



Valovi samotnjaci

Hrvoje Buljan¹, Zagreb

Vjerujem da su rijetki oni koje ne fascinira pogled na morske valove koji se razbijaju o stijene. Generacije koje su odrasle prije masovne uporabe mobitela mogu biti fascinirane činjenicom da možemo s praktički bilo kojeg mjesta na zemlji nazvati mobilnim telefonom nekog drugog na kraju svijeta ili gledati televizijski prijenos s površine Mjeseca. Kada bi reinkarnirali nekog ribara s Galilejskog jezera od prije dvije tisuće godina, on bi bio fasciniran mogućnošću praćenja jata riba na malom ekranu u ribarskoj brodići. Roditelji su oduševljeni kada na ultrazvuku vide srce nerođene bebe kako kuca u majčinoj utrobi. Fizičari, su fascinirani činjenicom da su u srži svih gore navedenih pojava valovi, da sve te razne vrste valova mogu pokazivati univerzalne *valne pojave* kao što su *interferencija* ili *refleksija*, te da ih možemo opisivati *valnim jednadžbama*, koje mogu biti čak i identične za opis raznovrsnih tipova valova i valnih pojava. U ovom eseju govorit ćemo o **valovima samotnjacima** – *nelinearnoj valnoj pojavi* – otkrivenoj davne 1834. godine u valovima vode. Valovi samotnjaci do danas su pronađeni u raznim sustavima, te su i danas (možda više nego ikad prije) u fokusu mnogih istraživanja moderne fizike.

Kako postoje razne vrste valova, pomalo je nezahvalno napisati općenitu a opet dovoljno preciznu i točnu definiciju tog pojma. Općenito (i maglovito) možemo reći da je val poremećaj koji se prostire u prostoru i vremenu i prenosi energiju. Elektromagnetski valovi su titranja električnih i magnetskih polja koja se međusobno induciraju u prostoru i vremenu i tako prostiru vakuumom ili nekim sredstvom. Valove zvuka čine mehaničke vibracije u nekom sredstvu koje se kroz taj medij prostiru i prenose energiju; na primjer, vibracijske promjene tlaka u zraku možemo čuti kao zvuk. Čak se i materija npr. elektroni, protoni, atomi, mogu ponašati kao valovi i pokazivati valne pojave poput interferencije – valove materije opisujemo Schrödingerovom valnom jednadžbom odnosno kvantnom mehanikom.

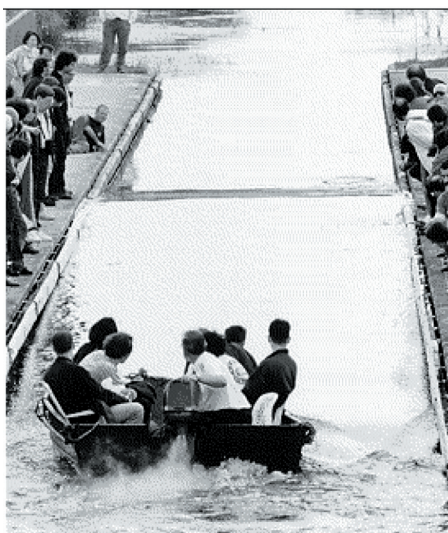
Valom samotnjakom nazivamo lokalizirani valni paket, koji putuje sam, a pri tome ne mijenja svoj oblik i brzinu. No, umjesto općenitih i maglovitih definicija, više možemo naučiti promatrajući i proučavajući neki fizikalni sustav u prirodi ili laboratoriju (fizičari sustave egocentrično zovu fizikalni sustavi), postavljajući pitanja i diskutirajući o mogućim odgovorima.

Valove samotnjake otkrio je škotski znanstvenik John Scott Russell 1834. godine, blizu gradića Edinburgha, gdje je radio kao inženjer na uskim kanalima vode kojima se najčešće transportirao ugljen. John Scott Russell jednog je dana promatrao brod koji se gibao kanalom i zamijetio novi tip vala. Nekoliko godina kasnije je napisao:

Promatrao sam gibanje broda koji su u uskom kanalu vrlo brzo vukla dva konja. Brod se naglo zaustavio, ali velika količina vode koja se akumulirala ispred pramca,

¹ Autor je docent na Fizičkom odsjeku Prirodoslovno-matematičkog fakulteta, Sveučilišta u Zagrebu, e-mail: hbuljan@phy.hr.

snažno pobudena, nastavila je gibanje. Stvorio se jedan jedini val i velikom se brzinom zakotrljao niz kanal ostavljajući brod iza sebe. Val je bio u obliku glatke uzvisine, dobro definiranog oblika, te se nastavio gibati niz kanal bez promjene oblika i bez smanjenja brzine. Slijedio sam val jašući na konju nekih osam do devet milja. On se još kotrljao niz kanal bez promjene oblika, duljine od oko tridesetak stopa i oko jednu do jednu i pol stope visine. Visina mu se tada počela smanjivati i nakon potjere od još milju do dvije izgubio sam ga iz vida u zavojima kanala. To je opis događaja iz mjeseca kolovoza 1834. godine kada sam se prvi puta susreo s jedinstvenom i prelijepom pojavom koju sam nazvao Val translacije.



Slika 1. Fotografija vala samotnjaka načinjenog na Union kanalu u Škotskoj.

Slika 1 prikazuje fotografiju s Union kanala u Škotskoj gdje danas možete u čamcu slijediti val samotnjak u vodi kao turističku atrakciju. Nakon svog otkrića g. Russell je napravio niz pokusa u kojima je dalje istraživao otkrivenu valnu pojavu. Međutim, možda i zbog toga što se njegovo otkriće u to doba nije činilo tako značajno kao danas, teorijsko objašnjenje valova samotnjaka čekalo je šezdesetak godina. Godine 1895., dvojica su Nizozemaca, Korteweg i de Vries, krećući od temeljnih zakona hidrodinamike izveli jednadžbu – danas ju zovemo Korteweg-de Vries (KdV) jednadžba – koja matematički opisuje val samotnjak u plitkoj vodi. Ključna stvar u njihovom opisu vala samotnjaka jest nelinearnost.

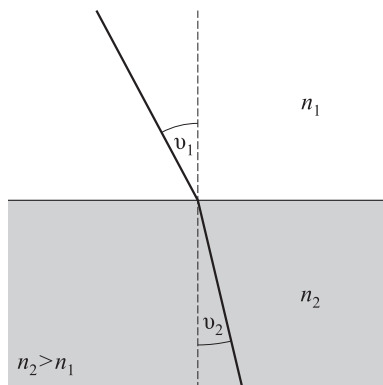
Što je nelinearnost i zašto je ona važna za postojanje valova samotnjaka objasniti ćemo na drugom primjeru: *optičkom valu samotnjaku*. U optici proučavamo prostiranje svjetlosti u vakuumu i raznim prirodnim i umjetno stvorenim materijalima. Iako u geometrijskoj optici svjetlost možemo zamisliti kao zrake koje se pravocrtno prostiru, svjetlost je u stvari elektromagnetski val, tj., titranje električnih i magnetskih polja koja međusobnom indukcijom putuju kroz prostor i vrijeme. Svjetlost čine elektromagnetski valovi valnih duljina od 400–700 nanometara, tj., od ljubičaste do crvene svjetlosti (jedan nanometar je milijarditi djelić metra).

Da bi opisali nelinearnost potreban nam je pojam indeksa loma. Indeks loma n nam govori koliko se brzina svjetlosti u nekom sredstvu v_f (preciznije, radi se o faznoj brzini v_f), promjeni u odnosu na brzinu svjetlosti u vakuumu c . Te su brzine povezane

jednadžbom $n = \frac{c}{v_f}$. Za primjer, indeks loma zraka je približno 1, a vode je približno 1.3. Kada zraka svjetlosti ulazi iz sredstva indeksa loma n_1 u sredstvo indeksa loma n_2 , kao što je prikazano na slici 2, ona se lomi. Lom svjetlosti opisan je Snellovim zakonom:

$$\frac{\sin \vartheta_1}{\sin \vartheta_2} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (1)$$

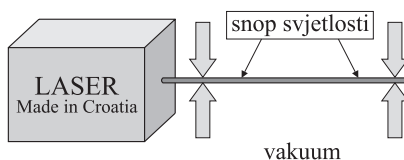
gdje su kutovi definirani na slici 2.



Slika 2. Zraka svjetlosti (puna linija) lomi se kod prelaza iz sredstva indeksa loma n_1 u sredstvo indeksa loma n_2 . Kutovi ϑ_1 i ϑ_2 mjere se od okomice (točkasto-crtkana okomita crta).

Svjetlost se lomi tako kao da želi skrenuti prema sredstvu većeg indeksa loma (vidi sliku 2)! Indeks loma nekog sredstva je nelinearan ukoliko se mijenja ovisno o intenzitetu svjetlosti kojom je ono obasjano. On tada nije jednak u svakoj točki sredstva već ovisi o intenzitetu svjetlosti u datoj točki, npr., indeks loma na mjestu obasjanom laserskim snopom može malo porasti u odnosu na okolinu obasjanog mjesta.

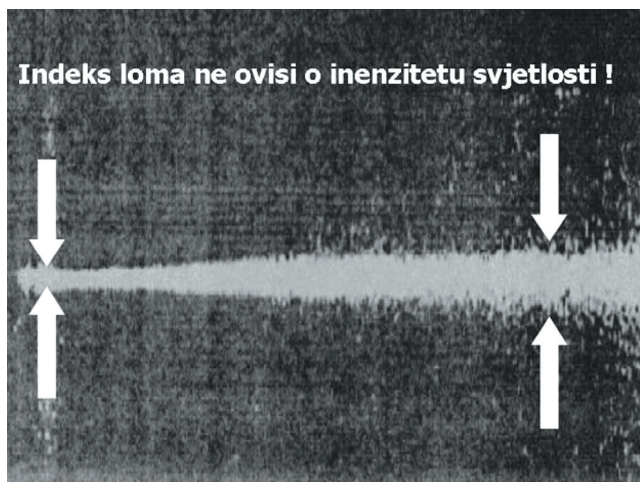
Da li je to moguće?



Slika 3. Da li je moguće iskonstruirati takav laser, da emitira snop svjetlosti u vakuum, a koji će se prostirati bez promjene debljine tijekom propagacije? Debljina snopa je naznačena strelicama.

Zamislimo sada eksperiment u kojem laserski snop svjetlosti usmjerimo u vakuum ili sredstvo indeksa loma n (male lasere izgleda penkala danas možemo kupiti u običnom dućanu). Postavljamo pitanje: Možemo li tako precizno usmjeriti snop svjetlosti da on putuje čineći cilindar u prostoru, a bez promjene debljine snopa tijekom propagacije (vidi sliku 3)? Odgovor je ne! Koliko god se mi trudili tako savršeno napraviti snop radeći raznorazne tehničke izmišljotine, debljina snopa svjetlosti će se povećavati tijekom propagacije u vakuumu ili sredstvu nekog indeksa loma n . Uzrok tome jest valna priroda svjetlosti. Pojava širenja lokaliziranog snopa tijekom propagacije naziva

se i difrakcija (i raspršenje svjetlosti na optičkoj rešetki također se naziva difrakcija no to su različite pojave).



Slika 4. Laserski snop svjetlosti ulazi u sredstvo (s lijeva) i propagira se. Indeks loma sredstva ne ovisi o intenzitetu svjetlosti. Za posljedicu, debljina snopa se širi tijekom propagacije (označeno strelicama).

Slika 4 prikazuje eksperiment s laserskim snopom. Na slici je prikazano sredstvo određenog indeksa loma n , a s lijeve strane laserski snop svjetlosti ulazi u taj medij. Primijeti da se debljina snopa svjetlosti povećava tijekom propagacije.



Slika 5. Optički val samotnjak. Laserski snop svjetlosti ulazi s lijeve strane u nelinearan medij. Intenzitet svjetlosti je najveći u središtu snopa. Zbog nelinearnosti, indeks loma je također veći u središtu (vrlo malo veći, ali dovoljno za stvaranje efekta).

Ukoliko sredstvo u kojem se prostire svjetlost ima nelinearan indeks loma, odnosno ukoliko se indeks loma povećava u onim točkama gdje je intenzitet svjetlosti veći,

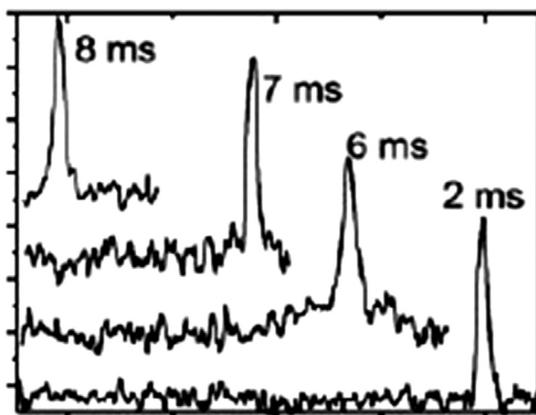
odebljanje snopa svjetlosti tijekom propagacije može se zaustaviti. Na slici 5 prikazan je snop svjetlosti koji se širi u nelinearnom sredstvu. Indeks loma materijala je nešto veći u središtu snopa gdje je intenzitet svjetlosti jak, nego izvan područja snopa. Iz Snellovog zakona (slika 2) znamo da svjetlost "skreće" prema području većeg indeksa loma, odnosno u ovom slučaju želi skrenuti prema središtu snopa. Stoga, zbog nelinearnosti, stvara se tendencija snopa da se sužava tijekom evolucije. Ta se pojava zove *samofokusiranje* jer snop kao da sam stvara leću koja ga fokusira prema njegovom središtu. Ukoliko se tendencija snopa za širenjem prikazana na slici 4 u potpunosti uravnoteži s nelinearnim samofokusiranjem, dobili smo laserski snop koji se prostire bez promjene oblika. Takav snop zovemo optički val samotnjak a njegova eksperimentalna realizacija prikazana je na slici 5.

Valovi samotnjaci su univerzalne valne pojave, a pronađeni su u raznim sustavima. Pogledajmo sustav ultrahladnih atomskih plinova koje se kreću i do nekoliko desetaka nano Kelvina (nK) (dakle, samo desetak milijarditih dijelova stupnja iznad apsolutne nule – to je zaista hladno). Ukoliko je takav plin bozonski (objasniti ću poslije), sve čestice će na dovoljno niskoj temperaturi kondenzirati u jedno kvantno stanje. Ta se pojava naziva Bose-Einsteinova kondenzacija (BEK) prema indijskom fizičaru imena Satyendra Nath Bose i slavnom Albertu Einsteinu koji su napravili teorijsko predviđanje BEK još davne 1925. godine. Međutim, nedvosmislena eksperimentalna realizacija bozonskog kondenzata čekala je 1995. godinu; za te eksperimente je dodijeljena i Nobelova nagrada fizičarima Cornellu, Wiemanu i Ketterleu 2001. godine.

Što su u biti bozoni odnosno BEK? Sustave atomskih plinova na ultrahladnim temperaturama ne možemo sasvim precizno opisati Newtonovim zakonima već teorijom kvantne mehanike. Bozoni su čestice kod kojih je kvantni spin cjelobrojan (0,1,2,...); kvantni spin određuje neka od svojstava čestica npr. njihovo ponašanje u magnetskom polju. U Newtonovoj mehanici stanje nekog plina možemo opisati ako znamo koordinate i brzine svih čestica u plinu. U kvantnoj mehanici koristimo takozvanu valnu funkciju $\psi(x_1, x_2, \dots, x_N, t)$ koja može poprimati kompleksne vrijednosti (učili ste kompleksne brojeve!). Argumenti funkcije x_1, x_2, \dots, x_N i t su realni brojevi. Broj prostornih koordinata x_i jednak je broju čestica N a t je vrijeme jer stanje sustava se može mijenjati u vremenu kao što se i koordinate i brzine klasičnog Newtonovog plina mogu mijenjati u vremenu. Za bozonske plinove sazdanе od istovrsnih čestica vrijedi sljedeće: Valna funkcija mora biti potpuno simetrična na zamjenu koordinata dviju čestica, npr., ako zamijenimo prve dvije koordinate imamo $\psi(x_1, x_2, x_3, \dots, x_N, t) = \psi(x_2, x_1, x_3, \dots, x_N, t)$. Kao posljedicu toga, može se pokazati da na vrlo niskim temperaturama valnu funkciju možemo zapisati kao produkt $\psi(x_1, x_2, x_3, \dots, x_N, t) = \Phi(x_1, t)\Phi(x_2, t) \cdots \Phi(x_N, t)$ što se fizikalno može interpretirati kao da su svi bozoni kondenzirali u jedno stanje $\Phi(x, t)$ sa samo jednom koordinatom. Fizikalne posljedice te pojave su mjerljive i fascinantne, npr., raspodjela impulsa (brzina) kondenziranog plina je vrlo uska, kao da su sve čestice "smrznute" u nultoj brzini. Naglasimo još jednom da se to događa za bozonske čestice, odnosno one kod kojih valna funkcija $\psi(x_1, x_2, x_3, \dots, x_N, t)$ mora imati potpunu simetriju na zamjenu prostornih koordinata.

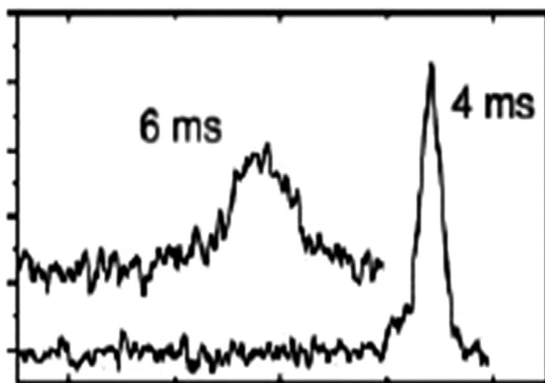
Sada kad smo postali stručnjaci za Bose-Einsteinovu kondenzaciju pogledajmo što su valovi samotnjaci u sustavu ultrahladnih atomskih plinova. Ukoliko čestice plina međusobno ne reagiraju (jedna čestica "ne vidi" drugu), zbog valne prirode materije koja se manifestira u ovom sustavu, lokalizirana nakupina čestica će se raspršiti, bez obzira što je sustav vrlo hladan i sve su čestice na početku u stanju za koje je očekivana brzina nula. Međutim, ukoliko se atomi malo privlače (kao Zemlja i Mjesec), tada može doći do efekta potpuno analognog samofokusiranju koje smo opisali u optici: Zbog privlačenja čestica stvara se sila koja je protivna tendenciji lokaliziranog

Bose-Einsteinovog kondenzata da se rasprši. Ukoliko su te dvije suprotne tendencije u ravnoteži, tada se valni paket koji opisuje kondenzat $\Phi(x,t)$ ponaša kao val samotnjak, odnosno ne mijenja svoj oblik u prostoru (niti se širi niti skuplja) kako vrijeme odmiče.



Slika 6. Vremenska evolucija vala samotnjaka načinjenog od atoma Litija-7. Slika prikazuje gustoću atomskog oblaka tijekom prvih osam milisekundi gibanja. Atomi se vrlo slabo privlače.

Slika 6 prikazuje eksperimentalno mjerenje koje prikazuje gustoću nakupine kondenziranih atoma Litija-7 (bozonske čestice) kako odmiče u vremenu bez raspršivanja [L. Khajkovich et al., Science 296, 1290 (2002).]. Ukoliko se česticama isključi međusobno privlačenje, što je moguće u ovom sustavu napraviti korištenjem vanjskih magnetskih polja, tada se lokalizirani atomski valni paket širi, kao što je prikazano na slici 7 (sjetite se – koristimo kvantnu mehaniku i valne funkcije za opis atomskog sustava).



Slika 7. Vremenska evolucija kondenzata načinjenog od atoma Litija-7. Atomi ne međudjeluju (nema niti privlačenja niti odbijanja). Oblak se raspršuje, za razliku od slike 6.

Tako, dok moderni pjesnici pjevaju o porukama SMS-a koje se gužvaju na nebu iznad nas, fizičar zamišlja elektromagnetsko polje koje oscilira u prostoru i vremenu te prenosi informaciju (i pomalo energije) od jedne do druge antene. Valne su pojave zanimljive i lijepe a njihovu ljepotu možemo doživjeti na razne načine. Ovdje smo govorili o valovima samotnjacima, nelinearnim valnim pojavama koje se javljaju u raznim fizikalnim sustavima.