



---

**Universidad de Valladolid**

Escuela de Doctorado

**Trabajo Fin de Máster**

Máster en Física

**ESTUDIO NUMÉRICO  
DE FENÓMENOS DE RESONANCIA PLASMÓNICA SUPERFICIAL  
EN MEDIOS DOBLEMENTE NEGATIVOS**

---

**Autor:**

Irene Sánchez Valiente

**Tutores:**

Ismael Barba García

Ana María Grande Sáez



# Estudio numérico de fenómenos de resonancia plasmónica superficial en medios doblemente negativos

*Autor:* Irene Sánchez Valiente. *Tutores:* Ana María Grande Sáez, Ismael Barba García.

**Resumen**—Un plasmón superficial es una onda electromagnética que involucra la oscilación colectiva de electrones libres en un metal. Este tipo de ondas puede excitarse en la interfaz entre dos medios con permitividades de signo opuesto, como es el caso de la interfaz entre un metal y un dieléctrico a frecuencias ópticas.

En las últimas décadas, la aparición de los metamateriales y, más concretamente, de los medios doblemente negativos (DNG), caracterizados por presentar no sólo una permitividad sino también una permeabilidad negativas, ha dado lugar a la posibilidad de excitar este tipo de ondas en otros rangos de frecuencia. Además, a diferencia de lo que ocurre con los metales, los medios DNG permiten la formación de los plasmones superficiales tanto para campos electromagnéticos con polarización transversal eléctrica o magnética.

En este trabajo se ha analizado la posibilidad de excitar una resonancia plasmónica superficial en la interfaz entre vacío y distintos tipos de metamateriales en ámbito guiado. Las estructuras estudiadas se componen de diferentes medios dispuestos sucesivamente en el interior de la guía rectangular, y están principalmente compuestas de interfaces vacío-DNG, aunque también se han estudiado con metamateriales  $\epsilon$ -negativos y  $\mu$ -negativos. Se ha comprobado que la condición de excitación de la resonancia de los plasmones se corresponde con la condición de transmisión total o “perfect tunneling”, mediante el mismo mecanismo de “amplificación” de los modos evanescentes. Estos problemas se han estudiado teóricamente y numéricamente empleando el simulador electromagnético CST, lo que ha permitido analizar y visualizar la respuesta de las ondas electromagnéticas a estas estructuras en el interior de una guía de onda rectangular.

**Abstract**—Surface plasmons are electromagnetic waves involving collective oscillation of free electrons in metals. This kind of waves can be excited on the interface between two media with opposite signed permittivities, such as in the case of metals and dielectrics at optical frequencies.

In the last decades, metamaterials and specifically double-negative media (DNG), which are artificial materials characterized by having a negative permittivity and permeability, have had a great development. These media have opened the possibility for this kind of waves to be excited at other ranges of frequencies. Furthermore, unlike what happens with metals, DNG media allow the formation of surface plasmons for both electric and magnetic transverse polarization of electromagnetic fields.

In this work, the possibility of exciting surface plasmon resonance between vacuum and different kinds of metamaterials has been analyzed in a waveguide environment. The structures under study are composed of an array of different media filling the rectangular waveguide. They are mainly composed of vacuum-DNG interfaces, although  $\epsilon$ -negative and  $\mu$ -negative metamaterials have also been considered. It has been found that the plasmon resonance excitation condition corresponds to the perfect tunneling condition, by means of the same amplification of evanescent modes mechanism. These phenomena have been theoretically and numerically studied by using the electromagnetic simulator CST, which has allowed us to analyze

and visualize the electromagnetic waves response in a waveguide environment.

**Palabras clave**—Metamaterial, DNG, plasmón superficial, tunneling, transparencia, reflexión nula, transmisión total.

## I. INTRODUCCIÓN

UN metamaterial es un medio fabricado de forma artificial con una estructura interna diseñada para obtener una determinada respuesta electromagnética y fabricado mediante la inclusión de “partículas” en un medio “huésped”, figura 1.

La respuesta electromagnética de un material convencional viene determinada, a escala microscópica, por la interacción de los campos electromagnéticos con su estructura atómica interna, sus propiedades electrónicas, etc. Sin embargo, la respuesta electromagnética de un metamaterial viene determinada fundamentalmente por la forma de las inclusiones o estructuras que lo forman y no sólo de las propiedades de sus componentes. Así, idealmente, diseñando esa estructura (tamaño, forma, etc.) se pueden controlar las propiedades electromagnéticas del medio.

Normalmente, las propiedades electromagnéticas de medios materiales se describen mediante los parámetros constitutivos efectivos permitividad eléctrica  $\epsilon$  y permeabilidad magnética  $\mu$ . Esta aproximación deja de ser válida cuando la longitud de onda de la onda electromagnética comienza a ser comparable al tamaño de los elementos que componen el material; en el caso convencional, a los átomos, y, en el caso de los metamateriales, a las estructuras que los componen. Mientras ésta sea mayor, la aproximación es válida. De esta manera, se puede modelar la respuesta electromagnética de estos medios sin necesidad de estudiar la estructura interna que poseen [2].

Dentro de los metamateriales existe un tipo de medios que se denomina doblemente negativo (DNG) debido a que ambos parámetros, permitividad y permeabilidad, son negativos simultáneamente a determinadas frecuencias. También se los denomina *zurdos* como consecuencia de ciertas propiedades que se comentan a continuación.

El primero que investigó teóricamente las propiedades de este tipo de medios fue Viktor Veselago en 1968 [3]. Sin embargo, su trabajo permaneció olvidado durante casi 30 años, hasta 1998, cuando Pendry *et al.* [4], [5] presentaron la primera posible realización de este tipo de medios, sugiriendo que podrían fabricarse combinando pistas o hilos metálicos, que dan lugar a una permitividad negativa, con resonadores de anillo partido, *split ring resonators* o SRRs, que permiten

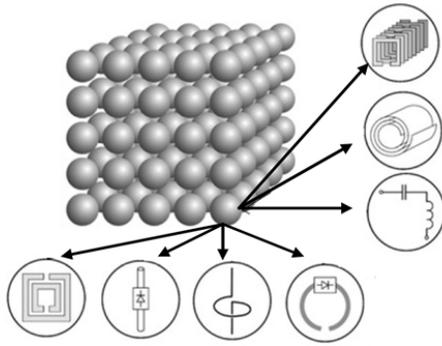


Figura 1. Concepto de metamaterial y de "meta-partícula", Tretyakov *et. al.* [1].

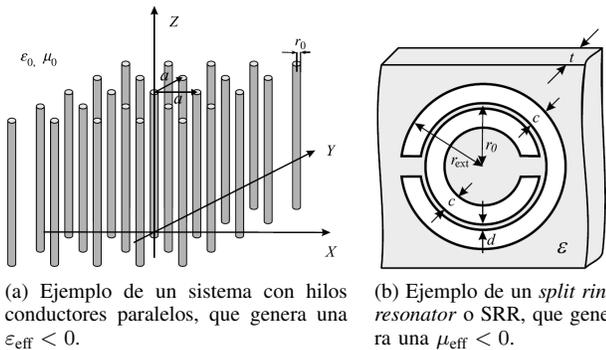


Figura 2. Estructuras que se utilizan para fabricar metamateriales con permitividades y permeabilidades efectivas determinadas [7].

obtener una permeabilidad negativa en un determinado rango de frecuencias. Posteriormente, en el año 2001 Smith y su grupo de investigación consiguieron fabricar un medio de estas características [6]. Ejemplos de estas estructuras se muestran en la figura 2.

En general, los parámetros efectivos que caracterizan un medio material son dependientes de la frecuencia, de manera que  $\varepsilon(\omega) = \varepsilon_0 \varepsilon_r(\omega)$  y  $\mu(\omega) = \mu_0 \mu_r(\omega)$ . En el caso de los metamateriales y en particular de los medios DNG fabricados a partir de hilos conductores y SRRs como los que se muestran en la figura 2, la permitividad y la permeabilidad presentan una dependencia resonante que se puede modelar. Un modelo adecuado para esta dispersión en frecuencia de la permitividad puede ser el modelo de Drude [2], [8]

$$\varepsilon_r(\omega) = \varepsilon_\infty - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - i\nu_c)} \quad (1)$$

donde  $\varepsilon_\infty$  es la permitividad eléctrica en el límite de altas frecuencias,  $\omega_p$  la frecuencia del plasma, y  $\nu_c$  la frecuencia de colisión.

Por otra parte, el modelo de Lorentz se suele utilizar para caracterizar la dependencia en frecuencia de la permeabilidad, [2], [8]

$$\mu_r = \mu_\infty + \frac{(\mu_s - \mu_\infty)\omega_0^2}{\omega_0^2 + i\omega\delta - \omega^2} \quad (2)$$

siendo  $\mu_s$  y  $\mu_\infty$  la permeabilidad magnética en el límite de altas y bajas frecuencias, respectivamente,  $\omega_0$  la frecuencia de resonancia, y  $\delta$  la frecuencia de amortiguamiento. Estos

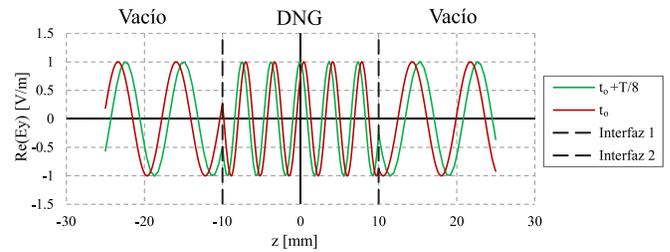


Figura 3. Velocidad de fase negativa o propagación *backward* de una onda plana que incide en una lámina de material DNG con índice de refracción  $n = -2$  y de espesor 20 cm. Se muestra el campo eléctrico en dos instantes temporales ( $t_0$  y  $t_0 + T/8$ ). Se observa como en la región de vacío la fase avanza en el sentido positivo del eje  $z$ , mientras que en la lámina DNG la fase avanza en el sentido negativo del eje  $z$ .

dos modelos son equivalentes cuando la frecuencia de la onda es mucho mayor que la frecuencia característica:  $\omega \gg \omega_0$ . La parte imaginaria de estas magnitudes está asociada a las pérdidas del material [9].

Ambos modelos permiten la descripción de parámetros constitutivos efectivos negativos. Esta propiedad no es exclusiva de los metamateriales, sino que existe de manera natural en algunos medios como los plasmas, algunos metales a frecuencias ópticas o algunas ferritas. El modelo de Drude, por ejemplo, describe el comportamiento de la permitividad de metales como el oro a frecuencias ópticas, y el modelo de Lorentz, el de la permeabilidad de algunas ferritas. Sin embargo, lo que no se ha encontrado en la naturaleza son medios con ambos parámetros negativos simultáneamente.

En las últimas décadas los metamateriales y en particular de los medios DNG han despertado un gran interés en la comunidad científica, esto es debido a sus inusuales propiedades electrodinámicas como son la propagación *backward*, la refracción negativa ( $n < 0$ ), el desplazamiento Goos-Hänchen negativo, el efecto Doppler inverso, la radiación inversa de Cerenkov, ... [2], [3], [7] así como por sus importantes aplicaciones potenciales en el desarrollo de nuevos dispositivos, lentes perfectas, invisibilidad, etc. [10]-[14].

#### I-A. Propagación "backward": velocidad de fase negativa

La ecuación de ondas electromagnéticas en régimen armónico estacionario y en el dominio de la frecuencia, derivada a partir de las ecuaciones de Maxwell, en un medio lineal, homogéneo e isótropo [7], [9], viene dada por

$$(\nabla^2 + k^2) \psi = 0 \quad (3)$$

con  $k = \omega n/c$  el número de ondas, donde  $n$  es el índice de refracción del medio y  $c$  es la velocidad de la onda en el vacío. Los medios DNG sí que permiten la propagación de las ondas electromagnéticas, ya que  $n^2 = \varepsilon\mu c^2$  no se ve afectado por cambiar de signo a  $\varepsilon$  y  $\mu$  de manera simultánea [7], pero si sólo uno de los dos parámetros es negativo, no puede existir propagación por dicho medio. Por otro lado, fijándonos en las siguientes ecuaciones de Maxwell en el dominio de la frecuencia [7], [9],

$$\mathbf{k} \times \mathbf{E} = \omega \mu \mathbf{H} \quad (4)$$

$$\mathbf{k} \times \mathbf{H} = -\omega \varepsilon \mathbf{E} \quad (5)$$

donde  $\mathbf{k}$  es el vector de onda, cuya magnitud es la del número de ondas mencionado, y  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{H}$  los campos eléctrico y magnético respectivamente, sí que se aprecia cambio en las soluciones. Para  $\varepsilon$  y  $\mu$  positivos, los vectores de campo y el vector de ondas forman un triedro directo, pero en el caso de los DNG, forman un triedro inverso (*left-handed triplet* en inglés, de ahí su denominación de “zurdos”). Esto implica que la propagación de la fase en un DNG sería hacia la fuente. Este resultado se aprecia en la figura 3. En esta figura, se ha representado los valores del campo eléctrico de una onda plana incidiendo normalmente en una lámina DNG con índice de refracción  $n = -2$  y de espesor  $d = 20$  mm en dos instantes de tiempo separados una octava parte del periodo de la onda. Se observa como en la región de vacío la fase en el instante  $t_0 + T/8$  ha avanzado en el sentido positivo del eje  $z$ , mientras que en la lámina DNG la fase en  $t_0 + T/8$  ha avanzado en el sentido contrario.

Por el contrario, el vector de Poynting, [7], [9]

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \mathbf{E} \times \mathbf{H}^* \quad (6)$$

que determina la dirección del promedio temporal del flujo de energía de la onda, no depende de  $\varepsilon$  y  $\mu$ , y por lo tanto no cambia su dirección en un medio DNG, de manera que el resultado anterior no está en contradicción con la ley de la causalidad.

#### I-B. Refracción negativa: Inversión de la ley de Snell

Una de las consecuencias de que la parte real de la permitividad y la permeabilidad sean negativas es que el índice de refracción de estos materiales es negativo, ya que en este caso se toma la solución negativa para la raíz cuadrada en la ecuación del índice de refracción [3]

$$n = -\sqrt{\varepsilon_r \mu_r} \quad (7)$$

Esto tiene como consecuencia que la onda se refracta con ángulo negativo al atravesar la interfaz entre un medio convencional y un DNG, como se puede deducir de la ecuación de Snell.

En la figura 4 se presenta una simulación en la que una onda se refracta con ángulo negativo al incidir desde el vacío sobre una lámina de índice de refracción  $n = -1$ . La onda, al incidir de forma oblicua sobre la lámina, se refracta hacia el mismo lado de la normal a la interfaz, tanto a la entrada como a la salida de la lámina DNG.

#### I-C. Compensación de fase

Otra de las consecuencias de estas propiedades es la posibilidad de compensar la fase. Consideremos dos láminas de espesores  $d_1$  y  $d_2$ , la primera de un medio con  $\varepsilon$  y  $\mu$  positivas (o DPS) y un índice de refracción  $n_1 > 0$  y la segunda de un medio DNG con  $n_2 < 0$ . Para incidencia normal, igualando la diferencia de fase a la entrada y a la salida de ambas láminas a cero, se obtiene [2] que las fases se compensan, es decir, que la onda sale con la misma fase que la que entró, sin retardo por propagación, cuando

$$\frac{d_1}{d_2} = -\frac{|n_2|}{|n_1|} \quad (8)$$

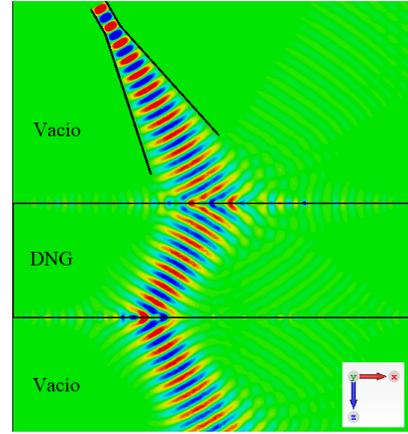


Figura 4. Resultado de la refracción negativa para una onda electromagnética incidente con ángulos de alrededor de  $30^\circ$  sobre una lámina de DNG con índice de refracción  $n = -1$ .

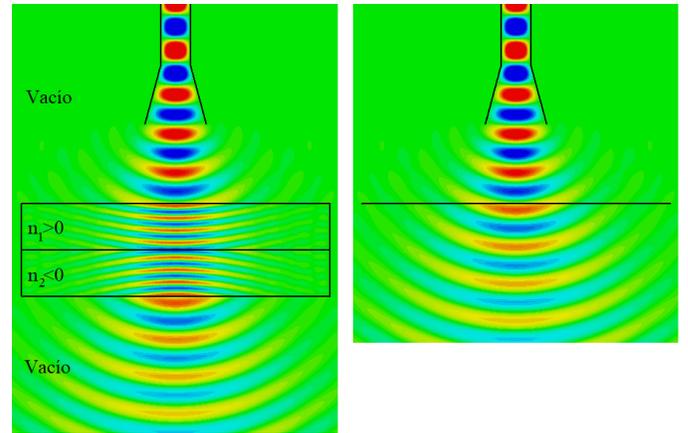


Figura 5. A la izquierda, resultado de una simulación de la compensación de fase para una onda incidente en dos láminas consecutivas con índices de refracción opuestos,  $n_1 = -n_2 = 3$ . A la derecha, la misma imagen recortando las láminas en la que se aprecia la compensación de la fase.

Además, si los espesores de las láminas son iguales, y por tanto  $n_1 = -n_2$ , la compensación ocurre a cualquier ángulo. Un ejemplo de esta situación se muestra en la figura 5.

#### I-D. Lente de Pendry o lente “perfecta”

Uno de los resultados que Veselago predijo en su estudio [3], es que una lámina de medio DNG con  $\varepsilon = \mu = -1$  es capaz de focalizar una imagen a una distancia del doble de su espesor. Sin embargo, no es solamente éste el interés de estas lentes, sino que como más tarde puntualizó Pendry en [10], este tipo de lente tiene la capacidad de focalizar una imagen en 2 dimensiones con una nitidez mayor que la longitud de onda de la onda utilizada.

Cuando un dipolo oscilante genera una onda electromagnética, aparecen diversos modos, o componentes de Fourier, y no todos son propagantes. Una lente fabricada con un medio transparente ordinario, por muy perfectamente pulida que esté, tiene una limitación dictada por la electrodinámica: no se puede focalizar luz en particular, o una onda electromagnética en general, en un área más pequeña que el cuadrado de la

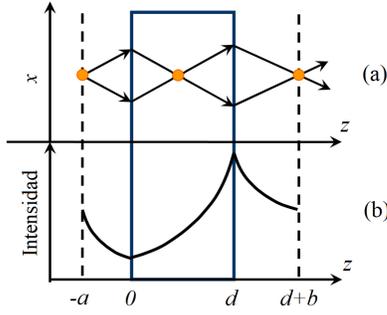


Figura 6. (a) Esquema de la focalización de un punto por una lámina de  $n = -1$ . (b) “Amplificación” de los modos evanescentes en la lente “perfecta” de Pendry [16].

longitud de onda [10]. La función de la lente es aplicar una corrección de fase de manera que los campos, a la salida, interfieran constructivamente en un punto que será la imagen del dipolo objeto que formó la onda inicialmente. Sin embargo, para los modos con valores del vector de onda transversal  $k_{\perp}$  tales que  $k_{\perp}^2 > \varepsilon_r \mu_r \omega^2 / c^2$ , la componente longitudinal  $k_{\parallel}$  es imaginaria,

$$k_{\parallel} = +j\sqrt{k_{\perp}^2 - \varepsilon_r \mu_r \omega^2 / c^2} \quad (9)$$

lo que quiere decir que dichos modos no son propagantes en el medio con  $\varepsilon_r$  y  $\mu_r$ , que también incluye el vacío si  $\varepsilon_r = \mu_r = 1$ . En un medio ordinario, el valor de la constante de propagación longitudinal para estos modos es imaginario positivo, de manera que el campo de estos modos *decae* de manera evanescente en la dirección de propagación de la onda, y por lo tanto no aparecerán en la imagen final formada tras la lente. Esta limitación para los modos propagantes se traduce en una limitación para la resolución de la imagen, llegando a que [10] la máxima resolución nunca podrá ser mayor que

$$\Delta \approx \frac{2\pi}{k_{\text{máx}}} = \frac{2\pi c}{\omega} = \lambda \quad (10)$$

En un medio DNG, hay que elegir el signo negativo en la raíz [10], por lo que el valor de esta constante es imaginario negativo. De esta manera, aunque el campo sigue siendo evanescente, no decae sino que se “amplifica”. Dado que estos modos evanescentes no transportan energía, esto no está en contraposición con el principio de conservación de la misma.

Un material de  $\varepsilon = \mu = -1$  es de alguna manera complementario al vacío y entonces una lámina de ese material sería capaz de cancelar una cantidad de vacío igual a su espesor  $d$ , de manera que, ópticamente hablando, sería equivalente a “eliminar” esa parte del espacio de dimensión  $2d$  [15]. Así, una lámina de estas características no solamente sería capaz de corregir la fase de las ondas propagantes para focalizarlas en un punto imagen, sino que es capaz de restaurar la amplitud de esos modos evanescentes en decaimiento, y esta cancelación es completa no solamente en la parte propagante del campo, sino también en la evanescente, que portaría los detalles inferiores a la longitud de onda. De esta forma, si el medio fuese no dispersivo, se podría obtener una imagen con nitidez infinita y podríamos hablar de “lente perfecta”.

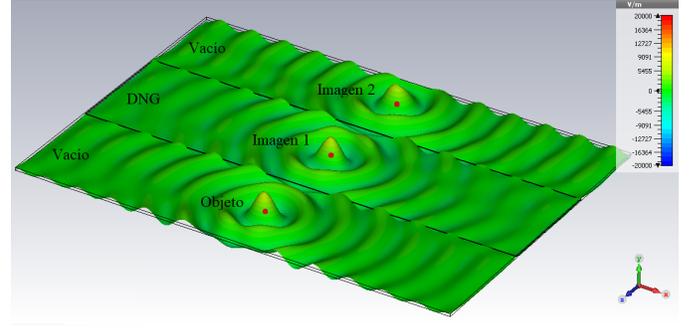


Figura 7. Resultado del campo en una simulación de una lámina de  $\varepsilon = \mu = -1$  focalizando una fuente puntual.

Una simulación de una lámina con  $\varepsilon = \mu = -1$  focalizando una imagen puntual a distancia  $d/2$  de su superficie se muestra en la figura 7. Se observa que en realidad existen dos imágenes, como también se muestra esquemáticamente en la figura 6. Esto es debido a la refracción negativa de la lámina: una lente de este tipo también forma imagen en el interior de la lámina, debido a su refracción negativa.

## II. GUÍA DE ONDA RECTANGULAR

Este trabajo se ha realizado en un entorno de guía rectangular, de manera que en esta sección se expondrán brevemente algunos de los aspectos de éstas que serán necesarios para el desarrollo posterior.

La guía de onda rectangular es un tipo de línea de transmisión. Las condiciones de contorno imponen la existencia de distintos “modos de propagación”, determinados por las constantes  $m$  y  $n$  en las direcciones de la anchura y de la altura de la guía respectivamente, siendo  $m$  y  $n$  números naturales entre 0 y  $\infty$ . Las guías de onda rectangulares no soportan modos transversales electromagnéticos (TEM), que se caracterizan por no tener componentes longitudinales de campo ni eléctrico ni magnético, de manera que solamente se propagan modos transversales eléctricos TE, que poseen componentes longitudinales de campo magnético, y transversales magnéticos TM, que poseen componentes longitudinales de campo eléctrico [17].

Consideraremos una guía de onda de conductor eléctrico perfecto con las paredes paralelas al eje  $z$ , que es la dirección de propagación. La sección será rectangular de lados  $a > b$ , con el convenio habitual de tomar el lado más largo a lo largo del eje  $x$ . La geometría se muestra en la figura 8.

Suponiendo dependencia temporal de la forma  $e^{j\omega t}$ , los campos en la guía se pueden escribir de la forma [17]

$$\mathbf{E}(x, y, z) = [\mathbf{e}(x, y) + \hat{\mathbf{z}}e_z(x, y)] e^{-\gamma z} \quad (11)$$

$$\mathbf{H}(x, y, z) = [\mathbf{h}(x, y) + \hat{\mathbf{z}}h_z(x, y)] e^{-\gamma z} \quad (12)$$

donde  $\mathbf{e}(x, y)$  y  $\mathbf{h}(x, y)$  representan las componentes transversales del campo eléctrico y magnético respectivamente, y  $e_z(x, y)$  y  $h_z(x, y)$  las componentes longitudinales. La constante de propagación  $\gamma$  viene dada por

$$\gamma = \alpha + j\beta \quad (13)$$

siendo  $\alpha$  la constante de atenuación y  $\beta$  la constante de fase.

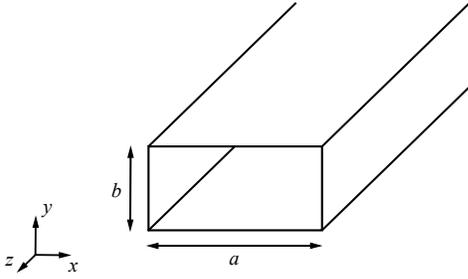


Figura 8. Dibujo esquemático de una guía de onda rectangular, tomando el convenio  $a > b$ .

### II-A. Modos TE

Los modos transversales eléctricos (TE) se caracterizan por tener  $E_z = 0$  y  $H_z \neq 0$ , esto es, el campo eléctrico sólo tiene componentes en un plano transversal a la dirección de propagación [17].

La constante de propagación de los modos  $TE_{mn}$  viene dada por

$$\gamma = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 - k^2} \quad (14)$$

donde el cuadrado del número de onda es  $k^2 = \omega^2 \varepsilon \mu$ .

Cada uno de los modos  $TE_{mn}$  tiene una frecuencia de corte  $f_{c_{mn}}$  que se obtiene anulando el radicando de (14) [17], es decir:

$$f_{c_{mn}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\varepsilon}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}. \quad (15)$$

Para frecuencias menores que la frecuencia de corte la constante de propagación (13) sólo tiene parte real ( $\gamma = \alpha$ ), esto es, no existe propagación y el campo es evanescente decayendo exponencialmente en la dirección longitudinal de la guía.

Por otra parte, la impedancia de la onda  $Z_{TE}$  relaciona las componentes transversales del campo eléctrico y magnético. Para los modos TE, se puede expresar [17] de la forma

$$Z_{TE} = \frac{E_x}{H_y} = \frac{-E_y}{H_x} = \frac{j\omega\mu}{\gamma} = \frac{\omega\mu}{\beta - j\alpha}. \quad (16)$$

### II-B. Modos TM

Los modos transversales eléctricos (TM) se caracterizan por tener  $E_z \neq 0$  y  $H_z = 0$  [17].

La constante de propagación de los modos TM es la misma que la presentada para los modos TE, ecuaciones (14), al igual que la frecuencia de corte, ecuación (15).

La impedancia de la onda para los modos TM, denotada por  $Z_{TM}$ , se puede expresar [17] como

$$Z_{TM} = \frac{E_x}{H_y} = \frac{-E_y}{H_x} = \frac{-j\gamma}{\omega\varepsilon} = \frac{\beta - j\alpha}{\omega\varepsilon}. \quad (17)$$

## III. PLASMONES SUPERFICIALES Y “PERFECT TUNNELING”

Un resultado conocido es que, dada una interfaz entre dos medios con índices de refracción  $n_1$  y  $n_2$ , tales que  $|n_1| < |n_2|$ , existe un ángulo de incidencia, llamado *ángulo*

*límite*, tal que, cuando una onda incide desde el medio 1 con un ángulo igual o mayor a éste, no existe onda propagante transmitida al segundo medio. Sí que existe sin embargo una onda evanescente en el medio 2, que, si la lámina resulta ser de espesor muy pequeño, puede no decaer completamente y permitir el paso de la onda al otro lado, con una amplitud siempre menor a la inicial.

Un metamaterial doblemente negativo tiene su constante de atenuación de signo contrario a un material ordinario o doblemente positivo (DPS), como ya se comentó en la introducción. Por esta razón, puede ocurrir que un medio de este tipo “amplifique” o restablezca la amplitud de los modos evanescentes que decaen en el medio ordinario del caso anterior [7]. De esta manera, añadiendo una lámina de medio DNG a la primera lámina DPS, se puede lograr que la cantidad de energía transmitida a través de ambas sea mayor que la cantidad de energía transmitida en una única lámina DPS, incluso se podría lograr el paso total, suponiendo un caso sin pérdidas. Este efecto se suele denominar “*perfect tunneling*”, y está ligado a la aparición de ondas superficiales o plasmones en la superficie entre ambas láminas [18], [19].

Los plasmones superficiales son ondas electromagnéticas que se propagan en la interfaz entre dos materiales con una permitividad o con una permeabilidad de signo contrario y que son evanescentes en las direcciones perpendiculares a la interfaz [7], [20], [21]. Esto es posible conseguirlo a frecuencias ópticas en la superficie de los metales, debido a que poseen una permitividad negativa en estos rangos de frecuencias [20], pero también para los denominados medios DNG en otros rangos de frecuencias.

Para poder excitar los plasmones superficiales en una superficie entre un dieléctrico y un medio con permitividad y/o permeabilidad negativas, es necesario que se cumplan varias condiciones. Para asegurarnos de que siempre se cumplen algunas de ellas, se ha utilizado una guía de onda rectangular. Por un lado, utilizar una guía permite conseguir fácilmente modos evanescentes, simplemente asegurándonos de que para un determinado medio, el modo que excitemos está en corte. Así, no es necesario buscar el ángulo tal que forme un campo evanescente en la superficie. Otra forma de verlo es que el ángulo del vector del campo con componente en la dirección longitudinal  $z$  es distinto en cada punto, por lo que alguno será el adecuado para excitar el plasmón en la superficie.

Mediante medios DNG es posible excitar plasmones tanto en los modos TE como en modos TM, debido a que poseen los dos parámetros constitutivos negativos. Sin embargo, como se ha comentado anteriormente, también es posible excitar plasmones superficiales en metales a frecuencias ópticas. La razón por la que esto ocurre es que los metales tienen una permitividad eléctrica  $\varepsilon$  negativa a estas frecuencias [20], y los modos TM pueden excitar un plasmón en su superficie. Sin embargo, no es posible hacerlo con los modos TE, a diferencia de los metamateriales.

## IV. ANÁLISIS MEDIANTE EL MÉTODO MATRICIAL

En esta sección se presenta un método genérico para encontrar la condición de resonancia que permite la “amplificación” de los modos evanescentes en cada situación.

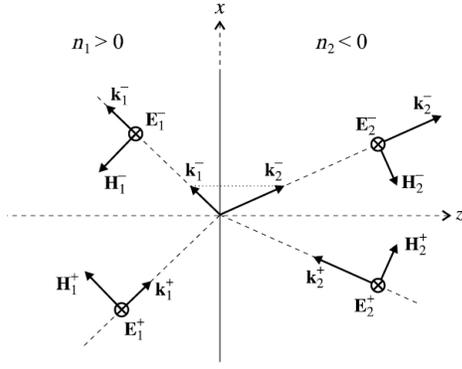


Figura 9. Definición esquemática de las ondas positivas y negativas en la interfaz entre un medio ordinario y un medio DNG. En la definición del vector de ondas en el medio DNG se ha tenido en cuenta la propagación *backward* [7].

Consideremos la notación de la figura 9 para las ondas planas propagantes a ambos lados de la interfaz entre un medio ordinario y un medio DNG. Descompondremos las ondas a ambos lado de la interfaz en ondas positivas (+) y negativas (-), siendo las ondas positivas aquellas que transportan energía en la dirección positiva del eje  $z$  perpendicular a la interfaz. Considerando los modos TE podemos escribir

$$E_i^\pm \equiv E_{y,i}^\pm \propto \exp(\mp \gamma_i z - j k_x x + j \omega t) \quad (18)$$

donde el subíndice  $i = 1$  ( $i = 2$ ) hace referencia a al campo eléctrico a la izquierda (derecha) de la interfaz, y donde el vector de onda paralelo a la interfaz,  $k_{x,i}$  se elige positivo o negativo según el medio sea ordinario o zurdo respectivamente.

Así, descomponiendo los campos eléctrico y magnético en cada lado de la interfaz en ondas positivas y negativas e imponiendo la continuidad de los campos en la interfaz podemos escribir

$$\begin{pmatrix} E_1^+ \\ E_1^- \end{pmatrix} = \bar{\mathbf{Z}}_{1,2} \cdot \begin{pmatrix} E_2^+ \\ E_2^- \end{pmatrix} \quad (19)$$

siendo  $\bar{\mathbf{Z}}_{i,j}$  con  $i = 1$  y  $j = 2$  la matriz de transferencia a través de la interfaz cuya expresión viene dada por [7], [22]

$$\bar{\mathbf{Z}}_{i,j} = \frac{1}{2Z_j} \begin{pmatrix} Z_j + Z_i & Z_j - Z_i \\ Z_j - Z_i & Z_j + Z_i \end{pmatrix} \quad (20)$$

donde  $Z_i$ ,  $Z_j$  es la impedancia característica de los medios materiales situados a ambos lados de la interfaz.

Si consideramos un problema en el que intervengan tres medios, como es el caso de una lámina de material (medio 2) de espesor  $d$ , la matriz de transferencia total puede obtenerse multiplicando de forma alternada las matrices de transferencia correspondientes a cada una de las dos interfaces de nuestro sistema con la matriz de transferencia correspondientes a la propagación en la lámina de espesor  $d$

$$\begin{pmatrix} E_1^+ \\ E_1^- \end{pmatrix} = \bar{\mathbf{Z}}_{1,2} \cdot \bar{\mathbf{T}}_2 \cdot \bar{\mathbf{Z}}_{2,3} \cdot \begin{pmatrix} E_3^+ \\ E_3^- \end{pmatrix} \quad (21)$$

donde la matriz  $\bar{\mathbf{T}}_i$  ( $i = 2$ ) tiene en cuenta la propagación a lo largo de una distancia  $d$  en el medio  $i$  ( $i = 2$ )

$$\bar{\mathbf{T}}_i = \begin{pmatrix} e^{\gamma_i d} & 0 \\ 0 & e^{-\gamma_i d} \end{pmatrix}. \quad (22)$$

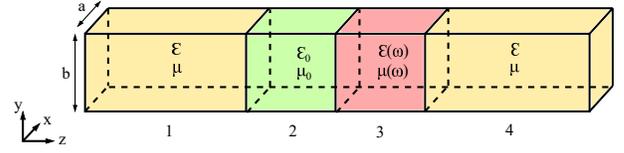


Figura 10. Estructura que se ha elegido para estudiar la resonancia plasmónica en una sola interfaz vacío-metamaterial en el interior de una guía de ondas rectangular de anchura  $a$  y altura  $b$ .

#### IV-A. Resonancia en una interfaz vacío-metamaterial

La primera estructura analizada en este trabajo se presenta en la figura 10. Consiste en una guía de ondas rectangular de anchura  $a$  y altura  $b$ , dividida en cuatro regiones, denotadas por el índice  $i$ , cada una de longitud  $l_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ). Tanto el medio de la primera región como el de la última (regiones 1 y 4) es dieléctrico, el de la región 3 es vacío, y el de la región 2 es un medio dispersivo tal que, para la banda de frecuencias en la que estamos trabajando, sus parámetros constitutivos efectivos  $\epsilon$  y/o  $\mu$  sean negativos. Como se observa en la figura 10, en esta estructura interviene una única interfaz entre un vacío-metamaterial.

Para excitar la resonancia plasmónica en la interfaz entre las regiones 2 y 3 es necesario que el campo sea evanescente en ambas regiones, de manera que las regiones 2 y 3 estarán en corte, y las regiones 1 y 4 en propagación.

Utilizando el método matricial descrito en el apartado anterior, y tomando  $E_1^+ = 1$ ,  $E_1^- = r$ ,  $E_4^+ = t$  y  $E_4^- = 0$ , se obtiene

$$\begin{pmatrix} 1 \\ r \end{pmatrix} = \bar{\mathbf{Z}}_{1,2} \cdot \bar{\mathbf{T}}_2 \cdot \bar{\mathbf{Z}}_{2,3} \cdot \bar{\mathbf{T}}_3 \cdot \bar{\mathbf{Z}}_{3,4} \cdot \begin{pmatrix} t \\ 0 \end{pmatrix} \quad (23)$$

donde  $\bar{\mathbf{Z}}_{i,j}$  y  $\bar{\mathbf{T}}_{i,j}$  vienen dados por (20) y (22). Desarrollando (23) se pueden obtener los coeficientes de transmisión  $t$  y reflexión  $r$  de nuestra estructura problema. Para simplificar, consideramos que  $Z_1 = Z_4$ , ya que el medio es el mismo.

Imponiendo la condición  $r = 0$  y  $t = 1$  en la relación (23), podemos obtener las condiciones que deben cumplirse para que exista propagación de energía de la región 1 a la región 4 de nuestra guía de ondas (a pesar de que las regiones 2 y 3 se encuentran en corte). Concretamente, se obtienen dos posibles soluciones o condiciones. Por un lado, la que denominaremos primera condición

$$-Z_2 + Z_3 = 0 \quad (24)$$

$$l_2 \gamma_2 + l_3 \gamma_3 = 0. \quad (25)$$

Por otro lado, también se verifica que  $r = 0$  y  $t = 1$  si se cumple

$$Z_2 + Z_3 = 0 \quad (26)$$

$$l_2 \gamma_2 - l_3 \gamma_3 = 0 \quad (27)$$

a las que nos referiremos como segunda condición. A continuación se analizan ambas.

Consideremos en primer lugar la primera condición. Dado que las dimensiones  $l_i$  siempre son positivas, a partir de la ecuación (25) se deduce que las constantes de propagación  $\gamma_2$  y  $\gamma_3$  en los medios 2 y 3 tiene que ser de signo contrario. Esto

solamente se puede verificar en una interfaz entre un medio DNG y un medio convencional doblemente positivo o DPS. Esto es así porque sólo cuando  $\mu$  y  $\varepsilon$  son negativas hay que elegir el signo negativo en la raíz de la expresión (14) [10].

Si ahora nos fijamos en la relación (24), existen dos posibilidades: considerar modos transversal eléctricos o transversal magnéticos. Para los modos TE, la impedancia de onda en la guía viene dada por la relación (16), con lo que, simplificando, se llega a

$$\frac{\mu_2}{\gamma_2} = \frac{\mu_3}{\gamma_3}. \quad (28)$$

Este resultado nos lleva a la relación que se debe cumplir entre las permeabilidades  $\mu_2$  y  $\mu_3$  de los dos medios, conocida la relación entre las constantes  $\gamma_2$  y  $\gamma_3$  de la ecuación (25). Dado que (25) implicaba que las constantes  $\gamma_i$  de cada medio habían de tener signo contrario, se confirma que para el caso de los modos TE la permeabilidad de uno de los medios tiene que ser negativa.

Para los modos TM, procedemos de manera similar sustituyendo en (24) la expresión de la impedancia de onda para los modos TM dada por (17). Se obtiene una relación semejante que relaciona las permitividades de los medios 2 y 3:

$$\frac{\gamma_2}{\varepsilon_2} = \frac{\gamma_3}{\varepsilon_3}. \quad (29)$$

Dado que (25) implicaba que las constantes  $\gamma_i$  de cada medio habían de tener signo contrario, se deduce que para el caso de los modos TM los medios 2 y 3 tienen que tener permitividades de signo diferente.

Por otro lado, consideremos la segunda condición dada por las relaciones (26) y (27). Mediante la ecuación (27), se llega a la conclusión de que en este caso, las constantes de propagación  $\gamma_2$  y  $\gamma_3$  tienen el mismo signo. Esto no se verifica en una interfaz entre un DNG y un medio convencional, pero sí en otro tipo de medios con sólo uno de los parámetros constitutivos negativos: los medios mu-negativos o MNG, y los medios epsilon-negativos o ENG. Estudiando la relación (26) de nuevo tenemos la posibilidad de considerar modos transversal eléctricos o transversal magnéticos.

Para los modos TE, sustituyendo (16) en (26) la relación que se obtiene es

$$\frac{\mu_2}{\gamma_2} = -\frac{\mu_3}{\gamma_3} \quad (30)$$

lo que implica que las constantes  $\mu_i$  de cada medio sí deben tener signo contrario, aunque el material no pueda ser doblemente negativo, como hemos visto. Esto nos deja solamente con la posibilidad de utilizar un medio MNG para los modos TE.

Para los modos TM, la relación queda

$$\frac{\gamma_2}{\varepsilon_2} = -\frac{\gamma_3}{\varepsilon_3} \quad (31)$$

Este es precisamente el caso de metales, como el oro, que, a frecuencias ópticas, poseen una permitividad negativa, pero una permeabilidad positiva, y también el de metamateriales ENG. Estos medios con sólo uno de los parámetros constitutivos negativos no permiten la propagación, de manera que  $\gamma_i = \alpha_i$  siempre.

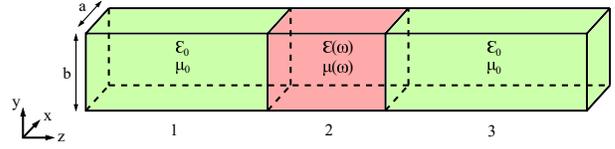


Figura 11. Estructura vacío-metamaterial-vacío elegida para estudiar la resonancia de los plasmones superficiales en dos interfaces en el interior de una guía de ondas rectangular de anchura  $a$  y altura  $b$ .

#### IV-B. Resonancia en dos interfaces vacío-metamaterial

Además de estudiar una estructura con una interfaz vacío-metamaterial, que excitará una resonancia plasmónica en su superficie, se estudió otra estructura que, como se verá, excitará plasmones en dos de sus superficies. Para ello partimos de la estructura mostrada en la figura 11, que tiene dos interfaces vacío-metamaterial y en la que distinguimos tres regiones. En este caso, el medio de las regiones 1 y 3 es vacío y el de la región 2 es un medio dispersivo tal que, en una cierta banda de frecuencias, la permitividad y/o la permeabilidad son negativas.

Utilizando el método de las matrices de transferencia para estudiar el sistema, y considerando que el medio de las regiones 1 y 3 son el mismo podemos escribir

$$\begin{pmatrix} 1 \\ r \end{pmatrix} = \bar{\mathbf{Z}}_{1,2} \cdot \bar{\mathbf{T}}_2 \cdot \bar{\mathbf{Z}}_{2,1} \cdot \begin{pmatrix} t \\ 0 \end{pmatrix} \quad (32)$$

Operando y despejando se obtienen las siguientes expresiones para el coeficiente de transmisión  $t$  y reflexión  $r$ :

$$t = \frac{4Z_1Z_2}{e^{l_2\gamma_2}(Z_1 + Z_2)^2 - e^{-l_2\gamma_2}(Z_2 - Z_1)^2} \quad (33)$$

$$r = \frac{(Z_1 + Z_2)(Z_2 - Z_1)(e^{l_2\gamma_2} - e^{-l_2\gamma_2})}{e^{l_2\gamma_2}(Z_1 + Z_2)^2 - e^{-l_2\gamma_2}(Z_2 - Z_1)^2} \quad (34)$$

Los modos de la estructura vienen determinados por los polos en el coeficiente de reflexión [23], por lo que igualando el denominador de (34) a cero llegamos a

$$\frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} = \pm e^{l_2\gamma_2} \quad (35)$$

Finalmente, desarrollando y operando, se llega a que para los modos TM, se cumple [20]

$$\tanh\left(e^{\frac{l_2\gamma_2}{2}}\right) = -\frac{\gamma_1\varepsilon_2}{\gamma_2} \quad (36)$$

$$\coth\left(e^{\frac{l_2\gamma_2}{2}}\right) = -\frac{\gamma_1\varepsilon_2}{\gamma_2} \quad (37)$$

Se puede demostrar que la primera ecuación describe los modos impares y la segunda ecuación los modos pares [20].

Para los modos TE, de manera semejante, llegamos a

$$\tanh\left(e^{\frac{l_2\gamma_2}{2}}\right) = -\frac{\gamma_2}{\gamma_1\mu_2} \quad (38)$$

$$\coth\left(e^{\frac{l_2\gamma_2}{2}}\right) = -\frac{\gamma_2}{\gamma_1\mu_2} \quad (39)$$

La primera ecuación, análogamente al caso anterior, describe los modos impares y la segunda ecuación los modos pares.

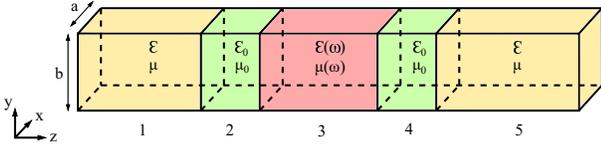


Figura 12. Estructura que se ha elegido para estudiar la resonancia de los plasmones superficiales en dos interfaces en el interior de una guía de ondas rectangular de anchura  $a$  y altura  $b$ .

Una vez analizados los modos que pueden excitarse en una estructura en la que intervienen dos interfaces vacío-metamaterial, pasamos a estudiar la estructura mostrada en la figura 12, en la que simplemente se han añadido dos regiones de material dieléctrico una a la entrada y otra a la salida de la estructura (regiones 1 y 5), de manera que el sistema final está formado por cinco regiones, cada una de longitud  $l_i$ .

Utilizando el método de las matrices de transferencia, se puede escribir la relación

$$\begin{pmatrix} 1 \\ r \end{pmatrix} = \bar{\mathbf{Z}}_{1,2} \cdot \bar{\mathbf{T}}_2 \cdot \bar{\mathbf{Z}}_{2,3} \cdot \bar{\mathbf{T}}_3 \cdot \bar{\mathbf{Z}}_{3,4} \cdot \bar{\mathbf{T}}_4 \cdot \bar{\mathbf{Z}}_{4,5} \cdot \begin{pmatrix} t \\ 0 \end{pmatrix} \quad (40)$$

donde  $\bar{\mathbf{Z}}_{i,j}$  y  $\bar{\mathbf{T}}_{i,j}$  vienen dados por (20) y (22). Para simplificar, consideraremos que el medio de las regiones 2 y 4 es el mismo y que lo mismo ocurre con las regiones 1 y 5, de manera que  $Z_2 = Z_4$  y  $Z_1 = Z_5$ .

Desarrollando (40) se pueden obtener los coeficientes de transmisión  $t$  y reflexión  $r$  de nuestra estructura problema. De este modo, de forma semejante a como se procedió en el apartado anterior, se han encontrado dos posibles soluciones para el caso sin reflexión  $r = 0$  y transmisión total  $t = 1$ . Por un lado, se pueden cumplir las relaciones

$$-Z_2 + Z_3 = 0 \quad (41)$$

$$l_3\gamma_3 + l_2\gamma_2 + l_4\gamma_2 = 0. \quad (42)$$

donde se ha considerado que, por ser los medios 2 y 4 iguales,  $\gamma_2 = \gamma_4$ . De la misma manera que en el problema de una interfaz vacío-metamaterial, se llega a la conclusión de que para que la relación (42) se cumpla, la constante de propagación del medio de la región 3 tiene que ser de signo contrario a las de los medios de las regiones 2 y 4, de modo que esta relación solamente lo puede cumplir un medio doblemente negativo entre dos láminas de medio convencional. Analizando la condición (41) impuesta para las impedancias de los modos transversal eléctrico (TE) y transversal magnético (TM), se llega a las mismas relaciones que en el apartado anterior, ecuaciones (28) y (29) respectivamente.

Por otra parte, las ecuaciones para  $t = 1$  y  $r = 0$  también se verifican si se cumple la condición

$$Z_2 + Z_3 = 0 \quad (43)$$

$$l_3\gamma_3 - l_2\gamma_2 - l_4\gamma_2 = 0 \quad (44)$$

donde se ha considerado que, por ser los medios 2 y 4 iguales,  $\gamma_2 = \gamma_4$ . Considerando (44) deducimos que este caso corresponde a un medio que no es doblemente negativo para la región 3. A partir de la relación (43), se obtienen las mismas ecuaciones que para la situación de cuatro regiones: para el caso TE, la ecuación (30) de la que se deduce que el

medio 3 deberá tener una permeabilidad de signo contrario a la de los medios 2 y 4 y para el caso TM, la ecuación (31), que implica que la permitividad de la región 3 tiene que ser necesariamente de signo contrario a la de los medios 2 y 4.

## V. RESULTADOS

CST Studio Suite [24] es un paquete de herramientas de simulación electromagnética. Posee herramientas para el estudio numérico de diferentes dispositivos electromagnéticos que operan en un rango de frecuencias muy amplio: desde frecuencias ópticas hasta estática. El programa comprende varios módulos. Para la realización del trabajo se ha utilizado el módulo CST Microwave Studio (CST MWS). A su vez, también posee varios métodos de simulación diferentes, tanto en el dominio del tiempo como de la frecuencia, mediante ecuaciones integrales, multicapa... y cada uno de ellos se adapta mejor a cada aplicación. En este trabajo se han desarrollado simulaciones tanto en el método en el dominio del tiempo como en el de la frecuencia, con mallas hexaédricas y tetraédricas.

En las siguientes secciones se diseñará e implementará en CST distintas simulaciones para visualizar y estudiar numéricamente las estructuras mencionadas.

### V-A. Resonancia en una interfaz vacío-metamaterial. Caso: DNG sin pérdidas, modo $TE_{10}$

En primer lugar implementaremos y estudiaremos la estructura presentada en la figura 10. Para ello utilizó una guía WR75, que tiene de dimensiones  $a = 19,05$  mm y  $b = 9,525$  mm y cuya frecuencia de corte para el modo fundamental  $TE_{10}$  en vacío es  $f_c = 7,847$  GHz. La longitud del dieléctrico (regiones 1 y 4) no influye para la excitación de la resonancia de los plasmones, como se ha visto en la relación (25), así que se tomaron  $l_1 = l_4 = 40$  mm. En los dos extremos de la guía se consideraron condiciones absorbentes de manera que la onda no reflejara al llegar al final del dominio de simulación. El resto de paredes del dominio corresponden a las paredes de la guía que se consideraron de conductor eléctrico perfecto o PEC.

En el caso del dieléctrico, se eligió una permitividad de  $\epsilon_{r,1} = \epsilon_{r,4} = 15$  y una permeabilidad de  $\mu_{r,1} = \mu_{r,4} = 1$ , que de nuevo es irrelevante para la excitación de la resonancia plasmónica pero permite la propagación de las ondas en las regiones con este material. Para la región 2, como es vacío,  $\epsilon_{r,2} = \mu_{r,2} = 1$ . Para la región del material DNG, por sencillez, se utilizó el modelo dispersivo de Drude, ecuación (1), para simular ambos parámetros constitutivos del material DNG. En este caso se despreciaron las pérdidas para una mejor visualización, tomando  $\omega_p = 2\pi\sqrt{2}f_0$  y  $v_c = 10^{-8}\omega_p$ , tanto para  $\epsilon_r$  como para  $\mu_r$ , y siendo  $f_0 = 4,5$  GHz la frecuencia central del pulso gaussiano empleado para excitar nuestra estructura. De este modo, a la frecuencia  $f_0$  los parámetros constitutivos del medio DNG son iguales en módulo a los del vacío pero de signo contrario:  $\epsilon_{r,3}(\omega_0) = \mu_{r,3}(\omega_0) = -1$ . En la figura 13 se presenta una gráfica de los parámetros constitutivos frente a la frecuencia. Se puede ver que la parte imaginaria, asociada a las pérdidas, de ambos parámetros,  $\epsilon''$

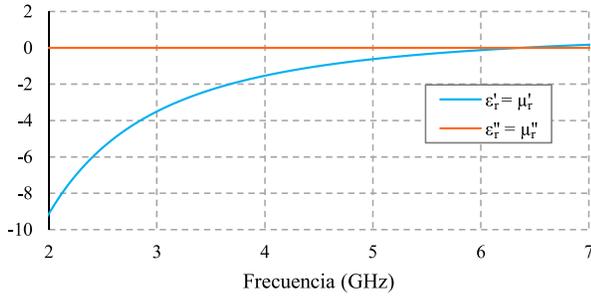


Figura 13. Dependencia con la frecuencia de los parámetros constitutivos relativos  $\epsilon_r$  y  $\mu_r$  del medio DNG elegido tal que a una frecuencia de 4.5 GHz  $\epsilon_r = \mu_r = -1$ .

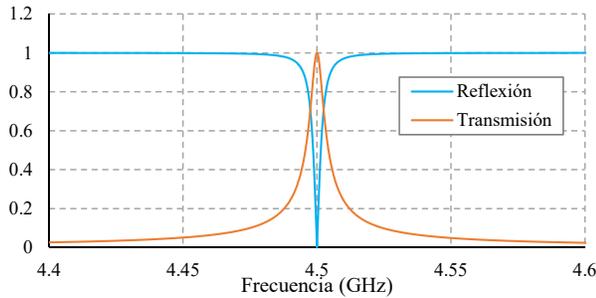


Figura 14. Parámetros de *scattering* para el problema con una interfaz de resonancia vacío-DNG, modo TE<sub>10</sub>. En azul, el coeficiente de reflexión, en naranja, el coeficiente de transmisión, ambos dependientes de la frecuencia.

y  $\mu''$ , es muy pequeña comparada con la parte real,  $\epsilon'$  y  $\mu'$  y cómo a la frecuencia  $f_0 = 4,5$  GHz  $\epsilon'_r = \mu'_r = -1$ .

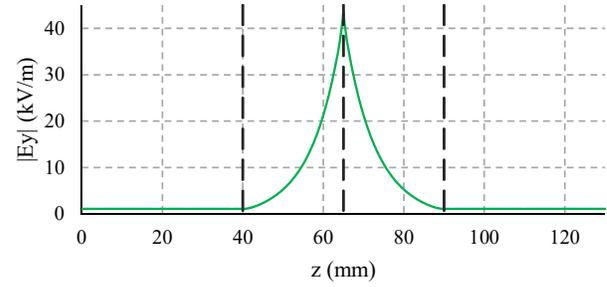
Con estas condiciones, la frecuencia de resonancia del plasmón será aquella para la que hemos diseñado el metamaterial, ya que si  $\epsilon_{r,2} = -\epsilon_{r,3}(\omega_0)$  y  $\mu_{r,2} = -\mu_{r,3}(\omega_0)$ , las constantes de atenuación de cada medio son iguales en módulo  $|\alpha_2| = |\alpha_3(\omega_0)|$  y se cumple la relación (28).

Para elegir las dimensiones de las regiones 2 y 3 hay que fijarse en la segunda relación, la ecuación (25). Dado que estamos interesados en la frecuencia  $f_0$ , que es para la que se ha diseñado el metamaterial, las constantes de atenuación del vacío y del metamaterial son iguales, ecuación (14). Por lo tanto, las dimensiones de las dos regiones coincidirán. Se tomó  $l_2 = l_3 = 25$  mm.

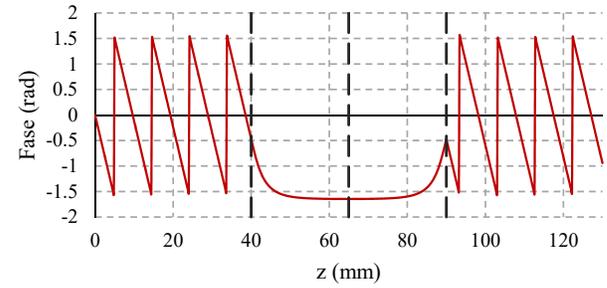
En la figura 14, se pueden observar los coeficientes de transmisión y de reflexión del conjunto de las regiones 2 y 3 (las regiones 1 y 4 soportan ondas propagantes y tienen medios sin pérdidas). Se observa que, para  $f_0 = 4,5$  GHz, la frecuencia para la cual se ha diseñado el material dispersivo tal que  $\epsilon_{r,3}(\omega_0) = -1$  y  $\mu_{r,3}(\omega_0) = -1$ , existe transmisión total y no hay reflexión. La transmisión es perfecta porque se ha considerado el medio zurdo sin pérdidas. Si se tienen en cuenta pérdidas, la cantidad de energía transmitida se reducirá, como se verá más adelante.

El resultado de la amplitud de campo y de la fase a lo largo de la guía para la frecuencia concreta de  $f_0 = 4,5$  GHz se presenta en las gráficas de la figura 15.

Como se puede observar en la figura 15a, en las regiones 2 y 3, correspondientes a las regiones de vacío y medio DNG, la



(a) Módulo del campo eléctrico.



(b) Fase de la onda electromagnética.

Figura 15. Resultado del estudio de una interfaz de resonancia vacío-DNG para el caso sin pérdidas, modo TE<sub>10</sub>. Se muestra el patrón de campo eléctrico (módulo y amplitud) extraído a la frecuencia de resonancia ( $f_0 = 4,5$  GHz) y a lo largo del eje  $z$ , es decir, el eje que recorre el largo de la guía por su parte central.

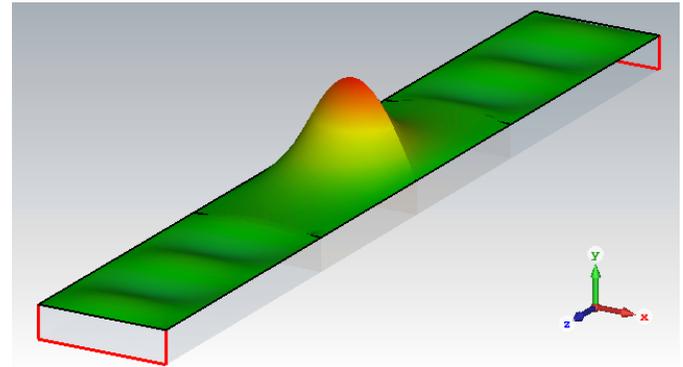


Figura 16. Resultado del estudio de una interfaz de resonancia vacío-DNG, en el caso sin pérdidas y para el modo TE<sub>10</sub>. Se muestra la intensidad del campo eléctrico transversal ( $E_y$ ) para una fase determinada y a la frecuencia de resonancia ( $f_0 = 4,5$  GHz) en todo el plano XZ que pasa por el centro de la guía.

amplitud crece y decrece exponencialmente, respectivamente, permitiendo que la onda se transmita y propague en la región 4, pese a que las regiones 2 y 3 están en corte y por lo tanto no permiten la propagación. Además, la amplitud de campo en la interfaz entre las dos regiones en corte es mucho mayor que la de la onda propagante que viajaba por la guía inicialmente, como corresponde a la excitación de una resonancia.

Respecto a la fase, figura 15b, varía linealmente en las zonas que no están en corte, regiones 1 y 4, como corresponde a una onda propagante, y es casi constante en las dos regiones que están en corte, el vacío, región 2, y el medio DNG, región 3. Este comportamiento corresponde al de una onda evanescente, en la cual todos los puntos oscilan con la misma fase.

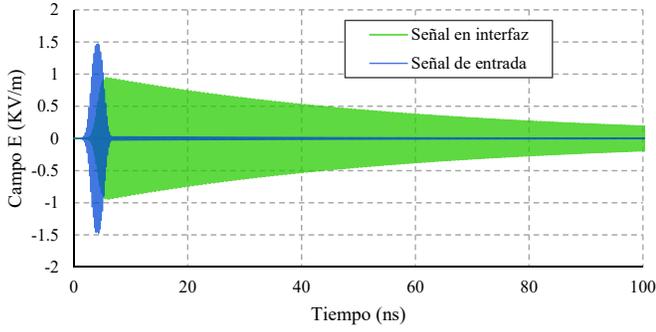


Figura 17. Se representa la amplitud de campo eléctrico de entrada en el sistema (azul) y en un punto cercano a la interfaz vacío-DNG (verde) para el modo  $TE_{10}$ , a la frecuencia  $f_0 = 4,5$  GHz.

Otra gráfica interesante es la de la figura 17. En esta figura, se representan, en función del tiempo, el campo eléctrico de la señal de entrada que se introduce en la guía desde el puerto, y el campo eléctrico de la señal en un lugar cercano a la interfaz vacío-DNG. En la gráfica se puede observar que la señal que entra al sistema, un pulso gaussiano, desaparece rápidamente, pero, en la interfaz, el plasmón queda resonando proporcionalmente muchísimo más tiempo. Al estar estudiando un sistema sin pérdidas, el plasmón no se irá disipando tan rápidamente. Sin embargo, su intensidad decrece con el tiempo. Esto se debe a que parte de la amplitud llega a la interfaz con el dieléctrico, donde sí se puede propagar, y el sistema disipa hacia los lados, aunque no por absorción del material.

Estos resultados son extrapolables a modos TE superiores y también a modos TM. El estudio de los modos TE superiores es muy similar al que se ha realizado con el modo fundamental, de manera que, más adelante, en el apartado V-C, se estudiará en detalle el modo  $TM_{11}$ .

#### V-B. Resonancia en una interfaz vacío-metamaterial. Caso: DNG con pérdidas, modo $TE_{10}$

En esta sección se presentan los resultados obtenidos para una simulación de una situación similar a la anterior pero para un caso más realista: introduciendo pérdidas en el material. Para ello se consideró un metamaterial real [25] cuyos parámetros constitutivos se modelaron mediante un ajuste empleando un modelo de Drude para el caso de la permitividad efectiva y un modelo de Lorentz para permeabilidad efectiva. La dependencia con la frecuencia de ambos parámetros se muestra en la figura 18. También se ha estudiado el caso del mismo material pero con las pérdidas algo más reducidas para ayudar a su visualización. Para ello, simplemente se redujo la frecuencia de amortiguamiento  $\delta$  del modelo de Lorentz en un factor 10.

Para adaptarse correctamente a la nueva frecuencia a la que el nuevo material considerado es DNG, de manera que en la región 2 la guía operase también en corte, se eligió una nueva guía de onda WR51, que tiene unas dimensiones algo más reducidas:  $a = 1,2954$  cm y  $b = 0,6477$  cm. Para las dimensiones de las regiones 2 y 3 se estableció  $l_2 = 5$  mm y  $l_3 = (\alpha_2/\alpha_3)l_2$ , donde  $\alpha_2/\alpha_3 = 0,751073$  para la frecuencia de  $f_0 = 9,9423$  GHz. Para esta frecuencia, se cumplen las

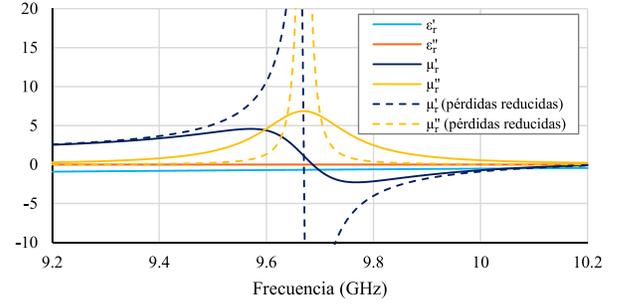


Figura 18. Dependencia con la frecuencia de los parámetros constitutivos relativos  $\epsilon_r$  y  $\mu_r$  del medio DNG real con pérdidas elegido.

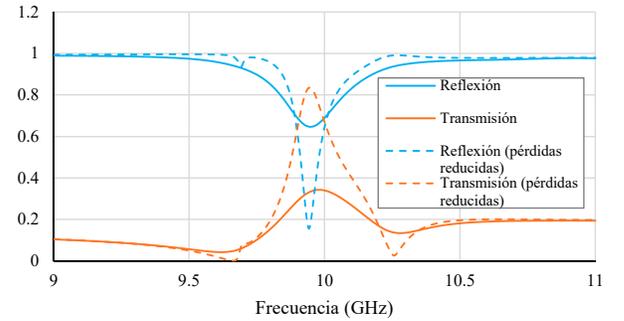


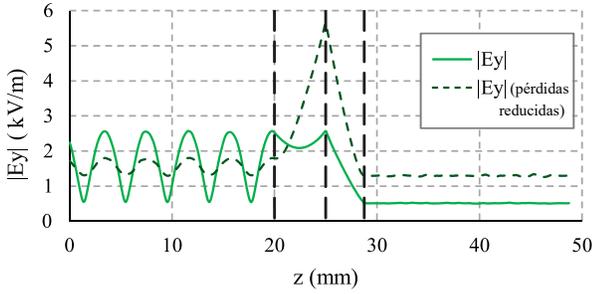
Figura 19. Parámetros de *scattering* para el problema con una interfaz de resonancia vacío-DNG con pérdidas, para el modo  $TE_{10}$ . En azul, el coeficiente de reflexión, en naranja, el coeficiente de transmisión, ambos dependientes de la frecuencia.

condiciones (25) y (28) y como se observa en la figura 19 la transmisión presenta un máximo y el coeficiente de reflexión un mínimo. Sin embargo, y como se muestra en los resultados en la figura 20, gran parte de la onda es reflejada, dando lugar a la aparición de onda estacionaria en la región 1. Además la amplitud de la onda transmitida a la región 4 es bastante menor que la inicial y que la magnitud del plasmón en la interfaz es mucho menor que en el caso sin pérdidas. Esto es debido a las pérdidas del material doblemente negativo: no es posible la situación de “perfect tunneling”, pero sí que se aprecia onda transmitida de menor magnitud.

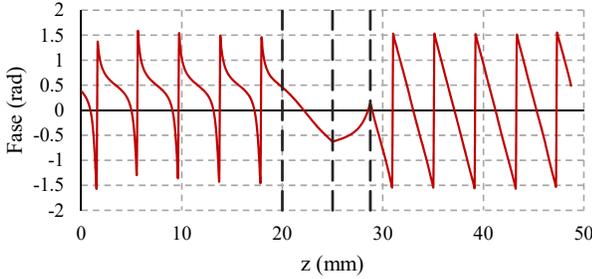
Por otra parte, para el caso de un metamaterial de las mismas características pero con menores pérdidas, vemos como en la figura 19 existe un máximo en el parámetro de transmisión  $t$  que no llega a ser una transmisión total de 1. De la misma manera, el parámetro de reflexión  $r$  tampoco llega a hacerse cero. Sin embargo, en ese caso, y como observamos en figura 20 la amplitud de la señal que se transfiere a la región 4 es mucho mayor, así como la la amplitud de la resonancia en la interfaz.

#### V-C. Resonancia en una interfaz vacío-metamaterial. Caso: DNG sin pérdidas, modo $TM_{11}$

Como ya se comentó, no solamente se pueden excitar plasmones en los modos TE, sino también en los modos TM. En esta sección se expondrá el estudio de un plasmón excitado mediante un modo  $TM_{11}$ .



(a) Módulo del campo eléctrico.



(b) Fase de la onda electromagnética.

Figura 20. Resultado del estudio de una interfaz de resonancia vacío-DNG para el caso con pérdidas, modo modo  $TE_{10}$ , a la frecuencia de resonancia. Se muestran los resultados a lo largo del eje  $z$ , es decir, el eje que recorre el largo de la guía por su parte central.

La guía utilizada para simular la estructura mostrada en la figura 10 vuelve a ser una WR75, la longitud del dieléctrico de los extremos  $l_1 = l_3 = 40$  mm y su constante dieléctrica  $\epsilon_1 = \epsilon_4 = 15$ . La región 2 vuelve a ser vacío. Para la región 3, se utilizó el modelo dispersivo de Drude para simular ambos parámetros constitutivos del material DNG. De nuevo nos interesa que  $\epsilon_{r,3} = \mu_{r,3} = -1$  y que las pérdidas sean mínimas, pero en esta ocasión, la frecuencia a la que se ha estudiado el problema es  $f_0 = 15$  GHz, de modo que los parámetros considerados para el modelo de Drude fueron  $\omega_p = 2\pi\sqrt{2}f_0$  y  $v_c = 10^{-8}\omega_p$ , siendo  $f_0 = 15$  GHz la frecuencia central del pulso gaussiano empleado como excitación de la estructura. La gráfica de la dependencia de los parámetros constitutivos  $\epsilon_{r,3}$  y  $\mu_{r,3}$  con la frecuencia se presenta en la figura 21. La frecuencia utilizada en este caso es mayor porque la frecuencia de corte en el dieléctrico para este modo es mayor que 4.5 GHz. Además, es conveniente que la frecuencia de la onda no esté muy por debajo de la frecuencia de corte del vacío y del medio DNG, de manera que el decaimiento exponencial no sea demasiado rápido y parte llegue a la interfaz y excite el plasmón. En estas condiciones, las constantes de atenuación de los dos medios son iguales en módulo,  $|\alpha_2| = |\alpha_3(\omega_0)|$ , y la condición de resonancia (29) se cumple para la frecuencia  $f_0$ .

Debido a que las constantes de atenuación tienen la misma magnitud, para que la ecuación (25) se cumpla y se complete la condición de resonancia, las dos regiones intermedias han de tener las mismas dimensiones,  $l_2 = l_3 = 15$  mm. En esta ocasión, son algo más pequeñas que para el modo  $TE_{10}$  porque la frecuencia utilizada es mayor, y es necesario que la onda evanescente alcance la interfaz de resonancia para que

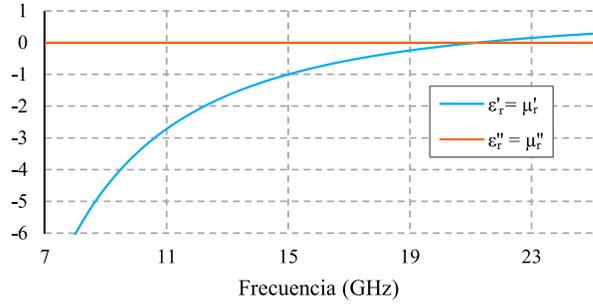


Figura 21. Dependencia con la frecuencia de los parámetros constitutivos relativos  $\epsilon_r$  y  $\mu_r$  del medio DNG elegido tal que a una frecuencia de 15 GHz  $\epsilon_r = \mu_r = -1$ .

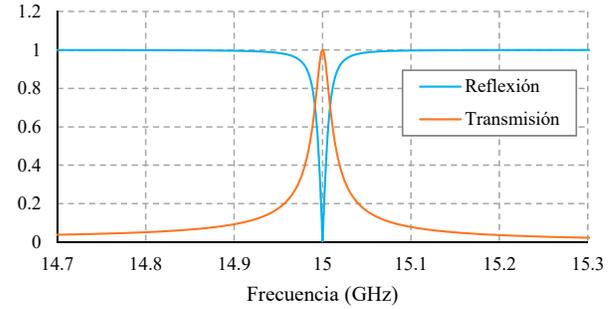


Figura 22. Parámetros de *scattering* para el problema con una interfaz de resonancia Vacío-DNG, modo  $TM_{11}$ . En azul, el coeficiente de reflexión, en naranja, el coeficiente de transmisión, ambos dependientes de la frecuencia.

el plasmón se pueda formar.

En la figura 22 se muestran los coeficientes de reflexión y transmisión del sistema. Como las pérdidas del medio son despreciables, para la frecuencia de resonancia hay transmisión completa y reflexión nula.

En la figura 23 se muestra una representación tridimensional del campo magnético ( $H_y$ ) en el plano XZ, que atraviesa la guía por su mitad, a la frecuencia concreta de  $f_0 = 15$  GHz. Se observa cómo la onda se propaga en las regiones 1 y 4 atravesando las zonas 2 y 3 que están en corte. En las regiones en corte aparece una dependencia exponencial de los campos en la dirección  $z$  característica de las ondas evanescentes. Además, la amplitud de campo en la interfaz entre las dos regiones en corte es mucho mayor que la de la onda propagante que viajaba por la guía inicialmente, como corresponde a la excitación de una resonancia.

#### V-D. Resonancia en una interfaz vacío-metamaterial. Caso MNG sin pérdidas, modo $TE_{10}$

En este apartado se busca la resonancia con un medio no doblemente negativo, sino solamente  $\mu$ -negativo. Como se mostró en el apartado IV-A, en la interfaz de un medio MNG con un medio convencional se pueden excitar plasmones mediante modos  $TE_{mn}$ .

La guía utilizada es una WR75, similar a la del caso de la sección V-A. También lo es la frecuencia utilizada,  $f_0 = 4,5$  GHz, y la dependencia con la frecuencia del parámetro constitutivo  $\mu$  para el caso  $TM_{11}$  con DNG de

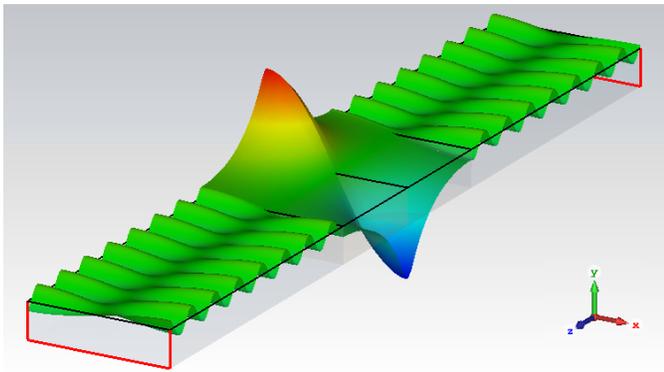


Figura 23. Resultado del estudio de una interfaz de resonancia vacío-DNG, en el caso sin pérdidas, para el modo  $TM_{11}$ . Se muestra la intensidad del campo magnético transversal para una fase determinada y a la frecuencia de resonancia en todo el plano XZ que pasa por el centro de la guía.

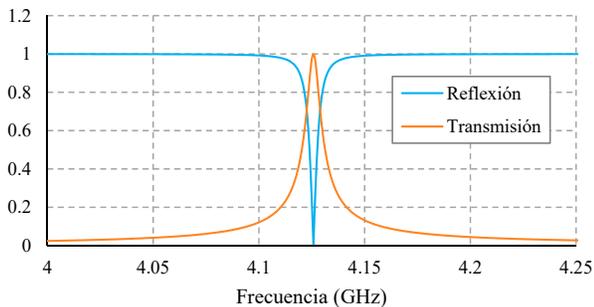
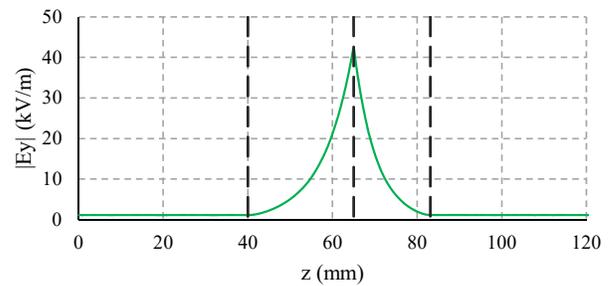


Figura 24. Parámetros de *scattering* para el problema con una interfaz de resonancia Vacío-MNG, modo  $TE_{10}$ . En azul, el coeficiente de reflexión, en naranja, el coeficiente de transmisión, ambos dependientes de la frecuencia.

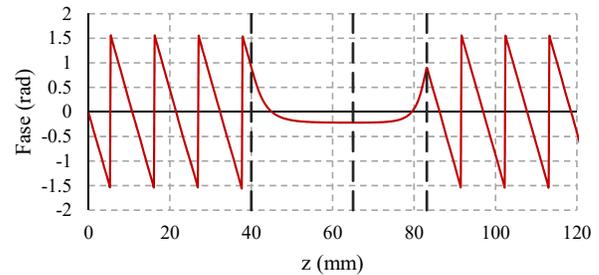
la sección V-C. La diferencia radica en que ahora se ha considerado una permitividad  $\epsilon$  constante e igual a la del vacío, de manera que la constante de atenuación ya no será igual en las dos secciones intermedias para cada frecuencia, como se puede apreciar sustituyendo en (14). Esto implica, por (29), que la relación de tamaños  $l_2$  y  $l_3$  ya no será de 1, sino que  $l_3 = (\alpha_2/\alpha_3)l_2$ , por la ecuación (27). Se estableció  $l_2 = 25$  mm y la relación entre constantes de atenuación resulta  $\alpha_2/\alpha_3(\omega_0) = 0,725062$ , y también que la frecuencia de resonancia del plasmón ya no será aquella para la cual se ha diseñado el metamaterial para tener  $\mu_{r,3} = -1$ , sino que aparecerá desplazada [26]. En este caso, la frecuencia analítica para la resonancia se obtiene en  $f_0 = 4,1258$  GHz, la misma que se obtiene numéricamente en los parámetros de *scattering* de la figura 24, donde el coeficiente de reflexión se anula y el de transmisión se hace 1.

En la figura 25a se presentan de nuevo las gráficas del campo eléctrico y la fase. El resultado es muy similar al de la sección V-A, donde en vez de una interfaz vacío-MNG es vacío-DNG. Se encuentra una resonancia en la interfaz: el campo decae exponencialmente desde la interfaz de resonancia, y la fase es prácticamente constante, es decir, la onda no se propaga en estas dos regiones 2 y 3.

También se muestra una figura del campo eléctrico en la dirección Y, en todo el plano central XZ. Se puede comprobar que efectivamente el modo excitado es el  $TE_{10}$ , y que la



(a) Módulo del campo eléctrico.



(b) Fase de la onda electromagnética.

Figura 25. Resultado del estudio de una interfaz de resonancia vacío-MNG sin pérdidas, modo  $TE_{10}$ , a la frecuencia de resonancia. Se muestran los resultados a lo largo del eje z, es decir, el eje que recorre el largo de la guía por su parte central.

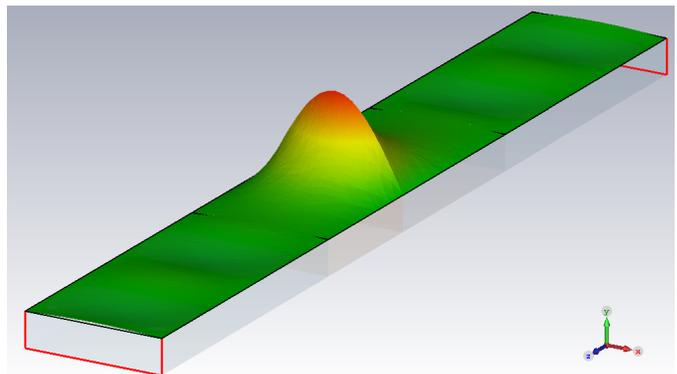


Figura 26. Resultado del estudio de una interfaz de resonancia vacío-MNG, en el caso sin pérdidas, para el modo  $TE_{10}$ . Se muestra la intensidad del campo eléctrico transversal para una fase determinada y a la frecuencia de resonancia en todo el plano XZ que pasa por el centro de la guía.

magnitud del campo en la interfaz es mucho más grande que en la zona en propagación en los medios 1 y 4.

#### V-E. Resonancia en una interfaz vacío-metamaterial. Caso ENG sin pérdidas, modo $TM_{11}$

La guía que se utiliza para este apartado es la misma que en los estudios de los casos sin pérdidas anteriores, WR75. Las dimensiones de las regiones 1 y 4 se vuelve a tomar de 40 mm, y se llenan con un dieléctrico de permitividad relativa  $\epsilon_{r,1} = \epsilon_{r,4} = 15$ . La región 2 análogamente a los casos anteriores es vacío, y para los valores del material dispersivo ENG se tomó la permitividad eléctrica igual a la del vacío,  $\epsilon_{r,3} = 1$ , y la permeabilidad magnética la misma dependencia funcional con la frecuencia que en el caso del estudio de la resonancia del modo  $TM_{11}$  en la interfaz vacío-DNG. De esta manera, para

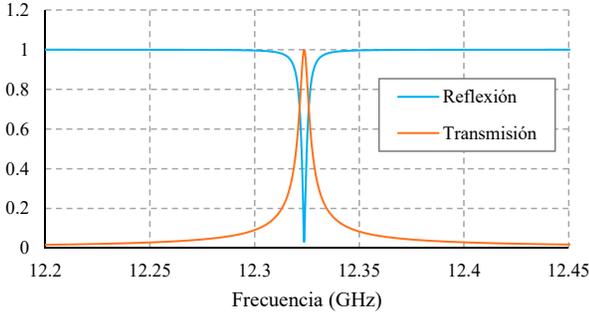


Figura 27. Parámetros de *scattering* para el problema con una interfaz de resonancia Vacío-ENG, modo  $TM_{11}$ . En azul, el coeficiente de reflexión, en naranja, el coeficiente de transmisión, ambos dependientes de la frecuencia.

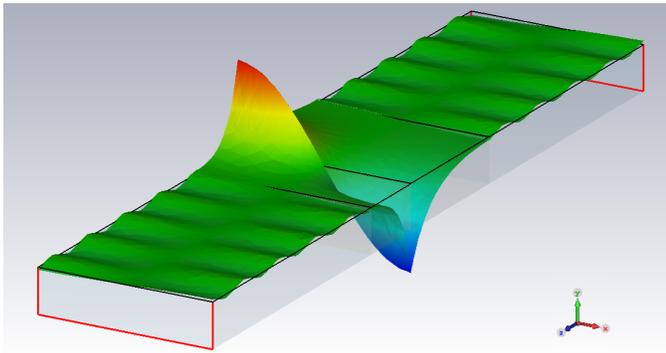


Figura 28. Resultado del estudio de una interfaz de resonancia vacío-ENG, en el caso sin pérdidas, para el modo  $TM_{11}$ . Se muestra la intensidad del campo magnético transversal para una fase determinada y a la frecuencia de resonancia en todo el plano XZ que pasa por el centro de la guía.

la frecuencia de 15 GHz,  $\mu_{r,3} = -1$ . Al ser un material ENG, igual que ocurre para el MNG, la constante de atenuación en este medio y en el vacío no coincidirán, de manera que la resonancia no ocurrirá exactamente a la frecuencia en la que la permeabilidad es -1, pero se puede obtener analíticamente mediante (31). De la misma manera, para que la condición de *perfect tunneling* se cumpla y se excite el plasmón, la relación entre las dimensiones de las regiones 2 y 3 viene dada por la relación entre las constantes de atenuación,  $l_3 = (\alpha_2/\alpha_3)l_2$ , tomando  $l_2 = 15$  mm. Utilizando la relación (14), se obtiene la relación numérica entre las constantes de atenuación de los dos medios,  $\alpha_2/\alpha_3 = 0,59415$ .

En la figura 27 aparecen los coeficientes de reflexión y transmisión. Para la frecuencia de resonancia,  $f_0 = 12,3236$  GHz, como no hay pérdidas en el material ENG, se produce la transmisión total.

Por otro lado, en la figura 28 se representa el campo magnético en el plano XZ central de la guía para la frecuencia de resonancia  $f_0 = 12,3236$  GHz. En las regiones en las que la onda se encuentra en corte, donde se encuentra confinado el plasmón, el campo decae exponencialmente a ambos lados de la interfaz de resonancia.

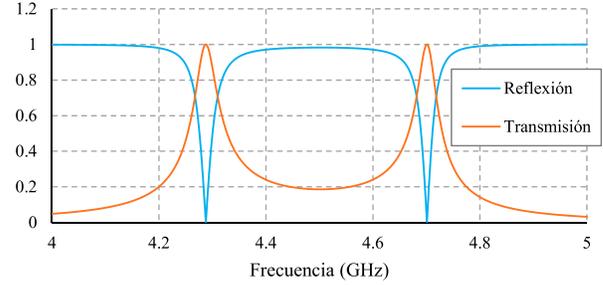


Figura 29. Parámetros de *scattering* para el problema con dos interfaces de resonancia Vacío-DNG, modo  $TE_{10}$ . En azul, el coeficiente de reflexión, en naranja, el coeficiente de transmisión, ambos dependientes de la frecuencia.

*V-F. Resonancia en dos interfaces vacío-metamaterial. Caso DNG sin pérdidas, modo  $TE_{10}$*

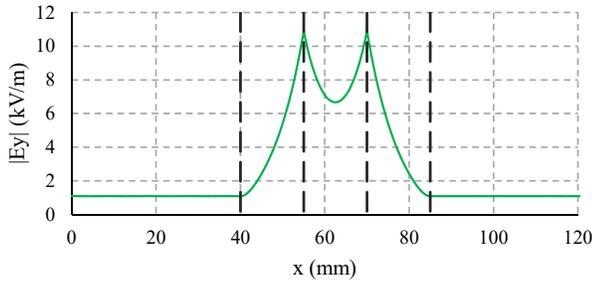
En esta sección se ha estudiado una estructura que excita plasmones en dos de sus superficies, como se estudió en la sección IV-B. Para ello, se utilizó una guía de onda WR75, como en los casos anteriores con medios sin pérdidas, y cinco regiones de diferentes materiales. En primer lugar, en la primera y última regiones, se utiliza el mismo dieléctrico que se ha venido utilizando hasta el momento, con  $\epsilon_{r,1} = \epsilon_{r,5} = 15$ . Estos medios simplemente sirven para la propagación de la onda en la guía hasta llegar a la estructura que queremos estudiar, que son las regiones 2, 3 y 4, de modo que se eligió  $l_1 = l_5 = 40$  mm sin que afectara a la solución. Las regiones 2 y 4 no están rellenas de ningún material, de modo que sus constantes son las del vacío. La región 3 es el mismo metamaterial dispersivo cuyos parámetros efectivos se representaban en función de la frecuencia en la figura 13. Estas tres regiones se tomaron todas de la misma dimensión,  $l_2 = l_3 = l_4 = 15$  mm.

En los coeficientes de transmisión y reflexión, representados en la figura 29, se puede observar que el “perfect tunneling” ocurre a dos frecuencias diferentes, por encima y por debajo de la frecuencia para la que se ha diseñado el metamaterial. Cada pico corresponde a un modo diferente. El de frecuencia mayor,  $f_{par} = 4,701$  GHz, corresponde con el modo par, y el de frecuencia menor,  $f_{impar} = 4,288$  GHz, con el modo impar.

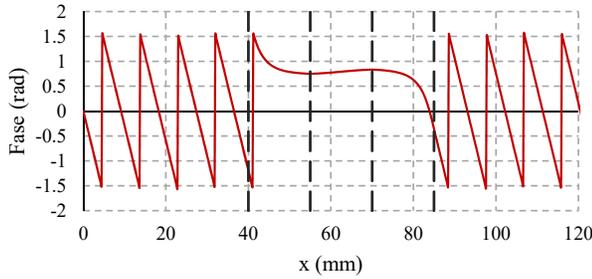
A continuación se estudiaron estos dos modos por separado, comprobando que, al no existir pérdidas, en ambos casos se produce transmisión total de la onda propagante. Veamos en primer lugar el modo par. En las gráficas de la figura 30 se presenta el módulo del campo eléctrico y la fase. En 30a se ve que existe una resonancia en dos interfaces debido a su gran amplitud. También se aprecia que no existe reflexión, y que toda la onda incidente es transmitida a través de las regiones 2-3. Que es un modo par se aprecia en 30b, donde se observa que las interfaces anteriores tienen la misma fase.

En la figura 31 se encuentran las gráficas del campo y la fase para el estudio realizado del modo impar. En este caso, en la gráfica 31b, aparece un desfase de aproximadamente  $\pi$  en la fase del campo entre las dos interfaces de resonancia, es decir, lo que define un modo impar.

El campo eléctrico de la onda electromagnética en el plano central de la guía XZ aparece representado en la figura 32, para

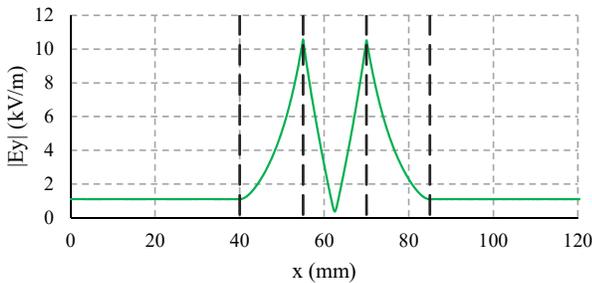


(a) Módulo del campo eléctrico.

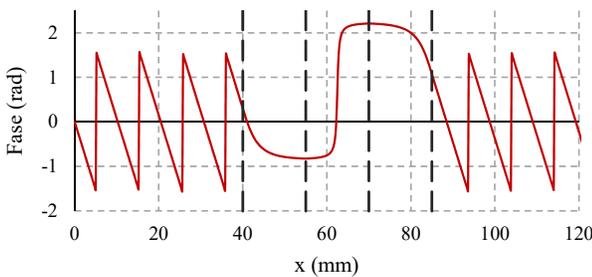


(b) Fase de la onda electromagnética.

Figura 30. Resultado del estudio de dos interfaces de resonancia vacío-DNG sin pérdidas, modo  $TE_{10}$ , a la frecuencia de resonancia del modo par. Se muestran los resultados a lo largo del eje  $z$ , es decir, el eje que recorre el largo de la guía por su parte central.



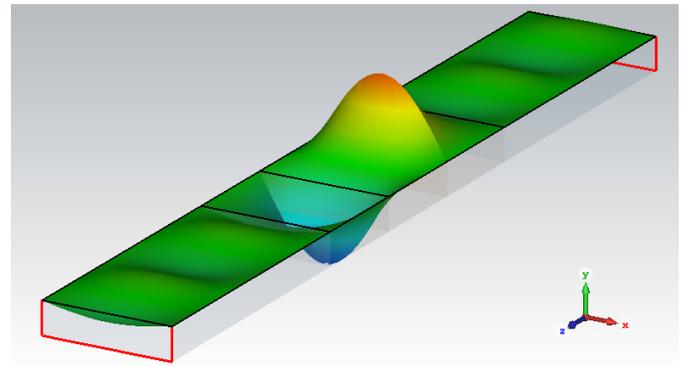
(a) Módulo del campo eléctrico.



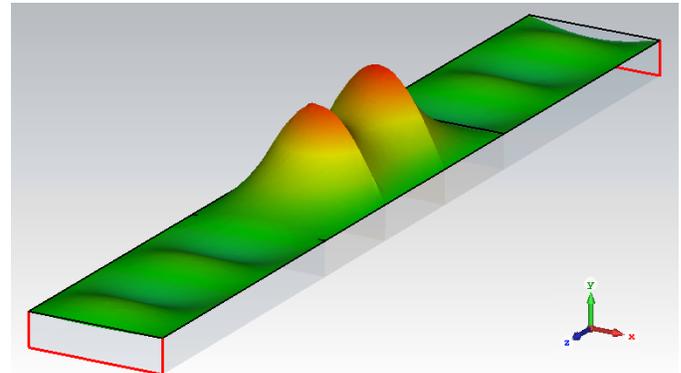
(b) Fase de la onda electromagnética.

Figura 31. Resultado del estudio de dos interfaces de resonancia vacío-DNG sin pérdidas, modo  $TE_{10}$ , a la frecuencia de resonancia del modo impar. Se muestran los resultados a lo largo del eje  $z$ , es decir, el eje que recorre el largo de la guía por su parte central.

un determinado valor de la fase. En estas figuras se aprecia muy claramente que se están excitando los modos  $TE_{10}$  par e impar en las interfaces.



(a) Modo impar.



(b) Modo par.

Figura 32. Resultado del estudio de dos interfaces de resonancia vacío-DNG sin pérdidas, modo  $TE_{10}$ , a la frecuencia de resonancia. Se muestra la intensidad del campo eléctrico transversal para una fase determinada y a las frecuencias de resonancia de los modos par e impar en todo el plano  $XZ$  que pasa por el centro de la guía.

#### V-G. Resonancia en dos interfaces vacío-metamaterial. Caso DNG sin pérdidas, modo $TM_{11}$

El estudio del modo  $TM_{11}$  en dos interfaces de resonancia se utiliza de nuevo la guía WR75. La estructura que se utilizó para excitar la resonancia de los plasmones en dos interfaces es similar a la del estudio del caso anterior para el modo transversal eléctrico  $TE_{10}$ . La diferencia radica en que se redujo la dimensión de las regiones de propagación del medio dieléctrico con  $\epsilon_r = 15$  a  $l_1 = l_5 = 30$  mm. El tamaño del resto de las regiones se toma exactamente el mismo que para el estudio del apartado anterior.

Para este caso también se utilizó un material DNG sin pérdidas, adaptado para que  $\epsilon_{r,3} = \mu_{r,3} = -1$  a la frecuencia de 15 GHz, de la misma forma que se ha hecho anteriormente para los casos destinados a excitar la resonancia con modos  $TM_{11}$ . La curva de dispersión de este material DNG se puede observar en la gráfica de la figura 21.

Los coeficientes de reflexión y transmisión obtenidos se representan en la figura 33. Como en el caso anterior, se encuentra que la transmisión total se produce para dos frecuencias, que corresponderán con el modo par la de frecuencia menor, es decir,  $f_{\text{par}} = 14,875$  GHz, y el modo impar la de frecuencia mayor,  $f_{\text{impar}} = 15,111$  GHz.

Se estudiaron ambos modos por separado. Los resultados del campo magnético en la dirección  $Y$ , en todos los puntos

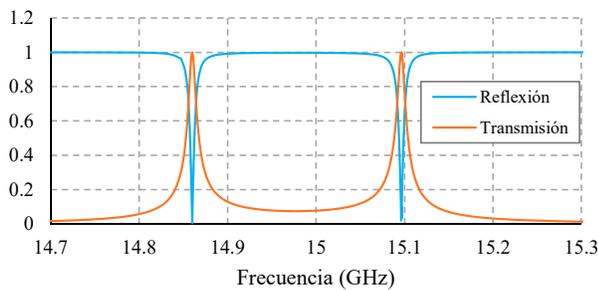


Figura 33. Parámetros de *scattering* para el problema con dos interfaces de resonancia Vacío-DNG, modo  $TM_{11}$ . En azul, el coeficiente de reflexión, en naranja, el coeficiente de transmisión, ambos dependientes de la frecuencia.

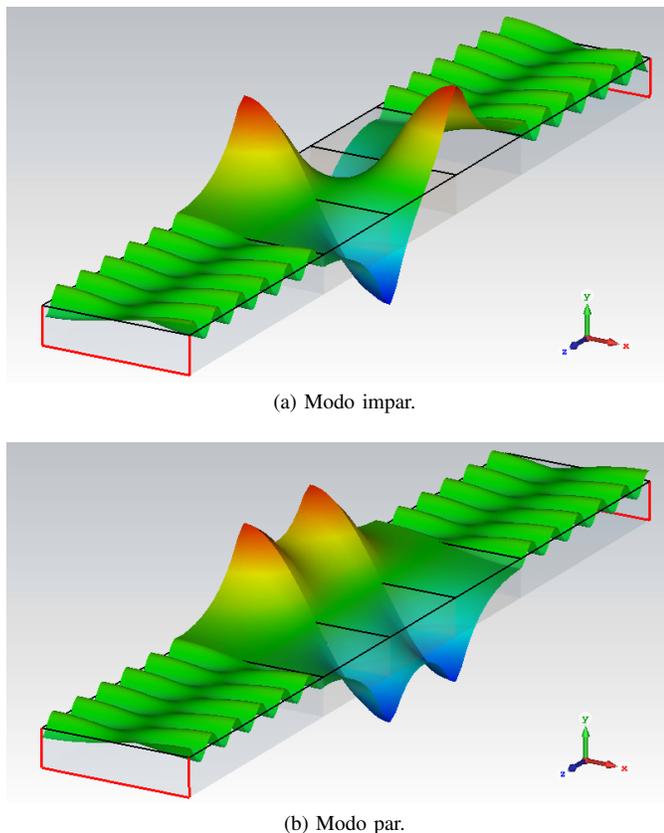


Figura 34. Resultado del estudio de dos interfaces de resonancia vacío-DNG sin pérdidas, modo  $TM_{11}$ , a la frecuencia de resonancia. Se muestra la intensidad del campo magnético transversal para una fase determinada y a las frecuencias de resonancia de los modos par e impar en todo el plano XZ que pasa por el centro de la guía.

del plano XZ central a la guía se muestran en la figura 34, tanto para el modo impar, figura 34a, como para el modo par, 34b. En los dos casos, se produce una transmisión total, como ya se había podido apreciar en la figura 33 de los parámetros de *scattering*.

## VI. CONCLUSIONES

En este trabajo se han estudiado dos tipos de estructuras destinadas a la excitación de la resonancia de plasmones superficiales, en un entorno de guía rectangular. El estudio se ha realizado para diversos modos de propagación de esta guía, y se ha comprobado que, variando algunos de los parámetros

del sistema, se podía conseguir la resonancia para todos ellos, como predice la teoría.

Con medios convencionales sí que era posible la excitación de plasmones a frecuencias ópticas. Sin embargo, se han observado algunas diferencias con respecto a la resonancia en metamateriales. En el caso de estos últimos, esta excitación plasmónica ocurriría a la frecuencia para la que esté diseñado el metamaterial, en este trabajo, microondas, y no únicamente a frecuencias ópticas.

Otra diferencia es que, para metales, solamente era posible excitar plasmones mediante modos transversales magnéticos. Utilizando modos transversales eléctricos es completamente imposible alcanzar la resonancia. Sin embargo, se puede diseñar un metamaterial que consiga esta resonancia no solo para los modos TM, sino también para modos TE o incluso para ambos. Los denominados metamateriales epsilon-negativos son capaces de excitar la resonancia plasmónica para los mismos modos que los metales, también los mu-negativos para los modos TE y los doblemente negativos para ambos. Es decir, con distintos metamateriales diseñados adecuadamente, se cubren todas las posibilidades de resonancia plasmónica con cada modo.

También se ha comprobado que la condición de excitación de la resonancia de los plasmones se corresponde con la condición de transmisión total o "perfect tunneling", debido a que el mecanismo de "amplificación" de los modos evanescentes permite el paso de la energía de la onda a través de la estructura en corte con campos evanescentes. Esta condición de transmisión total solamente se puede cumplir para el caso sin pérdidas, como se ha podido comprobar. Sin embargo, aunque de menor amplitud, sí que se ha conseguido la resonancia en un medio real con pérdidas, logrando la transmisión de parte de la onda incidente a través de la región en corte de la estructura estudiada.

## REFERENCIAS

- [1] M. Lapine, S. Tretyakov, "Contemporary notes on metamaterials," *IET Microw. Antennas Propag.*, vol. 1, no. 1, Feb 2007.
- [2] N. Engheta, R. W. Ziolkowski. *Metamaterials, Physics and Engineering Explorations*. Wiley-IEEE Press, 2006.
- [3] V. G. Veselago, "The electrodynamic of substances with simultaneously negative values of  $\epsilon$  and  $\mu$ ," *Sov. Phys. Uspekhi*, vol. 10, no. 4, pp. 509-514, 1968. [*Usp. Fiz. Nauk.*, vol. 92, pp. 517-526, 1967.]
- [4] J. B. Pendry, A. J. Holden, D. J. Robbins, W. J. Stewart, "Low-frequency plasmons in thin wire structures," *Phys. Condens. Matter*, vol. 10, pp. 4785-4809, 1998.
- [5] J. B. Pendry, A. J. Holden, D. J. Robbins, and W. J. Stewart, "Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena," *IEEE Trans. Microwave Theory and Tech.*, vol. 47, pp. 2075-2081, Nov. 1999.
- [6] R. A. Shelby, D. R. Smith, S. Schultz, "Experimental Verification of a Negative Index of Refraction," *Science*, vol. 292, 6 Apr. 2001.
- [7] R. Marqués, F. Martín, M. Sorolla, *Metamaterials with Negative Parameters. Theory, Design, and Microwave Applications*, Wiley-Interscience, 2008.
- [8] J. M. Albella Martín, J. M. Martínez Duart, *Física de dieléctricos*, Marcombo-Boisareu Editores, 1984.
- [9] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, Wiley, New York, 1999 (3rd ed.).
- [10] J. B. Pendry, "Negative refraction makes a perfect lens," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 85, no. 18, pp. 3966-3969, Oct. 2000.
- [11] N. Fang, H. Lee, C. Sun, X. Zhang, "Sub-Diffraction-Limited Optical Imaging with a Silver Superlens," *Science*, vol. 308, pp. 534-537, Apr. 2005.
- [12] A. Alù, N. Engheta, "Achieving transparency with plasmonic and metamaterial coatings," *Phys. Rev. E*, pp. 016623, Jul. 2005.

- [13] W. Li, J. Valentine, "Metamaterial Perfect Absorber Based Hot Electron Photodetection," *Nano Lett.*, vol. 14, pp. 3510-3514, Jun. 2014.
- [14] P. Yu, L. V. Besteiro, Y. Huang, J. Wu, L. Fu, H. H. Tan, C. Jagadish, G. P. Wiederrecht, A. O. Govorov, Z. Wang, "Broadband Metamaterial Absorbers," *Adv. Opt. Mater.*, pp. 1800995, Oct. 2018.
- [15] J. B. Pendry, S. A. Ramakrishna, "Focusing light using negative refraction," *J. Phys.: Condens. Matter*, vol. 15, pp. 6345-6364, Sep. 2003.
- [16] A. A. Zharov, N. A. Zharova, R. E. Noskov, I. V. Shadrivov, Y. S. Kivshar, "Birefringent left-handed metamaterials and perfect lenses for vectorial fields," *New J. Phys.*, vol. 7, paper 220, Oct. 2005.
- [17] D. M. Pozar, *Microwave Engineering*, Wiley, 2012.
- [18] R. Ruppin, "Surface polaritons of a left-handed medium," *Phys. Rev. A*, vol. 277, pp. 61-64, Nov. 2000.
- [19] R. Ruppin, "Surface polaritons of a left-handed material slab," *J. Phys.: Condens. Matter*, vol. 13, pp. 1811-1819, Jan. 2001.
- [20] S. A. Maier, *Plasmonics: Fundamentals and Applications*, Springer, 2007.
- [21] H. Raether, *Surface Plasmons on Smooth and Rough Surfaces and on Gratings*, Springer-Verlag, 1988.
- [22] J. D. Baena, L. Jelinek, R. Marqués, F. Medina, "Near-perfect tunneling and amplification of evanescent electromagnetic waves in a waveguide filled by a metamaterial: Theory and experiments," *Phys. Rev. B*, vol. 72, paper 075116, Aug. 2005.
- [23] R. E. Collin, *Field Theory of Guided Waves*, Wiley-IEEE Press, 1990.
- [24] Computer Simulation Technology (CST), Disponible en <https://www.3ds.com/>
- [25] G. Lubkowski, R. Schuhmann, T. Weiland, "Extraction of Effective Metamaterial Parameters by Parameter Fitting of Dispersive Models," *Microw. Opt. Technol. Lett.*, vol. 49, pp. 285-288, Feb 2007.
- [26] J. Esteban, C. Camacho-Peñalosa, J. E. Page, T. M. Martín-Guerrero, E. Márquez-Segura, "Simulation of Negative Permittivity and Negative Permeability by Means of Evanescent Waveguide Modes—Theory and Experiment," *IEEE Trans. on Microwave Theory and Tech.*, vol. 53, no. 4, pp. 1506-1514, Apr. 2005.