PROGRAM BERMUTU

Better Education through Reformed Management and Universal Teacher Upgrading

APLIKASI KONSEP KESEBANGUNAN DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA SMP

KEMENTERIAN PENDIDIKAN NASIONAL
BADAN PENGEMBANGAN SUMBER DAYA MANUSIA PENDIDIKAN DAN PENJAMINAN MUTU PENDIDIKAN

PUSAT PENGEMBANGAN DAN PEMBERDAYAAN PENDIDIK DAN TENAGA KEPENDIDIKAN MATEMATIKA

Modul Matematika SMP Program BERMUTU

APLIKASI KESEBANGUNAN DALAM PEMBELAJARAN MATEMATIKA SMP

Penulis:
Sigit Tri Guntoro
Sapon Suryopurnomo

Penilai:
M. Danuri
Murdanu

Editor:
Sugiman

Layout:
Cahyo Sasongko

Kementerian Pendidikan Nasional
Badan Pengembangan Sumber Daya Manusia Pendidikan dan Penjaminan Mutu Pendidikan
Pusat Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan (PPPPTK) Matematika
2011

KATA PENGANTAR

Segala bentuk pujian dan rasa syukur kami haturkan ke hadirat Allah SWT, atas limpahan nikmat dan rahmat-Nya PPPPTK Matematika dapat mewujudkan kembali modul pengelolaan pembelajaran matematika untuk guru SD dan SMP. Pada tahun 2011 ini telah tersusun sebanyak dua puluh judul, terdiri dari tujuh judul untuk guru SD, delapan judul untuk guru SMP, dan lima judul untuk guru SD maupun SMP.

Modul-modul ini disusun untuk memfasilitasi peningkatan kompetensi guru SD dan SMP di forum Kelompok Kerja Guru (KKG) dan Musyawarah Guru Mata Pelajaran (MGMP), khususnya KKG dan MGMP yang dikelola melalui program BERMUTU (*Better Education through Reformed Management and Universal Teacher Upgrading)*. Modul yang telah disusun, selain didistribusikan dalam jumlah terbatas ke KKG dan MGMP yang dikelola melalui program BERMUTU, juga dapat diunduh melalui laman PPPPTK Matematika dengan alamat www.p4tkmatematika.org.

Penyusunan modul diawali dengan kegiatan *workshop* yang menghasilkan kesepakatan tentang daftar judul modul, sistematika penulisan modul, dan garis besar isi tiap judul modul. Selanjutnya secara berurutan dilakukan kegiatan penulisan, penilaian, *editing*, harmonisasi, dan *layouting* modul.

Penyusunan modul melibatkan berbagai unsur, meliputi widyaiswara dan staf PPPPTK Matematika, dosen LPTK, widyaiswara LPMP, guru SD, guru SMP, dan guru SMA dari berbagai propinsi. Untuk itu, kami sampaikan terima kasih dan teriring doa semoga menjadi amal sholih kepada semua pihak yang telah membantu terwujudnya modul tersebut.

Semoga dua puluh modul tersebut bermanfaat secara optimal dalam peningkatan kompetensi para guru SD dan SMP dalam mengelola pembelajaran matematika, sehingga dapat meningkat kualitas dan kuantitas hasil belajar matematika siswa SD dan SMP di seluruh Indonesia.

Kami sangat mengharapkan masukan dari para pembaca untuk penyempurnaan modul-modul ini demi peningkatan mutu layanan kita dalam upaya peningkatan mutu pendidikan matematika di Indonesia.

Akhir kata, kami ucapkan selamat membaca dan menggunakan modul ini dalam mengelola pembelajaran matematika di sekolah.

Yogyakarta, Juni 2011

Plh. Kepala

Dra. Ganung Anggraeni, M. Pd.

NIP. 19590508 198503 2 002

DAFTAR MODUL

DAFTAR ISI

PENDAHULUAN

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

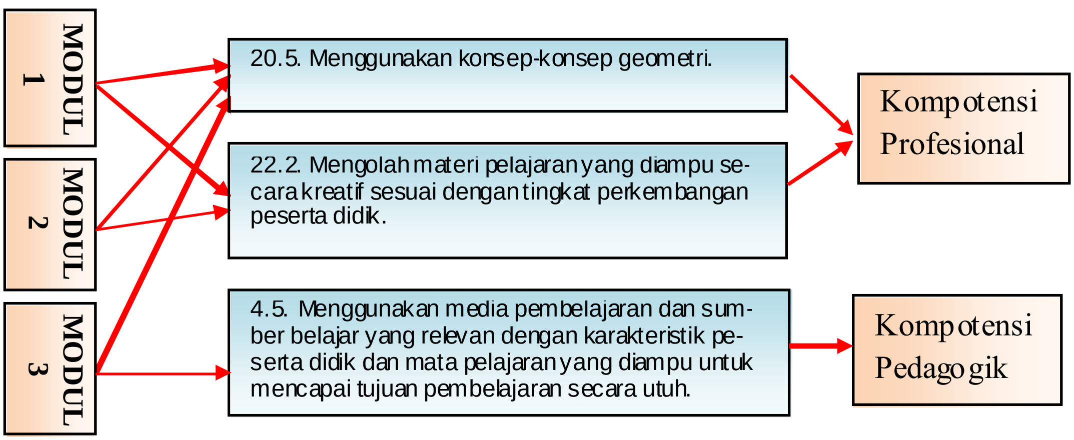
Pusat Pengembangan dan Pemberdayaan Pendidik dan Tenaga Kependidikan (PPPPTK) Matematika merupakan salah satu instansi unit pelaksana teknis yang mendukung suksesnya program BERMUTU (*Better Education through Reformed Management and Universal Teacher Upgrading)* Kementerian Pendidikan Nasional. Salah satu kegiatannya adalah mengembangkan modul-modul yang akan digunakan dalam kegiatan di KKG dan MGMP. Berdasarkan identifikasi dari modul yang telah disusun oleh PPPPTK Matematika pada program BERMUTU tahun 2010, hasil monitoring, masukan para peserta, dan hasil analisa ujian nasional (UN) terkait daya serap topik dalam matematika maka diperlukan adanya modul yang membahas khusus mengenai kesebangunan.

B. Tujuan

Tujuan penulisan modul ini adalah memfasilitasi Guru Matematika SMP, khususnya yang tergabung dalam MGMP Matematika SMP, supaya:

1. Lebih memahami tentang kesebangunan,
2. Ada bahan pembelajaran yang menjadikan lebih mudah dipelajari,
3. Mampu menyusun bahan pembelajaran yang kontekstual, dan
4. Mampu menggunakan media pembelajaran secara tepat.

C. Peta Kompetensi



D. Ruang Lingkup

Buku modul ini terdiri dari 3 modul. Masing-masing modul memuat 2 Kegiatan Belajar (KB) dengan rincian sebagai berikut.

Modul 1 Kesebangunan dan Kekongruenan

KB 1 : Bangun-Bangun Datar yang Sebangun dan Kongruen

KB 2 : Sifat-Sifat Dua Segitiga yang Sebangun dan Kongruen

Modul 2 Kesebangunan dan Kekongruenan Dua Segitiga

KB 1 : Masalah Kesebangunan Dua Segitiga beserta Teknik Penyelesaiannya

KB 2 : Menggunakan Konsep Kesebangunan Dua Segitiga dalam Pemecahan Masalah

Modul 3 Aplikasi dan Pemanfaatan Media terkait Kesebangunan

KB 1 : Aplikasi terkait Konsep Kesebangunan

KB 2 : Media Pembelajaran untuk Materi Kesebangunan

E. Saran Penggunaan Modul

Uraian dalam modul ini telah ditata secara terurut sehingga sebaiknya dalam mempelajari juga secara urut mulai dari modul 1 hingga modul 3. Pada setiap akhir modul terdapat latihan yang sekaligus diberikan jawabannya. Disarankan untuk tidak membuka jawaban terlebih dahulu sebelum Anda mencobanya. Di samping itu beberapa "tips" yang disediakan boleh dimanfaatkan dengan syarat Anda mengerti cara memperoleh tips tersebut. Waktu yang digunakan untuk mempelajari seluruh buku modul ini adalah 12 x 45 menit.

Jika para pengguna modul ini mengalami kesulitan dan membutuhkan klarifikasi dipersilakan mengirim pesan melalui alamat email p4tkmatematika@yahoo.com atau dapat juga berhubungan langsung dengan penulis melalui alamat email sigittri92@yahoo.co.id atau sapon_suryopurnomo@yahoo.co.id.

I

KESEBANGUNAN DAN KEKONGRUENAN

I. KESEBANGUNAN DAN KEKONGRUENAN

Kompetensi Guru:

1. **Menggunakan konsep-konsep geometri (20.5)**
2. **Mengolah materi pelajaran yang diampu secara kreatif sesuai dengan tingkat perkembangan peserta didik (22.2)**

Modul 1 ini akan membahas konsep kesebangunan dan kekongruenan. Oleh karena penjelasan secara detail dimulai dari istilah pangkal sampai teorema lanjut telah ditulis pada modul BERMUTU tahun 2009 dan 2010 (lihat daftar pustaka) maka dalam modul ini akan dibahas sebatas konsep praktis. Konsep praktis yang dimaksud adalah konsep sederhana yang akan digunakan sebagai pengertian dasar untuk modul berikutnya. Tidak semua sifat-sifat kesebangunan dan kekongruenan dibuktikan dalam modul ini. Sehingga bukti sifat atau teorema akan dipilih pada bagian yang perlu untuk diketahui.

Setelah mempelajari modul 1 ini Anda diharapkan dapat mamahami konsep kesebangunan dan kekongruenan. Dengan pemahaman tersebut, nantinya persoalan mengidentifikasi bangun-bangun datar yang sebangun dan kongruen bukan menjadi masalah.

Modul 1 ini terdiri dari 2 kegiatan belajar (KB) sebagai berikut.

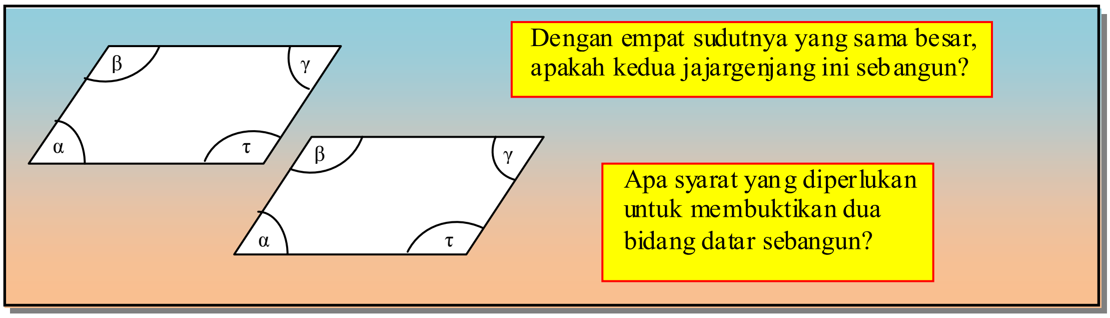
KB 1: Bangun-Bangun Datar yang Sebangun dan Kongruen

KB 2: Sifat-Sifat Dua Segitiga yang Sebangun dan Kongruen

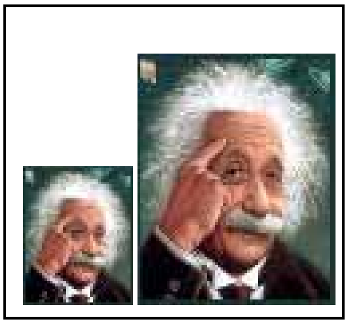
Untuk KB 1, pembahasan mengenai kesebangunan dimulai dari definisi dengan penekanan pada pentingnya korespondensi satu-satu. Sedangkan untuk KB 2 lebih menekankan pada sifat-sifat kesebangunan dan kekongruenan dua segitiga yang dapat digunakan untuk menyelesaikan soal.

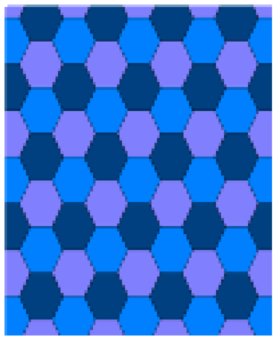
KEGIATAN BELAJAR 1

Bangun-Bangun Datar yang Sebangun dan Kongruen



Perhatikan benda-benda atau bentuk-bentuk di sekitar kita. Pernahkah Anda memikirkan bahwa benda tersebut terkait dengan suatu kosep dalam matematika? Amati ketiga gambar di bawah ini.





Jika dicermati dua segitiga pada gambar paling kiri dan dua foto Einstein pada gambar di tengah maka akan tampak adanya dua **bentuk yang sama** tetapi ukurannya berbeda. Sedangkan untuk ubin-ubin segilima beraturan pada gambar paling kanan menunjukkan adanya **bentuk serta ukuran** yang sama. Kesamaan bentuk berkaitan dengan konsep kesebangunan sedangkan kesamaan bentuk dan ukuran berkaitan dengan konsep kekongruenan.

Kesebangunan dan kekongruenan banyak diterapkan baik dalam kehidupan nyata maupun dalam matematika. Ini yang menjadikan kedua konsep tersebut perlu dipelajari. Terkait luasnya cakupan kesebangunan dan kekongruenan maka dalam modul ini hanya akan dibahas kesebangunan dan kekongruenan pada bangun-bangun datar sisi lurus. Selain itu, pengertian-pengertian dasar yang dipakai merujuk pada modul BERMUTU sebelumnya (seperti yang sudah dijelaskan pada pengantar), sehingga tidak lagi dibicarakan secara luas dan mendalam.

A. Kesebangunan

Dua segibanyak (*polygon*) dikatakan sebangun jika ada korespondensi satu-satu antar titik-titik sudut kedua segibanyak tersebut sedemikian hingga berlaku:

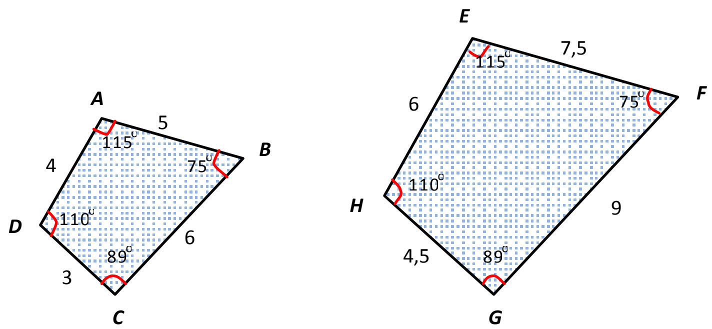
1. sudut-sudut yang bersesuaian (berkorespondensi) sama besar, dan
2. semua perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian (berkorespondensi) sama.

Kesebangunan dilambangkan dengan simbol "∼".

Kata "ada" dalam pengertian sebangun di atas sangat penting karena justru di sini kunci kemampuan dalam menentukan sisi-sisi atau sudut-sudut mana yang bersesuaian. Jangan sampai terjadi dua bangun yang sebangun dikatakan tidak sebangun hanya karena tidak bisa menemukan korespondensi titik-titik sudutnya.

Contoh 1.1:

Diberikan dua bangun segiempat seperti gambar di bawah.



Kita bentuk pengaitan satu-satu antar titik-titik sudut di kedua segiempat tersebut, yaitu:

$A \leftrightarrow E$, $B \leftrightarrow F$, $C \leftrightarrow G$, dan $D \leftrightarrow H$.

Pengaitan seperti ini disebut dengan korespondensi satu-satu. Korespondensi satu-satu ini menghasilkan:

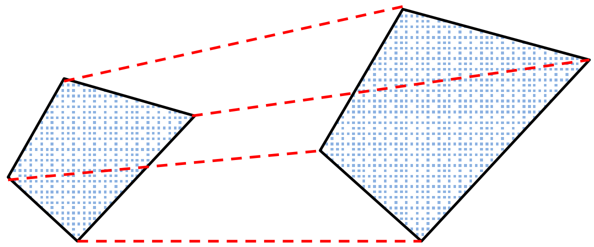
1. sudut-sudut yang bersesuaian sama besar, yaitu:

   $m\angle DAB = m\angle HEF$, $m\angle ABC = m\angle EFG$, $m\angle BCD = m\angle FGH$, dan $m\angle CDA = m\angle GHF$.

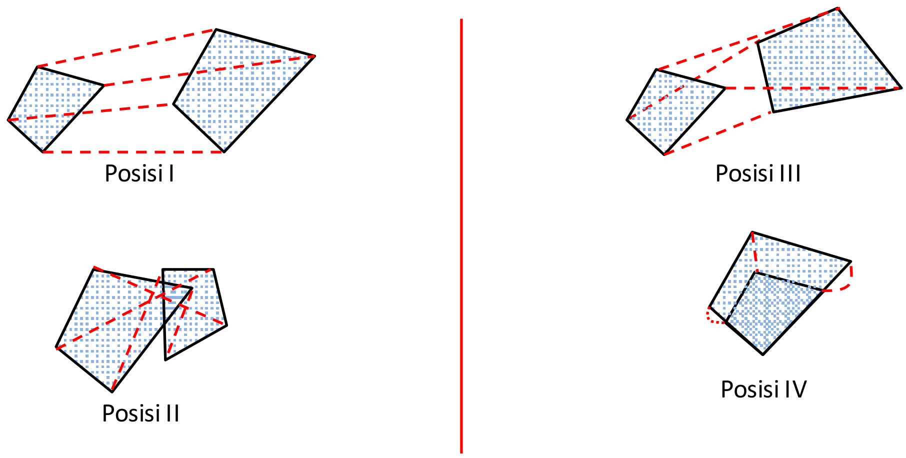
2. semua perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian sama, yakni:

$$\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG} = \frac{CD}{GH} = \frac{DA}{HE} = \frac{2}{3}$$

Sesuai definisi dapat disimpulkan bahwa segiempat $ABCD$ sebangun dengan segiempat $EFGH$ dan dapat ditulis dengan segiempat $ABCD \sim EFGH$.
Untuk lebih jelasnya, amatilah ilustrasi di bawah.

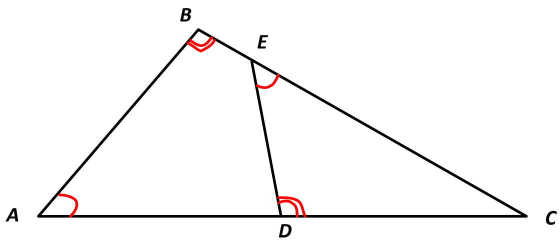


Perhatikan bahwa korespondensi yang menjadikan dua bangun datar sebangun tidak terpengaruh oleh posisi kedua bangun. Sekali telah ditemukan korespondensi satu-satu maka posisi apapun tetap sebangun. Hal ini dapat dijelaskan sebagai berikut.



Pada masing-masing posisi, amatilah semua pasangan titik yang dihubungkan dengan garis terputus. Cocokkan ukuran sudut dan sisinya. Apakah ada di antara keempat posisi yang menjadikan kedua bangun menjadi tidak sebangun lagi? Tentu saja tidak ada.

Selanjutnya perhatikan gambar di bawah.



Apakah $\Delta ABC \sim \Delta EDC$? Mungkin saja banyak yang menduga ΔABC tidak sebangun dengan ΔEDC. Oleh karena itu perlu suatu teorema sebagai jalan pintas (*shortcut*) untuk mengetahui kesebangunan. Sebelum membahas teorema kesebangunan perlu membahas konsep kekongruenan terlebih dahulu.

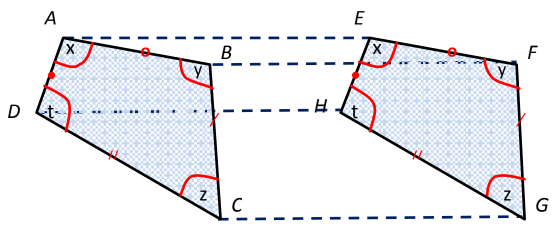
B. Kekongruenan

Definisi kekongruenan tidak lepas dari kesebangunan karena kekongruenan merupakan kasus khusus kesebangunan. Jadi definisinya sebagai berikut.
Dua segibanyak (*polygon*) dikatakan kongruen jika ada korespondensi satu-satu antara titik-titik sudut kedua segibanyak tersebut sedemikian hingga berlaku:

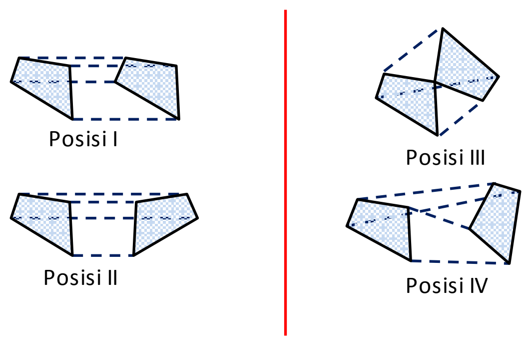
1. sudut-sudut yang bersesuaian sama besar, dan
2. semua perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian adalah satu.

Syarat kedua ini dapat diringkas menjadi
2`. sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang.

Contoh 1.2:

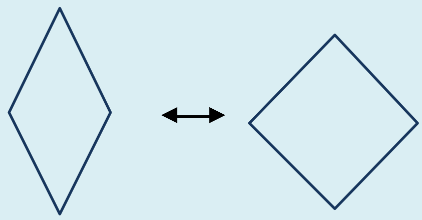
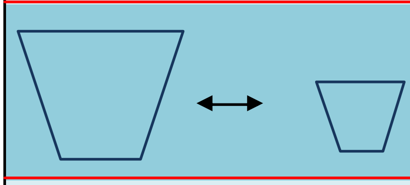
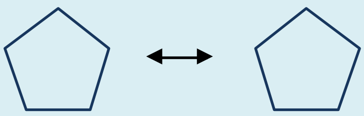


Pada gambar di atas telah dibuat korespondensi satu-satu antar titik-titik sudut pada kedua bangun sehingga sudut-sudut yang bersesuaian sama besar dan sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang. Berarti (sesuai definisi) dapat disimpulkan segiempat *ABCD* kongruen dengan segiempat *EFGH* atau ditulis segiempat $ABCD \cong EFGH$. Sekali lagi, perhatikan bahwa korespondensi yang menjadikan dua bangun datar kongruen tidak terpengaruh oleh posisi kedua bangun. Jadi sekali telah ditemukan korespondensi satu-satu antar kedua bangun maka posisi apapun tetap kongruen.

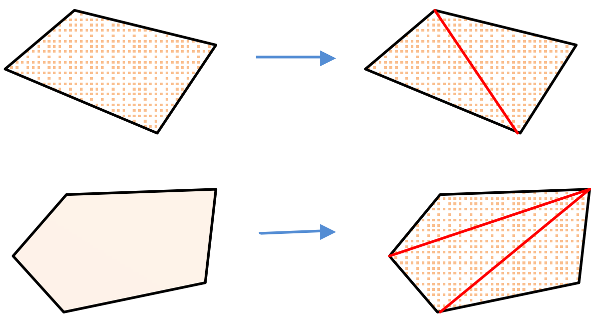


Perhatikan gambar di atas. Kedua bangun pada posisi I, II, III, mupun IV tetap kongruen walaupun posisi kedua bangun tersebut berubah-ubah. Jika dicermati lebih lanjut, keempat posisi itu mewakili proses translasi, refleksi, rotasi, dan kombinasi dari ketiganya. Secara bahasa sederhana, dua bangun dikatakan kongruen jika kedua bangun tersebut sama dalam hal bentuk dan ukurannya.

Contoh 1.3:

Bangun	sama ukuran sisi	Sama bentuk	hubungan
	√	×	×
	×	√	sebangun
	√	√	kongruen

Selanjutnya perhatikan segiempat dan segilima berikut.

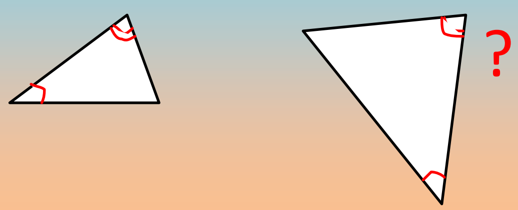


Berdasar gambar di atas, segiempat dapat disusun dari dua segitiga dan segilima dapat disusun dari tiga segitiga. Secara umum segi-n dapat disusun dari n – 2 segitiga. Hal tersebut merupakan gambaran bahwa setiap segibanyak dapat disusun dari segitiga-segitiga. Oleh karena itu sifat-sifat kesebangunan dan kekongruenan pada segitiga perlu untuk dibicarakan secara khusus.

KEGIATAN BELAJAR 2

Sifat-Sifat Dua Segitiga yang Sebangun dan Kongruen

Untuk menunjukkan dua segitiga sebangun haruskah kita membandingkan semua sudutnya? Bagaimana jika hanya dua saja? Apakah cukup?



Setelah kita memahami pengertian kesebangunan dan kekongruenan secara umum, sekarang kita akan mendalami sifat-sifat kesebangunan dan kekongruenan, khusus mengenai segitiga. Namun sebelumnya perlu diingat bahwa dua bangun yang kongruen pasti sebangun sementara dua bangun yang sebangun belum tentu kongruen. Oleh karena itu dalam pembahasan ini akan dimulai dari sifat kekongruenan.

A. Prinsip-Prinsip Kekongruenan Dua Segitiga

Secara sederhana sesuai dengan pengertian kekongruenan, dua segitiga dikatakan kongruen jika sudut-sudut yang bersesuaian sama besar dan sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang. Ada satu postulat dan tiga teorema yang terkait dengan kekongruenan segitiga. Kita ingat bahwa postulat tidak dibuktikan sedangkan teorema perlu dibuktikan. Tetapi pada modul ini kita tidak membahas bukti teorema karena telah dibahas pada modul BERMUTU tahun sebelumnya.

1. Postulat kekongruenan s.sd.s (sisi-sudut-sisi):

Diberikan dua segitiga ΔABC dan ΔDEF dimana $m\angle A = m\angle D$, $AB = DE$, dan $AC = DF$ maka $\Delta ABC \cong \Delta DEF$.

2. Teorema kekongruenan sd.s.sd (sudut-sisi-sudut):

Diberikan dua segitiga ΔABC dan ΔDEF dimana $m\angle A = m\angle D$, $AC = DF$, dan $m\angle C = m\angle F$ maka $\Delta ABC \cong \Delta DEF$.

3. Teorema kekongruenan s.s.s (sisi-sisi-sisi):

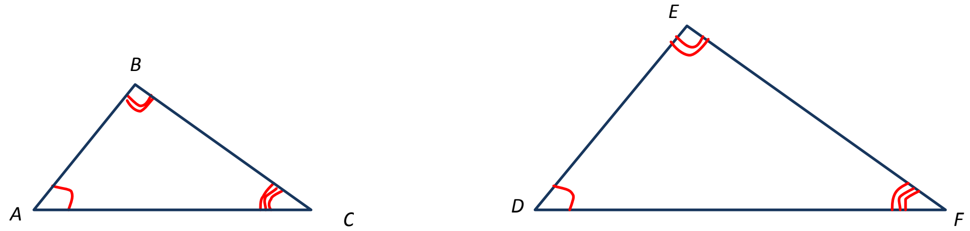
Diberikan dua segitiga ΔABC dan ΔDEF dimana $AB = DE, AC = DF$, dan $BC = EF$ maka $\Delta ABC \cong \Delta DEF$.

4. Teorema kekongruenan s.sd.sd (sisi-sudut-sudut):

Diberikan dua segitiga ΔABC dan ΔDEF dimana $AB = DE, m\angle A = m\angle D$, dan $m\angle C = m\angle F$ maka $\Delta ABC \cong \Delta DEF$.

B. Prinsip-Prinsip Kesebangunan Dua Segitiga

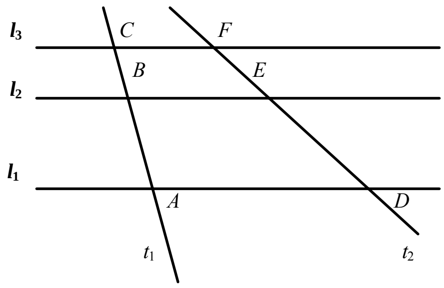
Secara sederhana sesuai dengan pengertian kesebangunan, dua segitiga dikatakan sebangun jika sudut-sudut yang bersesuaian sama besar dan semua perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian sama. Perhatikan gambar dua segitiga di bawah ini.



$\Delta ABC \sim \Delta DEF \Leftrightarrow m\angle A = m\angle D, m\angle B = m\angle E, m\angle C = m\angle F$ dan $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$.

Semua prinsip kekongruenan berlaku pada kesebangunan. Selain itu masih ditambah prinsip yang hanya berlaku pada kesebangunan. Prinsip pertama dan dua prinsip terakhir berikut tidak dibuktikan, karena cakupannya menjadi sangat meluas.

1. Teorema Dasar Kesebangunan / *Basic Similarity Theorm* (*BST*)

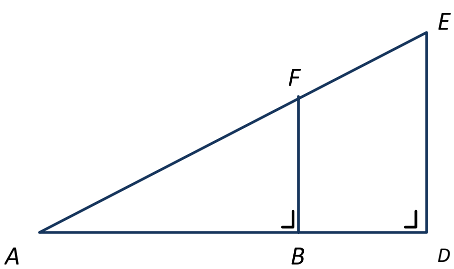


Jika tiga garis sejajar l_1, l_2, dan l_3 mempunyai dua garis transversal bersama t_1 dan t_2 sehingga menghasilkan enam titik potong secara berturut-turut A, B, C dan D, E, F maka dipenuhi:

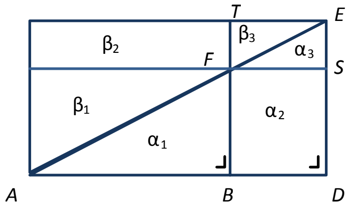
$$\frac{AB}{AC} = \frac{DE}{DF}$$

2. Sifat Kesebangunan Dua Segitiga Siku-Siku:

Pandang dua segitiga siku-siku ΔABF dan ΔADE berikut. Tunjukkan bahwa $\Delta ABF \sim \Delta ADE$.



Jawab:



Perhatikan bahwa luas daerah $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = \beta_1 + \beta_2 + \beta_3$. Karena $\alpha_1 = \beta_1$ dan $\alpha_3 = \beta_3$ maka $\alpha_2 = \beta_2$. Dari sini dihasilkan $\alpha_1 + \beta_1 + \beta_2 = \alpha_1 + \beta_1 + \alpha_2$ sehingga

$$AB.BT = AD.DS \Leftrightarrow AB.DE = AD.BF$$

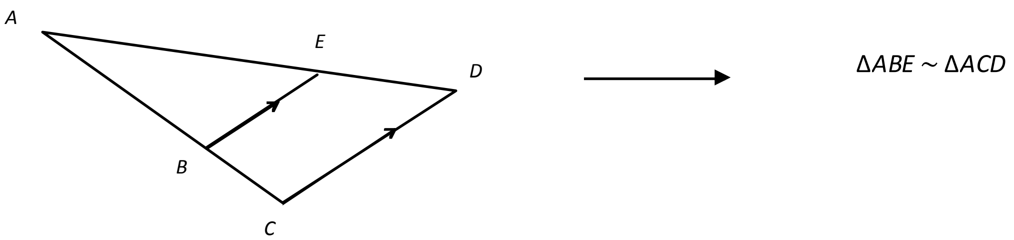
$$\Leftrightarrow \frac{AB}{AD} = \frac{BF}{DE} \quad \ldots\ldots (*)$$

$$\Leftrightarrow \frac{AB}{BF} = \frac{AD}{DE} \quad \ldots\ldots (**)$$

Dari (*), (**), BST, dan definisi kesebangunan maka disimpulkan $\Delta ABF \sim \Delta ADE$.

<u>Akibat</u>:

Setiap garis yang memotong segitiga dan sejajar salah satu sisinya maka akan menghasilkan dua segitiga sebangun.



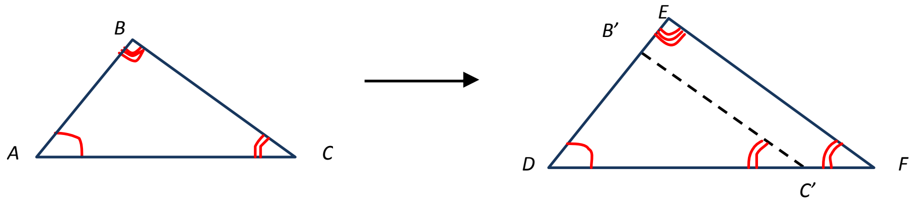
Bukti: (untuk latihan pembaca)

3. Teorema Kesebangunan sd.sd.sd (sudut-sudut-sudut):

Diberikan dua segitiga ΔABC dan ΔDEF dimana $m\angle A = m\angle D$, $m\angle B = m\angle E$, dan $m\angle C = m\angle F$ maka $\Delta ABC \sim \Delta DEF$.

Bukti:

Perhatikan gambar berikut. Dengan teorema s.sd.s maka terdapat titik B' dan C' sehingga $\Delta ABC \cong \Delta DB'C'$. Karena $EF // B'C'$ maka menurut **<u>akibat</u>** $\Delta DB'C' \sim \Delta DEF$. Dari sini diperoleh $\Delta ABC \sim \Delta DEF$.



4. Teorema Kesebangunan sd.sd (sudut-sudut):

Diberikan dua segitiga ΔABC dan ΔDEF dimana $m\angle A = m\angle D$ dan $m\angle B = m\angle E$ maka $\Delta ABC \sim \Delta DEF$.

Bukti:

$m\angle C = 180^o - (m\angle A + m\angle B)$. Karena $m\angle A = m\angle D$ dan $m\angle B = m\angle E$ maka $m\angle C = 180^o - (m\angle A + m\angle B) = 180^o - (m\angle D + m\angle E) = m\angle F$.

Jadi dipenuhi $m\angle A = m\angle D$, $\angle B = \angle E$, dan $\angle C = \angle F$. Sesuai teorema kesebangun-an **sd.sd.sd** maka $\Delta ABC \sim \Delta DEF$.

TIPS:
Untuk mengetahui kesebangunan dua segitiga cukup dicari dua sudut bersesuaian yang sama besar.

5. Teorema Kesebangunan s.s.s (sisi-sisi-sisi):

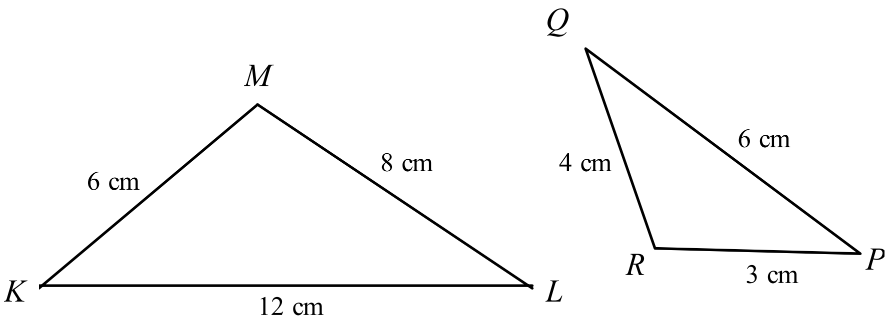
Diberikan dua segitiga ΔABC dan ΔDEF dimana $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$ maka $\Delta ABC \sim \Delta DEF$.

6. Teorema Kesebangunan s.sd.s (sisi-sudut-sisi):

Diberikan dua segitiga ΔABC dan ΔDEF dimana $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$ dan $m\angle A = m\angle D$ maka $\Delta ABC \sim \Delta DEF$.

C. Contoh-Contoh untuk Prinsip Dasar Kesebangunan Dua Segitiga

1. Perhatikan gambar berikut!



Buktikan bahwa ΔKLM dan ΔPQR adalah sebangun, kemudian tulislah pasangan-pasangan sudut yang sama besar!

Jawab:

$$\frac{KL}{PQ} = \frac{12}{6} = \frac{2}{1}$$
$$\frac{LM}{QR} = \frac{8}{4} = \frac{2}{1}$$
$$\frac{\text{KM}}{\text{PR}} = \frac{6}{3} = \frac{2}{1}$$

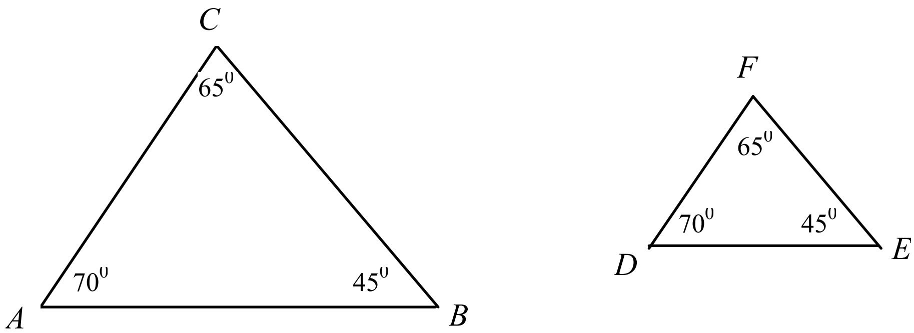
Karena $\frac{\text{KL}}{\text{PQ}} = \frac{\text{LM}}{\text{QR}} = \frac{\text{KM}}{\text{PR}} = \frac{2}{1}$ maka ΔKLM dan ΔPQR adalah sebangun.

Sisi KL bersesuaian dengan sisi PQ, sudut di depan KL adalah $\angle M$ dan sudut di depan PQ adalah $\angle R$, artinya $m\angle M = m\angle R$.

Sisi LM bersesuaian dengan sisi QR, sudut di depan LM adalah $\angle K$ dan sudut di depan QR adalah $\angle P$, artinya $m\angle K = m\angle P$.

Sisi KM bersesuaian dengan sisi PR, sudut di depan KM adalah $\angle L$ dan sudut di depan PR adalah $\angle Q$, artinya $m\angle L = m\angle Q$.

2. Perhatikan gambar berikut.



Buktikan bahwa ΔABC dan ΔDEF adalah sebangun, kemudian tulislah pasangan-pasangan sisi yang mempunyai perbandingan sama!

Jawab:

Karena: $m\angle A = m\angle D = 70^0$

$m\angle B = m\angle E = 45^0$

$m\angle C = m\angle F = 65^0$

maka ΔABC dan ΔDEF sebangun.

Kemudian $m\angle A = m\angle D$, sisi di depan $\angle A$ bersesuaian dengan sisi di depan $\angle D$, artinya BC bersesuaian dengan EF.

Selanjutnya $m\angle B = m\angle E$, sisi di depan $\angle B$ bersesuaian dengan sisi di depan $\angle E$, artinya AC bersesuaian dengan DF.

Kemudian $m\angle C = m\angle F$, sisi di depan $\angle C$ bersesuaian dengan sisi di depan $\angle F$, artinya AB bersesuaian dengan DE.

Jadi,

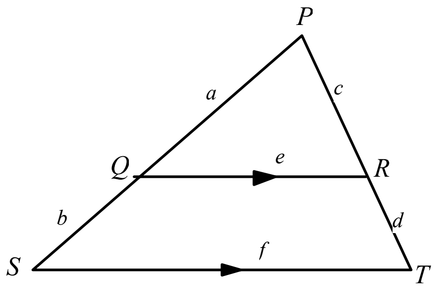
$$\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{DE}} = \frac{\mathrm{BC}}{\mathrm{EF}} = \frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{DF}}$$

D. Contoh-Contoh untuk Sifat Kesebangunan Dua Segitiga

Dari prinsip dasar kesebangunan segitiga, dapat diturunkan beberapa sifat, yaitu Perbandingan Sederhana dan Perbandingan terkait Teorema Pythagoras.

1. Perbandingan sederhana

Perhatikan gambar berikut!



Dari gambar di atas, diketahui $QR \parallel ST$ sehingga

$$m\angle PQR = m\angle PST \text{ (sehadap)}$$

$$m\angle PRQ = m\angle PTS \text{ (sehadap)}$$

$$m\angle QPR = m\angle SPT \text{ (berhimpit)}$$

Diperoleh $\Delta PQR \sim \Delta PST$, akibatnya

$$\frac{\mathrm{PQ}}{\mathrm{PS}} = \frac{\mathrm{PR}}{\mathrm{PT}}$$

$$\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{a+b}} = \frac{\mathrm{c}}{\mathrm{c+d}}$$

$$\mathrm{a(c+d) = c(a+b)}$$

$$ac + ad = ca + cb$$

$$ad = cb$$

$$\frac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}} = \frac{\mathrm{c}}{\mathrm{d}}$$

Garis yang sejajar dengan salah satu sisi suatu segitiga dan memotong kedua sisi lainnya, akan membentuk dua segitiga yang sebangun dan membagi kedua sisi yang lain dengan perbandingan yang sama.

Akan tetapi perlu diingat, untuk kasus ini perbandingan sederhana bagi e dan f tidak berlaku, atau dengan kata lain:

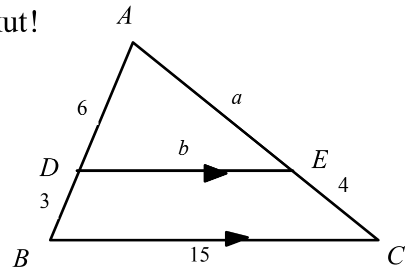
$$\frac{e}{f} \neq \frac{\mathrm{a}}{\mathrm{b}} = \frac{\mathrm{c}}{\mathrm{d}}$$

Untuk perbandingan e dan f, harus kembali mengacu prinsip dasar kesebangunan, yaitu:

$$\frac{e}{f} = \frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$$

Contoh:

Perhatikan gambar berikut!



Dari gambar di atas tentukan panjang a dan b.

Jawab:

Karena $BC \parallel DE$ maka $\Delta ABC \sim \Delta ADE$

$$\frac{a}{4} = \frac{6}{3} \Rightarrow a = \frac{6}{3} \times 4 = 8$$

Untuk menghitung nilai b kita harus kembali menggunakan sifat dasarnya.

$$\frac{6}{6+3} = \frac{b}{15} \Rightarrow \frac{6}{9} = \frac{b}{15} \Rightarrow b = \frac{6 \times 15}{9} = 10$$

2. Perbandingan terkait Teorema Pythagoras

Perhatikan gambar berikut.

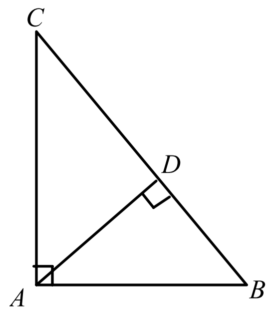
Buktikan bahwa:

a. $AB^2 = BC \times BD$

b. $AC^2 = CB \times CD$

c. $AD^2 = DB \times DC$

d. $AB^2 + AC^2 = BC^2$



Jawab:

a. Perhatikan ΔABC dan ΔDBA

$$\left.\begin{aligned} m\angle ABC &= m\angle ABD \text{ (berhimpit)} \\ m\angle A &= m\angle D \text{ (siku-siku)} \end{aligned}\right\} \Delta ABC \sim \Delta DBA$$

Akibatnya:

$AB : BD = BC : AB \Leftrightarrow AB^2 = BC \times BD$ (terbukti)

b. Perhatikan ΔACB dan ΔDCA

$$\left.\begin{array}{l} m\angle ACB = m\angle ACD \text{ (berhimpit)} \\ m\angle CAB = m\angle CDA \text{ (siku-siku)} \end{array}\right\} \Delta ACB \sim \Delta DCA$$

Akibatnya:

$AC: CD = CB: AC \Leftrightarrow AC^2 = CB \times CD$ (terbukti)

c. Perhatikan ΔACD dan ΔBAD

$$\left.\begin{array}{r} m\angle ADC = m\angle ADB \text{ (siku-siku)} \\ m\angle DCA = (90^o - m\angle DAC) = m\angle DAB \\ m\angle DAC = \left(90^o - (90^o - m\angle DBA)\right) = m\angle DBA \end{array}\right\} \Delta ACD \sim \Delta BAD$$

Akibatnya:

$AD: DB = CD: AD \Leftrightarrow AD^2 = DB \times DC$ (terbukti)

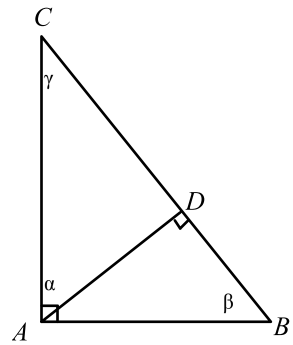
d.

$$\begin{array}{rl} AB^2 & = BC \times BD \\ AC^2 & = CB \times CD \\ \hline AB^2 + AC^2 & = BC(BD + CD) \end{array} +$$

$$AB^2 + AC^2 = BC(BC) = BC^2$$

(terbukti)

Contoh:



Pada segitiga di samping ini, panjang $BD = 4$ cm dan $BC = 20$ cm. Hitunglah panjang AD.

Jawab:

$m\angle ADC = m\angle ADB$ (siku-siku)

$m\angle ACD = \gamma = (90^0 - \alpha) = m\angle BAD$

$m\angle CAD = \alpha = 90^0 - (90^0 - \alpha) = \beta = m\angle ABD$

Akibatnya $\Delta CAD \sim \Delta ABD$

Selanjutnya

$$\frac{AD}{CD} = \frac{BD}{AD}$$

$$(AD)^2 = BD \times CD = 4 \times 16 \Longrightarrow AD = 8$$

Jadi panjang $AD = 8$ cm.

Hubungan antara kesebangunan dengan kekongruenan adalah: untuk dua segitiga yang kongruen sudah pasti sebangun, akan tetapi untuk dua segitiga yang sebangun belum tentu kongruen. Hal ini disebabkan karena kekongruenan itu berada di dalam kesebangunan.

- Dua segitiga yang kongruen sudah pasti sebangun
- Dua segitiga yang sebangun belum tentu kongruen

Dengan menggunakan sifat-sifat kesebangunan segitiga yang diturunkan dari prinsip dasar kesebangunan segitiga, kita dapat menyelesaian masalah kesebangunan atau kekongruenan dengan lebih mudah, tetapi jika tidak menggunakan sifat-sifat tersebut, kita tetap bisa menyelesaikannya dengan menggunakan prinsip dasar kesebangunan segitiga.

Ringkasan

1. Hal terpenting dalam kesebangunan dan kekongruenan dua segitiga adalah menemukan korespondensi satu-satu antar titik-titik sudut pada kedua segitiga tersebut. Setelah itu baru bisa mencari sisi-sisi dan titik-titik sudut yang bersesuaian.

2. Untuk menyelesaikan masalah kesebangunan tidak selalu dikembalikan pada definisi awal, tetapi boleh menggunakan jalan pintas *shortcut* berupa teorema. Salah satu yang sangat berguna adalah "*untuk memastikan dua segitiga sebangun, cukup dicari dua pasang sudut bersesuaian yang sama besar*".

3. Salah satu prinsip kesebangunan dua segitiga adalah perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian tetap sama. Apabila perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian tersebut bernilai 1 maka kedua segitiga tersebut disebut kongruen. Sedangkan sifat-sifat yang diturunkan dari prinsip dasar kesebangunan ada dua; yang pertama adalah Perbandingan Sederhana dan yang kedua adalah Perbandingan terkait Teorema Pythagoras.

Latihan

1. Dalam ΔABC dan ΔPQR, $m\angle A = 31^0$, $m\angle B = 112^0$, $m\angle P = 37^0$ dan $m\angle Q = 31^0$.

a. Gambarlah ΔABC dan ΔPQR kemudian tentukan besar $\angle C$ dan $\angle R$!

b. Buktikan bahwa ΔABC dan ΔPQR sebangun!

c. Tulislah pasangan-pasangan sisi yang sebanding!

2. Pada ΔDEF dan ΔXYZ, $DE = 12\ cm$, $EF = 18\ cm$, $FD = 28\ cm$, $ZX = 24\ cm$, $XY = 36\ cm$ dan $YZ = 56\ cm$.

a. Apakah kedua segitiga tersebut sebangun!

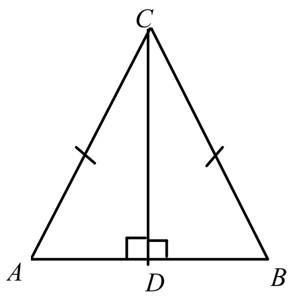
b. Jika kedua segitiga tersebut sebangun, jelaskan kesebangunannya secara lengkap!

3. Dalam ΔABC dan ΔSTU, diketahui $m\angle A = 70^0$, $m\angle B = 45^0$, $m\angle S = 70^0$ dan $m\angle T = 45^0$. Jelaskan mengapa kedua segitiga itu sebangun! Kemudian sebutkan pasangan-pasangan sisi yang sebanding!

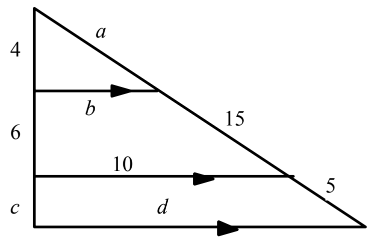
4. Perhatikan gambar di samping berikut!

Diberikan $AC = BC$ dan $CD \perp AB$.

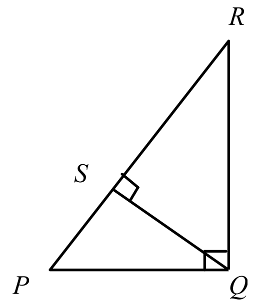
Buktikan bahwa $\Delta ACD \cong \Delta BCD$.



5. Perhatikan gambar di samping ini, tentukan panjang *a*, *b*, *c*, dan *d*.



6. Perhatikan gambar di samping ini, jika $PR = 9$ cm dan $RS = 5$ cm, tentukan panjang PQ.



Umpan Balik

Sudahkah Anda mengerjakan soal-soal latihan modul ini? Jika Anda sudah mengerjakannya, di bawah ini adalah kunci jawaban dari soal-soal tersebut, cobalah Anda periksa jawaban yang Anda hasilkan, sesuaikah? Jika ada yang belum sesuai periksalah kembali jawaban Anda, bahkan jika perlu silahkan pelajari kembali teorinya. Selamat bekerja, semoga sukses.

Jawaban latihan:

1. a) Gambarlah ΔABC dan ΔPQR dengan berdasarkan sudut-sudut yang diketahui, kemudian tentukan $m\angle C$ dan $m\angle R$ dengan menggunakan rumus jumlah sudut dalam segitiga. Akan diperoleh $\angle C = 37^0$ dan $\angle R = 112^0$

   b) Untuk membuktikannya, pasangkan sudut-sudut yang sama, yaitu $m\angle A = m\angle Q$, $m\angle B = m\angle R$ dan $m\angle C = m\angle P$ kemudian hubungkan dengan prinsip-prinsip kesebangunan segitiga.

   c) AB dengan QR, BC dengan RP dan CA dengan PQ

2. a) Ya

   b) Dengan menggunakan prinsip dasar kesebangunan segitiga diperoleh $\frac{DE}{ZX} = \frac{EF}{XY} = \frac{FD}{YZ} = \frac{1}{2}$

3. Perhatikan prinsip-prinsip kesebangunan segitiga. Pasangan sisi yang sebanding adalah AB dengan ST, BC dengan TU dan AC dengan SU.

4. Perhatikan prinsip-prinsip kekongruenan segitiga, tentukan sudut-sudut yang sama dan sisi-sisi yang sebanding.

5. Gunakan prinsip dasar kesebangunan segitiga hingga diperoleh $a = 10$, $b = 4$, $c = 2$ dan $d = 12$.

6. Perhatikan sifat kesebangunan segitiga dalam hal perbandingan terkait Teorema Pythagoras sehingga diperoleh $PQ = 6$ cm.

Daftar Pustaka

Al. Krismanto dan Agus DW. 2010. *Pembelajaran Kemampuan Pemecahan Masalah Bangun Datar di SMP*. Modul BERMUTU 2010. Yogyakarta: PPPPTK Matematika .

Al. Krismanto dan Sumardyono. 2009. *Kapita Selekta Pembelajaran Geometri Datar Kelas VIII dan IX di SMP*. Modul BERMUTU 2009. Yogyakarta: PPPPTK Matematika.

Asyono. 2005. *Matematika 3a*. Jakarta: Bumi Aksara.

Moise, Edwin E. 1990. *Elementary Geometry from an Advanced Standpoint*. 3rd Edition. New York: Addison-Wesley.

Marsigit. 2009. *Matematika 3 SMP Kelas IX*. Bogor: Yudhistira.

Serra, Michael. 2008. *Discovering Geometry an Investigative Approach*. California: Key Curriculum Press.

Tim Matematika. 2000. *Matematika untuk Kelas 3 SMP*. Jakarta: Yudistira.

Ujian Nasional Matematika SMP. http://p4tkmatematika.org/2010/05/ujian-nasional-matematika-smpmts/. Diakses tanggal 13 April 2011.

Untung TS dan Jakim W. 2009. *Kapita Selekta Pembelajaran Geometri Datar Kelas VII dan IX di SMP*. Modul BERMUTU 2010. Yogyakarta: PPPPTK Matematika.

II

KESEBANGUNAN DAN KEKONGRUENAN DUA SEGITIGA

II. KESEBANGUNAN DAN KEKONGRUENAN DUA SEGITIGA

Kompetensi Guru:

1. **Menggunakan konsep-konsep geometri (20.5)**
2. **Mengolah materi pelajaran yang diampu secara kreatif sesuai dengan tingkat perkembangan peserta didik (22.2)**

Materi kesebangunan dan kekongruenan bangun datar merupakan materi yang diperlukan untuk dapat membuat replika suatu bidang datar dengan ukuran yang lebih besar atau lebih kecil. Akan tetapi, kemampuan tersebut tidak akan mewujudkan hasil yang tepat dengan ketelitian tinggi apabila tidak menggunakan rumus-rumus dalam teori kesebangunan. Di dalam modul ini diuraikan contoh-contoh praktis untuk masalah-masalah kesebangunan dan kekongruenan dua segitiga dengan disertai teknik-teknik perhitungan dan strategi penyelesaiannya secara tepat.

Adapun tujuan pembelajaran dari modul ini adalah agar guru memahami konsep-konsep kesebangunan dan kekongruenan dua segitiga dan menguasai teknik-teknik perhitungan untuk pemecahan masalah terkait kesebangunan dan kekongruenan dua segitiga sehingga akan membantu guru dalam mengolah materi pelajaran serta memilih strategi pembelajarannya.

Modul ini terdiri atas dua Kegiatan Belajar (KB), yaitu:

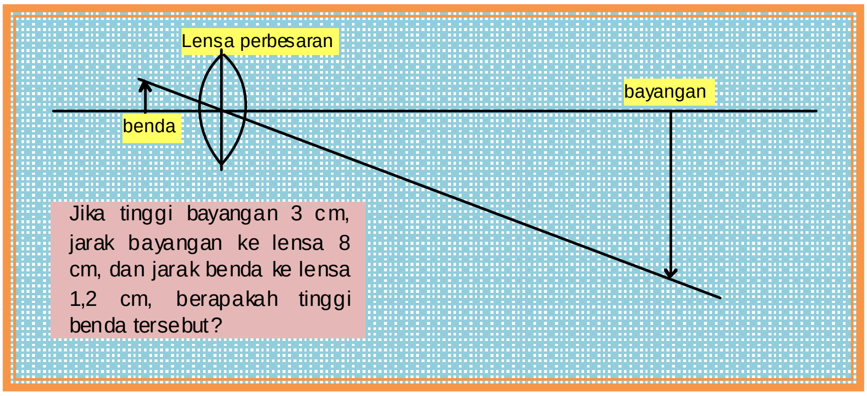
1. **KB 1: Masalah Kesebangunan Dua Segitiga dan Teknik Penyelesaiannya**
2. **KB 2: Menggunakan Konsep Kesebangunan Dua Segitiga dalam Pemecahan Masalah**

KB 1 berisi pembahasan masalah kesebangunan dan kekongruenan sederhana dengan menggunakan teknik perhitungan dasar kesebangunan secara langsung. Sedangkan KB 2 berisi pembahasan tentang masalah kesebangunan dan kekongruenan yang lebih kompleks dengan menggunakan teknik perhitungan pemecahan masalah dan strategi penyelesaian.

Cara menggunakan modul ini adalah dengan mempelajarinya secara berurut yaitu menguasai masalah yang lebih mudah dulu di bagian awal terus beranjak kepada yang lebih sulit. Latihan-latihan soal yang diberikan perlu dikerjakan untuk menjadi indikator sejauh mana penguasaan materi yang telah diperoleh.

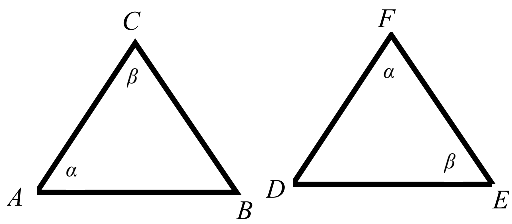
KEGIATAN BELAJAR 1

Masalah Kesebangunan Dua Segitiga beserta Teknik Penyelesaiannya



Setelah kita memahami pengertian dari kesebangunan dan kekongruenan, sekarang kita mencoba melakukan perhitungan-perhitungan dengan menggunakan teori kesebangunan dan kekongruenan tersebut. Perhatikan contoh-contoh berikut!

1. Perhatikan gambar dua segitiga kongruen di samping! Sebutkan pasangan-pasangan sisi yang sama panjang!



Jawab:

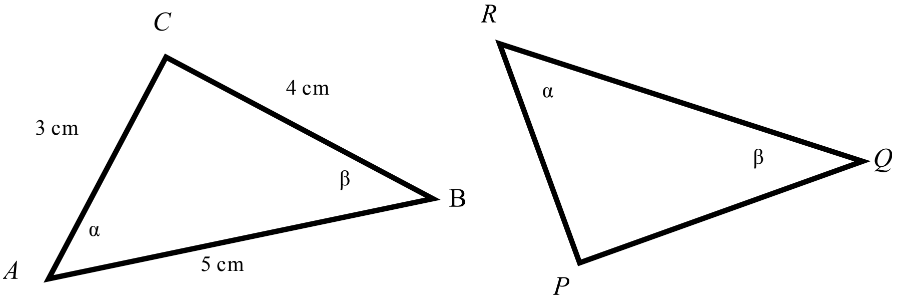
Diketahui $\Delta ABC \cong \Delta FDE$ sehingga

$$m\angle A = m\angle F = \alpha \Longrightarrow BC = DE$$

$$m\angle C = m\angle E = \beta \Longrightarrow AB = FD$$

$$m\angle B = m\angle D = 180^o - (\alpha + \beta) \Longrightarrow AC = FE$$

2. Gambar di bawah ini menunjukkan dua segitiga yang kongruen, tentukan panjang sisi PQ, QR, dan RP.



Jawab:

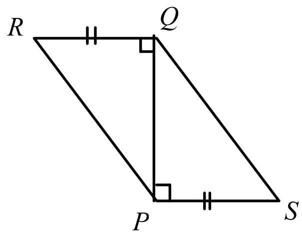
Diketahui $\Delta ABC \cong \Delta RQP$ sehingga

$m\angle A = m\angle R = \alpha \Longrightarrow BC = PQ = 4$ cm

$m\angle B = m\angle Q = \beta \Longrightarrow AC = PR = 3$ cm

$m\angle C = m\angle P = 180^o - (\alpha + \beta) \Longrightarrow AB = QR = 5$ cm

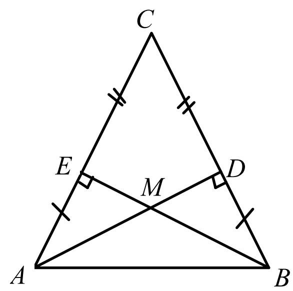
3. Berdasarkan gambar di samping ini, tunjukkan bahwa $\Delta PQR \cong \Delta QPS$.



Jawab:

$$\left.\begin{aligned} QR &= PS (\text{diketahui}) \\ m\angle RQP &= m\angle SPQ\ (\text{siku-siku}) \\ PQ &= QP (\text{berimpit}) \end{aligned}\right\} \Delta PQR \cong \Delta QPS \text{ (s.sd.s) (Terbukti)}$$

4. Perhatikan gambar di samping.



Diketahui $CD = CE$ dan $AE = BD$.

Buktikan bahwa $\Delta ACD \cong \Delta BCE$ dan $\Delta AEM \cong \Delta BDM$

Jawab:

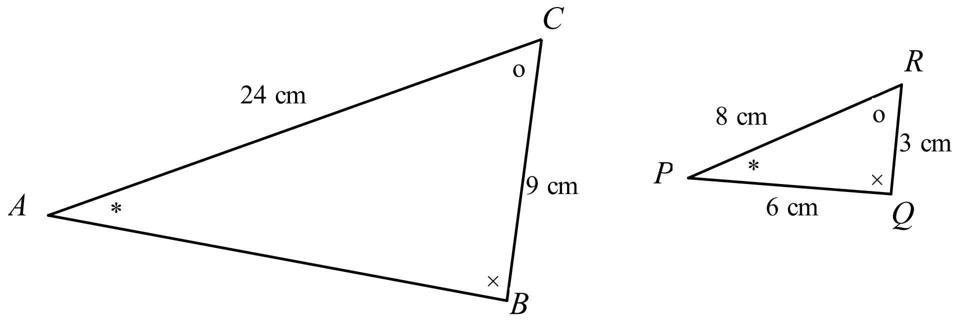
$$\left.\begin{aligned} m\angle ACD &= m\angle BCE\ (\text{berhimpit}) \\ AC = CE + EA = CD + DB &= BC\ (\text{diketahui}) \\ m\angle ADC &= m\angle BEC\ (\text{siku-siku}) \end{aligned}\right\} \Delta ACD \cong \Delta BCE \text{ (s.sd.sd)}$$

(Terbukti)

$$\left.\begin{array}{r} m\angle AEM = m\angle BDM \text{ (siku-siku)} \\ AE = BD \text{ (diketahui)} \\ m\angle AME = m\angle BMD \text{ (bertolak belakang)} \end{array}\right\} \Delta AEM \cong \Delta BDM \text{ (s.sd.sd)}$$

(Terbukti)

5. Perhatikan gambar berikut!



Dari gambar di atas, hitunglah panjang AB.

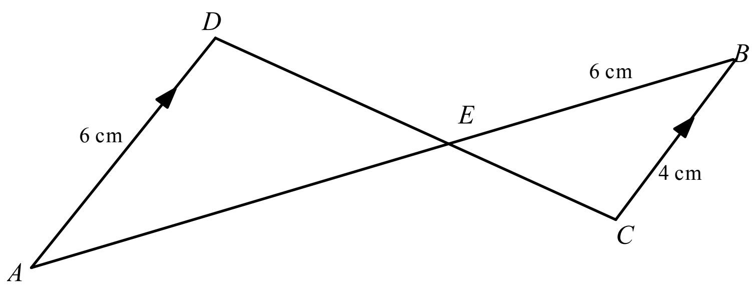
Jawab:

Karena sudut-sudut yang bersesuaian sama besar, yaitu $m\angle B = m\angle Q$, $m\angle A = m\angle P$, dan $m\angle C = m\angle R$, maka $\Delta ABC \sim \Delta PQR$, sehingga sisi-sisi yang bersesuaian sebanding, yaitu $\frac{AC}{PR} = \frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR}$. Dari sini diperoleh:

$$\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{PQ}} = \frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{PR}} \Rightarrow \frac{\mathrm{AB}}{6} = \frac{24}{8} \Rightarrow AB = \frac{24}{8} \times 6 = 18$$

Jadi panjang $AB = 18$ cm.

6. Dari gambar di samping, tentukan panjang AE.



Jawab:

Pada ΔADE dan ΔBCE berlaku $AD \parallel CB$ serta garis AB dan DC berpotongan di titik E, sehingga:

$m\angle DAE = m\angle CBE$ (dalam berseberangan)

$m\angle AED = m\angle CEB$ (bertolak belakang)

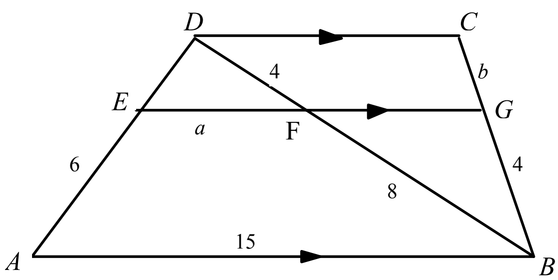
$m\angle EDA = m\angle ECB$ (dalam berseberangan).

Karena sudut-sudut yang bersesuaian sama besar, maka ΔAED dan ΔBEC sebangun. Dengan mengambil perbandingan panjang sisi yang bersesuaian yang memuat AE diperoleh:

$$\frac{AD}{BC} = \frac{AE}{BE} \Rightarrow \frac{6}{4} = \frac{AE}{6} \Rightarrow AE = \frac{6 \times 6}{4} = 9$$

Jadi panjang AE adalah 9 cm.

7. Perhatikan gambar berikut ini kemudian hitunglah $a + b$.



Jawab:

Pada segitiga ΔDEF dan ΔDAB diketahui $EF \parallel AB$ sehingga

$$\left.\begin{array}{l} m\angle EDF = m\angle ADB \text{ (berhimpit)} \\ m\angle DEF = m\angle DAB \text{ (sehadap)} \end{array}\right\} \Delta DEF \sim \Delta DAB, \text{ sehingga berlaku:}$$

$$\frac{EF}{AB} = \frac{DF}{DB} \Rightarrow \frac{a}{15} = \frac{4}{4+8} = \frac{1}{3} \Rightarrow 3a = 15 \Rightarrow a = 5$$

Pada segitiga ΔBGF dan ΔBCD diketahui $FG \parallel DC$ akibatnya

$$\left.\begin{array}{l} m\angle GBF = m\angle CBD \text{ (berhimpit)} \\ m\angle BGF = m\angle BCD \text{ (sehadap)} \end{array}\right\} \Delta BGF \sim \Delta BCD, \text{ sehingga berlaku:}$$

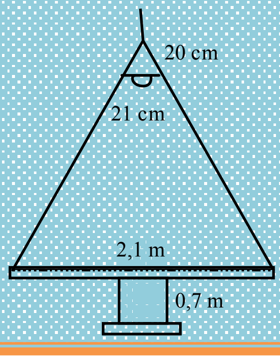
$$\frac{BG}{BC} = \frac{BF}{BD} \Rightarrow \frac{4}{4+b} = \frac{8}{8+4} = \frac{2}{3} \Rightarrow 8 + 2b = 12 \Rightarrow b = 2$$

Jadi $a + b = 5 + 2 = 7$.

KEGIATAN BELAJAR 2

Menggunakan Konsep Kesebangunan Dua Segitiga dalam Pemecahan Masalah

Meja makan berbentuk lingkaran berdiameter 2,1 m. Lampu kerucut berdiameter 21 cm dengan tinggi 20 cm. Jika tinggi meja = 0,7 m, berapa tinggi lampu supaya cahaya lampu tepat menutupi permukaan meja?

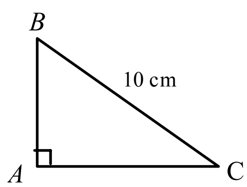


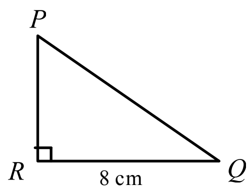
Beberapa soal berikut ini mempunyai variasi yang lebih kompleks dengan tingkat kesulitan yang lebih tinggi, sehingga bisa dimasukkan ke dalam soal-soal pemecahan masalah. Perhatikan soal-soal pemecahan masalah berikut!

1. Segitiga ABC yang siku-siku di A kongruen dengan segitiga PQR yang siku-siku di R. Jika panjang $BC = 10$ cm dan $QR = 8$ cm, tentukan sudut-sudut dan sisi-sisi yang bersesuaian!

Jawab:

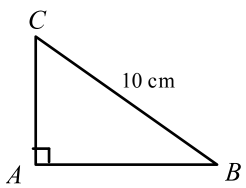
Kemungkinan 1:

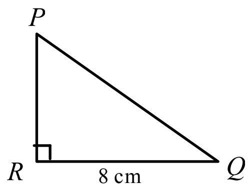




$m\angle A = m\angle R$
$m\angle B = m\angle P$
$m\angle C = m\angle Q$
$AB = RP$
$BC = PQ$
$AC = RQ$

Kemungkinan 2:



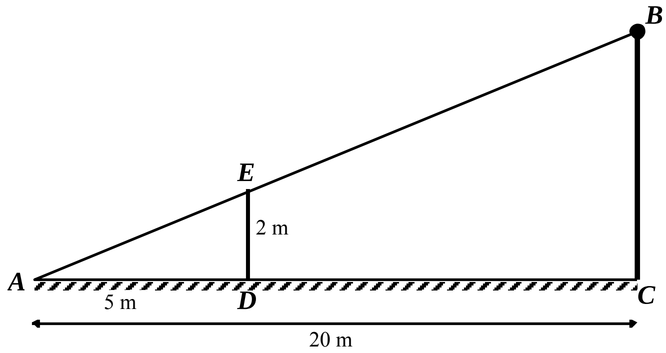


$m\angle A = m\angle R$
$m\angle B = m\angle Q$
$m\angle C = m\angle P$
$AB = RQ$
$BC = PQ$
$AC = RP$

2. Dari puncak suatu tiang bendera dibentangkan seutas tali yang dipatokkan pada tanah. Jarak dari patok ke tiang bendera 20 meter. Pada jarak 5 meter dari patok

tersebut, dipancangkan tonggak sepanjang 2 meter. Tonggak tersebut berdiri tegak lurus pada tanah, sejajar dengan tiang bendera, dan menyentuh tali. Berapakah tinggi tiang bendera dan panjang tali tersebut?

Jawab:



Perhatikan ΔADE dan ΔACB.

Karena $DE \parallel CB$, maka $\Delta ADE \sim \Delta ACB$, sehingga

$$\frac{AD}{AC} = \frac{DE}{CB} \Longrightarrow \frac{5}{20} = \frac{2}{CB} \Longrightarrow \text{CB} = \frac{20 \times 2}{5} = 8$$

Jadi tinggi tiangnya 8 m.

Selanjutnya, menurut teorema Pythagoras, dalam ΔABC dimana $m\angle C = 90^o$ berlaku:

$AB^2 = AC^2 + CB^2$

$= 20^2 + 8^2 = 464$

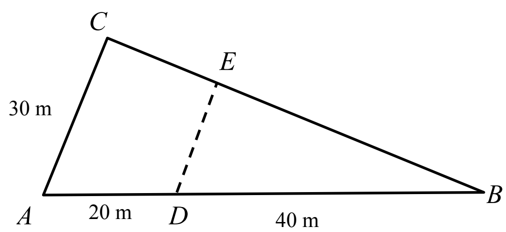
$AB = \sqrt{464} = 21{,}54066.$

Jadi panjang talinya sekitar 21,5 m.

Soal nomor 2 ini adalah soal pemecahan masalah yang berupa aplikasi di dalam kehidupan

.

3. Gambar di samping merupakan sketsa sebuah kolam ikan. Garis DE adalah garis bentangan tanaman di dalam air dan garis DE sejajar dengan garis AC. Berapakah panjang bentangan tanaman air tersebut?



Jawab:

Garis $DE \parallel AC$, maka $\Delta DBE \sim \Delta ABC$, sehingga berlaku

$$\frac{\mathrm{DE}}{\mathrm{AC}} = \frac{\mathrm{DB}}{\mathrm{AB}}$$
$$\frac{\mathrm{DE}}{30} = \frac{40}{20+40}$$
$$DE = \frac{30 \times 40}{60} = 20$$

Jadi panjang bentangan tanaman airnya adalah 20 m.

4. Sebuah slide film diproyeksikan pada sebuah layar dengan menggunakan proyektor. Posisi slide film berada di antara proyektor dan layar. Panjang sinar titik lampu proyektor ke tepi slide film adalah 6 cm, tinggi slide film adalah 2 cm, dan tinggi layar adalah 2 m. Berapakah panjang sinar yang dari tepi titik lampu ke tepi layar?

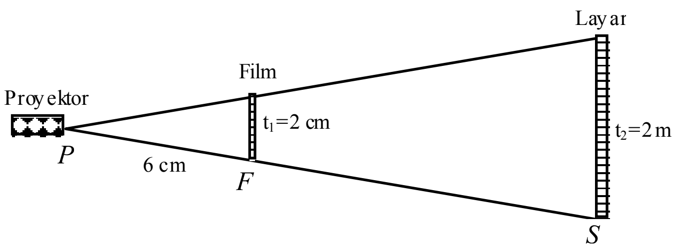
Jawab:

Ambil $PF = 6$ cm

$t_1 = 2$ cm

$t_2 = 2$ m = 200 cm

Perhatikan gambar di samping!



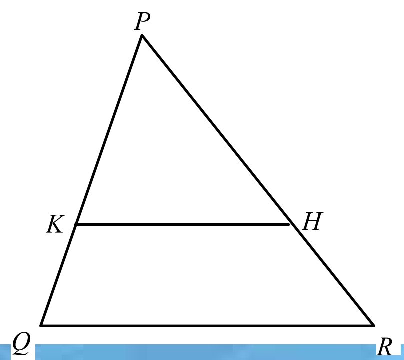
Karena film dan layar tegak sejajar maka terbentuk dua segitiga yang sebangun, perbandingan yang memuat t_1 adalah

$$\frac{t_1}{PF} = \frac{t_2}{PS} \Rightarrow PS = \frac{PF}{t_1} \times t_2 = \frac{6}{2} \times 200 = 600\,cm = 6\,m.$$

Jadi panjang sinar dari titik lampu ke tepi layar adalah 6 m.

Soal nomor 4 ini adalah soal penyelesaian masalah yang berupa aplikasi di dalam kehidupan.

5. Perhatikan gambar di samping! Dalam ΔPQR, titik K di PQ dan titik H di PR



sedemikian sehingga $PQ:PK = PR:PH = 5:4$. Buktikan bahwa $QR = \frac{5}{4}KH$.

Jawab:

Perhatikan ΔQPR dan ΔKPH.

$$\left.\begin{array}{r} PQ:PK = 5:4 \\ m\angle QPR = m\angle KPH \text{ (berhimpit)} \\ PR:PH = 5:4 \end{array}\right\} \Delta QPR \sim \Delta KPH \text{ (s.sd.s)}$$

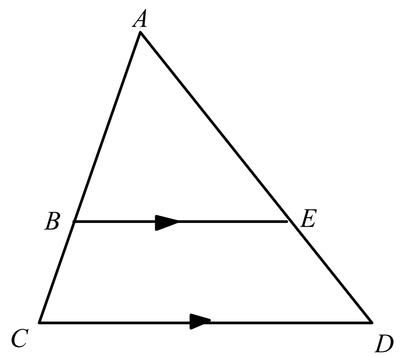
sehingga $m\angle PKH = m\angle PQR$, yang berakibat $KH \parallel QR$ dan berlaku

$PQ:PK = QR:KH$

$5:4 = QR:KH$

$QR = \frac{5}{4}KH$ (Terbukti)

6. Pada ΔABC di samping ini, $BE \parallel CD$ dan diketahui $BE:CD = 3:5$ dan $AC - AB = 3$ cm. Berapakah panjang AB dan AC?



Jawab:

$$\frac{BE}{CD} = \frac{3}{5}$$

Diketahui $AC = AB + 3$, dan karena $BE \parallel CD$, maka $\Delta ABE \sim \Delta ACD$, sehingga berlaku:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CD} \Rightarrow \frac{AB}{AB+3} = \frac{3}{5} \Rightarrow 5(AB) = 3(AB) + 9 \Rightarrow AB = 4{,}5$$

$$AC = AB + 3 \Rightarrow AC = 4{,}5 + 3 = 7{,}5$$

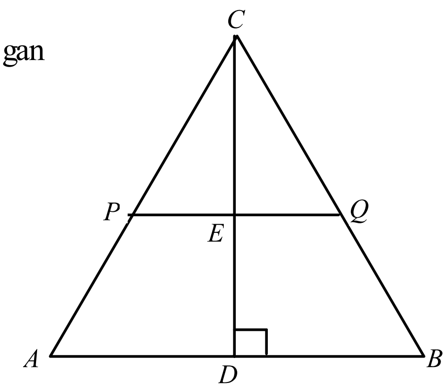
Jadi panjang AB adalah 4,5 cm dan panjang AC adalah 7,5 cm.

7. Diketahui $\Delta ABC \sim \Delta PQC$ dan perbandingan $CP:CA = CQ:CB$.

Jika $CP:CA = 1:2$, buktikan bahwa

a. keliling $\Delta ABC = 2 \times$ keliling ΔCPQ

b. luas $\Delta ABC = 4 \times$ luas ΔPQC.



Jawab:

a. $CP: CA = 1: 2 \iff CA = 2CP$

$CP: CA = CQ: CB \iff 1: 2 = CQ: CB \iff CB = 2CQ$

$CP: CA = PQ: AB \iff 1: 2 = PQ: AB \iff AB = 2PQ$

Keliling $\Delta ABC = AB + BC + CA$

$= 2CP + 2CQ + 2PQ$

$= 2(CP + CQ + PQ)$

$= 2 \times$ keliling ΔCPQ (Terbukti)

b. $CP: CA = CE: CD \iff 1: 2 = CE: CD \iff CD = 2CE$

$CP: CA = PQ: AB \iff 1: 2 = PQ: AB \iff AB = 2PQ$

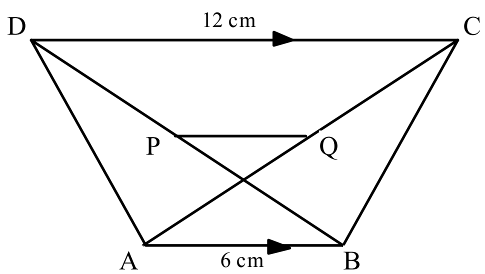
Luas $\Delta ABC = \frac{1}{2} AB \times CD$

$= \dfrac{1}{2} \times 2PQ \times 2CE$

$= 4\left(\frac{1}{2} PQ \times CE\right)$

$= 4 \times$ luas ΔCPQ (Terbukti)

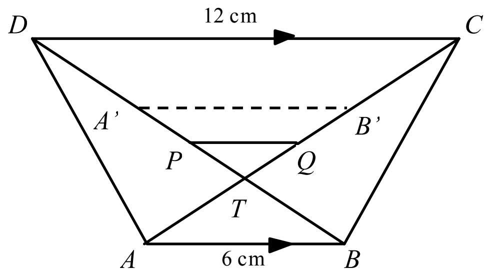
8. Dari gambar di samping, P dan Q berturut-turut adalah titik tengah diagonal BD dan AC. Hitunglah panjang PQ.



Jawab:

Misalkan T adalah titik potong diagonal AC dan BD.

Perhatikan ΔTPQ, ΔTAB, dan ΔTCD pada gambar di samping ini!



Diketahui $AB \parallel DC$ maka $\Delta TAB \sim \Delta TCD$, sehingga

$$\frac{AT}{TC} = \frac{AB}{CD} \Rightarrow \frac{AT}{TC} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} = 1: 2$$

Ambil $\Delta TA'B' \cong \Delta TAB$, maka garis $A'B'$ memotong TC menjadi dua sama panjang di titik B'. Diperoleh

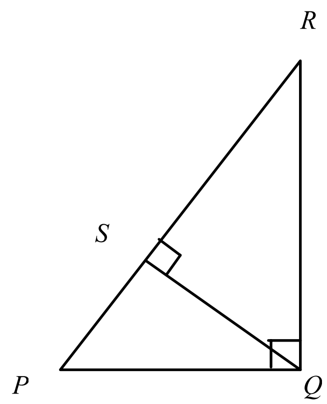
$$AT: TB': B'C = 1:1:1$$

Q adalah titik tengah diagonal AC, maka $TQ: QB' = \frac{1}{2}:\frac{1}{2}$ sehingga diperoleh:

$$\frac{PQ}{A'B'} = \frac{TQ}{TB'} \Rightarrow \frac{PQ}{6} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow PQ = \frac{6}{2} = 3$$

Jadi panjang PQ adalah 3 cm.

9. Pada gambar di samping ini diketahui panjang $PQ = 6$ cm dan $QR = 8$ cm. Hitunglah panjang PR, PS, dan QS.



Jawab:

$PR^2 = PQ^2 + QR^2 = 6^2 + 8^2 = 100$. Jadi PR = 10 cm.

$PQ^2 = PS \times PR$

$6^2 = PS \times 10$

$PS = 3{,}6$. Jadi PS = 3,6 cm

$QS^2 = PS \times RS = 3{,}6 \times (10 - 3{,}6) = 23{,}04$

$QS = \sqrt{23{,}04} = 4{,}8$. Jadi QS = 4,8 cm.

Ringkasan

1. Guru perlu memberi pemahaman yang nyata kepada siswa tentang makna sisi-sisi atau sudut-sudut yang bersesuaian pada dua segitiga serta menekankan kepada siswa untuk berhati-hati dalam memilih pasangan sisi atau pasangan sudut yang bersesuaian.

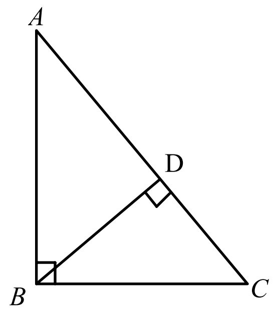
2. Langkah penting yang harus dilakukan untuk dapat menyelesaikan masalah-masalah kesebangunan dan kekongruenan dua segitiga adalah menunjukkan pasangan segitiga yang sebangun atau kongruen.

3. Materi penting yang diperlukan dalam mempelajari masalah kesebangunan adalah materi hubungan sudut-sudut yang terbentuk oleh dua garis sejajar yang dipotong oleh suatu garis, luas segitiga, perbandingan, dan teorema Pythagoras.

Latihan/Tugas

1. Perhatikan gambar di samping ini!

ΔABC siku-siku di titik B. $BD \perp AC$. Panjang $AB = 40$ cm dan panjang $AC = 50$ cm. Tentukan panjang garis BD.

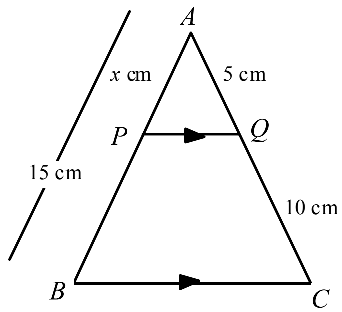


2. Diberikan ΔABC dengan $PQ \parallel BC$,

$AB = 15$ cm, $AP = x$ cm,

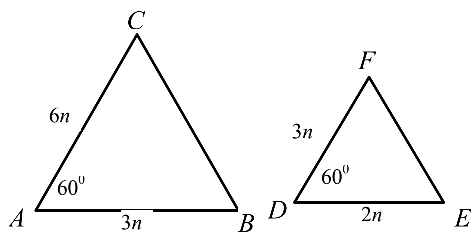
$CQ = 10$ cm, dan $AQ = 5$ cm

Hitunglah x.



3. Diberikan ΔABC dan ΔDEF.

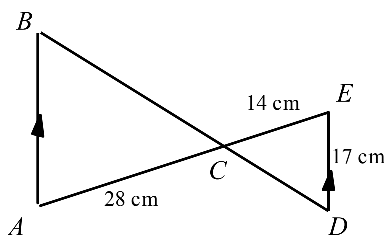
Jelaskan apakah pasangan segitiga di samping sebangun atau tidak sebangun!



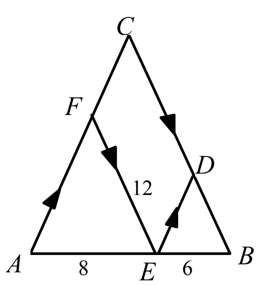
4. Karena sinar matahari, sebuah pohon cemara mempunyai bayangan panjangnya 25 meter dan tiang jemuran yang tingginya 2,25 meter mempunyai bayangan panjangnya 3 meter. Hitunglah tinggi pohon tersebut!

5. Perhatikan gambar di samping!

Hitunglah panjang AB.

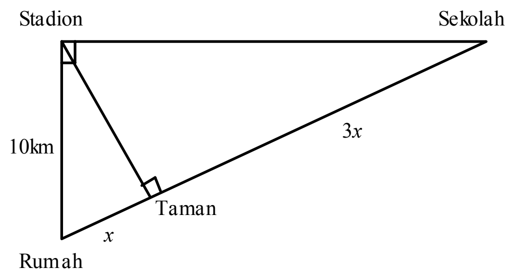


6. Berapakah panjang BD pada gambar di samping ini?

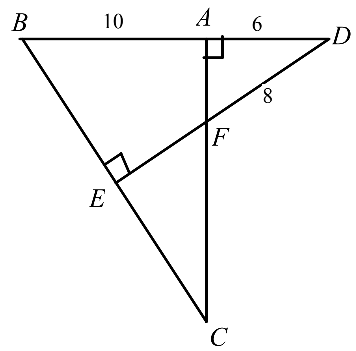


7. Pada ΔPQR diketahui $PQ = 8$ cm, $PR = 12$ cm, dan QR=16 cm. Titik S terletak pada garis PQ dan titik T terletak pada PR dengan ST sejajar QR. $PT : TR = 3 : 1$. Tentukan panjang ST dan PS.

8. Peta rumah, stadion, taman, dan sekolah digambarkan di samping ini. Jarak dari rumah ke stadion 10 km, jarak dari rumah ke taman adalah x km dan jarak dari taman ke sekolah adalah $3x$ km. Hitunglah jarak dari rumah ke sekolah!



9. Pada gambar di samping ini diketahui panjang $AB = 10$ cm, $AD = 6$ cm dan $DF = 8$ cm. Hitunglah panjang DE dan BE.



10. Sebuah gedung mempunyai panjang bayangan 56 m di permukaan tanah mendatar. Pada saat yang sama seorang siswa dengan tinggi 1,5 m mempunyai bayangan 3,5 m. Hitunglah tinggi gedung sebenarnya!

Umpan Balik

Sudahkah Anda mengerjakan latihan soal yang diberikan di atas? Jika Anda sudah mengerjakannya, silahkan bandingkan jawaban latihan Anda dengan jawaban latihan. Bagaimana hasilnya? Mampukah Anda memperoleh hasil sekurang-kurangnya 75% benar? Jika Anda belum memperolehnya, cobalah sekali lagi mengerjakannya bahkan kalau perlu mengkaji kembali teorinya. Silahkan mencoba! Jika Anda masih belum mendapatkan hasil yang memuaskan, janganlah putus asa, cobalah diskusikan masalah Anda tersebut dengan teman sejawat. Semoga berhasil.

Jawaban:

1. Gunakan aturan Pythagoras untuk menentukan panjang BC, kemudian tentu-kan dua segitiga yang memuat BC dan gunakan prinsip kesebangunan dua segitiga sehingga diperoleh $BD = 24$ cm.

2. Gunakan prinsip dasar kesebangunan dua segitiga, yaitu $\frac{x}{15} = \frac{5}{5+10}$ sehingga diperoleh $x = 5$ cm

3. Tunjukkan bahwa garis BC tidak mungkin panjangnya $4n$, sehingga tidak akan diperoleh sisi-sisi yang bersesuaian mempunyai perbandingan yang sama. Jadi jawabannya adalah tidak sebangun.

4. Gunakan prinsip dasar kesebangunan dua segitiga sehingga diperoleh tinggi pohon = 18,75 m.

5. Gunakan prinsip dasar kesebangunan segitiga, yaitu $\frac{AB}{17} = \frac{28}{14}$, sehingga diperoleh $AB = 34$ cm.

6. Gunakan prinsip dasar kesebangunan segitiga, yaitu $\frac{BD}{12} = \frac{6}{8}$ sehingga diperoleh $BD = 9$ cm.

7. Gambarlah ΔPQR dan gunakan prinsip dasar kesebangunan segitiga, yaitu $\frac{ST}{16} = \frac{3}{3+1}$ sehingga diperoleh $ST = 12$ cm dan dengan cara yang sama dipero-leh $PS = 6$ cm.

8. Tentukan dua segitiga yang sebangun yang memuat x kemudian gunakan prin-sip dasar kesebangunan segitiga, yaitu $\frac{x}{10} = \frac{10}{x+3x}$ sehingga diperoleh jarak dari rumah ke sekolah = 20 km.

9. Tentukan dua segitiga yang sebangun yang memuat garis DE yaitu ΔBED dan ΔDAF, kemudian gunakan prinsip dasar kesebangunan dua segitiga sehingga diperoleh DE = 12 cm. Selanjutnya dengan teorema Pythagoras diperoleh $BE = 4\sqrt{7}$ cm.

10. Buatlah sketsa dan tentukan dua segitiga yang sebangun, kemudian gunakan prinsip dasar kesebangunan dua segitiga sehingga diperoleh tinggi gedung adalah 24 m.

Daftar Pustaka

1. Husein Tampomas. 2002. *Cermat Matematika*. Jakarta: Yudistira.

2. Marsigit. 2009. *Matematika SMP Kelas 9*. Jakarta: Yudistira.

3. Samsul Junaidi dan Eko Siswono. 2004. *Matematika SMP untuk Kelas IX.*

4. Jakarta: Erlangga.

5. Sukino. 1997. *Matematika untuk Kelas III Catur Wulan 1 SLTP*. Klaten: Intan Pariwara.

6. *Ujian Nasional Matematika SMP 2009*. http://p4tkmatematika.org/2010/05/ujian-nasional-matematika-smpmts/. Diakses tanggal 13 April 2011.

7. *Ujian Nasional Matematika SMP 2010*. http://p4tkmatematika.org/2010/05/ujian-nasional-matematika-smpmts/. Diakses tanggal 13 April 2011.

IV

APLIKASI DAN PEMANFAATAN MEDIA TERKAIT KESEBANGUNAN

III. APLIKASI DAN PEMANFAATAN MEDIA TERKAIT KESEBANGUNAN

Kompetensi Guru:

1. Menggunakan media pembelajaran dan sumber belajar yang relevan dengan karakteristik peserta didik dan mata pelajaran yang diampu untuk mencapai tujuan pembelajaran secara utuh (4.5)
2. Menggunakan konsep-konsep geometri (20.5)

Pada bagian ini Anda akan mempelajari beberapa contoh penerapan konsep kesebangunan untuk menyelesaikan masalah dalam kehidupan sehari-hari. Contoh-contoh yang dimaksud diberikan pada bagian awal modul 2 ini sehingga diharapkan dapat memotivasi pembaca dan sekaligus sebagai inspirasi dalam menyiapkan pembelajaran (terkait kesebangunan). Tidak kalah penting dalam pembelajaran adalah adanya media yang sesuai dan menarik. Karena pembelajaran yang menarik, sekali lagi, akan membangkitkan motivasi belajar bagi guru maupun siswa. Ini yang akan dibahas pada Kegiatan Belajar 2 dari modul ini yaitu mengenai penggunaan media.

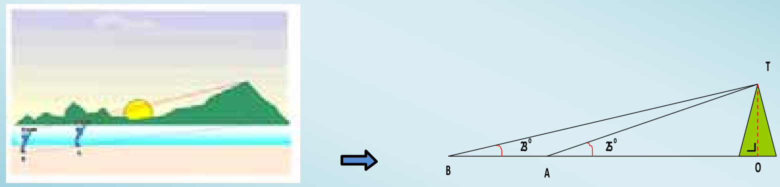
Setelah mempelajari modul 3 ini Anda diharapkan dapat menggunakan konsep kesebangunan untuk memecahkan masalah dalam kehidupan sehari-hari. Selain itu Anda diharapkan dapat menggunakan dan mengembangkan berbagai media untuk pembelajaran kesebangunan.
Pembahasan dalam modul ini disusun dalam 2 kegiatan belajar (KB) sebagai berikut.

KB 1: Aplikasi terkait Konsep Kesebangunan
KB 2: Media Pembelajaran untuk Materi Kesebangunan
Untuk KB 1, penjelasan mengenai penerapan kesebangunan langsung dituangkan dalam penjelasan setiap contohnya. Sedangkan untuk KB 2, penjelasan mengenai kesebangunan dituangkan dengan menggunakan media.

KEGIATAN BELAJAR 1

Aplikasi terkait Konsep Kesebangunan

Seorang tentara melihat sasaran yang berada di puncak gunung. Pertama ia membidik dari A dan memperoleh sudut elevasinya 25^0*. Kemudian ia berjalan mundur ke titik B dan mencatat sudut elevasi* 23^0*. Ternyata dengan data ini ia sudah tahu tinggi sasaran itu. Bagaimana bisa demikian?*



Di sekitar kita banyak peristiwa atau keadaan yang sebenarnya merupakan aplikasi konsep dalam matematika. Apakah Anda pernah memperhatikan ukuran sandal, ukuran sekerup, bentuk komponen mesin, ukuran pasfoto, ukuran dan bentuk maket gedung pencakar langit, maupun ukuran dan bentuk peta? Pernahkah Anda mengaitkan hal-hal tersebut dengan suatu konsep dalam matematika?

www static.howstuffworks.com

www.dvice.com

Secara sadar atau tidak, banyak hal dalam kehidupan sehari-hari yang sebenarnya merupakan aplikasi dari konsep dalam geometri yaitu kesebangunan. Namun kenyataannya, banyak orang yang tidak menyadarinya. Oleh karena itu, sebagai pendidik, guru harus menyikapinya dengan banyak memberikan contoh permasalahan yang nyata dihadapi oleh siswa sehingga pembelajaran menjadi lebih menarik. Terkait dengan ini perlu dibahas secara khusus mengenai contoh-contoh aplikasi terkait konsep kesebangunan.

Contoh 1:

Pada suatu saat di perairan pulau Jawa ada kapal asing melintas. Para petugas pantai dapat memantau posisi kapal seperti pada gambar.

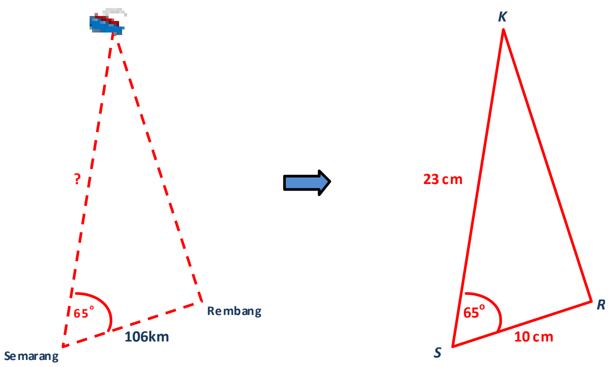
Jika jarak sebenarnya antara Semarang dan Rembang 106 km, berapa jarak kapal tersebut dari Semarang?

Penyelesaian:

Perhatikan posisi kapal (K), kota Semarang (S), dan kota Rembang (R) pada peta. Ukurlah jarak K ke S dan jarak S ke R pada peta tersebut dengan menggunakan penggaris. Misalkan diperoleh jarak S ke R pada peta adalah 10 cm sedangkan jarak K ke S adalah 23 cm. Diketahui jarak sebenarnya dari Semarang ke Rembang adalah 106 km. Selanjutnya dengan menggunakan kesebangunan antara segitiga KSP dalam peta dan segitiga KSP yang sebenarnya dapat diperoleh:

$$\text{Jarak sebenarnya dari kapal ke kota Semarang} = \frac{106}{10} \times 23 = 243{,}8 \text{ km.}$$

Penjelasan lebih lanjut dari penyelesaian dia atas adalah sebagai berikut. Perhatikan gambar dua segitiga di bawah. Berdasarkan peta diketahui besar sudut KSR adalah 65^o yang berlaku baik pada peta maupun pada kondisi yang sebenarnya. Sedangkan sudut SRK adalah sudut siku-siku yang juga berlaku baik pada peta maupun pada kondisi yang sebenarnya. Selanjutnya, dengan menggunakan teorema kesebangunan **sd.sd,** disimpulkan bahwa segitiga pada peta kongruen dengan segitiga sebenarnya.



Contoh 2:

Untuk mengetahui banyaknya buah apel pada suatu truk, Tika mengambil 100 buah apel kemudian diberi tanda dan dimasukkan lagi ke dalam truk. Setelah itu semua apel dalam truk dipindahkan ke suatu keranjang besar. Menurut keyakinan Tika, pada waktu pemindahan tersebut apel yang diberi tanda tadi sudah tercampur secara acak. Kemudian ia mengambil 40 apel dan ternyata didapatkan 5 apel yang memiliki tanda. Berapa kira-kira buah apel dalam keranjang itu?

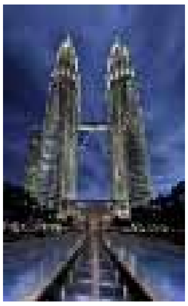
Penyelesaian:

Walaupun permasalahan di atas tidak terkait langsung dengan kesebangunan, namun konsep perbandingan (seperti dalam kesebangunan) dapat digunakan yaitu $\frac{5}{40} = \frac{100}{T}$ dimana T adalah jumlah apel total.

$$\frac{5}{40} = \frac{100}{T} \Leftrightarrow 5T = 4000 \Leftrightarrow T = 800$$

Dari sini diperoleh $T = 800$ apel.

Contoh 3:



Seorang matematikawan dari Indonesia ingin mengetahui tinggi gedung Menara Kembar (*Twin Tower*) di Kuala Lumpur. Ia menggunakan cara yang sederhana yaitu menanyakan panjang jembatan penghubung kedua menara tersebut. Setelah mendapatkan jawaban dari pengelola gedung mengenai panjang jembatan penghubung, ia keluar dan memotret gedung tersebut dari kejauhan. Tak lama kemudian ia bersorak gembira karena bisa mengetahui tinggi Menara Kembar tersebut. Mengapa demikian? Jelaskan!

Penyelesaian:

Sebenarnya matematikawan tersebut telah menerapkan konsep kesebangunan (lihat definisi kesebangunan pada Modul 1 KB 1). Misalkan dia memperoleh hasil: panjang jembatan dalam foto 2,3 cm, tinggi menara dalam foto 20,4 cm, dan panjang jembatan penghubung sebenarnya 50,8 meter maka:

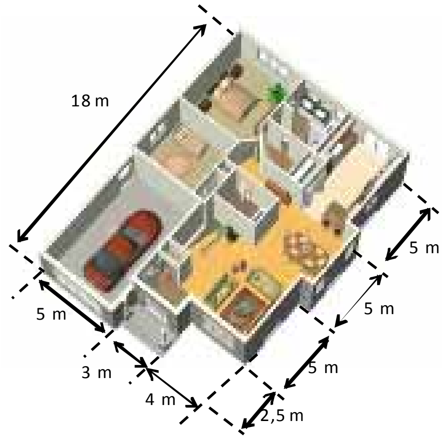
$$\frac{panjang\ jembatan\ sebenarnya}{tinggi\ menara\ sebenarnya} = \frac{panjang\ jembatan\ dalam\ foto}{tinggi\ menara\ dalam\ foto}$$

$$\frac{50,8}{TM} = \frac{2,3}{20,4} \Longrightarrow TM = \frac{20,4}{2,3} \times 50,8 = 450,573913$$

Jadi tinggi menara kira-kira 451 meter.

Contoh 4:

Ada seorang matematikawan ingin membeli rumah dari suatu perusahaan pengembang perumahan. Ia bertemu dengan petugas marketing dan terjadilah percakapan sebagai berikut.



Matematikawan : "*Maaf, apakah ukuran maket ini sudah sebanding dengan ukuran sebenarnya?*"

Marketing : "*Benar Pak, kami sudah membuatnya sebanding. Kalau Bapak biasanya menyebut sebanding dengan istilah sebangun kan?*"

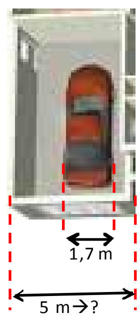
Matematikawan : "*Ya, benar. Apakah mobil maupun garasinya juga sebangun? Setahu saya lebar mobil sebenarnya sekitar 1,7 m.*"

Marketing : "*Betul Pak, pokoknya semua yang ada di maket sebangun dengan aslinya.*"

Matematikawan : "*Terima kasih atas informasinya.*"

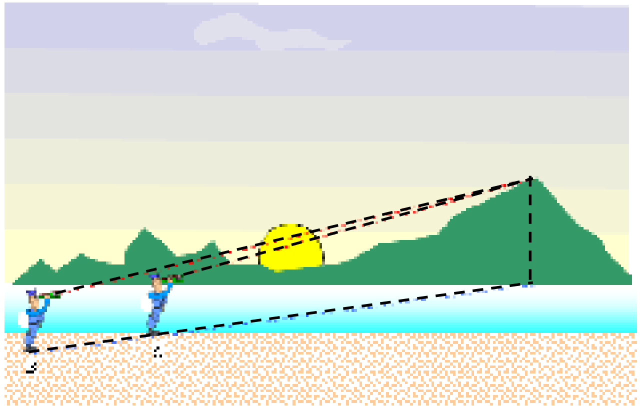
Namun setelah itu matematikawan tersebut memutuskan untuk tidak membeli rumah pada pengembang itu karena ia meragukan kebenaran ukuran rumah tersebut. Mengapa demikian? Coba jelaskan alasan matematikawan tersebut!

Penjelasan:



Matematikawan tadi sebenarnya mencermati ukuran garasi. Dia tahu bahwa secara umum lebar mobil sedan seperti ini kira-kira 1,7 meter. Sementara itu jika dipandang dari ukuran maket (yang oleh marketing dikatakan sebanding dengan ukuran sebenarnya), tampaknya garasi pada maket tersebut cukup sulit untuk memuat dua miniatur mobil. Artinya ukuran lebar garasi pada rumah yang sebenarnya kira-kira hanya $2 \times 1,7$ meter $= 3,4$ meter. Padahal pada maket tertera ukuran 5 meter. Inilah yang menjadikan matematikawan tadi ragu membeli rumah tersebut.

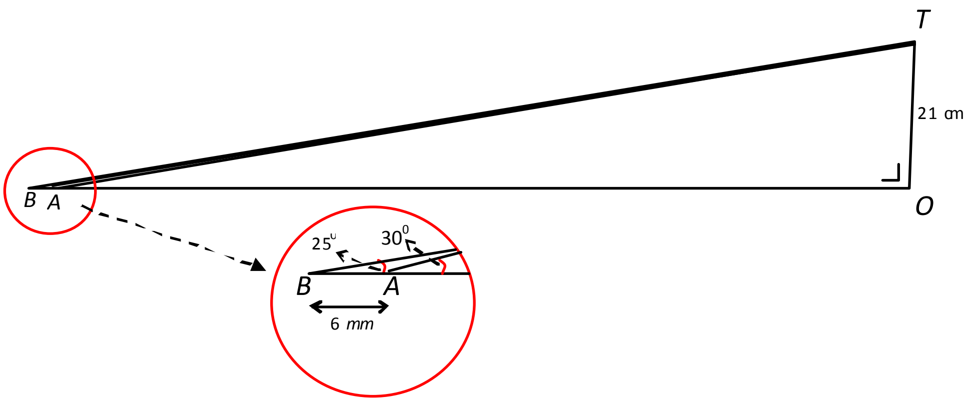
Contoh 5:



Seorang tentara melihat sasaran yang berada di puncak bukit. Pertama ia membidik dari titik A dan memperoleh sudut elevasinya 30^0. Kemudian ia berjalan mundur 10 meter ke titik B dan mencatat sudut elevasi 25^0. Ternyata dengan data ini ia bisa mengetahui tinggi sasaran itu. Bagaimana bisa demikian?

Penjelasan:

Sesuai dengan proses membidik yang telah dilakukannya, tentara tersebut membuat sketsa dengan langkah-langkah: (1) menentukan titik A pada garis mendatar, (2) membuat garis dari titik A dengan sudut elevasi 30^o, (3) menentukan titik B yang berjarak 6 mm dari titik A, (4) membuat garis dari titik B dengan sudut elevasi 25^o, (5) memperpanjang kedua garis sehingga diperoleh titik potong T, (6) menentukan titik O dimana OT tegak lurus OA, dan (7) mengukur panjang OT dan diperoleh 21cm. Sketsa yang dibuatnya adalah sebagai berikut.



Selanjutnya dengan prinsip kesebangunan sd.sd didapatkan

$$\frac{6\ mm}{10\ meter} = \frac{21\ cm}{OT} \Rightarrow OT = \frac{21\left(\frac{1}{100}\right)\times 10}{6\left(\frac{1}{1000}\right)} \text{ meter} \Rightarrow OT = 350 \text{ m}$$

Jadi tinggi bukit 350 meter.

KEGIATAN BELAJAR 2

Media Pembelajaran untuk Materi Kesebangunan

Untuk menjelaskan kesebangunan dapat digunakan berbagai media. Prinsip dari penggunaan media ini di antaranya adalah keterjangkauan alat/media, interaktif, sesuai konsep, dan menarik. Ada 2 jenis media yang akan dibahas dalam tulisan ini, yaitu alat peraga dan komputer.

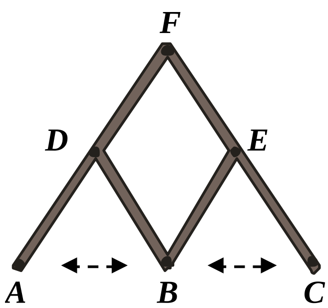
A. Media Alat Peraga

1. Pantograf

Pantograf digunakan untuk membuat gambar yang lebih besar atau lebih kecil. Tingkat perbesaran atau perkecilannya tergantung dari bentuknya (rangkaiannya), yang tidak lain adalah terapan dari kesebangunan.

Contoh:

Bentuk I



A: Titik tetap

B: Tempat pensil untuk gambar asal/hasil

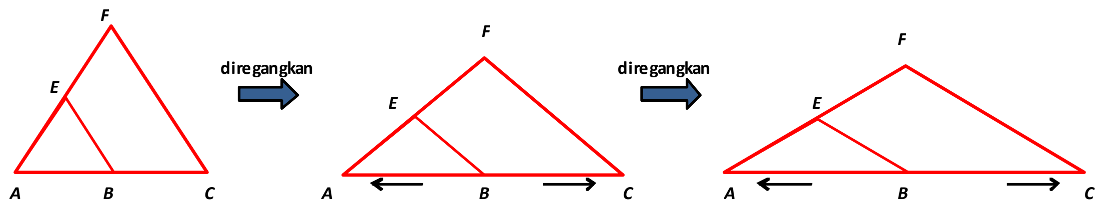
C: Tempat pensil untuk gambar hasil/asal

Catatan:

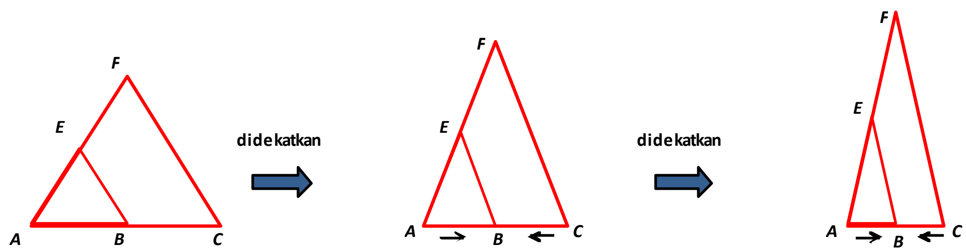
- $AD = DF = DB = BE = FE = EC$
- A, B, dan C segaris
- A, B, atau C dapat diregangkan (dijauhkan) atau didekatkan
- Bulatan pada B, D, F, dan E adalah engsel untuk gerakan pantograf

Perhatikan bahwa dengan rangkaian seperti di atas maka diperoleh

1. A, B, dan C selalu segaris
2. D tetap berada di tengah AF
3. E tetap berada di tengah CF
4. BD dan EF selalu sejajar
5. BE dan DF selalu sejajar



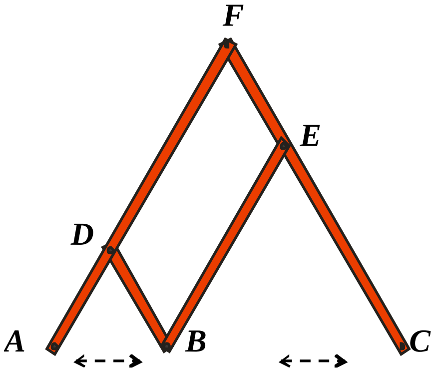
Gerakan ujung A, B, atau C dapat diilustrasikan sebagai berikut.



Perhatikan bahwa semua gerakan tersebut selalu memenuhi $\angle E = \angle F$, $\frac{AE}{AF} = \frac{EB}{FC} = \frac{1}{2}$. Sesuai prinsip **s.sd.s** pada kesebangunan maka $\Delta AEB \sim \Delta AFC$. Sehingga pantograf dapat digunakan untuk menghasilkan dua bangun yang sebangun. Khusus untuk pantograf bentuk I di atas akan menghasilkan perbesaran dua kali atau pengecilan setengahnya, tergantung dimana meletakkan pencilnya.

Sebagai tambahan, prinsip yang digunakan dalam pantograf tidak hanya kesebangunan **s.sd.s** namun dapat juga menggunakan prinsip kesebangunan **s.s.s** (lihat pada bagian cara penggunaan).

Bentuk II



A: Titik tetap

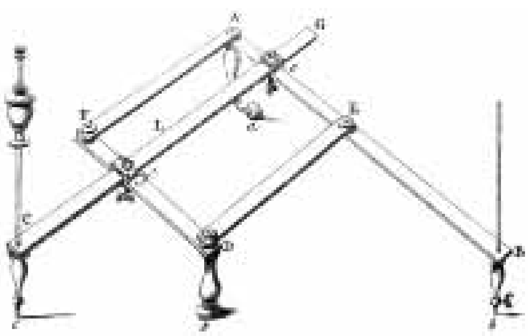
B: Tempat pensil untuk gambar asal/hasil

C: Tempat pensil untuk gambar hasil/asal

Catatan:

- $AD = DB = EF$
- $DF = BE = EC = 2AD$
- A, B, dan C segaris
- A, B, atau C dapat diregangkan (dijauhkan) atau didekatkan
- Bulatan pada B, D, F, dan E adalah engsel untuk gerakan pantograf.

Secara prinsip bentuk II ini sama dengan bentuk I sebelumnya. Perbedaannya hanya tingkat perbesarannya, pada bentuk II perbesarannya 3 kali. Perlu diperhatikan bahwa bentuk I dan bentuk II tersebut hanya sekedar contoh. Masih ada lagi bentuk yang lain, misalnya terlihat pada gambar di samping.

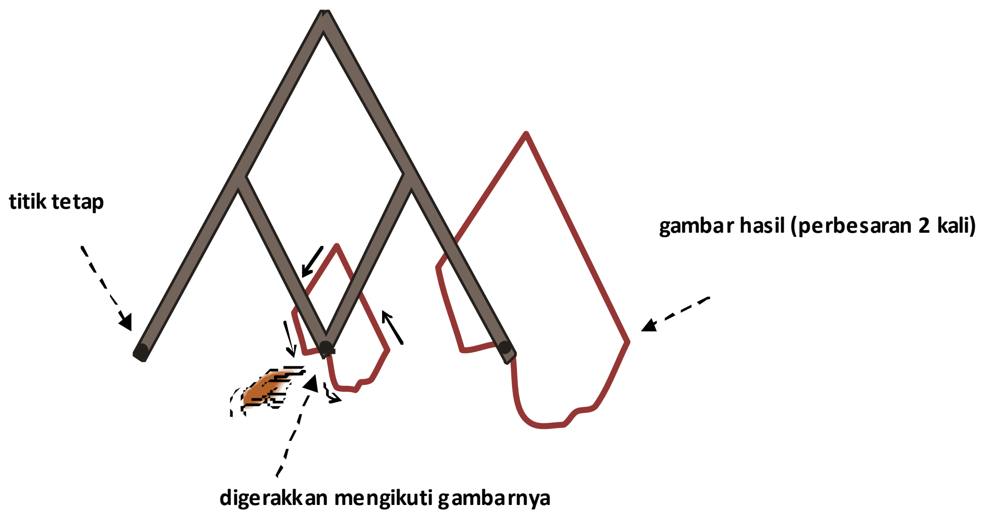


www.web.mat.bham.ac.uk

Cara penggunaan pantograf:

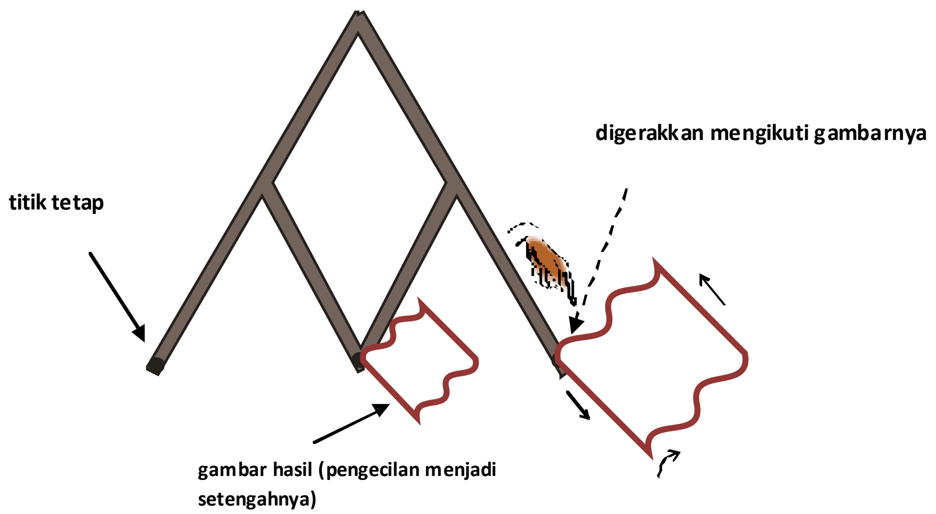
Berikut ini diberikan contoh penggunaan pantograf bentuk I, sedangkan penggunaan pantograf bentuk lainnya identik.

Cara I:

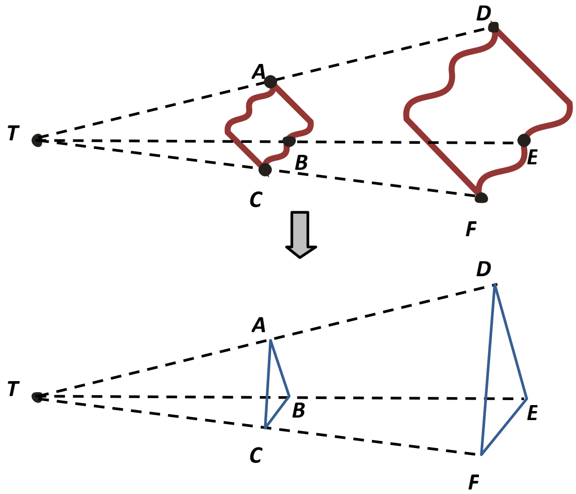


Cara II

Cara ini identik dengan cara pertama dengan memindah gambar awal. Sehingga gambar hasil terletak di antara gambar awal dan titik tetap.



Perhatikan ukuran-ukuran ruas garis yang dihasilkan baik pada cara I maupun cara II apabila dibuat ruas garis dari titik tetap T ke kedua gambar.



Karena *A, B,* dan *C* berturut-turut merupakan titik tengah $TD, TE,$ dan TF maka $TA : TD = TB : TE = TC : TF$. Perhatikan ΔTAB dan ΔTDE. Jelas bahwa $m\angle ATB = m\angle DTE$ dan $m\angle BAT = m\angle EDT$. Sesuai prinsip (**sd.sd**) maka $\Delta ABC \sim \Delta DEF$. Akibatnya $AB : DE = AC : DF = BC : EF$.

Sesuai dengan prinsip kesebangunan **s.s.s** maka $\Delta ABC \sim \Delta DEF$.

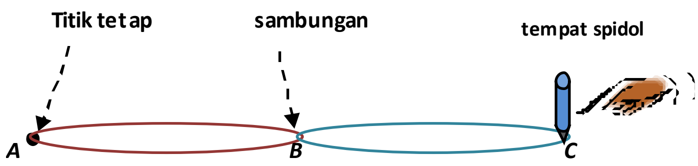
2. Peraga Karet Gelang.

Karet gelang dapat digunakan untuk kegiatan pembelajaran kesebangunan. Untuk dapat menggunakannya perlu disediakan minimal 2 karet gelang. Akan lebih baik jika warna kedua karet gelang berbeda.

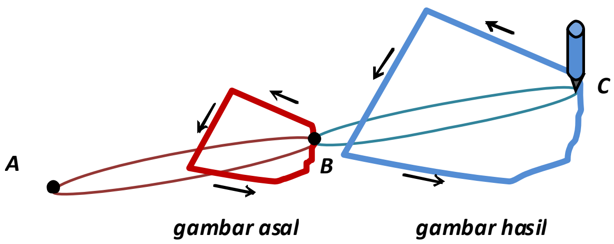
Cara penggunaan:

Sediakan dua karet gelang (tidak harus sama panjang dan sama kekuatan/elastisitas), kemudian disambung.

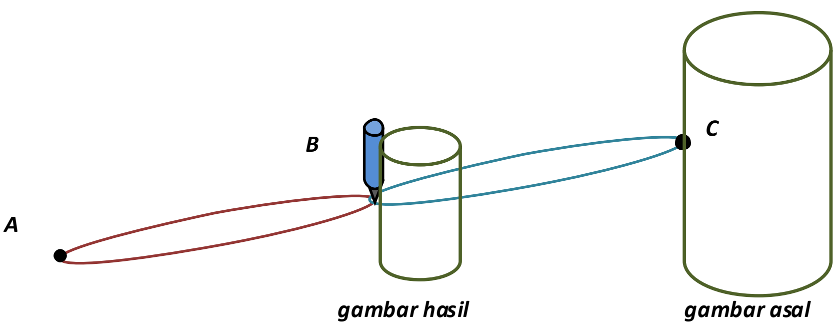
Setelah itu kaitkan salah satu ujungnya (*A*) pada papan tulis sebagai titik tetap, sedangkan ujung lainya (*C*) ditarik dan dipasang alat tulis (spidol atau kapur) sebagai berikut.



Ujung yang lain digunakan untuk menggambar sedangkan sambungan atau simpulnya (*B*) digunakan untuk menjiplak gambar asal (fokuskan pandangan kita pada simpul). Misalnya kita ingin menjiplak dengan cara memutar titik *B* mengelilingi benda dan titik *C* menyesuaikan gerakannya.



Dari sini diperoleh hasil gambar sebangun yang diperbesar. Mengapa demikian? Coba ingat lagi hukum Hooke (*Hooke's Law*) pada benda yang dapat meregang atau elastis (per, karet, dll) yaitu $F = -kx$ dimana F gaya yang bekerja, k konstanta dan x perubahan panjang benda. Intinya jika hukum tersebut diterapkan pada kegiatan di atas maka perbandingan $AB:AC$ selalu tetap. Sesuai dengan prinsip **s.s.s** pada kesebangunan maka kedua gambar sebangun. Alat peraga karet ini lebih cocok digunakan hanya untuk perbesaran saja. Sebab jika digunakan untuk proses pengecilan kita harus memasang spidol di titik *B*. Pemasangan seperti ini agak sulit dilakukan tetapi jika dapat dipraktekkan boleh saja dan akan diperoleh gambar yang diperkecil.



B. Media Komputer

Program komputer dapat dimanfaatkan untuk pembelajaran kesebangunan. Beberapa program yang dimaksud adalah MS Office, Geogebra, Maple, dan Autograph. Pada modul ini hanya akan disajikan contoh penggunaan MS Office dan Geogebra. Sedangkan penggunaan program yang lainnya dipersilahkan mempelajarinya sendiri.

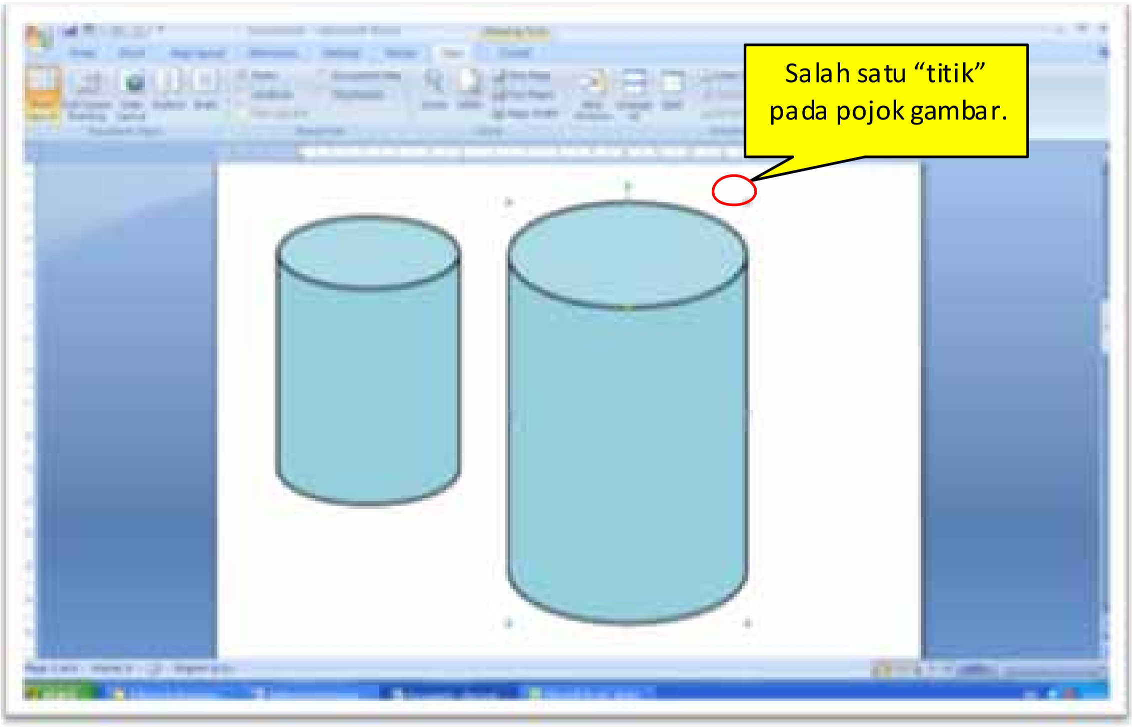
1. Program MS Office

Umumnya setiap komputer sudah ada program ini. Program ini sebenarnya adalah *Commercial software* yang berarti pengguna harus memiliki lisensi. Oleh karena itu gunakan *software* yang asli. Terkait dengan kesebangunan, kita dapat menggunakan MS Office Word, Excel, maupun Power Point. Karena ketiganya mempunyai prinsip penggunaan yang identik maka dalam modul ini hanya disajikan MS Office Word. Secara sederhana langkah kerjanya sebagai berikut.

Cara I:

a. Buka MS Word, klik Insert, pilih Shape/picture/clipArt, kemudian buatlah sembarang gambar. Misalnya tabung. Setelah itu buatlah duplikatnya di sebelah gambar semula dengan menggunakan *copy-paste* atau dengan CTRL+DRAG.

b. Setelah itu klik salah satu gambar kemudian lakukan perbesaran atau pengecilan dengan cara menekan SHIFT+DRAG pada salah satu "titik" di pojok gambar dan gerakkan maka akan terbentuk gambar diperkecil atau diperbesar.

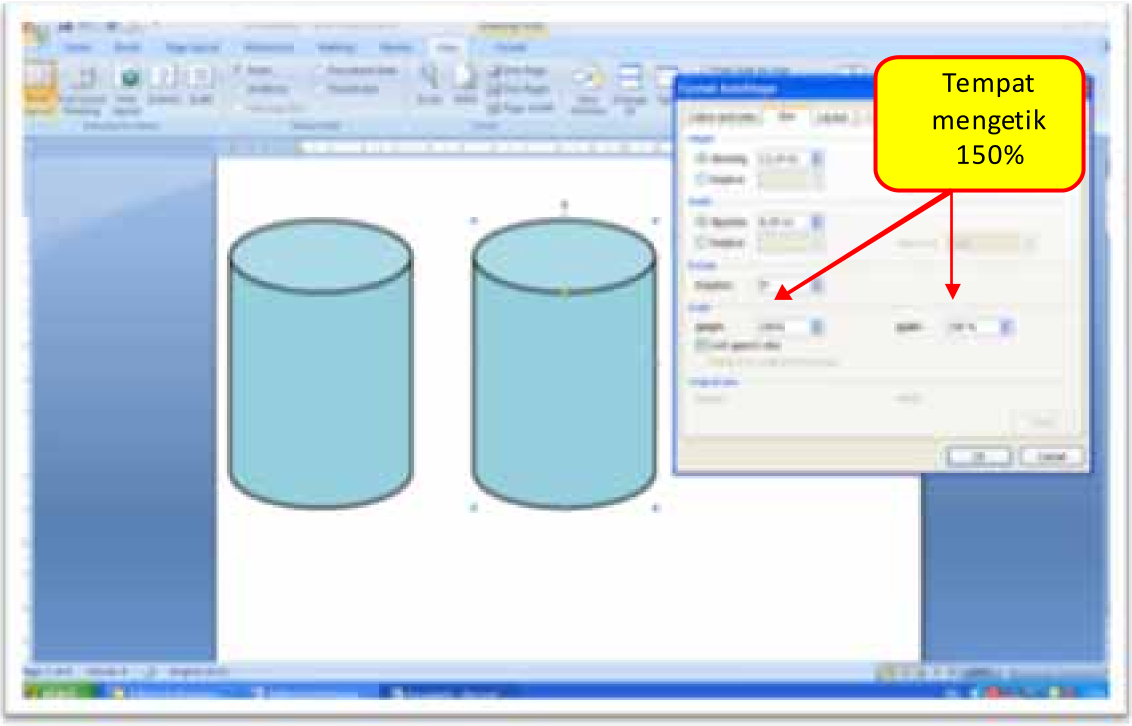


Setelah itu coba lakukan DRAG tanpa disertai dengan menekan SHIFT. Apa yang terjadi? Apakah masih sebangun?

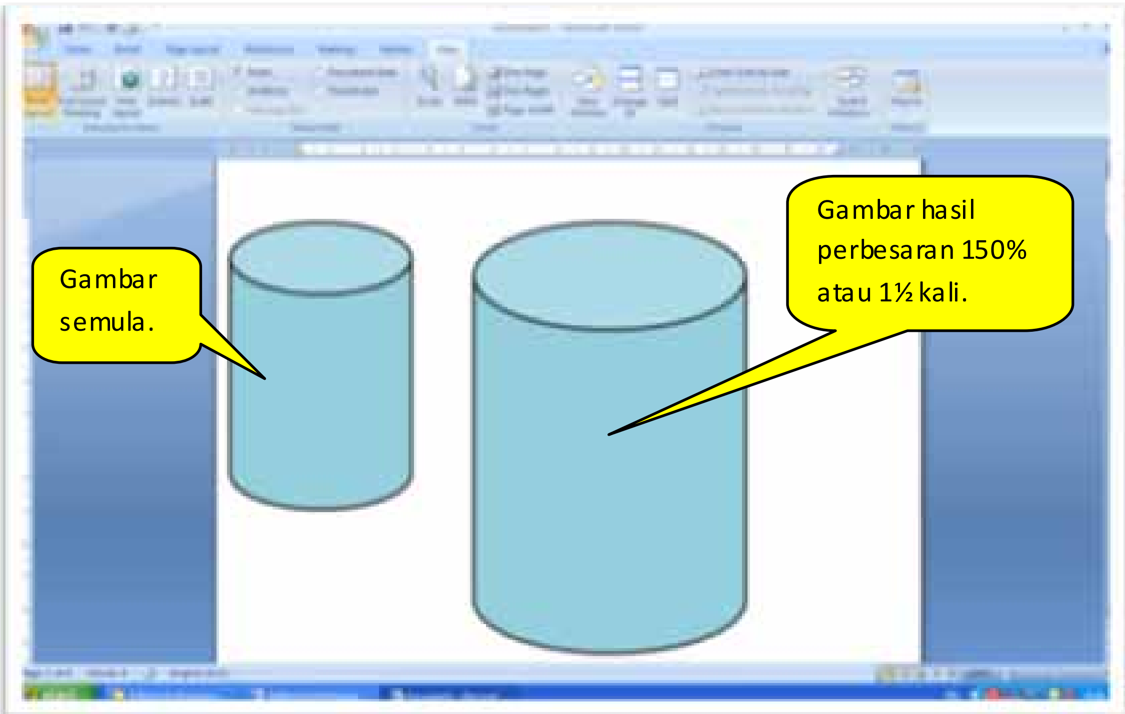
Dengan menggunakan cara di atas kita tidak tahu seberapa perbesaran yang dilakukan. Oleh karena itu apabila kita ingin mengetahui seberapa perbesarannya maka perlu dilakukan cara lain.

Cara II:

Cara ini merupakan lanjutan langkah dari cara I yaitu, setelah mengkopi gambar lakukan klik kanan kemudian pilih Format AutoShape maka akan muncul windows seperti gambar berikut.



Setelah itu pilih menu <u>Size</u> dan beri tanda cek pada <u>Lock aspect ratio.</u> Isikan skala yang diinginkan 150%, 200%, dan sebagainya. Misalkan kita pilih 150% maka diperoleh hasil:

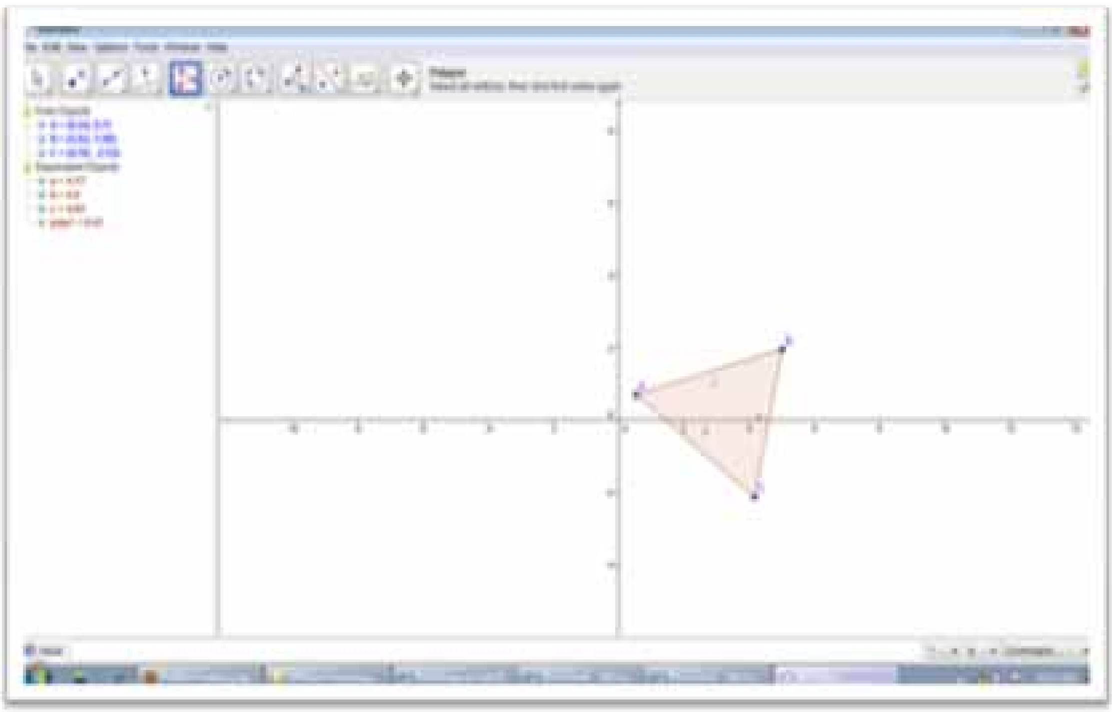


Selain Cara I dan Cara II, untuk bisa melihat kesebangunan dengan memperhatikan perbesaran atau pengecilan gunakan Zoom-in atau Zoom-out. Atau dengan menggunakan shortcut CTRL+SCROLL.

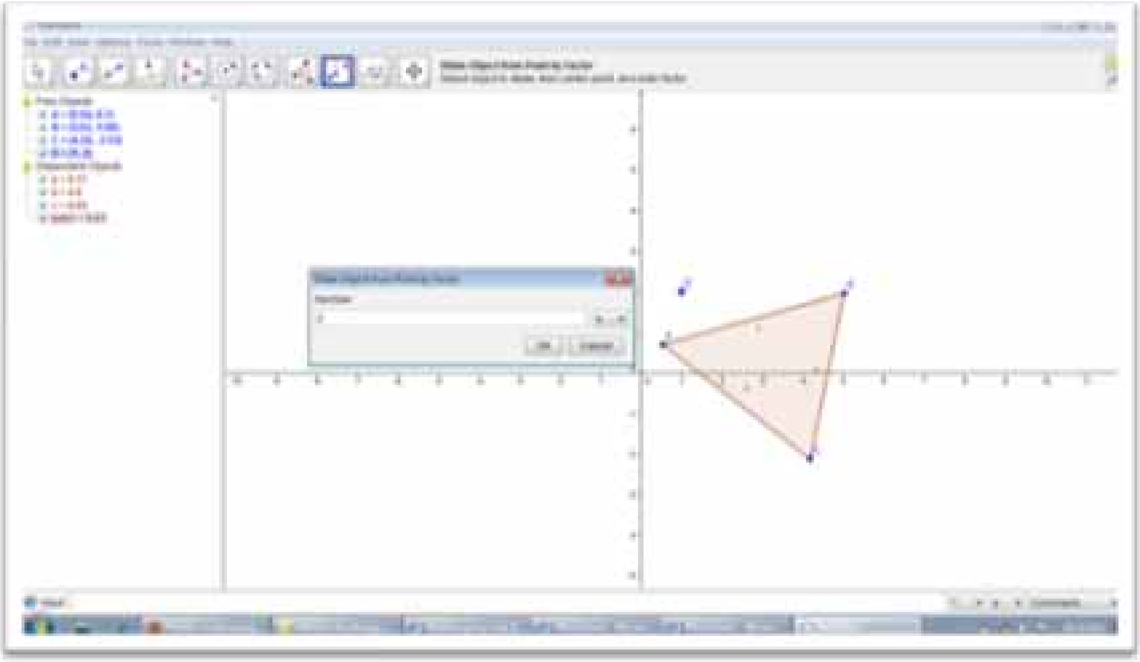
2. Program Geogebra

Program Geogebra ini adalah *Free Software*. Sehingga pengguna dapat menginstal secara bebas, asalkan tidak digunakan untuk kepentingan komersial. Software ini dapat diunduh secara gratis pada alamat www.geogebra.org. Untuk menggunakan Geogebra sebagai sarana belajar kesebangunan, kerjakan langkah berikut. (Asumsi: Komputer sudah terinstal *Geogebra*).

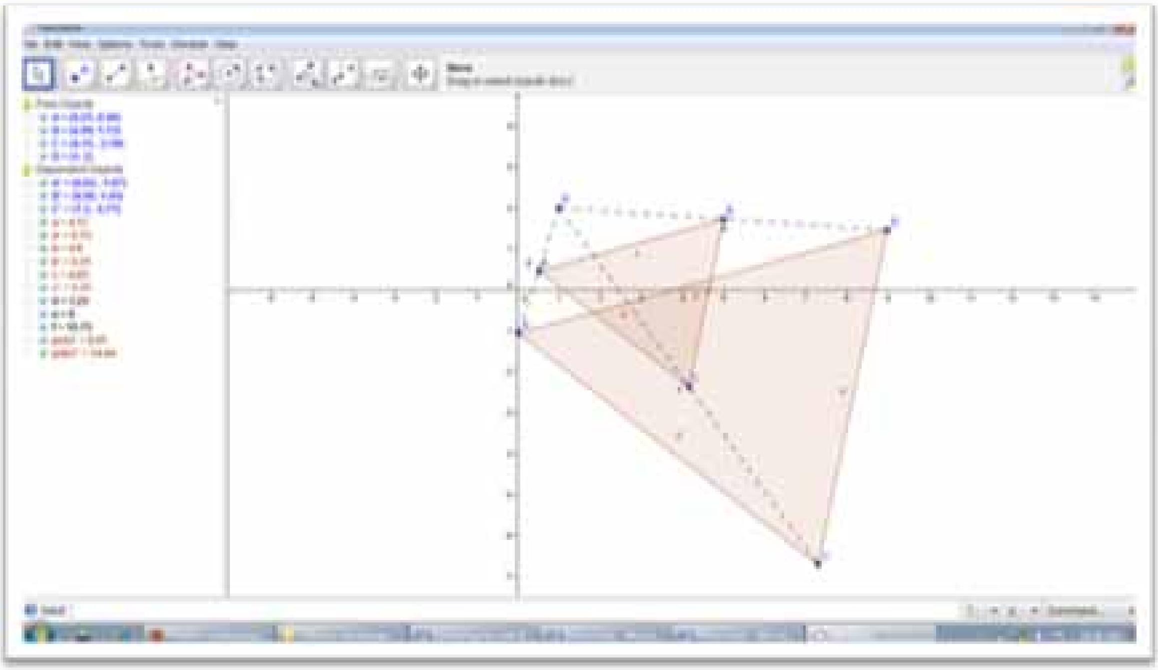
a. Buka dokumen baru, klik (*polygon button*) kemudian buatlah gambar, misalnya bangun segitiga.



b. Setelah itu klik (*dilation button*), kemudian klik pada segitiga dan pilih salah satu titik sebagai pusat dilatasi (misalnya titik (1,2)) dan faktor dilatasi (misalnya 2) maka akan diperoleh:



Setelah itu tekan OK maka diperoleh:



Selanjutnya coba dengan bentuk selain segitiga dan faktor dilatasi yang diubah-uabah. Setelah itu lakukan pergeseran gambar asal. Apa yang terjadi? Sangat menarik bukan?

Ringkasan

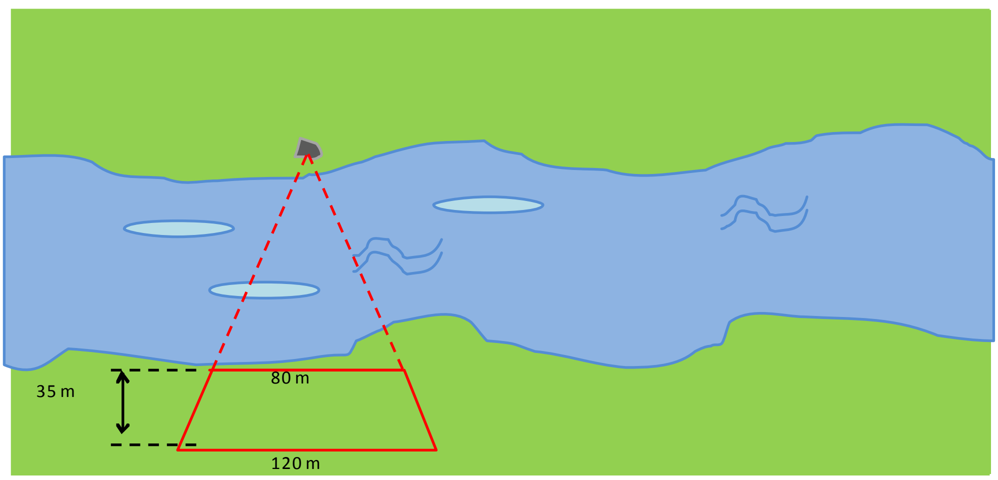
Peristiwa atau keadaan di sekitar kita sebenarnya banyak yang merupakan aplikasi konsep kesebangunan. Secara khusus adalah kesebangunan segitiga. Untuk menandai kesebangunan dua segitiga, temukan dua pasang sudut bersesuaian yang sama besar sehingga dapat dipastikan kedua segitiga itu sebangun.

Latihan/tugas

1. Ada seorang pemuda bangga terhadap tanah airnya. Sehingga waktu ia melewati tiang bendera terketuk hatinya untuk mengetahui tinggi tiang bendera tersebut. Secara sederhana ia menggunakan cermin yang diletakkan di tanah. Jelaskan bagaimana ia melakukannya?

2. Pak Made adalah guru matematika yang cerdas, santun, dan tidak sombong. Ia hobi bermain bola voly, maklum tinggi badannya 174 cm. Dengan kecerdasannya ia tahu tinggi tembok belakang sekolah hanya dengan lewat di sebelahnya dengan jarak 1½ meter. Sebenarnya dia hafal bahwa pada jam itu arah sinar matahari membentuk sudut 45^o dengan permukaan tanah. Berapa tinggi tembok sekolah yang dihitung oleh Pak Made?

3. Untuk menentukan lebar sungai, siswa yang sedang mengadakan kegiatan "BERSIH SUNGAI" melakukannya dengan cara membentangkan tali pada patok-patok yang mereka buat seperti pada gambar. Dengan cara ini mereka tahu lebar sungai. Berapa lebar sungai yang mereka maksud?



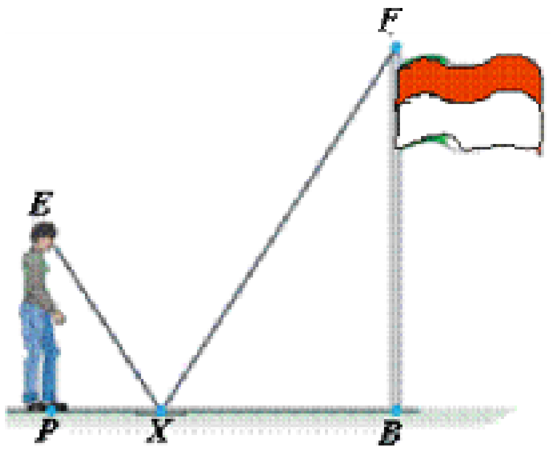
4. Buatlah suatu desain pantograf yang menghasilkan perbesaran 1½ kali.
5. Jelaskan hal-hal yang perlu diperhatikan dalam mengembangkan media untuk pembelajaran.

Umpan balik

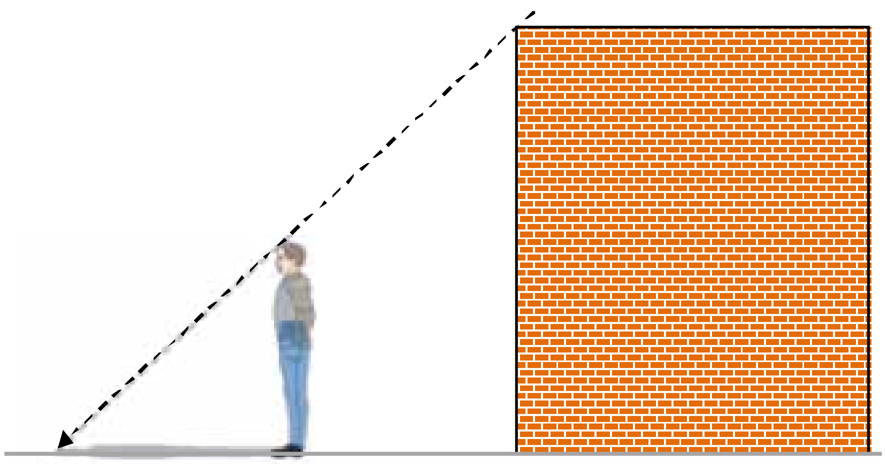
Setelah mengerjakan latihan ini, cocokkan pekerjaan Anda dengan jawaban atau petunjuk. Taksir sendiri prosentase kebenaran jawaban Anda. Jika lebih dari 75%, bagus. Jika kurang, pelajari lagi bagian mana yang menyebabkan kurang. Apabila masih belum mencapai 75%, diskusikan dengan teman sejawat.

Jawaban:

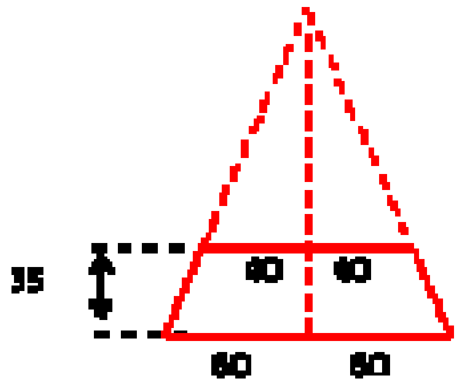
1. Buat sketsa seperti di bawah ini



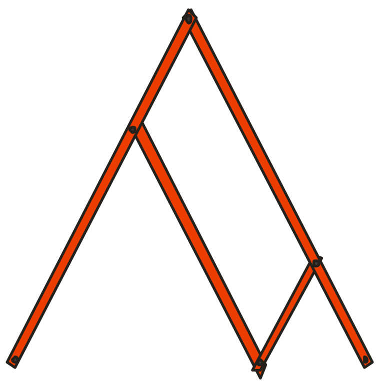
2. Buat sketsa seperti di bawah ini



3. Gunakan garis bantu sehingga terbentuk dua segitiga siku-siku.



4. Salah satu bentuknya seperti gambar berikut



5. Jawaban ada pada bagian awal KB 1.

Daftar Pustaka

Moise, Edwin E. 1990. *Elementary Geometry from an Advanced Standpoint*. 3rd Edition. New York: Addison-Wesley.

Marsigit. 2009. *Matematika 3 SMP Kelas IX*. Bogor: Yudhistira.

Serra, Michael. 2008. *Discovering Geometry an Investigative Approach*. California: Key Curriculum Press.

Th. Widyantini dan Sigit TG. 2010. *Penggunaan Alat Peraga dalam Pembelajaran Matematika di SMP*. Modul BERMUTU 2010. Yogyakarta: PPPPTK Matematika.

PENUTUP

PENUTUP

A. Rangkuman

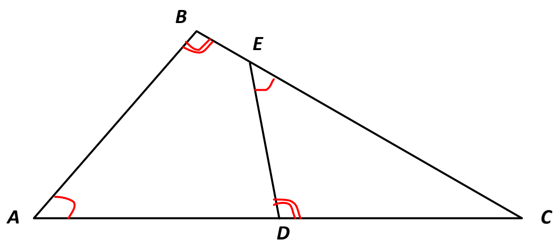
Hal terpenting dalam kesebangunan dan kekongruenan pada segi banyak adalah menemukan korespondensi satu-satu antar titik sudut pada kedua segibanyak. Setelah itu baru bisa mencari sisi-sisi dan titik-titik sudut yang bersesuaian.

Khusus untuk segitiga, untuk mengetahui dua segitiga sebangun, cukup temukan dua pasang sudut bersesuaian yang sama besar maka dapat disimpulkan kedua segitiga itu sebangun.

Prinsip dasar kesebangunan dua segitiga adalah berkenaan dengan perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian. Untuk dua segitiga yang sebangun berlaku panjang sisi-sisi yang bersesuaian sebanding. Sedangkan untuk dua segitiga yang kongruen berlaku perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian bernilai 1. Sifat-sifat yang diturunkan dari prinsip dasar kesebangunan ada dua. Yang pertama adalah Perbandingan Sederhana dan yang kedua adalah Perbandingan terkait Teorema Pythagoras.

B. Penilaian

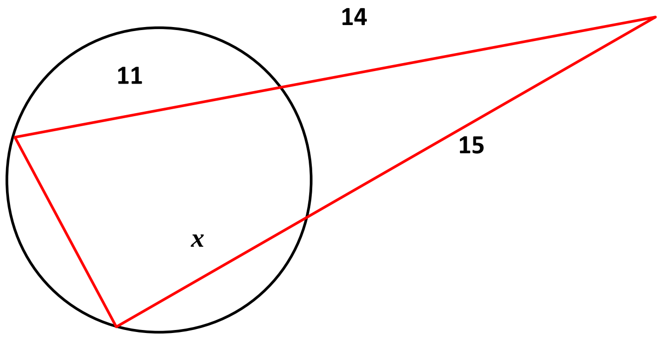
1. Amati gambar di bawah.



Apakah $\Delta ABC \sim \Delta EDC$? Jika ya, tentukan sisi-sisi yang bersesuaian!

2. Pada pukul 10.00 WIB, seorang pemuda yang tingginya 174 cm mempunyai bayangan sepanjang 60 cm. Berapa tinggi pohon yang panjang bayangannya 2½ meter?

3. Berapa panjang x pada gambar berikut?

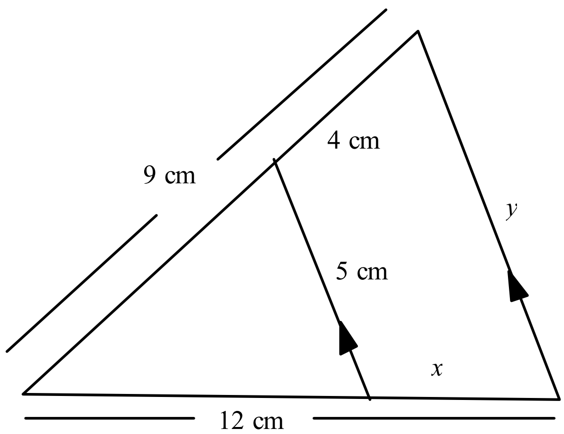


4. Buktikan **akibat** pada KB 2 modul 1.

5. Perbandingan dua sisi yang bersesuaian pada dua segitiga yang sebangun adalah 2:3. Jika selisih panjang kedua sisi tersebut 6 cm, hitunglah panjang masing-masing sisinya!

6. Dua tiang bendera mempunyai bayangan yang panjangnya berturut-turut x m dan $(x + 12)$ m. Jika panjang tiang yang pendek adalah $\frac{1}{3}$ panjang tiang yang panjang, hitunglah x.

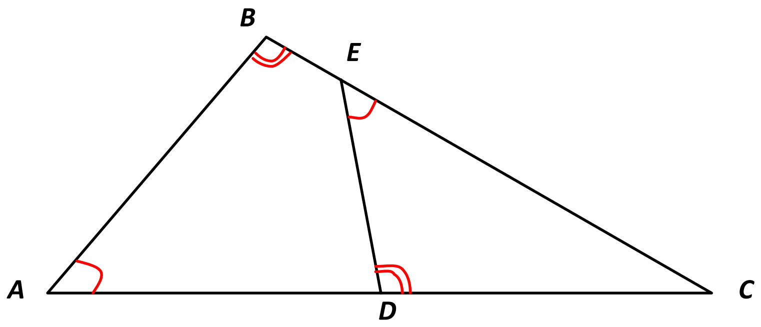
7. Perhatikan gambar di samping, tentukan nilai x dan y.



Setelah Anda selesaikan mengerjakan ketujuh soal di atas, cocokkanlah dengan kunci jawaban yang terlampir di bawah. Apabila penguasaan Anda belum mencapai 75%, pelajari kembali modul ini terutama pada bagian yang belum Anda kuasai. Tetaplah bersemangat dalam belajar. Bilamana kemampuan Anda tetap belum mencapai 75%, cobalah berdiskusi dengan teman sejawab atau dengan guru pendamping.

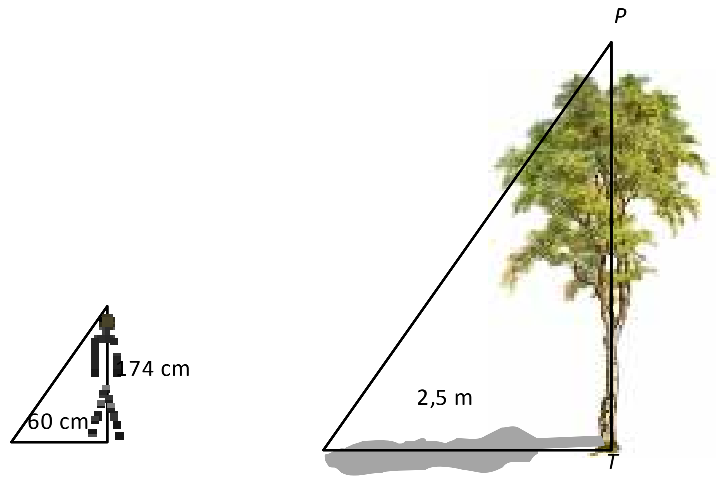
Jawaban:

1. Amati ΔABC dan ΔEDC di bawah.



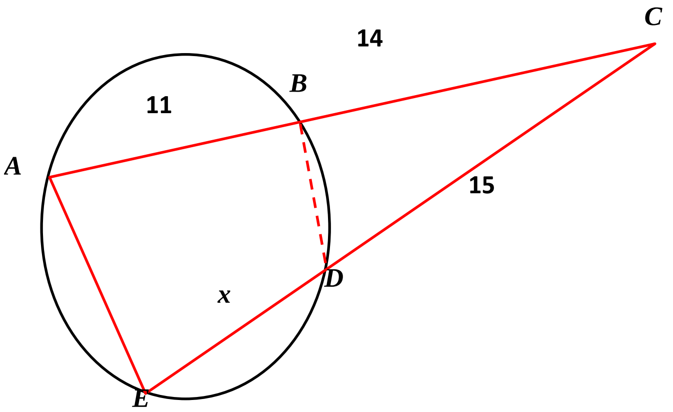
Dari gambar diperoleh $\angle BAC = \angle DEC$ dan $\angle ABC = \angle DEC$. Sesuai teorema kesebangunan ***sd.sd*** disimpulkan bahwa $\Delta ABC \sim \Delta EDC$.

2. Perhatikan bayangan orang dan bayangan pohon yang terbentuk.



Dengan ilustrasi seperti ini didapatkan dua segitiga yang sebangun. Jadi dengan menyamakan satuan diperoleh $\frac{TP}{174} = \frac{250}{60} \Leftrightarrow TP = 725$. Jadi tinggi pohon 725 cm = 7,25 meter.

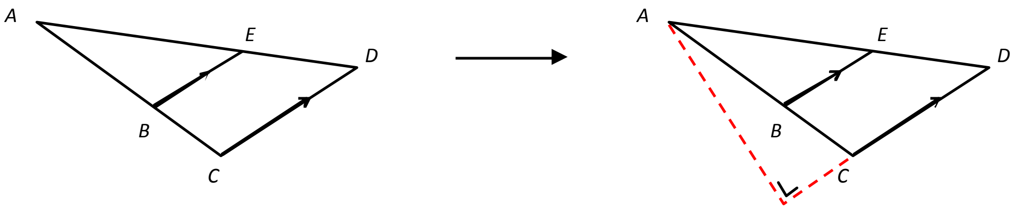
3. Ingat kembali segiempat talibusur yang mempunyai sifat sudut yang berhadapan berjumlah 180^o.



Karena $\square ABDE$ adalah segiempat talibusur maka $m\angle BAE + m\angle BDE = 180^o$. Berarti $m\angle BAE = 180^o - m\angle BDE = m\angle BDC$.

Dari sini diperoleh dua pasang sudut yang sama pada ΔAEC dan ΔDBC yaitu $m\angle BAE = m\angle BDC$ dan $m\angle BCD = m\angle ACE$. Jadi sesuai teorema kesebangunan **sd.sd** disimpulkan $\Delta AEC \sim \Delta DBC$. Pasangan sisi yang bersesuaian dalam hal ini adalah $BC \leftrightarrow EC$, $AC \leftrightarrow DC$ dan $BD \leftrightarrow AE$. Dengan demikian dipenuhi $\frac{EC}{BC} = \frac{AC}{DC} \Leftrightarrow \frac{x+15}{14} = \frac{25}{15}$ $\Leftrightarrow x = 8^1/_3$.

4. Buatlah baris bantu sehingga terbentuk segitiga siku-siku. Kemudian selidiki perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian.



5. Misalkan panjang sisi-sisi yang bersesuaian adalah x dan y, maka $\frac{x}{y} = \frac{x}{x+6} = \frac{2}{3}$, sehingga diperoleh $x = 12$ cm dan $y = 18$ cm.

6. Langkahnya sama seperti jawaban No. 5, $\frac{x}{x+12} = \frac{1}{3}$, sehingga diperoleh $x = 6$ m.

7. Gunakan prinsip dasar kesebangunan segitiga, yaitu $\frac{12-x}{12} = \frac{9-4}{9}$ dan $\frac{y}{5} = \frac{9}{9-4}$, sehingga diperoleh $x = 5\frac{1}{3}$ dan $y = 9$.

PPPPTK MATEMATIKA

Jl. Kaliurang Km. 6 Sambisari, Condongcatur, Depok, Sleman, Yogyakarta
Kotak Pos 31 YKBS Yogyakarta 55281
Telp. (0274) 885752, 881717, 885725, Fax. (0274) 885752
Website: www.p4tkmatematika.org
E-mail: p4tkmatematika@yahoo.com