

**CATARINA AFONSO FERRAZ**

**ENSINO E APRENDIZAGEM DA ESTATÍSTICA  
NO 2.º CICLO DO ENSINO BÁSICO: UMA  
REFLEXÃO SOBRE AS PRÁTICAS DOCENTES**



**UNIVERSIDADE DO ALGARVE**

**ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO E COMUNICAÇÃO**

**2018**

**CATARINA AFONSO FERRAZ**

**ENSINO E APRENDIZAGEM DA ESTATÍSTICA  
NO 2.º CICLO DO ENSINO BÁSICO: UMA  
REFLEXÃO SOBRE AS PRÁTICAS DOCENTES**

**Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico e de Matemática e  
Ciências Naturais no 2.º Ciclo do Ensino Básico  
Trabalho efetuado sob a orientação de:  
Doutor António Manuel da Conceição Guerreiro**



**UNIVERSIDADE DO ALGARVE**

**ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO E COMUNICAÇÃO**

**2018**

*Ensino e aprendizagem da estatística no 2.º ciclo do ensino básico: uma reflexão  
sobre as práticas docentes*

**Declaração de autoria do trabalho**

Declaro ser o autor deste trabalho, que é original e inédito. Autores e trabalhos consultados estão devidamente citados no texto e constam da listagem de referências incluída.

---

## Copyright

Catarina Afonso Ferraz

A Universidade do Algarve tem o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar este trabalho através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, de o divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

## **Agradecimentos**

O meu especial agradecimento ao Professor Doutor António Guerreiro que tornou este relatório exequível. Obrigado por toda a orientação, por toda a paciência e por todo o tempo dispensado para me ajudar. Obrigado, especialmente, por encontrar uma solução mesmo quando tudo parecia impossível, nunca me deixando desistir. O meu sincero obrigado por tudo o que me ensinou e ajudou.

À Escola Superior de Educação e Comunicação da Universidade e a todos os docentes que contribuíram para o meu crescimento profissional e pessoal. Agradeço por tudo o que me ensinaram.

Ao meu pai, um dos grandes pilares da minha vida, que fez e faz de tudo para me ver feliz e realizada. Obrigada por seres o meu modelo e por nunca me deixares desistir. Espero te deixar tão orgulhoso como tu me deixas a mim, todos os dias.

À minha mãe, a grande mulher que sei que sempre torceu por mim e só não faz mais porque não pode. A ela e ao meu padasto, que de uma forma ou outra, sempre me motivaram e me fazem querer ser melhor, todos os dias.

Aos meus avós, pelo orgulho que demonstram ter e pelo apoio que me dão diariamente.

Àqueles grandes amigos, a quem eu rejeitei um jantar ou uma saída por estar a concretizar esta investigação, agradeço do fundo do coração por me terem ouvido nos momentos de aflição e por me terem dado força quando precisei. Obrigada a vocês, que sabem quem são.

Ao meu namorado, a quem eu mais agradeço por estar sempre comigo, pelas poucas horas de sono, por todos os momentos de aperto em que nunca perdeu a paciência e teve sempre uma palavra de incentivo, por todo o apoio, por tudo... não há palavras que demonstrem a minha gratidão. Não conseguia sem ti. Isto é meu, mas também um bocadinho teu.

E por fim, a quem eu dedico este relatório, aos meus seis irmãos. Esta é a prova que devemos lutar pelos nossos sonhos, mesmo quando o caminho possa parecer bastante longo e difícil. Obrigada por serem a minha força diária para continuar a lutar.

## Resumo

O presente estudo tem como objetivo principal analisar e refletir sobre as práticas docentes no ensino da estatística e, conseqüentemente, sobre a aprendizagem dos alunos. Pretende também averiguar se a utilização de Tecnologias da Informação e Comunicação promove o processo de ensino e de aprendizagem em estatística, através da utilização do programa Excel. Para tal, foram produzidas três questões orientadoras do estudo: (i) Que conhecimento estatístico do professor de Matemática é revelado nas aulas do 6.º ano? (ii) O conhecimento estatístico do professor de matemática influencia o processo de aprendizagem estatística dos alunos? (iii) O uso das Tecnologias da Informação e Comunicação beneficiam o processo de aprendizagem estatística dos alunos? O quadro teórico desta investigação incide-se sobre o conhecimento estatístico do professor de matemática e nas maiores dificuldades em ensinar e aprender estatística.

A metodologia desta investigação é de natureza mista, pois os dados foram analisados quantitativamente e, posteriormente, interpretados. A recolha de dados foi feita através de três instrumentos - um pré-teste, o teste de avaliação e um pós-teste – resolvidos por dezasseis alunos de uma turma do 6.º ano e a dezassete de outra turma, sendo estes e a professora titular das turmas, os participantes da investigação. Foram analisadas as respostas dos alunos e agrupadas em quatro temas estatísticos, nos três momentos de avaliação.

Os resultados desta investigação demonstram que os alunos possuem muitas dificuldades nos temas estatísticos, principalmente no cálculo das medidas de tendência central, tal como a literatura descreve. Alguns alunos revelaram, depois da utilização do programa do Excel, alguma evolução.

Assim, com este estudo, entende-se que, de acordo com os resultados dos alunos obtidos, os professores possuem dificuldades em ensinar os conteúdos de estatística, no 2º ciclo, e que, bem explorado, as Tecnologias da Informação e Comunicação podem ser grandes aliados ao processo de ensino-aprendizagem da estatística.

**Palavras-chave:** conhecimento do professor, conhecimento estatístico, aprendizagem estatística, 2.º ciclo do ensino básico.

## Abstract

**Key-words:** teacher's knowledge, statistical knowledge, 2nd cycle of basic education, statistical learning.

The main objective of this study is to analyze and reflect on teaching practices in the teaching of statistics and, consequently, on student learning. It also intends to investigate if the use of Information and Communication Technologies promotes the process of teaching and learning in statistics through the use of the Excel program.

For this, three questions were produced: (i) What statistical knowledge of the Mathematics teacher is demonstrated in the classes of the 6th grade? (ii) Does the statistical knowledge of the mathematics teacher influence the students' statistical learning process? (iii) Does the use of Information and Communication Technologies benefit the students' statistical learning process? The theoretical framework of this research is focused on the statistical knowledge of the mathematics teacher and on the greatest difficulties in teaching and learning statistics.

The methodology of this investigation is mixed in nature, since the data were analyzed quantitatively and, later, interpreted. The data collection was done through three instruments - a pre-test, the evaluation test and a post-test - solved by sixteen students of a 6<sup>th</sup> grade class and seventeen of another class, being these and their teacher the participants of the investigation. In the three evaluation moments, the students' answers were analyzed and grouped into four statistical subjects.

The results of this research revealed that students have many difficulties in statistical subjects, mainly in the calculation of the central tendency measures, as the literature describes. Some students demonstrated, after using the Excel program, some evolution.

With this study, it is understood that, according to the results obtained from the students, teachers have difficulties in teaching the contents of statistics in 5<sup>th</sup> and 6<sup>th</sup> grade, and if well explored, Information and Communication Technologies can be a great ally to the statistics teaching-learning process.

# Índice

Agradecimentos .....	iv
Resumo .....	v
Abstract.....	vi
Índice .....	vii
Índice de figuras.....	ix
Índice de tabelas.....	xii
<b>Introdução.....</b>	<b>1</b>
Motivação e objetivos do estudo .....	1
Enquadramento curricular da estatística .....	3
Organização do relatório de PES .....	5
<b>Capítulo 1 – Enquadramento Teórico.....</b>	<b>7</b>
Conhecimento do professor de matemática .....	7
Conhecimento estatístico do professor .....	12
Dificuldades dos professores no ensino da estatística .....	17
Dificuldades dos alunos na aprendizagem da estatística .....	20
Tecnologias da Informação e Comunicação .....	22
<b>Capítulo 2 – Enquadramento metodológico.....</b>	<b>27</b>
Natureza e objetivos do estudo .....	27
Contexto Educativo e Participantes no Estudo .....	30
Processo de análise dos dados .....	33
Aulas de Organização e Tratamento de Dados .....	34
Aula de Organização e Tratamento de Dados com apoio das TIC .....	43
<b>Capítulo 3 – Discussão dos resultados.....</b>	<b>45</b>
Subdomínios OTD .....	45
Conceitos estatísticos.....	45
Representações tabelares .....	48
Representações gráficas.....	56
Medidas.....	68
Opiniões sobre a aula de Excel .....	76



Desempenho dos alunos.....	77
<b>Conclusões.....</b>	<b>82</b>
Síntese da investigação .....	82
Conhecimento profissional .....	83
Limitações do estudo .....	86
Reflexão final.....	87
<b>Referências Bibliográficas.....</b>	<b>88</b>
Índice de anexos.....	94

## Índice de figuras

Figura 1.1. Domínios do conteúdo matemático para ensinar (Ball, Thames & Phelps, 2008) .....	9
Figura 1.2. Gráfico do MTSK, retirado de Carrillo, et al. (2013) .....	11
Figura 1.3. Estrutura hipotética do conhecimento estatístico para ensinar (Groth, 2007).....	14
Figura 1.4. Exemplos dos conhecimentos estatísticos (Gorth, 2007) .....	14
Figura 1.5. Componentes do conhecimento para ensinar estatística .....	15
Figura 1.6. Principais aspetos do ensino da unidade de Estatística (Fernandes, 2009) ....	18
Figura 2.1 – Desenho representativo da investigação .....	30
Figura 3.1 – Resposta à questão 17.1, de um aluno do 6.ºE .....	46
Figura 3.2. – Resposta à questão 17.2, de um aluno do 6.ºE .....	47
Figura 3.3 – Resposta parcialmente correta sobre a frequência relativa, no pré-teste ....	50
Figura 3.4 – Resposta e cálculo errado à questão 1.3 .....	51
Figura 3.5 – Resposta certa e cálculo errado à questão 1.3 .....	51
Figura 3.6 – Resposta correta à questão 1.3. ....	51
Figura 3.7 – Resposta parcialmente correta à 1.3.....	53
Figura 3.8 – Resposta parcialmente correta à questão 1.3.....	53
Figura 3.9 – Resposta parcialmente correta à questão 1.3.....	53
Figura 3.10 – Resposta correta à questão 1.3.....	54
Figura 3.11 – Resposta de um aluno à questão 2.1., do pré-teste.....	57
Figura 3.12 – Resposta errada de um aluno à questão 2.3., do pré-teste .....	57
Figura 3.13 – Resposta correta de um aluno, do 6.ºD, à questão 2.4., do pré-teste .....	58
Figura 3.14 – Resposta errada de um aluno, do 6.ºD, à questão 2.4., do pré-teste .....	59
Figura 3.15 – Resposta parcialmente correta, de um aluno do 6.ºE, na questão 3.3. do pré-	

teste .....	60
Figura 3.16 - Resposta parcialmente correta, de um aluno do 6.ºD, na questão 3.3. do pré-teste .....	60
Figura 3.17 - Resposta correta, de um aluno do 6.ºE, na questão 3.3. do pré-teste .....	61
Figura 3.18 - Resposta errada, de um aluno do 6.ºE, na questão 17.4. do teste .....	63
Figura 3.19 - Resposta errada, de um aluno do 6.ºE, na questão 17.4. do teste .....	63
Figura 3.20 - Resposta parcialmente correta, de um aluno do 6.ºE, na questão 17.4. do teste .....	63
Figura 3.21 - Resposta correta, de um aluno do 6.ºD, na questão 17.4. do teste .....	63
Figura 3.22 - Resposta parcialmente correta, de um aluno do 6.ºD, na questão 2.4. do pós-teste .....	65
Figura 3.23 - Resposta parcialmente correta, de um aluno do 6.ºD, na questão 17.4. do pós-teste .....	66
Figura 3.24 – Resposta correta à questão 17.6. sobre a média, no teste .....	71
Figura 3.25 – Resposta parcialmente correta à questão 17.6. sobre a média, no teste.....	71
Figura 3.26 – Resposta parcialmente correta à questão 17.6. sobre a média, no teste.....	72
Figura 3.27 – Resposta parcialmente correta à questão 17.6. sobre a média, no teste.....	72
Figura 3.28 – Resposta parcialmente correta à questão 17.6. sobre a média, no teste .....	72
Figura 3.29 – Resposta parcialmente correta à questão 17.6. sobre a média, no teste .....	73
Figura 3.30 – Resposta errada de um aluno do 6.ºE, na questão 17.7. do teste.....	73
Figura 3.31 – Resposta errada de um aluno do 6.ºE, na questão 17.7. do teste .....	73
Figura 3.32 – Respostas do aluno n.º 18, no pré-teste.....	78
Figura 3.33 – Respostas do aluno n.º 18 na folha de opinião do Excel .....	78
Figura 3.34 – Respostas do aluno n.º 18, no pós-teste .....	78
Figura 3.35 – Respostas do aluno n.º 11, no pré-teste .....	79
Figura 3.36 – Respostas do aluno n.º 11, na opinião sobre o Excel .....	79
Figura 3.37 - Respostas do aluno n.º 11, no pós-teste .....	80

Figuras 3.38 - Resposta do aluno nº 4, no pós-teste, à questão 1.3.....	80
Figuras 3.39 - Resposta do aluno nº 4, no pós-teste, à questão 2.4.....	81
Figuras 3.40 - Resposta do aluno nº 4, no pós-teste, à questão 3.....	81

## Índice de tabelas

Tabela 2.1 – Organização da participação da aluna em prática de ensino supervisionada e da professora titular .....	33
Tabela 3.1 – Respostas das duas turmas, na identificação da população, no teste de avaliação.....	46
Tabela 3.2 – Respostas das duas turmas, na identificação da variável, no teste de avaliação.....	46
Tabela 3.3 – Respostas das duas turmas, na classificação da variável.....	47
Tabela 3.4 – Síntese dos resultados obtidos, nas duas turmas, em relação aos conceitos.....	48
Tabela 3.5 – Respostas obtidas na questão 1.1., do pré-teste, em relação à frequência absoluta.....	49
Tabela 3.6 – Respostas obtidas na questão 1.1. do pré-teste, em relação à frequência relativa.....	49
Tabela 3.7 – Respostas obtidas na questão 1.3. do pré-teste, em relação à frequência relativa.....	50
Tabela 3.8 – Resultados da questão 1.1, sobre frequência relativa, no pós-teste.....	52
Tabela 3.9 – Resposta à questão 1.3., relacionada com a frequência relativa, no pós-teste.....	52
Tabela 3.10 – Resultados do pré-teste, sobre representações tabelares.....	54
Tabela 3.11 – Resultados do pós-teste sobre representações tabelares.....	55
Tabela 3.12 – Resultados de as representações tabelares, nos dois momentos de investigação.....	55
Tabela 3.13 – Respostas à questão 2.1., sobre os gráficos de barras, no pré-teste.....	56
Tabela 3.14 – Respostas à questão 2.3., sobre os gráficos de barras, no pré-teste.....	57
Tabela 3.15 – Respostas à questão 2.4., sobre os gráficos de barras, no pré-teste.....	58

Tabela 3.16 – Respostas à questão 3.1., sobre o gráfico circular, no pré-teste.....	59
Tabela 3.17 – Respostas à questão 3.3., sobre o gráfico circular, no pré-teste.....	59
Tabela 3.18 – Respostas à questão 4.1., sobre o histograma, no pré-teste.....	61
Tabela 3.19 – Respostas à questão 4.2., sobre o histograma, no pré-teste.....	61
Tabela 3.20 – Respostas à questão 17.4., sobre os gráficos circular, no teste.....	62
Tabela 3.21 – Respostas à questão 2.1., sobre o gráfico de barras, no pós-teste.....	64
Tabela 3.22 – Respostas à questão 2.4., sobre o gráfico de barras, no pós-teste.....	64
Tabela 3.23 – Respostas à questão 3.1., sobre o gráfico circular, no pós-teste.....	65
Tabela 3.24 – Respostas à questão 3.3., sobre o gráfico circular, no pós-teste.....	65
Tabela 3.25 – Respostas à questão 4.1., sobre o histograma, no pós-teste.....	66
Tabela 3.26 – Respostas à questão 4.2., sobre o histograma, no pós-teste.....	66
Tabela 3.27 – Resultados das questões do gráfico circular, nos três momentos de investigação.....	67
Tabela 3.28 – Resultados das questões do gráfico de barras, nos dois momentos de investigação.....	67
Tabela 3.29 – Resultados das questões do histograma, nos dois momentos de investigação.....	68
Tabela 3.30 – Respostas à questão 1.2. e 2.2., sobre a moda, no pré-teste.....	69
Tabela 3.31 – Respostas à questão 3.2. sobre a amplitude dos dados, no pré-teste.....	69
Tabela 3.32 – Respostas à questão 4.3. sobre a amplitude dos dados, no pré-teste.....	70
Tabela 3.33 – Respostas à questão 17.5. sobre a moda dos dados, no teste.....	70
Tabela 3.34 – Respostas à questão 17.6. sobre a média, no teste.....	71
Tabela 3.35 – Respostas à questão 17.7. sobre a amplitude dos dados, no teste.....	73
Tabela 3.36 – Respostas à questão 1.2. e 2.2., sobre a moda, no pós-teste.....	74
Tabela 3.37 – Respostas à questão 3.2. sobre a amplitude dos dados, no pós-teste.....	74
Tabela 3.38 – Respostas à questão 4.3. sobre a amplitude dos dados, no pós-teste.....	75
Tabela 3.39 – Resultados das questões da moda, nos três momentos de investigação.....	75

Tabela 3.40 – Resultados das questões da moda, nos três momentos de investigação.....	76
Tabela 3.41 – Opiniões sobre o que gostaram mais na aula de Excel.....	76
Tabela 3.42 – Opiniões sobre o que gostaram menos e acharam mais difícil na aula de Excel.....	77

# Introdução

## Motivação e objetivos do estudo

Desde os tempos primordiais que o Homem se depara com situações e acontecimentos da realidade que, no seu conjunto, formam uma base de dados que permitem recordar o passado e que auxiliam a tomada de decisões no presente e no futuro (Martins, 2015). Um exemplo da atualidade incide sobre a política do país, onde a sociedade se depara com a tomada de decisões baseadas em dados apresentados pelos meios de comunicação. Qualquer cidadão está sujeito a ser desafiado a gerir e utilizar informação que lhe é fornecida, de modo a tomar as suas decisões de forma consciente, sendo imprescindível adquirir competências para atingir esse fim (Barros & Fernandes, 2003).

Intuitivamente, concilia-se esta interpretação de informação e respetivas atitudes face a esses dados, com o objetivo central da estatística, que apenas foi considerada como uma ciência a partir do século XIX (Martins, 2015). A estatística apresenta afluência no mundo atual, “tendo uma importância crescente na sociedade, colocando-se, assim, a qualquer cidadão o desafio de gerir e utilizar a informação que lhe chega para tomar as suas decisões conscientemente” (Martins, Pires & Barros, 2009, p. 1). Tal como Fernandes (2009) refere, a Estatística apresenta uma forte influência na vida das pessoas e nas instituições, sendo importante que todos os cidadãos tenham conhecimentos estatísticos que lhes permitam integrar a sociedade.

Segundo Martins, Moura e Mendes (2007), “a Estatística é uma ciência que se aplica a todos os campos do conhecimento” (p. 9) e que trata dos dados, considerando-os como instrumentos imprescindíveis à compreensão do mundo que nos rodeia. Sendo uma ciência abrangente a todos os campos do conhecimento, incluindo o mundo social, conseqüentemente, o ensino da estatística foi-se desenvolvendo, sendo necessária a preparação de profissionais para a concretização do estudo dessa ciência e para a formação de cidadãos capazes de compreender e tomar decisões conscientes baseados em dados apresentados (Santos, 2015). De forma a que os alunos se tornem cidadãos críticos, ativos e responsáveis e que saibam interpretar os dados que lhes são providos diariamente, é necessário que esta ciência seja trabalhada na escola desde os primeiros anos de escolaridade. Assim, ensinar estatística na escola “terá um impacto benéfico na



construção da sociedade futura porque ajuda os jovens a lidar racionalmente com informação e com eventos marcados pela incerteza e pelo acaso” (Fabrizio, López & Plencovich, 2007, citado por Santos, 2015, pp. 1-2).

Devido à importância da estatística na atualidade, é importante que os professores tenham um conhecimento especializado e profundo desta ciência para a ensinarem aos seus alunos (Santos, 2015), formando-os como cidadãos capazes de tomar decisões responsáveis. Existem vários modelos que foram sendo desenvolvidos em função do conhecimento que o professor necessita para ensinar matemática e, particularmente, estatística (Henriques & Oliveira, 2013). Segundo Monteiro (2009), “o conhecimento matemático do professor tem impacto na aprendizagem dos alunos [pois] o que ensina e o modo como o faz está relacionado com o nível de compreensão do assunto e como o integra no currículo escolar” (p. 1). O que acontece nos dias de hoje é que os professores não possuem esse conhecimento estatístico tão aprofundado, projetando o insucesso na aprendizagem dos alunos, relativamente a este domínio. São vários os estudos que comprovam que os professores, embora achem que é a componente curricular mais fácil de lecionar e de os alunos aprenderem (Fernandes, Júnior & Vasconcelos, 2013) não se sentem capazes de ensinar estatística no ensino básico (Santos, 2015). Para além dos professores necessitarem de um forte conhecimento em estatística, intrinsecamente precisam também de possuir conhecimento no processo de aprendizagem dos seus alunos (Santos, 2015).

Segundo Fernandes, Júnior e Vasconcelos (2013), “o aprofundamento do ensino da Estatística nas escolas coloca, naturalmente, desafios para divisar estratégias de ensino potenciadoras da aprendizagem dos alunos, que não valorizem apenas a aprendizagem teórica de termos e técnicas” (p. 2127). Desta forma, as estratégias sugeridas em vários estudos científicos para promover o sucesso na aprendizagem dos alunos, em estatística, incidem-se no uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (doravante TIC) que, segundo um estudo realizado a professores de matemática, por Fernandes (2013), revela que a sua utilização proporciona apenas vantagens. Ponte e Canavarro (1997) corroboram o que foi supramencionado, ao afirmar que a utilização das TIC na estatística torna o trabalho de ensinar e aprender matemática e, especialmente a estatística, classificado como árduo e doloroso, em simples e eficiente.

Desta forma, pretendo, com este estudo, refletir mais aprofundadamente sobre o conhecimento estatístico dos professores revelado nas aulas de matemática e de que modo

esse conhecimento influencia a aprendizagem dos alunos. Quero, através da investigação realizada, indicar que as TIC têm uma forte influência (benéfica) no processo de aprendizagem, em estatística. Assim sendo, tendo em consideração os objetivos centrais deste estudo, formularam-se as seguintes questões de investigação: i) Que conhecimento estatístico do professor de matemática é revelado nas aulas do 6.º ano? (ii) O conhecimento estatístico do professor de matemática influencia o processo de aprendizagem estatística dos alunos? (iii) O uso das Tecnologias da Informação e Comunicação beneficiam o processo de aprendizagem estatística dos alunos?

### **Enquadramento curricular da estatística**

A estatística é uma área integrante do currículo nacional de matemática, incluída no domínio da Organização e Tratamento de Dados (futuramente OTD). Devido à sua importância no mundo atual, como já foi referida anteriormente, a estatística foi inserida nos currículos de matemática no ensino básico, desde os primeiros anos de escolaridade.

No que refere aos objetivos do 1.º Ciclo do Ensino Básico (CEB) no domínio da OTD, o Ministério de Educação e Ciência (2013) dá “ênfase a diversos processos que permitem repertoriar e interpretar informação recolhida em contextos variados, aproveitando-se para fornecer algum vocabulário básico da Teoria dos Conjuntos, necessário à compreensão dos procedimentos efetuados” (p. 6). Os objetivos curriculares seguidamente descritos sucintamente, foram retirados do programa e metas curriculares de matemática (Ministério de Educação e Ciências, 2013).

O domínio da OTD é iniciado no 1.º ano de escolaridade, onde se pretende que os alunos sejam capazes de representar conjuntos (devem saber identificar o conjunto, o elemento de um conjunto e o cardinal de um conjunto) e de os organizar num diagrama de Venn. Pretende-se, também, que construam gráficos de pontos e pictogramas com os dados apresentados. Já no 2.º ano são introduzidos os diagramas de Carroll, com o auxílio dos diagramas de Venn e é ensinada a reunião e interseção de conjuntos. Também são inseridas as tabelas de frequências absolutas, gráficos de pontos, de barras e pictogramas em diferentes escalas, assim como são apresentados novos esquemas de contagem (tally charts). No 3.º ano, pretende-se que os alunos sejam capazes de construir diagramas de caule-e-folhas, relembrem as tabelas de frequência absoluta, identifiquem a moda, o mínimo, o máximo e respetiva amplitude e estejam aptos para resolver problemas envolvendo análise e organização de dados, frequência absoluta, moda e amplitude. Por

último, no 4.º ano, os alunos entram em contato com a frequência relativa, a noção de porcentagem e resolvem problemas envolvendo o cálculo e a comparação de frequências relativas.

Com estes conhecimentos de estatística aprofundados no 1.º CEB, os alunos chegarão ao 2.º CEB, capazes de se lembrarem das

várias representações de conjuntos de dados e noções estatísticas elementares como a média, a moda e a amplitude. É o momento ideal para se introduzir a noção de gráfico cartesiano de uma correspondência, que será naturalmente revisitada com mais profundidade no 3.º ciclo no contexto das funções (Ministério de Educação e Ciências, 2013, p. 14).

Os objetivos curriculares do 5.º ano são mais complexos e extensos, pois os alunos deverão aprender a construir referenciais cartesianos, ortogonais e monométricos, com abcissas, ordenadas e coordenadas e gráficos cartesianos. Apesar de se lembrarem as tabelas de frequências absolutas e relativas e dos gráficos de barras e de linhas, é introduzido o conceito de média aritmética e, conjuntamente, pretende-se que sejam capazes de resolver problemas envolvendo a média e a moda, as tabelas, os diagramas e os gráficos.

No 6.º ano, os alunos tomam conhecimento do que é a população e unidade estatística de um estudo e aprendem a identificar e classificar as variáveis em quantitativas e qualitativas e a construir gráficos circulares. Pretende-se que sejam capazes de fazer análises de conjuntos de dados a partir da média, moda e amplitude e de resolver problemas envolvendo dados representados de diferentes formas.

Este programa (Ministério de Educação e Ciências, 2013) sofreu algumas alterações que influenciaram (embora de forma mínima) o processo de ensino e aprendizagem de estatística. No programa de 2013 são sugeridos, a título indicativo, tempos escolares para cada domínio matemático, no 2.º e 3.º CEB, algo que não aconteceu no programa de matemática de 2007 (Ministério de Educação e Ciências, 2007). De acordo com Fernandes e Júnior (2014), “embora sem caráter prescritivo, os tempos sugeridos no programa para cada tema matemático tendem a influenciar a importância dada ao respectivo tema, seja pelos professores, pelos manuais escolares ou mesmo pelos alunos” (p. 3502). De acordo com a análise feita aos dois programas (2007 e 2013), realizada por Fernandes e Júnior (2014), o tempo sugerido para domínio de OTD é muito inferior ao dos outros domínios matemáticos, menos de metade do que no tema de Números e Operações.

No que corresponde às indicações metodológicas, o programa de 2013 sugere a autonomia das escolas e dos professores na exploração de cada domínio e no programa 2007 são sugeridas muitas propostas, nomeadamente,

a recomendação da realização de investigações ou projetos estatísticos em todos os três níveis de escolaridade, desenvolvidos pelos alunos em pequenos grupos [que] enfatiza o significado e a utilidade da estatística [e pode] contribuir para o desenvolvimento de um mais profundo sentido de cidadania e crítico do aluno (Fernandes & Júnior, 2014, p. 3504),

pois relaciona os seus interesses e o seu quotidiano com a estatística.

Por último, o uso da calculadora e computadores, no programa de matemática de 2007, é valorizado e no caso do programa de matemática de 2013, essa utilização é restrita, sendo sugerida apenas em situações pontuais de resolução de problemas e em anos de escolaridade mais avançadas (Fernandes & Júnior, 2014). Segundo o Ministério de Educação e Ciências (2013):

O uso da calculadora tem vindo a generalizar-se, em atividades letivas, nos diversos níveis de ensino, por vezes de forma pouco criteriosa. (. . .) O uso da calculadora no Ensino Básico apenas é expressamente recomendado em anos escolares mais avançados e sobretudo em situações pontuais de resolução de problemas que envolvam, por exemplo, um elevado número de cálculos, a utilização de valores aproximados, operações de radiciação ou a determinação de razões trigonométricas ou de amplitudes de ângulos dada uma razão trigonométrica, quando não haja intenção manifesta de, por alguma razão justificada, dispensar esse uso (pp. 28-29).

Desta forma, Fernandes e Júnior (2014) concluem que a não utilização de projetos e tarefas que envolvam dados reais e de interesse dos alunos e a omissão de recomendações metodológicas, presentes no programa e metas curriculares de matemática de 2013, pode ser prejudicial para o processo de ensino da Estatística e que pode trazer a desvalorização de orientações atuais para o ensino da matemática.

## **Organização do relatório de PES**

Este relatório de Prática de Ensino Supervisionada está organizado nesta introdução, em três capítulos e numa conclusão. Na introdução apresento o tema do estudo, assim como os seus respetivos objetivos. Esta introdução está dividida em três partes, consideradas importantes para introduzir o tema, nomeadamente, a motivação e objetivos do estudo, onde são referidos os motivos que me levaram a realizar este estudo, como por exemplo a importância da Estatística nos dias de hoje, assim como também são definidos os objetivos principais de investigação; o enquadramento curricular, onde é feito um

enquadramento da estatística no programa e metas curriculares de matemática; organização do relatório da PES, onde é descrito, sucintamente, o modo como este relatório se encontra organizado.

No primeiro capítulo apresento o enquadramento teórico, onde faço referência a teorias e a resultados de investigações anteriores pertinentes a este estudo. Este capítulo foi dividido em cinco subcapítulos, tais como: (i) Conhecimento do professor de matemática; (ii) Conhecimento estatístico do professor; (iii) Dificuldades dos professores no ensino da estatística; (iv) Dificuldades dos alunos na aprendizagem da estatística; e (v) Tecnologias da Informação e Comunicação.

No segundo capítulo exponho o enquadramento metodológico, referindo, primeiramente, a natureza e os objetivos do estudo. Seguidamente, faço uma breve descrição do contexto educativo e dos participantes do estudo e dos instrumentos utilizados para recolher dados. De seguida, explico como esses dados foram analisados. Por último, faço uma descrição das aulas de OTD e da aula de OTD que contou com o auxílio das TIC.

No terceiro capítulo procedo à apresentação, organização, análise e discussão dos resultados dos dados. Através de tabelas, são analisados e comparados os resultados dos alunos nos instrumentos de investigação, nos quatro momentos da investigação. Os resultados foram divididos em quatro temas estatísticos, nomeadamente, nos conceitos, nas representações tabelares, nas representações gráficas e nas medidas.

Por último, são apresentadas as conclusões retiradas deste estudo. Inicialmente, é realizada uma síntese do estudo, inferindo os resultados com a literatura revista no capítulo dois, seguido das conclusões sobre o conhecimento profissional do professor. Depois, faço referência das limitações do estudo e concluo como uma reflexão final, sobre o estudo.

## **Capítulo 1 – Enquadramento Teórico**

Neste capítulo apresento o resultado das leituras realizadas sobre o conhecimento estatístico do professor de matemática, realçando as suas diferentes componentes relacionadas com o conhecimento didático e didático do conteúdo e com o conhecimento geral e específico da matemática e da estatística para as funções docentes. Apresento também as dificuldades dos professores assinaladas pela literatura em relação ao ensino e dos alunos com respeito à aprendizagem da estatística, bem como a relevância da utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação no ensino e na aprendizagem deste conteúdo da matemática.

### **Conhecimento do professor de matemática**

Tendo em vista que ser professor é uma profissão, importa compreender que, tal como qualquer outra, existem características gerais que todos os profissionais, de qualquer área, possuem (ou devem possuir). A partir da investigação de James Calderhead (1987), Canavaro (2003), definiu quatro características centrais sobre a ação profissional: em primeiro, um profissional deve possuir “um corpo de conhecimento especializado adquirido através da formação e experiência” (p. 20); a segunda característica definida pela autora é “a sua orientação em relação aos clientes” (p. 21), ou seja, o seu público-alvo; a terceira característica incide-se na “necessidade de resolução de problemas complexos e ambíguos, que exigem a utilização de conhecimento especializado para a sua análise e interpretação, para a sua apreciação e delineamento de um curso de ação que beneficie o cliente envolvido” (p. 21). Por último, “a adequação e adaptação da ação ao contexto” (p. 22).

Desta forma, tendo em conta as características de uma profissão – “Se o professor é um profissional, como caracterizar o seu conhecimento profissional?” (Canavaro, 2003, p. 23), – existem características gerais para todas as profissões, mas também existem características específicas, que as torna tão individuais e singulares. No caso do professor, é fundamental compreender o conhecimento que possui, que o torna habilitado a ensinar determinados conteúdos específicos. Torna-se fundamental conhecer e compreender os conhecimentos que o professor necessita de ter para praticar e desenvolver corretamente a sua profissão.

São várias as investigações realizadas sobre o conhecimento profissional do professor. Alguns investigadores que muito contribuíram para o estudo e o aperfeiçoamento da compreensão desta especificidade de saber que o professor necessita para ensinar matemática (ou outra área específica) foram Shulman (1986), Ball, Thames e Phelps (2008) e Carrillo, Climent, Contreras e Muñoz-Catalán (2013). Shulman (1986) foi dos primeiros investigadores a estudar o conhecimento docente. Este autor dividiu o conhecimento docente em três categorias: (i) Conhecimento de conteúdo; (ii) Conhecimento pedagógico do conteúdo; (iii) Conhecimento curricular.

Mais tarde, Shulman (1987) afirma que para o conhecimento do professor, deverão ser incluídas sete categorias da base do conhecimento (retirados da tradução de Beck, 2015): (i) conhecimento do conteúdo; (ii) conhecimento pedagógico geral, “com especial referência aos princípios e estratégias mais abrangentes de gerenciamento e organização de sala de aula, que parecem transcender a matéria” (p. 206); (iii) conhecimento do currículo – “particularmente dos materiais e programas que servem como “ferramentas do ofício” para os professores” (p. 206); (iv) conhecimento pedagógico do conteúdo, “esse amálgama especial de conteúdo e pedagogia que é o terreno exclusivo dos professores, seu meio especial de compreensão profissional” (p. 206); (v) conhecimento dos alunos e de suas características; (vi) conhecimento de contextos educacionais, “desde o funcionamento do grupo ou da sala de aula, passando pela gestão e financiamento dos sistemas educacionais, até as características das comunidades e suas culturas” (p. 206); (vii) conhecimento dos fins, propósitos e valores da educação e da sua base histórica e filosófica.

Desta forma, entende-se que “ser professor” é muito mais do que saber o currículo ou o conteúdo da matéria a ser lecionada. Segundo Shulman (1987, traduzido por Beck, 2015), é necessário compreender todas as bases do conhecimento que um professor necessita para ensinar e de formular novas políticas educacionais que permitam um professor ter autonomia e suficiência para atingirem a excelência pedagógica e o sucesso na aprendizagem dos alunos.

Ball, Thames e Phelps (2008) desenvolveram uma teoria baseada na prática de conhecimento do conteúdo, construída a partir da noção de conhecimento pedagógico do conteúdo de Shulman (1986), que necessitava, de acordo com os autores, de ser desenvolvida teoricamente, de ser clarificada analiticamente e testada empiricamente. Estes autores argumentam que “ensinar requer um conhecimento do conteúdo especial”

(p. 394) e, portanto, para ensinar matemática, os professores necessitam de *mathematical knowledge for teaching*, o que significa “conhecimento matemático necessário para realizar o trabalho de ensinar matemática” (p. 395). Para realizar esse trabalho, Ball, Thames e Phelps (2008) definiram quatro domínios necessários para os professores ensinarem matemática: (i) conhecimento comum do conteúdo (CCK), definido como “conhecimento matemático conhecido em comum por outros que conhecem e usam a matemática” (p. 403) e que permite resolver problemas simples ou calcular uma resposta; (ii) conhecimento do conteúdo especializado (SCK), remetente ao conhecimento matemática e respectivas capacidades únicas para ensinar matemática; (iii) conhecimento do conteúdo e dos estudantes (KCS), que é o “conhecimento que combina o saber dos estudantes com o saber da matemática” (p. 401), ou seja, é o conhecimento que permite que os professores prevejam o que os alunos provavelmente já sabem; (iv) conhecimento do conteúdo e ensino (KCT), que combina o “conhecimento acerca de ensinar e o conhecimento acerca de matemática” (p. 401).

Ball, Thames e Phelps (2008) propuseram um diagrama (ver figura 1.1.) que faz a correspondência entre o mapa atual do conhecimento docente de Ball, Thames e Phelps (2008) e as categorias iniciais de Shulman (1986).

### Domains of Mathematical Knowledge for Teaching

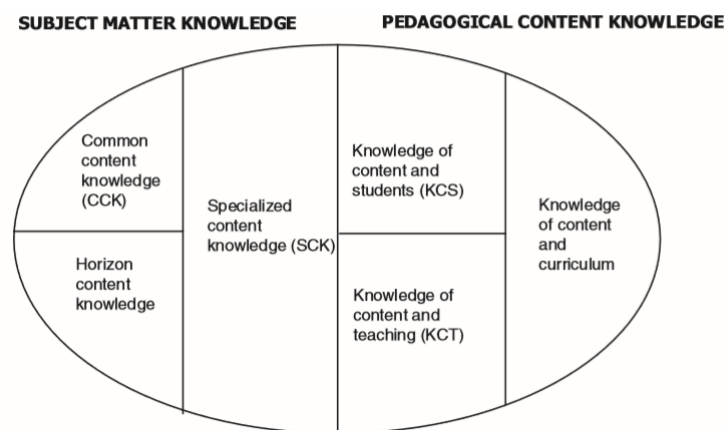


Figura 1.1. Domínios do conteúdo matemático para ensinar (Ball, Thames & Phelps, 2008).

Estes autores dividiram o conhecimento docente em duas grandes componentes – conhecimento do conteúdo e conhecimento pedagógico do conteúdo (categorias iniciais de Shulman). Dentro do conhecimento do conteúdo, insere-se o conhecimento comum do conteúdo (CCK), conhecimento do conteúdo especializado (SCK), anteriormente definidos, e um novo tipo de conhecimento intitulado de conhecimento do horizonte, que



é “a consciência de como os tópicos matemáticos estão relacionados ao longo da matemática incluída no currículo” (p. 403). Dentro do conhecimento pedagógico do conteúdo, está incluído o conhecimento do conteúdo e dos estudantes, o conhecimento do conteúdo e ensino e o conhecimento do conteúdo e do currículo, abrangido por Shulman (1986).

Carrillo, Climent, Contreras e Muñoz-Catalán (2013) usaram este modelo estrutural, anteriormente representado, nas suas investigações - *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT) – e identificaram algumas dificuldades que os levaram a questionar este modelo, relativamente ao *conhecimento de conteúdo especializado* (SCK) e ao *conhecimento comum do conteúdo* (CCK). Os autores revelaram dificuldades em definir onde o conhecimento comum (CCK) começa e onde o conhecimento especializado (SCK) termina, ou seja, não é possível perceber se é o conhecimento comum (CCK) ou o conhecimento especializado (SCK) que define a ação do professor, se não se conhecer o seu passado (em que poderá ter adquirido vários conhecimentos matemáticos ao longo da sua educação), ou o seu conhecimento básico da formação. A outra dificuldade revelada pelos autores, incide-se na diferenciação de conhecimento especializado (SCK) para o conhecimento do horizonte (HCK) e para o conhecimento dos estudantes (KCS). Sendo o conhecimento especializado (SCK) compreendido como pensamento matemático ocorrido quando considerado como algo a ser ensinado, portanto o pensamento sobre a Matemática, torna-se difícil perceber se se referem à relação do tópico a ser ensinado (HCK) ou à aprendizagem desse tópico (KCS).

Estas dificuldades estimularam os autores a olhar aprofundadamente para o conhecimento matemático (MK) e definir e delimitar o conhecimento comum (CCK), o conhecimento especializado (SCK) e o conhecimento do horizonte (HCK). Em vez de falarem sobre o conhecimento do conteúdo matemático, como conhecimento dos professores, os autores definem agora de conhecimento dos professores especializados em matemática (MTKS) (ver figura 1. 2., na página seguinte).

Os elementos do conhecimento dos professores especializados em matemática (MTSK) referentes ao conhecimento matemático (MK) definidos por Carrillo et al. (2013), são:

- a) *Conhecimento dos tópicos* (KOT) – “inclui o conhecimento dos conceitos e procedimentos matemáticos, juntamente com os fundamentos teóricos correspondentes” (p. 2989).

- b) *Conhecimento da estrutura da matemática (KSM)* – “conhecimento da estrutura da disciplina, inclui o conhecimento das principais ideias e estruturas, assim como o conhecimento de propriedades e noções relativas a itens específicos que são abordados a qualquer momento, ou o conhecimento das conexões entre os tópicos atuais e os itens anteriores e futuros” (p. 2989).
- c) *Conhecimento acerca da prática matemática (KCM)* – “Inclui conhecimento das formas de saber e criar matemática (conhecimento sintético), aspectos da comunicação matemática, raciocínio e testes, saber como definir e usar definições, estabelecer relações (entre conceitos, propriedades, etc.), correspondência e equivalências, selecionar representações, argumentar, generalizar e explorar (p. 2990).

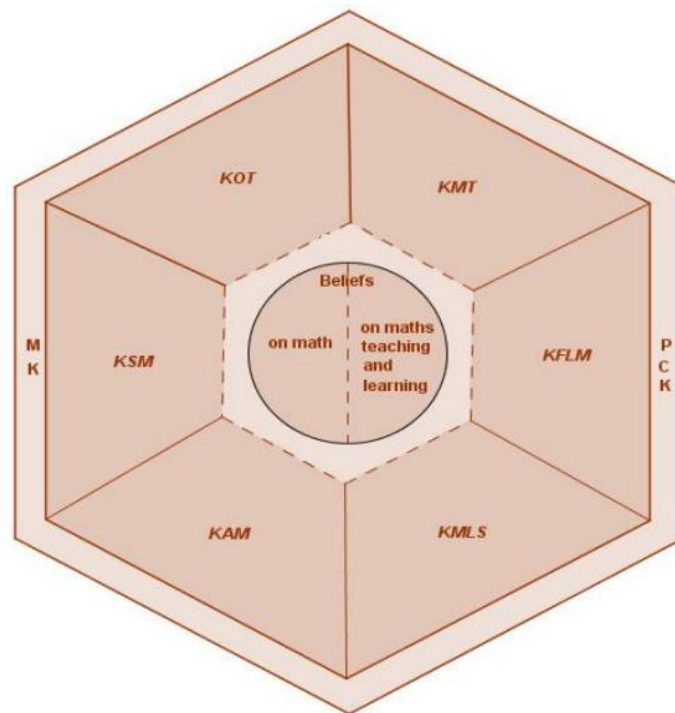


Figura 1.2. Gráfico do MTSK, retirado de Carrillo, et al. (2013)

Os elementos do conhecimento dos professores especializados em matemática (MTSK) referentes ao conhecimento pedagógico matemático (PCK) definidos por Carrillo et al. (2013) são:

- a) *Conhecimento das características da aprendizagem matemática (KFLM)* – “deriva de a necessidade do professor entender como os alunos pensam quando enfrentam atividades e tarefas matemática, o mesmo que o KCS no modelo de Ball. (...) Esta consciência é alimentada pelo conhecimento geral do professor e pelo conhecimento dos alunos” (p. 2990-2991).

- b) *Conhecimento do ensino da matemática (KMT)* – “É o tipo de conhecimento que permite o professor escolher uma representação particular ou certo material para ensinar um conceito ou um procedimento matemático e permite escolher exemplos ou livros, da mesma forma do KCT de Ball” (p. 2991).
- c) *Conhecimento dos padrões de aprendizagem da matemática (KMLS)* – “diz respeito ao conhecimento das especificações do currículo, à progressão de um ano para outro, aos materiais convencionados para suporte, aos padrões mínimos e formas de evolução, da mesma forma que KCC faz no modelo de Ball” (p. 2991).

Com o MKTS, os autores tentaram se focar apenas no conhecimento específico dos professores de matemática, eliminando qualquer referência ao conhecimento comum, que qualquer pessoa que utiliza a matemática possui.

Assim sendo, compreende-se que ensinar matemática, atualmente, é um grande desafio para o professor. Para ensinar matemática, o professor deve ter um conhecimento especializado sobre o que ensina e, segundo, deve se sentir à vontade para a ensinar. Tal como Ponte (1998) indica, a “formação na área da especialidade que o professor ensina é indiscutivelmente fundamental” (p. 4), assim como uma boa relação com a própria matemática. Segundo Ponte e Serrazina (2004), para se ser um bom professor de matemática, este precisa de se sentir à vontade em relação à matemática que ensina, ou seja, necessita de ter conhecimento matemático, de e sobre Matemática, precisa de estar aberto à inovação e à experimentação, de se assumir com um profissional motivado e empenhado e inserido na sua comunidade profissional.

### **Conhecimento estatístico do professor**

Tal como já foi referido na introdução, os cidadãos devem adquirir conhecimentos de estatística e de probabilidades, que constituem uma ferramenta imprescindível nas várias áreas que definem um ser ativo (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999). A Estatística tornou-se importante em todos os sentidos, pois para além de ajudar a formar cidadãos críticos e responsáveis, os conceitos de estatística ajudam a compreender outros tópicos matemáticos. Desta forma, e tal como Godino, Batanero e Roa (2001) apontam, a Estatística foi incluída no currículo matemático devido à sua utilidade no quotidiano das pessoas, mas, atualmente, ensiná-la às crianças, na escola, é um desafio para os professores de matemática, devido à falta de conhecimento especializado do conteúdo estatístico.

Sendo a Estatística um tópico integrante do currículo da matemática escolar e, embora seja considerada uma componente da matemática, existem autores que anotam diferenças significativas no seu ensino e aprendizagem (Caseiro, 2010). Segundo Burgess (2007), ensinar estatística é mais desafiante do que ensinar matemática, pois tal como Moore (1990, citado em Caseiro, 2010) refere, “os conhecimentos necessários para o ensino da Matemática e os conhecimentos necessários para o ensino da Estatística compartilham algumas semelhanças, mas também algumas diferenças, sobretudo devido à subjetividade da Matemática e à natureza incerta da Estatística” (p. 25).

Groth (2007) corrobora o que foi referido, argumentado que existem diferenças entre o conhecimento estatístico para ensinar e o conhecimento matemático. Este autor divide o conhecimento estatístico para ensinar em conhecimento comum e conhecimento especializado do conteúdo (baseado em Ball, Thames e Phelps, 2008) e em conhecimento matemático e não matemático que podem ser subdivididos, também, em especializado e em comum (mencionado por Caseiro, 2010). Para desenvolver o conhecimento necessário para ensinar conceitos de estatística, seja para o conhecimento estatístico matemático, ou para o conhecimento estatístico não matemático, são necessárias várias “atividades não matemáticas, tais como, dar sentido aos valores no contexto dos dados, como no caso da média” (p. 2) e para desenvolver o conhecimento comum e especializado são necessárias várias atividades pedagógicas (Groth, 2007, referenciado por Monteiro, 2009). Este autor, Groth (2007) propõe um esquema hipotético, onde sugere o tipo de conhecimento necessário para ensinar estatística (ver figura 1. 3., na página seguinte).

Segundo Monteiro (2009), com base no esquema de Groth (2007), o conhecimento necessário em estatística pode se exemplificado com o cálculo da média (conhecimento comum) e a compreensão das propriedades da média (conhecimento especializado). Quanto ao conhecimento estatístico não matemático, são consideradas as formulações de questões estatísticas que não necessita de conhecimento matemático. Groth (2007), em Monteiro (2009), refere ainda que umas das características do conhecimento especializado para o ensino da Estatística é “(...) o conhecimento que permite o professor perceber e tirar partido do potencial das questões formuladas pelos estudantes (...) [e] conhecer dificuldades e possíveis mal-entendidos dos alunos e as suas razões” (p. 3).

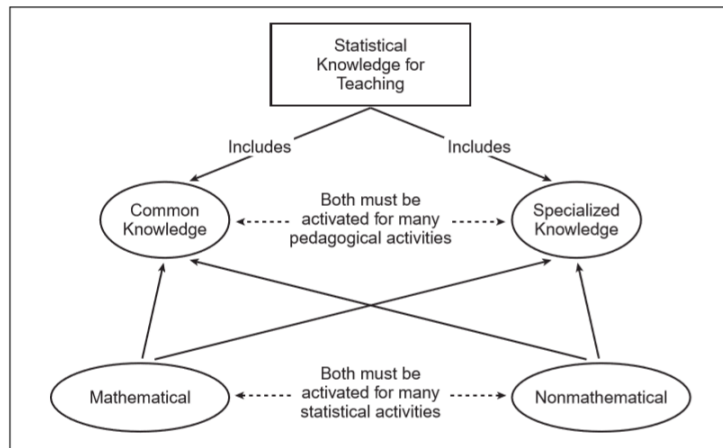


Figura 1.3. Estrutura hipotética do conhecimento estatístico para ensinar (Groth, 2007)

Groth (2007) utilizou a estrutura de resolução de problemas estatísticos, intitulado de *Guidelines for Assessment and Instruction in Statistics Education Report (GAISE)*, contruído por Franklin et al. (2007), para caraterizar o ensino da estatística e para distanciá-lo do ensino da matemática. A estrutura do GAISE identifica quatro componentes da investigação estatística, caraterizadas e exemplificadas na figura 1. 4.: (i) formulação de questões (ii) recolha de dados; (iii) análise de dados; (iv) interpretação de dados.

GAISE framework component	Knowledge type	Examples of tasks requiring primarily mathematical knowledge	Examples of tasks requiring primarily nonmathematical knowledge
Formulating questions	Common	Accurately reading a box plot in order to formulate questions from data	Understanding the difference between a deterministic and a stochastic question
	Specialized	Understanding differences between how students read box plots and dot plots	Appraising the potential fruitfulness of student-posed statistical questions
Collecting data	Common	Constructing accurate simulation algorithms and measuring quantities correctly	Constructing survey questions and designing experiments
	Specialized	Understanding students' strategies for measurement and identifying difficulties students might have constructing simulation algorithms	Anticipating students' difficulties in distinguishing the roles and purposes of random sampling from those of random assignment
Analyzing data	Common	Computation of descriptive statistics such as mean, median, and mode	Navigating "typical value" and "signal-in-noise" statistical contexts
	Specialized	Identifying the mathematical properties of the mean that can be difficult for students to comprehend	Realizing that students may compute the arithmetic mean for a data set without regard for the context of the data
Interpreting results	Common	Correctly interpreting the mathematical meaning of the concept of $p$ value	Judging the appropriateness of a significance level chosen by a researcher
	Specialized	Understanding students' interpretations of the concept of $p$ value	Anticipating students' over-generalization of the term <i>significant</i>

Figura 1.4. Exemplos dos conhecimentos estatísticos (Gorth, 2007)

Para analisar o conhecimento estatístico dos professores, Burgess (2007) construiu um quadro de análise do conhecimento estatístico dos professores (ver figura 1. 5.):

		Statistical knowledge for teaching			
		Content knowledge		Pedagogical content knowledge	
		Common knowledge of content (ckc)	Specialised knowledge of content (ske)	Knowledge of content and students (kcs)	Knowledge of content and teaching (kct)
Thinking	Need for data				
	Transnumeration				
	Variation				
	Reasoning with models				
	Integration of statistical and contextual				
Investigative cycle					
Interrogative cycle					
Dispositions					

Figura 1.5. Componentes do conhecimento para ensinar estatística

As duas células da estrutura representada na figura 1. 5., são a combinação da categoria do conhecimento do professor para ensinar matemática em relação a um aspeto do pensamento crítico (Burgess, 2007). Baseado nos estudos de Ball, Thames e Phelps (2008), Burgess (2007) acolheu que os tipos de conhecimento importantes para ensinar são: (i) conhecimento comum do conteúdo; (ii) conhecimento especializado do conteúdo; (iii) conhecimento do conteúdo e dos estudantes; (iv) conhecimento do conteúdo e do ensino. No campo do conhecimento estatístico, Burgess (2007) apoiou-se no modelo de Wild and Pfannkuch (1999), que definiu quatro dimensões do pensamento estatístico:

- (i) *Tipos de pensamento* – inclui o “reconhecimento de uma necessidade de dados, transnumeração, consideração de variação, raciocínio com modelos e integração de ideias contextuais e estatísticas” (Burgess, 2007, p. 66):
  - a. *Reconhecimento de uma necessidade de dados* – “em vez de se apoiar em outro tipo de evidências e perceber que quanto mais dados se tiver melhores conclusões podem ser retiradas” (Oliveira e Henriques, 2014, p. 4);
  - b. *Transnumeração* – “ser capaz de representar os dados de várias formas de modo a ganhar maior significado dos dados” (Oliveira e Henriques, 2014, p. 4);

- c. *Consideração de variação* – “influencia a realização de julgamentos a partir dos dados e envolve procura e descrição de parâmetros na variação e tentar compreendê-los em relação ao contexto” (Oliveira e Henriques, 2014, p. 4);
  - d. *Raciocínio com modelos* – “desde os mais simples (como gráficos ou tabelas) até aos mais complexos, permitindo encontrar padrões e resumir dados de formas múltiplas e usar ‘modelos’ para raciocinar sobre o problema” (Oliveira e Henriques, 2014, p. 4);
  - e. *Integração de ideias contextuais e estatísticas* - “fazer ligações entre os dois, considerando o contexto do problema e como este se articula com o conhecimento estatístico” (Oliveira e Henriques, 2014, p. 4).
- (ii) *Ciclo investigativo* – caracteriza-se pelas fases “problema, plano, dados, análise e conclusão” e é quando alguém resolve problemas que envolvem dados (Oliveira e Henriques, 2014, p. 4);
  - (iii) *Ciclo interrogativo* – “pode ser considerado como um processo de pensamento, na qual a informação e as ideias são consideradas e refinadas, para finalmente emergirem num modo mais útil e melhorada” (Burgess, 2007, p. 82). Nesta fase, um pensador estatístico trabalha com dados através de atividades que permitam gerar possibilidades, pesquisar ou recuperar dados, interpretar os resultados (analisando, comparando, contestando e fazendo conexões), criticar e julgar ou rejeitar o que já se sabe ou acredita (Caseiro, 2010).
  - (iv) *Disposição* – diz respeito às atitudes dos professores ao ensinar estatística. Inclui o ceticismo, a imaginação, a curiosidade, a consciência, o lógico e a tendência para pensar mais aprofundadamente.

Alguns exemplos relativos às diferentes dimensões do pensamento estatístico e do conhecimento do professor (adaptada de Caseiro, 2010), fornecidos por Burgess (2007) (anexo 1).

Num estudo com alguns professores, onde aplicou este quadro concetual, Burgess (2007) concluiu que, para ensinar eficazmente estatística, os professores necessitam de ter conhecimento sobre as quatro dimensões do pensamento estatístico, anteriormente descritas, e, simultaneamente, as componentes do conhecimento do professor. Se algumas dessas dimensões não for utilizada pelos professores, estes podem prejudicar a

aprendizagem dos seus alunos. O investigador sugere que, seja na formação inicial ou continuada, os professores devem desenvolver as várias dimensões do pensamento estatístico de forma integrada com as dimensões do conhecimento do professor.

Martins, Pires e Barros (2009) assinalaram dois principais domínios do conhecimento estatístico: (i) organização de dados e (ii) medidas de tendência central (moda, média e mediana). Albuquerque et al. (2006), supramencionado por Martins, Pires e Barros (2009), sintetiza os saberes necessários para ensinar estatística: (i) planeamento de um estudo, onde “é necessário compreender o objeto do estudo, delinear os procedimentos de recolha de dados, criar e organizar conjuntos de dados e refletir sobre eles e agir em conformidade” (pp. 3-4); (ii) descrição dos dados, que “exige compreender a forma como esses dados se distribuem, apoiando-se nas medidas de localização e medidas de dispersão, utilizando diferentes formas de representação ou procurando correlações” (pp. 3-4); e (iii) obtenção de conclusões, que “é importante saber selecionar as representações e medidas mais adequadas para comunicar as conclusões, analisando possíveis causas de variabilidade e compreendendo as dificuldades que surgem na escolha da amostra e na inferência das conclusões para a população” (pp. 3-4).

Sabendo quais as componentes do ensino estatístico que são necessárias para lecionar esta unidade matemática, Fernandes (2009) adaptou uma tabela (de Barros, 2004; Nunes, 2008; Ribeiro, 2005), construída a partir de um estudo, que apresenta algumas características de professores e futuros professores de 6.º e 7.º ano, no ensino da estatística. Da tabela representada na figura 1. 6. (na página seguinte), conclui-se que a maior diferença entre professores de estatística e futuros professores, incide-se na previsão das dificuldades dos alunos.

### **Dificuldades dos professores no ensino da estatística**

Segundo Batanero (2011), são poucos os estudos existentes sobre o conhecimento do conteúdo pedagógico estatístico dos professores e, dessas poucas investigações, entende-se que esse conhecimento geralmente é escasso. Esta carência de conhecimento reflete-se na eficácia da aprendizagem dos seus alunos. Contrariamente, são vários os estudos que, segundo Martins, Pires e Barros (2009), enfatizam as dificuldades dos alunos, mas fundamentalmente, dos professores, em estatística.



Aspectos do ensino da Estatística no 6.º e 7.º ano	Futuros professores	Professores	
	6.º ano	6.º ano	7.º ano
Pouca formação em Estatística e de carácter teórico (em geral, frequentaram uma disciplina semestral no ensino superior e não participaram em acções de formação contínua ou outras).	✓	✓	✓
Visão da Estatística como um tema fácil ao nível do conhecimento do conteúdo.	✓	✓	✓
Algumas professoras revelaram dificuldades pontuais em alguns conceitos estatísticos (âmbito de aplicação da média e mediana, probabilidades, inverter o algoritmo da média, organização de dados em classes).	✓	✓	✓
Visão da Estatística como um tema fácil de os alunos aprender.	✓	✓	✓
Dificuldades no âmbito do conhecimento didáctico (ao nível da planificação das aulas e de gerir situações imprevistas e o pouco tempo disponível para leccionar a unidade didáctica).	✓	✓	✓
Grande influência do manual escolar na selecção das tarefas de ensino.	✓	✓	✓
Seleção de tarefas envolvendo dados dos alunos ou com eles relacionados.		✓	✓
Mais de metade das tarefas incidiram no grupo de objectivos “contar, calcular e construir”, seguindo-se o número de tarefas do grupo de objectivos “ler e interpretar” (quase exclusivos do tópico Gráficos) e do grupo de objectivos “definir e exemplificar” (exclusivos do tópico Termos e conceitos estatísticos).			✓
Tarefas centradas, quase sempre, nas fases de tratamento, análise e interpretação de dados, e raramente dirigidas a outras fases do método estatístico.	✓	✓	✓
Foi com surpresa que as professoras reconheceram as dificuldades dos alunos, atribuindo-as à falta de tempo, à sua heterogeneidade e ao seu fraco desempenho e pouco interesse.		✓	✓
Adopção de uma metodologia tradicional (apresentação teórica dos termos e conceitos, centrada no professor, seguida de um momento de prática).	✓	✓	✓
Na comunicação na sala de aula salientou-se claramente a exposição pelo professor e um questionamento focalizado, confirmatório e centrado na testagem dos conhecimentos e na memorização (Matos & Serrazina, 1996).	✓	✓	✓
Os alunos trabalharam individualmente e só muito esporadicamente trabalharam em grupo, embora algumas professoras reconhecessem vantagens na sua utilização, especialmente na Estatística.	✓	✓	✓
Não foram usadas Tecnologias de Informação e Comunicação, embora algumas professoras reconhecessem o seu interesse (pelo facto de as não saberem usar, pela falta de condições na escola ou por falta de tempo).	✓	✓	✓
Utilização de testes escritos na avaliação dos alunos.	✓	✓	✓
Elaboração de um trabalho de grupo, pouco sucedido em virtude da falta de acompanhamento durante a sua realização.	✓		✓

Figura 1.6. Principais aspetos do ensino da unidade de Estatística (Fernandes, 2009)

Ensinar estatística é um desafio, segundo Ben-Zvi e Garfield (2004), para muitos alunos é uma área difícil e desagradável de aprender e, para muitos professores, frustrante e pouco recompensadora de ensinar. Esta perspetiva de frustração e ingratidão torna-se numa atitude negativa perante o ensino da estatística. Batanero (2009) corrobora o que foi referido ao aludir que as atitudes e crenças estatísticas dos professores necessitam de ser avaliadas, visto que o pensamento dos professores é o principal estímulo para mudar o ensino da matemática e, também, o que determina o conhecimento estatístico dos seus alunos.

Batanero, Burrill e Reading (2011) enunciam as maiores dificuldades dos professores em relação aos conceitos estatísticos. Essas dificuldades são:

ter pouca compreensão real da média e mediana, tendo dificuldades em criar ou interpretar gráficos; usar apenas o raciocínio verbal no que diz respeito à variação, tendo pouca compreensão do desvio padrão como medida de homogeneidade da amostra; comparar distribuições apenas em termos de médias; confundir correlação e causa; ou ver um teste estatístico apenas como uma prova matemática de uma hipótese (pp. 3-4).

Sorto e White (2004) referem que existem mais dificuldades no conhecimento estatístico para ensinar no que propriamente no conhecimento estatístico puro e que os professores apresentam dificuldades em reconhecer os erros dos alunos.

Caseiro (2010) também refere que

outros estudos realizados com professores apontam que os mesmos têm um conhecimento mais precário no que toca ao conhecimento do conteúdo e dos alunos, ou seja, no que os alunos sabem sobre Estatística, as dificuldades que têm e o modo como as ultrapassar (p. 30).

Ainda Barros (2003) acrescenta que existem ainda algumas dificuldades:

na condução das aulas, quer na motivação dos alunos, quer na gestão da planificação e no uso de técnicas; na preparação científica; no relacionamento com os alunos e na planificação das aulas, nomeadamente no delinear de estratégias e definição de objetivos (pp. 38-39).

Bright (1995, referido por Barros, 2003) alerta para algumas dificuldades que podem influenciar a compreensão da estatística:

As dificuldades dos professores em conectar as ideias estatísticas, levando-os a lecionar os conceitos estatísticos de uma forma isolada uns dos outros. Estas dificuldades (...) podem inibir a capacidade dos professores para ajudar os estudantes a desenvolverem relações entre os conceitos, colocando-os em sério risco de não desenvolverem uma profunda compreensão de estatística, como seria desejável (p. 41).

Schild (2006), referido por Leiria (2013), realizou um estudo com alunos universitários, professores universitários e estatísticos profissionais, em que pretendia analisar as dificuldades na leitura de tabelas e de gráficos de rácios e percentagens e na descrição e na comparação dos dados, pois os professores devem “assumir a responsabilidade de ensinar os alunos a ler, interpretar e comunicar de forma correta dados resumidos em tabelas e gráficos” (p. 66). Neste estudo, os resultados foram os seguintes:

19% dos estudantes erraram na descrição de uma percentagem simples apresentada num gráfico circular (...) e apenas 5% dos estudantes, 20% dos analistas e 45% dos professores atingiam o objetivo se a meta fosse

colocada nos 80% (80% correto), apesar de 91% dos participantes considerar que os alunos deviam ser capazes de ler a informação destes gráficos e tabelas (p. 66).

Este autor considera que estes resultados são deveras preocupantes e devem ser considerados futuramente.

Ainda sobre a representação gráfica, nomeadamente, na leitura, construção e interpretação de gráficos, González, Espinel e Ainley (referidos por Leiria, 2013), “sugerem que os professores não se encontram bem preparados para ensinar representação gráfica estatística aos seus alunos, da forma mais adequada” (p. 67) e por isso estes autores sugerem que os professores possuam o seguinte: (i) “um conhecimento técnico de como diferentes tipos de gráficos estatísticos são construídos e de como esse conhecimento liga com outros aspetos do currículo de Matemática, por exemplo, gráficos de funções em álgebra ou o uso de escalas em instrumentos de medição” (p. 67); (ii) tenham “uma perspetiva histórica da evolução dos gráficos e da sua aplicação em vários contextos profissionais (...)” (p. 68); (iii) “o conhecimento de ferramentas de ensino centradas na identificação de bons exemplos de ensino, abordagens de ensino apropriadas, incluindo o uso da tecnologia e a capacidade de analisar livros e documentos curriculares seriam também relevantes para gráficos de ensino” (p. 68).

### **Dificuldades dos alunos na aprendizagem da estatística**

Se os professores apresentam dificuldades no ensino da estatística, os alunos, conseqüentemente, apresentam dificuldades na aprendizagem desta área. Segundo Martins, Pires e Barros (2009), os alunos (e alguns futuros professores) apresentam “dificuldades na leitura, elaboração e interpretação de gráficos ou tabelas e na utilização das medidas de tendência central” (p. 2). Tal como foi referido anteriormente, os professores possuem lacunas no conhecimento das várias representações gráficas (gráficos ou tabelas). Desta forma, o conhecimento que possuem e a insegurança que estes transmitem ao ensinar gráficos, influência a aprendizagem dos alunos.

Num estudo de Li e Shen (1994), referido por Martins, Pires e Barros (2009), foram descritas várias dificuldades dos alunos no que diz respeito aos gráficos. No que diz respeito à escolha do gráfico, muitos alunos não refletem sobre a necessidade de selecionar um determinado gráfico para o que estão a estudar, escolhendo um desadequado, não sabendo tirar conclusões dele. Em relação à sua construção, os alunos não constroem gráficos à escala, omitindo-a nos seus eixos, não especificam a origem,

não fazem divisões adequadas nos seus eixos e não lhes atribuem nomes. Nos gráficos circulares, os alunos não fazem divisões apropriadas nem proporcionais às frequências das categorias.

Segundo Santos (2015), as maiores dificuldades dos alunos passam por estes não fazerem ligações entre a questão, a evidência e a conclusão. Estas dificuldades foram distribuídas por três categorias:

- a) questão-evidência: “dificuldade em gerar uma questão e depois ser capaz de pensar em evidência que possa ser necessária para responder a essa questão, o tipo de dados a ser recolhidos e o método de recolha” (p. 48);
- b) evidência-conclusão: “dificuldade em examinar a evidência, compreender a sua fonte, e utilizar esse conhecimento para formar conclusões e elaborar inferências dentro do contexto do problema” (p. 48);
- c) conclusão-questão: “dificuldade em considerar a conclusão e ligá-la com a questão inicial, determinando se a questão tinha sido de facto respondida” (p. 48).

Algumas dificuldades dos alunos, anotadas por Batanero, Godino, Vallecillos e Holmes (1994), resumem-se à falta de conhecimento básico, provocadas pela falta do raciocínio proporcional, pelas falsas intuições que os alunos trazem para aulas de estatística e pela falta de gosto de saber e aprender estatística, devido à exposição do estudo da estatística de forma abstrata e formal.

Segundo a literatura, as maiores dificuldades dos alunos incidem-se no cálculo das medidas de tendência central. Monteiro (2009) argumenta que uma das maiores dificuldades dos alunos na aprendizagem estatística está relacionada com o cálculo da média. Segundo esta autora, os alunos calculam a média simples em vez da média ponderada. Estas dificuldades podem partir do desconhecimento dos vários significados da média, sendo sugerido por Martins et al. (1997), em Monteiro (2009), que os professores reforcem e trabalhem a interpretação do conceito de média, discutindo com os seus alunos, frases deste tipo: “um adulto médio come 5kg de gelado por dia”, “em média os adultos comem 5 kg de gelado por ano”, “um adulto come uma média de 5kg de gelado por ano” (p. 3).

Num estudo com alunos do 6.º ano de escolaridade, realizado por Cai (1995), referido em Barros e Fernandes (2003), apenas cerca de metade dos alunos foram capazes de determinar um valor desconhecido num conjunto pequeno de dados, sabendo o valor da

média. Quando se analisou os raciocínios utilizados, o resultado foi preocupante, visto que apenas metade (dessa metade que foi capaz de determinar o valor) utilizou compreensivamente o algoritmo e a maioria recorreu uma estratégia de tentativa em erro.

Outra dificuldade no cálculo da média, sugerida pela mesma autora, incide-se na “frequência com que os alunos encaram os dados, não como uma pluralidade de valores de uma variável, mas como atributos de indivíduos (Konold & Higgins, 2003, por Monteiro, 2009, p. 4). O conhecimento que os alunos vão construindo, conjuntamente, com o que já possuem, pode conter mal-entendidos, sendo importante, portanto, os professores promoverem várias experiências reais em sala de aula e vários momentos de discussão (Monteiro, 2009).

No que corresponde à moda, Carvalho (1996) e Barros (s. d.), ambos referidos por Fernandes e Barros (2005), entendem que os alunos a identificam, mais facilmente, num gráfico de barras, pois corresponde ao valor com a barra mais alta e, só, no ensino secundário e posterior, é que a moda é identificada, facilmente, a partir de uma tabela de frequências.

Batanero et al. (1994) assumem que todas as dificuldades enumeradas, dos alunos, são resultado de uma descontextualização do ensino da estatística que receberam nos seus estudos, ou seja, estas dificuldades provêm do ensino que receberam, como por exemplo, no encorajamento da aplicação de fórmulas das medidas de tendência central, para as calcular, sem qualquer compreensão desses conceitos.

## **Tecnologias da Informação e Comunicação**

Vivemos num mundo tecnológico, em constante evolução. Desta forma, tal como Batista, Pires, Brito e Rodrigo (2017) afirmam, “atualmente, as tecnologias estão presentes de forma natural no quotidiano, não sendo, portanto, exceção no meio educativo, de tal modo que mudaram a forma de ensinar e sobretudo de aprender” (p. 1).

Santos (2015) enfatiza a importância da integração das tecnologias de informação e comunicação (TIC) no sistema de ensino, pois são úteis para:

as comunicações pessoais e de trabalho, para o processamento de textos e de informação sistematizada, para acesso a bases de dados e à informação distribuída nas redes eletrónicas digitais, para além de se encontrarem integradas em numerosos equipamentos do dia a dia, em casa, no escritório, na fábrica, nos transportes, na educação e na saúde (MSI, 1997, citado por Fonseca, 2018, p. 56).

Atualmente, as TIC são alvo de diversos estudos, pois admite-se que são importantes potenciadores do processo de ensino e de aprendizagem. Segundo Miranda (2007), citado por Marques (2009), as TIC são:

conjugação da tecnologia computacional ou informática com a tecnologia das telecomunicações (...). Quando estas tecnologias são usadas para fins educativos, nomeadamente, para apoiar e melhorar a aprendizagem dos alunos e desenvolver ambientes de aprendizagem, podemos considerar as TIC como um subdomínio da Tecnologia Educativa (p.11).

Tchounikine (2011, segundo Ramos, Teodoro & Ferreira, 2011) define esses tipos de recursos como “entidades digitais produzidas especificamente para fins de suporte ao ensino e à aprendizagem” (p. 13). Existem vários exemplos, tais como “um jogo educativo, um programa informático, um vídeo, um programa tutorial, um blogue, uma página web, ou uma apresentação eletrónica, etc., desde que armazenados em suporte digital e que “levem em linha de conta, na sua conceção, considerações pedagógicas” (p. 13).

Estes recursos são potenciadores da aprendizagem, seja em qualquer área de conteúdo pois acrescentam informação, uma grande diversidade da sua apresentação e promovem muita motivação nos alunos (Martinho & Pombo, 2009). Já Marques (2009), que referencia Bialo e Sivine (1990), anota os efeitos que as TIC trazem para os alunos: “atitudes positivas relativamente ao computador; aumento do tempo despendido a trabalhar num dado tópico; atitudes positivas relativamente ao tópico em estudo, interesse continuado nos conteúdos em estudo, aumento da autoestima e do sentido de autoeficácia” (p. 12). Estes benefícios são transponíveis à ação do professor, na medida que facilita o diário das suas aulas e atinge mais facilmente os objetivos que pretende alcançar.

Quanto à utilização das TIC no ensino da matemática, existem vários estudos que demonstram os benefícios, mas também os desafios desta relação. Fidalgo (2018) argumenta que, visto que os programas do 1.º Ciclo e de Matemática e Ciências Naturais no 2.º Ciclo provocam desconforto e ansiedade nos professores, devido à sua extensão e, conseqüentemente, à pressão para a sua conclusão, a utilização das TIC pode ser um grande aliado. O mesmo autor defende que “a utilização de materiais educativos virtuais pode melhorar estes aspetos menos positivos, minimizando o tempo inerente à realização dessas atividades e, por outro lado, beneficiar a aprendizagem, a curiosidade e a aquisição de novos conhecimentos nos alunos” (p. 36).

Sendo que a disciplina de matemática é considerada difícil, “no sentido em que exige processos mentais baseados no abstrato, de implicação, equivalência, de síntese e uma disciplina construtiva, no sentido do conhecimento de algo se alicerçar em conhecimentos anteriores, é por vezes difícil encontrar modos diferentes de motivação” (Capela, 2013, p. 37).

Através de Ponte, Oliveira e Varandas (2003), a ideia de Capela (2013) é enfatizada, pois:

Estas tecnologias permitem perspetivar o ensino da matemática de modo profundamente inovador, reforçando o papel da linguagem gráfica e de novas formas de representação e relativizando a importância do cálculo e da manipulação simbólica. Além disso, permitem que o professor dê maior atenção ao desenvolvimento de capacidades de ordem superior, valorizando as possibilidades de realização, na sala de aula, de atividades e projetos de exploração, investigação e modelação (Ponte, 1995). Deste modo, as TIC podem favorecer o desenvolvimento nos alunos de importantes competências, bem como de atitudes mais positivas em relação à matemática e estimular uma visão mais completa sobre a natureza desta ciência. (Ponte, Oliveira & Varandas, 2003, p. 1).

Costa, Rodriguez, Cruz e Fradão (2012), mencionados em Fidalgo (2018), apresentam mais benefícios do uso das TIC no ensino da matemática:

1. desenvolvimento da autonomia do aluno no processo de aprendizagem;
2. desenvolvimento da curiosidade e do contacto cognitivo com a Matemática;
3. aperfeiçoamento na identificação de padrões e de conexões entre ideias matemáticas;
4. ampliação das possibilidades de exploração de dados reais;
5. acesso a uma variedade de representações visuais para as ideias matemáticas (p. 37).

Segundo a NTCM (2000, citada por Santos, 2015) a tecnologia é essencial para a aprendizagem e o ensino da Matemática, devido às seguintes características: “(i) a tecnologia melhora a aprendizagem da Matemática (...); (ii) a tecnologia contribui para um ensino mais eficaz da Matemática (...); (iii) a tecnologia influencia a Matemática que é ensinada (...)” p. (18). Enfatizando a ideia anterior, a Associação de Professores de Matemática (APM) tem vindo a defender a utilização das TIC no ensino da Matemática, desde 1985 (Fernandes, 2013). A APM defende que:

Todos os estudantes devem ter acesso a calculadoras e cada vez mais aos computadores ao longo dos seus programas de Matemática nas escolas. (...). Calculadoras e computadores devem ser usados de formas imaginativas para explorar, descobrir, e desenvolver conceitos matemáticos e não somente para verificar resultados ou realizar exercícios práticos.

Os professores devem conduzir a sua aula de forma que o uso de computadores por cada estudante em atividades isoladas não substitua a

interação dos estudantes com os colegas e com o professor.

(...) Os educadores devem ter cuidado na escolha de software que se ajuste aos objetivos e metas do programa e não perverter os objetivos e a sequência do desenvolvimento para se adaptarem à tecnologia e software disponível.

(...) Todos os professores de Matemática devem adquirir formação básica em computadores, quer através dos programas de formação inicial quer através dos programas de formação em serviço.

As universidades devem proporcionar cursos de formação inicial e formação em serviço em conhecimentos básicos de computadores, programação, e educativo de calculadoras e computadores (citado por Fernandes, 2013, pp. 64-65).

Anotadas os benefícios da utilização das TIC no ensino da matemática, é agora importante referenciar a importância das TIC no ensino da unidade curricular de Estatística. Martinho (2014) refere que:

Apesar da Estatística desempenhar, cada vez mais, um lugar de destaque na disciplina de Matemática, quer ao nível do ensino básico quer ao nível do ensino secundário, os materiais disponíveis para o ensino e a compreensão dos conceitos mais elementares desta área nem sempre são os mais apropriados. Ribeiro, Alice, Martins e Santos (2012), Fonseca (2014) e Reid e Petocz (2001), concluíram que o uso da aprendizagem assistida por computador- “metodologia CAL” ajudou os alunos no desenvolvimento da sua compreensão dos conceitos estatísticos (p. 12).

Também Bezerra (2015) afirma que o uso das tecnologias auxilia os alunos no processo de construção de conceitos científicos. Tal como o mesmo autor realça:

O ensino da Estatística e da Probabilidade devem valorizar princípios como os da pesquisa, o aluno como sujeito ativo de todo o processo e todas as etapas da pesquisa, a transdisciplinaridade, representando um nível de integração que vai além da interdisciplinaridade, não existindo fronteira entre as disciplinas. Para isso a contextualização constitui-se num recurso eficiente que o professor pode dispor para favorecer a aprendizagem de conteúdos da Estatística e da Probabilidade, no desenvolvimento de conhecimentos estatísticos por parte dos alunos. Tudo auxiliado pela tecnologia, favorecendo a integração do conteúdo e prática, facilitando a organização, análise e apresentação dos dados (p. 3).

Desta forma, entende-se que as tecnologias da informação e comunicação trazem benefícios para o processo de ensino e aprendizagem em matemática e, centralizado, em estatística. É, contudo, necessário que os professores tenham motivação e pré-disposição para as utilizar e conhecimento dos benefícios que TIC providenciam. Tal como Ponte, Oliveira e Varandas (2003) argumentam, os professores devem perceber que “as TIC não são apenas ferramentas auxiliares de trabalho. São um elemento tecnológico fundamental



que dá forma ao ambiente social, incluindo o ensino da matemática. Como tal, influenciam a evolução do conhecimento e da identidade profissional do professor de matemática” (p. 23).

Para se perceber as atitudes dos professores perante a utilização das TIC nas aulas de matemática, Paiva (2002) realizou um estudo, cujo objetivo incide-se na avaliação das atitudes dos professores quanto à utilização das TIC, observou-se o seguinte:

- i) 94% dos professores da amostra gostaria de saber mais sobre o uso das TIC em contexto educativo; ii) 78% dos professores acham que as TIC os ajudam na prática letiva; iii) 68% dos professores sentem que o uso das TIC lhes exige novas competências e, muitos deles, revelam conhecer mal as vantagens pedagógicas das TIC e no contexto educativo; iv) 49% dos professores entende que os alunos dominam os computadores melhor do que os próprios (citado em Santos, 2015, p. 21).

Desta forma, existe ainda muito trabalho pela frente, na medida de formação dos professores. É necessário a inclusão das TIC na formação inicial e continuada dos professores, onde estes tenham conhecimento sobre elas e as saibam utilizar em vantagem dos seus alunos. Também, conseqüentemente, torna-se necessário fornecer vários recursos e condições, para que os alunos usem as TIC corretamente. Tal como Reis (2001), indicado por Fidalgo (2018), refere, para que os computadores tenham um impacto positivo no ensino e na aprendizagem da estatística ou em qualquer outra área curricular é necessário “a) Proporcionar aos educadores/professores a formação e apoio adequados para a integração das TIC em contexto de sala de aula. b) Disponibilizar e/ou desenvolver software e materiais diversos adequados à realidade portuguesa. c) Melhorar o acesso das crianças aos computadores” (p. 35).

## **Capítulo 2 – Enquadramento metodológico**

Neste capítulo apresento o procedimento metodológico adotado. É analisada a natureza e os objetivos do estudo e é feita uma descrição do contexto educativo e dos participantes do estudo. Seguidamente, é explicado o processo de análise dos dados. Por fim, serão descritas as aulas realizadas ao longo desta investigação, nomeadamente as aulas de Organização e Tratamento de Dados e a aula de Organização e Tratamento de Dados com apoio às TIC.

### **Natureza e objetivos do estudo**

Com este estudo, pretendo perceber que conhecimento estatístico, um docente de matemática precisa de possuir para lecionar o domínio da OTD, no 6.º ano, de modo a que a aprendizagem dos seus alunos seja concretizada. No mesmo sentido, procuro entender se as TIC trazem algum benefício para o processo de aprendizagem.

Mais concretamente, procuro dar resposta às seguintes questões de investigação:

- i) Que conhecimento estatístico do professor de matemática é revelado nas aulas do 6.º ano de escolaridade?
- ii) O conhecimento estatístico do professor de matemática influencia o processo de aprendizagem estatística dos alunos?
- iii) O uso das Tecnologias da Informação e Comunicação beneficiam o processo de aprendizagem estatística dos alunos?

Para tal, foram aplicados quatro testes – um pré-teste, um pós-teste, o teste de avaliação (onde será apenas analisada as questões relativas à estatística), uma atividade de Excel – a uma turma do 6.º ano e os três primeiros testes a outra turma do mesmo ano de escolaridade. Simultaneamente, observei as aulas para conhecer o método da professora titular, na leção da OTD.

Para analisar esses testes, foram registadas, numa folha do programa Excel, a contagem das respostas corretas, parcialmente corretas e as erradas. A discussão desses resultados foi feita através de tabelas, para comparar o número de respostas, mas também foram retirados e interpretados excertos de respostas de alguns alunos.

Desta forma, acredita-se que a metodologia desta investigação segue um paradigma

quantitativo e qualitativo, sendo uma metodologia mista. As respostas dos alunos foram contabilizadas, ou seja, foram analisadas através de um método quantitativo. Tal como Carmo e Ferreira (2008) referem, salvaguardando a natureza elementar deste estudo,

a utilização de métodos quantitativos está essencialmente ligada à investigação experimental ou quasi-experimental o que pressupões a observação de fenómenos, a formulação de hipóteses explicativas desses mesmos fenómenos, o controlo de variáveis, a seleção aleatória dos sujeitos de investigação (amostragem), a verificação ou rejeição das hipóteses mediante uma escolha rigorosa de dados, posteriormente sujeitos a uma análise estatística e uma utilização de modelos matemáticos para testar essas mesmas hipóteses. O objetivo é a generalização dos resultados a uma determinada população em estudo a partir da amostra, o estabelecimento de relações causa-efeito e a previsão de fenómenos. (p. 196).

Quando analisadas e interpretadas as respostas dos alunos, posteriormente à contagem, acredita-se que se trata de uma metodologia qualitativa, pois “os dados incluem transcrições de entrevistas, registos de observações, documentos escritos (pessoais e oficiais), fotografias e gravações de vídeo. Os investigadores analisam as notas tomadas em trabalho de campo, os dados recolhidos, respeitando, tanto quanto possível, a forma segundo a qual foram registados ou transcritos.” (Carmo & Ferreira, 2008, p. 198).

Brannen (1992) mencionado por Carmo e Ferreira (2008), “salienta que a utilização conjunta de métodos quantitativos e qualitativos tem implicações de natureza teórica, atendendo que a utilização de diferentes métodos de investigação tem, também como base diferentes pressupostos, entre outros, acerca da realidade social e da natureza dos dados recolhidos.” (p. 194).

Antes de mais, é importante referir que esta investigação tem objetivos distintos daqueles que foram traçados inicialmente. O projeto inicial tinha como objetivo entender e comprovar os contributos das TIC no processo de ensino e de aprendizagem da estatística, através do uso do programa Excel. Para tal, foi criado um pré-teste (que foi aplicado inicialmente para perceber quais os conhecimentos estatísticos dos alunos e que foi utilizado, posteriormente, nesta investigação) e foram planeadas cinco aulas, onde o 6.º D apenas utilizaria o Excel, enquanto o 6.º E seria a turma de controlo e a professora titular daria as aulas como a própria planeara. Durante essas cinco sessões de Excel, os alunos teriam uma aula de familiarização com o programa e nas restantes aulas utilizariam o Excel, simultaneamente com as aulas planeadas pela professora titular e por mim. Ao término dessas cinco sessões seria aplicado o teste de avaliação, construído pela

professora e, posteriormente, um pós-teste, construído por mim, muito similar ao pré-teste, em ambas as turmas.

Devido a fatores que não dependiam de mim, tais como, a falta de tempo para cumprir o programa de matemática, o teste de avaliação ter de ser aplicado no mesmo dia, em ambas as turmas e por ter sido construído pelo departamento de matemática da escola e não pela professora titular e não haver disponibilidade de utilizar a sala de informática cinco vezes seguidas, à última da hora (dias antes de iniciar a OTD), não me foi permitido avançar com a investigação inicial.

Não havendo nenhuma possibilidade de avançar com o estudo planeado, foi desenhada uma nova investigação, dentro das possibilidades e das oportunidades de investigar dentro da sala de aula. As aulas de Excel seriam, agora, aplicadas no final do período escolar, ou seja, nas duas últimas semanas de aulas. A professora titular tinha-me, então, disponibilizado três aulas na sala de informática, para poder aplicar as atividades de Excel, já depois da OTD e de outro conteúdo de outro domínio terem sido lecionados.

Visto que já tinha aplicado o pré-teste inicialmente, este manteve-se como uma das técnicas de recolha de dados. Depois, observei e registei as aulas de ambas as turmas, de OTD, lecionadas pela professora titular e (em certos momentos) por mim, como se poderá ver mais à frente, onde registei os exercícios propostos, os métodos de correção, de resolução e de explicação de novos conteúdos. Uma das aulas do 6.º D coincidiu com uma aula supervisionada da PES II, em que planeei uma atividade de OTD. Devido a motivos de força maior, não consegui comparecer na aula do 6.º E no mesmo dia, para aplicar a mesma atividade a esta turma. Depois do teste de avaliação, passado três semanas é que consegui aplicar uma aula de Excel. Aqui, devido, novamente, à pressão de concluir o programa de matemática e de finalizar o conteúdo de Números e Operações, nomeadamente, os Números Racionais, apenas me foi permitida aplicar uma aula de Excel e não três como planeado. No penúltimo dia de aulas, após a atividade de Excel, apliquei um pós-teste.

Desta forma, o desenho final da investigação pode ser mais facilmente compreendido na figura 2.1.

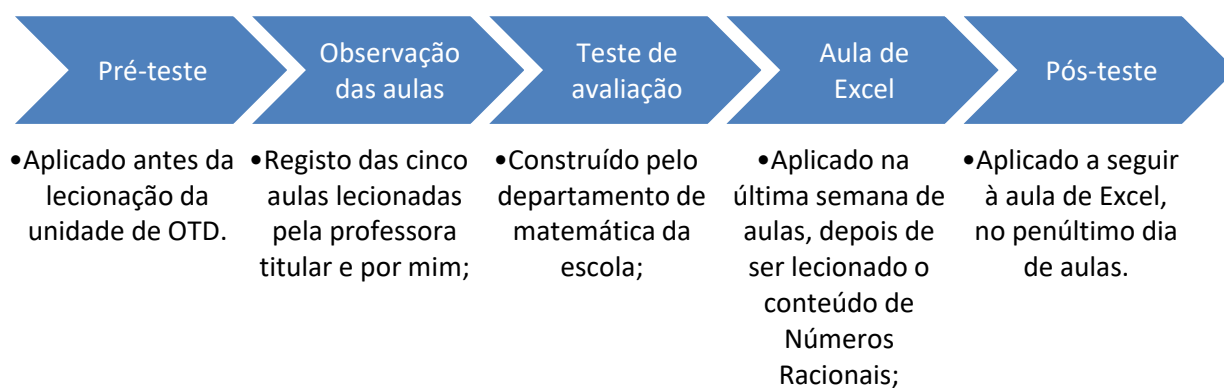


Figura 2.1 – Esquema representativo da investigação.

Desta forma, para esta investigação foram construídos dois testes, foi planificada uma aula de Excel e foi utilizado o teste de avaliação, construído pelo departamento de matemática, nas questões referentes a OTD. Os testes construídos por mim foram o pré-teste (anexo 2) e o pós-teste (anexo 3). O pré-teste foi construído com base no programa e metas curriculares de matemática, onde foram aplicados os conteúdos do domínio da OTD de 3.º e 4.º ano. Teve como principal objetivo analisar o conhecimento estatístico dos alunos, adquirido nos anos anteriores, e foi aplicado antes do domínio de OTD ser lecionado no 6.º ano. Quanto ao teste de avaliação, foram retiradas as produções dos alunos nas questões de OTD, ou seja, foi retirada a questão 17 (anexo 4). Já o pós-teste foi aplicado logo depois da aula de Excel e foi construído com base no pré-teste. Teve como principal objetivo analisar o conhecimento estatístico dos alunos depois do domínio de OTD ser lecionado. Foi, também, criado uma questão de opinião para os alunos do 6.º D, para registarem a sua opinião acerca da aula de Excel (anexo 5).

### **Contexto Educativo e Participantes no Estudo**

Esta investigação foi realizada numa escola do distrito de Faro, integrada num Agrupamento de Escolas. Este agrupamento tem a particularidade de integrar o Programa Territórios Educativos e Intervenção Prioritária (TEIP) que tem como objetivo minimizar algumas problemáticas de acordo com a população alvo, tais como comportamentos desadequados, insucesso e abandono escolar e a carência de relação pais/instituição.

Esta escola possui infraestruturas renovadas, muito amplas e, aparentemente, com condições favoráveis para os alunos. As duas salas onde ocorreram as aulas de Matemática apenas apresentam um computador, um projetor e um quadro de giz. A sala de informática, onde foi desenvolvida a aula de TIC, era composta por, cerca, de 20

computadores, todos funcionáveis.

Para realizar este estudo, participaram duas turmas do 6.º ano: 6.º D e 6.º E.

**6.º D.** A turma do 6.º D é composta por vinte alunos, sendo treze os rapazes e sete as raparigas. Destes vinte alunos, três rapazes apresentam NEE. Estes são acompanhados por uma docente de educação especial, que os acompanha fora das aulas, no apoio escolar e uma vez por semana na aula de matemática, ajudando-os nas tarefas propostas pela professora titular ou até por mim. Os alunos sentam-se junto a ela, nos últimos lugares da sala.

As idades dos alunos desta turma variam entre os 11 e os 14 anos de idade. Quinze dos alunos têm 11 anos, quatro alunos têm 12 anos e um aluno têm 14 anos. Apenas dois alunos são repetentes.

No início da investigação, a turma mostrava-se muito conflituosa e preguiçosa. A maioria dos alunos não realizava as tarefas propostas pela docente, era muito perturbadora e até que, um pouco, infantil. No final da investigação, a turma revelou-se trabalhadora e esforçada (ainda que tenha casos particulares), mas ainda assim um pouco conflituosa.

É de extrema importância notar-se que os três alunos com NEE e o aluno n.º 14 (não realizou um dos testes) não foram incluídos na investigação, participando, assim, dezasseis alunos, em vez de vinte.

**6.º E.** A turma do 6.º E é composta por vinte alunos, dez são rapazes e dez são raparigas. Dois alunos apresentam NEE, mas não são acompanhados pela docente de educação especial, nas aulas de matemática, como acontecia na outra turma. Estes dois alunos são os únicos repetentes desta turma.

À data de início das aulas, a média de idades variavam entre os 10 e os 14 anos. Um aluno tem 10 anos, treze alunos têm 11, dois alunos têm 12, um tem 13 e dois têm 14 anos, que são os alunos repetentes. Esta turma é mais heterogénea do que a outra.

Quanto às características da turma, pode-se afirmar que, inicialmente, a turma apresentava imensas capacidades, apresentava vontade em aprender e tinha um comportamento muito exemplar. Mais para o final da investigação, o comportamento da turma alterou-se por completo. Começaram a baixar as notas (em todas as disciplinas), tornaram-se muito faladores e muito mais infantis.

Desta forma, pode-se referir que os alunos revelam muitas capacidades, mas o seu

comportamento e a falta de vontade perturbaram os resultados finais de todos. No que toca às relações interpessoais, estas crianças são maldosas umas para as outras. Não têm respeito mútuo, falam mal uns dos outros, não se ajudam entre si e são competitivos de um modo nada saudável.

Tal como a outra turma, é importante não esquecer que os dois alunos com NEE e o aluno n.º 21 (não realizou um dos testes) não foram incluídos na investigação, participando, assim, dezassete alunos, em vez de vinte alunos.

**Docente.** A professora titular é uma profissional com bastante experiência e professora titular de matemática de ambas as turmas. Este foi o primeiro ano que trabalhou com estas duas turmas. Pode-se caracterizar como uma profissional preocupada com o sucesso dos alunos. Demonstra vontade e preocupação nas notas dos seus alunos, querendo que eles percebam e se interessem pela matéria. Quanto às características negativas, a principal a apontar é que o seu método adotado se incide no ensino tradicional, com uma forte componente de comunicação de sentido único, entre a professora e os alunos. A única estratégia que a docente utilizou, um pouco menos tradicional, daquilo que assisti, foi a utilização de vídeos.

**Aluna/futura professora em Prática de Ensino Supervisionada (PES).** Iniciei a PES II no fim de fevereiro, estando com as duas turmas durante, sensivelmente, três meses. A minha relação, com ambas as turmas, era normal, em que os alunos tinham, em grande parte, respeito por mim, cumprindo a maioria das tarefas que lhes propunha.

A minha posição, dentro da sala, começou por ser apenas de observadora, mas rapidamente comecei a participar nas aulas e a ajudar a professora. Planeei apenas uma aula de OTD e, nas restantes, auxiliei-a na correção dos trabalhos de casa e os alunos, em dúvidas que surgiram nas aulas.

As aulas de OTD foram lecionadas pela professora titular e por mim. Foram realizadas seis aulas de OTD, de noventa minutos cada uma, sendo que uma delas foi lecionada por mim, incidindo numa aula supervisionada, e uma foi destinada à realização do teste de avaliação. Por último, a professora titular, na última semana de aulas do 3.º período, reservou uma aula para eu realizar a atividade de Excel, como já foi referido.

A tabela 2.1 permite ter uma perceção da minha participação nas seis aulas de OTD.

Tabela 2.1 – Participação da aluna/professora em PES e da professora titular.

	<b>6.º D</b>	<b>6.º E</b>
<b>1ª aula</b>	Professora titular	Professora titular
<b>2ª aula</b>	Aluna/professora em PES (correção do trabalho de casa) + Professora titular	Professora titular
<b>3ª aula</b>	Professora titular + Aluna/professora em PES (auxílio)	Aluna/professora em PES (correção do trabalho de casa) + Professora titular
<b>4ª aula</b>	Aluna/professora em PES	Professora titular
<b>5ª aula</b>	Professora titular	Professora titular
<b>6ª aula</b>	Teste de avaliação	Teste de avaliação
<b>Aula Excel</b>	Aluna/professora em PES	-----

A aula de TIC, onde foi desenvolvida uma atividade orientada no Excel, foi organizada por mim, não tendo sido planeada a participação da professora titular. Ainda assim, a professora titular ajudou os alunos, acabando por, em certa parte, interferir no planeado ao orientar os alunos.

### **Processo de análise dos dados**

Para analisar os dados recolhidos em quatro instrumentos da investigação (pré-teste, teste de avaliação, pós-teste e Excel), foi utilizado o registo em folha do programa Excel. Foi construída uma tabela, dividida nos quatros momentos de investigação e, dentro de cada momento, dividiu-se os temas estatísticos trabalhados. Estes temas incidiram-se nos conceitos estatísticos, nas representações tabelares, nas representações gráficas e nas medidas de tendência central.

Foram analisadas as respostas de cada aluno das duas turmas (com exceção dos alunos com NEE e os alunos que faltaram a um dos testes) e categorizou-se as respostas por três cores. A cor vermelha indica uma resposta incorreta, a cor amarela refere-se a uma resposta parcialmente correta, ou seja, os alunos não acertaram totalmente na resposta ou até erraram, mas apresentam conhecimento estatístico, e a cor verde significa que a resposta está correta.

No extremo direito da tabela é feita uma análise de cada tipo de resposta, ou seja, é feita a soma do número de respostas certas, erradas e parcialmente corretas de cada turma. Posteriormente, é feita a média de respostas de cada turma e ainda a diferença dessas médias entre as turmas.



No extremo inferior da tabela, é feito o mesmo, mas desta vez para cada aluno.

Esta tabela está incorporada no anexo 17.

## **Aulas de Organização e Tratamento de Dados**

Segundo o Programa e Metas Curriculares de Matemática (MEC, 2013), pretende-se que os alunos do 6.º ano, no domínio da Organização e Tratamento de Dados, retomem as várias representações e os vários tratamento de dados, através da identificação da população e unidade estatística, classifiquem as variáveis como quantitativas e qualitativas, saibam analisar gráficos circulares, assim como conjuntos de dados a partir da média, moda e amplitude e, por último, sejam capazes de resolver problemas envolvendo dados representados de diferentes formas.

Para tal, a professor titular da turma reservou seis sessões, de noventa minutos cada, nas duas turmas, de modo a atingir os objetivos curriculares anteriores descritos. Descrevo as seis sessões, de forma pormenorizada, em cada uma das turmas, em resultado de uma observação naturalista efetuada durante as aulas.

**Primeira aula \_ turma 6.º D.** Na aula anterior, a professora titular da turma (doravante professora) pediu aos alunos que realizassem, em casa, a ficha diagnóstica do livro, da página 50 e 51 (anexo 6). Nesta aula, começou pela sua correção, sem anotar os alunos que a realizaram ou não. A correção do trabalho de casa, na maioria, foi feita oralmente, sem apoio de registo no quadro.

O primeiro exercício serviu para recordar o referencial cartesiano. A professora começou por relembrar o que era o referencial cartesiano, dizendo-lhes que é formado por duas retas perpendiculares com a mesma unidade de comprimento nos dois eixos, sendo assim também um referencial cartesiano monométrico. Relembrou que a reta vertical é o eixo das abcissas e a reta horizontal é o eixo das ordenadas e que estes dois eixos têm um ponto em comum, chamado origem. Para auxiliar a sua explicação, desenhou o referencial e registou os pares ordenados no quadro. Surgiram muitas dúvidas para assinalar as coordenadas de um ponto, o que levou a professora a desenhar outro referencial cartesiano no quadro, para assinalar coordenadas de vários pontos distintos.

No exercício 2, o objetivo principal seria recordar a frequência absoluta e relativa. A professora começou por lhes fazer relembrar cada definição, através do diálogo. Explicou-lhes que a frequência absoluta é o número de vezes que os dados se repetem e

que a frequência relativa é o quociente entre a frequência absoluta e o número total de dados. Posteriormente à explicação, questionou os alunos sobre a utilidade da estatística, mas nenhum aluno respondeu. Perguntou, também, para que serviria a média, mas não obteve resposta novamente. Assim, começou por registrar e resolver a tabela do exercício no quadro e, em simultâneo, foi questionando os alunos sobre o significado de frequência absoluta e de frequência relativa.

Nesta tabela, registada no quadro, indicou que a frequência relativa estava em percentagem, mas os valores foram registados em números decimais, o que tornaria o total de 1,0%. Uma aluna apresentou muitas dúvidas, argumentando que se a frequência relativa estava em percentagem, o total deveria ser 100% e não 1,0%. A professora apagou a tabela inicial e desenhou-a de novo, registando a frequência absoluta, frequência relativa, em percentagem, e a frequência relativa acumulada. Por último, registou a fórmula para calcular a frequência relativa ( $fr = \frac{fa}{Total\ fa}$ ).

Iniciando o conceito de moda, questionou os alunos sobre qual a moda dos dados e os alunos responderam que era o “preto”. Deu mais alguns exemplos do quotidiano. Para responder à questão 2.4., a professora começou por dar alguns exemplos em que se pode calcular a média e para que serve esse cálculo. Depois, explicou que a média é o quociente entre a soma de todos os dados e o número total de dados e que não é possível calcular a média, por exemplo, dos nomes da turma, em virtude da natureza da variável estatística em estudo, registando, no quadro, os tipos de variáveis existentes – qualitativas e quantitativas. Depois deste registo, explicou que a média depende da variável em estudo e que só podemos calculá-la quando a variável for quantitativa. Ditou as respostas do exercício, concluindo a resolução da questão. O exercício 3 tinha como objetivo praticar o cálculo da média. A professora lembrou e assinalou no quadro, o símbolo da média e resolveu os exercícios 3.1. e 3.4. no quadro, pedindo aos alunos para os copiarem para o caderno.

Iniciou a resolução do exercício seguinte questionando os alunos sobre a classificação do gráfico do exercício 4. Uma das alunas respondeu acertadamente. A professora resolveu todos os exercícios no quadro, sem a participação da turma, não possibilitando que uma aluna apresentasse a sua resolução, através de estratégia distinta, no exercício 4.3. A professora adicionou a frequência absoluta dos dois dados (350+350) e dividiu pelo total de dados, multiplicando por 100, para descobrir a percentagem ( $\frac{700}{1000} \times 100\% = 70\%$ ).

A aluna dividiu a frequência absoluta de um dos dados (pois a frequência absoluta de ambos os dados era igual) e dividiu pelo total, multiplicando o resultado por 100%. Depois, duplicou essa percentagem, visto que os dados tinham a mesma *fa* ( $\frac{350}{1000} \times 100\% = 35\%$ .  $35\% + 35\% = 70\%$ ). O confronto matemático das duas estratégias não foi discutido em sala de aula. A turma apresentou alguma distração, surgindo conversas, mas a professora continuou a resolução no quadro, sem significativa alteração.

No exercício 5, a professora registou os extremos e a respetiva amplitude, no quadro, sem referir ou relembrar a definição de amplitude. O exercício 5.4 foi realizado no quadro, pela professora, através de uma regra de três simples (valor omissivo). O exercício 6 e 7 foram corrigidos oralmente.

Ao término da correção, a professora passou para a explicação teórica sobre a população e amostra e sobre a variável estatística. Para seu auxílio, utilizou um PowerPoint fornecido pela editora do manual. Começou por perguntar o que é a população de um estudo e a amostra e deu um exemplo: “Se tiver pouco tempo para fazer um estudo a todos os 6.º anos da escola, o que podemos fazer?”. Os alunos rapidamente explicaram que se poderia fazer esse estudo apenas a uma turma do 6.º ano. Assim, a professora perguntou qual seria, para esse caso, a população e a amostra e explicou, lendo partes do PowerPoint, em que consistia a definição de cada um dos conceitos. A professora não leu na íntegra o PowerPoint e foi explicando utilizando as suas próprias palavras.

Quanto às variáveis, através do PowerPoint, explicou que uma variável estatística é a característica que vamos estudar na amostra e que pode ser quantitativa, quando a podemos contar ou medir, ou qualitativa, no caso contrário. Para consolidar, através de um estudo (exposto no PowerPoint) dialogou com os alunos, identificando (e não os questionando) sobre a população, a amostra, a variável e a classificação da variável.

Para terminar, a professora perguntou se havia dúvidas e registou o TPC no quadro.

**Primeira aula \_ turma 6.º E.** Esta aula começou muito mais tarde devido a discórdias entre alunos e a professora. Passados vinte a trinta minutos, a professora abriu a lição e começou por corrigir a ficha diagnóstica (anexo 6) que também foi pedida na outra turma. A professora não anotou quem a realizou, mas rapidamente percebeu que apenas três alunos é que a fizeram.

O primeiro exercício, relativo ao referencial cartesiano, foi corrigido da mesma forma: a

professora lembrou, através do diálogo, o que é um referencial cartesiano e começou por perguntar aos alunos (aleatoriamente) quais eram as coordenadas dos pontos A, B, C, D e E. Esses alunos responderam, mas identificaram as coordenadas desses pontos como um número decimal, ou seja, os alunos leram as coordenadas do ponto C (3, 4), como “três virgula quatro”. A professora alertou os alunos para este erro e explicou que as coordenadas se leem como dois números, ou seja, “o ponto C tem coordenadas 3 e 4”.

No exercício 2, a professora desenhou a tabela no quadro, com os respetivos dados, e começou por explicar que a frequência absoluta é o número de vezes que os dados se repetem e que a frequência relativa é a frequência absoluta a dividir pelo número total de dados. Os alunos não prestaram atenção e perturbaram imenso a professora. Para explicar a questão 2.4., utilizou as equipas de futebol para exemplificar a razão de não podermos calcular a média, na tabela em questão. Explicou que não conseguimos fazer a média da cor do cabelo, tal como das equipas de futebol preferidas da turma, mas sim, por exemplo, a média do número de golos por jogo. Os alunos foram dando mais exemplos, mas a professora não gostou da maioria, pois promoveu muita excitação na turma e por isso passou à frente. Aproveitou o exemplo das equipas de futebol preferidas da turma e perguntou aos alunos se quiséssemos fazer um estudo sobre isso, quem seria a população em estudo. Todos responderam que era a turma, mas quando a professora os questionou acerca da amostra, ninguém soube responder.

Para explicar a população, a amostra e a variável em estudo, a professora utilizou outra abordagem, que não a do livro, pois criou um estudo sobre o sabor de iogurte preferido dos alunos da escola. Perguntou-lhes, também, de que forma é que se poderia fazer o estudo, se não tivéssemos muito tempo e um aluno respondeu que se podia fazer o estudo na turma. Pediu aos alunos que lhes dissesse qual o sabor de iogurte preferido: batata-doce (7), cereja (4) e outros. Explicou que a estatística serve exatamente para isto, para estudarmos características de um grupo de pessoas, para sabermos dados importantes do nosso país, tal como a média de litros de água gastos numa semana, em Portugal, etc. Falou-lhes também do “Censos” e explicou que consistia num estudo estatístico, realizado 10 em 10 anos, em que pessoas especializadas são destacadas para irem à casa das pessoas de todo o país, recolher vários dados, tais como, por exemplo, o número de mulheres e homens, ou crianças e idosos por casa. Os alunos mostraram-se muito entusiasmados e formularam imensas questões. Ainda relativamente ao estudo dos iogurtes, a professora aproveitou esse exemplo para explicar o que é a população e amostra e identificou-as.

Para concluir, a professora disse aos alunos para copiarem a definição de população e amostra de um PowerPoint (do mesmo que utilizou na outra turma) para o caderno diário e, simultaneamente, começou a escrever as diferentes variáveis estatísticas. Quando os alunos terminaram, explicou que a variável consistia na característica que estavam a estudar e que, naquele caso, a variável estatística seria “sabores de iogurtes preferidos da turma” e seria qualitativa, pois não a podemos contar ou medir.

Passou para o exercício 4, apontou as respostas no quadro e repetiu o procedimento para os restantes exercícios. A turma não estava a tomar atenção, mas a professora prosseguiu. Não foram colocadas questões pelos alunos.

**Segunda aula \_ turma 6.º E.** Depois de aberta a lição e de ditado o sumário, a professora começou por fazer um resumo do que foi aprendido na aula anterior - definição de população, amostra e variável – e, posteriormente, corrigiu oralmente o trabalho de casa, da página 53, do manual (anexo 7). Não apontou quem o fez e, rapidamente, percebeu que quase ninguém o realizou. Oralmente, foi pedindo aos alunos que respondessem às questões. Apenas erraram no exercício 4, onde fizeram confusão entre variável estatística e unidade estatística. A professora explicou, oralmente e apontou no quadro, que a variável estatística é a característica que se estuda e a unidade estatística de cada elemento da amostra que é alvo do estudo.

Posteriormente à correção do trabalho de casa, a professora fez uma revisão dos gráficos que os alunos já aprenderam anteriormente e foi os apontando no quadro. Começou por perguntar aos alunos e o primeiro que disseram foi o pictograma. Disse-lhes que um exemplo de estudo, em que podemos utilizar este tipo de gráfico, poderia ser “número de vezes que fizeram os TPC numa semana”. A professora desenhou o pictograma no quadro, colocando dados tais como “0x, 1x, 2x, 3x” e para identificar cada aluno, desenhou *smiles*. O segundo gráfico que surgiu foi o caule-e-folha, surgindo o exemplo de estudar as idades dos elementos de uma família. Para o lembrarem, a professora desenhou-o no quadro, colocando alguns dados, mas não o terminou. Por último, lembrou o gráfico de barras duplas, começando, oralmente, por rever as principais características (dois eixos perpendiculares e monométrico). Levou algum tempo à procura de um exemplo, no livro, mas não o transcreveu para o quadro.

Posto isto, pediu aos alunos para abrirem o manual da página 57 (anexo 8) e começou pelo exercício 2., sobre um gráfico de barras. Este exercício serviu de consolidação do

que foi aprendido e de mote para iniciar os gráficos circulares. Deu 5 minutos para os alunos realizarem a 2.1. e 2.2. e deu uma volta à sala para ver quem já tinha acabado. Passado 10 minutos, começou por desenhar uma tabela no quadro, com os parâmetros necessários (dados,  $f_a$  e  $f_r$ ) e pediu a uma aluna para se dirigir ao quadro para a preencher. Um dos alunos não percebeu e a professora explicou-lhe oralmente. Para o exercício 2.2., um dos alunos dirigiu-se ao quadro e resolveu-o, mas errou e a professora corrigiu-o, embora muito depressa, através da fórmula:  $(\bar{x} = \frac{(11 \times 1) + (12 \times 10) + (13 \times 7) + (14 \times 2)}{20} = 12,5)$ .

No exercício 2.3. (o cerne desta aula), a professora começou por escrever uma regra no quadro ( $360^\circ = 100\%$ ) e explicou aos alunos que os gráficos circulares se apresentam em percentagem. Utilizando a tabela anterior, acrescentou uma coluna, intitulada de “amplitude do ângulo” e explicou que se calcula a amplitude de cada setor através do produto da frequência relativa por  $360^\circ$  e calculou-a em todos os dados. Depois explicou como se desenhava, demonstrando-o no quadro. Começou por desenhar um círculo e explicou que, com o transferidor, marca-se o  $0^\circ$  e depois a amplitude que queremos e, por fim, unimos essas marcações ao centro. Fez isso para todas as amplitudes e pediu aos alunos que copiassem para o caderno. Lançou os exercícios 2 e 3, da página 55, como trabalho de casa.

**Segunda aula \_ turma 6.º D.** Nesta turma, depois da professora iniciar a lição e ditar o sumário, eu iniciei a correção do trabalho de casa (página 53, anexo 7). Seguí o mesmo modelo da professora, corrigindo-o da mesma forma que ela o corrigiu na turma anterior. Pedi aos alunos que me fossem respondendo oralmente, começando numa ponta da sala, continuando até terminar. Uns alunos não souberam responder, mas a maioria respondeu-me e acertadamente.

Mesmo sem ter lembrado afincadamente os extremos e a amplitude, a professora pediu para os alunos realizarem os exercícios 1 e 2, da página 57 (anexo 8). Deu 10 minutos para realizarem o primeiro exercício (mas quem terminasse passava para o exercício 2) e passado esses minutos, registou todas as respostas no quadro, desde o exercício 1 até ao 2.2., sem os explicar, para os alunos copiarem para o caderno. Depois, repetiu o procedimento que utilizou na turma anterior, ou seja, desenhou a tabela no quadro e pediu aos alunos que lhe dissessem a frequência absoluta dos dados. Perguntou como se calculava a frequência relativa e calculou-a de seguida. Por fim, escreveu uma regra no

quadro ( $360^\circ=100\%$ ) e explicou aos alunos que os gráficos circulares se apresentam em percentagem. Acrescentou uma coluna na tabela anterior, intitulada de “amplitude do ângulo” e explicou que se tem de calcular a amplitude dos ângulos de cada setor, para se desenhar o gráfico. Essa amplitude de cada setor calcula-se através do produto da frequência relativa desse setor por 360 ( $fr \times 360^\circ$ ). A professora preencheu, para todos os dados, através dessa regra, a amplitude de cada um. Depois explicou como se desenhava, demonstrando-o no quadro. Começou por desenhar um círculo e explicou que, com o transferidor, marca-se o  $0^\circ$  e depois a amplitude que queremos e, por fim, unimos essas marcações ao centro. Fez isso para todos as amplitudes e pediu aos alunos que copiassem para o caderno. Pediu que realizassem o exercício 1, da página 59, em casa (anexo 12).

**Terceira aula \_ turma 6.º D.** A aula começou tal como todas as outras, a professora abriu a lição, ditou o sumário e deu início à correção do trabalho de casa, o exercício 1 da página 59 (anexo 9). Para tal, a professora auxiliou-se no manual digital, projetando a correção dos exercícios no quadro e pediu aos alunos que o corrigissem, autonomamente. No exercício 1.1., a professora disse aos alunos que o gráfico circular tem de ser marcado com o transferidor, mas não lembrou o procedimento. Visto que vários alunos não o fizeram e tiveram imensas dúvidas, eu e a professora titular fomos a cada mesa ajudar os alunos com mais dificuldades. Os alunos demoraram muito tempo a resolver este exercício.

Posteriormente, continuou a correção do trabalho de casa (lendo-a) através da projeção do manual digital. A correção do trabalho de casa demorou mais de uma hora e, para concluir a aula, a professora entregou uma ficha de trabalho de preparação para o teste (anexo 10) para os alunos a resolverem o que conseguissem, até terminar a aula, e o restante resolviam em casa. Antes de saírem, entreguei uma folha A4, com sete questões (anexo 11), a cada aluno, e pedi para a preencherem, que dessem apenas uma resposta, que fossem sinceros e que trouxessem na aula seguinte, para podermos realizar uma tarefa destinada à aula supervisionada.

**Terceira aula \_ turma 6.º E.** Depois da professora abrir a lição e ditar o sumário, comecei a corrigir o trabalho de casa (exercícios 2 e 3, da página 55, anexo 12). Li o exercício e perguntei quem queria responder. Houve uma aluna que respondeu acertadamente, mas houveram alunos que não perceberam. Desta forma, a aluna foi ao quadro e registou todos os dados. Ao aluno que não percebeu, expliquei de novo, pois sendo que  $90^\circ$  corresponde

a 25%, os espinafres correspondentes a  $180^\circ$  seriam 50% (25% + 25%). Os outros dois, bastava fazer uma regra de três simples. O aluno, assim, ficou a perceber o exercício. Outro aluno foi ao quadro resolver o exercício 2.2., através de uma regra de três simples. Quanto ao exercício 3, os alunos foram resolver ao quadro. Não suscitou dúvidas.

A professora pediu aos alunos para resolverem os exercícios da página 62 (anexo 13). O exercício 8 promoveu muitas dúvidas, demorando 50 minutos a ser concluído. Eu e a professora fomos aos lugares passado 15 minutos de lhes termos pedido para resolver o exercício, para os ajudar. As maiores dificuldades dos alunos incidiram no cálculo da frequência relativa em percentagem e, também, no cálculo da amplitude do ângulo, onde aplicavam a regra que a professora ensinou ( $fr \times 360^\circ$ ), mas com a  $fr$  em percentagem. A professora corrigiu este exercício através da correção no manual digital que foi projetada no quadro.

**Quarta aula \_ turma 6.º D.** Esta aula foi dada por mim, visto ser uma aula supervisionada. Esta aula foi dividida em quatro momentos principais, sendo que apenas três foram concluídos. O primeiro momento incidiu-se na apresentação da tarefa, onde comecei por fazer a divisão dos grupos. Antes dos alunos entrarem na sala, posicionei-me diante da porta e entreguei um papel com o número do grupo e os respetivos elementos que os integravam. O primeiro aluno que entrasse, de cada grupo, teria de chamar os restantes colegas (desse grupo) para se reunirem. Para saberem onde se deviam sentar, as mesas estavam identificadas com o número do seu grupo. Esta estratégia não foi eficaz pois os alunos estavam desorganizados, não gostaram dos grupos, reclamaram e demoraram muito tempo para se sentarem e acalmarem.

Depois de tentar que os alunos se sentassem e se acalmassem, ditei a lição e o sumário e escrevi a seguinte frase no quadro “Vamos conhecer a turma?”. Expliquei que iam fazer um estudo estatístico sobre várias variáveis relacionadas com a turma e que para isso tinha-se de recolher dados, que correspondem às suas respostas às questões (anexo 11) que tinha distribuído na aula passada. Depois, tinham de organizar os dados e, por fim, organizar todo este trabalho num cartaz, com os dados que pedi. Posto isto, foi distribuída uma folha por grupo com os pontos orientadores (anexo 14) para os alunos trabalharem. Até aqui, não houve qualquer dúvida.

Posteriormente, comecei a recolher as questões. Como não estavam recortadas e organizadas, demorou imenso tempo a fazê-lo. Entreguei cada questão, em branco, a



alunos específicos, que escolhi anteriormente, para não perder tempo e não haver disputas, e pedi-lhes que recolhessem as respostas dos colegas a essas questões. Este momento demorou cerca de 30 minutos, ou seja, o dobro do tempo previsto.

Antes de distribuir as questões já respondidas, expliquei que os alunos deviam preparar uma apresentação do trabalho realizado, numa folha de cartolina que foi distribuída e, de seguida, nas apresentações, deviam tomar nota das mesmas numa folha de registo (um exemplar está representado no anexo 15). Esta folha de registo estava adaptada para todos os grupos, ou seja, não continha espaço para o seu próprio grupo.

De seguida, distribuí as questões, aleatoriamente, e pedi para começarem dando, assim, início à segunda parte da aula – execução da tarefa. Durante a execução da tarefa, eu e o professor supervisor circulamos pela sala para esclarecer dúvidas. Os alunos tinham dúvidas sobre o que era suposto fazer, pois estavam muito distraídos e nada motivados para começar. Depois, outro fator que os perturbou foi o trabalhar em grupo, pois fazer a contagem e organizar os dados exigia um trabalho de equipa, algo que aconteceu em apenas dois grupos.

Surgiram dúvidas em relação às variáveis, seja para as identificar como para as classificar. Os alunos também não conseguiram realizar a tabela de frequências totalmente sozinhos. A maior dificuldade dos alunos foi calcular a frequência relativa: os alunos não sabiam que se calculava através do quociente da frequência absoluta com o número total de alunos. Esta parte da aula demorou quase uma hora, alterando a continuidade do que estava planificado. Assim, restaram apenas 10 minutos para a apresentação.

Apenas um grupo terminou totalmente a tarefa e foi apenas esse que apresentou o seu trabalho. Antes de dar permissão aos alunos para começarem, lembrei que a turma deveria fazer perguntas e discutir os dados. O primeiro grupo apenas leu o que escreveram, disseram os resultados e quando os questioneei como chegaram a esses resultados não me responderam. O resto da turma não os questionou em nada. Não houve mais tempo para os restantes alunos terminarem e apresentarem.

**Quarta aula \_ turma 6.º E.** Embora não tenha estado presente nesta aula, a professora entregou a ficha de preparação para o teste a todos os alunos e começaram-na a resolver, individualmente.

**Quinta aula \_ turma 6.º E.** A professora começou a corrigir a ficha de preparação para o teste (anexo 10). Vários alunos foram ao quadro corrigir várias questões ao mesmo

tempo. No final, a professora referiu o que iria sair no teste e lembrou alguns conceitos mais importantes.

**Quinta aula \_ turma 6.º D.** A professora corrigiu a ficha de preparação para o teste (anexo 10), que tinha entregue na semana anterior. Vários alunos não a fizeram e a professora corrigiu a ficha maioritariamente no quadro. Por vezes, alguns alunos iam ao quadro resolver alguns exercícios.

**Sexta aula \_ turmas 6.º D e 6.º E.** Os alunos realizaram a ficha de avaliação global de matemática.

### **Aula de Organização e Tratamento de Dados com apoio das TIC**

Na última semana de aulas, foi realizada uma aula de OTD com apoio das TIC, nomeadamente do Excel. Inicialmente, foram planificadas três aulas destinadas a trabalhar a OTD com o apoio das TIC, mas pela existência de alguns contratemplos, foi apenas realizada uma.

Esta aula teve como objetivo trabalhar as representações tabelares, as representações gráficas e as medidas. As representações tabelares trabalhadas foram a frequência absoluta e a frequência relativa, as representações gráficas foram o gráfico de barras e as medidas foram a média, moda e amplitude. Também trabalharam o conceito de variável e respetivas classificações.

A tarefa foi iniciada dias antes, onde distribuí 10 folhas, cada uma com uma questão e com 20 espaços para cada aluno registar as suas respostas. As questões entregues foram:

- Quanto tempo (aproximadamente, em horas) jogas consola, por semana?
- Quantas pessoas moram contigo, na tua casa?
- Qual é a tua disciplina preferida?
- Qual é a tua rede móvel?
- Qual é o aparelho eletrónico (computador, telemóvel, tablet, playstation ou televisão) que mais utilizas?
- Quantos irmãos e/ou irmãs tens?
- Quantos animais tens em casa?
- Quantas vezes comes *fast food* por semana?
- Qual é o teu passatempo preferido (jogar, ler, praticar desporto, ver televisão, passear)?

- Qual é a marca do teu telemóvel?

No dia da aula, os alunos dirigiram-se para a sala de informática e agruparam-se em pares, livremente. Deixei-os trabalhar com quem quisessem, para fomentar, ainda mais, a motivação. Quando se sentaram, expliquei que iam realizar uma tarefa no Excel e que teriam de seguir alguns passos exemplificados numa folha de orientação (anexo 16). Primeiro, comecei a ler cada questão e a perguntar se se tratava de uma variável estatística quantitativa ou qualitativa. Depois de me responderem, distribuí aleatoriamente as folhas e as folhas de orientação (note-se que estas folhas estão diferenciadas para cada variável, tal como se pode ver no anexo 16). Logo de seguida, fiz uma leitura, em conjunto com os alunos, da folha de orientação e perguntei se os alunos tinham dúvidas. Os alunos responderam que não e começaram a trabalhar.

Embora os alunos não tenham tido experiência a trabalhar com o Excel, foi necessário aplicar logo a atividade proposta, de forma tão orientada, devido ao fator tempo. Na última aula, distribuí uma folha A5 onde os alunos tinham de identificar quais as maiores dificuldades e o que gostaram mais ou menos, ou seja, tinham de dar a sua opinião acerca da aula de Excel (anexo 5).

## Capítulo 3 – Discussão dos resultados

Este capítulo apresenta a análise e a discussão dos resultados em quatro tópicos: conceitos estatísticos, representações tabelares, representações gráficas e medidas. Estes quatro tópicos foram construídos com base nos instrumentos de investigação, ou seja, nos testes realizados (pré-teste, teste, atividade de Excel e pós-teste) e na literatura anteriormente estudada, em que foram analisadas as maiores dificuldades dos professores e dos alunos, no processo de ensino e de aprendizagem. Em cada tópico, será feita uma descrição dos resultados que se obtiveram a partir da análise dos dados, nas duas turmas e nos quatro instrumentos de investigação. Para a turma 6.º E, serão apenas três instrumentos, pois esta turma, como já foi referido, não realizou as atividades de Excel. Para enfatizar cada resultado, serão demonstrados e interpretados excertos de alguns alunos, de alguns instrumentos, que sejam merecedores de destaque.

Posteriormente à descrição dos resultados, é feita uma descrição sucinta sobre as opiniões dos alunos quanto à aula de Excel. Por último, foi reservado um tópico para os alunos que mais se destacaram, tanto pela positiva, como pela negativa. Aqui, serão apresentadas as maiores evoluções ou regressões dos alunos, entre o pré-teste e o pós-teste.

### Subdomínios OTD

#### Conceitos estatísticos

Os conceitos estatísticos não foram abrangidos no pré-teste, nem no pós-teste, mas apenas no teste de avaliação. Desta forma, não é possível analisar qualquer evolução ou regressão. Ainda assim, algumas conclusões poderão ser analisadas. Os conceitos trabalhados no teste incidiram-se na identificação da população e da variável em estudo e na sua respetiva classificação.

**População.** Na turma do 6.º D, apenas sete alunos conseguiram identificar a população em estudo. Dos restantes alunos, seis erraram e três não responderam totalmente certo. Na turma do 6.º E, os alunos obtiveram melhores resultados. Dez alunos acertaram na identificação da população, dois alunos não acertaram totalmente e cinco não acertaram. Na tabela 3.1, podemos observar algumas diferenças e semelhanças nas respostas erradas e nas respostas que não estão totalmente certas.

Tabela 3.1 – Respostas das duas turmas, na identificação da população, no teste de avaliação

<i>Respostas obtidas</i>		<i>Alunos</i>	
		6.º D	6.º E
<i>Corretas</i>		7	10
<i>Parcialmente certas</i>	Confundiram a população com amostra	3	2
<i>Erradas</i>	Não responderam	4	2
	Resposta aleatória	1	2
	Confusão com a variável	1	1

Com esta tabela, entende-se que grande parte dos alunos, de ambas as turmas, não possuem o conhecimento sobre o conceito de população. Ainda assim, existem alunos que têm alguma noção do conceito de população, mas confundem-na com o conceito de amostra. Estes alunos identificam a população, em ambas as turmas, no teste de avaliação, como “120 alunos”, tal como se pode verificar na figura 3.1.

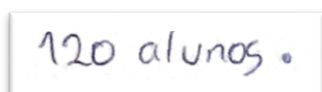


Figura 3.1 – Resposta à questão 17.1, de um aluno do 6.º E.

Os alunos que identificaram a população como um número ou como a variável, demonstram não ter qualquer conhecimento sobre este conceito.

**Variável.** No conceito de variável, trabalhado na questão 17.2, do teste de avaliação, os valores obtidos são muito similares, em relação às duas turmas. Na turma do 6.º D, nove alunos acertaram e sete erraram, enquanto na turma do 6.º E, nove acertaram, cinco erraram e outros três acertaram parcialmente. Na tabela 3.2 estão descritas as respostas dos alunos.

Tabela 3.2 – Respostas das duas turmas, na identificação da variável, no teste de avaliação

<i>Respostas obtidas</i>		<i>Alunos</i>	
		6.º D	6.º E
<i>Corretas</i>		9	9
<i>Parcialmente corretas</i>	Classificação da variável, em vez da identificação	0	1
	Concretização da variável	0	2
<i>Erradas</i>	Não responderam	5	4
	Resposta aleatória numérica	1	0
	Identificação da variável como “quantidade de idades”	1	0
	Confusão com população	0	1

Através desta tabela, conclui-se que grande parte alunos não entenderam o conceito de variável. Os alunos do 6.º E possuem mais conhecimento estatístico, em relação ao conceito de variável, embora não esteja totalmente estruturado. Os dois alunos do 6.º E que identificaram a variável como a sua concretização, tal como se pode verificar na figura 3.2, mostram algum conhecimento sobre este conceito, na medida que sabem que a variável do problema em questão é relativa às idades. Desta forma, estes alunos necessitam de revisar este conceito para que entendam que a variável é “qualquer característica de um indivíduo ou objeto à qual se possa atribuir um número ou uma categoria” (Martins, Moura & Mendes, 2007, p. 14) e não esses números ou categorias.

Figura 3.2. – Resposta à questão 17.2, de um aluno do 6.º E

**Classificação da variável.** Na resposta à questão 17.3., em que os alunos tinham de classificar a variável depois de a identificar, os resultados foram muito discrepantes, pois enquanto na turma de 6.º D apenas quatro alunos acertaram, na turma do 6.º E acertaram oito e um acertou parcialmente. Na tabela 3.3 podem-se verificar as respostas erradas e parcialmente certas.

Tabela 3.3 – Respostas das duas turmas, na classificação da variável

	<i>Respostas obtidas</i>	<i>Alunos</i>	
		6.º D	6.º E
<b><i>Corretas</i></b>		4	8
<b><i>Parcialmente corretas</i></b>	Identificação da variável, em vez da sua classificação	0	1
<b><i>Erradas</i></b>	Não responderam	10	5
	Resposta aleatória numérica	1	1
	Classificação da variável como “variável direta”.	0	1
	Identificação da moda	1	1

Neste caso, entende-se que a turma do 6.º E adquiriu muito mais conhecimento em relação ao conceito de variável, pois apesar de errarem na identificação da variável, quase tanto como a turma do 6.º D, conseguiram classificar a variável em estudo mais facilmente do que a outra turma. Quanto aos alunos que classificaram a variável como sendo a moda, permite-nos perceber que ambos os conceitos não estão compreendidos, existindo muita confusão entre eles. O aluno que classificou a variável como “variável direta”, transmite-

nos insuficiência total de conhecimento em relação ao conceito e à classificação de variáveis. Conclui-se, também, que apesar dos alunos apresentarem dificuldades em classificar as variáveis em estudo, estes possuem algum conhecimento em relação às duas classificações das variáveis possíveis, pois não se obteve nenhuma classificação como variável qualitativa.

### Síntese

Em síntese, como é possível observar na tabela 3.4, o 6.º E obteve, nos três conceitos, mais respostas corretas do que o 6.º D. Obtiveram, apenas, na identificação da variável, o mesmo número de respostas corretas, mas, em contrapartida, o 6.º D teve mais respostas erradas, pois três alunos do 6.º E acertaram parcialmente na identificação da variável. Existe maior discrepância de resultados na classificação da variável, embora os resultados tenham sido muito baixos no geral, ou seja, o número de respostas certas tenha sido mínimo.

Tabela 3.4 – Síntese dos resultados obtidos, nas duas turmas, em relação aos conceitos.

<i>Respostas</i>	<i>População</i>		<i>Variável</i>		<i>Classificação da variável</i>	
	<b>6.º D</b>	<b>6.º E</b>	<b>6.º D</b>	<b>6.º E</b>	<b>6.º D</b>	<b>6.º E</b>
<i>Corretas</i>	7	10	9	9	4	8
<i>Parcialmente corretas</i>	3	2	0	3	0	1
<i>Erradas</i>	6	5	7	5	12	8

Desta forma, pode-se afirmar que os alunos do 6.º E possuem mais conhecimento nos três conceitos trabalhados no teste de avaliação, em relação à turma do 6.º D. Ainda assim, todos os alunos necessitam de trabalhar mais estes conceitos, pois, embora tenham obtidos melhores resultados (mais respostas corretas), ainda existe alguma confusão entre eles.

### Representações tabelares

As representações tabelares foram trabalhadas apenas nos instrumentos de investigação construídos no âmbito deste estudo (pré-teste, pós-teste e aula com o software Excel). Desta forma, será realizada uma análise dos resultados obtidos em cada instrumento da investigação e, por fim, uma síntese. As representações tabelares trabalhadas incidiram na frequência absoluta e na frequência relativa, em ambos os testes.

## Pré-teste

**Frequência absoluta.** Os resultados da questão 1.1. do pré-teste, em ambas as turmas, foram muito similares. As duas turmas obtiveram o mesmo número de respostas certas e erradas (a turma do 6.º E teve uma resposta certa a mais, pois tem mais um aluno). Os resultados das tuas turmas podem ser observados na seguinte tabela 3.5.

Tabela 3.5 – Respostas obtidas na questão 1.1., do pré-teste, em relação à frequência absoluta.

	<i>Respostas obtidas</i>	<i>Alunos</i>	
		6.º D	6.º E
<i>Corretas</i>		14	15
<i>Parcialmente corretas</i>		0	0
<i>Erradas</i>	Não responderam	1	2
	Erro de contagem	1	0

Desta forma, entende-se que ambas as turmas possuíam, no momento em que foi aplicado o pré-teste, o mesmo conhecimento estatístico sobre a frequência absoluta.

**Frequência relativa.** Na questão seguinte, 1.2. do pré-teste, cujo objetivo era calcular a frequência relativa, os resultados foram distintos dos anteriores, especialmente ao número de respostas corretas. Grande parte dos alunos sabia como calcular a frequência relativa, mas não concretizou o exercício. As respostas erradas foram mínimas, em ambas as turmas, tal como se pode observar na tabela 3.6.

Tabela 3.6 – Respostas obtidas na questão 1.1. do pré-teste, em relação à frequência relativa.

	<i>Respostas obtidas</i>	<i>Alunos</i>	
		6.º D	6.º E
<i>Corretas</i>		3	5
<i>Parcialmente corretas</i>	Identificaram-na, mas não calcularam	10	10
	Calcularam a frequência relativa em %	1	0
<i>Erradas</i>	Não responderam	1	2
	Como errou no cálculo da frequência absoluta, errou, também, no cálculo da frequência relativa	1	0

Uma das respostas parcialmente corretas, tal como referido na tabela, está relacionada com a frequência relativa em percentagem. Tal como demonstrado na figura 3.3, este aluno identificou a frequência relativa como quociente entre a frequência absoluta e o número total de dados, que está correto, mas registou os quocientes em percentagem. Desta forma, entende-se que este aluno possui conhecimento nesta representação tabular,



pois sabe a fórmula, mas carece de compreensão sobre o cálculo da frequência relativa em percentagem, visto que necessita de multiplicar por 100% o quociente obtido através da fórmula.

Nº de vezes que comem legumes durante a semana	Frequência absoluta	Frequência relativa
0	3	$\frac{3}{20} \approx 15\%$
1	4	$\frac{4}{20} = 20\%$
2	5	$\frac{5}{20} = 25\%$
3	4	$\frac{4}{20} = 20\%$
4	2	$\frac{2}{20} = 10\%$
5	1	$\frac{1}{20} = 5\%$
Total	20	$\frac{20}{20} = 100\%$

Figura 3.3 – Resposta parcialmente correta sobre a frequência relativa, no pré-teste.

Na questão 1.3., também sobre a frequência relativa, os resultados foram mais discrepantes em relação aos resultados das questões anteriores. Apenas acertaram dois anos do 6.º D e quatro alunos do 6.º E. A tabela 3.7 dá-nos a perceção dos resultados obtidos nesta questão.

Tabela 3.7 – Respostas obtidas na questão 1.3. do pré-teste, em relação à frequência relativa

	<i>Respostas obtidas</i>	<i>Alunos</i>	
		6.º D	6.º E
<b>Corretas</b>		2	4
<b>Parcialmente corretas</b>	Acertou na resposta, mas não calculou	1	0
	Acertou na resposta, mas calculou erradamente	0	1
<b>Erradas</b>	Não responderam	9	9
	Não calculou e errou a resposta	4	2
	Calculou erradamente	0	1

Esta questão, relacionada com percentagens, obteve piores resultados do que a questão anterior, embora sejam ambas relacionadas com a frequência relativa. A maioria dos alunos não responderam ou responderam aleatoriamente, sem demonstrar cálculos alguns. Na turma do 6.º E, dois alunos tentaram responder à questão, mas erraram nos cálculos, tal como se observa nas figuras 3.4 e 3.5.

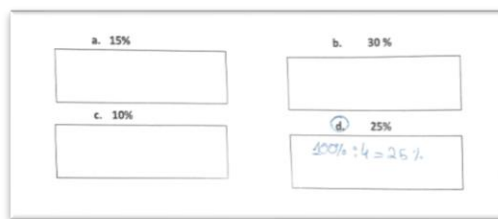


Figura 3.4 – Resposta e cálculo errado à questão 1.3.

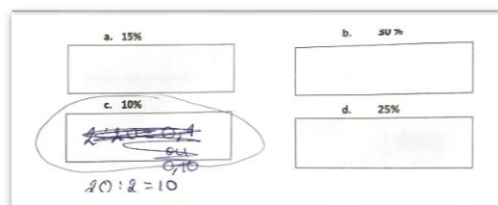


Figura 3.5 – Resposta certa e cálculo errado à questão 1.3.

Na figura 3.4, o aluno dividiu 100% em quatro partes, para dar esses 25%, e na figura 3.5 o aluno trocou a fórmula, dividindo o número de alunos pela frequência relativa, pensando que esse quociente seria a percentagem. Este aluno demonstra algum conhecimento, pois, embora tenha trocado, entende que a percentagem é calculada através do quociente entre a frequência absoluta e o número total de alunos. Entende-se, assim, que grande parte dos alunos não possuem conhecimento em relação às percentagens e não as associam à frequência relativa.

Dos alunos que acertaram, grande parte respondeu com base na frequência relativa calculada na questão 1.1. Tal como mostra a figura 3.6, os alunos dividiram a frequência absoluta dos alunos que comem legumes quatro vezes por semana por o número total de alunos e multiplicaram esse quociente por 100%.

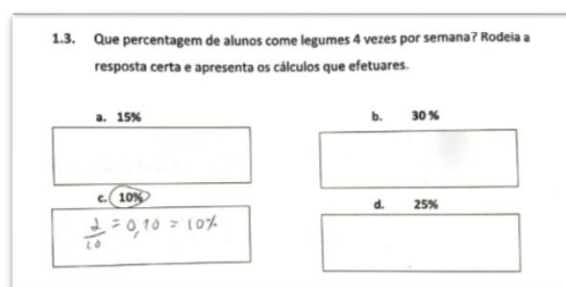


Figura 3.6 – Resposta correta à questão 1.3.

### Excel

Na atividade de Excel, as duas representações tabelares trabalhadas foram completadas. Os alunos conseguiram escrever os dados, organizá-los e calcular a frequência absoluta e a frequência relativa.

## Pós-teste

**Frequência absoluta.** Na frequência absoluta trabalhada na questão 1.1., obtiveram-se resultados bastante positivos, na medida que não houve respostas erradas em ambas as turmas. Apenas no 6.º E, um aluno não completou a tabela. Desta forma, houve, nas duas turmas, 16 respostas corretas e no 6.º E apenas uma resposta parcialmente correta, referente ao aluno que não completou a tabela.

**Frequência relativa.** Na primeira questão de frequência relativa (1.1.), os resultados da turma do 6.º D foram melhores do que os da turma 6.º E. Houveram ainda alguns alunos a não concretizar os exercícios e apenas um aluno não respondeu. Os resultados podem ser observados na tabela 3.8.

Tabela 3.8 – Resultados da questão 1.1, sobre frequência relativa, no pós-teste

	<i>Respostas obtidas</i>	<i>Alunos</i>	
		6.º D	6.º E
<b><i>Corretas</i></b>		9	5
<b><i>Parcialmente corretas</i></b>	Identificaram-na, mas não a calcularam	6	11
	Incompleto	0	1
<b><i>Erradas</i></b>	Não responderam	1	0

A questão 1.3., onde os alunos tinham de calcular a percentagem dos alunos que vão cinco vezes ao shopping por semana, teve algum sucesso, na medida que estes alunos possuem algum conhecimento sobre a frequência relativa. Os resultados estão demonstrados na tabela 3.9.

Tabela 3.9 – Resposta à questão 1.3., relacionada com a frequência relativa, no pós-teste

	<i>Respostas obtidas</i>	<i>Alunos</i>	
		6.º D	6.º E
<b><i>Corretas</i></b>		6	8
<b><i>Parcialmente corretas</i></b>	Acertaram na resposta, mas não calcularam	0	2
	Acertaram na resposta, mas calcularam erradamente	0	1
	Erraram a resposta, mas o cálculo está correto	2	1
<b><i>Erradas</i></b>	Não responderam	2	5
	Não calcularam e erraram a resposta	6	0

Como se pode observar, vários alunos acertaram na resposta e outros não acertaram na totalidade, e um dos alunos, embora tenha errado, acertou nos cálculos. Este aluno

respondeu à questão como se o enunciado pedisse a frequência absoluta de cada percentagem, tal como se pode observar na figura 3.7.

1.3. Que percentagem de alunos que prefere Ginástica? Rodeia a resposta certa e apresenta os cálculos que efetuares.

15% de 20 =  $15 \times 0,20$   
 30% de 20 =  $30 \times 0,20$   
 20% de 20 =  $20 \times 0,20$   
 25% de 20 =  $25 \times 0,20 =$

a. 15%

b. 30%

c. 20%

d. 25%

Figura 3.7 – Resposta parcialmente correta à 1.3.

Este aluno demonstra algum raciocínio, embora esteja muito confuso quanto ao cálculo de percentagens e não tenha lido o enunciado. O aluno calculou a frequência absoluta através das percentagens dadas para opção e multiplicou-as por 20%, ou seja, pelo número total de alunos, que assumiu como 20%.

A figura 3.8 demonstra a resposta de um aluno que sabe calcular a percentagem, mas que se enganou nos dados.

1.3. Que percentagem de alunos que prefere Ginástica? Rodeia a resposta certa e apresenta os cálculos que efetuares.

a. 15%

b. 30%

c. 20%

d. 25%

$\frac{5}{20} = 0,25 = 25\%$

Figura 3.8 – Resposta parcialmente correta à questão 1.3.

Tal como se observa na imagem, a aluna sabe que a percentagem é calculável através do quociente entre a frequência absoluta do dado em questão (que foi o seu erro) e o número total de alunos e, posteriormente, do produto por 100%. Na figura 3.9, observa-se uma resposta correta através de um cálculo errado.

1.3. Que percentagem de alunos que prefere Ginástica? Rodeia a resposta certa e apresenta os cálculos que efetuares.

a. 15%

b. 30%

c. 20%

d. 25%

$20 : 4 = 5 = 25$   
 $25 : 5 = 5$

$20 : 4 = 5$   
 $25 : 5 = 5$

Figura 3.9 – Resposta parcialmente correta à questão 1.3.



como o quociente entre a frequência absoluta e o número total de dados, mas não o calculam. A questão 1.3. foi a que obteve piores resultados, em ambas as turmas, pois grande parte dos alunos falhou ou esteve perto de acertar. Isto revela que a frequência relativa, quando em porcentagem, não está claramente compreendida, sendo necessário trabalhar a sua interpretação. Estes resultados estão resumidos na tabela 3.11.

Tabela 3.11 – Resultados do pós-teste sobre representações tabelares

<i>Respostas</i>	<i>Frequência absoluta</i>		<i>Frequência relativa</i>			
			Questão 1.1.		Questão 1.3.	
	6.º D	6.º E	6.º D	6.º E	6.º D	6.º E
<i>Corretas</i>	16	16	9	5	6	8
<i>Parcialmente corretas</i>	0	1	6	12	2	4
<i>Erradas</i>	0	0	1	0	8	5

A tabela 3.12 exibe os resultados obtidos em ambos os momentos da investigação, nas duas turmas e nas duas representações trabalhadas.

Tabela 3.12 – Resultados de as representações tabelares, nos dois momentos de investigação

	<i>Frequência absoluta</i>				<i>Frequência relativa</i>							
					Freq. Relativa na tabela (1.1.)				Freq. Relativa em % (1.3.)			
	6.º D		6.º E		6.º D		6.º E		6.º D		6.º E	
	Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste
<i>Corretas</i>	14	16	15	16	3	9	5	5	2	6	4	8
<i>Parcialmente corretas</i>	0	0	0	1	11	6	10	12	1	2	1	4
<i>Erradas</i>	2	0	2	0	2	1	2	0	13	8	12	5

Desta forma, conclui-se que houve uma evolução do pré-teste até ao pós-teste, em ambas as turmas, visto que os números de respostas corretas aumentaram. Estes alunos possuem mais conhecimento estatístico em relação ao momento inicial, em que realizaram o pré-teste. Apesar desta evolução, os alunos ainda necessitam de trabalhar a frequência relativa, pois foi na representação tabelar em que houve mais respostas parcialmente corretas e incorretas. Os alunos possuem algum conhecimento sobre isso, mas necessitam

de o estruturar e de o aumentar. Os futuros professores de matemática deverão rever estes conteúdos, para que os alunos consigam entender as representações e não carecerem de conhecimento para os conteúdos futuros que irão aprender.

### Representações gráficas

As representações gráficas foram trabalhadas nos quatro momentos da investigação (pré-teste, teste, Excel e pós-teste). Foram desenvolvidos os gráficos de barras, o gráfico circular e o histograma, embora no teste de avaliação tenha sido apenas trabalhado o gráfico circular. Será feito, novamente, uma análise dos resultados cada representação, em cada momento da investigação e, por fim, uma síntese, de modo a analisar possíveis evoluções ou, até, regressões.

#### Pré-teste

**Gráfico de barras.** Os resultados dos exercícios, em que foram trabalhados os gráficos de barras, foram positivos, no sentido que grande parte dos alunos acertou as respostas. Foram analisadas as respostas de três questões (2.1., 2.3., 2.4.) e os respectivos resultados foram equivalentes nas duas turmas, tal como se pode ver nas tabelas 3.13, 3.14 e 3.15.

Tabela 3.13 – Respostas à questão 2.1., sobre os gráficos de barras, no pré-teste.

	<i>Respostas obtidas</i>	<i>Alunos</i>	
		6.º D	6.º E
<i>Corretas</i>		13	13
<i>Parcialmente corretas</i>	Erro mínimo de contagem	0	1
<i>Erradas</i>	Não responderam	1	0
	Erro de contagem discrepante	2	3

Como se pode observar na tabela anterior, as duas turmas obtiveram resultados muito similares, na questão 2.1. O aluno do 6.º E não acertou totalmente na resposta porque contou um elemento a mais, demonstrando que tem conhecimento sobre o gráfico. Os alunos que erraram por contagens discrepantes, não demonstram qualquer tipo de conhecimento, pois as suas respostas são aleatórias e incoerentes, já que assumiram que o número total de alunos eram o total de elementos apresentados no eixo, tal como se observa na figura 3.11.

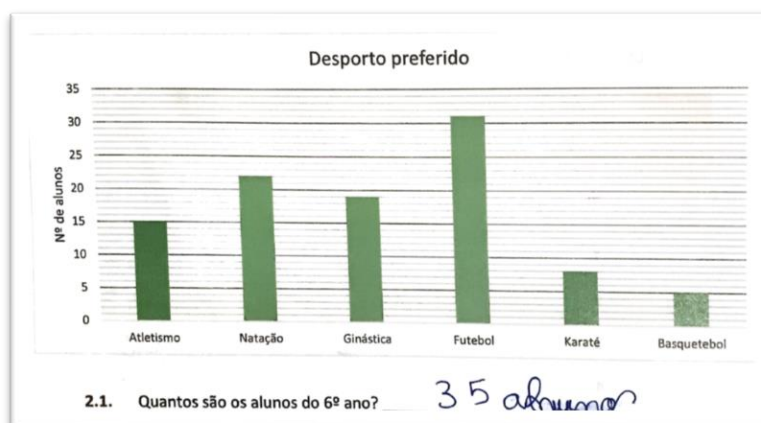


Figura 3.11 – Resposta de um aluno à questão 2.1., do pré-teste.

Tabela 3.14 – Respostas à questão 2.3., sobre os gráficos de barras, no pré-teste

	<i>Respostas obtidas</i>	<i>Alunos</i>	
		6.º D	6.º E
<i>Corretas</i>		10	15
<i>Parcialmente corretas</i>	Erro mínimo de contagem	1	0
<i>Erradas</i>	Não responderam	1	1
	Erro de contagem discrepante	4	1

Quanto à questão 2.3, os resultados foram um pouco mais distintos do que na questão anterior. Muitos alunos responderam erradamente, pois não realizaram a contagem dos alunos que preferiam natação, na totalidade. Tal como é visível na figura 3.12, um aluno contabilizou o número de alunos que preferem natação, na totalidade, não tendo percebido o enunciado.

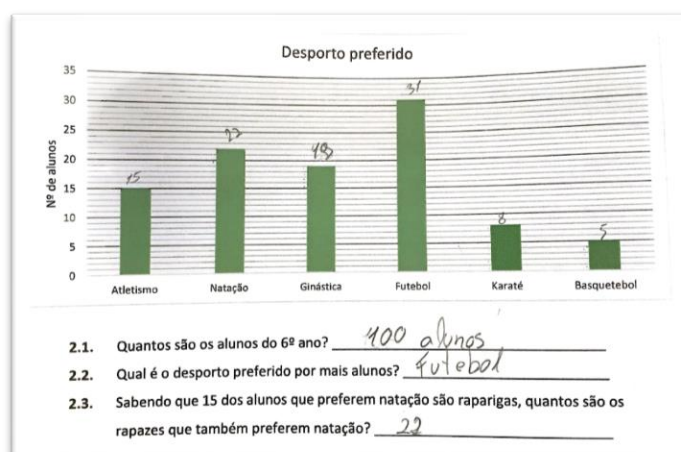


Figura 3.12 – Resposta errada de um aluno à questão 2.3., do pré-teste



Considerarei, também, como resposta parcialmente correta, o aluno que respondeu 6 rapazes, em vez de 7.

Tabela 3.15 – Respostas à questão 2.4., sobre os gráficos de barras, no pré-teste

	<i>Respostas obtidas</i>	<i>Alunos</i>	
		6.º D	6.º E
<i>Corretas</i>		5	8
<i>Parcialmente corretas</i>	Referem o nº de alunos, em vez da sua percentagem	1	1
<i>Erradas</i>	Não responderam	9	8
	Resposta errada	1	0

Embora a questão 2.4. tenha o objetivo de trabalhar as percentagens, considerou-se como uma questão sobre representações gráficas, pois exige a interpretação do gráfico de barras. Os resultados também foram similares nesta questão. Grande parte dos alunos que acertaram, dividiram o número de alunos que gostam de atletismo, pelo número total de alunos. Tal como mostra figura 3.13, um aluno observou que como o número total de alunos é 100, que corresponde a 100% dos dados, 1 aluno é 1%. Desta forma, se 1% é um aluno, então 15 alunos são 15%. Este raciocínio realizado por este aluno, demonstra um raciocínio indutivo, pois “a indução inicia-se muitas vezes através da observação, a partir da qual se desenvolvem conjecturas a testar posteriormente (...) e que ocorrem frequentemente durante a resolução de problemas matemáticos, nomeadamente a generalização, a especialização e a analogia” (Pólya, 1954, referido por Ponte, Mata-Pereira e Henriques, 2012).

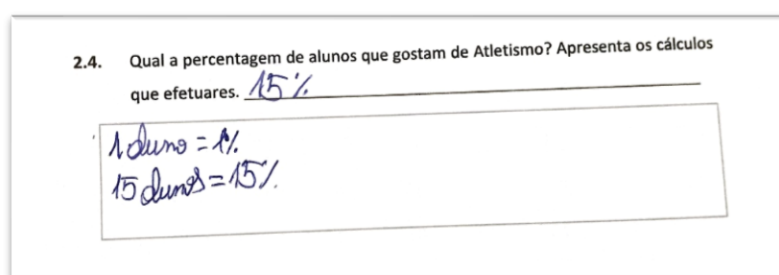


Figura 3.13 – Resposta correta de um aluno, do 6.º D, à questão 2.4., do pré-teste

Quanto às respostas parcialmente corretas, dois alunos, um de cada turma, não concluíram o exercício, mas identificaram o número de alunos que gostam de atletismo, ou seja, conseguem perceber que está interligado. A resposta aleatória considerada errada, está representada na figura 3.14, em que o aluno identificou a frequência relativa, mas calcula-a erradamente, sem apresentar qualquer entendimento do assunto.

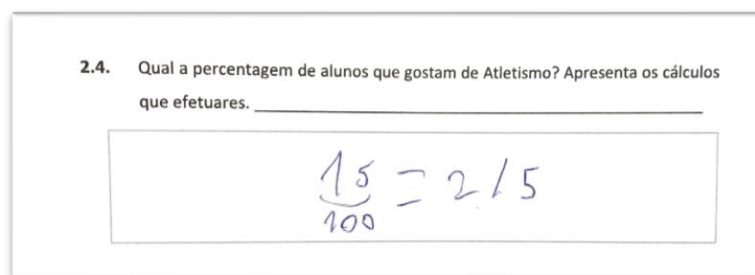


Figura 3.14 – Resposta errada de um aluno, do 6.º D, à questão 2.4., do pré-teste

**Gráfico circular.** O gráfico circular foi trabalhado em duas questões, no pré-teste, nomeadamente a questão 3.1. e a 3.3. Em ambas as turmas, a questão 3.1. foi a que teve melhores resultados. Na tabela 3.16, pode se verificar os resultados à primeira questão.

Tabela 3.16 – Respostas à questão 3.1., sobre o gráfico circular, no pré-teste

	<i>Respostas obtidas</i>	<i>Alunos</i>	
		6.º D	6.º E
<i>Corretas</i>		13	16
<i>Parcialmente corretas</i>	Erro mínimo de contagem	0	0
<i>Erradas</i>	Não responderam	2	0
	Erro de contagem discrepante	1	1

Entende-se, através da tabela, que os alunos conseguiram interpretar o gráfico circular apresentado. Os alunos que erraram realizaram a contagem de modo errado e apenas dois alunos do 6.º D não responderam.

Quanto à questão 3.3., os resultados foram distintos, como se pode observar na tabela 3.17.

Tabela 3.17 – Respostas à questão 3.3., sobre o gráfico circular, no pré-teste

	<i>Respostas obtidas</i>	<i>Alunos</i>	
		6.º D	6.º E
<i>Corretas</i>		2	6
<i>Parcialmente corretas</i>	Referem o nº de alunos, em vez da sua percentagem	0	3
	Erro mínimo de contagem	1	0
<i>Erradas</i>	Não responderam	12	8
	Cálculo errado	1	0

Como se pode observar, os alunos mal responderam. Novamente, esta questão estava relacionada com as percentagens, mas exigia a interpretação do gráfico circular. Foram consideradas respostas parcialmente corretas aquelas que referiram o número de alunos

que gostam do Benfica, em vez da sua percentagem, tal como se pode observar na figura 3.15, pois, considera-se a hipótese de terem lido mal o enunciado ou, então, não terem concluído o exercício.

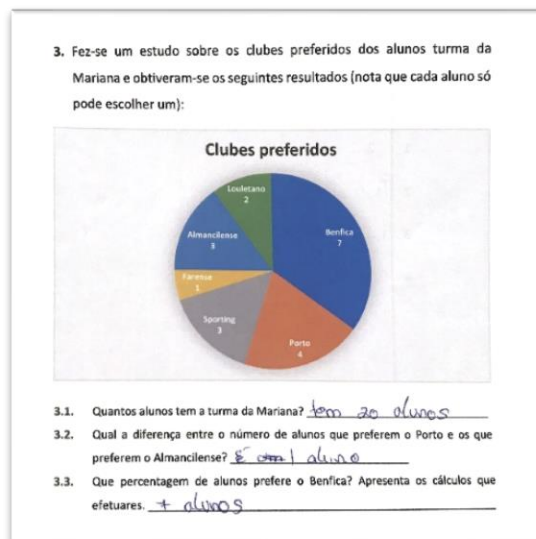


Figura 3.15 – Resposta parcialmente correta, de um aluno do 6.º E, na questão 3.3. do pré-teste

Também se considerou o aluno que errou minimamente na resposta (figura 3.16), como parcialmente correta, pois calcula-se que se tenha enganado nos dados.

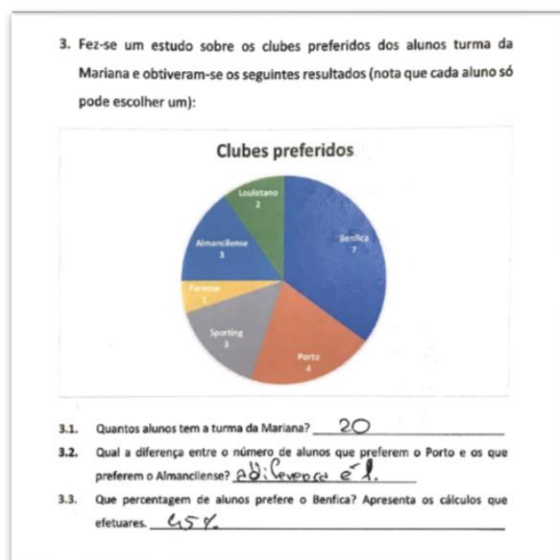
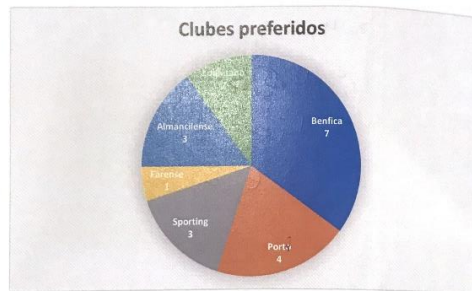


Figura 3.16 - Resposta parcialmente correta, de um aluno do 6.º D, na questão 3.3. do pré-teste

Os alunos que acertaram, ou responderam sem apresentar cálculos, ou então calcularam o quociente entre a frequência absoluta dos dados e o número total de dados e multiplicaram-no por 100% (figura 3.17).

3. Fez-se um estudo sobre os clubes preferidos dos alunos turma da Mariana e obtiveram-se os seguintes resultados (nota que cada aluno só pode escolher um):



- 3.1. Quantos alunos tem a turma da Mariana? 20
- 3.2. Qual a diferença entre o número de alunos que preferem o Porto e os que preferem o Almancilense? É 1
- 3.3. Que percentagem de alunos prefere o Benfica? Apresenta os cálculos que efetuares.  $\frac{7}{20} = \frac{35}{100} = 35\%$

Figura 3.17 - Resposta correta, de um aluno do 6.º E, na questão 3.3. do pré-teste

**Histograma.** Nesta representação gráfica, os resultados foram mais equilibrados entre as duas turmas. Os resultados da primeira questão estão dispostos na tabela 3.18.

Tabela 3.18 – Respostas à questão 4.1., sobre o histograma, no pré-teste

	<i>Respostas obtidas</i>	<i>Alunos</i>	
		6.º D	6.º E
<i>Corretas</i>		8	8
<i>Parcialmente corretas</i>	Incompleto	3	4
<i>Erradas</i>	Não responderam	5	5

Como se pode perceber através desta tabela, ambas as turmas obtiveram os mesmos resultados, resolvendo o digrama pedido, sem qualquer dificuldade. Pode-se, também, observar, que como era um exercício longo, que exigia a leitura de dados semelhantes, muitos alunos não o concluíram.

Na tabela 3.19, estão apresentados os resultados à questão seguinte, onde tinham de identificar o máximo e o mínimo, sem lidarem com esta terminologia.

Tabela 3.19 – Respostas à questão 4.2., sobre o histograma, no pré-teste

	<i>Respostas obtidas</i>	<i>Alunos</i>	
		6.º D	6.º E
<i>Corretas</i>		11	14
<i>Parcialmente corretas</i>	Acertou com base no que concluiu	1	0
<i>Erradas</i>	Não responderam	4	1
	Resposta totalmente errada	0	2

Neste exercício, onde os alunos teriam de identificar o máximo e o mínimo (embora não tenham sido intitulados dessa forma), grande parte acertou na resposta. Um aluno do 6.º D não completou o diagrama na resposta anterior e identificou o máximo e o mínimo dos dados que introduziu no exercício. Assim, considera-se que este aluno sabe identificar o máximo e o mínimo e, desta forma, a sua resposta não foi considerada errada. Os alunos que erraram totalmente a resposta, do 6.º E, não identificaram acertadamente o máximo, pois não analisaram corretamente o gráfico. Estes alunos não concluíram o digrama e não identificaram o máximo e o mínimo, nem com base no que fizeram, nem com os dados do exercício.

### Teste

**Gráfico circular.** O teste de avaliação exigia que os alunos interpretassem o gráfico circular apresentado, na questão 17.4. Os resultados dessa questão estão apresentados na tabela 3.20.

Tabela 3.20 – Respostas à questão 17.4., sobre os gráficos circular, no teste

	<i>Respostas obtidas</i>	<i>Alunos</i>	
		6.º D	6.º E
<i>Corretas</i>		5	2
<i>Parcialmente corretas</i>	Incompleto	0	1
	Inferiu, mas erradamente	1	1
<i>Erradas</i>	Não responderam	10	7
	Não apresenta cálculos	0	3
	Errou os cálculos	0	1
	Apresentou a percentagem de cada dado e errou	0	2

Como se pode observar, obtiveram-se resultados negativos nesta questão. Grande parte não acertou, pois não respondeu ou calculou erradamente. Um exemplo de uma das respostas incorretas está visível na figura 3.18, em que este aluno somou os 30 alunos (que corresponde aos alunos com 13 anos) com 12, e subtraiu o resultado ao número total de alunos. Este aluno considerou que a faixa etária dos 14 anos seria a maior, portanto retirou 42 alunos (correspondentes à soma anterior) à totalidade, sendo os que sobrassem, a resposta.

$$30 + 12 = 42 \quad 120 - 42 = 78$$

78 alunos têm 14 anos.

Figura 3.18 - Resposta errada, de um aluno do 6.º E, na questão 17.4. do teste

Também houveram alunos que, em vez de descobrir o número de alunos com 14 anos, descobriram os graus de cada setor e, posteriormente, a percentagem, que, eventualmente, bem calculada, poderia ser útil para descobrir a resposta certa, tal como se pode observar na figura 3.19. Esta resposta está incompleta e errada.

$$12 -$$

$$13 - 90^\circ = 25\%$$

$$14 - 130^\circ =$$

$$15 - 67^\circ = 20\%$$

$$16 -$$

Figura 3.19 - Resposta errada, de um aluno do 6.º E, na questão 17.4. do teste.

Na figura 3.20, está exemplificada uma resposta parcialmente correta. Este aluno fez algumas inferências, embora não tenham sido úteis para descobrir a resposta. Percebe-se que este aluno leu o enunciado atentamente e percebeu as relações descritas.

Alunos = Alunos de 12 anos = Alunos 16 anos

$$13 \text{ anos} \quad \text{Alunos de 16 anos} \quad 30 \times 3 = 90$$

$$30 : 2 = 15 \quad 120 - 90 = 30$$

$$30 + 15 = 45$$

Figura 3.20 - Resposta parcialmente correta, de um aluno do 6.º E, na questão 17.4. do teste

Quanto às respostas corretas, grande parte dos alunos não apresentou cálculos. Apenas dois (um de cada turma) os apresentaram e acertaram. Estes alunos calcularam o número de alunos de cada idade através das percentagens e de regras de três simples (ver figura 3.21).

$$15 = 20\% = 24 \text{ alunos} \quad 20 - 100 = \frac{120 \times 20}{100} = 24$$

$$12 \times 16 = 10\% = 12 \text{ alunos} \quad 120 - 100 = \frac{120 \times 10}{100} = 12$$

$$13 = 25\% = 30 - x \quad \frac{100 \times 25}{120} = 25\%$$

Figura 3.21 - Resposta correta, de um aluno do 6.º D, na questão 17.4. do teste

### Excel

A única representação gráfica trabalhada no programa Excel foram os gráficos de barras. Apesar de cada aluno ter todos os gráficos como opção, a turma toda escolheu o gráfico de barras para representar os dados. Apenas um grupo não conseguiu terminar a tarefa e

não incluiu nenhum gráfico.

### Pós-teste

**Gráfico de barras.** As questões 2.1., 2.3. e 2.4. têm como objetivo principal, trabalhar os gráficos de barras e a sua interpretação. Na primeira e a segunda questão (2.1. e 2.3.) obtiveram-se bons resultados, ao contrário da última questão. Na questão 2.1. um aluno do 6.º D errou a contagem do número total de dados por um valor e não se entende bem a resposta de dois alunos, devido à letra (tabela 3.21).

Tabela 3.21 – Respostas à questão 2.1., sobre o gráfico de barras, no pós-teste

	<i>Respostas obtidas</i>	<i>Alunos</i>	
		6.º D	6.º E
<i>Corretas</i>		12	10
<i>Parcialmente corretas</i>	Erro mínimo de contagem	1	0
	Não se entende bem a resposta	0	2
<i>Erradas</i>	Não responderam	2	0
	Erro discrepante de contagem	1	5

Na questão 2.2., grande parte dos alunos acertaram e outros não responderam. No 6.º D foram apenas quatro alunos que não responderam, enquanto no 6.º E foram sete.

Na questão 2.4., relacionadas com percentagem, os resultados já foram diferentes, como se observa na tabela 3.22.

Tabela 3.22 – Respostas à questão 2.4., sobre o gráfico de barras, no pós-teste

	<i>Respostas obtidas</i>	<i>Alunos</i>	
		6.º D	6.º E
<i>Erradas</i>	Não responderam	9	12
	Erro no cálculo	3	1
<i>Parcialmente corretas</i>	Erro mínimo de contagem	0	1
	Dados errados, mas cálculo certos	0	1
<i>Corretas</i>		4	2

Um aluno do 6.º E calculou a percentagem dos alunos que iam cinco vezes ao shopping, mas como respondeu incorretamente ao número total de alunos, respondeu, também, a esta questão, tal como se pode observar na figura 3.22. Ainda assim, este aluno demonstra conhecimento sobre o cálculo de percentagens a partir de um gráfico de barras, embora

tenha inserido os dados incorretamente. Desta forma, foi considerada uma resposta parcialmente correta.

5 vezes ao shopping       $\frac{5}{29} = 0,17 \times 100 = 17\%$

R: A porcentagem é 17%.

Figura 3.22 - Resposta parcialmente correta, de um aluno do 6.º D, na questão 2.4. do pós-teste.

**Gráfico circular.** Foram reservadas duas questões para trabalhar o gráfico circular, no pós-teste (3.1. e 3.3.). Os resultados a cada uma das questões estão resumidos nas tabelas 3.23 e 3.24.

Tabela 3.23 – Respostas à questão 3.1., sobre o gráfico circular, no pós-teste

	<i>Respostas obtidas</i>	<i>Alunos</i>	
		6.º D	6.º E
<i>Corretas</i>		13	16
<i>Parcialmente corretas</i>	Erro mínimo de contagem	1	0
<i>Erradas</i>	Não responderam	2	1

Os resultados foram bastante positivos, pois todos os alunos conseguiram perceber e realizar a contagem de alunos. Na questão 3.3., que envolve percentagens, os resultados já não foram tão bons.

Tabela 3.24 – Respostas à questão 3.3., sobre o gráfico circular, no pós-teste

	<i>Respostas obtidas</i>	<i>Alunos</i>	
		6.º D	6.º E
<i>Corretas</i>		4	8
<i>Parcialmente corretas</i>	Erro de contagem	3	1
	Inferência errada	0	1
<i>Erradas</i>	Não responderam	8	6
	Cálculo errado	1	1

Nesta questão, os resultados foram muito similares entre as duas turmas. A maioria dos alunos que respondeu corretamente calculou o quociente entre o número de alunos que preferem vermelho e o número total de alunos e multiplicou-o por 100%. Dois alunos, cujas respostas foram consideradas parcialmente corretas, calcularam esse quociente e



multiplicaram por 10%, em vez de 100%. Um aluno respondeu com base numa inferência incorreta, pois considerou que o azul (90°) seria metade do gráfico, em vez de um quarto e a partir daí, respondeu, tal como se pode ver na figura 3.23. Apesar da inferência estar errada, o aluno tentou raciocinar e, para tal, necessita de possuir algum conhecimento sobre o gráfico.

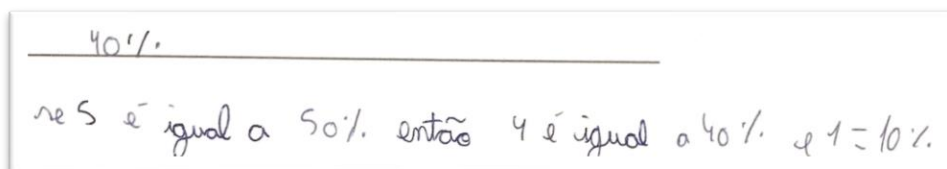


Figura 3.23 - Resposta parcialmente correta, de um aluno do 6.º D, na questão 17.4. do pós-teste

**Histograma.** Relacionado com este tipo de representação gráfica, estão duas questões do pós-teste (4.1. e 4.2.). Os resultados das duas questões, para as duas turmas foram similares e positivas, tal como se verificam nas tabelas 3.25 e 3.26.

Tabela 3.25 – Respostas à questão 4.1., sobre o histograma, no pós-teste

	<i>Respostas obtidas</i>	<i>Alunos</i>	
		6.º D	6.º E
<i>Corretas</i>		14	13
<i>Parcialmente corretas</i>	Incompleto	0	3
<i>Erradas</i>	Não responderam	2	1

Tabela 3.26 – Respostas à questão 4.2., sobre o histograma, no pós-teste

	<i>Respostas obtidas</i>	<i>Alunos</i>	
		6.º D	6.º E
<i>Corretas</i>		13	15
<i>Parcialmente corretas</i>	Incompleto por não terminar o gráfico	0	1
<i>Erradas</i>	Não responderam	3	1

Como se pode ver, os resultados foram bons, na medida que houve muitas respostas corretas e poucas parcialmente corretas ou erradas. Foi considerada uma resposta parcialmente correta, ao aluno que respondeu com base no que realizou na questão anterior, pois, como não completou o gráfico anterior, identificou o máximo e o mínimo dos dados que inseriu no histograma.

## Síntese

Em síntese, sendo que o gráfico circular foi o único que foi trabalhado nos três momentos de investigação, construiu-se a tabela 3.27, de modo a verificar se existiu alguma evolução ao longo do tempo, em termos de conhecimento estatístico. Também as tabelas 3.28 e 3.29, permitem perceber os resultados de cada representação gráfica restante (histograma e gráfico de barra), entre o pré-teste e o pós-teste.

Tabela 3.27 – Resultados das questões do gráfico circular, nos três momentos de investigação

	<b>Questão 3.1.</b>				<b>Questão 17.4.</b>		<b>Questão 3.3.</b>			
	6.º D		6.º E		6.º D	6.º E	6.º D		6.º E	
	Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste	Teste	Teste	Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste
<b>Corretas</b>	13	13	16	16	5	2	2	5	6	8
<b>Parcialmente corretas</b>	0	1	0	0	1	2	1	3	3	2
<b>Erradas</b>	3	2	1	1	10	13	13	7	8	7

Os resultados referentes ao gráfico circular foram os mais distintos. Consegue-se perceber que existe uma ligeira evolução, principalmente nas respostas erradas que diminuíram. A questão 3.1. manteve-se com os mesmos resultados e as restantes questões aumentaram as respostas corretas, dando a entender que os alunos aumentaram, ligeiramente, o conhecimento em relação ao gráfico circular.

Tabela 3.28 – Resultados das questões do gráfico de barras, nos dois momentos de investigação.

	<b>Questão 2.1.</b>				<b>Questão 2.2.</b>				<b>Questão 2.4.</b>			
	6.º D		6.º E		6.º D		6.º E		6.º D		6.º E	
	Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste
<b>Corretas</b>	13	12	13	10	10	12	15	10	5	4	8	2
<b>Parcialmente corretas</b>	0	1	1	2	1	0	0	0	1	0	1	2
<b>Erradas</b>	3	3	3	5	5	4	2	7	10	12	8	13

Com esta tabela, percebemos que, em certa parte, as respostas erradas relativas ao gráfico de barras, aumentaram ligeiramente, embora tenha sido pelo aumento de respostas nulas. Também diminuiu, ligeiramente, o número de respostas corretas.

Tabela 3.29 – Resultados das questões do histograma, nos dois momentos de investigação

	<i>Questão 4.1.</i>				<i>Questão 4.2.</i>			
	6.º D		6.º E		6.º D		6.º E	
	Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste
<i>Corretas</i>	8	14	8	13	11	13	14	15
<i>Parcialmente corretas</i>	3	0	4	3	1	0	0	1
<i>Erradas</i>	5	2	5	1	4	3	3	1

A partir desta tabela, entende-se que os alunos de ambas as turmas evoluíram bastante desde o pré-teste até ao pós-teste, em relação ao histograma. Os números de respostas aumentaram, as parcialmente corretas diminuíram e as erradas também.

### **Medidas**

As medidas foram trabalhadas nos quatro momentos de investigação (pré-teste, teste, Excel, pós-teste). No pré-teste foram construídas duas questões sobre a moda e duas sobre a amplitude. Já no teste foram trabalhadas a moda, a média e a amplitude, havendo uma questão para cada, assim como na atividade de Excel. Por último, os alunos responderam a quatro questões, duas sobre a moda e duas sobre a amplitude. Os resultados a estas questões estão representados nos pontos seguintes.

#### **Pré-teste**

**Moda.** Tal como referido anteriormente, foram construídas duas questões distintas em que os alunos tinham de responder sobre a moda dos dados da questão. A primeira questão foi a 1.2. e obteve bons resultados, embora a questão 2.2. tenha superado a anterior. A tabela 3.30 permite visualizar os resultados de ambas as questões.

Tabela 3.30 – Respostas à questão 1.2. e 2.2., sobre a moda, no pré-teste

	<i>Respostas obtidas</i>	<i>Questão 1.2.</i>		<i>Questão 2.2.</i>	
		6.º D	6.º E	6.º D	6.º E
<i>Corretas</i>		10	10	16	17
<i>Parcialmente corretas</i>	Colocou a frequência absoluta maior, em vez o dado dessa frequência	0	2	0	0
<i>Erradas</i>	Não responderam	3	1	0	0
	Número errado	3	4	0	0

Como se pode observar na tabela 3.30, a questão 2.2. foi a que teve melhores resultados, tendo uma taxa de sucesso de 100%. Na questão 1.2., houveram erros frequentes na identificação da moda. Dois alunos nomearam a frequência absoluta maior (6) como a moda, em vez de colocarem o dado que corresponde a essa frequência absoluta (ginástica). Desta forma, os alunos entendem que a moda é o dado com maior frequência (Martins, Moura & Mendes, 2007) mas ainda não percebem que é a categoria que têm de identificar e não a frequência com que ocorre.

**Amplitude.** As duas questões destinadas ao cálculo da amplitude foram a 3.2. e a 4.3. Os seus resultados podem ser observados nas tabelas 3.31 e 3.32.

Tabela 3.31 – Respostas à questão 3.2. sobre a amplitude dos dados, no pré-teste

	<i>Respostas obtidas</i>	<i>Alunos</i>	
		6.º D	6.º E
<i>Corretas</i>		11	13
<i>Parcialmente corretas</i>	Somou o máximo com o mínimo, em vez de subtrair	0	1
<i>Erradas</i>	Não responderam	3	1
	Resposta errada	2	2

Percebe-se, através desta tabela que os alunos têm noção do significado de amplitude de dados, pois grande parte acertou. Ainda assim, houve um aluno que, em vez de calcular a diferença entre o máximo e o mínimo, somou, sendo, assim, considerada uma resposta parcialmente correta, visto que este aluno sabe que a amplitude é calculada através de uma operação matemática.

Tabela 3.32 – Respostas à questão 4.3. sobre a amplitude dos dados, no pré-teste

	<i>Respostas obtidas</i>	<i>Alunos</i>	
		6.º D	6.º E
<i>Corretas</i>		7	6
<i>Parcialmente corretas</i>	Somou os extremos, em vez de subtrair	0	2
	Dividiu os extremos, em vez de subtrair	1	0
	Respondeu certo, em função do gráfico incompleto	1	0
<i>Erradas</i>	Não responderam	7	6
	Resposta errada	0	3

Quanto à questão 4.3. pode-se concluir que teve piores resultados que a questão anterior. O aluno que somou os extremos, repetiu o mesmo erro, nesta questão e outro aluno calculou o quociente entre o máximo e o mínimo em vez de calcular a sua diferença. Um aluno respondeu corretamente, mas como não concluiu o histograma, calculou a diferença dos extremos do gráfico incompleto, acertadamente.

### Teste

**Moda.** Foi pedido para identificarem a moda dos dados na questão 17.5. Os resultados estão retratados na tabela 3.33.

Tabela 3.33 – Respostas à questão 17.5. sobre a moda dos dados, no teste

	<i>Respostas obtidas</i>	<i>Alunos</i>	
		6.º D	6.º E
<i>Corretas</i>		11	9
<i>Parcialmente corretas</i>		0	0
<i>Erradas</i>	Não responderam	3	4

Entende-se que grande parte dos alunos conseguiu identificar a moda. Os resultados entre as duas turmas são similares, mesmo quanto às questões erradas, onde muitos alunos não responderam ou então responderam erradamente, identificando a moda aleatoriamente.

**Média.** Os resultados da questão 17.6., que tinha o objetivo de calcular a média, foram desastrosos, tal como se pode observar na tabela 3.34.

Tabela 3.34 – Respostas à questão 17.6. sobre a média, no teste

	<i>Respostas obtidas</i>	<i>Alunos</i>	
		6.º D	6.º E
<b>Corretas</b>		1	0
<b>Parcialmente corretas</b>	Observou pelo gráfico	1	1
	Multiplicou as categorias dos dados e dividiu pelo nº de categorias	1	0
	Somou as categorias dos dados e dividiu pelo nº de categorias	3	1
	Somou as frequências absolutas dos dados e dividiu pelo nº de categorias	0	1
	Construiu uma tabela de frequências	0	1
	Erro de contagem	0	1
<b>Erradas</b>	Não responderam	8	8
	Cálculo errado	2	4

Esta questão foi a que obteve piores resultados e respostas muito distintas. Apenas um aluno acertou no cálculo da média, no 6.º D, tal como mostra a figura 3.24.

R:  $12 \times 12 + 30 \times 13 + 42 \times 14 + 24 \times 15 + 12 \times 16 : 120 =$   
 $13,95 = 144 + 390 + 588 + 360 + 192 : 120 =$   
 $= 1674 : 120 = 13,95$

Figura 3.24 – Resposta correta à questão 17.6. sobre a média, no teste.

Através da tabela, entende-se que muitos alunos possuem algum conhecimento sobre a média, mas ainda necessitam de desenvolver o seu sentido. Houveram muitas respostas que demonstraram que os alunos possuem algum (embora mínimo) conhecimento sobre esta medida. Um dos alunos observou o gráfico circular e analisou os setores, verificando que o que tinha maior amplitude seria a média dos dados. Outro aluno, multiplicou as categorias dos dados (as idades) e dividiu pelo número total de categorias, tal como mostra a figura 3.25.

$12 \times 13 \times 14 \times 15 \times 16 = 524160 = 104832$   
~~12 x 13 x 14 x 15 x 16 = 524160~~  
 $14 - 12 = 2$

Figura 3.25 – Resposta parcialmente correta à questão 17.6. sobre a média, no teste.

Este aluno demonstra saber que a média é calculada por um quociente, mas confundiu-se

na medida que sabe que é necessário calcular o produto de algo, para calcular a média, e então calculou o produto das categorias dos dados.

Vários alunos somaram as idades e dividiram por cinco, tal como mostra a figura 3.26, demonstrando que estão próximos de saber calculá-la, mas que necessitam de trabalhar o sentido da média.

$$\begin{array}{r} 1 \text{ anos} \\ \hline 12 + 13 + 14 + 15 + 16 = 14 \\ \hline 5 \end{array}$$

Figura 3.26 – Resposta parcialmente correta à questão 17.6. sobre a média, no teste.

Também somaram a frequência dos dados e dividiram pela quantidade de idades diferentes (ver figura 3.27). Demonstra o mesmo que os alunos descritos anteriormente.

$$\begin{array}{r} 14 \text{ anos} \\ \hline 30 + 24 + 12 + 12 + 12 = \\ \hline 90 \\ 5 \\ \hline = \frac{90}{5} = 18 \end{array}$$

Figura 3.27 – Resposta parcialmente correta à questão 17.6. sobre a média, no teste.

Um dos alunos construiu uma tabela de frequências, mas confundiu-se bastante e não conseguiu calcular a média. Demonstra esforço, raciocínio e apresenta outra estratégia (ver figura 3.28).

Idade	Fa	Fr
12	12	12
13	12	12
14	12	12
15	24	24
16	30	30
Total		120

4

16 - 12 = 4

120 : 5 = 24

Figura 3.28 – Resposta parcialmente correta à questão 17.6. sobre a média, no teste.

Por último, um aluno do 6.º E esteve muito próximo de acertar no cálculo da média, pois multiplicou os dados pela sua frequência absoluta e dividiu pelo número total de alunos. Este aluno não acertou totalmente porque errou no cálculo da frequência absoluta do exercício anterior e por não ter concretizado o cálculo, como se pode observar na figura 3.29.

Figura 3.29 – Resposta parcialmente correta à questão 17.6. sobre a média, no teste.

**Amplitude.** A questão 17.7. tinha como objetivo calcular a amplitude dos dados do problema do teste. Os resultados a esta questão foram muito fracos, tal como se pode observar na tabela 3.35.

Tabela 3.35 – Respostas à questão 17.7. sobre a amplitude dos dados, no teste.

	<i>Respostas obtidas</i>	<i>Alunos</i>	
		6.º D	6.º E
<i>Corretas</i>		3	3
<i>Parcialmente corretas</i>	Subtraiu dados do problema	2	0
<i>Erradas</i>	Não responderam	11	6
	Resposta errada	0	5
	Calculou a amplitude dos setores	0	3

Os resultados sobre a amplitude no teste foram piores do que o pré-teste, pois a maioria dos alunos não respondeu ou errou. Três alunos do 6.º E confundiram a amplitude dos dados com a amplitude dos ângulos (ver figura 3.30), visto que estavam a trabalhar um gráfico circular.

Figura 3.30 – Resposta errada de um aluno do 6.º E, na questão 17.7. do teste.

Quanto às respostas parcialmente corretas, duas alunos calcularam a amplitude através da diferença dos dados. Estas alunas identificaram os extremos como a maior e a menor categoria dos dados, em vez da frequência absoluta desses dados (ver figura 3.31). Estas alunas demonstram conhecimento sobre o cálculo da amplitude, mas apresentam dificuldades na identificação dos extremos dos dados.

Figura 3.31 – Resposta errada de um aluno do 6.º E, na questão 17.7. do teste.



## Excel

Na atividade de Excel, os alunos deveriam calcular a média, a moda e a amplitude dos dados a partir de fórmulas do Excel, que lhes foram entregues no início das atividades. Dos grupos todos, apenas um grupo de dois alunos conseguiu calcular a média e a moda e nenhum grupo conseguiu calcular a amplitude.

## Pós-teste

**Moda.** Duas questões foram construídas para trabalhar a moda no pré-teste (1.2. e 2.2.) Os resultados foram positivos, na medida que houve bastantes respostas corretas e muito poucas incorretas, tal como se pode observar na tabela 3.36.

Tabela 3.36 – Respostas à questão 1.2. e 2.2., sobre a moda, no pós-teste

	<i>Respostas obtidas</i>	<i>Questão 1.2.</i>		<i>Questão 2.2.</i>	
		6.º D	6.º E	6.º D	6.º E
<i>Corretas</i>		14	15	9	9
<i>Parcialmente corretas</i>	Colocou a frequência absoluta maior, em vez o dado dessa frequência	0	1	4	5
<i>Erradas</i>	Não responderam	1	0	2	2
	Número errado	1	1	1	1

Em ambas as questões, as respostas corretas foram similares. As respostas incorretas incidiram-se na identificação da moda com um número aleatório que nada tem a ver com o problema, demonstrando insuficiência de conhecimento. Tal como no pré-teste e no teste, os alunos ainda fazem confusão, pois referem-se à moda como a frequência absoluta maior, em vez do dado referente a essa frequência absoluta.

**Amplitude.** Para calcular a amplitude, os alunos responderam a duas questões (3.2. e 4.3.). Os resultados obtidos na questão 3.2. estão identificados na tabela 3.37 e os resultados à questão 4.3. estão na tabela 3.38.

Tabela 3.37 – Respostas à questão 3.2. sobre a amplitude dos dados, no pós-teste

	<i>Respostas obtidas</i>	<i>Alunos</i>	
		6.º D	6.º E
<i>Corretas</i>		14	15
<i>Parcialmente corretas</i>	Identificou, mas não calculou	0	1
<i>Erradas</i>	Não responderam	2	1

Os resultados foram muito similares nas duas turmas. Não foi considerada como uma resposta, de um aluno do 6.º E, totalmente correta pois apenas identificou a amplitude como a diferença dos extremos, acertadamente, mas não concretizou esse cálculo.

Tabela 3.38 – Respostas à questão 4.3. sobre a amplitude dos dados, no pós-teste

	<i>Respostas obtidas</i>	<i>Alunos</i>	
		6.º D	6.º E
<i>Corretas</i>		12	12
<i>Parcialmente corretas</i>	Somou os extremos, em vez de subtrair	0	1
	Dividiu os extremos, em vez de subtrair	1	0
	Multiplicou os extremos, em vez de subtrair	0	1
	Identificou, mas não calculou	0	1
<i>Erradas</i>	Não responderam	3	2

Nesta questão, percebe-se que existe ainda confusão sobre o cálculo da amplitude, visto que muitos alunos ainda não perceberam que a amplitude é a diferença entre os extremos e não outra operação.

O aluno que não concretizou o cálculo, identificou os extremos e a diferença entre eles, mostrando, assim, que percebe o conceito de amplitude.

### Síntese

Destas três medidas trabalhadas ao longo da investigação, salienta-se, pela negativa, a média. Os resultados do exercício do teste de avaliação foram extremamente desastrosos, pois apenas um aluno conseguiu calcular a média sem nenhum erro.

Quanto à identificação da moda, tal como se pode observar na tabela 3.39, os resultados são medíocres. Arrisco-me a referir que existe uma possível regressão, pois os resultados apresentam uma ligeira descida.

Tabela 3.39 – Resultados das questões da moda, nos três momentos de investigação

	<i>Questão 1.2.</i>				<i>Teste (17.2.)</i>		<i>Questão 2.2.</i>			
	6.º D		6.º E		6.º D	6.º E	6.º D		6.º E	
	Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste			Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste
<i>Corretas</i>	13	14	10	15	11	9	16	9	17	9
<i>Parcialmente corretas</i>	0	0	2	1	0	0	0	4	0	5
<i>Erradas</i>	6	2	5	1	5	8	0	3	0	3

Na tabela 3.40, podemos observar os resultados das respostas às questões da amplitude, também, nos três momentos de investigação.

Tabela 3.40 – Resultados das questões da moda, nos três momentos de investigação

	<b>Questão 3.2.</b>				<b>Teste (17.7.)</b>		<b>Questão 4.3.</b>			
	6.º D		6.º E		6.º D	6.º E	6.º D		6.º E	
	Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste			Pré-teste	Pós-teste	Pré-teste	Pós-teste
<b>Corretas</b>	11	14	13	15	3	3	7	12	6	12
<b>Parcialmente corretas</b>	0	0	1	1	2	0	2	1	2	3
<b>Erradas</b>	5	2	3	1	11	14	7	3	9	2

Através desta tabela, percebemos que os piores resultados se incidiram no teste, onde houve maior número de respostas erradas. Os resultados da questão 3.2. aumentaram, pois houve mais respostas corretas e menos respostas erradas, para ambas as turmas. Na questão 4.3., acontece o mesmo, mais acentuadamente, havendo assim uma evolução.

### Opiniões sobre a aula de Excel

Como já foi referido, entreguei uma folha com duas questões (anexo 5), onde os alunos deveriam opinar sobre a atividade de Excel. Primeiramente, deveriam assinalar o que mais gostaram da aula de Excel e, de seguida, o que gostaram menos e o que acharam mais difícil. É importante referir que os alunos não possuíam experiência na utilização do programa. Na tabela 3.41, pode-se visualizar os tipos de respostas que se obtiveram quando os alunos foram questionados sobre o que gostaram mais na aula de Excel.

Tabela 3.41 – Opiniões sobre o que gostaram mais na aula de Excel.

<b>Tipo de respostas</b>	<b>Número de alunos do 6.º D</b>
Nada	1
Tudo	3
Utilizar os computadores e o programa	5
Facilidade/utilidade do programa de Excel	3
Trabalhar com o parceiro	1
Não responderam	3

Entende-se que as respostas foram maioritariamente positivas. Os alunos gostaram de

utilizar os computadores, assumindo uma aula diferente, em que aprenderam coisas novas. Gostaram também da facilidade do Excel, tal como, a inserção das fórmulas e a concretização automática dos cálculos. Alguns não responderam.

Na tabela 3.42., podemos perceber o que os alunos gostaram menos e que acharam mais difícil. Relembro que os alunos não tinham experiência em utilizar o Excel.

Tabela 3.42 – Opiniões sobre o que gostaram menos e acharam mais difícil na aula de Excel.

<b>Tipo de respostas</b>	<b>Número de alunos do 6.º D</b>
Nada	3
Tudo difícil	2
Colocar os dados e as fórmulas	5
Confuso	3
Ajudar os outros/parceiro	2
Não responderam.	1

Tal como podemos visualizar na tabela anterior, as respostas foram muito distintas. Houveram alunos que não acharam nada difícil e não gostaram menos de nada, enquanto dois alunos acharam tudo difícil e não gostaram da aula. Três alunos acharam confusa a atividade e revelaram que os baralhava. Grande parte assumiu que inserir os dados e as fórmulas foram as suas maiores dificuldades. Dois alunos responderam que trabalhar com o parceiro ou ajudar os colegas foram os aspetos que menos gostaram. Apenas um aluno não respondeu.

### **Desempenho dos alunos**

Depois de analisar os resultados obtidos, torna-se relevante e essencial destacar o desempenho de alguns alunos. Tal como se pode observar na tabela da análise dos dados (anexo 17), onze alunos do 6.º D aumentaram ou mantiveram o seu conhecimento estatístico, desde o pré-teste até ao pós-teste, enquanto cinco diminuíram ligeiramente. Já na turma do 6.º E, destacam-se apenas três alunos, que tiveram uma evolução significativa e dois alunos com um retrocesso grande.

Um grande merecedor de destaque é o aluno nº 18 do 6.º D, pois passou de uma média de

5.5, de respostas corretas do pré-teste, para uma média de 13 respostas corretas no pós-teste. Este aluno gostou da aula de Excel, referindo que aprendeu bastante e mostrou-se bastante empenhado. Acredita-se que esta evolução esteja relacionada com a aula de Excel, pois o aluno demonstrou vontade e interesse e fazia parte do grupo que mais tarefas no Excel concretizou. Este aluno obteve três respostas incorretas nas representações gráficas, nomeadamente no cálculo de percentagens, através da interpretação do gráfico de barras, no pré-teste, não sabendo responder inicialmente. No pós-teste, acertou a questão identificada. As suas produções estão representadas nas figuras 3.32., 3.33. e 3.34.

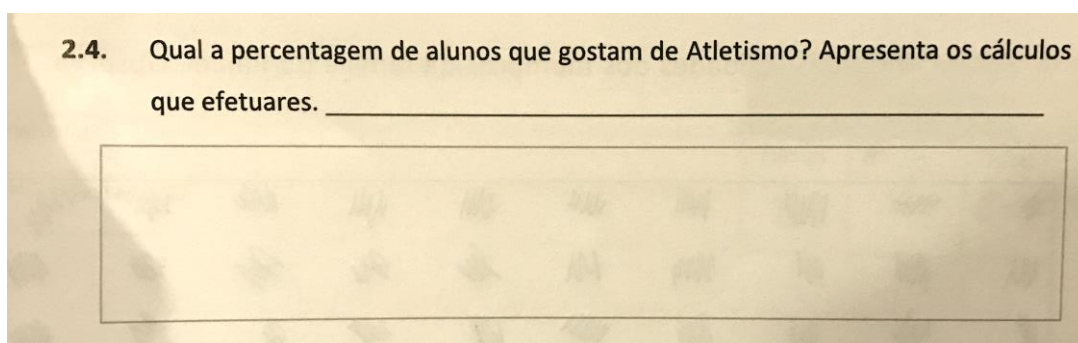


Figura 3.32 – Respostas do aluno n.º 18, no pré-teste

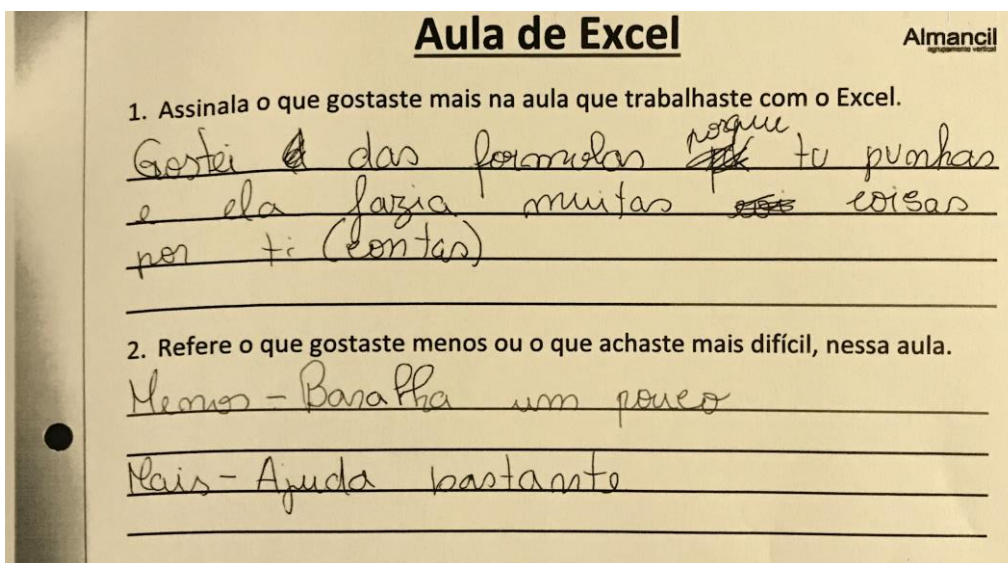


Figura 3.33 – Respostas do aluno n.º 18 na folha de opinião do Excel

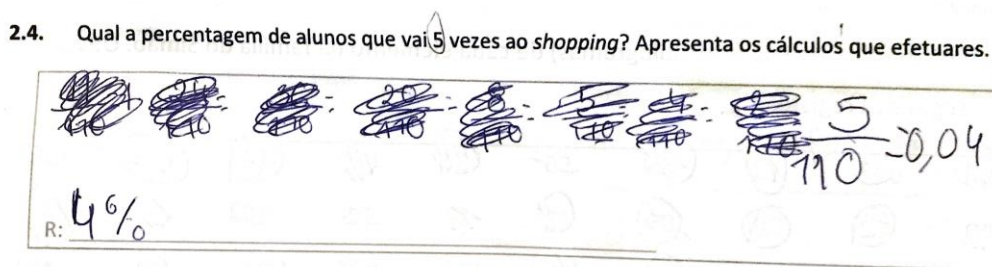


Figura 3.34 – Respostas do aluno n.º 18, no pós-teste

O aluno que revelou um maior retrocedimento na média das respostas, foi o aluno nº 11, que passou de uma média de respostas corretas de 5,5 para -1. Este aluno desmotivou-se e a aula de Excel acabou por ser uma distração em vez de uma motivação. As maiores dificuldades deste aluno incidiram-se nos gráficos de barras, em ambos os testes, tal como se pode observar nas figuras 3.35, 3.36 e 3.37.

2. Perguntou-se aos alunos do 6º ano de uma escola quantas vezes vão, por semana, ao *shopping*. Cada aluno respondeu uma vez e todos responderam. As respostas estão apresentadas no seguinte gráfico:




- 2.1. Quantos são os alunos do 6º ano? 110
- 2.2. Quantas vezes vão mais alunos ao *shopping*, por semana? 2
- 2.3. Sabendo que 15 dos alunos que vão apenas uma vez ao *shopping* são raparigas, quantos são os rapazes que também apenas vão uma vez? 9 rapazes

24  
5

2

Figura 3.35 – Respostas do aluno n.º 11, no pré-teste

Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_/\_\_\_/\_\_\_



**Aula de Excel**

3. Assinala o que gostaste mais na aula que trabalhaste com o Excel.

Gostei.

---



---



---

4. Refere o que gostaste menos ou o que achaste mais difícil, nessa aula.

fazer os cálculos

---



---



---

Figura 3.36 – Respostas do aluno n.º 11, na opinião sobre o Excel

2. Perguntou-se aos alunos do 6º ano de uma escola quantas vezes vão, por semana, ao *shopping*. Cada aluno respondeu uma vez e todos responderam. As respostas estão apresentadas no seguinte gráfico:



- 2.1. Quantos são os alunos do 6º ano? 110  
 2.2. Quantas vezes vão mais alunos ao *shopping*, por semana? dia 2  
 2.3. Sabendo que 15 dos alunos que vão apenas uma vez ao *shopping* são raparigas, quantos são os rapazes que também apenas vão uma vez? \_\_\_\_\_

Figuras 3.37 - Respostas do aluno nº 11, no pós-teste

Na turma do 6.º E destacam-se os alunos n.º 2, n.º 3 e n.º 4, numa perspetiva evolutiva. Ainda assim, nesta turma, o número de alunos que evoluíram foi menor que a outra turma. O aluno n.º 4 aumentou a média de respostas corretas de 2, no pré-teste, para uma média de 10, revelando um aumento significativo de conhecimento estatístico. Este aluno não respondeu à questão 1.3., relativo às representações tabelares e às questões 2.4. e a 3.3. acerca das representações gráficas. Posteriormente, no pós-teste, respondeu a todas estas questões, errando apenas a questão 2.4., demonstrando alguma evolução. As suas respostas do pós-teste estão demonstradas na figura 3.38, 3.39 e 3.40. Não foram digitalizadas as respostas às mesmas questões do pré-teste, pois o aluno não respondeu.

- 1.3. Que percentagem de alunos que prefere Ginástica? Rodeia a resposta certa e apresenta os cálculos que efetuares.

a. 15%	b. 30 %
<input type="text"/>	<input type="text"/>
c. 20%	d. 25%
<input type="text"/>	<input type="text"/>

Figuras 3.38 - Resposta do aluno nº 4, no pós-teste, à questão 1.3.

2.4. Qual a percentagem de alunos que vai 5 vezes ao *shopping*? Apresenta os cálculos que efetuares.

R:  $\frac{5}{5} = 1\%$   ~~$\frac{5}{5} = 1$~~   $\frac{5}{5} = 1$   
 $1 \cdot 100 = 0,01$   
 $0,01 \cdot 100 = 1\%$

Figuras 3.39 - Resposta do aluno nº 4, no pós-teste, à questão 2.4.

3.3. Que percentagem de alunos prefere o Vermelho? Apresenta os cálculos que efetuares.

20%

$$\frac{4}{20} = 0,2 \times 100 = 20\%$$

Figuras 3.40 - Resposta do aluno nº 4, no pós-teste, à questão 3.3.

O aluno n.º 13, do 6.º E revelou uma regressão, no que corresponde ao número de respostas corretas, pois aumentou o número de respostas incorretas, principalmente, nas representações gráficas, em que não respondeu a nenhuma questão.



## **Conclusões**

Neste capítulo são apresentadas as conclusões desta investigação. Começo por fazer uma síntese do estudo e, de seguida, são feitas as conclusões através de inferências dos resultados com a literatura revista, de forma a dar resposta às questões de pesquisa. Também são referidas as limitações que esta investigação possuiu e é realizada uma reflexão final.

### **Síntese da investigação**

Este estudo surgiu da necessidade de conhecer o conhecimento matemático e estatístico necessário de um professor de matemática para lecionar o domínio da OTD. Visto que a estatística possui uma grande influência no quotidiano de qualquer ser humano, torna-se necessário incluir esta ciência no currículo nacional de matemática para que as crianças adquiram conhecimentos que lhes permitam ser cidadãos responsáveis. Embora que a OTD seja um domínio considerado fácil pelos alunos e pelos professores de matemática, nem sempre o processo de ensino e de aprendizagem é concretizado da melhor forma, tal como foi observado nas aulas assistidas, durante a prática profissional supervisionada. Assim, tornou-se uma motivação estudar o conhecimento estatístico de uma docente espelhado em duas turmas do 6.º ano, para perceber se influência a aprendizagem e o conhecimento estatístico dos alunos.

Sendo que as TIC fazem parte, também, do currículo nacional e que vários estudos apontam benefícios para a sua utilização em matemática, tornou-se um segundo objetivo perceber se realmente as TIC beneficiam o processo de aprendizagem estatística.

Desta forma, formulei três questões orientadoras deste estudo:

- i) Que conhecimento estatístico do professor de matemática é revelado nas aulas do 6.º ano?
- ii) O conhecimento estatístico do professor de matemática influencia o processo de aprendizagem estatística dos alunos?
- iii) O uso das Tecnologias da Informação e Comunicação beneficiam o processo de aprendizagem estatística dos alunos?

Para dar resposta a estas questões, foi escolhida uma investigação de metodologia mista,

onde foram aplicados um pré-teste, um teste de avaliação e um pós-teste, a duas turmas de 6.º ano, relativo ao domínio da OTD. Para perceber se as TIC trazem benefícios, foram aplicados os mesmos testes e uma atividade de Excel a uma das turmas, de modo a que a outra turma seja a de controlo. Foi feita uma descrição das aulas de OTD de ambas as turmas, assim como uma descrição resumida das características da amostra do estudo.

A análise dos dados foi realizada com apoio ao registo numa folha do Excel e foram analisados quatro conteúdos estatísticos que, embora não tenham sido trabalhados nos quatro momentos da investigação, são importantes na aprendizagem estatística. Os resultados foram analisados em tabelas, onde foram comparados os números de respostas corretas, parcialmente corretas e erradas. De seguida, de modo a compreender os resultados dos alunos, foram retirados excertos de respostas e interpretados, para tentar justificar os dados.

### **Conhecimento profissional**

Através dos resultados e dificuldades dos alunos, constatou-se insuficiência de conhecimento estatístico por parte da professora. Os conceitos estatísticos trabalhados ao longo desta investigação foram a população, a variável e a classificação da variável. Estes conceitos, trabalhados apenas no teste, revelam que, os alunos possuem imensas dificuldades, principalmente na classificação da variável, e que, ao longo das sessões de OTD, essas dificuldades se mantiveram, em ambas as turmas. A turma do 6.º E obteve melhores resultados, embora não tenham sido muito melhores, talvez porque foi feita uma revisão destes três conceitos na segunda aula de OTD, algo que não aconteceu na turma do 6.º D. Desta forma, acredito que a professora deveria ter trabalhado mais estes conceitos, sem ser apenas numa aula.

Quanto às representações tabelares, daquilo que foi observado, os alunos revelam muitas dificuldades no cálculo da frequência relativa. A frequência absoluta foi a representação tabelar que obteve melhores resultados, pois os alunos sabem que se trata apenas da contagem dos dados, havendo uma evolução do pré-teste para o pós-teste. Já no cálculo da frequência relativa, grande parte dos alunos sabe calcular a frequência relativa, mas em ambos os testes, não concretizou esse cálculo. O cálculo da percentagem ainda está incongruente, pois a maioria dos alunos respondeu incorretamente, não sabendo que esta está intimamente relacionada com o cálculo da frequência relativa. Também se acredita que esta insuficiência de conhecimento pode estar relacionada com os anos anteriores de

escolaridade.

Observando os resultados das representações tabelares, nota-se que houve um aumento significativo no número de respostas corretas. Visto que não foram trabalhadas após o teste de avaliação até à aula de Excel, acredito que este aumento possa estar relacionado com a aula de Excel.

No ensino do gráfico circular, não concordei com o número de sessões despendidas, pois penso que tenham sido insuficientes. Os piores resultados foram obtidos nos testes, onde mais de metade errou a interpretação do gráfico. Nas outras questões houve alguma evolução, embora mínima (em média dois alunos passaram a responder certo). Penso que o modo como a professora ensinou a construir um gráfico circular não foi o mais correto, visto que apenas lhes forneceu a fórmula e praticou uma vez. Acredito que esta seja a principal razão para justificar os resultados obtidos.

Os resultados do conteúdo das medidas de tendência central foram os mais desastrosos, especialmente no cálculo da média. Como foi referido no capítulo 2, o cálculo da média é uma das maiores dificuldades dos alunos. Estes confundem a média simples com a média ponderada e não a sabem calcular. Em ambas as turmas, quase 100% dos alunos não acertaram no seu cálculo, primeiramente porque erraram na questão anterior, de interpretação do gráfico e porque possuem dificuldades em calculá-la. Sendo que a literatura refere múltiplas vezes o cálculo da média como a maior dificuldade dos alunos, a professora deveria se prevenir e planejar atividades que promovessem a superação dessas dificuldades. A média foi trabalhada apenas na primeira aula, tornando-se evidente que não é o suficiente. Na minha opinião, a professora deveria ter começado a trabalhar a média, a partir de situações reais, para que os alunos percebessem (antes de a calcular) o seu significado.

Tal como foi referido na literatura, o professor de matemática deve possuir quatro componentes do conhecimento - (i) conhecimento comum do conteúdo; (ii) conhecimento especializado do conteúdo; (iii) conhecimento do conteúdo e dos estudantes; (iv) conhecimento do conteúdo e do ensino – e relacioná-las com as quatro dimensões do pensamento estatístico – (i) tipos de pensamento; (ii) ciclo investigativo; (iii) ciclo interrogativo; (iv) disposição (Burgess, 2007). Utilizando este cruzamento e aproveitando a tabela que este autor criou para caracterizar o conhecimento estatístico do professor, tentarei caracterizar o conhecimento desta professora, através dos resultados dos

alunos e das aulas observadas. Considera-se o verde para *possui*, o amarelo *possui parcialmente*, e o vermelho para *não possui*.

<b>Conhecimento estatístico para ensinar</b>					
		Conhecimento do conteúdo		Conhecimento pedagógico do conteúdo	
		Conhecimento comum do conteúdo	Conhecimento especializado do conteúdo	Conhecimento do conteúdo dos alunos	Conhecimento do conteúdo e do ensino
<b>Pensamento</b>	Necessidade de dados				
	Transnumeração				
	Variação				
	Raciocínio com modelos				
	Integração da estatística e do contexto				
<b>Ciclo investigativo</b>					
<b>Ciclo interrogativo</b>					
<b>Disposição</b>		-----	-----	-----	-----

Relembro que esta tabela foi construída com base no enquadramento teórico, nos exemplos dados pelo autor, no registo das aulas da professora e nos resultados dos alunos, dedutivamente. Através da tabela, percebe-se que a professora necessita melhorar alguns aspetos do conhecimento estatístico para ensinar estatística.

Desta forma, torna-se possível dar resposta às questões de pesquisa. Primeiramente, percebe-se a professora revela conhecimento estatístico, mas necessita trabalhar algumas componentes do conhecimento do professor juntamente com as dimensões do pensamento estatístico. Mais concretamente, esta professora não possui conhecimento do conteúdo e do ensino claro e conciso, em nenhuma das dimensões do pensamento estatístico.

Claramente e, como foi observado, o conhecimento estatístico influencia o processo de aprendizagem dos alunos. Tal como foi descrito, a insuficiência de conhecimento sobre a

média e das suas inferências é um dos exemplos que comprova essa influência. A professora deveria fomentar os alunos a fazer inferência e formular conjecturas. A falta de coesão em algumas partes das componentes do conteúdo estatístico afetam a aprendizagem dos alunos, tal como foi verificado através dos seus resultados.

Quanto ao uso das TIC, admito que esta investigação não foi suficiente para provar que estas trazem benefícios para aprendizagem estatística dos alunos. Ainda assim, em casos particulares, nomeadamente no 6.º D, o aluno n.º 18 revelou muito interesse pela atividade de Excel e muito empenho, tendo um aumento significativo entre o pré-teste e o pós-teste, principalmente nos subdomínios trabalhados na atividade de Excel.

Desta forma, para concluir, acredito que os professores de matemática, embora lhes falte algumas componentes do conhecimento para ensinar estatística, possuem várias fragilidades em todas as componentes do conhecimento para ensinar estatística e isso afeta a aprendizagem estatística dos alunos.

### **Limitações do estudo**

Esta investigação teve muitas limitações, não tendo sido planeada tal como decorreu. Inicialmente, o objetivo central era apenas comprovar que as TIC trariam benefícios para a aprendizagem estatística dos alunos, através de cinco sessões de Excel. Foi aplicado o pré-teste para perceber os conhecimentos que os alunos possuíam, previamente. Perto da data de concretização dessas sessões, foi-me impedido levar à avante a planificação inicial, por motivos extrínsecos que não dependeram de mim. Desta forma, tivemos de contornar a situação e encontrar uma alternativa, usando o pré-teste que já tinha sido aplicado. Relembro que esta investigação decorreu no 3.º período, pois a OTD foi lecionada apenas nessa data.

A alternativa encontrada foi realizar apenas três sessões. De novo, perto da data de concretização não foi possível, ficando apenas com uma sessão que só poderia ser realizada depois das aulas de OTD da professora, ou seja, depois dos alunos frequentarem as aulas da professora e de fazerem o teste de avaliação. Desta forma, não foi possível comprovar os benefícios das TIC nem comprovar, na totalidade, o seu papel na aprendizagem estatística, mas sim dar a entender que as TIC podem ser uma ferramenta de auxílio. Com isto quero eu dizer que, aqui, as TIC não tiveram o foco inicial.

Quanto à metodologia e aos resultados, admito que deveria ter havido mais instrumentos

de investigação, tal como por exemplo, uma entrevista ou um questionário à professora. Sem esse instrumento, as conclusões (e principalmente a tabela de caracterização do conhecimento desta professora) foram construídas dedutivamente.

### **Reflexão final**

Sendo a estatística uma componente presente no nosso quotidiano, torna-se fundamental que as crianças adquiram conhecimentos logo no início do seu crescimento. Desta forma, a estatística possui grande ênfase no programa de matemática, mas acontece que nem todos os professores têm conhecimentos necessários para lecionar esse domínio.

Os estudos existentes sobre o conhecimento do professor para ensinar estatística são escassos e estudos portugueses são quase raros. Isto significa que, embora se admita que a estatística é importante, não existe a devida preocupação em estudar e preparar os professores para ensinar estatística de forma benéfica para o conhecimento dos alunos.

Admito que esta investigação me foi difícil de realizar, derivado a todos os contratempos existentes. Inferir os resultados dos alunos com o conhecimento da professora foi bastante difícil de concretizar, pois foi feito com base em deduções.

Este estudo, olvidando todos os contratempos, fez-me perceber melhor a importância da estatística e de lecionar o domínio da OTD com boas bases de conhecimento. Fez-me perceber que a estatística não é uma ciência fácil e que necessita de ser trabalhada a fundo. Um dos aspetos que acho que a professora necessita de melhorar e que se torna uma sugestão para o futuro, para mim ou qualquer profissional na área, passa por concretizar o ensino da OTD através de exemplos do quotidiano, que sejam familiares para os alunos e que lhes façam sentido. Torna-se uma motivação para os alunos e um benefício para a sua aprendizagem, tal como foi referido no enquadramento teórico.

Com este estudo percebi que é necessário dedicar tempo à leção dos conteúdos de OTD, pois os alunos possuem muitas dificuldades. Futuramente, tal como já referi, utilizarei exemplos do quotidiano que lhes façam sentido e lhes motive. Dedicarei, também, mais tempo para a aprendizagem da média, pois, claramente, os alunos das duas turmas, que participaram na investigação, não adquiriram esse conhecimento.

Para concluir, é importante dar ênfase a este domínio na formação inicial e na formação contínua de professores, para que não possuam insuficiência de conhecimento estatístico e para que isso não se reflita na aprendizagem dos alunos.

## Referências Bibliográficas

- Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na educação básica*. Lisboa: ME/DEB.
- Ball, D., Thames, M. & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Barros, P. & Fernandes, J. (2003). O ensino da unidade didáctica de estatística do 6º ano por professores estagiários. In *XIV Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 303-321). Bragança.
- Barros, P. (2003). *Os futuros professores do 2ºCiclo e a Estocástica: dificuldades sentidas e o ensino do tema*. (Dissertação de mestrado. Universidade do Minho, Braga).
- Batanero, C. (2009). Retos para la formación estadística de los profesores. In *II Encontro de Probabilidade e Estatística na Scola* (pp. 1-23). Universidade do Minho, Braga, Portugal.
- Batanero, C. (2011). Joint ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education. In *XIII CIAEM-IACME*, (pp. 1-8) Recife, Brasil.
- Batanero, C., Burrill, G. & Reading, C. (Eds.). (2011). Overview: challenges for teaching statistics in school mathematics and preparing mathematics teachers. In C, Batanero, G. Burrill, & C. Reading (Eds.), *Teaching Statistics in School-Mathematics-Challenges for Teaching and Teacher Education: A Joint ICMI/IASE Study* (pp. 407-418). Springer.
- Batanero, C., Godino, J., Vallecillos, A. & Holmes, P. (1994). Errors and difficulties in understanding elementary statistical concepts. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 25(4), 527-547.
- Batista, A., Pires, A., Brito, E. & Rodrigues, F. (2017). O uso das TIC como ferramenta da aprendizagem. *Revista de Estudios e Investigación en Psicología y*, Extr.(13), 1-5.

- Ben-Zvi, D. & Garfield, J. (2004). Statistical literacy, reasoning, and thinking: goals, definitions, and challenges. In D. Ben-Zvi, & J. B. Garfield (Eds.), *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning, and Thinking* (pp. 3-16). Kluwer Publishers.
- Bezerra, L. (2015). Formação para ensino de probabilidade e estatística no Brasil. In: Sorto, M. (Ed.), *Advances in statistics education: developments, experiences and assessments. Proceedings of the Satellite conference of the International Association for Statistical Education (IASE)* (pp. 1-5). Brasil.
- Burgess, T. (2007). *Investigating the nature of teacher knowledge needed and used in teaching statistics*. (Tese de doutoramento. Massey University, New Zealand).
- Canavarro, A. (2013). *Práticas de ensino da matemática: duas professoras, dois currículos*. (Tese de doutoramento. Universidade de Lisboa).
- Capela, H. (2013). *Utilização de recursos digitais na aula de matemática*. (Dissertação de mestrado. Universidade Católica Portuguesa).
- Carmo, H. & Ferreira, M. (2008). *Metodologia da investigação: guia para auto-aprendizagem*. Universidade Aberta, Lisboa.
- Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. & Muñoz-Catalán, M. (2013). Determining Specialised Knowledge For Mathematics Teaching. In *Proceedings of the Eighth Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 8)*, (pp. 2985-2994), Antalya, Turquia,.
- Caseiro, A. (2010). *Conhecimento dos professores de 1º ciclo sobre educação estatística*. (Tese de mestrado, Instituto Politécnico de Lisboa, Escola Superior de Educação).
- Fernandes, J. & Barros, P. (2005). Dificuldades de futuros professores do 1º e 2º ciclos em estocástica. In *V CIBEM - Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*, 5, 1-13.
- Fernandes, J. & Júnior, A. (2014). Alterações no tema organização e tratamento de dados do programa de matemática do ensino básico. In *XI Colóquio sobre Questões Curriculares, VII Colóquio Luso-Brasileiro e I Colóquio Luso-Afro-Brasileiro*



(pp. 3499-3506). Universidade do Minho, Braga

Fernandes, J. (2009). Ensino e aprendizagem da estatística. In C. Costa, E. Mamede & F. Guimarães (Orgs), *Números e estatística: refletindo no presente, perspetivando o futuro - Atas XIX EIEM: XIX Encontro de Investigação em Educação Matemática* (pp. 1-5). Vila Real.

Fernandes, J., Júnior, A. & Vasconcelos, A. (2013). Uma estratégia de ensino de estatística no 7º ano de escolaridade. In *VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática* (pp. 2127-2134). Sociedad de Educación Matemática Uruguaya.

Fernandes, M. (2013). *Formação contínua de professores: integração das tic no ensino da matemática*. (Dissertação de mestrado, Universidade do Algarve).

Fonseca, M. (2018). *As tecnologias de informação e comunicação na formação inicial de professores do 1.º Ciclo do Ensino Básico – crenças e perspetivas de formadores*. (Tese de doutoramento, Universidade de Lisboa).

Godino, J., Batanero, C. & Roa, R. (2001). Training teachers to teach probability. *Journal of Statistics Education*, 12(1), 1-16.

Groth, R. (2007). Toward a conceptualization of statistical knowledge for teaching. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(5), 427-437.

Henriques, A. & Oliveira, H. (2013). O conhecimento de futuros professores sobre as investigações estatísticas a partir da análise de episódios de sala de aula. In A. Fernandes, F. Viseu, H. Martinho, & P. F. Correia, (Orgs.), *Atas do III Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 1-14). Centro de Investigação em Educação da Universidade Do Minho, Braga

Leiria, A. (2013). *Conhecimento e práticas profissionais de duas professoras quando ensinam representação gráfica estatística*. (Tese de doutoramento, Universidade da Beira Interior, Covilhã).

Marques, K. (2009). *Utilização das TIC pelos professores de ciências da cidade de Maputo*. (Dissertação de mestrado, Universidade de Lisboa).

Martinho, C. (2014). As TIC, a contextualização de problemas e a interpretação de

- resultados no Ensino da Estatística. In *Boletim da Sociedade Portuguesa de Estatística* (pp. 11-14.). Lisboa.
- Martinho, T. & Pombo, L. (2009). Potencialidades das TIC no ensino das Ciências Naturais – um estudo de caso. *Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias*, 8 (2), 527-538.
- Martins, C., Pires, M. & Barros, P. (2009). Conhecimento estatístico: um estudo com futuros professores. In C. Costa, E. Mamede & F. Guimarães (Orgs). *Números e estatística: refletindo no presente, perspetivando o futuro - Atas XIX EIEM: XIX Encontro de Investigação em Educação Matemática* (pp. 1 -12). Vila Real.
- Martins, J. (2015). *Estudo das atitudes em relação à Estatística dos professores do 1º ciclo e dos professores de Matemática do 2º ciclo do ensino básico*. (Tese de doutoramento não publicada, Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro).
- Martins, M., Moura, L. & Mendes, M. (2007). *Análise de Dados: Texto de Apoio para os Professores de 1º ciclo*. Lisboa: Ministério da Educação, Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular.
- Ministério da Educação (2007). *Programa de matemática do ensino básico*. Lisboa: ME
- Ministério de Educação e Ciência. (2013). *Programa e Metas Curriculares de Matemática para o Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação e Ciência.
- Monteiro, C. (2009). Que conhecimentos são necessários para se ensinar a média aritmética? In C. Costa, E. Mamede & F. Guimarães (Orgs). *Números e estatística: refletindo no presente, perspetivando o futuro - Atas XIX EIEM: XIX Encontro de Investigação em Educação Matemática* (pp. 1-10). Vila Real.
- Oliveira, H. & Henriques, A. (2014). Um Quadro de Análise do Conhecimento Estatístico para Ensinar de Futuros Professores. In *Boletim Gepem (Online)*, (64), 1-14.
- Ponte, J. & Canavarro, A. (1997). *Matemática e Novas Tecnologias*. Universidade Aberta: Lisboa.
- Ponte, J. & Serrazina, L. (2004). Práticas profissionais dos professores de Matemática. *Quadrante*, 13(2), 51-74.

- Ponte, J. (1998). Da formação ao desenvolvimento profissional. In *Actas do ProfMat 98*, (pp. 27-44). Lisboa: APM.
- Ponte, J., Mata-Pereira, J. & Henriques, A. (2012). O raciocínio matemático nos alunos do ensino básico e do ensino superior. *Praxis Educativa*, 7(2), 355-377.
- Ponte, J., Oliveira, H., & Varandas, J. (2003). O contributo das tecnologias de informação e comunicação para o desenvolvimento do conhecimento e da identidade profissional. In D. Fiorentini (Ed.), *Formação de professores de Matemática: Explorando novos caminhos com outros olhares* (pp. 159-192). Campinas: Mercado de Letras.
- Ramos, J., Teodoro, V. & Ferreira, F. (2011). Recursos educativos digitais: reflexões sobre a prática. In *Cadernos SACAUSEF VII*, 11-34. Ministério da Educação e Ciência/DGIDC.
- Santos, R. (2015). *O conhecimento de estatística e da sua didática de futuros professores*. (Tese de doutoramento, Universidade de Lisboa).
- Shulman, L. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Shulman, L. (1987). Knowledge and Teaching Foundations of the New Reform, *Harvard Educational Review*, v. 57, n. 1, p. 1-22. (Traduzido e publicado com autorização. Tradução de Leda Beck e revisão técnica de Paula Louzano, em 2015).
- Sorto, A. & White, A. (2004). Statistical Knowledge for Teaching. *ICME 10* (pp. 1-7). Copenhaga.



## Índice de anexos

Anexo 1 – Tabela 1. Exemplos do conhecimento que o professor apresenta, nas várias dimensões do pensamento estatístico e do conhecimento do professor (adaptado de Burgess, 2007 e Caseiro, 2010).....	95
Anexo 2 – Enunciado do pré-teste.....	101
Anexo 3 – Enunciado do pós-teste .....	105
Anexo 4 – Questão 17 do teste de avaliação.....	109
Anexo 5 – Ficha para opinar acerca da aula de Excel.....	110
Anexo 6 - Ficha diagnóstica, do manual, na página 50 e 51.....	111
Anexo 7 - Trabalho de casa, página 53 do manual .....	113
Anexo 8 - Exercícios 1 e 2, da página 57 do manual.....	114
Anexo 9 - Trabalho de casa (exercício 1, da página 59 do manual).....	115
Anexo 10 – Ficha de preparação para o teste (parte relativa à estatística).....	116
Anexo 11 - Folha A4, com as sete questões.....	117
Anexo 12 - Exercícios 2 e 3, da página 55 do manual.....	118
Anexo 13 - Página 62, do manual.....	119
Anexo 14 - Folha orientadora, para a atividade de OTD.....	120
Anexo 15 – Folha do grupo 1 de apreciação sobre a apresentação dos colegas.....	121
Anexo 16 - Folha de orientação da atividade de Excel.....	123
Anexo 17 - Tabela de análise de dados.....	126

Anexo 1- Exemplos do conhecimento que o professor apresenta, nas várias dimensões do pensamento estatístico e do conhecimento do professor (adaptado de Burgess, 2007 e Caseiro, 2010)

		Conhecimento estatístico para ensinar			
		Conhecimento do conteúdo		Conhecimento pedagógico do conteúdo	
		Conhecimento comum do conteúdo	Conhecimento especializado do conteúdo	Conhecimento do conteúdo e dos alunos	Conhecimento do conteúdo e do ensino
Tipo de pensamento	Necessidade de dados				
	Transnumeração	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Capacidade de encontrar as três medidas de tendência central;</li> <li>- Capacidade de explicar porque a moda não é utilizável em certas circunstâncias.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Explicar por que medidas como média ou mediana são usadas como um resumo apropriado dos dados.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Reconhecer respostas possíveis dos alunos;</li> <li>- Reconhecer a dificuldade dos alunos em classificar e relacionar duas variáveis;</li> <li>- Reconhecer que os alunos terão dificuldades na classificação de duas variáveis;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Usar tabelas de Carrol (2x2) como uma representação adequada para argumentar sobre os dados;</li> <li>- Mostrar aos alunos uma maneira de classificar dados das duas variáveis e sugere possíveis declarações que podem ser feitas a partir</li> </ul>

Tipo de pensamento				dessa representação.	
	Varição	- Capacidade de fazer uma generalização para uma população.	- Capacidade de fazer declarações baseadas nos dados dos alunos.	- Capacidade de antecipar as dificuldades dos alunos, em relação às inferências;	- Colocar questões adequadas para incentivar o pensamento inferencial.
	Raciocínio com modelos	- Considerar o efeito do tamanho da amostra, ao generalizar; - Saber que uma amostra maior leva a uma conclusão mais confiante; - Mudar a ordem das palavras, altera a amostra.	- Reconhecimento de comparações inadequadas de grupos de tamanhos diferentes; - Habilidade para avaliar a adequação das inferências; - Capacidade de fazer declarações baseadas nos dados dos alunos;	- Capacidade de antecipar as dificuldades dos alunos, em relação às inferências; - Reconhecer que os alunos encontram dificuldades em fazer inferências válidas.	- Usar tabelas de Carrol (2x2) como uma representação adequada para argumentar sobre os dados; - Colocar questões adequadas para incentivar o pensamento inferencial; - Encorajar os alunos a fazer previsões sobre o que pode ser analisado nos dados e reavaliar essas previsões depois de os classificar e fazer declarações baseadas nesses dados;

				<ul style="list-style-type: none"> <li>- Dar exemplos de declarações envolvendo duas variáveis que seriam adequadas para a investigação para ajudar no encorajamento dos alunos, através de conjeturas para investigar;</li> <li>- Mostrar aos alunos uma maneira de classificar dados das duas variáveis e sugerir possíveis declarações que podem ser feitas a partir dessa representação.</li> </ul>
Integração de ideias contextuais e estatísticas	- Entender as relações do estudo.	- Habilidade de ligar a pergunta dos alunos sobre casos incomuns, em relação à coleta de dados, com conhecimento contextual.	- Reconhecer a necessidade de os alunos fazerem ligações entre os dados e o que sabem do mundo real.	- Considerar as implicações estatísticas na recolha de dados, nas perguntas dos alunos, sobre situações incomuns;



<p><b>Ciclo investigativo</b></p>	<p>- Realizar investigações, tais como planejar, recolher e analisar os dados, analisar os dados e ser capaz de responder à questão, demonstrar uma hipótese ou resolver o problema.</p>	<p>- Determinar se a pergunta de recolha de dados é adequada;</p>	<p>- Reconhecer que os alunos podem achar ambíguas, questões para recolha de dados.</p>	<p>- Usar a discussão com os alunos para avaliar a adequação da questão de recolha de dados e para refinar as suas perguntas, de modo a torna-las resolutas;</p> <p>- Encorajar os alunos a fazer previsões sobre o que pode ser analisado nos dados e reavaliar essas previsões depois de os classificar e fazer declarações baseadas nesses dados;</p> <p>- Considerar as implicações estatísticas na recolha de dados, nas perguntas dos alunos, sobre situações incomuns;</p> <p>- Dar exemplos de declarações envolvendo duas</p>
-----------------------------------	--	---	---	--

				variáveis que seriam adequadas para a investigação para ajudar no encorajamento dos alunos, através de conjeturas para investigar.
<b>Ciclo interrogativo</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Analise das possibilidades dos dados;</li> <li>- Ser capaz de analisar uma sugestão de um aluno.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Reconhecer se a sugestão de um aluno é válida para investigar os dados;</li> <li>- Determinar se a sugestão do aluno será útil para a interpretação dos resultados em relação à questão inicial.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Necessidade de incentivar os alunos a analisar dados continuamente, de modo a encontrar padrões e aspetos interessantes.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Encorajar os alunos a fazer previsões sobre o que pode ser analisado nos dados e reavaliar essas previsões depois de os classificar e fazer declarações baseadas nesses dados;</li> <li>- Dar exemplos de declarações envolvendo duas variáveis que seriam adequadas para a investigação para ajudar no encorajamento dos alunos,</li> </ul>

				através de conjeturas para investigar.
Disposição				

<b>Nome do aluno:</b>	<b>Ano letivo 2017-2018</b>		<b>Matemática   6º ano</b>
<b>Professor/a:</b>	Turma	Nº	Data:
<b>Professora estagiária:</b>			

### Organização e tratamento de dados

- Lê com atenção as seguintes questões. Utiliza a calculadora para efetuares os cálculos necessários.

1. Na turma do 6º D, com 20 alunos, colocou-se a seguinte questão:

*“Quantos vezes comes legumes durante a semana (de segunda-feira a sexta-feira)?”*. Obtiveram-se as seguintes respostas:

0	2	1	3	0	4	2	2	3	2
5	1	4	2	1	0	3	2	3	1

1.1. Completa a seguinte tabela de frequências absolutas e relativas com as respostas obtidas e responde às questões seguintes:

Nº de vezes que comem legumes durante a semana	Frequência absoluta	Frequência relativa
0	3	$\frac{3}{20} =$
1		
2		
3		
4		
5		
<b>Total</b>	20	

- 1.2. Qual é a moda? \_\_\_\_\_
- 1.3. Que percentagem de alunos come legumes 4 vezes por semana? Rodeia a resposta certa e apresenta os cálculos que efetuares.

a. 15%

b. 30 %

c. 10%

d. 25%

2. Perguntou-se aos alunos do 6º ano de uma escola qual o seu desporto preferido. Cada aluno escolheu apenas um desporto e todos responderam. As respostas estão apresentadas no seguinte gráfico:



- 2.1. Quantos são os alunos do 6º ano? \_\_\_\_\_
- 2.2. Qual é o desporto preferido por mais alunos? \_\_\_\_\_
- 2.3. Sabendo que 15 dos alunos que preferem natação são raparigas, quantos são os rapazes que também preferem natação? \_\_\_\_\_

2.4. Qual a percentagem de alunos que gostam de Atletismo? Apresenta os cálculos que efetuares. \_\_\_\_\_

3. Fez-se um estudo sobre os clubes preferidos dos alunos turma da Mariana e obtiveram-se os seguintes resultados (nota que cada aluno só pode escolher um):



3.1. Quantos alunos tem a turma da Mariana? \_\_\_\_\_

3.2. Qual a diferença entre o número de alunos que preferem o Porto e os que preferem o Almancilense? \_\_\_\_\_

3.3. Que percentagem de alunos prefere o Benfica? Apresenta os cálculos que efetuares. \_\_\_\_\_

4. Foram anotadas as idades dos membros da família do Rafael. Observa os seguintes registos:

5	12	24	31	37	25	14	26	31	1
43	52	3	17	43	29	69	54	78	40
9	46	14	16	43	32	19	7	80	23

4.1. Completa o diagrama de caule-e-folha com os dados anteriores.

0		1, 3, 5, 7, 9
1		2, ...
2		
3		
4		

4.2. Que idade tem a pessoa mais velha da família do Rafael? \_\_\_\_\_ E a mais nova? \_\_\_\_\_

4.3. Qual é a amplitude entre o máximo e o mínimo de idades? \_\_\_\_\_

Anexo 3 – Enunciado do pós-teste

Nome do aluno:	Ano letivo 2017- 2018		Matemática   6º ano
Professora:	Turma	Nº	Data:
Professora estagiária:			

### Organização e tratamento de dados

- Lê com atenção as seguintes questões. Utiliza a calculadora para efetuares os cálculos necessários.

1. Na turma do 6º D, com 20 alunos, colocou-se a seguinte questão: **“Qual é o teu desporto preferido?”**. Obtiveram-se as seguintes respostas:

Futebol	Ginástica	Dança	Futebol	Basquetebol
Ginástica	Basquetebol	Ginástica	Ténis	Futebol
Atletismo	Futebol	Futsal	Ténis	Dança
Ginástica	Futebol	Ténis	Dança	Futsal

1.1. Completa a seguinte tabela de frequências absolutas e relativas com as respostas obtidas e responde às questões seguintes:

Desporto preferido	Frequência absoluta	Frequência relativa
<b>Futebol</b>	5	$\frac{5}{20} =$
<b>Ginástica</b>		
<b>Dança</b>		



<b>Total</b>	20	

1.2. Qual é a moda? \_\_\_\_\_

1.3. Que percentagem de alunos que prefere Ginástica? Rodeia a resposta certa e apresenta os cálculos que efetuares.

a. 15%

b. 30 %

b. 20%

d. 25%

2. Perguntou-se aos alunos do 6º ano de uma escola quantas vezes vão, por semana, ao *shopping*. Cada aluno respondeu uma vez e todos responderam. As respostas estão apresentadas no seguinte gráfico:



2.1. Quantos são os alunos do 6º ano? \_\_\_\_\_

2.2. Quantas vezes vão mais alunos ao *shopping*, por semana?

\_\_\_\_\_

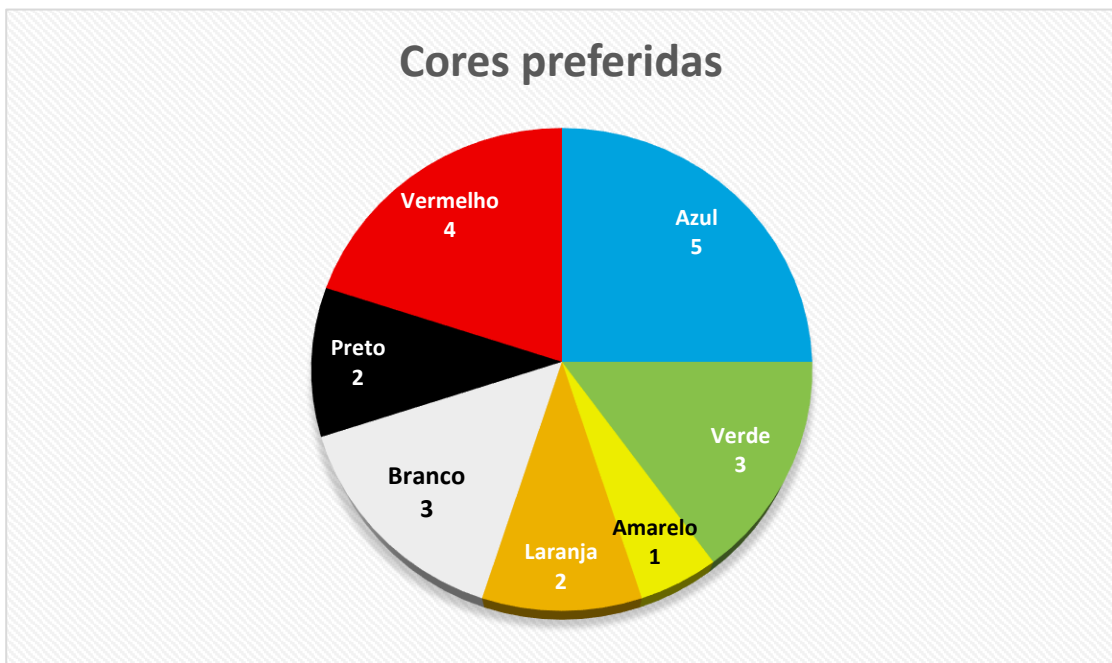
2.3. Sabendo que 15 dos alunos que vão apenas uma vez ao *shopping* são raparigas, quantos são os rapazes que também apenas vão uma vez?

\_\_\_\_\_

2.4. Qual a percentagem de alunos que vai 5 vezes ao *shopping*? Apresenta os cálculos que efetuares.

R: \_\_\_\_\_

3. Fez-se um estudo sobre as cores preferidas dos alunos da turma da Mariana e obtiveram-se os seguintes resultados (nota que cada aluno só pode escolher um):



3.1. Quantos alunos tem a turma da Mariana? \_\_\_\_\_

3.2. Qual a diferença entre o número de alunos que preferem a cor azul e os que preferem o preto? \_\_\_\_\_

3.3. Que percentagem de alunos prefere o Vermelho? Apresenta os cálculos que efetuares. \_\_\_\_\_

4. Foi anotado o peso (em quilogramas) de cada elemento da família do Simão. Observa os seguintes registos:

62	32	41	85	96	67	62	74	84	25
10	62	78	85	22	17	91	102	4	66
84	89	91	55	50	78	81	84	82	19

4.1. Completa o diagrama de caule-e-folha com os dados anteriores.

0		4
1		0, 7, 9
...		

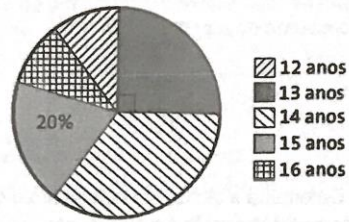
4.2. Quantos quilogramas tem a pessoa mais pesada da família do Simão? \_\_\_\_\_ E a mais leve? \_\_\_\_\_

4.3. Qual é a amplitude entre o máximo e o mínimo de idades? \_\_\_\_\_

**Bom trabalho!**

Anexo 4 – Questão 17 do teste de avaliação

Idade dos alunos do 3.º ciclo (120 alunos)



17.1 Indica a população em estudo.

17.2 Indica qual é a variável estatística.

17.3 Classifica a variável estatística em estudo.

17.4 Determina quantos alunos têm 14 anos, atendendo às informações do gráfico e sabendo que:

- o número de alunos com 15 anos é o dobro do número de alunos que têm 16 anos;
- o número de alunos com 12 anos é igual ao número de alunos com 16 anos;
- há 30 alunos com 13 anos.

17.5 Indica a moda das idades.

17.6 Calcula a média das idades.

17.7 Indica a amplitude dos dados apresentados.

Resposta:

Alínea	Resposta
17.1	
17.2	
17.3	
17.4	
17.5	
17.6	
17.7	

Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_ / \_\_\_ / \_\_\_\_\_

## **Aula de Excel**

1. Assinala o que gostaste mais na aula que trabalhaste com o Excel.

---

---

---

---

2. Refere o que gostaste menos ou o que achaste mais difícil, nessa aula.

---

---

---

---

Nome: \_\_\_\_\_ Data: \_\_\_ / \_\_\_ / \_\_\_\_\_

## **Aula de Excel**

3. Assinala o que gostaste mais na aula que trabalhaste com o Excel.

---

---

---

---

4. Refere o que gostaste menos ou o que achaste mais difícil, nessa aula.

---

---

---

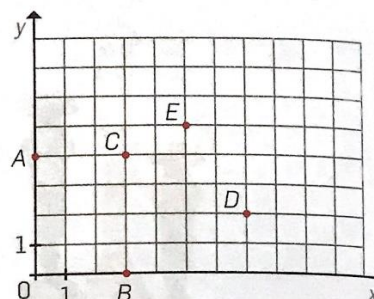
---

## Ficha de diagnóstico

1 Observa o referencial cartesiano ao lado.

1.1 Escreve as coordenadas dos pontos  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  e  $E$ .

1.2 Assinala, no referencial, um ponto  $F$  com ordenada igual ao dobro da abcissa.



2 A cor do cabelo das alunas de uma escola de surf encontra-se registada na tabela ao lado.

2.1 Quantas alunas frequentam a escola?

2.2 Completa a tabela com as frequências relativas.

2.3 Qual é a moda desta distribuição?

2.4 **Explica** porque não é possível determinar a média.

Cor	Frequência absoluta	Frequência relativa
Preto	4	
Castanho	3	
Louro	2	
Ruivo	1	

Um aluno resolveu, em cinco dias consecutivos, a seguinte quantidade de problemas matemáticos.

5    6    4    2    3

3.1 Em média, quantos problemas resolveu diariamente?

3.2 Quantos problemas terá de resolver no sexto dia para a média passar a ser 5?

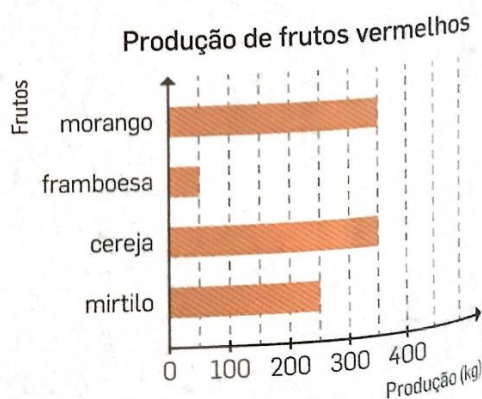
Num pomar, a produção de frutos vermelhos está indicada no gráfico ao lado.

4.1 Qual é, em quilogramas, a produção total?

4.2 Qual é, em percentagem, a produção de mirtilos?

4.3 Verdadeiro ou falso?

A produção de morango e cereja é 60% do total. **Justifica.**

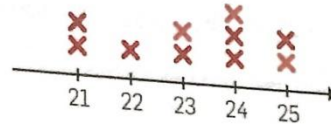




**5** Um grupo de alunos abriu 10 pacotes de bolachas e contou o número de bolachas em cada pacote, construindo depois um diagrama de pontos.

- 5.1 Qual é a moda desta distribuição?
- 5.2 Quantos pacotes tinham 25 bolachas?
- 5.3 Quais são os extremos? E a amplitude?
- 5.4 Que percentagem de pacotes tinham mais do que 23 bolachas?

Número de bolachas por pacote



**6** Num diagrama de caule-e-folhas, registou-se a pontuação obtida por cada aluno de uma turma no último teste de Matemática.

Pontuação no teste de Matemática

3	8	9
4	5	7 7
5	0	0 6 6
6	1	3 3 3 7
7	4	
8	5	8
9	0	5 6

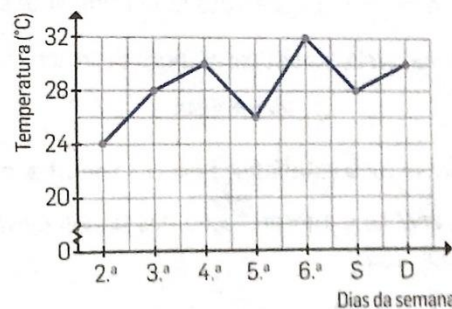
3 | 8 lê-se «38 pontos»

- 6.1 Quantos alunos fizeram o teste?
- 6.2 Qual é a moda?
- 6.3 Qual é a pontuação mais alta? E a mais baixa?
- 6.4 Qual é a percentagem de alunos que obtiveram pontuação superior a 75?

**7** O pai da Mafalda registou a temperatura do ar ao meio-dia, durante uma semana de verão.

- 7.1 Em que dia a temperatura foi  $26^{\circ}\text{C}$ ?
- 7.2 Qual foi a temperatura ao meio-dia de sábado?
- 7.3 Qual foi o dia mais quente ao meio-dia?
- 7.4 Qual é a média das temperaturas ao meio-dia, nessa semana?

Temperatura ao meio-dia



**8** Desenha, no teu caderno, um círculo de raio 3 cm e pinta o setor circular correspondente a um ângulo ao centro de  $60^{\circ}$ .



## Exercícios e problemas

1 Numa fábrica de lâmpadas, houve necessidade de fazer um controlo de qualidade das 100 lâmpadas produzidas numa hora. Destas, seleccionaram-se 2 lâmpadas que seguiram para o controlo de qualidade. Nesta situação, indica a população e a amostra.

Para cada uma das seguintes situações, indica a população.

2.1 Eleições para a presidência de um clube desportivo.

2.2 Eleições para o delegado de turma.

2.3 Desporto preferido pelos alunos de um agrupamento.

3 Fez-se um estudo estatístico junto de clientes de uma farmácia relativo a:

A. idade, em anos;

B. género (feminino ou masculino);

C. classificação do atendimento em «bom», «razoável» ou «mau»;

D. tempo de espera pelo atendimento;

E. freguesia da sua residência.

Classifica cada uma das variáveis em qualitativa ou quantitativa e indica a população em estudo.

4 Inquiriram-se 20 professores, dos 104 existentes num agrupamento, sobre a sua idade. Identifica a:

4.1 população.

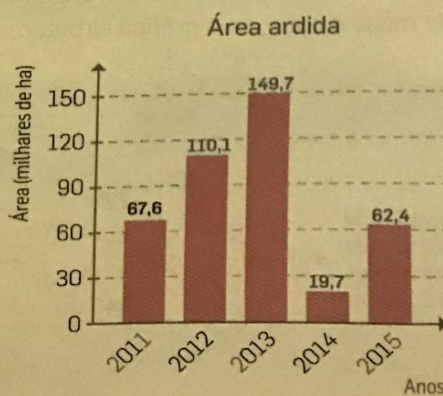
4.2 amostra.

4.3 variável estatística.

4.4 dimensão da amostra.

4.5 unidade estatística.

5 Observa o gráfico de barras representado na figura ao lado. Formula três questões acerca deste conjunto de dados.



Fonte: Expresso, 02-07-2016



### Exercícios e problemas

**1** Observa os conjuntos de dados A e B.

**A.** 6, 13, 15, 17, 15

Para cada caso, determina:

**1.1** os extremos e a amplitude.

**1.2** a moda.

**1.3** a média aritmética.

**B.** Idades dos funcionários de uma empresa

1 | 8 9

2 | 4 5 6 7

3 | 1 2 3 3

4 | 4 5 5 7

5 | 8 9 9 9

1 | 8 lê-se  
«18 anos»

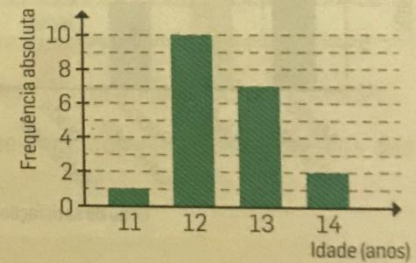
**2** Observa o gráfico de barras ao lado.

**2.1** Constrói uma tabela de frequências absolutas e relativas.

**2.2** Determina a idade média dos alunos da turma e indica a moda.

**2.3** Representa os dados num gráfico circular.

Idades dos alunos de uma turma



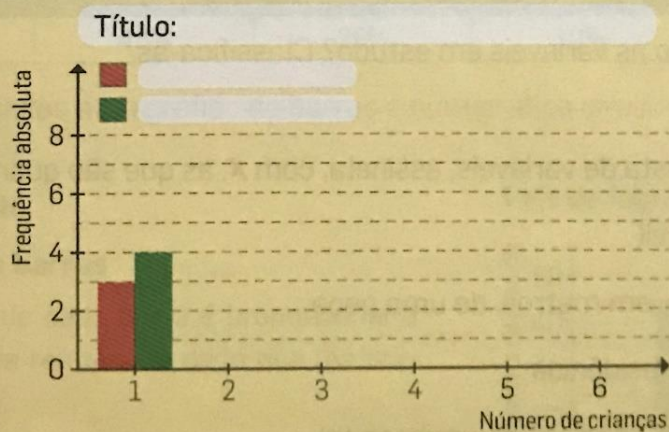
## Exercícios e problemas

- 1 Uma educadora de infância perguntou a 20 alunos da «Sala dos Sabichões» e a 20 alunos da «Sala dos Curiosos» quantas crianças há na sua família. As respostas estão registadas nas tabelas seguintes.

Sala dos Sabichões	Número de crianças	Frequência absoluta	Frequência relativa (%)
	1	3	
	2	5	
	3	8	
	4	1	
	5	3	
	6	0	
	Total		

Sala dos Curiosos	Número de crianças	Frequência absoluta	Frequência relativa (%)
	1	4	
	2	6	
	3	5	
	4	2	
	5	2	
	6	1	
	Total		

- 1.1 Completa cada tabela de frequências e constrói o gráfico circular respetivo.  
 1.2 Completa o gráfico de barras duplas que permite comparar as respostas das duas turmas.



- 1.3 Qual dos gráficos que construístes permite fazer uma melhor comparação dos dados relativos às duas salas?

## Anexo 10 – Ficha de preparação para o teste (parte relativa à estatística)

**22.** Na escola da Ana, todos os alunos foram questionados acerca do seu instrumento musical preferido.

O gráfico circular da figura mostra os dados recolhidos.

**22.1.** Indica a população do estudo.

**22.2.** Indica a variável estatística em estudo e classifica-a.

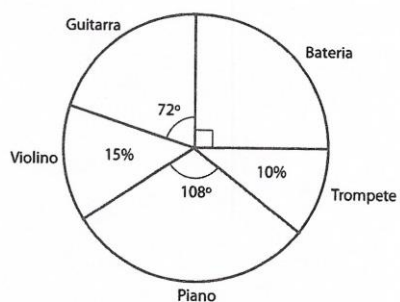
**22.3.** Sabe-se que 160 alunos preferem guitarra.

a) Quantos alunos tem a escola da Ana?

b) Quantos alunos têm o violino como instrumento preferido?

**22.4.** Indica a moda do conjunto de dados.

**22.5.** Indica a amplitude do setor circular que corresponde ao violino.



**23.** A turma do Alexandre tem 25 alunos.

80% dos alunos têm 11 anos.

16% dos alunos têm 12 anos.

O Alexandre tem 10 anos.

**23.1** Quantos alunos há na turma com 10 anos?

**23.2** Constroi a tabela de frequências (absoluta, relativa e relativa em percentagem)

**23.3** Indica a média de idades dos alunos da turma.

Quantas vezes comes *fast food* por mês? \_\_\_\_\_

Quanto tempo (aproximadamente, em horas) jogas consola, por semana? \_\_\_\_\_

Quantas pessoas moram contigo, na tua casa? \_\_\_\_\_

Qual é a tua disciplina preferida? \_\_\_\_\_

Qual é a tua rede móvel? \_\_\_\_\_

Qual é o aparelho eletrónico (computador, telemóvel, tablet, playstation ou televisão) que mais utilizas? \_\_\_\_\_

Quantos irmãos e/ou irmãs tens? \_\_\_\_\_

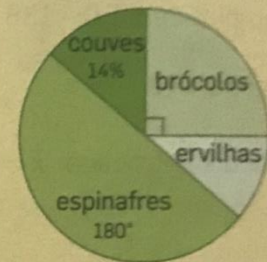


Anexo 12 - Exercícios 2 e 3, da página 55 do manual

**2** No mês passado, a produção de uma quinta foi 80 kg de vegetais, distribuídos de acordo com o gráfico representado na figura ao lado.

- 2.1** Qual é a percentagem de cada vegetal?
- 2.2** Quantos quilogramas de couves e quantos quilogramas de ervilhas se produziram?

Produção de vegetais

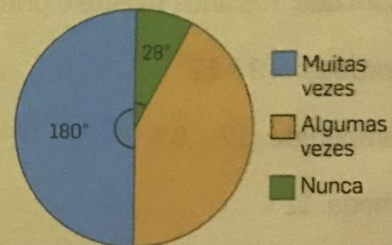


**3** Num inquérito a um grupo de jovens, perguntou-se: «Usas o telemóvel em situações em que não é apropriado?»

As respostas encontram-se registadas no gráfico circular representado na figura ao lado.

- 3.1** Sabendo que 42 jovens responderam «muitas vezes», quantos jovens responderam ao inquérito?
- 3.2** Qual é a percentagem de jovens que respondeu «nunca»? E «algumas vezes»?

Uso não apropriado de telemóvel



**Exercícios e problemas finais** (continuação)

**8** Interrogaram-se 300 jovens sobre o desporto que praticam.  
Cada aluno deu uma única resposta.

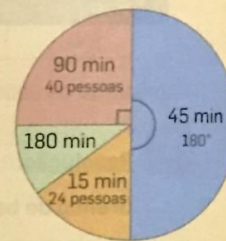
Desporto praticado	Basquetebol	Vela	Ténis	Atletismo	Natação
Frequência absoluta	60	30	45	75	
Frequência relativa (%)					
Amplitude do ângulo (°)					

8.1 Completa a tabela.

8.2 Constrói um gráfico de barras (em percentagem) e um gráfico circular relativo à distribuição destes dados.

**9** Perguntou-se a um grupo de pessoas, quantos minutos, por dia, se divertem com jogos de consola. Cada inquirido apenas deu uma resposta e os resultados constam no gráfico circular representado na figura ao lado.

Quantos minutos, por dia, joga consola?



9.1 Quantas pessoas responderam «45 minutos»?

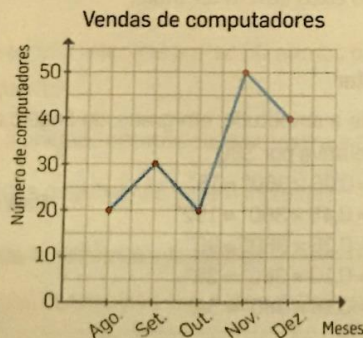
9.2 Que percentagem de pessoas responderam «90 minutos»?

9.3 Quantas pessoas responderam «180 minutos»?

9.4 Por quantas pessoas era constituído o grupo?

**Extremos e amplitude. Moda e média aritmética** .....

**10** No gráfico seguinte, estão registadas as vendas de computadores numa loja, nos últimos cinco meses do ano passado.



10.1 Indica os extremos deste conjunto de dados e determina a sua amplitude.

10.2 Qual é o número médio de computadores vendidos por mês?

10.3 **Mostra** que 25% das vendas, dos cinco meses indicados, ocorreram em dezembro.

**Constrói um cartaz para apresentares à turma, de acordo com os dados obtidos e com os seguintes tópicos:**

1. Variável;
2. Classificação da variável;
3. População;
4. Unidade estatística;
5. Tabela de frequências (absoluta, relativa, e relativa em percentagem);
6. Um gráfico à escolha, que achem mais adequado: gráfico de barras, gráfico de pontos, pictograma ou caule-e-folha;
7. Gráfico circular;
8. Média aritmética (se possível);
9. Moda;
10. Construir 3 frases sobre os dados que acabaram de trabalhar.

**Constrói um cartaz para apresentares à turma, de acordo com os dados obtidos e com os seguintes tópicos:**

1. Variável;
2. Classificação da variável;
3. População;
4. Unidade estatística;
5. Tabela de frequências (absoluta, relativa, e relativa em percentagem);
6. Um gráfico à escolha, que achem mais adequado: gráfico de barras, gráfico de pontos, pictograma ou caule-e-folha;
7. Gráfico circular;
8. Média aritmética (se possível);
9. Moda;
10. Construir 3 frases sobre os dados que acabaram de trabalhar.

Nome: \_\_\_\_\_

Data: \_\_\_\_ / \_\_\_\_ / \_\_\_\_

Folha de registos

<b>Grupo 2</b>		<b>Grupo 3</b>		<b>Grupo 4</b>	
Variável		Variável		Variável	
Classificação da variável		Classificação da variável		Classificação da variável	
Dados e frequência absoluta		Dados e frequência absoluta		Dados e frequência absoluta	
Média (se possível)	Moda	Média (se possível)	Moda	Média (se possível)	Moda
Apreciação		Apreciação		Apreciação	
- Pontos fortes	- Pontos fracos	- Pontos fortes	- Pontos fracos	- Pontos fortes	- Pontos fracos



<b>Grupo 5</b>		<b>Grupo 6</b>	
<b>Variável</b>		<b>Variável</b>	
<b>Classificação da variável</b>		<b>Classificação da variável</b>	
<b>Dados e frequência absoluta</b>		<b>Dados e frequência absoluta</b>	
<b>Média (se possível)</b>	<b>Moda</b>	<b>Média (se possível)</b>	<b>Moda</b>
<b>Apreciação</b>		<b>Apreciação</b>	
<b>- Pontos fortes</b>	<b>- Pontos fracos</b>	<b>- Pontos fortes</b>	<b>- Pontos fracos</b>

## Para variáveis qualitativas

### Organização dos dados

1. Inserir o título “dados”, na A1;
2. Inserir os dados;
3. Na coluna ao lado (B1), insere o nome da variável em estudo, organiza os dados e acrescenta, por baixo, “Total”;
4. Na coluna C1, identifica a primeira célula como “Freq. Absoluta” e na coluna ao lado (D1) “Freq. Relativa”;
5. Na coluna da Frequência Absoluta, nas células seguintes, insere a função CONTAR.SE. Em cada célula insere =CONTAR.SE, seleciona as células dos dados (que estão desorganizados), acrescenta ; e seleciona a célula com o dado que estás a organizar. Insere, entre a letra da coluna e os números da células dos dados, o símbolo \$: =CONTAR.SE(A\$2:A\$21;B2).
6. Para os outros dados, basta arrastar a primeira célula para baixo;
7. No total insere a função =SOMA e seleciona as frequências absolutas que descobriste.
8. Na coluna “Freq. Relativa”, basta colocar = e selecionar (ou escrever) a célula da frequência absoluta, inserir / e, por fim, escrever o total (que será 20). Para os outros dados, basta arrastar a primeira célula.

### Gráficos

1. Seleciona a célula do primeiro dado (B1) e, carregando na tecla *ctrl*, seleciona a coluna da Freq. Absoluta.
2. Aparecerá um ícone, no canto inferior direita, seleciona e seleciona o gráfico de barras. Insere legenda dos eixos e modifica o título do gráfico;

3. Repete o procedimento, mas desta vez com o gráfico circular;

Numa célula aleatória, insere um comentário sobre a atividade;

- Noutra célula, insere o teu nome;

- Por fim, noutra célula, descreve a tua experiência em Excel.

## Para variáveis quantitativas

### Organização dos dados

1. Inserir o título “dados”, na A1;
2. Inserir os dados;
3. Na coluna ao lado (B1), insere o nome da variável em estudo, organiza os dados e acrescenta, por baixo, “Total”;
4. Na coluna C1, identifica a primeira célula como “Freq. Absoluta” e na coluna ao lado (D1) “Freq. Relativa”;
5. Na coluna da Frequência Absoluta, nas células seguintes, insere a função CONTAR.SE. Em cada célula insere =CONTAR.SE, seleciona as células dos dados (que estão desorganizados), acrescenta ; e seleciona a célula com o dado que estás a organizar. Insere, entre a letra da coluna e os números da células dos dados, o símbolo \$: =CONTAR.SE(A\$2:A\$21;B2).
6. Para os outros dados, basta arrastar a primeira célula para baixo;
7. No total insere a função =SOMA e seleciona as frequências absolutas que descobriste.
8. Na coluna “Freq. Relativa”, basta colocar = e selecionar (ou escrever) a célula da frequência absoluta, inserir / e, por fim, escrever o total (que será 20). Para os outros dados, basta arrastar a primeira célula.

### Média

9. Lembra a fórmula da média  $[(\text{dados} * \text{freq. absoluta}) / \text{total}]$ ;

10. Numa coluna, calcula o produto entre os dados e a freq. absoluta (basta colocar =, selecionar as células e inserir \* entre elas);

11. No fim, calcular a soma dessas médias e dividir pelo total.

### Moda

1. Inserir a função =MODA(A2:A21).

### Amplitude

1. Identificamos o mínimo e o máximo: =MÁXIMO(coluna da variável e as células com os dados); =MÍNIMO(coluna da variável e as células com os dados).

2. Por fim, inserimos o = e selecionamos a célula do máximo – célula do mínimo. Basta colocar o sinal de subtração entre as células.

### Gráfico

1. Seleciona a célula do primeiro dado (B1) e, carregando na tecla ctrl, seleciona a coluna da Freq. Absoluta.

2. Aparecerá um ícone, no canto inferior direita, seleciona e seleciona o gráfico de barras. Insere legenda dos eixos e modifica o título do gráfico.

- Numa célula aleatória, insere um comentário sobre a atividade;

- Noutra célula, insere o teu nome;

- Por fim, noutra célula, descreve a tua experiência em Excel.

Anexo 17 – Tabela de análise de dados (ver página seguinte)

