, az emlékezet, a gondolkodás, a matematika, a magyar nyelv.

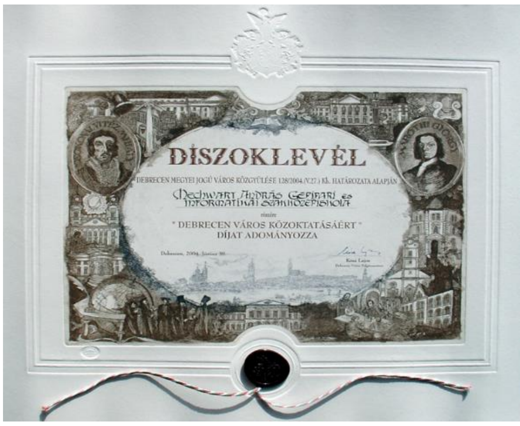
2008-ban 1424 gyermek vett részt a mérésben, s közülük 203-an, 2009-ben 1384 gyermekből 194-en, 2010-ben pedig 1261 gyermekből 198-an vettek részt a város tehetséggondozó programjában.

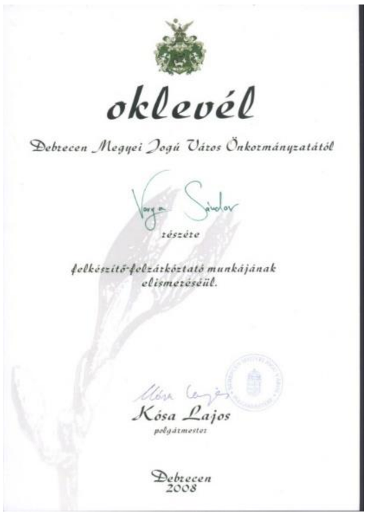
A Nemzeti Tehetségsegítő Tanács elnökeként úgy érzem, hogy a tehetséggondozás szempontjából Debrecen Magyarország fővárosa emelte ki Csermely Péter professzor a

Kincseink – Gyökerek a szülőktől, szárnyak az iskolától című Debrecenben rendezett nemzetközi tehetséggondozó konferencia (2009. november 13-14) nyitónapján tartott sajtótájékoztatón.

Ebben a környezetben, versenyeken, jó eredményt elérni megbecsülést jelent a versenyző diáknak, s felkészítő tanárának egyaránt.

Elismerő oklevelek





7. Az egyetemmel való együttműködésben rejlő lehetőségek

Debrecen egyetemváros

Az egyetemmel való kapcsolatápolás lehetőségek forrása (középiskolás diákok kutatási lehetőségei, előadás tartása konferencián)

8. A gazdasági környezet, mint motivációs tényező

A környező vállalatok ismerik a mechwartosok eredményeit. Támogatják a versenyeket. Segítséget nyújtanak az iskola fejlesztéséhez.

A versenyen be lehet mutatkozni.

A tanulók tudják, hogy jó teljesítmény esetén várják őket a szakterületük vállalatai.

Az iskola folyamatosan együttműködik a Kereskedelmi és Iparkamarával. (közös pályázat, versenyeken való részvétel (szakmasztár))

Az iskola szorosan együttműködik a Debreceni Egyetem Műszaki Karával.

Forgácsoló műhely

Szerelő műhely

CNC terem

9. A tanári példa mozgósító ereje

Oktatói verseny ötlete, segítségnyújtás a szervezésben

Folyamatos önképzés

Tanterv, tankönyvírás, fejlesztési munkák végzése, hazai és nemzetközi versenybizottsági feladatok ellátása

Országos és nemzetközi versenyek rendezése az iskolában

– 2004 OSZTV döntő, 2006 Pneumatika OSZTV döntő, 2008

– Informatika OSzTV döntő, 2010 Hálózati Akadémiai Játékok

10. Gyakorlatias, életközeli feladatok

Egy irodaház hálózatának megtervezése

Iskolai hálózat bővítése, folyamatos fejlesztése

Gyermekotthon kommunikációs hálózatának tervezése, kivitelezése

11. A segíteni tudás

Gyermekotthon kommunikációs hálózatának tervezése, kivitelezése

12. Országos elismerés motiváló ereje

Írott és internetes sajtóban a teljesítmények elismerése

OKI, OFI kiadványok iskolát elismerő kimutatásai

A 2010-es EUROSKILLS legjobb versenyzőit fogadta a köztársasági elnök úr is a Sándor palotában

Záró gondolatok

- Hiszünk abban, hogy diákjai életútjából táplálkozik, generációk láncolatán át épül az iskola.
- Ezért,a jót mit elődeinktől hagyományul vettünk, utódainkra örökségül hagyni kötelességünk.
- Abban bízunk, hogy miközben erre törekszünk tanítványaink és családtagjaik boldogulását szolgáljuk.
- Tudjuk, a magot elvetjük, öntözzük, de a szárba szökkenés, a termés nem a mi érdemünk, úgy ahogy Reményik mondja:

„Akarom: fontos ne legyek magamnak.

A végtelen falban legyek egy tégla,

Lépcső, min felhalad valaki más,

Ekevas, mely mélyen a földbe ás,

Ám a kalász nem az ő érdeme.„

Matematikai alapműveltség vs. logikus gondolkodás

KÉZI CSABA

Debrecen Egyetem, kezicsaba@science.unideb.hu

Abstract. In the frame of the project EFOP-3.6.1-16-2016-00022 „Debrecen Venture Catapult Program" on June, 2018, I maked a test and it was completed by a secondary school students.

Bevezetés

Az EFOP-3.6.1-16-2016-00022 projekt keretében 2018. júniusban szintfelmérő tesztet írattam a mátészalkai Esze Tamás Gimnáziumban. A teszt feladatai két fő csoportra oszthatóak. A teszt egyik része tisztán logikai feladatokat tartalmazott, a másik része az általános matematikai alapműveltséget mérte fel. A tesztet 40 tanuló töltötte ki. A diákok 11. osztályosak voltak.

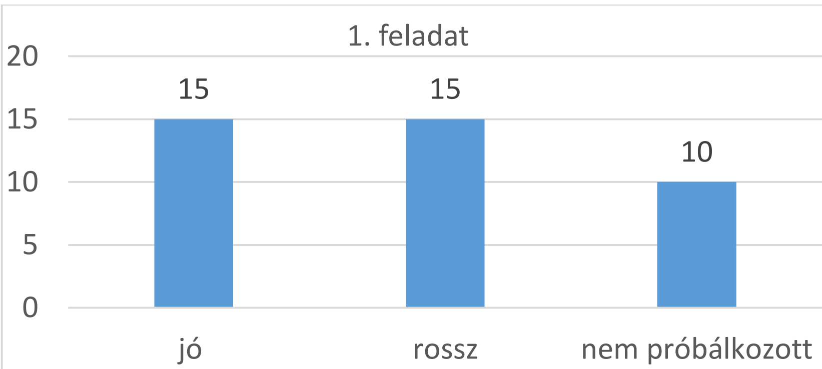
1. Logikai feladatok

1. feladat:

Egy hajó oldalához van rögzítve egy hatfokú létra, amelynek fokai 30 cm távolságra vannak egymástól. Apálykor a víz alulról a második fokig ér. Ezután a víz 60 cm-t emelkedik. Hányadik fokig ér most a vízszint?

Megoldás:

Most is alulról a második fokig ér a víz, hiszen a hajó és a hozzá rögzített létra a vízzel együtt emelkedik.

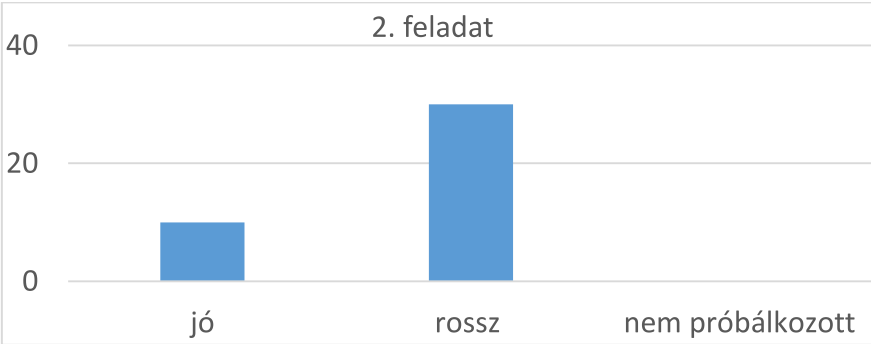


2. feladat:

Egy palack bor 10 dollárba kerül. A bor maga 9 dollárral többe kerül, mint a palack. Mennyi a palack ára?

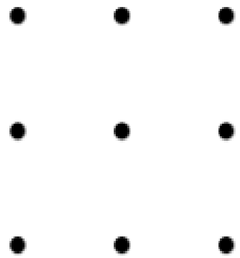
Megoldás:

A palack ára: x, a bor ára 9+x, így a bor és a palack együtt 9+2x forintba kerül. Tehát a 9+2x=10 egyenletet kell megoldanunk, amiből x=0,5 adódik. Tehát a palack 0,5 dollárba kerül.

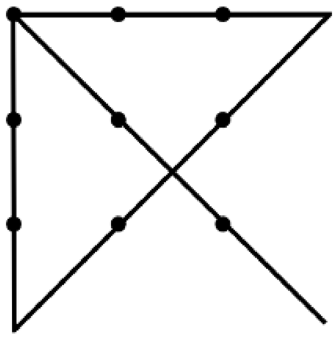


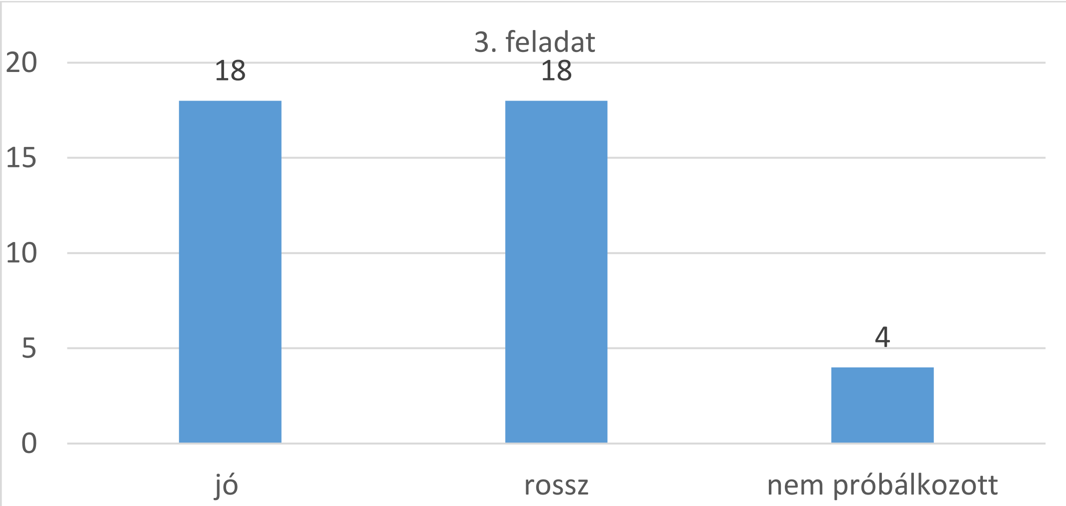
3. feladat:

Az ábrán látható 9 pontot kösd össze a ceruzád felemelése nélkül négy egyenes vonallal!



Megoldás:



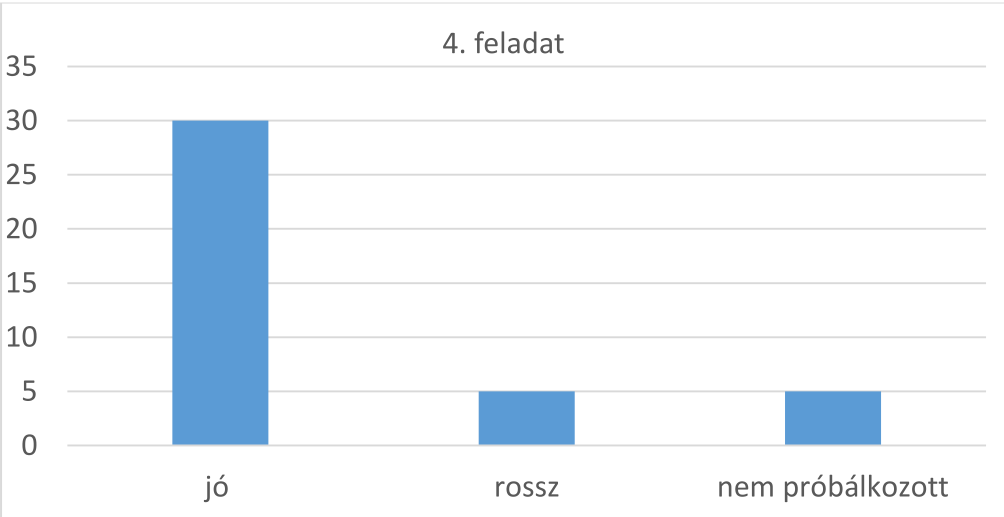


4. feladat:

Egy kereskedő vásárolt valamit 7 dollárért, eladta 8 dollárért, visszavásárolta 9 dollárért, majd újra eladta 10 dollárért. Mekkora volt a nyeresége?

Megoldás:

Az első két tranzakción együtt (vásárlás és eladás) 1 dollár haszna keletkezett, a második vétel és eladás kombináción is 1 dollár, azaz összesen 2 dollár a nyeresége.



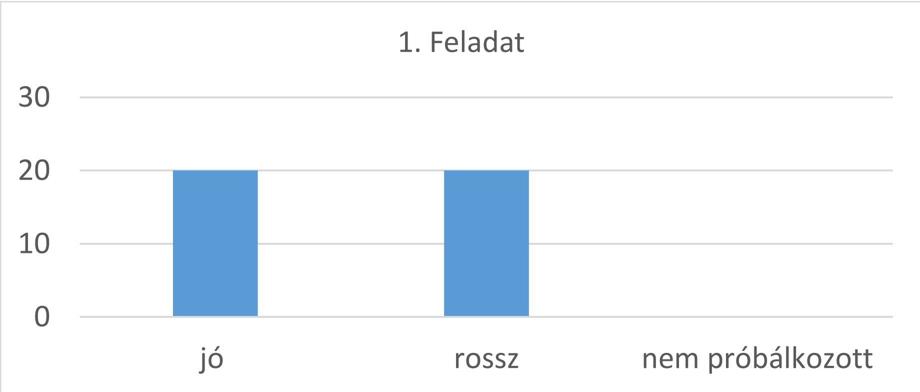
2. Matematikai alapműveltséget felmérő feladatok

1. feladat:

Add meg $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R},\ f(x) = -2 \cdot |x-3| + 2$ függvény helyettesítési értékét az $x = 2$ helyen! Határozd meg az f függvény szélsőértéknek típusát, helyét és értékét!

Megoldás:

A függvény helyettesítési értéke az x=2 helyen $f(2) = -2 \cdot |2-3| + 2 = 0$. A függvénynek maximuma van. A maximum helye x=3, maximum értéke $f(3) = 2$.



2. feladat:

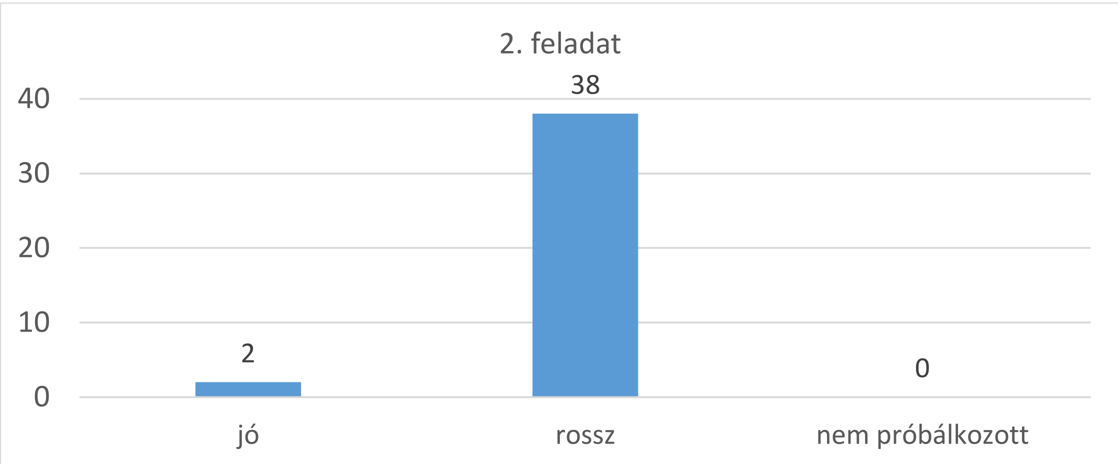
Oldd meg a valós számok halmazán a $\frac{\frac{2}{x}}{\frac{1}{2}+\frac{1}{x}} = 1$ egyenletet!

Megoldás:

Az egyenlet megoldás:

$$\frac{2}{x} \cdot \frac{2x}{x+2} = 1 \Rightarrow \frac{4}{x+2} = 1 \Rightarrow x = 2.$$

Ellenőrzés után láthatjuk, hogy a kapott szám valóban megoldása az eredeti egyenletnek.



3. feladat:

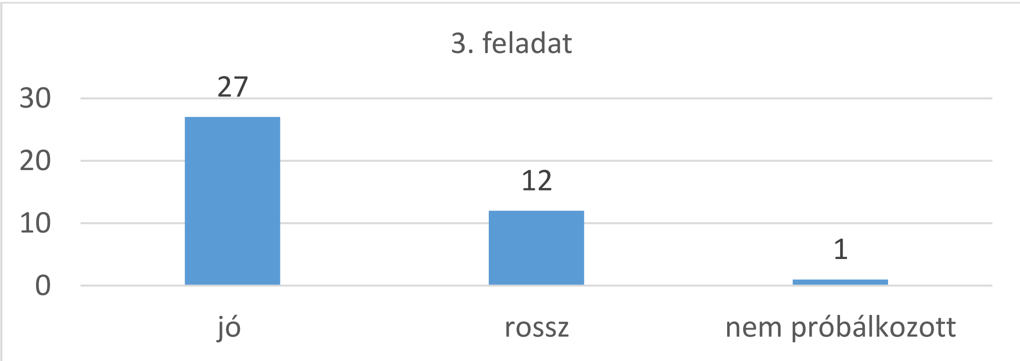
A következő kifejezés eredménye a „b'' változónak hanyadik hatványa:

$$\frac{b^2 \cdot b^4 \cdot \sqrt{b}}{b^{\frac{2}{3}} \cdot b^{\frac{1}{2}}}?$$

Megoldás:

A hatványozás és gyökvonás azonosságainak felhasználásával azt kapjuk, hogy

$$\frac{b^2 \cdot b^4 \cdot \sqrt{b}}{b^{\frac{2}{3}} \cdot b^{\frac{1}{2}}} = \frac{b^2 \cdot b^4 \cdot b^{\frac{1}{2}}}{b^{\frac{2}{3}} \cdot b^{\frac{1}{2}}} = \frac{b^{\frac{13}{2}}}{b^{\frac{7}{6}}} = b^{\frac{32}{6}}.$$



4. feladat:

Egy egyenlő szárú háromszög alapja 6 cm, szárai 5 cm hosszúak. Mekkora a háromszög területe? Mekkora a háromszög köré írt körének sugara?

Megoldás:

A háromszög magassága a Pitagorasz tétel felhasználásával 4 cm. A háromszög területe

$$T = \frac{6 \cdot 4}{2} = 12\ cm^2.$$

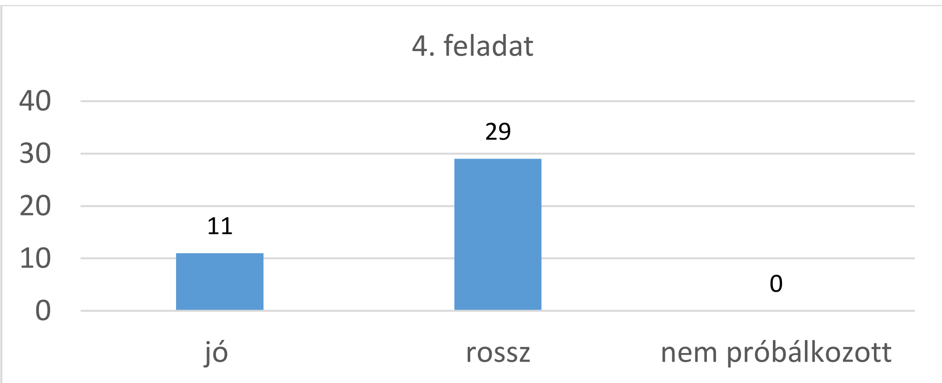
Felhasználva, hogy

$$T = \frac{a \cdot b \cdot c}{4R},$$

ahol a, b és c a háromszög oldalai és R a háromszög köréírt körének sugara, azt kapjuk, hogy

$$12 = \frac{6 \cdot 5 \cdot 5}{4R}$$

azt kapjuk, hogy $R = 3{,}125\ cm$.



3. Összefoglalás

Összegezve az ismertetett eredményeket, azt vehetjük észre, hogy a tanulók tudnak ugyan gondolkodni, azonban a lexikális tudások meglehetősen hiányos matematikából.

Ezen eredmény véleményem szerint részben annak is köszönhető, hogy a diákok középiskolában nagyban támoszkodnak a függvénytáblázat használatára, így nem rendelkeznek a feladatok megoldásához szükséges alapösszefüggések ismeretével.

Hivatkozások

[1] Horváth Á, *Logikai feladatok középiskolásoknak,* ELTE szakdolgozat, 2012.

[2] Szanyi Gy, Kézi Cs, *Matematika alap-, közép- és emelt szinten (Készüljünk a felvételire a „mindennapok" matematikájával),* Debreceni Egyetem, 2018.

A folyamatfejlesztés elveinek és módszereinek gyakorlása középiskolások körében

KOCSIS IMRE

Debrecen Egyetem Műszaki Kar Műszaki Alaptárgyi Tanszék kocsisi@eng.unideb.hu

Abstract. Students in Hungarian secondary schools generally have no realistic picture of what engineers do. In the framework of a project workshops are held in secondary schools to pass knowledge about the world of engineers through games, problem solving, and teamwork. Our aim is to give the students an idea of the broad range of engineering fields and activities. We briefly introduce one element of the programme.

Bevezetés

A Debreceni Egyetem Műszaki Kar Műszaki Alaptárgyi Tanszéken az utóbbi öt évben intenzív munka folyt a középiskolásoknak szánt foglalkozások fejlesztése és alkalmazása terén.

2012-ben hat programelemmel, *„Színek, számok, formák, mozgások – mérnöki szemmel, Játékos betekintés a mérnöki alaptudományokba középiskolások számára”* címmel indult a program, két év alatt 48 foglalkozás valósult meg hat iskolában. Később – *„Kalandozások a mérnöki tudományokban”* címmel – folytatódott a tevékenység, a megtartott foglalkozások száma 60 fölé emelkedett. A középiskolákban való megjelenésen túl egyes programelemek bemutatásra kerültek a Science on Stage keretében és a „Kutatók éjszakája” eseménysorozatban is.

Jelenleg a *„Módszertani kutatások a műszaki fejlesztés és innováció új generációinak képzéséért”* projekt részeként 12 új programelem fejlesztése folyik.

A program kidolgozásának eredeti céljai a következők voltak: megjelenés az iskolákban, az érdeklődés felkeltése a műszaki pályák iránt, pályaorientáció, tájékoztatás műszaki képzésekről, ismereterjesztés. A jelenlegi projekt keretében a munka kiegészül a foglalkozások hatásának tanulmányozásával, a tematika és a módszertan továbbfejlesztésével. Újabb szempont az innováció, a kezdeményezőkészség és a kreativitás fejlesztése, a vállalkozói szemlélet előtérbe helyezése. A foglalkozások jellegzetességei: 10-15 fős csoportok; a napi rutintól eltérő tevékenység; a megszokottól eltérő szemlélet, előadási mód.

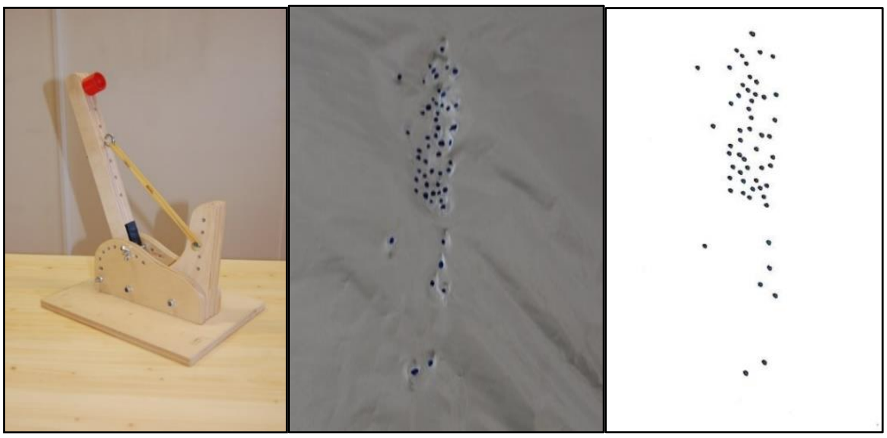
A folyamatfejlesztés foglalkozás

A folyamatfejlesztéssel való foglalkozásnak oktató-nevelő hatása van, odafigyelést, intenzív, gondolkodást, együttműködést, szervezést kíván. A tevékenységekhez a vállalati tréningek adják a mintát, jellemző a játékosság, a csapatmunka, a versengés, az együttműködési kényszer, az új helyzetekre való gyors reagálás. A tapasztalatok szerint a mindennapi folyamatok jobbításának lehetősége ritkán kerül előtérbe, ebből adódóan a fiatalok gondoldásmódjában sajnos kevéssé látszik az ilyen irányú igény.

Az osztályokba olyan témákat kell vinni, melyek könnyen elmagyarázhatók, nem túl bonyolultak, de a tevékenység elég sok lépésből áll ahhoz, hogy a munka hatékony megszervezése ne legyen nagyon egyszerű. Az alábbiakban megemlített három feladattípus megfelelőnek bizonyult egy 2-3 órás foglalkozásra.

A katapult használata

A katapult egy olyan eszköz, melynek egyfajta feladatot tud ellátni (eldobni egy golyót), de nagyon sok beállítási lehetősége van, amitől függ a dobási távolság és a pontosság. Az alkalmazás során számos fejlesztési lehetőség van az optimális beállításon túl: a katapult rögzítési módja (alátét, rögzítő elemek száma), a mérési módszer (a leesés helyének pontos azonosítása). Megadott cél (pl. edénybe való betalálás) elérésén kívül elvégezhető a működés statisztikai elemzése, és verseny is kiírható csapatok közt, aminek különösen nagy motiváló ereje van.



1. ábra: A katapult alkalmazása

Teniszlabdás feladat

A katapulttól nagyon eltérő feladat. Itt nincs speciális eszköz, a résztvevőknek összehangoltam és szervezetten kell mozogni. Az egyik verzióban adott mennyiségű teniszlabdát kell eljuttatni megadott pontból (dobozból) adott távolságra elhelyezett pontra (dobozba) úgy, hogy a feladat végrehajtásában közreműködők mindegyike mindkét kezével hozzáér minden labdához. Ha egy labda leesik, akkor vissza kell juttatni a kiindulási helyre, és újra kell indítani. A feladatot megadott idő alatt kell végrehajtani a legkisebb költséggel. Költség itt a foglalkoztatottak száma.

A csapatnak ki kell dolgoznia azt a módszert, amellyel a legkisebb költséggel tudja megoldani a feladatot. A feladat optimális megoldása az „alkalmazottak" kiválasztását, a személyek térbeli elhelyezkedésének és mozgásának célszerű meghatározását, a labdák legjobb átadási módjának kiválasztását igényli. A döntési mechanizmusban meg kell egyezni.

A másik verzióban adott mennyiségű teniszlabdával kell úgy mozgatni, hogy adott számú közreműködő mindegyike mindkét kezével hozzáérjen mindegyik labdához. A feladatot a lehető legrövidebb idő alatt kell végrehajtani. A csapatnak ki kell dolgoznia azt a módszert, amellyel a leggyorsabb lesz a megoldás.

Mindkét változatot több csapattal érdemes megvalósítani, melyek párhuzamosan fejlesztenek. Így versenyhelyzet alakul ki, ami több motivációt jelenthet. A végrehajtás megfelelőségét (a „minőséget") mindig a másik csapat ellenőrzi. A tevékenység nagyon látványos, egymás hibáit könnyű felismerni, és abból lehet tanulni.

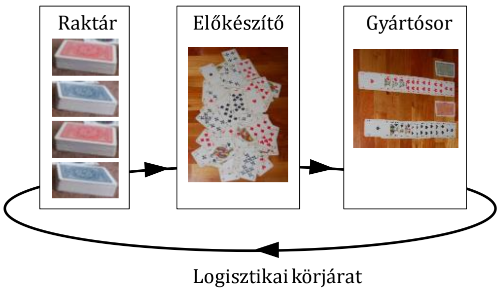
Kártya sorba rakási feladat

A játék az alapanyagok raktárból kiszállítását és a munkaállomások feltöltését modellezi. A csapat feladata, hogy egy vagy több csomag francia kártya összekevert lapjait (alapanyagokat) a megfelelő helyre a megfelelő sorrendben elhelyezzék. Cél: egy szín lapjait sorrendben kell lerakni a lehető legrövidebb idő alatt.

2. ábra: Kártya sorba rakási feladat

Minőségi követelmények lehetnek például: a hátlapoknak meg kell felelni a megadott mintának (piros vagy kék); egy sor hossza nem haladhat meg egy megadott mértéket (cm-ben megadva); a szám feliratoknak teljes egészében látszani kell.

A csapat 4-6 tagból áll, nekik kell megszervezni a hatékony munkavégzést. A feladat kombinálható logisztikai tevékenységgel, egyes személyek ilyenkor a szállítási feladatot végzik a raktárból a válogató helyre, onnan pedig a feltöltés helyére.



3. ábra: Logisztikai körjárat alkalmazása a kártyás feladat esetén

További változtatási lehetőség a mintázat megadása, amikor nem a szokásos sorrendbe kell rakni a lapokat, hanem más előírás szerint. Ez a változtatás modellezi a megváltozott vevői igényeket. A módosítás be lehet vetni a folyamat közben is, amikor feltehetőleg zűrzavart okoz, míg a csapat ki nem fejleszti a változásra reagálás képességét.

A csapat a fejlődés által egyre rugalmasabban tud reagálni a kihívásokra. Ehhez jól definiált működési módszer kell. A csapaton múlik, hogy milyen szerepeket definiál, és azokat hogyan osztja ki.

Tapasztalatok

A tréningeken általában meglepően egyszerű feladatokat kell végrehajtani, egyszerű eszközökkel. Az iskolai osztályokban ez meglepetést és időleges passzivitás okozhat, és felteszik a kérdést, hogy „Mi értelme” van ennek? Bár a korosztályra jellemző a játékok szeretete (számítógépes játékok, sport, TV-s vetélkedők stb.), idő kell magukénak érezzék a feladatot.

Egy vállalati tréningen általában van idő a ráhangolódásra, és sok esetben nem a szokásos környezetben zajlik az esemény. Az osztálytermekben rövid videó-bejátszásokkal be lehet a mutatni a vállalati tréningek hangulatát, segítve ezzel a motiváció kialakulását.

4. ábra: Tréning részletek interneten elérhető videókból

Gondolatban is meg lehet először oldani egyszerűbb feladatokat, hogy meglegyen a feladatmegoldás élménye. Folyamatok hibáinak, szűk keresztmetszeteinek keresése érdekes gondolkodtató feladat lehet a diákok számára. Ezeket az előzetes feladatokat beszélgetés formájában meg lehet oldani. A példák célszerűen a mindennapi életük folyamatai, otthoni, iskolai, szabadidős tevékenységek (házi munka, felkészülés órára, buli, kirándulás szervezése):

- írjátok le a folyamatot,
- hasonlítsátok össze, hogy egymáshoz képest mit csináltok másképpen és miért,
- melyik a jobb megoldás,
- hogy lehetne tovább javítani ezen,

- mi az optimalizált folyamat előnye, pl. időmegtakarítás (több idő jut a kedvenc időtöltésre, pihenésre), fölösleges fáradozások (mászkálás, mozdulatok) megszüntetése, stb.

Ráhangolást rövid (online) tesztekkel is segíthetjük, a példákkal megérthetik a veszteségkeresés módszereit.

A közös gondolkodás és feladatmegoldás fejleszti a felelősségérzetet, a közös ügyek iránt, a feladatban (projektben) való gondolkodás fejleszti az ok-okozati összefüggések felismerésének képességét.

A foglalkozás a tapasztalatok megbeszélésével végződik. Ebben a tanulók értékelik a tevékenységüket, megfogalmazzák a menet közben felvetődött problémákat, az ezekre adott válaszokat. Ebből kiderül a tevékenységekhez való hozzáállásuk, az, hogy a személyiségük egy csapaton belül milyen szerepkörök betöltésére ideális, ami segíti a reális önkép kialakulását is.

Települések energia önellátás meghatározásának módszerei
The methods of determination of settlement's electricity self-sufficiency

KULCSÁR BALÁZS

Debrecen Egyetem, kulcsarb@eng.unideb.hu

Absztrakt. Jelen tanulmány, a települési szinten megvalósított 100%-ig megújuló forrásokra támaszkodó rendszerek módszertanát vizsgálja. A nemzetközi szervezeteken és esettanulmányokon keresztül rendszerezi a teljes megújuló alapú energiaellátáshoz vezető út módszereit.

Abstract. This study analyses the method of those settlement systems, which achieved the 100% renewable energy systems. It categorizes the methods which lead to the all renewable energy supply based system.

Bevezetés

Az egyre bővülő megújuló energiaforrások és azok hasznosítására kidolgozott technológiák felvetik a kérdést, vajon átállítható e az energiatermelés teljesen megújuló alapokra és ha igen, akkor ez milyen területi és időléptékben valósítható meg. Ma már egyre több település, kistérség, régió és ország tűzi ki célul energiaigényének kielégítését 100%-ig megújuló forrásokból. Kérdés azonban, hogy a megvalósult projektek és a kitűzött célokhoz vezető út milyen módon épül fel.

Az energiaigények 100%-ának megújuló forrásból történő fedezése nemzeti szinten már 1975-ben felmerült Dánia esetében (Sørensen, 1975), majd ezt további elméletek (Lovins, 1976) és szoftveres modellek követték világszerte (Lund, 2006). Magyarországon az első számítógépes modellezés az Eötvös Loránd Tudományegyetem (ELTE) Környezet- és Tájföldrajzi Tanszékén készült (Munkácsy, 2011). Az energiaváltás melletti első kormányzati kötelezettségvállalást 1998-ban Izland deklarálta, majd a „Marakesh Vision"-ban teljesedett ki (Marrakech Vision, 2016), ahol több állam vállalta energiarendszerének megújuló alapokra helyezését.

Települési szinten az egyik legkorábbi példa a bajor Wildpoldsried település volt, ahol a német megújuló energia törvény (Erneuerbare-Energie-Gesetz EEG 2000-2017) megszületését követően a település a teljes – villamos energia, hőenergia és közlekedési energia – ellátását megújuló alapokra kívánta helyezni, a helyben elérhető erőforrásokra támaszkodva (Rajgor, 2012). E példát további települések követték a falvaktól a nagyvárosokig (Sierra Club: 100% Commitments in Cities, Counties, & States).

1. Szakmai szervezetek és közösségi kezdeményezések

Számos szervezet működik a világon, amely globális és regionális szinten vizsgálja az energiarendszert, követi a trendeket, prognózisokat és szcenáriókat alkot az energiarendszer jövőbeli alakulásáról, benne a megújuló energiaforrások szerepével: IEA, World Energy Council, IRENA, EREF, EREC, Bloomberg New Energy Finance, Bundesverband Erneuerbare Energie e.V., U.S. EIA. Mindegyikre jellemző, hogy globális, regionális és nemzeti szinten vizsgálja a megújuló energiaforrások előre törését, valamint az energiaváltás megvalósíthatósági esélyeit és a cél elérésének lehetséges időpontjait. Az energiaváltás települési léptékű megvalósításával azonban a hivatalos szervezetek helyett inkább közösségi kezdeményezések és civil szervezetek foglalkoznak, illetve szervezik egységbe:

A Global 100% Renewable Energy egy világszintű platform, amely a 100%-os megújuló energia használatra való áttérést támogatja. Összekapcsolja, és globális hálózatot hoz létre a teljes energiaváltás támogatói között. Vezeti a „Global 100% RE” kampányt és gyűjti, szervezi a nemzeti, regionális és helyi szinten zajló kezdeményezéseket. Közvetítői szerepet játszik az érdekelt felek között, kampányol a politikai döntéshozóknál és esettanulmányokat, jó gyakorlatokat gyűjt a világ minden tájáról. Világszinten 154 települést tömörít (Global 100% RE).

Hasonló célkitűzései vannak a Go 100% Renewable Energy szervezetnek is, amely a 100%-os megújuló energiaforrásokra való átállást támogatja mind a villamos energia, a fűtés és a szállítás terén. Interaktív térképet készít a világ 100%-ban megújuló energiával kapcsolatos projektjeiről (Go 100% Renewable Energy).

Az Egyesült Államokbeli Institute for Local Self-Reliance (ILSR) egy nemzeti kutatási és technikai segítségnyújtási szervezet, amely keretet biztosít azoknak a kezdeményezéseknek, projekteknek, amelyek helyi erőforrásokat használva fenntartható energiapolitikát folytatnak és céljuk a 100%-os megújuló energia átmenet végrehajtása. Kidolgoztak egy osztályozási rendszert, mellyel az Egyesült Államok tagállamait minősítik az energiapolitika, az energiaválasztás szabadsága, a megújulóenergia-termelési helye és aránya alapján (Institute for Local Self-Reliance, ILSR).

Az amerikai Sierra Club – Ready for 100% kezdeményezése, számon tartja az Amerikai Egyesült Államok területén, a már 100%-ban megújuló energiát hasznosító településeket, valamint azokat, ahol kötelezettséget vállaltak ennek teljesítésére céldátummal. Jelenleg 84 ilyen település tartozik a Ready for 100% tagjai közé (Sierra Club – Ready for 100%).

A 100% Erneuerbare-Energie-Regionen egy német fejlesztési projekt (Entwicklungsperspektiven für nachhaltige 100%-Erneuerbare-Energie-Regionen in Deutschland" – 100ee-Regionen), mely összekapcsolja azokat a régiókat és településeket, amelyek közép és hosszútávon teljes mértékben megújuló energiaforrásokat kívánnak alkalmazni mind a három nagy energiaigényű területen. Jelenleg 150 regionális szövetség, megye és település van Németországban, amelyek erre a célra törekednek.

A 100% Renewable Energy Sources Communities az előbbiekhez hasonló szervezet, alapvető célja a megújuló energia hasznosításának népszerűsítése, elsősorban a rurális térségekben. Partnerei többek között a magyar Energiaklub Szakpolitikai Intézet Módszertani Központ is, amely a hazai települések Fentartható és Klíma Akcióterveinek kidolgozásával foglalkozik, valamint a helyi igényekre szabott szakmai tanulmányokat készít, tanácsadást végez (Energiaklub Szakpolitikai Intézet és Módszertani Központ).

A fenti szervezetek, tehát a 100%-os megújuló arány teljesítésének módját nem határozzák meg, a cél a lokális megújulóenergia-források hasznosításával, megújuló forrásból előállított import energia vásárlásával, energiacserével vagy energiakompenzációval, valamint a település területén külső befektetői forrásból létesített nagyerőművekkel is teljesíthető.

2. Módszertani vizsgálatok esettanulmányokon keresztül

A hivatalos energetikai szervezetek, a megújuló energiát támogató civil szervezetek, és a közösségi kezdeményezések sem határoznak meg követendő módszertant az eltérő földrajzi léptékű térségek megújuló energia ellátására vonatkozóan. A módszertan hiányában, a tagok energiaútját, a célkitűzések megvalósítási módszereit tanulmányoztuk és az esettanulmányok alapján módszertani kategóriákat alkottunk. E kategóriákat a legjellemzőbb esettanulmányokon keresztül mutatjuk be ügyelve arra, hogy a lehető legszélesebb településméretből merítsünk példákat. E vizsgálatok alapján az alábbi kategóriákat lehetett azonosítani:

2.1 A helyi szükségleteknek megfelelő mennyiségű, megújuló forrásból származó villamos energia beszerzése regionális forrásból

Az ausztráliai **Canberra**, villamosenergia-igényének 100%-os megújuló forrásból való biztosítását 2020-as céldátummal szándékozik elérni. A város három naperőművet és öt szélfarmot létesíttet, melyeket a Délkelet-Ausztrál régióba telepítenek és a nemzeti energiapiacon belül működnek. Jelenleg a Royalla Solar Farm és a Coonooer Bridge Wind Farm üzemel. A későbbi beépített összteljesítmény eléri a 650 MW-ot. A város a projekteket árveréseken értékesíti, majd 20 évre garantálja a villamosenergia átvételét. Az erőművek Ausztrália partvidékén Brisbane-től Adelaide-ig épülnek meg, amely egy 2500 km hosszú partszakasz, így ez a megoldás nem mondható sem decentralizált sem lokális megújulóenergia-termelésnek (Canberra 100% Renewable).

2.2 Megújuló forrásból származó villamos energia vásárlása, valamint helyi előállítása

Az Egyesült Államokban, a Colorado állambeli **Aspen** 2015-ben érte el, hogy villamosenergia-igényének 100%-a megújuló forrásból származzon. A villamosenergia-termelés alapját a vízenergia alkotja, melynek aránya az energia portfólióban 46%, amit a fejlődés során meghaladt a szélenergia teljesítménye, ami 53%-os arányt képvisel. A fennmaradó 1% napenergiából és depóniagázból származik (Sierra Club, Ready for 100%). A közel 7000 állandó lakosú kisváros a téli síszezonban 50 000 főre duzzad, amely a villamosenergia-igényekben óriási különbséget idéz elő az év eltérő időszakaiban. Ezért a város a megújuló energia szolgáltatóktól mindig csak annyi energiát vásárol, amennyi az aktuális szükséglet, a többi külső értékesítésre kerül (100% Renewables; City os Aspen case study; National Renewable Energy Laboratory's Aspen case study).

A Nevada állambeli **Las Vegas**, 2016 decemberében jelentette be, hogy villamosenergia-igényét 100%-ig megújuló forrásból fedezi. A fenti állítás azonban csak az önkormányzat által működtetett 140 létesítményre vonatkozik. A város, tulajdonában lévő épületekre telepített, naperőművek által termelt villamos energián kívül, a Kaliforniában és Nevadában termelt megújuló energia többletet vásárolja meg. Ezt a villamos energiát olyan erőművek termelik, mint a Nevada és Arizóna határán álló Hoover-gát, a nevadai Nevada Solar One, vagy a kaliforniai Ivanpah Solar Electric Generating System (Popular Mechanics, 2016).

2.3 Helyben előérhető és helyben előállított megújuló energiaforrások hasznosítása az energiaigények 100%-ának biztosítására. Közösségi kezdeményezés és tulajdon (sharing economy)

Aller-Leine-Tal egy Hannovertől északra fekvő, nyolc településeből álló kistérségi megújuló energia szövetség, amely Energy Region Aller-Leine-Tal néven 1996 óta fejlesztette megújuló energia rendszerét. 2013-ban villamosenergia-igényének már 126%-át elégítette ki egy széleskörű megújuló energia mixből. A megújuló energia portfólió 32,6%-át biogáz, 54,9%-át szélenergia, 8,3%-át vízenergia, 4,2%-át pedig napenergia alkotja. A projektekre eddig költött bruttó 303 millió euróból kiépült kapacitások, 2013-ban mintegy 46,4 millió euró bevételt termeltek, ami így hétéves megtérülési időt és fogyasztónként évi 627 eurós bevételt biztosít (Energie Region, Aller-Leine-Tal).

Effelter egy 280 lakosú falu Bajorországban, amely villamos energia fogyasztásának 200%-át, hőszükségletének pedig 100%-át megújuló forrásból, elsősorban biomasszából biztosítja. Az összes erőmű a falu lakosságának tulajdonában van. Az alternatív energiaforrásokra való áttérést 2001-ben indította a település, ahol két 65 kW-os kapcsolt kiserőmű termelte a hő- és villamos energiát. Az energiabiztonság garantálása érdekében télen – igény esetén – készenlétben áll egy 500 kW-os erdészeti és mezőgazdasági mellékterméket feldolgozó hőerőmű is. A hő, távfűtési rendszeren keresztül jut el a település épületeihez. Az alapvetően biomassza/biogáz alapú villamosenergia-termeléshez, az épületekre telepített 160 kW összes beépített teljesítményű naperőmű is hozzájárul (Bioenergiedorf-Effelter, Bajorország, Németország).

Az **Alzey-Land régió** mintegy 24 000 lakossal rendelkezik a németországi Pfalzi-erdőben, mely térség már 2010-ben elérte a 100%-os célt a villamos energia terén. Ezt követően tovább növelte megújuló villamosenergia-termelését, mellyel a szomszédos kevésbé jó adottságokkal rendelkező településeket segíti, export megújuló villamos energiával (Alzey, Rajna-Vidék-Pfalz, Németország).

Alzeytől mintegy 100 km-re fekszik **Bruchsmühlbach-Miesau** településegyüttes, melynek 10 500 fős lakossága energiaközösséget hozott létre a területükön fekvő Miesau Army Depot amerikai fegyverraktárral, melynek hatalmas csarnokainak tetejét napenergia termelésre használja. A településegyüttes jelenleg, villamos energia-igényének 290%-át fedezi megújuló forrásból, amit 200 darab tetőre telepített naperőmű, tíz szélturbinából álló szélfarm és egy biogázüzem állít elő (100ee Erneuerbare Energie Region.)

Az ausztriai **Güssing**, az 1990-es években gazdasági nehézségekkel küzdő település volt Burgenland tartományban, melyre megoldásként, olcsó, megújuló forrásból származó energiával próbálták vonzóvá tenni ipari parkjukat, a potenciális betelepülők előtt. Azóta Güssing, mind a három szektor energiaigényének több mint 100%-át megújuló forrásból biztosítja. A primer energia igényének 1000%-át, míg villamosenergia-igényének 4000%-át állítja elő. Az energiát, elsősorban biomasszából termeli, égetés nélküli technológiával, elgázosítással. Az alapanyagot erdészeti maradványok és mezőgazdasági melléktermékek, települési és ipari hulladékok, valamint szennyvíziszap alkotja. A feldolgozás eredményeként villamos energia, hőenergia (fűtés/hűtés), folyékony üzemanyag és hidrogén keletkezik. A település szükségletein felüli energiát értékesíti (Güssing Renewable Energy).

2.4 Energia kompenzáció

A Dániához tartozó **Samsø-sziget** a villamosenergia-ellátását 100%-ban szélenergiából biztosítja. A szigeten működő sertéstelepen biogázt állítanak elő, melyből hő és villamos energiát generálnak. Így a sziget hőszükségletének 70%-át biogáz, valamint szalmaalapú biomassza, napkollektoros és hőszivattyús távfűtő-rendszerek biztosítják, melyhez a szélerőművek adják az olcsó villamos energiát. A közlekedés energiafogyasztásának szén-dioxid-kibocsátását pedig 100%-ban kompenzálja az offshore szélerőművek villamosenergia-termelése. A dízelüzemű járműveket repceolajjal működtetik, a benzinüzeműeket pedig bioetanollal, továbbá helyben termelt hidrogénnel és villamos energiával hajtott járművek is közlekednek már (Energy Academy, Samsø Island, Dánia).

2.5 Energiacsere a környező településekkel

A 23 500 lakosú dán **Frederikshavn,** a 2006-ban elindított „Energy Camp 06" kísérleti területe, ahol az „Energy City" pilot projektet hajtják végre. A cél, hogy az egész önkormányzat 100%-ig önellátó legyen mind a három energiafelhasználási területen, 2030-ig. Ehhez a tenger hullámenergiáját, szélenergiát, napenergiát, geotermikus energiát és biogázt használnak fel. A kísérleti település kiválasztásánál szempontot jelentett a kedvező fekvés és méret, ami modellként szolgálhatott a megújuló energia technológiák teszteléséhez. Működő villamosenergia és hőerőművei voltak, korábban már kísérleti terepe volt a dán szélerőkutatásnak, valamint nagyon ambiciózus és erős volt a hajlandóság a projektben való részvételre. A célok megvalósítását három fázisra osztották: az elsőben a 2006-ban már elért 20%-os megújuló arányt 2009-re 40%-ra tornázták fel, amit 2015-re 100%-ra növeltek, többek között a környező területekkel folytatott energiacsere révén (Energy City Frederikshavn Municipality, 2006).

2.6 Energiaexport

A németországi Harz-hegységben található, 1000 lakosú **Dardesheim** 2009-re villamosenergia-, hő- és közlekedésienergia-igényének tízszeresét állította elő. Ma már villamosenergia-igényének 4500%-át termeli meg, amit 19 lakossági naperőművel, továbbá 28x2MW, valamint 1x6 MW beépített teljesítményű szélturbinával ér el. A lakossági fűtési rendszer biomassza alapú, az üzemanyag egy részét pedig növényi olajból állítják elő (Dardesheim Renewable Energy Projects, 2012).

Groβbardorf, Bajorország északi részén fekvő 900 fős település, mely 15,5 millió euró értékben fektetett be tetőre, valamint szabadon telepített naperőművekbe, mellyel villamosenergia-igényének 400%-át fedezi. Hőigényének 50%-át pedig kapcsolt üzemű biogáz erőműben állítja elő (FWR Energie Genossenschaft, Groβbardorf). A fenti két település, az általa termelt villamos energia fel nem használt részét a hálózatba táplálja és értékesíti.

3. Következtetések

Az esettanulmányok vizsgálatának eredményeként, hat módszertani típus megkülönböztetése vált lehetővé:

- A helyi szükségleteknek megfelelő mennyiségű, megújuló forrásból származó villamos energia beszerzése regionális forrásból.
- Megújuló forrásból származó villamos energia vásárlása, valamint helyi előállítása.
- Helyben előérhető és helyben előállított megújuló energiaforrások hasznosítása az energiaigények 100%-ának biztosítására. Közösségi kezdeményezés és tulajdon (sharing economy).
- Energia kompenzáció.

- Energiacsere a környező településekkel.
- Energiaexport.

Továbbá az is megállapítható, hogy Európában elsősorban a település szűkebb területén fellelhető megújuló energiaforrásokat hasznosítják, mellyel a decentralizált energiatermelés is teljesül. További jellemző a jelentős közösségi tulajdon és beruházási kezdeményezés.

A tengerentúlon, az Európában alkalmazott lakossági összefogás kevésbé jellemző. A kezdeményező szerep az Egyesült Államok, Kanada és Ausztrália városainak esetében elsősorban a település vezetéséé, illetve az egyéneké és a vállalkozásoké. Az alternatív forrásból származó energia, jelentős része pedig a településen kívüli földrajzi térből származik, olykor több száz kilóméteres távolságból.

Hivatkozások

[1] B. Lovins, *Energy Strategy: The road not taken?* 55 Foreign affairs 65 (1976-1977)

[2] H. Lund, *Large-scale integration of optimal combinations of PV, wind and wawe power into the electricity supply.* In: Renewable energy, Volume 31, Issue 4, April pp. 503-515., 2006, https://doi.org /10.1016/j.renene. 2005.04.008

[3] B. Munkácsy et al, *Erre van előre!: Egy fenntartható energiarendszer keretei Magyarországon Vision 2040 Hungary 1.0.* Szigetszentmiklós: Környezeti Nevelési Hálózat Országos Egyesület, 2011. 155 p. (ISBN: 9789630820240)

[4] G. Rajgor, *Germany grapples with energy plan,* Renewable Energy Focus, Volume 13, Issue 4, pp. 26-29., 2012, https://doi.org/10.1016/S1755-0084(12)70084-4

[5] B. E. Sørensen, *A plan is outlined according to which solar and wind energy would supply Denmark's needs by the year 2050,* Science. 189 (4199) 255-260, 1975., doi: 10.1126/science.189.4199.255

[6] 100% Renewables http://www.go100re.net/

[7] Bloomberg L.P. New Energy Finance http://www.bloomberg.com/search?query=New+Energy+Finance&category=Articles

[8] Energiaklub Szakpolitikai Intézet Módszertani Központ: http://www.energiaklub.hu/

[9] European Renewable Energy Council (EREC): http://www.erec.org/

[10] European Renewable Energies Federation (EREF): http://www.eref-europe.org/

[11] German Renewable Energy Association / Bundesverband Erneuerbare Energie e.V. (BEE) http://www.bee-ev.de/BEE/BEE.php

[12] Go 100% renewable energy http://www.go100percent.org/cms/

[13] Go 100% Renewable Energy, http://www.go100percent.org/cms/index.php?id=19&id=69&tx_ttnews%5Btt_news%5D=339&tx_locator_pi1%5BstartLat%5D=45.93583305&tx_locator_pi1%5BstartLon%5D=-0.97011545&cHash=b9de907b7bdd95a6ebf8638f71fabbb6

[14] Institute for Local Self-reliance (ILSR) https://ilsr.org/community-power-map/

[15] International Energy Agency (IEA) http://www.iea.org/

[16] International Renewable Energy Agency (IRENA) https://www.irena.org/

[17] Marrakech Vision: *World's Most Climate-Vulnerable Countries Aiming For 100 Percent Green Energy*, United Nations Climate Change Conference, Marrakech, Morocco, on 7-18 November 2016.

[18] Sierra Club: *100% Commitments in Cities, Counties, & States, Ready for 100%,* https://www.sierraclub.org/ready-for-100/commitments (Letöltés: 2018.05.15.)

[19] Sierra Club – *Ready for 100%* https://www.sierraclub.org/ready-for-100 (Letöltés: 2018.05.15.)

[20] USA Energiaügyi Információs Hivatal (U.S. Energy Information Administration – EIA) http://www.eia.gov/

[21] Bundesministerium für Wirtschaft und Energie: *Erneuerbare-Energie-Gesetz EEG 2000-2017,* https://www.erneuerbare-energien.de/EE/Redaktion/DE/Dossier/eeg.html?cms_docId=401818 (Letöltés: 2018.05.15.)

[22] 100ee Erneuerbare Energie Region http://www.100-ee.de/startseite/?no_cache=1

[23] Bioenergiedorf-Effelter, Bajorország, Németország, http://bioenergiedorf-effelter.de/

[24] Canberra 100% Renewable, ACT Government, Leading Innovation with 100% Renewable Energy by 2020, https://www.canberratimes.com.au/national/act/act-commits-to-100-per-cent-renewable-energy-target-by-2020-simon-corbell-20160428-goh1l9.html

[25] *City os Aspen case study*, Renewables 100 Policy Institute's Go 100% website

[26] *Dardesheim Renewable Energy Projects* (2012), Dardesheim, Szász-Anhalt, Németország, http://www.wind-works.org/cms/index.php?id=38&tx_ttnews%5Btt_news%5D=189&cHash=75a1d9b4e049d653d9675663850eefce

[27] Energy Academy/*Energy Program, Samsø*, Denmark, https://energiakademiet.dk

[28] *Energy City Frederikshavn Municipality*, 2006, http://energycity.dk/

[29] *Energy Region Aller-Leine-Tal*, Alsó-Szászország, Németország, http://www.rethem.de/wDeutsch/RATHAUS/Energieregion/DownloadsEnergieRegion/Vortrag_RotaryJugendCamp.pdf

[30] *FWR Energie Genossenschaft, Großbardorf*, Bajorország, Németország, http://www.grossbardorf.rhoen-saale.net/Gemeinschaftsprojekte/FWR-Energie-Genossenschaft

[31] *Güssing Renewable Energy*, www.gussingrenewable.com

[32] *National Renewable Energy Laboratory's Aspen case study*

[33] Popular Mechanics, 2016, http://www.popularmechanics.com/science/energy/a24372/las-vegas-renewable-energy/

Köszönetnyilvánítás

A publikáció elkészítését az EFOP-3.6.1-16-2016-00022 számú projekt támogatta. A projekt az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósult meg.

A rúd és a héj fogalmának bevezetése a három-dimenziós euklideszi tér merev és deformálható kiegészítő alterekre bontásának segítségével

LÁMER GÉZA

Debrecen Egyetem, glamer@eng.unideb.hu

Abstract. In the paper we show the possibility of introduction of rod's and shell's theory using partitioning the three-dimensional Euclidean space for complementary rigid and deformable subspace.

Kulcsszavak. rúd- és héjelmélet, Bernoulli–Navier-hipotézis, Kirchhoff–Love-hipotézis, merev és deformálható kiegészítő alterek, merev test és merev keresztmetszet analógia, merev test és merev vastagság analógia

Bevezetés

Az anyagi pont mechanikai viselkedését az anyagi pontra ható erővel és az anyagi pont eltolódásával (pályagörbéjével) jellemezzük. A merev test mechanikai viselkedését a merev testre ható erővel és nyomatékkal, valamint a merev test egy referenciapontjának eltolódásával (pályagörbéjével) és a merev testnek a referenciapontja körüli elfordulásával jellemezzük. A deformálható szilárd test mechanikai viselkedését alapvetően a test alakjának megváltozásával, valamint a testben belül ébredő belső erőkkel (feszültségekkel) jellemezzük. Az alak megváltozásának, illetve a feszültség bevezetéséhez ugyan alkalmazzuk mind az eltolódásnak, mind az erőnek a fogalmát, de mind az eltolódást, mind a belső erőt nem a test referenciapontjához, hanem a test minden pontjához hozzárendeljük. Egyúttal olyan jelenséget vizsgálunk – az alak megváltozása –, amelyet eddig figyelmen kívül hagytunk.

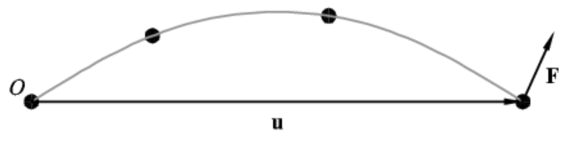
Két egyedi test – a karcsú rúd és vékony héj – esetében kijelölhető a testnek egy-egy „elemi" része – rúd esetén a rúdtengelyre merőleges két, egymáshoz közelfekvő keresztmetszet által kimetszett elemi rúdszelet, héj esetén a héj középfelületére merőleges két-két, egymáshoz közelfekvő és egymásra is merőleges metsző felület által kimetszett elemi héjszelet –, amely a test egészéhez képest kicsinynek tekinthető. Ezért feltételezhető, hogy a test elemi részének viselkedése első közelítésben, csakúgy, mint egy test egészének esetében, merev testként modellezhető. Ez lehetővé teszi egyrészt, hogy a rúd és a héj viselkedését merev keresztmetszetek és a merev vastagságok együtteseként írjuk le, másrészt, hogy a keresztmetszet és a vastagság kinematikai és dinamikai jellemzését a merev test viselkedésének analógiájára határozzuk meg. A valós mechanikai viselkedés leírásához hozzá kell tenni, hogy a rúd tengelye és a héj középfelülete megváltoztatja az alakját. Ez a közelítés sugallja, hogy az Euklideszi teret bontsuk fel egy merev és egy deformálható (kiegészítő) altérre.

A modellalkotásban a merev altérben felhasználható a merev test analógiája, a (kiegészítő) deformálható altérben a deformálódás jellemzésére a folytonosság fogalmát, és az ahhoz kapcsolódó matematikai apparátust kell alkalmazni. Ez utóbbi az oka annak, hogy a folytonos (és topológiailag rendezett) ponthalmazokon értelmezett testek mechanikai viselkedését leíró összefüggések (alakváltozások, egyensúlyi, illetve mozgásegyenletek) parciális differenciális kifejezésekkel, illetve parciális differenciálegyenletekre vonatkozó (kezdetiérték- és) peremérték-feladatok formájában írhatók fel.

A mechanika alapfogalmait általában az anyagi pont és a merev test mozgásának vizsgálata során sajátítjuk el. A deformálható szilárd testek mechanikai viselkedését elsősorban nem a test helyváltoztató mozgása, hanem a test alakjának megváltozása jellemzi. Ez utóbbi lényegében eltérő mechanikai jelenség, mivel az anyagi pont térbeliségétől egyszerűen eltekintünk, a merev test esetén annak méreteit változatlannak tekintjük. Az alak megváltozását a testben kijelölhető görbék hosszának és a görbék által bezárt szögek megváltozásával jellemezhetjük. A deformálható szilárd test alakjának megváltozása független a test egészének mozgásától, ezért úgy tekinthetjük, hogy a test alakjának megváltozását kiváltó (külső) erők egyensúlyban vannak. A test egyes modelljeinek mechanikai jellemzése az alábbiakban foglalható össze.

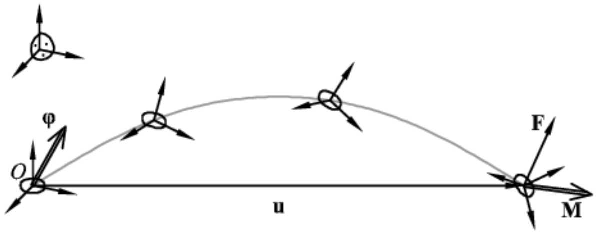
1. Anyagi pont, merev test, deformálható szilárd test

Az anyagi pont mechanikai viselkedését az anyagi pontra ható erővel és az anyagi pont eltolódásával (pályagörbéjével) jellemezzük. A modellben azt a tényt, hogy egy háromdimenziós testet vizsgálunk, egyszerűen figyelmen kívül hagyjuk: sem a testnek a referencia pont körüli forgását, sem a test alakjának megváltozását nem vesszük figyelembe. Ezzel összhangban a testre ható erőknek külön-külön a testre gyakorolt hatását, valamint a test referencia pontjára vett nyomatékainak létezését figyelmen kívül hagyjuk, és csak a referenciapontban vett eredő erőt vesszük figyelembe (lásd az 1. ábrát).



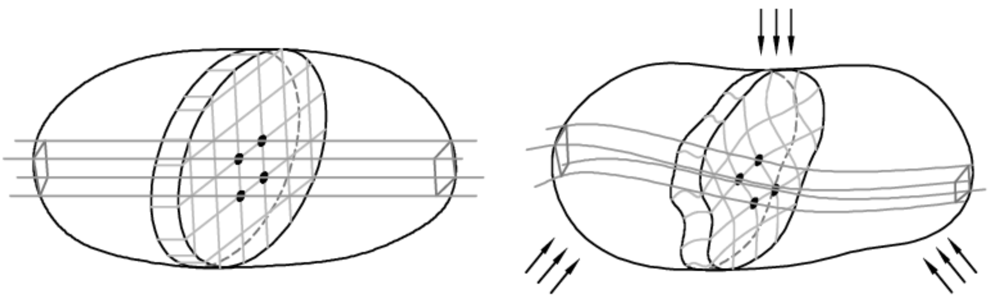
1. ábra. Az anyagi pont mechanikai jellemzése

A merev test mechanikai viselkedését a merev testre ható erővel és nyomatékkal, valamint a merev test egy referenciapontjának eltolódásával (pályagörbéjével) és a merev testnek a referenciapontja körüli elfordulásával jellemezzük. A modellben azt a tényt, hogy egy háromdimenziós test a rá ható erők hatása alatt méreteit és alakját megváltoztatja, egyszerűen figyelmen kívül hagyjuk: a testnek a referencia pont körüli forgását figyelembe vesszük, de a test alakjának megváltozását nem vesszük figyelembe. Ezzel összhangban a testre ható erőknek a test referencia pontjára vett nyomatékainak létezését figyelembe vesszük, de az erőknek külön-külön a testre gyakorolt hatását figyelmen kívül hagyjuk, következésképpen az erőknek a referenciapontban vett eredő erejét és eredő nyomatékát vesszük figyelembe (lásd a 2. ábrát).



2. ábra. A merev test mechanikai jellemzése

A deformálható szilárd test mechanikai viselkedését három szempont szerint jellemezzük: 1.) a deformálható szilárd test megváltoztatja az alakját (lásd a 3. ábrát), 2. a deformálható szilárd testben belső erők (feszültségek) ébrednek, 3.) a különböző anyagból álló deformálható szilárd test alakjának megváltozása függ az anyag fajtájától. Az anyagi viselkedés, a teljesség igénye nélkül, lehet rugalmas, képlékeny, viszkózus. A modellben azt a tényt helyezzük előtérbe, hogy a háromdimenziós test a rá ható erők hatása alatt méreteit és alakját megváltoztatja. Ezzel összhangban nem a testre ható erőknek a test referencia pontjára vett eredő erejét és nyomatékát vesszük figyelembe (hiszen a test egészének mozgását nem vizsgáljuk), hanem az egyes erőknek a testre gyakorolt hatását követjük nyomon a testen belül, pontról pontra.



3. ábra. A deformálható szilárd test kinematikai jellemzése.
A pálcaszerű és a szeletszerű test értelmezése

Általánosságban a testben kijelölhető tetszőleges görbék és felületek a külső erők hatása alatt megváltoznak: a görbék és felületek „deformációja” (értsd: leképezése) nem merevtestszerű, hanem a hosszak és a görbületek megváltozásával jár együtt; ugyanakkor ez a változás, azaz a leképezés, folytonos. Mindemellett az egyes görbék egy-egy kisebb szakaszának, vagy a felületek egy-egy kisebb felületidomának leképezése közelíthető merevtestszerű leképezéssel. (Példaként gondoljunk a függvény érintőjének és a függvény alatti területnek a szemléletes közelítő meghatározásra.) Világos, hogy ez csak közelítés lehet, a pontos leíráshoz a közelítést végtelenül kicsiny szakaszra, illetve felületidomra kell „kiterjeszteni”, azaz határátmenetet kell végrehajtani. (A nyilvánvaló analógia a differenciál- és integrálszámításban alkalmazott határátmenet.) A háromdimenziós test esetében rendszerint élünk is ezzel a módszerrel; lásd a deformálható szilárd testekre vonatkozó rugalmasságtant, képlékenységtant, vagy a kontinuummechanikát [2,16,17].

A 3. ábrán a deformálható szilárd testben kijelöltünk két résztartományt: egyiket pálcaszerűnek, a másikat szeletszerűnek ábrázoltuk. A kijelöléshez az első esetben négy, egy-egy (azonos) koordinátavonalban metsződő koordinátafelületet, a második esetben két, ugyanahhoz a két koordinátához tartozó koordinátafelületet alkalmaztunk. A négy koordinátafelülettel értelmezett pálcaszerű test esetében a koordinátafelületek metszésvonalaihoz tartozó koordinátát kitüntetett koordinátának, a másik két koordinátát eliminált koordinátának nevezzük. (Az elnevezés értelmét az adja, hogy a rúdelméletben a rúdtengelyen értelmezett változó szerepel, a keresztmetszetben értelmezett másik kettő nem [4,7,9,11].) A négy koordinátafelülettel értelmezett pálcaszerű testnek értelmezzük a hosszát és a keresztmetszetét. A pálcaszerű test hossza a kitüntetett koordinátavonalakból az eredeti test pereme által kimetszett görbeszakaszok hossza közül a legnagyobb. A pálcaszerű test keresztmetszete a kitüntetett koordinátavonal egyes pontjain áthaladó (az eliminált koordinátákat tartalmazó) koordinátafelületből a négy koordinátafelülettel kimetszett felületidoma. A pálcaszerű testet akkor fogjuk, mechanikai technikus terminus szerint, rúdszerűnek, vagy matematikai szempontból vonalszerűnek nevezni, ha a pálcaszerű test bármely keresztmetszetének átmérője elenyészően kicsiny a test hosszához viszonyítva. A két koordinátafelülettel értelmezett test esetében, hasonló módon a rúd esetéhez, a koordinátafelületekhez tartozó koordinátákat kitüntetett koordinátáknak, a harmadik koordinátát eliminált koordinátának nevezzük (lásd uo.). A két koordinátafelülettel értelmezett szeletszerű testnek értelmezzük a hosszát és a szélességét, valamint a vastagságát (amit az egyöntetű nyelvhasználat okán helyenként kereszt-metszetnek is fogunk nevezni). A szeletszerű test vastagsága az eliminált koordinátavonalakból a két koordinátafelülettel kimetszett görbeszakaszok hossza közül a legnagyobb. A vastagságokat felező koordinátafelületet a szeletszerű test középfelületének nevezzük. A középfelületből az eredeti test pereme által kimetszett felületidom a szeletszerű test középfelületidoma (középlapja). A közép-felületidom átmérőjét tekintjük a szeletszerű test hosszának, a másodlagos átmérőjét szélességének. A szeletszerű testet akkor fogjuk, mechanikai technikus terminus szerint, héjszerűnek, vagy matematikai szempontból felületszerűnek nevezni, ha a szeletszerű test vastagsága elenyészően kicsiny a test hosszához és szélességéhez viszonyítva.

Az „elenyészően kicsiny” méretek értelmezése egy-egy testen belül sugallja annak a lehetőségét, hogy az „elenyészően kicsiny” méretű geometriai alakzat a test deformációja során nem, vagy csak elenyésző (értsd: elhanyagolható) mértékben változik. Azaz, szemléletesen a 3. ábrára hivatkozva, a rúdszerű test keresztmetszetei nem deformálódnak, azok merev síkidomként képeződnek le, míg a keresztmetszeten áthaladó egyes kitüntetett koordinátavonalak (a merevtestszerű keresztmetszet korlátozó hatása mellett) meggörbülnek, torzulnak és megnyúlnak. Ehhez hasonlatosan, ismét szemléletesen a 3. ábrára hivatkozva, a héjszerű test keresztmetszetei (értsd: vastagságai) nem deformálódnak, azok merev szakaszokként képeződnek le, míg a keresztmetszeten áthaladó egyes kitüntetett koordinátavonalak alkotta koordinátafelületek (a merevtestszerű keresztmetszet korlátozó hatása mellett) meggörbülnek, torzulnak és megnyúlnak. Az így értelmezett testek tekinthetőek félig merev és félig deformálható testnek, másképpen fogalmazva az Euklideszi tér egy-egy egyedi alakú teste esetében szemléletesen értelmeztük a háromdimenziós Euklideszi tér felbontását merev és deformálható kiegészítő alterekre.

A fentiek alapján lehetőség nyílik arra, hogy a rúdszerű és héjszerű testek mechanikai jellemzése során felhasználjuk a merev testet jellemző mechanikai viselkedést. Nevezeten, hogy a keresztmetszetek eltolódnak és elfordulnak, de nem deformálódnak, valamint, hogy egy-egy keresztmetszetben annak referenciapontjához csak (eredő) erőt és (eredő) nyomatékot rendeljünk. Ugyanakkor a rúdszerű test keresztmetszetét fizikai testként két metsző sík közé eső szeletként értelmezzük, tehát a keresztmetszet két „oldal”-ához kell egy-egy belső erőt rendelni. Hasonlatosan ehhez a héjszerű test keresztmetszetét fizikai testként két-két metsző sík közé eső kettős szeletként értelmezzük, tehát a „keresztmetszet” négy „oldal”-ához kell egy-egy belső erőt rendelni.

A háromdimenziós Euklideszi tér felbontása merev és deformálható kiegészítő alterekre egyrészt lehetővé teszi, hogy a merev test mechanikájának alapfogalmait alkalmazzuk a merev altérre, másrészt szükségessé teszi, hogy kiterjesztjük a merev test mechanikájának fogalmait a deformálódó altérre. A felbontás azt is lehetővé teszi, hogy rúdszerű test esetében egy, héjszerű test esetében két változóban kelljen a kiterjesztést végrehajtani, és ne rögtön mindhárom változóban.

A rúd és héj mechanikai viselkedésének modellezése a háromdimenziós Euklideszi tér merev és deformálható kiegészítő alterekre bontása segítségével az alábbi lépésekből áll össze.

- Az egyedi geometriai testek (rúd és héj) értelmezése
- A rudak és héjak egyedi mechanikai viselkedésének értelmezése (a keresztmetszetek leképezésének és keresztmetszetben ébredő erők eloszlásának korlátozása; az eliminált koordináták szerint rögzített eloszlások meghatározása)
- A rudak és héjak egyedi mechanikai viselkedésének leírása (a keresztmetszetek egymáshoz viszonyított eltérő leképezését, és az egyes keresztmetszetben eltérő belső erők ébredését leíró összefüggések meghatározása; a kitüntetett koordináták szerinti változásokra vonatkozó egyenletek felállítása)
- A rudak és héjak egyedi mechanikai viselkedése leírása matematikai feltételének, a felállított elmélet alkalmazása korlátainak meghatározása

Jelen tanulmányban az első két pontot tekintjük át, és rámutatunk arra, hogy milyen matematikai apparátus alkalmazása szükséges ahhoz, hogy a harmadik pontot végre lehessen hajtani, de magukat az összefüggéseket már nem vezetjük le. A továbbiakban áttekintjük a negyedik pont főbb feltételeit. Végezetül kitérünk arra, hogy a háromdimenziós Euklideszi tér merev és deformálható kiegészítő alterekre bontása nem „általánosítható” tovább tér–pont felbontásra, azaz a háromdimenziós test esetében a merevtestszerű modell a tér null-méretű alterére nem alkalmazható.

2. A rúd és héj, mint egyedi geometriai test

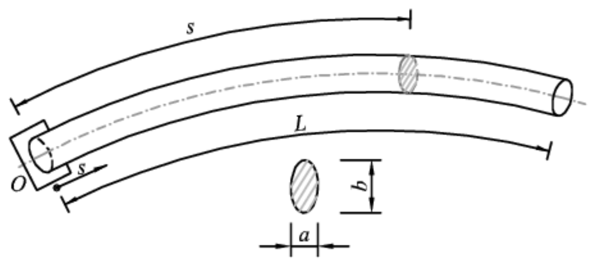
2.1. A rúd, mint vonalszerű geometriai forma (test)

Egy $\Omega(s,q^1,q^2)$ testet akkor tekintünk vonalszerű (rúdszerű) geometriai testnek, ha fennáll az alábbi két feltétel.

1. A test tekinthető, mint egy görbére felfűzött síkidomok összessége.
2. A test síkidomainak befoglaló méretei a test hosszához képest elhanyagolhatóak.

A fenti két feltétel matematikailag az alábbi módon fogalmazható meg. A test előállítható az s koordinátavonalon megadott $L = [s^1,s^2]$ görbeszakasz és az s koordinátától sima módon függő $K(s)$ síkidomok (keresztmetszetek) direkt szorzataként: $\Omega = L\times K(s)$ (lásd a 4. ábrát). A geometriai forma fenti értelmezésében az L a rúd tengelyét, egyúttal a rúd hosszát (is) jelöli; a $K(s)$ síkidomok a keresztmetszetek, amelyek befoglaló méreteit, illetve átmérőjét és másodlagos átmérőjét $a(s)$, illetve $b(s)$, ezek legnagyobb értékeit a, illetve b jelöli (lásd a 4. ábrát). Ennek megfelelően, ha << jelöli (balról jobbra olvasva) a nagyságrendben kisebb összefüggést, akkor fennáll az a, b << L összefüggés.

A vonalszerű test értelmezéséhez hozzá tartozik a test részletes vizsgálata. Például a vonalszerű testek osztályozása a tengelye alapján (egyenes, síkgörbe, térgörbe), a keresztmetszete alapján (síkidom-felületidom, változó-állandó, egyszeresen-többszörösen összefüggő, alakja «Δ, □, ○, I, U, *L* stb.», összetettsége és az a és b egymáshoz viszonyított nagyságrendje szerint), a tengely és a keresztmetszet illeszkedése alapján (szög, döféspont, a síkidom tehetetlenségi főirányainak és a görbe normálvektorai egymáshoz viszonyított elrendezése szerint). Ennek ismertetésétől eltekintünk.



4. ábra. A vonalszerű geometriai forma (test) értelmezése

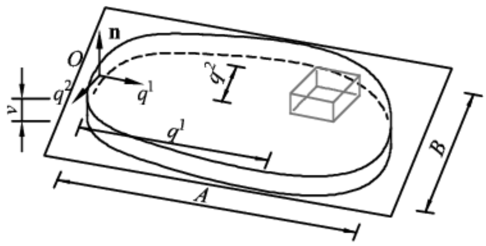
2.2. A héj, mint felületszerű geometriai forma (test)

Egy $\Omega(q^1,q^2,s)$ testet akkor tekintünk felületszerű (héjszerű) geometriai testnek, ha fennáll az alábbi két feltétel.

1. A test tekinthető, mint egy felületidomra felfűzött egyenes szakaszok összessége.
2. A test vastagsága a felületidom hosszához és szélességéhez képest elhanyagolható.

A fenti két feltétel matematikailag az alábbi módon fogalmazható meg. A test előállítható a q^1 és q^2 koordinátafelületen megadott $K[q^1,q^2]$ felületidom és az s koordinátavonalon megadott, a q^1 és q^2 koordinátáktól sima módon függő $v = [s_1(q^1,q^2),s_2(q^1,q^2)]$ egyenes szakaszok (vastagságok ≡ keresztmetszetek) direkt szorzataként: $\Omega = K\times v(q^1,q^2)$ (lásd az 5. ábrát). A geometriai forma fenti értelmezésében a K ($s = 0$) a héj középfelületét, egyúttal a héj középfelületén a héjból kimetszett felületidomot (is) jelöli; a K középfelületen a test pereme által kimetszett felületidom befoglaló méreteit, illetve átmérőjét és másodlagos átmérőjét, mint a felületidom és egyúttal a felületszerű test szélességet és hosszát A, illetve B jelöli (lásd az 5. ábrát). Ennek megfelelően fennáll a $v << A$, B összefüggés.

A felületszerű test értelmezéséhez hozzá tartozik a test részletes vizsgálata. Például a felületszerű testek osztályozása a középfelülete alapján (sík, egyszer, illetve kétszer görbült felület, egyszeresen-többszörösen összefüggő, alakja «Δ, □, ○ stb.» és az A és B egymáshoz viszonyított nagyságrendje szerint), a keresztmetszete alapján (egyenes-görbe, változó-állandó), a középfelület és a keresztmetszet illeszkedése alapján (szög). Ennek ismertetésétől eltekintünk.



5. ábra. A felületszerű geometriai forma (test) értelmezése

3. A rúd és héj mechanikai viselkedésének bevezetése a merev alterek – keresztmetszet és vastagság – segítségével

3.1. A háromdimenziós Euklideszi tér mechanikai viselkedésének felbontása a tér merev és deformálható kiegészítő alterekre bontása segítségével

A háromdimenziós Euklideszi tér felbontása merev és deformálható kiegészítő alterekre maga után vonja azt is, hogy felbontjuk a háromdimenziós Euklideszi tér mechanikai viselkedését merev és deformálható kiegészítő alterek viselkedésére. A felbontás alapgondolata, hogy van egy deformálható altér (görbe, vagy felület) és van egy merev, vagyis nem deformálható altér (síkidom, illetve egyenes szakasz).

A vonalszerű test esetében az alábbi deformációk lehetségesek. A test tengelye, mint görbe

- nyúlik,
- változik a görbülete

– változik a torziója.

A vonalszerű test esetében az alábbi deformációk nem lehetségesek. A test tengelyének, mint görbének, és a test keresztmetszetének, mint síkidomnak

– nem változik az illeszkedési szöge, továbbá

a test keresztmetszetének, mint síkidomnak

– nem változik az alakja (a saját síkjában nem deformálódik, azaz nem kontrahálódik),
– nem változik az altér görbülete (a saját síkjából nem deformálódik, továbbra is sík marad, azaz nem hajlik meg és nem öblösödik ki).

A fenti kinematika jellemzéssel összhangban a vonalszerű test esetében az alábbi belső erők értelmezhetőek. A test tengelyének deformációja kapcsán

– a nyúláshoz normálerőt,
– a görbületváltozáshoz hajlító nyomatékot,
– a torzióváltozáshoz csavaró nyomatékot

rendelünk.

A test tengelye, mint görbe, és a test keresztmetszete, mint síkidom

– illeszkedési szögének változatlansága okán hajlítási nyíróerőt

nem értelmezzük.

Megjegyzések. 1. Az egyensúly miatt értelmezünk hajlítási nyíróerőt, de nem kötjük a rúd (nyírási) alakváltozásához. 2. Két független szög értelmezhető, ezért két független hajlítási nyíróerőt kell értelmezni. 3. A nyírási alakváltozás miatt nem csak az illeszkedés szöge változik, hanem a keresztmetszet kilép a saját síkjából; „öblösödik”.

A test keresztmetszetének, mint síkidomnak a saját síkja deformációjának hiánya miatt

– a keresztmetszet síkjában ébredő kétirányú normálerőt és csúsztató erőt

nem értelmezzük.

A test keresztmetszetének, mint síkidomnak a saját síkjából kitérő deformációjának (görbülés és öblösödés) hiánya miatt

– a keresztmetszetet hajlító nyomatékot és a hozzá tartozó hajlítási nyíróerőket

nem értelmezzük.

A felületszerű test esetében az alábbi deformációk lehetségesek. A test középfelülete, mint felület

– nyúlik és nyíródik a saját „síkjában” (érintő terében),
– változik a görbülete (görbületi tenzora).

A felületszerű test esetében az alábbi deformációk nem lehetségesek. A test középfelületének, mint felületnek, és a test vastagságának, mint (egyenes) szakasznak

– nem változik az illeszkedési szöge, továbbá

a test vastagságának, mint (egyenes) szakasznak

– nem változik a hossza (a saját egyenesében nem deformálódik, azaz nem kontrahálódik),

- nem változik az altér görbülete (a saját egyeneséből nem deformálódik, továbbra is egyenes marad, azaz nem hajlik meg, nem öblösödik ki, és nem csavarodik el).

A fenti kinematika jellemzéssel összhangban a felületszerű test esetében az alábbi belső erők értelmezhetőek. A test középfelületének deformációja kapcsán
- a nyúláshoz és a nyíródáshoz a saját „síkjában” feszítő erőket (membránerőket),
- a görbületváltozáshoz hajlító és csavaró nyomatékokat

rendelünk.

A test középfelülete, mint felület, és a test vastagsága, mint (egyenes) szakasz
- illeszkedési szögének változatlansága okán hajlítási nyíróerőt

nem értelmezzük.

Megjegyzések. 1. Az egyensúly miatt értelmezünk hajlítási nyíróerőt, de nem kötjük a héj (nyírási) alakváltozásához. 2. Két független szög értelmezhető, ezért két független hajlítási nyíróerőt kell értelmezni. 3. A nyírási alakváltozás miatt nem csak az illeszkedés szöge változik, hanem a vastagság kilép a saját egyeneséből; „öblösödik”.

A test vastagságának, mint (egyenes) szakasznak a saját egyenese deformációjának hiánya miatt
- a vastagság irányába eső normálerőt

nem értelmezzük.

A test vastagságának, mint (egyenes) szakasznak a saját egyeneséből kitérő deformációjának (görbülés, öblösödés és elfordulás) hiánya miatt
- a vastagságot hajlító nyomatékokat, az ahhoz tartó hajítási nyíróerőket, valamint a vastagságot (a normál egyenes körül elfordító) csavaró nyomatékot

nem értelmezzük.

	s	q^1, q^2
s	Normálerő Kétirányú hajlító nyomaték Csavaró nyomaték Kettősnyomaték (bimoment)	Hajlítási nyíróerő a keresztmetszetben
q^1, q^2	Hajlítási nyíróerő a keresztmetszetben	Keresztmeszet síkján belüli két normálerő és csúsztató erő (kontrakció)

6. ábra. A rúdszerű testben ébredő belső erők

	s	q^1, q^2
s	Vastagság egyenesén belüli normálerő (kontrakció)	Hajlítási nyíróerő a vastagságban
q^1, q^2	Hajlítási nyíróerő a vastagságban	Kétirányú normálerő és csúsztató erő (membránerő) Kétirányú hajlító nyomaték és csavaró nyomaték

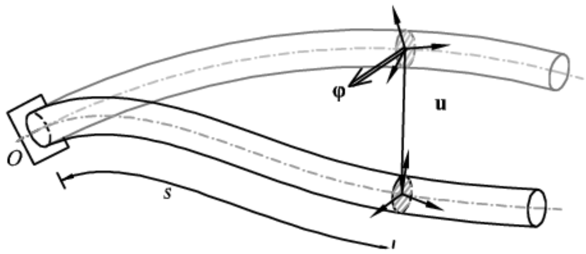
7. ábra. A héjszerű testben ébredő belső erők

A két táblázat alapján leolvasható, hogy a kétféle modell – rúd és héj – egymás duálisai.

Megjegyzések. 1. A vonalszerű és felületszerű test akkor lesz rúd, illetve héj, amikor értelmezzük az alakváltozását és a belső erőket. 2. Az értelmezett alakváltozások és belső erők függvényében két nagyobb csoportot különböztetünk meg: húzott-nyomott szerkezet (nyomott ív, tárcsa és membránhéj), valamint hajlított szerkezet (hajlított rúd, lemez és héj). 3. A kinematikailag határozatlan testek esetében kötélről és ponyváról beszélünk.

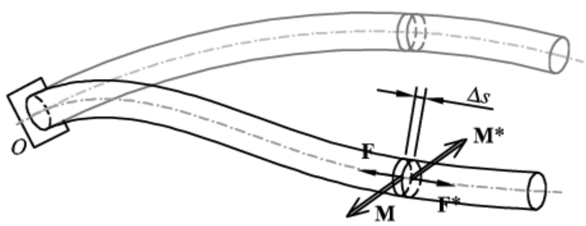
3.2. A rúd viselkedésének modellezése merev altér – keresztmetszet – fogalmának segítségével

A merev altér a keresztmetszet merevtestszerű eltolódását és elfordulását teszi lehetővé; az illeszkedés szöge változatlan (lásd a 8. ábrát).



8. ábra. A rúd kinematikai jellemzése

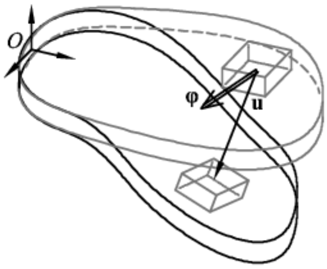
A merev altér a keresztmetszet „két oldalán” egy-egy eredő erő és egy-egy eredő nyomaték értelmezést teszi lehetővé (lásd a 9. ábrát).



9. ábra. A rúd dinamikai jellemzése

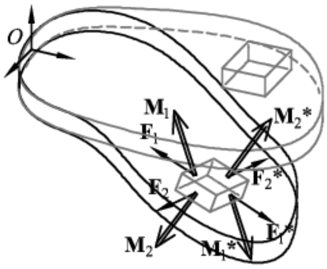
3.3. A héj viselkedésének modellezése merev vastagság fogalmának segítségével

A merev altér a vastagság merevtestszerű eltolódását és elfordulását teszi lehetővé; az illeszkedés szöge változatlan (lásd a 10. ábrát).



10. ábra. A héj kinematikai jellemzése

A merev altér a vastagság „négy oldalán” egy-egy eredő erő és egy-egy eredő nyomaték értelmezést teszi lehetővé (lásd a 11. ábrát).



11. ábra. A héj dinamikai jellemzése

3.4. Megjegyzések

A vonalszerű és felületszerű test viselkedésének leírására bevezetett közelítő modell a merev keresztmetszet és merev vastagság fogalmán, valamint a tengelyhez, illetve a középfelülethez való rögzített illeszkedési szög fogalmán, mint feltételeken – hipotéziseken – alapul. A valóságban mind a rúd keresztmetszete, mind a héj vastagsága deformálódik mind a saját alterében, mind abból kitérően (mint alacsonyabb dimenziójú altér a beágyazó térben), valamint a keresztmetszet illeszkedése a tengelyhez, illetve a középfelülethez változik. A két (analóg) feltevésrendszert általában (geometriai) hipotézisnek nevezik. A rúd esetében Bernoulli–Navier-hipotézisről (LOVE [16], ANTMANN [1]), lemez esetén Kirchhoff-hipotézisről, míg héjak esetén Love-hipotézisről (LOVE [16], NAGHDI [20]) szokás beszélni. Ezekkel a hipotézisekkel felépített rúd- és héjelméleteket szokás klasszikus rúd- és héjelméleteknek nevezni.

A rúd- és héjelméletek „általánosítás”-ának alapja, hogy a merevtestszerű viselkedés egyes „komponenseit” nem zárjuk ki, hanem figyelembe vesszük. Az egyes „komponensek” az alábbiak (lásd pl. LÁMER [4,7,9,11], illetve NIORDSON [21]).

1. A merev és a deformálódó alterek illeszkedése: a keresztmetszet, illetve a vastagság illeszkedésének változása a tengelyhez, illetve a középfelülethez: nyírt rúd- és héj-elméletek.
2. A „merev” altér deformációja a kiegészítő altérben: a keresztmetszet öblösödése, illetve a vastagság görbülése: az öblösödő rudak és deformálódó vastagságú héjelméletek. Ide tartozik a Vlaszov-féle vékonyfalú rudak elemélete (lásd pl. VLASZOV [22], LUZSIN [18],

MUTTNYÁNSZKY [19]), vagy a rudak vizsgálata csavarási alakváltozás figyelembevételével (lásd pl. CHOLNOKY [2]).
3. A „merev” altér deformációja a saját alterében: a keresztmetszet, illetve a vastagság deformációja a saját síkjában, illetve vonalában: a kontrahálódó rúd- és héjelméletek (lásd pl. NIORDSON [21]).

Ezen kívül létez(het)nek ezek kombinációi.

A sík keresztmetszetek hipotézise mellett, más hipotéziseket is alkalmazhatunk, például az erősen görbült alakú testek esetén a síkidom keresztmetszetének adott hatványkitevő szerinti görbülésének hipotézise (lásd pl. MUTTNYÁNSZKY [19]).

A geometriai formák, szerkezet és numerikus módszer, illetve az „elmélet” (értsd: rúd- és héjelmélet) közötti kapcsolatokat lásd pl. LÁMER [6].

3.5. Áttekintés a modellezés további lépéseiről

A modellezés további lépései az alábbiak (lásd pl. LÁMER [4,7,9,11]).

1. Olyan koordinátarendszert kell választani, amely „automatikusan” biztosítja, hogy a rúd keresztmetszetei, illetve a héj vastagságai ne deformálódjanak. Ehhez a rúd tengelyére, illetve a héj középfelületére felépített koordinátarendszert kell alkalmazni.
2. A belső erők egyensúlyára vonatkozóan fel kell használni, hogy a két, egymáshoz „végtelenül közel fekvő” keresztmetszetben ébredő erők között a folytonosság okán kapcsolat található. A kapcsolat nem más, mint a Taylor-sor.
3. A rúd palástján, illetve a héj alsó és felső felületén (ezek az eliminált felületek) ható erőket a rúd tengelyére, illetve a héj középfelületére kell áthelyezni (ott, mint eredő erőt és eredő nyomatékot kell meghatározni).
4. A rúd tengelyének, illetve a héj középfelületének pontjaiban értelmezett vektorértékű belső erőket „szét kell kenni” a rúd keresztmetszetében, illetve a héj vastagsága mentén. Ehhez (részben) fel kell használni azt a tényt, hogy sem a rúd keresztmetszete, sem a héj vastagsága nem változik.

A rúdtengelyre, illetve a héj középfelületére épített koordinátarendszer. (Lásd pl. LÁMER [9,11].) Rúd esetén a három koordinátatengely irányvektora a rúdtengely érintő- és két normálvektora. Ezért ebben az esetben a keresztmetszet mind a deformálatlan, mind a deformált helyzetben a tengely normálsíkjába esik, nem változik az illeszkedés szöge, és nem változik a keresztmetszetet hordozó altér típusa (a sík sík marad). Ugyanakkor változik a rúd(tengely) hossza (a normálvektor nyúlását figyelembe vesszük), és a rúd(tengely) alakja (a rúdtengely görbülését és torzióját figyelembe vesszük). A rúd tengelyére felépített koordinátarendszerben a deformált állapotbeli keresztmetszetet a deformálatlan állapotbeli keresztmetszet merevtestszerű leképezésével nyerjük. Héj esetén a három koordinátatengely irányvektora a héj középfelületének normál- és két érintővektora. Ezért ebben az esetben a vastagság mind a deformálatlan, mind a deformált helyzetben a középfelület normálegyenesébe esik, nem változik az illeszkedés szöge, és nem változik a vastagságot hordozó altér típusa (az egyenes egyenes marad). Ugyanakkor változik a héj(középlapjá)nak a hossza és a szélessége, valamint a középfelület kirajzolható alakja (az érintővektorok nyúlásait és szögváltozásait figyelembe vesszük), és héj (térben elfoglalt) alakja (a héj középfelületének görbülését-torzióját figyelembe vesszük). A héj középfelületére felépített koordinátarendszerben a deformált állapotbeli vastagságát a deformálatlan állapotbeli vastagság merevtestszerű leképezésével nyerjük.

A belső erőkre vonatkozó egyensúlyi egyenlet és a folytonosság kapcsolata. (Lásd pl. CHOLNOKY [2], illetve Muttnyánszky [19].) Példaként az egyenes tengelyű rúd húzás-nyomás igénybevételét tekintjük. A rúdtengely x koordinátájú pontjában hat az $\mathbf{N}(x)$ belső erő és az $\mathbf{n}(x)$ megoszló terhelés. A rúdtengely $x + \Delta x$ koordinátájú pontjában hat az $\mathbf{N}(x + \Delta x)$ belső erő és az $\mathbf{n}(x + \Delta x)$ megoszló terhelés. A rúd anyagának folytonossága, a Δx kicsinysége okán az $\mathbf{N}$ belső erő sorba fejthető az x pontban, és elegendő a sorfejtés első tagját megtartani.

$$\mathbf{N}(x+\Delta x) = \mathbf{N}(x) + \Delta\mathbf{N}(x) = \mathbf{N}(x) + \frac{d\mathbf{N}(x)}{dx}\Delta x \tag{1}$$

Ekkor az egyensúly vetületi egyenlete:

$$-\mathbf{N}(x) + \mathbf{N}(x+\Delta x) + \mathbf{n}(x)\Delta x = -\mathbf{N}(x) + \mathbf{N}(x) + \frac{d\mathbf{N}(x)}{dx}\Delta x + \mathbf{n}(x)\Delta x = 0 \tag{2}$$

Átrendezés után az egyensúly differenciális alakja a következő:

$$\frac{d\mathbf{N}(x)}{dx} + \mathbf{n}(x) = 0 \tag{3}$$

Hasonló eljárással állíthatjuk elő a rúd és a héj igénybevételeire vonatkozó egyensúlyi egyenleteket.

A feszültségeloszlások a keresztmetszetben, illetve a vastagság mentén. A rúd keresztmetszete, valamint a héj vastagsága változatlanságának a következménye, hogy a normálfeszültség eloszlása állandó (normálerő a rúdban, feszítőerő a tárcsában és a héjban), illetve lineáris (hajlító nyomatékok a rúdban, a lemezben és a héjban). A hajlítási nyírófeszültség eloszlása a geometriai hipotézistől független meggondolásokkal adható meg (kvadratikus). A csavaró nyírófeszültség eloszlása lineáris (körhenger alakú rúd esetében, lemez és héj csavaró nyomatéka, mint a nyomatéktenzor mellékátlóbeli komponense). A normálfeszültség eloszlását a bimoment, a nyírófeszültség eloszlását a csavaró nyomaték esetén összetettebb eljárással (a keresztmetszet torziónyomatékának kiszámításával, illetve a rugalmasságtan csavarási feladatának megoldásával) határozhatjuk meg (lásd pl. VLASZOV [22], LUZSIN [18], CHOLNOKY [2], illetve MUTTNYÁNSZKY [19]).

4. A deformálható szilárd test értelmezésének lehetősége deformálható és merev kiegészítő alterek szorzataként

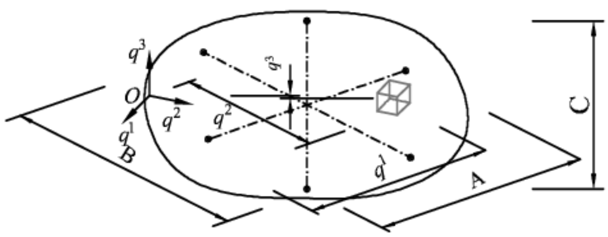
4.1. Merev és deformálható altér rúd, héj és test esetén

A rúd esetében a tengely a deformálható altér, a kiegészítő altér a merev síkidom (azaz a keresztmetszet). A rúd összefüggéseinek felírása során rendszerint két keresztmetszet által közrezárt rúdszeletet vizsgálunk. A héj esetében a középfelület a deformálható altér, a kiegészítő altér a merev szakasz (azaz a vastagság). A héj összefüggéseinek felírása során rendszerint két-két, a héj középfelületére merőleges koordinátafelülettel kimetszett héjszeletet vizsgálunk. Analógiaként felvethető, hogy a merev alterek (síkidom → szakasz) „sor"-ának következő eleme a pont: síkidom → szakasz → pont, vagyis a háromdimenziós test összefüggéseinek felírása során három-három, páronként különböző koordinátavonalakhoz tartozó koordinátafelülettel kimetszett (izoperimetrikus) téglatestet kell vizsgálni (ez mind a rugalmasságtanban, mind a kontinuummechanikában így is van). Az analógia második ága, a deformálható alterek „sor"-ának (görbe → felület) következő eleme maga a tér: görbe → felület → tér. Vagyis kínálkozik az a lehetőség, hogy a rúd és a héj mintájára értelmezzük a deformálható szilárd testet lokálisan merev alterek (merev „izoperimetrikus" téglányok) segítségével. A szószerinti „általánosítás" a következő.

Egy $\Omega(q^1,q^2,q^3)$ testet akkor tekintünk térszerű (testszerű) geometriai testnek, ha fennáll az alábbi két feltétel.

1. A test tekinthető, mint egy háromdimenziós tartomány minden pontjára felfűzött pontok (azaz merev „izoperimetrikus" téglányok) összessége.
2. A test pontjainak (azaz merev „izoperimetrikus" téglányok) befoglaló méretei a test befoglaló méreteihez képest elhanyagolhatóak.

Formálisan a deformálható szilárd test az „izoperimetrikus" téglányokkal ábrázolható (lásd a 12. ábrát).



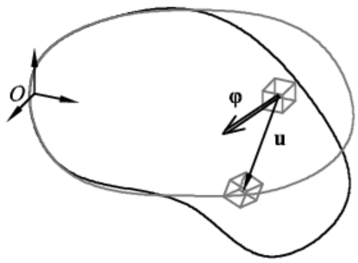
12. ábra. A „térszerű" geometriai forma (test) értelmezése

Ugyanakkor a megfogalmazás egyik olvasatban tautológia (a háromdimenziós tartomány minden pontjára felfűzött pont), a második olvasatban ellenmondást tartalmaz (a háromdimenziós tartomány minden pontjára felfűzött téglatest). A tautológia lényege, hogy a háromdimenziós test minden pontjához érintőtér csatolható, de pont nem, ugyanis a tartomány maga kontinuumszámosságú sok pont összessége. Az ellentmondás lényege, hogy ha a kontinuumszámosságú sok pont mindegyikéhez véges méretű téglányt kapcsolunk, akkor azok egymásba metszenek, és nem alkotnak folytonos ponthalmazt a háromdimenziós Euklideszi térben, vagy ha a vizsgált tartományt pl. véges sok koordinátafelületekkel véges méretű téglányok összességére hasítjuk fel, akkor a test geometriája (és majd az arra épített elmélet) függ az osztástól.

Azaz a deformálható szilárd test fogalma egy háromdimenziós deformálható és egy nulldimenzós merev altér direkt szorzataként nem értelmezhető ellentmondásmentesen.

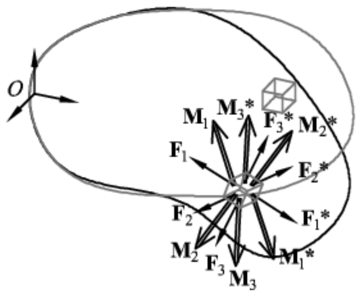
4.2. A test mechanikai viselkedésének modellezése merev résztartományok (téglányok) összességével

A formális analógia alapján a merev altér a téglányok merevtestszerű eltolódását és elfordulását teszi lehetővé; a téglányok és a pont „illeszkedési szöge” változatlan (lásd a 13. ábrát).



13. ábra. A test kinematikai jellemzése

A formális analógia alapján a merev altér, azaz a téglányok „hat oldalán” egy-egy eredő erő és egy-egy eredő nyomaték értelmezést teszi lehetővé (lásd a 14. ábrát).



14. ábra. A test dinamikai jellemzése

4.3. A modellezés következő lépései

A modellezés során következő lépéseit a 3.5. pont alapján tekintjük át.

1. *Olyan koordinátarendszert kell választani, amely „automatikusan” biztosítja, hogy a rúd keresztmetszetei, illetve a héj vastagságai ne deformálódjanak.*

A rúddal és a héjjal ellentétben tetszőleges, értsd: egy háromdimenziós deformálható és egy nulldimenzós merev altér direkt szorzataként értelmezett, háromdimenziós test esetén ilyen koordinátarendszer nem választható. A háromdimenziós térben felvett tetszőleges koordinátarendszer tetszőleges folytonos leképezése során a háromdimenziós tér metrikája pontról pontra változik. Egyetlen olyan leképezés(csoport) létezik, amely során a metrika változatlan marad: az euklideszit tér mozgásainak csoportja (eltolás, elforgatás és tükrözés). Ebben az esetben viszont alakváltozás nem lép fel.

2. *A belső erők egyensúlyára vonatkozóan fel kell használni, hogy a két, egymáshoz „végtelenül" közel fekvő keresztmetszetben ébredő erők között a folytonosság okán kapcsolat található. A kapcsolat nem más, mint a Taylor-sor.*

Formálisan ez a lépés végrehajtható. Példaként az egyenes tengelyű rúd csavarási igénybevételét tekintjük. A rúdtengely x koordinátájú pontjában hat az $\mathbf{M}(x)$ belső nyomaték és az $\mathbf{m}(x)$ megoszló csavaró terhelés. A rúdtengely $x + \Delta x$ koordinátájú pontjában hat az $\mathbf{M}(x + \Delta x)$ belső nyomaték és az $\mathbf{m}(x + \Delta x)$ megoszló csavaró terhelés. A rúd anyagának folytonossága, a Δx kicsinysége okán az $\mathbf{M}$ belső nyomaték sorba fejthető az x pontban, és elegendő a sorfejtés első tagját megtartani.

$$\mathbf{M}(x+\Delta x) = \mathbf{M}(x) + \Delta\mathbf{M}(x) = \mathbf{M}(x) + \frac{d\mathbf{M}(x)}{dx}\Delta x \tag{4}$$

Ekkor az egyensúly nyomatéki egyenlete:

$$-\mathbf{M}(x) + \mathbf{M}(x+\Delta x) + \mathbf{m}(x)\Delta x = -\mathbf{M}(x) + \mathbf{M}(x) + \frac{d\mathbf{M}(x)}{dx}\Delta x + \mathbf{m}(x)\Delta x = 0 \tag{5}$$

Átrendezés után az egyensúly differenciális alakja a következő:

$$\frac{d\mathbf{M}(x)}{dx} + \mathbf{m}(x) = 0 \tag{6}$$

Ekkor az egyensúly vetületi egyenlete:

Átrendezés után az egyensúly differenciális alakja a következő:

Hasonló eljárással nyerhetjük a téglány esetében nyomatéki egyenletek, de hármat kapunk, és mindhárom koordináta irányában értelmezett nyomatékvektor szerepel mindhárom nyomatéki egyensúlyi egyenletben.

3. *A rúd palástján, illetve a héj alsó és felső felületén ható erőket a rúd tengelyére, illetve a héj középfelületére kell áthelyezni (mint eredő erő és eredő nyomaték meghatározása).*

A rúd és héjelmélettel ellentétben egy háromdimenziós deformálható és egy nulldimenzós merev altér direkt szorzataként értelmezett háromdimenziós test esetében a 3. „lépés", értelmetlen, mivel nincs eliminált koordináta és nincs eliminált perem.

4. *A rúd tengelyének, illetve a héj középfelületének pontjaiban értelmezett vektorértékű belső erőket „szét kell kenni" a rúd keresztmetszetében, illetve a héj vastagsága mentén. Ehhez*

(részben) fel kell használni azt a tényt, hogy sem a rúd keresztmetszete, sem a héj vastagsága nem változik.

Ez az a „lépés”, ahol tetten érhető, hogy a merev téglányon értelmezett belső erővektor és belső nyomatékvektor a háromdimenziós test vizsgálat során nem a „végső” belső erő, hanem azokat, hasonlatosan a rúd- és a héjelméletekhez, szét kell kenni a merev altér pontjai fölött. Ez rúd esetében a keresztmetszetet, héj esetén a vastagságot, test esetén egy pontot jelent. Vagyis háromdimenziós deformálható test×merev pont konstrukciójú test esetében nincs hová szétkeni a belső erő- és nyomatékvektort, azokat az adott ponthoz kell kötni. Ugyanakkor a nyomatékvektor, értelmezése szerint, egy erőnek egy pontra vett nyomatéka. Rúd és héj esetén a feszültség elsőrendű nyomatékaként értelmezzük a hajlító és a csavaró nyomatékot, a nyomatékokat tehát nem egy ponthoz, hanem egy véges területű síkidomhoz (a keresztmetszethez), illetve egy véges hosszúságú szakaszhoz (a vastagsághoz) rendeljük, mint belső erőt. Tehát ebben a két modellben belső ellenmondás nincs. Egy háromdimenziós deformálható test×merev pont konstrukciójú test esetén fennáll az a kérdés, hogy mi is a ponthoz rendelt nyomaték mechanikai tartalma, hiszen nem áll módunkban erő×erőkar felbontás alapján magyarázatot adni, vagyis a pontonként bevezetett nyomaték egy olyan matematikai fogalom, amely nem modellez mechanikai jelenséget. A deformálható szilárd testnek véges téglányokra való felbontása formálisan feloldja ezt az ellentmondást abban az értelemben, hogy mind az erővektorból, mind a nyomatékvektorból az adott, véges méretű téglány felületéhez, pl. az elemi szilárdságtan érvelése alapján (lásd pl. CHOLNOKY [2]), egyértelműen lehet feszültséget rendelni. Ugyanakkor háromdimenziós deformálható test×merev pont konstrukciójú test esetén három értelmezési nehézség merül fel. Az egyik, hogy ebben a megközelítésben nem értelmezünk nyomatéki feszültséget, hanem a téglányok felületén értelmezett (lineárisan) változó feszültség adja a nyomatékot. A másik, hogy nincs garancia arra nézve, hogy a különböző méretű téglányokra való felosztás esetén a test ugyanazon pontjaiban ugyanolyan feszültségállapotot nyerünk. Végül nincs arra nézve se garancia, hogy a téglányokra („végeselemekre”) osztás módszerében a téglányok peremén a feszültségek (és az alakváltozások, valamint az eltolódások és elfordulások) folytonosak lennének. E két utóbbi nehézség fennállásában bizonyosak lehetünk. A harmadik nehézség vizsgálatával kezdjük. A végeselemanalízis legfőbb lépéseinek egyike, hogy a résztartományra osztást követően olyan egyenleteket is figyelembe vesz az elmélet megalkotása során, amely a résztartományok határán az állapotfüggvények (eltolódások, alakváltozások, feszültségek) folytonosságát (még ha adott hibahatáron belül is, de) biztosítja. A második nehézség vizsgálatával folytatjuk. Minden végeselem esetén konvergencia vizsgálatot végeznek, amely valamely feladattípus (pl. lineáris rugalmasságtan) adott elemtípusra (pl. rúdelem, héjelem, tárcsaelem, térbeli végeselem) esetén meghatározta a résztartományok azon maximális méreteit, amely mellett a számítási hiba adott hibahatáron belül van.

4.4. Következtés

A deformálható és merev kiegészítő alterek vonal×síkidom, felület×szakasz „sorozatnak” a következő elemeként felfogható tér×pont. Ugyanakkor, amíg a síkidom és a szakasz értelmezhető merev testként, addig a pont nem. A rúd és a héj esetén a rúd deformálható alterének (a rúd tengelyének), illetve a héj deformálható alterének (a héj középfelületének) minden pontjához formálisan egy eltolódás vektort és egy elfordulás vektort rendelünk. Formálisan, mert valójában rúd esetén nem a rúd tengelyének egy pontja fordul el, hanem a rúd tengelyéhez kötött keresztmetszet. Pontosabban az egydimenziós rúdtengelynek a háromdimenziós térben megadott (folytonos) eltolódása a kísérő triéder elfordulását eredményezi, és mivel a rúd keresztmetszetét a rúdtengely kísérő triéderéhez kötöttük, vele fordul a rúd keresztmetszete is. Hasonlóan ehhez, héj esetén nem a héj középfelületének egy pontja fordul el, hanem a héj középfelületéhez kötött vastagság. Pontosabban a kétdimenziós héjfelületnek a háromdimenziós térben megadott (folytonos) eltolódása a kísérő triéder elfordulását eredményezi, és mivel a héj vastagságát a héjfelület kísérő triédéréhez kötöttük, vele fordul a héj vastagsága is. Folytatva az analógiát, a deformálható szilárd test (görbevonalú koordinátarendszernek tekintve) minden pontjához egy „merev pontot” rendelve, a görbevonalú koordinátarendszer minden pontjához hozzárendelt kísérő triéder elfordulása adja meg a kísérő triéderhez rendelt „merev pont” elfordulását. Maga a megfogalmazás egyrészt nem értelmezhető, hiszen a pont, nem lévén kiterjedése, nem fordul el, másrész nem szolgál új ismerettel, mivel a kontinuummechanikából, a rugalmasságtanból ismert, hogy nem egy pont fordul el, hanem a pont környezete, illetve a ponton áthaladó irányvektor (érintő vektor) fordul el (LOVE [16], LUR'E [17], LÁMER [8-10]). Ennek megfelelően a háromdimenziós deformálható test×merev pont konstrukciójú test kinematikai szabadságfoka egyedül a pontjainak az eltolódása, továbbá a háromdimenziós deformálható test×merev pont konstrukciójú testben független elfordulásvektor nem értelmezhető. Ezzel összhangban, utalva a nyomaték erő×erőkar értelmezésére, megmutatható, hogy a háromdimenziós deformálható test×merev pont konstrukciójú test dinamikai szabadságfoka egyedül a pontjaiban értelmezett feszültségtenzor, továbbá „nyomatéki” feszültségtenzor nem értelmezhető.

A klasszikus rúd és héj mintájára az eltolódással és feszültségtenzorral értelmezett kontinuumot klasszikus kontinuumnak nevezzük. A fenti eredmények megfogalmazhatók úgy, hogy a klasszikus kontinuum a kontinuum minden pontjához hozzárendelhető elfordulásvektor és „nyomatéki” feszültségtenzor bevezetésével nem általánosítható.

A nyert eredmények összhangban vannak néhány korábbi kutatási eredménnyel (KUNYIN [3], LÁMER [5]).

A periodikus elrendezésű diszkrét rendszer értelmezhető általánosított kontinuumként (rácskontinuumként) oly módon, hogy a diszkrét ponthalmaz felett folytonos értelmezési tartományú eltolódás, elfordulás és további kinematikai, valamint feszültségi, „nyomatéki” feszültségi és további dinamikai változók értelmezhetők, és az ezek meghatározására levezetett folytonos parciális differenciálegyenletekkel leírt rendszer lenne az általánosított kontinuum. *Megjegyzés*. A belső szabadságfokokat valójában nem egy kontinuumszámosságú ponthalmaz minden pontjához, hanem az abba ágyazott, véges számú ponthoz rendeljük (lásd pl. KUNYIN [3], LÁMER [12-15]). Ezek ismertetése kívül esik jelen tanulmány keretein.

5. Összefoglalás

A tanulmányban a rúd- és héjelmélet bevezetésének lehetőségét a háromdimenziós euklideszi tér merev és deformálható (kiegészítő) alterekre bontásának segítségével mutattuk be. Ennek során a rudat egy deformálható vonal és egy merev síkidom, a héjat egy deformálható felület és egy merev szakasz direkt szorzataként állítottuk elő. Megmutattuk, hogy a direkt szorzatok elemeinek egyenkénti jellemzése alapján a rudakat és a héjakat, mint geometriai formákat csoportosíthatjuk/osztályozhatjuk. Rúd esetében például egyenes, síkgörbe, térgörbe tengelyű rúd, állandó és változó keresztmetszetű rúd, egyszeresen vagy többszörösen összefüggő keresztmetszetű rúd vezethető be. Héj esetében például sík középfelületű tárcsa, illetve lemez, egyszer, illetve kétszer görbült középfelületű héj, egyszeresen vagy többszörösen összefüggő középfelületű héj, állandó és változó vastagságú héj értelmezhető.

Megmutattuk, hogy a direkt szorzat elemeinek deformációja alapján rúd- és héjelméleti osztályok határozhatók meg. Négy független osztály különíthető el.

Klasszikus rúd- és héjelmélet: csak a rúd tengelye és a héj középfelülete deformálódik, a rúd tengelye és keresztmetszete, valamint a héj középfelülete és vastagsága által bezárt szög nem változik, továbbá a rúd keresztmetszete, illetve a héj vastagsága nem deformálódik.

Nyírt rúd- és héjelmélet: a rúd tengelye és a héj középfelülete deformálódik, valamint a rúd tengelye és keresztmetszete, valamint a héj középfelülete és vastagsága által bezárt szög változik, továbbá a rúd keresztmetszete, illetve a héj vastagsága nem deformálódik.

Öblösödő rúd- és héjelmélet: a rúd tengelye és a héj középfelülete deformálódik, a rúd tengelye és keresztmetszete, valamint a héj középfelülete és vastagsága által bezárt szög nem változik, a rúd keresztmetszete, illetve a héj vastagsága a saját síkjából, illetve egyeneséből deformálódik.

Kontrahálódó rúd- és héjelmélet: a rúd tengelye és a héj középfelülete deformálódik, a rúd tengelye és a keresztmetszete, valamint a héj középfelülete és vastagsága által bezárt szög nem változik, a rúd keresztmetszete, illetve a héj vastagsága a saját síkjában, illetve egyenesében deformálódik.

A három nemklasszikus változatból kettő-kettő, vagy mindhárom „összevonható". Ennek megfelelően elviekben

$$1 + \binom{3}{1} + \binom{3}{2} + \binom{3}{3} = 8$$

lehetséges rúd- és héjelméleti változat/modell értelmezhető. *Megjegyzés*. Különböző nyírási, öblösödi és kontrahálódási függvények bevezetésével különböző alváltozatok különíthetők el.

Megmutattuk, hogy deformálható térbeli test nem értelmezhető deformálható háromdimenziós altér és a nulldimenziós merev kiegészítő altér direkt szorzataként. Másképpen megfogalmazva a klasszikus kontinuum a kontinuum minden pontjához hozzárendelhető elfordulásvekor és „nyomatéki" feszültségtenzor bevezetésével nem általánosítható.

Hivatkozások

[1] Antman, S.S.: The Theory of Rods. In: Encyclopaedia of Physics. Vol VIa/2, Spring-er, N.Y. 1972. pp. 641-703

[2] Cholnoky Tibor, dr.: Mechanika. II. kötet. Szilárdságtan Harmadik, átdolgozott kiadás. Tankönyvkiadó, Budapest, 1966.

[3] Kunin, I.A.: Elastic Media with Microstructure I., II. Springer-Verlag, Berlin - Heidelberg - New York, 2011-12, translated from Russian, 1975.

[4] Lámer G.: Deduction of Two- and Single-Variable Problems from the Three-Variable Problem = Newsletter, Techn. Univ. of Budapest, II (1), 1984. pp. 5-11

[5] Lámer G.: Contradictions in the Theory of Micropolar Elasticity and Their Causes = Newsletter, Techn. Univ. of Budapest, II (1), 1984. pp. 12-16

[6] Lámer G.: Geometric Forms – Structures – Numerical Methods = Newsletter, Techn. Univ. of Budapest, II (2), 1984. pp. 23-34

[7] Lámer G.: On a Unified Interpretation of the Theory of Shells and Rods = Newsletter, Techn. Univ. of Budapest, III (3), 1985. pp. 5-11

[8] Lámer G.: Notes on the Theory of Large Displacement with Small Strain = Periodica Politechnica 29 (1-2), 1985. pp. 53-65

[9] Lámer G.: A kis alakváltozások mellett nagy elmozdulásokat végző tökéletesen rugalmas héjak és rudak elméleteinek matematikai alapjai. Kandidátusi értekezés. Budapest, 1990.

[10] Lámer G.: A kis alakváltozások mellett nagy elmozdulást végző kontinuum kinematikájáról = Építés-, Építészettudomány XXIII (1-2), 1992-93. pp. 35-59

[11] Lámer G.: Két- és egyváltozós feladatok levezetése a háromváltozós feladatból. Sajátosságai a kontinuummechanikában = Építés-, Építészettudomány XXIII (1-2), 1992-93. pp. 61- 92

[12] Lámer G.: A deformálható szilárd, folytonos közegek matematikai modellezésének egyes kérdéseiről: topológikus, metrikus és numerikus szempontok. = In: Mérnökgeológia-Kőzetmechanika 2013. Konferencia (Budapest, 2013. november hó 6.) Szerk.: Török Á. – Görög Péter – Vásárhelyi B., Műegyetemi Kiadó, Budapest, 2013. [A Mérnökgeológia-Kőzetmechanika Kiskönyvtára 16. kötet] pp. 317-332

[13] Lámer G.: Continuous and Discrete Models in the Mechanics of Deformable Solid Bodies. Proceedings of the Annual Session of Scientific Papers. Vol. XVII. (XXVII) "IMT Oradea" 2018. May 31. – June 1. pp. 125-130

[14] Lámer G.: Közegek mechanikai viselkedésének folytonos és diszkrét modellezése. Három modelltípus. = In: Mérnökgeológia-Kőzetmechanika 2018. Konferencia (Budapest, 2018. április hó 19.) Szerk.: Török Á. – Görög Péter – Vásárhelyi B., Műegyetemi Kiadó, Budapest, 2018. [A Mérnökgeológia-Kőzetmechanika Kiskönyvtára 23. kötet] pp. 165-182

[15] Lámer G.: Folytonos és diszkrét modellek a deformálható szilárd testek mechanikájában. In: Műszaki Tudomány az Észak-kelet Magyarországi régióban. Szolnok, 2018. május hó 31. Konferencia kiadványa. Szerk.: Bodzás Sándor. Debreceni Akadémiai Bizottság Műszaki Szakbizottsága, Debrecen, 2018.

[16] Love, A.E.H.: A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity. Fourth ed. Cambridge, At the University Press, 1927.

[17] Lur'e, A.I.: Theory of Elasticity. Springer. Berlin - Heidelberg - New York, 2005.

[18] Лужин, О.В.: Теория тонкостенных стержней замкнутого профиля и ее применение в мостостроении. Изд. ВИА, Москва, 1959.

[19] Muttnyánszky Ádám: Szilárdságtan. Harmadik kiadás. Tankönyvkiadó, Budapest, 1961.

[20] Naghdi, P.M.: The Theory of Shells and Plates. In: Encyclopaedia of Physics. Vol VIa/2, Springer, N.Y. 1972. pp. 425-640

[21] Niordson, F.I.: A Consistent Refined Shell Theory = DCAMM. The Techn. Univ. of Denmark. Report N° 104., May 1976.

[22] Власов, В.З.: Тонкостенные упругие стержни. ГИСЛ, Москва-Ленинград, 1940.

Üldözőgörbék vizsgálata és modellezése

RADÓCZ RÓBERT

Debreceni Egyetem Műszaki Kar, lasrevindapro@gmail.com

Abstract. When a driven vehicles turn, wheels of the vehicle are moving on different radii curves. The width of the required path (the area bounded by the curves described by the widest points of the vehicle) increases relative to the straight forward vehicle. These curves are called swept path. Wheels of a vehicle with a fixed wheel revolving are going on an arc of constant radius. If the steering wheel is rotated evenly the moving of the wheels of the turning vehicle between the straight and the arc can be characterized by the so-called chlotoid curve.

Bevezetés

Kormányzott járművek kanyarodásakor a jármű kerekei különböző sugarú íveken haladnak, a szükséges közlekedési folyosó (a jármű legszélesebb pontjai által leírt görbékkel határolt terület) szélességének mérete az egyenesen haladó járműéhez képest megnő. Ezeket a görbéket nevezik üldözőgörbéknek. Egy fix kerékelfordulással haladó jármű kerekei egy állandó sugarú köríven haladnak. Az egyenes és a tiszta köríven haladás között a menetdinamikailag ideális egyenletesen változó kormány-elfordítással kanyarodó jármű kerekei által leírt pályák az úgynevezett klotoid görbével jellemezhetőek.

1. Alapgondolatok

1.1. Kormányzott jármű fordulása

Kormányzott járművek fordulásakor több jelenséget is figyelembe kell venni:

- Fordulás közben a kormányzott kerekek elfordulási szöge eltérő.
- A jármű elfordulása egy adott forgási középpont körül történik, de ennek a helyzete folyamatosan változik.
- A fordulás következtében a jármű részére szükséges közlekedési folyosó mérete megnövekszik, kiszélesedik.

1.2. Üldözőgörbe

Üldözőgörbének nevezzük azt az ívet, amely leírja a jármű mozgása közben annak két legszélső pontja (egy belső és egy külső) helyzetét. Ezek a görbék nem egyeznek meg a kerekek által bejárt úttal, hiszen a jármű karosszériája adja a legszélső pontokat, emiatt erősen függ a jármű paramétereitől, méreteitől. A görbék segítségével megadható a jármű haladásához szükséges közlekedési folyosó, mely jármű üldözőgörbéi által közrezárt területtel jellemezhető.

1.3. Klotoid görbe

Ha jármű kormánykerekét kanyarodás közben egyenletes sebességgel forgatjuk, akkor az egyenes és az íves szakasz között a görbület egyenletesen változik. A klotoid (vagy más néven Euler-féle spirál, Cornù spirál) egy olyan síkgörbe, amelynek adott pontbeli görbülete egyenesen arányos a kezdőponttól mért távolsággal. A spirált az alábbi paraméteres egyenlet írja le:

$$t \in \mathbb{R}, \quad \underline{r}(t) = (k \cdot C(t), k \cdot S(t))$$

ahol

k: a görbe méretét meghatározó hasonlósági együttható

C(t) és S(t): a két Fresnel integrál:

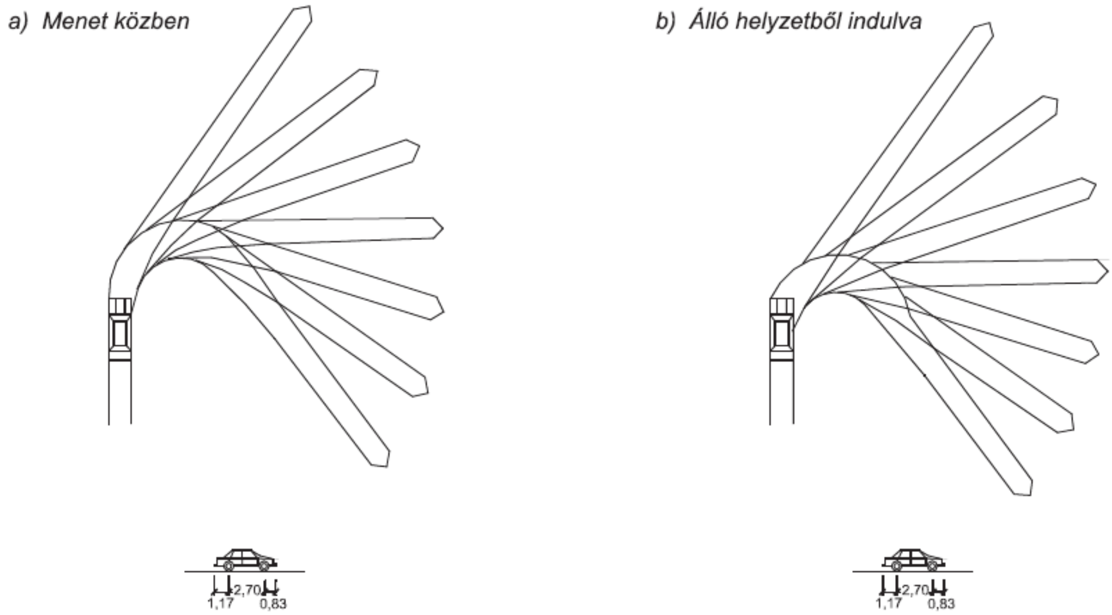
$$C(t) = \int_0^t \cos(x^2)dx \qquad\qquad S(t) = \int_0^t \sin(x^2)dx$$

Ezek az integrálok nem írhatóak fel elemi függvényekkel zárt analitikus alakban. Az értékek közelítésére különböző numerikus módszerek használhatók.

2. Jelenlegi gyakorlat

2.1. Német szabvány, sablonok

Magyarországon a gyakorlatban egy német szabványból átvett sablonkészlet van használatban, ennek alkalmazásával és néhány táblázat segítségével határozzák meg az utak tervezésekor a szükséges helyigényeket. Egy ilyen sablon látható az 1. ábrán. [1] Ezek a sablonok csak adott járművekre vannak kiszerkesztve, illetve csak adott elfordulásokra vannak meghatározva. Más méretű járművek vagy más elfordulási szöget igénylő utaknál vagy a nagyobb méretű sablont használják, amely felesleges többlet költségekhez vezethet, vagy egyedileg kiszerkesztik az adott járműre adott elfordulásra vonatkozó görbét, mely nem egyszerű és rendkívül időigényes feladat. Ezt a feladatot nagymértékben megkönnyítheti egy üldözőgörbéket használó szoftver.



1. Ábra Személygépkocsi üldözőgörbéi, Forrás: [1]

2.2. Gyakorlati felhasználás

2.2.1. Közlekedési csomópontok

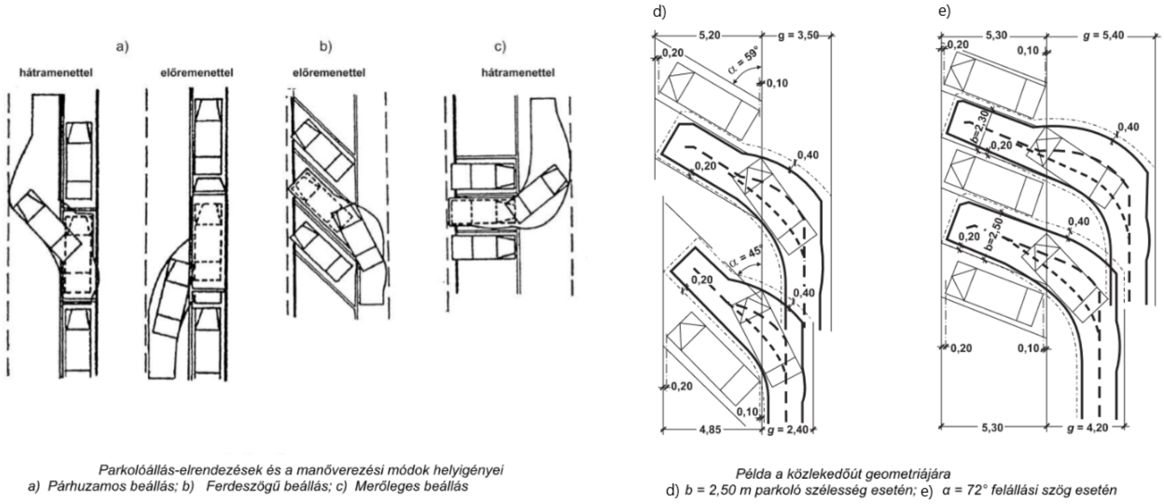
Közlekedési csomópontok tervezésekor figyelembe kell venni az autók helyigényét az ütközések elkerülése érdekében. (pl.: kanyarodósávok ne érjenek össze, a felállási vonalak úgy legyenek elhelyezve, hogy az ott álló járművek ne akadályozzák a bekanyarodó járműveket) illetve nagyobb járművek (pl.: csuklós busz, járműszerelvények) is át tudjanak haladni a csomóponton.

2.2.2. Ívek szélesítése

Ívekben a megnövekedő közlekedési folyosót az ívek szélesítésével lehet biztosítani, ehhez a tervezési útmutatóban lévő táblázatot alkalmazzák, ívsugár és középponti szög alapján adja meg a szükséges szélesítés mértékét, 5-10 m és 20-30° lépcsőkben, mellyel szintén csak közelíteni lehet az elvárt értékeket. [1]

2.2.3. Parkolóházak

Parkolóházak tervezésekor fő cél a lehető legtöbb jármű elhelyezése az adott területen. Ehhez különböző elrendezéseket (párhuzamos beállás, merőleges beállás, ferdeszögű beállás) alkalmazhatunk, melyeknek a manőverezési módoktól függően különböző helyigényük van. A parkolóháznak járhatónak kell lennie a járművek számára, az oszlopok, rámpák elhelyezésekor is figyelembe kell venni a járművek közlekedéséhez szükséges helyigény biztosítását. [2]



2. Ábra A parkolás helyigényei, Forrás: [2]

2.2.4. Túlméretes járművek útvonaltervezése

Túlméretes járművek (pl.: mezőgazdasági gépek, túlméretes áruszállító járműszerelvények) csak útvonalengedély birtokában közlekedhetnek. Mivel ilyen esetekben nincs rá lehetőség, hogy kipróbálják az adott útvonalon elfér-e a jármű, így azok egyedi üldözőgörbéivel vizsgálható az adott út geometriai kialakítása (csomópontok, körforgalmak, műtárgyak).

3. Tervezett cél

A Debreceni Egyetem Tehetséggondozó programjának (DETEP) keretében az üldözőgörbéket leíró matematikai összefüggések vizsgálatát követően a célom egy olyan szimulációs szoftver kifejlesztése, mely egy tetszőlegesen választott méretekkel rendelkező jármű esetén egy konkrét szituációra vonatkozóan modellezi, animációval kirajzolja az üldözőgörbéket és lehetővé teszi akár azok CAD programba történő exportálását is. Ezáltal egy, a tervezésben is hasznos eszköz jön létre, míg a modell akár egy önvezérlő járműbe is beépíthető, mely így képes lehet saját helyigényének a meghatározására.

Hivatkozások

[1] Magyar Útügyi Társaság, *e-UT 03.03.22 – Szintbeni közúti csomópontok tervezése*, Tervezési Útmutató, Magyar Útügyi Társaság, Budapest 2005, p. 20-22.

[2] Magyar Útügyi Társaság, *e-UT 03.02.31 – Parkolási létesítmények geometriai tervezése*, Útügyi Műszaki Előírás, Magyar Útügyi Társaság, Budapest 2004, p. 13.

Matematikai alapok a mérnökképzésben – kereslet és kínálat

SZANYI GYÖNGYI, VÁMOSINÉ VARGA ADRIENN

Debreceni Egyetem, szanyi.gyongyi@eng.unideb.hu
Debreceni Egyetem, vargaa@eng.unideb.hu

Abstract. Mathematics is one of the most important base in engineering education. In order to understand the higher level of mathematics which necessary in engineering education very important that the students have "strong" mathematical bases. This paper discusses the result of that test aim of which was to examine whether students entering in higher engineering education have this mathematical bases.

Bevezetés

A matematika a műszaki felsőoktatás célját tekintve alapozó tárgy. A matematika nyújtja – fogalmaival, tételeivel, eljárásaival, jelölésrendszerével – azokat az ismereteket, amelyekkel a mérnöki berendezések működését meghatározó törvények leírhatók (Vígné Lencsés, 2001).

Számos magyarországi egyetemen sorra vezetik be, teszik kötelezővé az elsőéves hallgatók számára a középiskolai matematika tudásszintjük mérésére szolgáló kritériumdolgozatok megírását (BME, BGE, ELTE, PTE, DE, SZTE, stb.). Ezen dolgozatok eredményei viszont arra engednek következtetni, hogy az egyetemi képzésbe, így a mérnökképzésbe bekerülő hallgatók jelentős része hiányos matematikai ismeretekkel kezdi meg felsőfokú tanulmányait (Kollár, 2013; Csákány, 2012; Nagy-Kondor, Sziki, 2012; Szanyi, Varga, 2017), noha a műszaki alaptárgyak (pl. műszaki mechanika – ezen belül a statika, szilárdságtan, dinamika, mechanizmusok) elsajátítása, és az így megszerzett ismeretek alkalmazási készségének kialakítása jelentősen függ ezektől az előismeretektől.

A mérnöki képzéshez szükséges matematikai alapok feltérképezése után egy szintfelmérő keretében („Nulladik zárthelyi dolgozat") vizsgáltuk, hogy a felsőfokú tanulmányaikat a 2018-as tanévben a Debreceni Egyetem Műszaki Karán megkezdő hallgatók rendelkeznek-ezekkel a matematikai alapokkal. Tanulmányunkban ismertetjük a felmérés eredményeit.

1. Mérnök és a matematika – kereslet

Framework for Mathematics Curricula in Engineering Education c. dokumentum (SEFI, 2011) értelmében egy mérnöknek birtokolni kell a matematikai fogalmak, eljárások és törvényszerűségek felismerésének, használatának, az adott környezetben vagy helyzetben történő értő alkalmazásának képességét. Azaz nemcsak tárgyi tudással kell rendelkeznie (tudni mit?), hanem különböző képességekkel, készségekkel, melyek – többek között – a tárgyi tudás értő használatához szükségesek (tudni hogyan?). A készségek és képességek rendszerében vannak olyan kritikusnak nevezett elemek, amelyek elsajátítása nélkül nem sajátítható el komplexebb tudáselem (Nagy, 2007, idézi Kollár 2013).

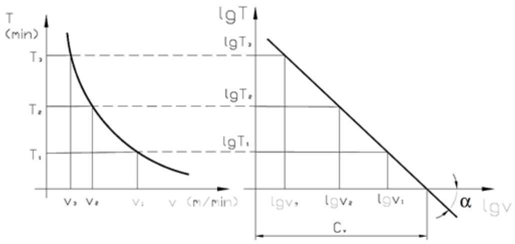
Felsőfokú, komplexebb matematikai tudáselemek elsajátításához feltétlenül szükségesek a reproduktív kompetenciaosztályba tartozó képességek, készségek tanulói birtoklása: azok a készségek, amelyek a begyakorolt tudást mozgósítják. Idetartozik a tényanyag és a gyakori problémaábrázolások ismerete, az azonosságok felismerése, a lényeges matematikai objektumok és tulajdonságok felismerése, rutineljárások végrehajtása, sztenderd algoritmusok és technikák alkalmazása, szokványos formában adott képleteket és szimbólumokat tartalmazó kifejezések kezelése, számítások végrehajtása (Vári, 2003).

Számos mérnöki szaktárgyban jelentkezik ezen reproduktív kompetenciaosztályba tartozó képességek, készségek tanulói birtoklásának szükségessége.

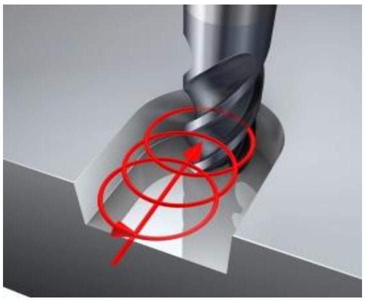
1. Gyártástechnológia tantárgy

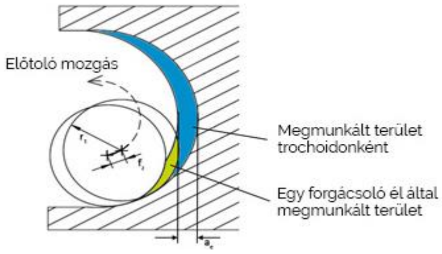
- A forgácsolósebesség-éltartamfüggvény ábrázolásnál a görbe pontjai koordinátáit logaritmizálva hiperbola helyett a könnyebben kezelhető egyenest vizsgálják.

  A munkadarab anyagtól függő éltartamkitevőjének meghatározásához a logaritmus azonosságait kell felhasználni.

	Szükséges matematikai ismeretek, készségek
 A vc – T függvény megszerkesztése a kopásgörbék alapján $v \cdot T^{\frac{-1}{k}} = C_v$ $v_1 \cdot T_1^{\frac{-1}{k}} = v_2 \cdot T_2^{\frac{-1}{k}}$ $\lg v_1 - \frac{1}{k} \lg T_1 = \lg v_2 - \frac{1}{k} \lg T_2$	A szám logaritmusa, a logaritmus azonosságai. Adott összefüggésből egyik változó másik függvényeként való megadása.

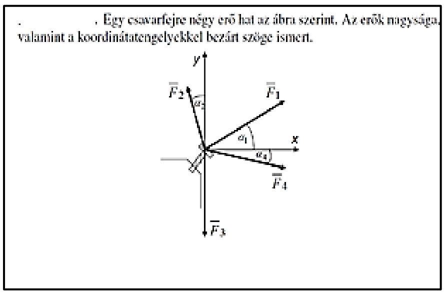
- Trochoid marási technológia tervezése[1]

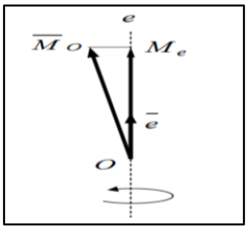
<table>
<tr><td rowspan="2">


</td><td>Szükséges matematikai ismeretek, készségek</td></tr>
<tr><td>A kör és annak koordinátageometriája, adott középpontú és sugarú kör egyenletének felírása.</td></tr>
</table>

2. *Mechanika tárgy*

Testekre ható erő nagyságának, tengelyekkel bezárt szögének meghatározása, tengelyekre vonatkozó forgatónyomaték.

<table>
<tr><td rowspan="2">


</td><td>Szükséges matematikai ismeretek, készségek</td></tr>
<tr><td>Szögfüggvények, vektor fogalma, vektorműveletek, vektor hosszának, skaláris szorzatának kiszámítása.</td></tr>
</table>

[1] http://www.cnc.hu/2015/08/wedco-twist-z5-szerszamok-trochoid-marashoz
http://www.cnc.hu/wp-content/uploads/2016/07/trochoid_Bild3_2.jpg

2. Mérnök és a matematika – kínálat

2.1. Nulladik zárthelyi dolgozat matematikából a DE Műszaki Karán

A dolgozat megírására a 2018-2019-es tanév elején, a regisztrációs héten került sor. Összesen 267 hallgató írta meg azt (147-en 2018-ban tettek érettségit). A dolgozat céljai a következők voltak:

- Számonkérni az egyetemi tanulmányokhoz elengedhetetlenül szükséges középiskolai matematika ismereteket.
- Objektív adatokat nyerni a DE Műszaki Karán tanulmányaikat megkezdők reproduktív kompetenciaosztályba sorolandó ismereteiről, képességeiről, készségeiről, feltérképezni a hiányosságokat.
- A gyengébb teljesítményt mutató hallgatókat a felzárkóztató kurzuson, nevezetesen a *Bevezető matematika* kurzuson való részvételre ösztönözni.

A dolgozat megírására 60 perc állt rendelkezésre. Íróeszközön kívül semmilyen segédeszközt nem használhattak a hallgatók. A könnyebb és objektív javíthatóság kedvéért 12, zárt teszt jellegű feladatot tűztünk ki, öt lehetséges válasszal, melyek közül pontosan egy volt a helyes. Az értékelésnél figyelembe vettük az egyes feladatokra adott válaszok mellett hogyan indokoltak a hallgatók. Minden helyes válasz, helyes indoklással+3 pontot ért, a helytelen válasz pontlevonással járt (-1 pont), egyéb válasz 0 pontot ért.

A feladatok összeállításához középiskolai feladatgyűjtemények, középszintű matematika érettségi feladatok, más egyetemek szintfelmérői, kritérium dolgozatai szolgáltattak ötletet. A kitűzendő feladatoknál figyelembe vettük a középszintű matematika érettségi kapcsolódó tematikájának követelményeit[2].

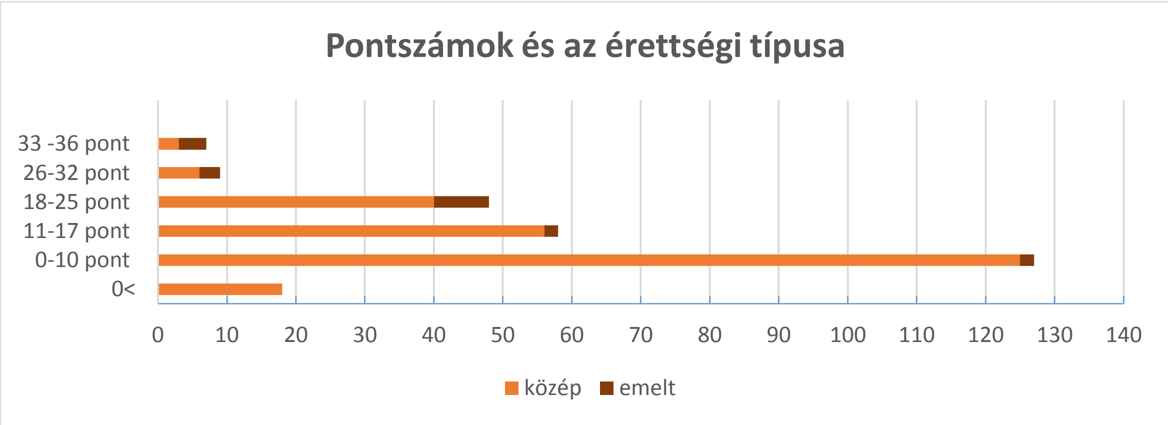
A feladatokban a középiskolai matematika azon tananyagrészeit emeltük ki, amelyek az egyetemi tanulmányokhoz elengedhetetlenül szükségesek. Ezek a következők:

- algebrai készségek, egyenletek, egyenlőtlenségek
- trigonometria
- geometria, vektoralgebra, koordinátageometria
- függvények

2.2. A Nulladik zárthelyi dolgozat eredményei

Vizsgáltuk az érettségi szint és a szintfelmérő eredményessége közötti kapcsolatot (1. ábra).

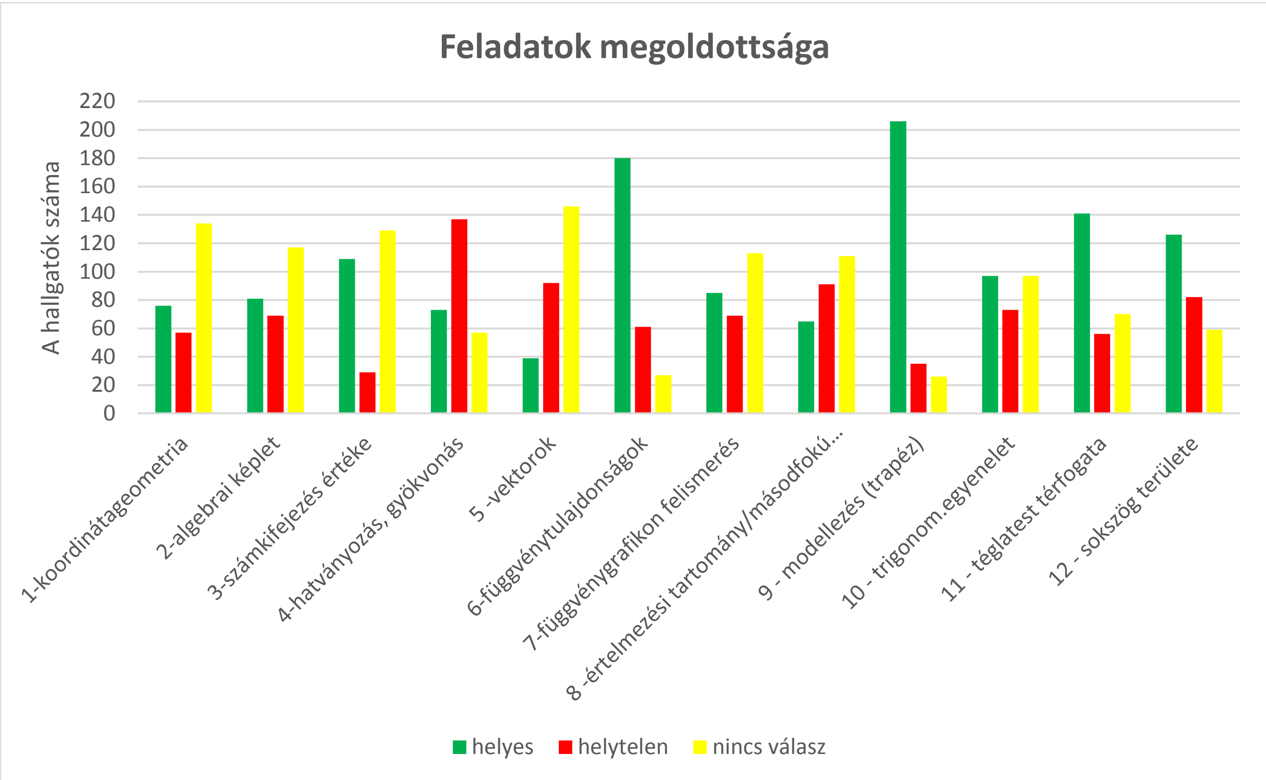
[2] https://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktatas/erettsegi/vizsgakovetelmenyek2017/matematika_vk_2017.pdf



1. ábra

Az 1. ábra jól mutatja, hogy a dolgozatot írt hallgatók túlnyomó többsége a megszerezhető 36 pontból 10 pontot vagy attól kevesebbet ért el (30% alatt teljesített). Bár az emelt szinten érettségizettek teljesítménye magasabb a középszinten érettségizettekétől, az eredmények így sem megnyugtatók. Az, hogy 19 emelt szinten érettségizett hallgatók közül mindössze 7 hallgató teljesítménye volt 80% fölötti arra enged következtetni, hogy az emelt szinten érettségizettek közül sem birtokolja mindegyik hallgató a reproduktív kompetenciaosztály képességeit, készségeit.

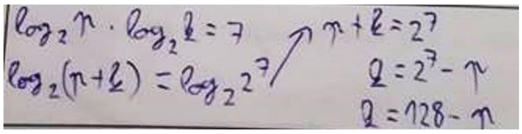
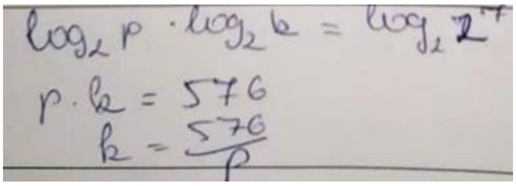
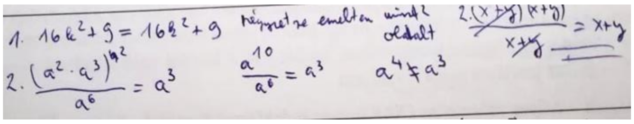
A felmérő egyes feladatainak megoldottságát elemzi a 2. ábra.



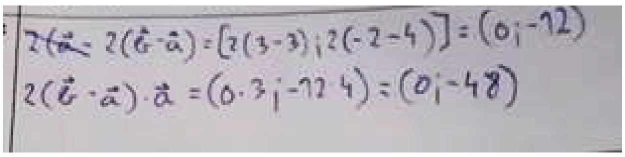
2. ábra

Az ábráról leolvasható, hogy melyek azok a témakörök, amelyek a felsőfokú matematika tárgy tematikájához falsúlyosabban kapcsolódnak, de gyengébb teljesítményt értek el azokban a hallgatók:

- az algebrai készségeket mérő feladatok (2. és 4.) – a hallgatók többsége például nincs tisztában a gyökvonás, hatványozás, logaritmus azonosságaival. A 6. feladatban a legtöbben igaznak vélték a következő egyenlőséget: $\sqrt{16k^2+9} = 4k+3$ (ezen a területen évről-évre hiányosságok tapasztalhatók) (Szanyi, Varga, 2017). A logaritmus azonosságaival kapcsolatban is hiányos a legtöbb tanuló ismerete.

Feladat	**Tanulói válaszok**
2. Fejezze ki a $log_2 p \cdot log_2 k = 7$ képletből a k értékét! (p, k ≠1, p>0, k>0)	 
4. Melyik állítás IGAZ? $\sqrt{16k^2+9} = 4k+3$, tetszőleges k számra; $\frac{(a^2 \cdot a^3)^2}{a^6} = a^3$ (a≠ 0, a≠ 1); $\frac{x^2+y^2}{x+y} = x+y$ $(x \neq -y)$	

- a koordinátageometria témaköréhez kapcsolódó 1. feladat (a 2. fejezetben viszont jól látható volt, hogy mennyire fontosak egy leendő mérnöknek a koordinátageometriai ismeretek).
- a vektoralgebra témájához tartozó 5. feladat – nehézséget jelentett a vektorok skaláris szorzatának meghatározása, ami ugyancsak fontos matematikai fogalom a mérnöki területeken (lásd a 2. fejezetet).

Feladat	Tanulói válaszok
Adottak az $\vec{a}(3;4)$ és $\vec{b}(3;-2)$ vektorok. Határozzuk meg a $2(\vec{b}-\vec{a})$ és az $\vec{a}$ vektorok skaláris szorzatát!	

- elemi függvények grafikonjainak felismerését megcélzó 7. feladat.

- problémás területnek számított az egyszerű trigonometrikus egyenlet megoldásain számának meghatározását megcélzó 9. feladat.

Összegzés

Jelen tanulmány középpontjában a mérnökképzést megkezdő hallgatók középiskolai matematika ismeretének vizsgálta állt. Minthogy a komplexebb tudáselem elsajátítása az alapok hiánya nélkül nem lehetséges, ezért a vizsgálatok a reproduktív kompetenciaosztály készségeinek, képességeinek birtoklására, azaz az alapvető ismeretek alkalmazására, a rutin számításokra irányultak.

A felmérés eredményei arra engednek következtetni, hogy a felsőfokú tanulmányaikat megkezdő mérnökhallgatók jelentős aránya nem a megfelelő alapokkal érkezik az egyetemre. Viszont a műszaki alaptárgyak elsajátítását, és az így megszerzett ismeretek alkalmazási készségének kialakítását jelentősen befolyásolják a hallgatók matematikai alapjainak milyensége. Emiatt a középiskolai oktatásban kiemelt figyelmet szükséges fordítani arra, hogy a tanulók diákok probléma nélkül és rutinosan bánjanak a *hatványokkal, nevezetes azonosságokkal* és az *algebrai törtekkel*, ismerjék az *elemi függvények alapvető tulajdonságait és grafikonjait*, jártasak legyenek a *koordinátageometria és a vektoralgebra területén* is.

Jelen tanulmányban ismertetett eredmények "erős" hasonlóságot mutatnak a korábban végzett felmérés eredményeivel (Szanyi, Varga, 2017): a 2017-es szintfelmérőn a hallgatók 55%-a 30% alatt teljesített. Mindezen eredmények alapján felmerül a kérdés, hogy a matematika érettségi valódi képet mutat a tanulók tudásszintjéről? Mit mér? A középiskolában tanult/tanított anyagot vagy bizonyos típusú feladatok megoldási sikerességét?

Hivatkozások

[1] Á. Vígné Lencsés, *A műszaki főiskolai matematika-oktatás eredményességének növelése*, Acta Pedagogica, 1, no. 2 (2001), 37-46.

[2] P. Vári, *PISA-vizsgálat 2000*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 2003.

[3] European Society for Engineering Education (SEFI), *A Framework for Mathematics Curricula in Engineering Education,* First Revision of Report by the SEFI Mathematics Working Group "Mathematics for the European Engineer: A Curriculum for the Twenty-First Century", 2011. http://sefi.htw-aalen.de/

[4] R. Nagy-Kondor, G.Á. Szíki, „Basic Knowledge of Natural Sciences": a new foundation subject at the Faculty of Engineering, University of Debrecen, *Horizons of mathematics, physics and computer sciences (OBZORY MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY)*, 41 (2), 2012.

[5] A. Csákány, Results of mathematics ‘test zero’ at Budapest University of Technology and Economics in 2010, POLLACK PERIODICA, An International Journal for Engineering and Information Sciences, Vol 7 (2012), 43-53.

[6] Gy. Szanyi, A. Varga, *Elsőéves mérnökhallgatók középiskolai matematika ismeretének vizsgálata*. In Imre Kocsis (szerk.), Proceedings of the Conference on Problem-based Learning in Engineering Education. Konferencia helye, ideje: Debrecen, Magyarország, 2017.10.13. Debrecen: University of Debrecen Faculty of Engineering, 2017. pp. 75-82.

Villanymotorok dinamikai jellemzőinek mérése

SZÍKI GUSZTÁV ÁRON, SZÁNTÓ ATTILA, SARVAJCZ KORNÉL

University of Debrecen, szikig@eng.unideb.hu
University of Debrecen, szanto.attila93@gmail.com
University of Debrecen, sarvajcz@eng.unideb.hu

Korábbi publikációinkban [1, 2] ismertettük a MATLAB környezetben kifejlesztett járműdinamikai szimulációs programunkat, annak felhasználását villamos hajtású járművek műszaki paramétereinek optimalizálására, valamint részletesen bemutattuk a program részét képező soros gerjesztésű egyenáramú motor modelljét és szimulációját. Emellett ismertettük a kísérleti eljárást, amellyel a szimulációs program bemenő paraméterei közül, a motor elektromágneses jellemzői meghatározhatók. A jelen publikációban a motor dinamikai jellemzőinek (forgórész tehetetlenségi nyomatéka, csapágy és kefe ellenállási nyomatékok) kísérleti meghatározásával foglalkozunk. A fenti elektromágneses és dinamikai jellemzők ismeretében elvégezhető a motor szimulációja, és a szimulációs eredmények összehasonlíthatók tesztmérések eredményeivel.

1. Bevezetés

Az elmúlt évtizedben a Debreceni Egyetem Műszaki Karán jelentős erőfeszítéseket tettünk a tehetséggondozás területén [3,4,5,6]. A fenti tevékenység keretében Karunkon – oktatói irányítással – számos hallgatói csapat tevékenykedett, eredményesen szerepelve alternatív hajtású járművek számára rendezett versenyeknek (Shell Eco-marathon, Pneumobil verseny, MVM Energia Futam).

Az tartósan eredményes versenyzéshez – hasonlóan egyéb műszaki és tudományos területekhez [7,8,9,10] – fontos a folyamatos fejlesztés, felhasználva a dinamikai modellezés és szimuláció korszerű matematikai és számítástechnikai eszközeit. Ennek a fejlesztésnek részeként MATLAB környezetben kifejlesztettünk egy járműdinamikai szimulációs programot, amely alkalmas egy soros gerjesztésű egyenáramú motorral meghajtott jármű menetdinamikai függvényeinek (pl. gyorsulás-, sebesség- és út-időfüggvény) kiszámítására a jármű műszaki adataiból [11,12,13]. A fenti szimulációs programot felhasználva, egy szintén MATLAB alatt írt optimalizációs program segítségével, meghatározhatjuk azon optimális műszaki adatokat, amelyekkel a különböző versenyeken a legkedvezőbb menetdinamikai tulajdonságok érhetők el.

A járműdinamikai szimuláció kiemelten fontos része a soros gerjesztésű DC motor modellezése [1], és a modell alapján egy szimulációs program létrehozása. A program alkalmazásával, a motor alapvető elektromágneses és dinamikai jellemzőiből, kiszámítható annak fordulatszáma, nyomatéka és a rajta átfolyó áram erőssége az idő függvényében.

Az elektromágneses és dinamikai jellemzők (az állórész és forgórész tekercseinek elektromos ellenállása és dinamikus öninduktivitása, a két tekercs kölcsönös dinamikus induktivitása, kefefeszültség, csapágy és kefe ellenállási nyomaték, forgórész tehetetlenségi nyomatéka) meghatározása esetünkben méréssel történik. Jelen közleményben a forgórész tehetetlenségi nyomatékának, valamint a csapágy és kefe ellenállási nyomatéknak a meghatározására kidolgozott kísérleti eljárást ismertetjük.

2. A forgórész tehetetlenségi nyomatékának meghatározása

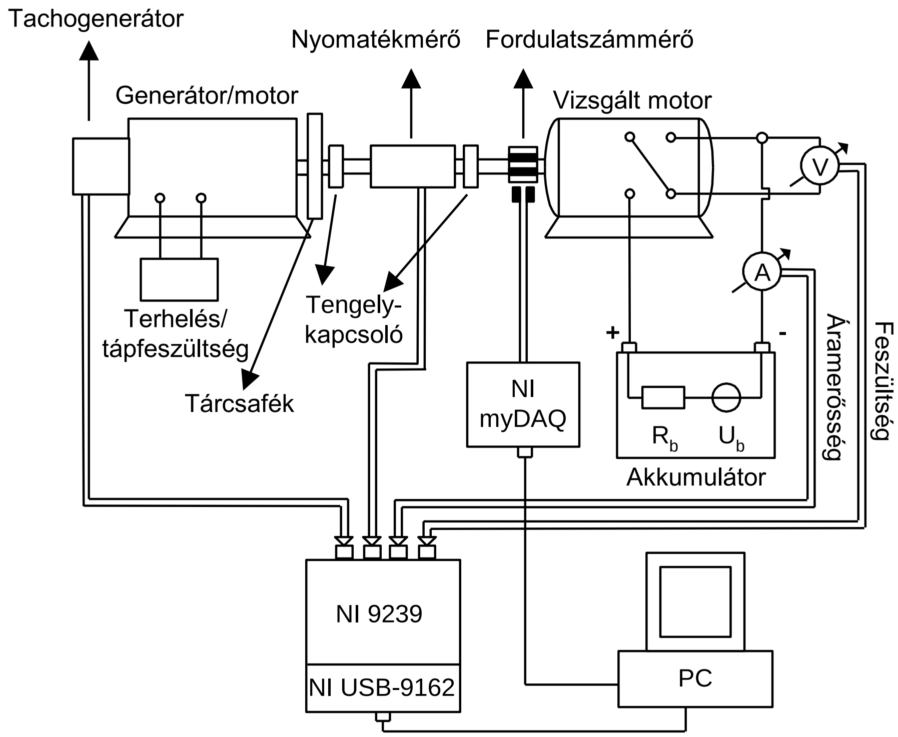
A tehetetlenségi nyomaték meghatározása lengetéssel

A tehetetlenségi nyomaték meghatározására az irodalomban több kísérleti módszer ismert. Vannak lengetési elven alapuló eljárások, amelyeknél egy fizikai vagy torziós inga lengésidejének mérésére vezetjük vissza a tehetetlenségi nyomaték meghatározását. Fizikai ingát úgy hozhatunk létre, hogy a motor forgórészéhez excentrikusan egy ismert tömegű, pontszerű súlyt rögzítünk, majd a rendszert lengésbe hozzuk. A forgórész lenghet a saját csapágya körül elfordulva, vagy a motorból kiszerelve, egy ideális élen gördülve [14]. Az ideális élen történő gördülés alkalmazásával a csapágy ellenállási nyomaték zavaró hatása kiküszöbölhető, így pontosabb mérési eredményekhez jutunk. Tehát a pontosabb mérések elvégzéséhez ki kell szerelnünk a forgórészt a motorból. A torziós ingánál a forgórészt torziós szálra függesztjük, és lengésbe hozzuk. Mindkét esetben (fizikai és torziós inga) a lengésidőből, valamint egyéb, a mérőrendszert jellemző adatokból határozzuk meg a tehetetlenségi nyomatékot. Hangsúlyozni kell, hogy mindkét módszer esetén – a mérések megfelelő pontosságú elvégzéséhez – a forgórészt ki kell szerelni a motorból.

Egy másik eljárás a kifutási kísérleten alapuló mérés. A módszer előnye, hogy a forgórészt nem kell kiszerelni a motorból, továbbá ugyanazon mérési elrendezéssel a csapágy és kefe ellenállási nyomatékok szintén kimérhetők. A módszer hátránya, hogy elvégzése összetett mérőrendszert igényel.

A tehetetlenségi nyomaték meghatározása kifutási kísérlettel

A méréseket elvégezhetjük az alábbi mérőrendszer alkalmazásával:



1. ábra. Mérőrendszer a kifutási kísérlethez

A mérések elvégzéséhez elvileg két különböző eljárást is alkalmazhatunk („A" és „B" verzió).

A mérés menete („A" verzió):

1. Egy külső motor segítségével – forgótengelyes nyomatékmérő és oldható tengelykapcsoló közbeiktatásával – egy adott fordulatszámig (pl. 4000 1/min) felpörgetjük a vizsgált motort. (A motorra ekkor nem adunk feszültséget.)
2. A felpörgetést diszkrét lépésekben (pl. 100 1/min) végezzük el, minden lépésnél leolvasva a nyomatékmérőt, amely által mutatott érték az adott fordulatszámon érvényes csapágy ellenállási nyomaték, vagy, ha a szénkefe rajta van a forgórészén, akkor a csapágy és kefe ellenállási nyomaték összege. A mérés eredményeként megkapjuk valamely említett nyomatékot a fordulatszám függvényében. (M(n))
3. Az M(n) függvényből meghatározzuk az M(ω) függvényt, ahol ω a motor szögsebessége rad/s egységben.
4. A maximális fordulatszámnál (pl. 4000 1/min) oldjuk a tengelykapcsolót, és hagyjuk a motort magától leállni. A leállás közben – például optikai elven – mérjük a forgórész fordulatszámát az idő függvényében (n(t)).
5. A fordulatszám-idő függvényből kiszámoljuk a forgórész szögsebesség-idő függvényét rad/s egységben. (ω(t))
6. Az ω(t) függvényt idő szerint deriváljuk, így megkapjuk a forgórész szöggyorsulás-idő függvényét (ε(t)).

7. Összetartozó ε(t) és M(ω(t)) értékekből – több pontban – kiszámítjuk a tehetetlenségi nyomaték értékét az alábbi összefüggés szerint:

$$J_{rot} = \frac{M(\omega(t))}{\varepsilon(t)}$$

8. Számítjuk a különböző J_{rot} értékek átlagértékét és szórását.

A módszer („A" verzió) hátránya, hogy a tengelykapcsoló azon részének tehetetlenségi nyomatékát, amely a motor tengelyén helyezkedik el „hozzámérjük" a forgórész tehetetlenségi nyomatékához. (Azaz a mért értéket korrigálni kell.)

A mérés menete („B" verzió):

1. Meghatározzuk az M(ω) függvényt az A verzió szerint. (Ekkor nem szükséges oldható tengelykapcsoló.)
2. A motort leszereljük a nyomatékmérőről, majd feszültséget kapcsolunk rá, és felpörgetjük egy adott fordulatszámig (pl. 4000 1/min). Ezt követően a feszültséget lekapcsoljuk, és hagyjuk a motort leállni. A leállás közben – például optikai elven – mérjük a forgórész fordulatszámát az idő függvényében (n(t)).
3. Innen az „A" verzió szerinti 5., 6., 7. és 8. lépéseket alkalmazzuk.

A „B" verzió esetén hátrányt jelent, hogy a mérőrendszert a két mérés között át kell szerelni, továbbá, hogy a motor felmágneseződhet, ami torzíthatja a mérési eredményeket. Előny jelent azonban, hogy a mérések elvégzéséhez nem kell oldható tengelykapcsolót alkalmazni.

Összefoglalás

A jelen közleményben villanymotorok dinamikai jellemzőinek mérésére ismertettünk eljárásokat. A forgórész tehetetlenségi nyomatékának kísérleti meghatározásához többféle, míg a tehetetlenségi, csapágy és kefe ellenállási nyomaték együttes méréséhez egy összetett eljárást, két különböző verzióban. Folyamatban van a korábbi mérőrendszerünk átalakítása, így az alkalmassá válik majd az összetett eljárás elvégzésére. Az átalakítás magában foglalja az optikai elven történő fordulatszámmérés megvalósítását, új, korszerű nyomatékmérő és oldható tengelykapcsoló beépítését. A fejlesztések után tervezzük a mérések végrehajtását, és az eredmények kiértékelését, továbbá a meghatározott dinamikai jellemzők értékét beépítjük majd a járműdinamikai szimulációs programunkban.

Ezek után a továbbfejlesztett mérőrendszerrel – egy soros gerjesztésű, egyenáramú motoron – dinamikus tesztméréseket hajtunk majd végre, és a mérési eredményeket összevetjük a szimulációs eredményekkel. Az összehasonlítás visszajelzést ad a kísérleti eljárásunk pontosságára, valamint a szimulációs programunk megfelelő működésére.

Köszönetnyilvánítás

„ Az Emberi Erőforrások Minisztériuma ÚNKP-18-2 kódszámú Új Nemzeti Kiválóság Programjának támogatásával készült"

Hivatkozások

[1] Szíki, G., Sarvajcz, K., Kiss, J., Gál, T., Szántó, A., Gábora, A., Husi, G.: Experimental investigation of a series wound dc motor for modelling purpose in electric vehicles and mechatronics systems. Measurement 109, 111-118., 2017.

[2] Szántó Attila, Dr. Szíki Gusztáv Áron, Hajdu Sándor, Gábora András, Sipos Kristóf Balázs (2018): Járműdinamikai szimuláció és optimalizáció, Proceedings of the XXIII-RD International Conference of Young Engineers, Kolozsvár (2018), 219-222.

[3] Gábora, A., Szíki, G., Szántó, A., Varga, T., Magyari, A., Balázs, D.: Prototípus elektromos tanulmányautó fejlesztése a Shell Eco-Marathon versenyre = Prototype battery electric car development for Shell Eco-Marathon competition. In: A XXII. Fiatal Műszakiak Tudományos Ülésszak előadásai = Proceedings of the XXII-th International Scientific Conference of Young Engineers / szerk. Bitay Enikő, Erdélyi Múzeum Egyesület (EME), Kolozsvár, 167-170, 2017.

[4] Juhász, G.: Szakmai versenyek az oktatás szolgálatában = Technical competitions for the education. In: Proceedings of the 1st international scientific conference on advances in mechanical engineering (ISCAME 2013) : 10-11 October 2013, Debrecen, Hungary / szerk. Mankovits Tamás, Debreceni Egyetem Műszaki Kar, Gépészmérnöki Tanszék, Debrecen, 74-78, 2013.

[5] Nagy-Kondor, R. (2011): Technical mathematics in the University of Debrecen. Annales Mathematicae et informaticae, 38, 157-167.

[6] Nagy-Kondor, R. (2005): Special characteristics of engineering students' knowledge of functions: International Journal for Mathematics Teaching and Learning, 10, 1-9.

[7] Krisztián Deák, Tamás Mankovits, Imre Kocsis: Optimal Wavelet Selection for the Size Estimation of Manufacturing Defects of Tapered Roller Bearings with Vibration Measurement using Shannon Entropy Criteria, Strojniškivestnik - Journal of Mechanical Engineering Vol 63, No 1 (2017), pp. 3-14.

[8] Krisztián Deák, Imre Kocsis: Support Vector Machine with Wavelet Decomposition Method for Fault Diagnosis of Tapered Roller Bearings by Modelling Manufacturing Defects, Periodica Polytechnica Mechanical Engineering 61(4), pp. 276-281, 2017.

[9] Hajdu, S., Gáspár, P.: Reducing the Mast Vibration of Single-Mast Stacker Cranes by Gain-Scheduled Control. Int. J. Appl. Math. Comp. Science 26 (4), 791-802., 2016.

[10] Hajdu, S., Gáspár, P.: From Modeling to Robust Control Design of Single-Mast Stacker Cranes. Actapolytechn. Hung 11 (10), 135-149., 2014.

[11] Szántó Attila, Dr. Szíki Gusztáv Áron, Hajdu Sándor, Gábora András (2017): Simulation of a series wound DC motor in MATLAB environment, Proceedings of the XXII International Conference of Young Engineers, Kolozsvár (2017), 367-370.

[12] Szántó Attila, Dr. Szíki Gusztáv Áron, Hajdu Sándor (2016): Dynamic modelling of a race car driven by series wound DC motor, "Műszaki Tudomány az Észak-Kelet Magyarországi régióban (2016)" Conference Proceedings: p.587-591.

[13] Szíki Gusztáv Áron, Hajdu Sándor, Szántó Attila (2015): Vehicle Dynamics Modelling of an Electric Driven Race Car, In: Sándor Bodzás, Tamás Mankovits (editors) Proceedings of the 3rd International Scientific Conference on Advances in Mechanical Engineering (ISCAME 2015), University of Debrecen Faculty of Engineering, pp. 208-217. (ISBN:978-963-473-917-3)

[14] Dr. Ludvig Győző: Gépek dinamikája, Műszaki könyvkiadó, Budapest, 1983.