

**APLICACIÓN DE SISTEMAS DE REPRESENTACIÓN PARA MEJORAR EL
APRENDIZAJE DEL ÁREA Y DEL VOLUMEN**

YISETH BROCHERO DIAZ

BORIS AXEL PINO RUIZ

Trabajo de grado para optar por el título de
Magister en Educación con Énfasis en Pensamiento Matemático

Director

M Sc Carlos Javier Rojas Álvarez

FUNDACIÓN UNIVERSIDAD DEL NORTE
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
ÉNFASIS EN PENSAMIENTO MATEMÁTICO
BARRANQUILLA
2017

DEDICATORIA

A Dios por darme la vida y la fortaleza necesaria para seguir adelante, a mis padres por su apoyo incondicional, a mi esposa e hijos que entendieron tantas horas de ausencia, por su paciencia y apoyo para la realización de este proyecto.

AGRADECIMIENTOS

A nuestro asesor de proyecto el profesor Carlos Javier Rojas Álvarez, que con su valiosa colaboración y entrega, nos facilitó la realización de esta estrategia pedagógica.

A nuestros estudiantes, que con su disposición, alegría y motivación, realizaron las actividades asignadas para obtener la información necesaria y alimentar esta estrategia.

A todos nuestros compañeros de trabajo, compañeros y docentes de la Maestría que afianzaron nuestros conocimientos, y lograron que esta secuencia didáctica se fortaleciera.

Índice General

Introducción.....	10
1. Autobiografía.....	12
2. Autodiagnóstico de la práctica pedagógica y planteamiento del problema	20
2.1 Circunstancias y/o contexto que dieron origen al problema y sobre el cual es necesaria la intervención a manera de innovación	20
2.2 Análisis de los resultados de las Pruebas SABER u otras pruebas como insumo	20
2.3 Las debilidades en los estudiantes en lo relativo al saber conocer, al saber hacer y saber ser y convivir, entre otros aspectos.....	23
2.4 Identificación y definición del objeto de transformación de su práctica pedagógica .	24
3. Justificación.....	25
4. Objetivos.....	27
4.1 Objetivo general.....	27
4.2 Objetivos específicos	27
5. Marco teórico.....	28
5.1 Marco legal	28
5.2 Fundamento disciplinar.....	29
5.2.1 Investigaciones y dificultades acerca del aprendizaje del área y del volumen. ...	30
5.2.2 Definición de la variable: Aprendizaje de área y volumen	32
5.3 Fundamento pedagógico	33

6. Propuesta de innovación.....	36
6.1 Contexto de aplicación.....	36
6.2 Planeación de la innovación.	37
6.3 Evidencias de la aplicación.....	44
6.4 Resultados.....	45
6.4.1 Resultado referido al objetivo de mejoramiento en la conservación del área con unidad de área cuadrada (CAC).	48
6.4.2 Resultado referido al objetivo de mejoramiento en la conservación del área con unidad de área triangular (CAT).	49
6.4.3 Resultado referido al objetivo de mejoramiento en la conservación de área total en 3D con unidad de área cuadrada (CAT).....	49
6.4.4 Resultado referido al objetivo de mejoramiento en la conservación de volumen (CV).	50
6.4.5 Resultado referido al objetivo de mejoramiento en la aritmetización del área del rectángulo (AA).	51
6.4.6 Resultado referido al objetivo de mejoramiento en el uso de unidades de área (UA).	51
6.4.7 Resultado referido al objetivo de mejoramiento en la aritmetización del volumen de un cubo (AVC).	52
6.4.8 Resultado referido al objetivo de mejoramiento en la aritmetización del volumen de una caja rectangular (AVR).	53

6.4.9 Resultado referido al objetivo de mejoramiento en el uso de unidades de volumen en la aritmetización del volumen de un cubo (UVC).	53
6.4.10 Resultado referido al objetivo de mejoramiento en el uso de unidades de volumen en la aritmetización del volumen de una caja rectangular (UVR).	54
6.4.11 Resultado referido al objetivo de los errores más frecuentes en el aprendizaje del área y del volumen.	55
6.4.12 Objetivo referido a la valoración de la metodología por parte de los alumnos..	60
7. Reflexión sobre la práctica realizada.....	62
8. Conclusiones.....	64
10. Referencias	66

Índice de tablas

Tabla 1: Logros, expectativas, retrocesos y compromisos de mejoramiento de Yiseth Brochero	14
Tabla 2: Logros, expectativas, retrocesos y compromisos de mejoramiento de Boris Pino.	17
Tabla 3: Resumen de los estadios de la comprensión de la medida	30
Tabla 4: Número de sesiones planificadas y realizadas	37
Tabla 5: Resultados de la pre prueba	45
Tabla 6: Resultados de la pos prueba.....	47
Tabla 7: errores más frecuentes en el aprendizaje del área y del volumen.....	55
Tabla 8: Encuesta tipo Likert	60

Índice de figuras

<i>Figura 1.</i> Porcentaje de respuestas correctas en la pre prueba y pos prueba respecto a la conservación del área con unidad de área cuadrada.	48
<i>Figura 2.</i> Porcentaje de respuestas correctas en la pre prueba y pos prueba respecto a la conservación del área con unidad de área triangular.	49
<i>Figura 3.</i> Porcentaje de respuestas correctas en la pre prueba y la pos prueba respecto a la conservación del área total con unidad de área cuadrada.	50
<i>Figura 4.</i> Porcentaje de respuestas correctas en la pre prueba y pos prueba respecto a la conservación del volumen.....	50
<i>Figura 5.</i> Porcentaje de respuestas correctas en la pre prueba y la pos prueba respecto a la aritmetización del rectángulo.....	51
<i>Figura 6.</i> Porcentaje de respuestas correctas en la pre prueba y pos prueba respecto al uso de unidades de área en la aritmetización del área de un rectángulo.	50
<i>Figura 7.</i> Porcentaje de respuestas correctas en la pre prueba y pos prueba respecto a la aritmetización del volumen de un cubo.	52
<i>Figura 8.</i> Porcentaje de respuestas correctas en la pre prueba y la pos prueba respecto a la aritmetización del volumen de una caja rectangular.....	53
<i>Figura 9.</i> Porcentaje de respuestas correctas en la pre prueba y la pos prueba respecto al uso de unidades de volumen en la aritmetización del volumen de un cubo.....	54
<i>Figura 10.</i> Porcentaje de respuestas correctas en la pre prueba y pos prueba respecto al uso de unidades de volumen al aritmetizar el volumen de una caja rectangular.	55

Índice de anexos

Ilustración 1: Pre prueba	68
Ilustración 2: Pos prueba.....	72
Ilustración 3: Criterios de evaluación de la pre prueba y pos prueba	75
Ilustración 4: Guías de las sesiones de trabajo.....	77
Ilustración 5: Encuesta tipo Likert.....	104

Introducción

“Donde hay materia hay geometría”.

Jojannes Kepler

En la enseñanza de las matemáticas se relacionan los cinco procesos generales de la actividad matemática (formulación, tratamiento y resolución de problemas; la modelación; la comunicación; el razonamiento; la formulación, comparación y ejercitación de procedimientos), los cinco tipos de pensamiento (el pensamiento numérico y los sistemas numéricos; el pensamiento espacial y los sistemas geométricos; el pensamiento métrico y los sistemas métricos o de medida; el pensamiento aleatorio y los sistemas de datos, y el pensamiento variacional y los sistemas algebraicos y analíticos) y los tres tipos o niveles de contexto (contexto inmediato o contexto de aula; el contexto escolar o contexto institucional y el contexto extraescolar o sociocultural) al momento de diseñar el currículo.

En el caso de la geometría, por ser la rama de la matemática que permite un puente entre lo concreto y lo abstracto, busca acercar al estudiante con su entorno dándole un carácter de utilidad a través de la medición; lo que no se ha fortalecido en las escuelas, por el contrario, se le resta importancia a la misma y al momento de abordarla se emplea el método tradicional minimizando su enseñanza a la memorización y aplicación de fórmulas. Esto se evidencia en la falta de comprensión sobre las magnitudes y su medición a lo que específicamente hace referencia el pensamiento métrico.

La presente propuesta de innovación sobre la aplicación de sistemas de representación para el aprendizaje del área y volumen, busca favorecer el desempeño de los estudiantes de noveno grado del Colegio Distrital María Auxiliadora teniendo como referente teórico los resultados obtenidos por los estudiantes en las pruebas saber 2015, en las cuales se evidencian bajos desempeños. Los estudiantes muestran dificultad para identificar relaciones entre distintas unidades empleadas para medir una misma magnitud, al igual que al momento de calcular medidas de superficie y volumen.

Para facilitar la apropiación de estos aprendizajes la metodología aplicada en la innovación está basada en los sistemas de representación de Bruner que se convierte en una alternativa didáctica para el mejoramiento del aprendizaje del área y del volumen en los estudiantes.

Esta propuesta se desarrolla a través de una serie de actividades organizadas en cuatro sesiones en las que se utilizó material concreto apropiado que propende por la comprensión de estos conceptos y los procedimientos que se involucran ya que la manipulación de diversos objetos facilita el paso de la representación enactiva a la representación simbólica.

1. Autobiografía

Yiseth Brochero.

Mi nombre es Yiseth Brochero Díaz, tengo 39 años y nací en Barranquilla. Mis padres son: Alida Díaz Viloría y Joaquín Brochero Charris. Tengo dos hijos; María Gómez Brochero y Miguel Ángel Gómez Brochero cuyas edades son 17 y 13 años respectivamente.

Inicie mis estudios de preescolar y básica primaria en el colegio Comfamiliar y luego cursé la básica secundaria y media en el colegio Inem en la modalidad de Ciencias y Matemáticas. Durante el inicio de mi bachillerato comencé a presentar dificultades en la comprensión de las matemáticas por lo que recibí la ayuda de un profesional de la Arquitectura con amplios conocimientos en el área. De aquí pude superar las dificultades presentadas y más aún, pude adelantar y ampliar conceptos que posteriormente desarrollaría en la clase. Esto generó en mi seguridad, disciplina y pasión por aprender matemáticas. Mis compañeros solicitaban de mi ayuda para superar sus dificultades y a través de esta actividad descubrí la facilidad para contribuir en el aprendizaje de ellos y pude concluir que mi vocación como profesional era hacia la docencia, particularmente, ingresando a la Universidad del Atlántico en el programa de Licenciatura en Matemáticas y Física en el año de 1.994.

Antes de finalizar mis estudios superiores inicié mi experiencia como maestra en colegios privados del sur oriente de Barranquilla donde pude constatar el haber tomado una gran decisión que llenaría mis expectativas y desarrollar el don de servicio a través de la carrera docente, anhelando ingresar en el sector oficial por la gran necesidad de esa población estudiantil y en pos de una estabilidad laboral, lo que fue posible en el año 2.007.

Durante el tiempo laborado en el sector oficial en el Colegio Distrital María Auxiliadora, además de recibir formación a través de capacitaciones y diplomados, percibí la necesidad de cursar una maestría en educación que me permitiera desarrollar conocimientos y competencias más apropiados a la realidad actual, fortalecer métodos de enseñanza y aplicar metodologías innovadoras que contribuyan a mejorar la calidad educativa y la motivación por parte de los estudiantes en su deseo por aprender.

Es entonces donde surge la oportunidad por parte del Ministerio de Educación, facilitar el acceso a la formación de posgrado en la Universidad del Norte ingresando como beneficiaria del

programa de becas para la excelencia docente, lo cual ha sido una gran bendición de Nuestro Padre Celestial.

¿Qué lo motivó a estudiar la maestría?

Como docentes debemos estar en constante formación por la responsabilidad que tenemos de formar integralmente a nuestros estudiantes; pero no podemos hacerlo de la misma forma de siempre ya que nos enfrentamos a nuevos retos en la actualidad.

Por esta razón surgió en mí el interés por cursar la maestría en Educación con énfasis en pensamiento matemático en la universidad del norte y así:

1. Ampliar y actualizar mis conocimientos en lo referente a la disciplina (matemáticas) para ampliar la visión respecto a la misma y fortalecer el pensamiento matemático en el estudiante.
2. Potenciar las competencias profesionales relacionadas con mi labor para contribuir a la mejora de la calidad de la educación pública.
3. Transformar mi práctica pedagógica a través de metodologías de innovación aplicadas en el aula.
4. Implementar el uso de nuevas tecnologías como herramienta para promover el aprendizaje.
5. Propiciar el ascenso en el escalafón docente y en consecuencia mejorar mis condiciones económicas

¿Cuáles fueron sus expectativas al ingresar a la maestría?

Al ingresar a la maestría surgieron muchas expectativas sobre lo que ésta proporcionaría a mi desempeño profesional. Resultaba necesario hacer cambios significativos en mi práctica docente y a través de la maestría podría enriquecer mi quehacer pedagógico, aplicar nuevos enfoques, estrategias, didácticas, entre otros, que me permitieran potenciar las competencias matemáticas en los estudiantes y su desarrollo integral como ser humano.

Además, podría intercambiar experiencias y con ello aprender nuevas formas de enseñanza que faciliten la comprensión de las matemáticas.

¿Cómo se describe como persona y profesional (fortalezas, obstáculos)?

Me considero una persona entusiasta, comprometida, apasionada con mi labor como formadora, responsable, honesta, afectuosa, sociable, creativa, colaboradora, organizada y con capacidad para el liderazgo. Aunque en ocasiones he experimentado desánimo cuando me resulta difícil lograr metas o frente a situaciones de injusticia y desigualdad, pero luego estas son transformadas en oportunidades para triunfar. En la tabla 1 están mis logros, mis expectativas, mis retrocesos y mis compromisos de mejoramiento semestre a semestre:

Tabla 1: *Logros, expectativas, retrocesos y compromisos de mejoramiento de Yiseth Brochero*

Semestre	Información
I	Logros: <ul style="list-style-type: none"> • Tengo en cuenta los lineamientos curriculares del área de matemáticas. • Tengo presente la parte afectiva de los estudiantes. • Comprendo las diferentes competencias, los pensamientos o componentes, los procesos o contextos del área.
	Expectativas: <ul style="list-style-type: none"> • Reflexionar y autoevaluar la forma actual de desarrollar la práctica pedagógica.
	Retrocesos: <ul style="list-style-type: none"> • Poco uso de las didácticas aplicadas para la enseñanza de conceptos o saberes.
	Compromisos de mejoramiento: <ul style="list-style-type: none"> • Replantear y reorganizar la estructura curricular de la institución.
	Logros: <ul style="list-style-type: none"> • Reconozco los diferentes tipos de modelos pedagógicos. • Identifico los elementos de una competencia.

II	<ul style="list-style-type: none"> Reconozco las diferencias entre un currículo por objetivos y un currículo por competencias.
	<p>Expectativas:</p> <p>Implementar acciones para el mejoramiento de la práctica docente a través de secuencias didácticas.</p>
	<p>Retrocesos:</p> <ul style="list-style-type: none"> Mayor implementación de los procesos de pensamiento crítico en el desarrollo de una clase.
	<p>Compromisos de mejoramiento:</p> <ul style="list-style-type: none"> Aplicar los componentes de las competencias en las planeaciones de las clases. Tener en cuenta la relación entre los propósitos de enseñanza, las competencias y los estilos de aprendizaje al momento de diseñar y aplicar estrategias de evaluación.
III	<p>Logros:</p> <ul style="list-style-type: none"> Conozco las nociones conceptuales sobre una buena práctica de aula. Reconozco la importancia de la función del docente. Conocimientos y uso de nuevas herramientas tecnológicas y elaboración de mentefactos para mejorar la comprensión de conceptos matemáticos.
	<p>Expectativas:</p> <ul style="list-style-type: none"> Elaboración de una secuencia didáctica para el mejoramiento de la comprensión de área y volumen de sólidos.
	<p>Retrocesos:</p> <ul style="list-style-type: none"> Se requiere de más tiempo para implementar una secuencia didáctica en mi práctica pedagógica.
	<p>Compromisos de mejoramiento:</p> <ul style="list-style-type: none"> Aplicar en el aula de clase las características comunes entre el

	proceso de planeación de una clase y una buena práctica de aula.
IV	Logros: <ul style="list-style-type: none"> • Elaboración de una unidad didáctica.
	Expectativas: <ul style="list-style-type: none"> • Obtener resultados favorables después de haber implementado una secuencia didáctica.
	Retrocesos: <ul style="list-style-type: none"> • Mayor intensidad horaria para profundizar en algunas de las secciones programadas.
	Compromisos de mejoramiento: <ul style="list-style-type: none"> • Diseñar y aplicar en todas las unidades de geometría, secuencias didácticas que favorezcan el aprendizaje de mis estudiantes.

Boris Pino Ruiz

¿Qué lo motivó a estudiar la maestría?

Son varias las razones que me motivaron a realizar esta maestría. Entre las más significativas están:

- Actualizar mis conocimientos tanto en el campo pedagógico como en mi área específica (Matemáticas).
- Una maestría me permite estar más cualificado, ser un profesional más competente y con un perfil más atractivo en el campo laboral.
- Poder ascender en el escalafón docente y de esta manera mejorar mis condiciones económicas.

¿Cuáles fueron sus expectativas al ingresar a la maestría?

En mí práctica docente me he dado cuenta que hay aspectos que debo transformar y otras mejorar, para ello debía estudiar y aprender nuevas formas de hacerlas, así que mi principal expectativa al ingresar a esta maestría fue poder recibir todos esos conocimientos, esas

estrategias metodológicas, esas ideas innovadoras para ponerlas en práctica en mi quehacer pedagógico y de esta manera mejorar el aprendizaje de mis estudiantes.

Por otra parte, poder compartir experiencias enriquecedoras con todos los profesores y compañeros, al igual que aprender de todos ellos para lograr implementar nuevas ideas tanto en el ámbito profesional como en el personal.

¿Cómo se describe como persona y profesional (fortalezas, obstáculos)?

Me considero una persona sencilla, alegre, amigable, inteligente, respetuosa, hábil para las matemáticas. Me gusta mucho colaborarles a las personas. También soy una persona deportista que le gusta jugar fútbol, ver televisión y estar en familia. A nivel profesional soy una persona seria, responsable, disciplinada, con buenas relaciones interpersonales, con gran disposición para enfrentar nuevos retos, comprometido con mis estudiantes, esto hace que mi trabajo se desarrolle en forma eficiente logrando cumplir con mis objetivos propuestos.

Una de mis debilidades es que me exalto con facilidad, pero he comprendido que esto afecta mi desempeño laboral, y por eso he conseguido corregirlo, y ahora soy más calmado. En la tabla 2 están mis logros, mis expectativas, mis retrocesos y mis compromisos de mejoramiento semestre a semestre:

Tabla 2: *Logros, expectativas, retrocesos y compromisos de mejoramiento de Boris Pino*

Semestre	Información
I	Logros: <ul style="list-style-type: none"> • Tengo en cuenta los lineamientos curriculares del área de matemáticas. • Tengo presente la parte afectiva de los estudiantes. • Comprendo las diferentes competencias, los pensamientos o componentes, los procesos o contextos del área.
	Expectativas: <ul style="list-style-type: none"> • Reflexionar y autoevaluar la forma actual de desarrollar la práctica pedagógica.
	Retrocesos:

	<ul style="list-style-type: none"> • Poco uso de las didácticas aplicadas para la enseñanza de conceptos o saberes.
	<p>Compromisos de mejoramiento:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Replantear y reorganizar la estructura curricular de la institución.
II	<p>Logros:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Reconozco los diferentes tipos de modelos pedagógicos. • Identifico los elementos de una competencia. • Reconozco las diferencias entre un currículo por objetivos y un currículo por competencias.
	<p>Expectativas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Implementar acciones para el mejoramiento de la práctica docente a través de secuencias didácticas.
	<p>Retrocesos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mayor implementación de los procesos de pensamiento crítico en el desarrollo de una clase.
	<p>Compromisos de mejoramiento:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Aplicar los componentes de las competencias en las planeaciones de las clases. • Tener en cuenta la relación entre los propósitos de enseñanza, las competencias y los estilos de aprendizaje al momento de diseñar y aplicar estrategias de evaluación.
III	<p>Logros:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Conozco las nociones conceptuales sobre una buena práctica de aula. • Reconozco la importancia de la función del docente. • Conocimientos y uso de nuevas herramientas tecnológicas y elaboración de mentefactos para mejorar la comprensión de conceptos matemáticos.
	<p>Expectativas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Elaboración de una secuencia didáctica para el mejoramiento de la

	comprensión de área y volumen de sólidos.
	<p>Retrocesos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Se requiere de más tiempo para implementar una secuencia didáctica en mi práctica pedagógica.
	<p>Compromisos de mejoramiento:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Aplicar en el aula de clase las características comunes entre el proceso de planeación de una clase y una buena práctica de aula.
IV	<p>Logros:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Elaboración de una unidad didáctica.
	<p>Expectativas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Obtener resultados favorables después de haber implementado una secuencia didáctica.
	<p>Retrocesos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Mayor intensidad horaria para profundizar en algunas de las secciones programadas.
	<p>Compromisos de mejoramiento:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Diseñar y aplicar en todas las unidades de geometría, secuencias didácticas que favorezcan el aprendizaje de mis estudiantes.

2. Autodiagnóstico de la práctica pedagógica y planteamiento del problema

2.1 Circunstancias y/o contexto que dieron origen al problema y sobre el cual es necesaria la intervención a manera de innovación

El Colegio Distrital María Auxiliadora otorga el título de Bachiller Académico con Énfasis en Ciencias Naturales y tiene convenio con el SENA. En el primer caso, los estudiantes desde décimo grado desarrollan como asignaturas las profundizaciones en física, biología y química. En la signatura de profundización de física desarrollan las temáticas relacionadas con la hidrostática e hidrodinámica para las cuales resulta necesario que los estudiantes tengas claro los conceptos de área y volumen de sólidos.

Desde hace algunos años hemos buscado diferentes estrategias para superar estas barreras desde la asignatura de profundización sin obtener resultados muy favorables por lo que surgió el interés de que se nos asignara dentro de nuestra carga académica la asignatura de geometría de noveno grado para así diseñar y aplicar estrategias innovadoras que contribuyeran a mejorar la comprensión de esta temática.

Por otro lado, los resultados obtenidos en la prueba saber de noveno grado de años anteriores reflejan una debilidad en el pensamiento geométrico-métrico evidenciado en la falta de dominio en lo referente a la medición y a los conceptos de área y volumen.

2.2 Análisis de los resultados de las Pruebas SABER u otras pruebas como insumo

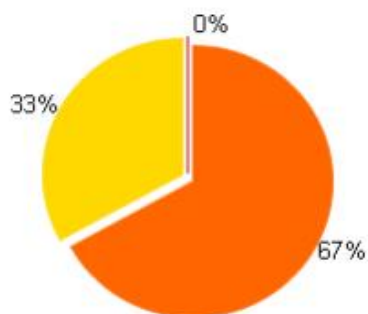
A continuación se hace un análisis de los resultados de la Prueba Saber noveno 2015:

1. Descripción general de la competencia



Interpretación
El 43% de los estudiantes NO contestó correctamente los ítems correspondientes a la competencia Comunicación en la prueba de Matemáticas

2. Descripción general de los aprendizajes



Interpretación
De los aprendizajes evaluados en la competencia, su establecimiento educativo tiene el 0% de aprendizajes en rojo, el 67% en naranja, el 33% en amarillo y 0% en verde. Ponga especial énfasis en los aprendizajes que están en rojo y naranja para implementar acciones pedagógicas de mejoramiento y siga fortaleciendo los que están en amarillo y verde.

*Los porcentajes son números redondeados. Por eso, en algunos casos, pueden sumar 99% o 101%.

Con base en los resultados obtenidos en la competencia de comunicación se identifican los siguientes aprendizajes por mejorar:

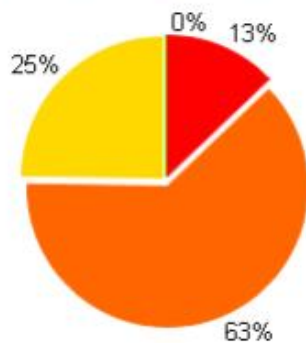
- El 66% de los estudiantes no identifica relaciones entre distintas unidades utilizadas para medir cantidades de la misma magnitud ni determina su pertinencia.
- El 60% de los estudiantes no representa ni describe propiedades de objetos tridimensionales desde diferentes posiciones y vistas.

1. Descripción general de la competencia



Interpretación
El 50% de los estudiantes NO contestó correctamente los ítems correspondientes a la competencia Razonamiento en la prueba de Matemáticas

2. Descripción general de los aprendizajes



Interpretación
De los aprendizajes evaluados en la competencia, su establecimiento educativo tiene el 13% de aprendizajes en rojo, el 63% en naranja, el 25% en amarillo y 0% en verde. Ponga especial énfasis en los aprendizajes que están en rojo y naranja para implementar acciones pedagógicas de mejoramiento y siga fortaleciendo los que están en amarillo y verde.

*Los porcentajes son números redondeados. Por eso, en algunos casos, pueden sumar 99% o 101%.

A continuación encontrará los aprendizajes en los que se recomienda trabajar para mejorar su semáforo.

3. Aprendizajes por mejorar

El **78%** de los estudiantes no establece conjeturas y verifica hipótesis acerca de los resultados de un experimento aleatorio usando conceptos básicos de probabilidad.

Con base en los resultados obtenidos en la competencia de razonamiento se identifican los siguientes aprendizajes por mejorar:

- El 39% de los estudiantes no argumenta formal e informalmente sobre propiedades y relaciones de figuras planas y sólidos.

1. Descripción general de la competencia



2. Descripción general de los aprendizajes



Con base en los resultados obtenidos en la competencia de resolución se identifican los siguientes aprendizajes por mejorar:

- El 70% de los estudiantes no establece ni utiliza diferentes procedimientos de cálculo para hallar medidas de superficies y volúmenes.

2.3 Las debilidades en los estudiantes en lo relativo al saber conocer, al saber hacer y saber ser y convivir, entre otros aspectos

Saber conocer:

- Dificultad para comprender los conceptos de área y volumen.

Saber hacer:

- Dificultad para calcular la medida de superficies y volúmenes.
- Dificultad para diferenciar y emplear las diferentes unidades básicas de medida respecto a las magnitudes de área y volumen.
- Dificultad para describir propiedades de objetos tridimensionales desde diferentes perspectivas.

Saber ser y convivir:

- Falta de motivación por la asignatura.
- Dificultad para trabajar en equipo.

2.4 Identificación y definición del objeto de transformación de su práctica pedagógica

Luego del análisis de los resultados en las pruebas Saber de los grados 3^o, 5^o y 9^o del año 2015, y de las debilidades encontradas en los estudiantes respecto al saber conocer, saber hacer y saber ser, concluimos que nuestro Establecimiento Educativo presenta debilidad en el pensamiento geométrico-métrico, especialmente en la competencia de planteamiento y resolución de problemas. Por lo anterior resulta necesario transformar nuestra práctica pedagógica con el objetivo de mejorar los aprendizajes relacionados con el pensamiento geométrico-métrico y en consecuencia fortalecer las competencias matemáticas en los estudiantes a través de la aplicación de sistemas de representación de Bruner para el aprendizaje del área y del volumen. En consecuencia, ¿la aplicación de sistemas de representación mejorará el aprendizaje del área y del volumen en un grupo de alumnos de 9^o grado?

3. Justificación

La relevancia de los temas de medición es trascendental. Al respecto, Turégano (1989) afirma:

Medir es uno de los tópicos en matemáticas que puede ser considerado como uno de los principales candidatos para sostener el lema “las matemáticas son útiles”. A pesar de ello, es de todos conocido que los conceptos relacionados con el “tema medida” tienen graves dificultades didácticas. (p. 235)

Similarmente, Chamorro y Belmonte (2000) sostienen que “...los problemas de cuantificación y medición han estado siempre presentes, quizás porque pocas actividades de la vida corriente escapan a la medida” (p. 39), pero la metodología tradicional, basada en escuchar y repetir, ha sido la causa de fracasos en el aprendizaje de las magnitudes y su medida porque lleva demasiado pronto al alumno a la automatización sin tener garantizada la comprensión (Chamorro y Belmonte, 2000).

Y entre los temas de medición, según Freudenthal, (citado por Turégano, 1989), el concepto de área es uno de los conceptos más básicos y profundos del discurso matemático. Además, “el área de superficies planas juega un papel relevante en la construcción de otros conceptos matemáticos (fracciones, integración, porcentajes, volumen...) y en el desarrollo de destrezas y habilidades matemáticas (resolución de problemas, razonamientos, argumentaciones, visualización)” (Marmolejo y González, 2015, p.46). Finalmente, la relevancia de la medición es reconocida por el MEN (1998) en un proceso denominado “El trasfondo social de la medición”.

Este trabajo de grado es pertinente con el área de énfasis de la Maestría, que es Pensamiento Matemático, porque es sobre área y volumen, temas relativos al pensamiento métrico, que es uno de los cinco pensamientos que conforman el Pensamiento Matemático según los Lineamientos

Curriculares del MEN (1998), los cuales especifican los conceptos y procedimientos del pensamiento métrico que tuvimos en cuenta, a saber:

- La comprensión de los procesos de conservación de magnitudes (área y volumen).
- La selección de unidades.

De igual forma, la aplicación de esta estrategia pedagógica beneficia a nuestra institución Institución Educativa Colegio Distrital Maria Auxiliadora, en los procesos de enseñanza aprendizaje permitiendo a los estudiantes una mejor comprensión de los conceptos y procedimientos relacionados con el área y el volumen, esperando un mejor desempeño tanto en la asignatura de geometría como en las pruebas de Estado.

La viabilidad de este trabajo de grado es posible por las siguientes razones:

- La disposición de la rectoría para facilitar la asignación horaria y las instalaciones de la Institución.
- El bajo costo de los materiales (fotocopias, cartulina, marcadores, papel milimetrado, etc.).
- La motivación del equipo de profesores para llevar a cabo el trabajo de grado.

4. Objetivos

4.1 Objetivo general

Describir el mejoramiento en el aprendizaje del área y el volumen a través de la aplicación de sistemas de representación de Bruner en un grupo de alumnos de 9º.

4.2 Objetivos específicos

- Describir el mejoramiento, a través de la aplicación de los sistemas de representación de Bruner, sobre:
 - la conservación del área de polígonos con unidad de área cuadrada.
 - la conservación del área de polígonos con unidad de área triangular.
 - la conservación del área total de un sólido multicubo con unidad de área cuadrada.
 - la conservación del volumen de un sólido multicubo.
 - La aritmetización del área de un rectángulo.
 - La aritmetización del volumen de un cubo.
 - La aritmetización del volumen de una caja rectangular.
 - El uso de unidades de área en la aritmetización del área de un rectángulo.
 - El uso de unidades de volumen en la aritmetización del volumen de un cubo.
 - El uso de unidades de volumen en la aritmetización del volumen de una caja rectangular.
- Describir los errores más frecuentes en el aprendizaje del área y del volumen.
- Determinar la valoración de los alumnos de la aplicación de sistemas de representación de Bruner.

5. Marco teórico

5.1 Marco legal

Sobre el pensamiento métrico y los sistemas de medidas, el MEN (2006) los define de la siguiente manera:

Los conceptos y procedimientos propios de este pensamiento hacen referencia a la comprensión general que tiene una persona sobre las magnitudes y las cantidades, su medición y el uso flexible de los sistemas métricos o de medidas en diferentes situaciones. (p.63)

Los conceptos y procedimientos de este pensamiento son, según el MEN (1998):

- La construcción de los conceptos de cada magnitud.
- La comprensión de los procesos de conservación de magnitudes.
- La estimación de magnitudes y los aspectos del proceso de “capturar lo continuo con lo discreto”.
- La apreciación del rango de las magnitudes.
- La selección de unidades de medida, de patrones y de instrumentos.
- La diferencia entre la unidad y el patrón de medición.
- La asignación numérica.
- El papel del trasfondo social de la medición.

De estos conceptos y procedimientos, en este trabajo tuvimos en cuenta los siguientes:

- La comprensión de los conceptos de conservación de magnitudes. Comprende la “captación de aquello que permanece invariante a pesar de las alteraciones de tiempo y espacio” (MEN, 1998, p.64). Específicamente tratamos la conservación de área plana, de área en 3D y de volumen.

- La selección de unidades de medida, de patrones y de instrumentos. Específicamente estudiamos la selección de unidades de área y de volumen. “Tiene que ser la cantidad o instancia de la magnitud que pueda identificarse lo suficientemente bien para poder utilizarla en combinación con un sistema numérico ya previamente construido” (MEN, 1998, p.66).

5.2 Fundamento disciplinar

Los dos conceptos fundamentales del pensamiento métrico de este trabajo son área y volumen, cuyas definiciones son las siguientes:

El postulado del área afirma que “A toda región poligonal le corresponde un número positivo único” (Moise y Downs, 1970, p. 293), y la definición es: “El área de una región poligonal es el número que se le asigna según el postulado del área” (Moise y Downs, 1970, p.293).

Intuitivamente, el volumen se considera como la cantidad de espacio ocupado por un cuerpo. El postulado del volumen afirma: “A cada sólido se le asigna un número positivo único denominado volumen” (Clemens, O’Daffer y Cooney, 1989, p.444).

Otros conceptos que utilizamos son los siguientes:

“Polígonos equivalentes son polígonos con la misma área y distinta forma” (Rojas, 2016, p.85).

“Poliedros equivalentes son poliedros con el mismo volumen y distinta forma” (Rojas, 2016, p.112).

5.2.1 Investigaciones y dificultades acerca del aprendizaje del área y del volumen.

Reseñaremos los resultados de algunas investigaciones relacionados con los procesos y conceptos tratados en este estudio:

- Piaget, Inhelder y Szeminska, citados por Dickson, Brown y Gibson, (1991), reseña los estadios de desarrollo de la comprensión del proceso de medida en el niño, los cuales resumimos en la siguiente tabla 3 (los números romanos de los estadios los colocamos nosotros):

Tabla 3: *Resumen de los estadios de la comprensión de la medida*

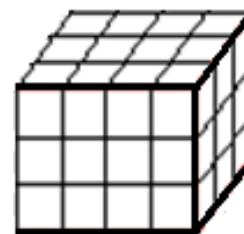
Estadio y edad	Desempeño
I 1 ^{er} ó 2 ^o año de pre escolar	No capta la conservación. Los juicios de conservación de área se basan en la máxima dimensión lineal. No exhibe comprensión de la idea de reiteración de una unidad o subdivisión de esta en secciones de igual tamaño.
II 6 ó 7 años	Comienza a desarrollar cierta idea de conservación. Aprecia por experimentación basada en tanteos que si hacen falta más unidades para cubrir A que para cubrir B, entonces A es más grande. No comprende la necesidad de que las unidades de medida sean todas del mismo tamaño ni coordina medidas en todas las direcciones.
III 7 u 8 años	Conserva cantidades materiales. Aprecia la medición bidimensional. Es capaz de coordinar las dos dimensiones: por ejemplo, aunque el recipiente sea más ancho, la altura de líquido es menor, y se da cuenta de que ello puede compensar la

	mayor altura.
IV 8 -10 años	Capta la idea de medición por recubrimiento mediante unidades más pequeñas que el objeto que hay que medir. Procede de un modo más calculado, sin ensayo y error. Los conceptos de medida lineal, superficial y capacidad tienen lugar concurrentemente.
V 11-12 años	Comprensión plenamente operativa de las nociones de medida. Mide área y volúmenes mediante cálculos basados en las dimensiones lineales.

- Piaget, citado por Hart (1984), sugiere que la conservación de volumen aparece después de la aparición de la conservación de área, y esta aparece después de la conservación de longitud. Sin embargo, Hart (1984) encontró en un estudio que de 445 alumnos ingleses, con edades entre los 12 y 14 años, 129 alumnos (28,98%) pudieron conservar el volumen, pero no el área y la longitud. Así, parece que una habilidad no es un requisito para la otra.
- Ricco, Vergnaud y Rouchier (1983) realizaron una investigación sobre cálculo del volumen, búsqueda de la relación entre dos volúmenes cuyas medidas lineales se presentan en una relación conocida - cálculo de una medida elemental, con alumnos franceses de 11 a 15 años. Entre sus conclusiones está que las dificultades para el aprendizaje del volumen se prolongan hasta los 15 años.
- La conservación del área ha sido reconocido como un paso preliminar y obligado para la comprensión de la medida del área (Mahher y Beattis, citado por Marmolejo, 2015).

- Reconocer que la cantidad de superficie puede ser la misma en dos figuras con forma distinta no es un conocimiento trivial. Los alumnos tienden a pensar que el cambio de forma va acompañado del cambio de superficie (Chamorro, 2003).
- El aprendizaje del área y del volumen tienen más dificultades que el de las magnitudes lineales, ya que, entre otras cosas, las concepciones de tipo perimétrico que poseen los alumnos constituyen un fuerte obstáculo que se manifiesta bajo diferentes aspectos (Chamorro, 2003).

- Hart (1981) planteó a alumnos ingleses el problema de encontrar el volumen de un sólido multicubo en el que algunos cubos no se ven, como el de la figura. Encontró



que el 10,7% de los sujetos de 12 años, el 13,5% de 13 años y el 12,6% de 14 años respondió correctamente a la pregunta: ¿Cuántos bloques hay en el sólido si no hay agujeros dentro?

5.2.2 Definición de la variable: Aprendizaje de área y volumen. De acuerdo al marco legal y las investigaciones acerca del área y volumen, para el presente trabajo tendremos en cuenta los siguientes aspectos del aprendizaje del área y del volumen:

- La conservación de área con unidad de área cuadrada.
- La conservación de área con unidad de área triangular.
- La conservación de área total en 3D con unidad de área cuadrada.
- La conservación de volumen.
- La aritmetización del área de un rectángulo.
- La aritmetización del volumen de un cubo.
- La aritmetización del volumen de una caja.

- El uso de unidades de área en la aritmetización del área de un rectángulo.
- El uso de unidades de volumen en la aritmetización del volumen de un cubo.
- El uso de unidades de volumen en la aritmetización del volumen de un cubo.

5.3 Fundamento pedagógico

La metodología aplicada en este trabajo está basada en los sistemas de representación de Bruner.

Los seres humanos tienen tres sistemas diferentes, parcialmente traducibles entre sí, para representar la realidad (Bruner, 2004, p.75), que se llaman, en general, sistemas de representación.

“La representación, o un sistema de representación, es un conjunto de reglas mediante las cuales se puede conservar aquello experimentado en diferentes acontecimientos” (Bruner, 2002, p.122). Es algo como un <<médium>>. Podemos representar algunos sucesos por las acciones que requieren, mediante una imagen, palabras o con otros símbolos. Habría una gran diversidad de subtipos en cada uno de estos tres medios: el enactivo, el icónico y el simbólico (Bruner, 2002). “Cada uno de los tres puede especificarse en términos muy concisos y se puede comprobar que cada uno de ellos se modifica y adquiere formas nuevas, gracias a su vinculación con determinadas herramientas o con sistemas instrumentales” (Bruner, 2002, p.122).

La representación enactiva consiste en conocer algo por medio de la acción; la representación icónica, por medio de un dibujo o una imagen, y la representación simbólica por medio de formas simbólicas como el lenguaje (Bruner, 2002). “La representación simbólica surge de una forma primitiva e innata de una actividad simbólica que, a través de la culturización, gradualmente llega a especializarse en diferentes sistemas” (Bruner, 1980, p.51), por lo que el lenguaje de la matemática también es una representación simbólica.

“Si tomamos como ejemplo un nudo, lo primero es aprender la acción de anudarlo y cuando decimos que conocemos el nudo nos referimos a un acto habitual que hemos dominado y que podemos repetir” (Bruner, 2002, p.122).

“Cada uno de estos tres modos tiene un poderoso efecto en la vida mental de los seres humanos a diferentes edades y su interacción persiste como uno de los aspectos más importantes de la vida intelectual adulta” (Bruner, 1980, p.23), “pero el desarrollo no supone una secuencia de etapas, sino un dominio progresivo de estas tres formas de representación y de su traducción parcial de un sistema a otro” (Bruner, 2002, p.123). “Gran parte del aprendizaje espontáneo consiste en inducir reglas más generales para obtener formas más económicas o más eficaces de representar sucesos semejantes. Y en muchas ocasiones este aprendizaje consiste en traducir de un modo de representación a otro” (Bruner, 2002, p.122). “Es así como a las imágenes les pueden ser infundidas las propiedades del funcionamiento simbólico, como puede hacerse también con la utilización de instrumentos” (Bruner, 1980, p.51).

“Tener la imagen del nudo en la mente, o dibujada en un papel, no es lo mismo que hacer el nudo, aunque la imagen pueda proporcionar un esquema para organizar secuencialmente las acciones” (Bruner, 2002, p.122). Así, por ejemplo, no es lo mismo hacer un mapa conceptual o un mentefacto del concepto *polígono regular* que dibujar con regla y transportador un pentágono regular. En el primer caso el sujeto elabora diagramas con representaciones simbólicas del concepto *polígono regular*, pero no necesariamente sabrá dibujar con regla y transportador un pentágono regular, mientras que en el segundo caso el uso de los instrumentos exige la articulación de los tres sistemas de representación de Bruner (enactiva, icónica y simbólica) para llevar a cabo la tarea. La representación enactiva permite representar más fácilmente de otras formas la solución del problema, ya que “hay mayor facilidad para representar un suceso cuando

se participa en una acción relacionada con él que cuando se imagina” (Pozo, 2001, p.118). “El enactivo es crucial para guiar la actividad y en particular lo que llamamos la actividad hábil” (Bruner, 1997, p.173).

6. Propuesta de innovación

6.1 Contexto de aplicación

El contexto de aplicación de la propuesta de innovación es La Institución Educativa Colegio Distrital María Auxiliadora, que es:

“Una institución oficial que imparte educación en los niveles de Preescolar, Básica en los ciclos de: Primaria y Secundaria y Media aprobada oficialmente y su Proyecto Educativo Institucional, ante la Secretaria de Educación Distrital, que ofrece el servicio a partir del concepto que la educación es un derecho de todos los colombianos y es un servicio que tiene una función social. Está ubicada en el sur-oriente de la ciudad de Barranquilla, en la dirección Calle 38B N° 7D – 56 barrio La Magdalena. Cuenta con dos modalidades: Técnico académico y carácter mixto. Ofrece el título de Bachiller Académico con Profundización en Ciencias Naturales, Bachiller Técnico con Especialidad en Comercial y Bachiller académico con Jornada Nocturna” (Manual de convivencia CODIMAUXI, p.10).

La innovación se implementó en nivel Básica del ciclo Secundaria, en el área de Matemáticas, en la asignatura de Geometría (pensamiento geométrico-métrico) que se desarrolló en los cinco grupos del grado Noveno de básica secundaria.

De estos cinco grupos, se escogió el curso 9° 04 como único grupo al que se le aplicó, además de la secuencia didáctica, la pre prueba (ver anexo 1) y la pos prueba (ver anexo 2). Este grupo contó con 35 estudiantes entre niños y niñas, con edades comprendidas entre los 13 y los 16 años.

Enfoque de investigación: Cuantitativo, complementado con un componente cualitativo en el análisis de la entrevista.

Tipo de investigación: Descriptivo.

Diseño de investigación: Pre experimental de pre prueba – pos prueba con un solo grupo. Este diseño se diagrama de la siguiente manera:

G O₁ X O₂

A un grupo (G) se le aplica una prueba previa (O₁) al tratamiento experimental o metodología, después se administra la metodología (X) y finalmente se le aplica la prueba posterior (O₂) a la metodología (Hernández, Fernández-Collado y Baptista, 2006).

6.2 Planeación de la innovación.

En la siguiente tabla 4 se muestra el número de las sesiones planificadas y realizadas:

Tabla 4: *Número de sesiones planificadas y realizadas*

Sesión	Planificada	Realizada
1	Sí	Sí
2	Sí	Sí
3	Sí	Sí
4	Sí	Sí

A continuación se describen cada una de las sesiones desarrolladas:

Sesión 1: Recubrimiento de área con unidades no estandarizadas y estandarizadas (ver anexo 4)

Estándar:

- Diferencio y ordeno, en objetos y eventos, propiedades o atributos que se puedan medir (longitudes, distancias, áreas de superficies, volúmenes de cuerpos sólidos, volúmenes de líquidos y capacidades de recipientes; pesos y masa de cuerpos sólidos; duración de eventos o procesos; amplitud de ángulos) (MEN, 2006, p. 83).

- Seleccione unidades, tanto convencionales como estandarizadas, apropiadas para diferentes mediciones (MEN, 2006, p. 83).
- Utilizo técnicas y herramientas para la construcción de figuras planas y cuerpos con medidas dadas (MEN, 2006, p. 85).
- Calculo áreas y volúmenes a través de composición y descomposición de figuras y cuerpos (MEN, 2006, p. 85).

Objetivo: Diferenciar unidades de área estandarizadas de las unidades de área no estandarizadas para usarlas de forma apropiada en el cálculo del área de polígonos.

Tiempo: 120 minutos

Descripción: (tipo de representación: icónica, simbólica)

Esta sesión está compuesta por 3 actividades.

En la primera actividad el estudiante utiliza unidades de área no estandarizada (unidad cuadrada y unidad triangular) para calcular el área de polígonos.

En la segunda actividad el estudiante debe determinar el área de una superficie utilizando como unidad de área una baldosa (unidad no estandarizada). Luego, debe determinar esta misma área en centímetros cuadrados, conociendo la longitud en centímetros del lado de la baldosa (unidad estandarizada).

En la tercera actividad el estudiante debe dibujar tres polígonos equivalentes utilizando una plantilla cuadrada donde un centímetro cuadrado equivalen a cuatro cuadros de la cuadrícula. Luego, ordenará polígonos según su área.

Sesión 2: Conversión de unidades de área (ver anexo 4)

Estándar:

- Identifico relaciones entre distintas unidades utilizadas para medir cantidades de la misma magnitud (MEN, 2006, p. 85).
- Uso representaciones geométricas para resolver y formular problemas en las matemáticas y en otras disciplinas (MEN, 2006, p. 86).
- Resuelvo y formulo problemas que involucren factores escalares (diseño de maquetas, mapas) (MEN, 2006, p. 85).

Objetivo: Realizar conversiones de unidades de área empleando modelos geométricos para facilitar su comprensión.

Tiempo: 180 minutos.

Descripción: (tipo de representación: enactiva, icónica, simbólica)

Esta sesión está compuesta por dos actividades:

En la primera delimitaron, con cinta, un cuadrado de un metro de lado. Posteriormente lo recubrieron con plantillas en hojas milimetradas de un decímetro cuadrado que ellos elaboraron con anterioridad, determinando la cantidad de unidades cuadradas (decímetro cuadrado) que se necesitan para cubrir esta superficie que tiene como área un metro cuadrado. Luego la cantidad de centímetros cuadrados y milímetros cuadrados que tiene cada plantilla. De esta forma se pudo comprender las equivalencias entre unidades de área.

En la segunda actividad representaron figuras a escala en plantillas de cuatro decímetros cuadrados para determinar su área en diferentes unidades de área.

Sesión 3: Concepto de área y volumen de sólidos (ver anexo 4)

Estándar:

- Diferencio y ordeno, en objetos y eventos, propiedades o atributos que se puedan medir (longitudes, distancias, áreas de superficies, volúmenes de cuerpos sólidos, volúmenes de líquidos y capacidades de recipientes; pesos y masa de cuerpos sólidos; duración de eventos o procesos; amplitud de ángulos) (MEN ,2006, p. 83).
- Selecciono unidades, tanto convencionales como estandarizadas, apropiadas para diferentes mediciones (MEN, 2006, p. 83).
- Represento objetos tridimensionales desde diferentes posiciones y vistas (MEN, 2006, p. 84).
- Utilizo técnicas y herramientas para la construcción de figuras planas y cuerpos con medidas dadas (MEN, 2006, p. 85).
- Calculo áreas y volúmenes a través de composición y descomposición de figuras y cuerpos (MEN, 2006, p. 85).

Objetivo: Comprender y aplicar los conceptos del área lateral, del área total y del volumen de sólidos empleando unidades estandarizadas y no estandarizadas.

Tiempo: 240 minutos.

Descripción: (tipo de representación: enactiva, icónica, simbólica).

Esta sesión está compuesta por tres actividades:

En la primera actividad los estudiantes deben construir tres poliedros equivalentes con la implementación de policubos. Luego deben construir dos poliedros como lo muestra la guía utilizando los policubos para determinar en ellos el área total y el volumen de estos. Por

último, deben hallar el volumen de cajas de madera de diferentes tamaños empleando como unidad de volumen cubos de diferentes dimensiones.

En la segunda actividad los estudiantes deberán calcular el volumen de diferentes sólidos utilizando como unidad de volumen un cubo como lo indica la gráfica.

En la tercera y última actividad los estudiantes deben calcular el área total y volumen de cada una de las siete piezas de un cubo SOMA, cuyos resultados deben ser registrados en una tabla que se muestra en la guía.

Sesión 4: Área y volumen del prisma (ver anexo 4)

Estándar:

- Utilizo técnicas y herramientas para la construcción de figuras planas y cuerpos con medidas dadas (MEN, 2006, p. 85).
- Resuelvo y formulo problemas que involucren factores escalares (diseño de maquetas, mapas) (MEN, 2006, p. 85).
- Calculo áreas y volúmenes a través de composición y descomposición de figuras y cuerpos (MEN, 2006, p. 85).
- Generalizo procedimientos de cálculo válidos para encontrar el área de regiones planas y el volumen de sólidos (MEN, 2006, p. 87).
- Selecciono y uso técnicas e instrumentos para medir longitudes, áreas de superficies, volúmenes y ángulos con niveles de precisión apropiados (MEN, 2006, p. 87).

Objetivos:

- Reconocer los elementos y clasificación de los prismas.
- Aplicar diferentes técnicas para la construcción en el proceso de enseñanza de los prismas.
- Determinar el área lateral, área total y volumen de un prisma.

Tiempo: 240 horas

Descripción: (tipo de representación: enactiva, icónica, simbólica)

Esta sesión plantea de forma inicial una situación problema donde el estudiante debe proponer y describir alternativas de solución que serán debatidas en el grupo y escoger la que se considere más pertinente. Luego, construirán un cubo empleando la técnica origami para calcular su área y su volumen.

Posteriormente, se reunirán en sus equipos de trabajo cooperativo para hacerles entrega del desarrollo de un prisma para calcular la cantidad de material empleado; lo construirán y procederán a calcular su volumen.

Finalmente, se les entregará a cada grupo una hoja milimetrada y tendrán que construir un prisma con las especificaciones dadas en la guía.

Para la implementación de esta propuesta innovadora se elaboró material didáctico de bajo costo con el uso de hojas milimetradas, cartón, cartulina, madera de balsa para la construcción de prismas, regla, cinta métrica, cinta adhesiva. A demás, se empleó material didáctico de fácil adquisición como es el caso de los policubos armables, juegos de sólidos en madera, cubo soma y regletas.

Durante la aplicación de las actividades se aprovecharon algunos espacios de la institución educativa. Algunas actividades se realizaron en el aula de clases distribuyendo el espacio para organizarlos de forma grupal e individual, otras en espacios exteriores del aula que están recubiertos de baldosas de 25cm de lado para facilitar la comprensión de diferentes unidades de medida del área y potencializar su creatividad, al igual que la utilización del salón múltiple que por su mayor espacio locativo facilitó el mejor desarrollo de algunas sesiones y el uso de los materiales didácticos suministrados para su mayor comodidad y logro de los objetivos propuestos.

El proceso de evaluación se realizó mediante los siguientes instrumentos:

- Una pre – prueba escrita compuesta por 7 ítems, la cual nos permitió conocer la situación real de los estudiantes acerca de la comprensión del área y el volumen.
- Una pos – prueba escrita compuesta por 7 ítems con la misma estructura que la pre prueba para evidenciar el alcance de los objetivos propuestos.
- Una encuesta escrita tipo Likert compuesta de 6 ítems para valorar la metodología aplicada.
- Un análisis que permitiera conocer los errores más frecuentes cometidos por los estudiantes en la pre prueba y en la pos prueba.
- Durante todo el proceso de aplicación de la propuesta de innovación se emplearon los criterios del Sistema Institucional de Evaluación de la I. E. Colegio Distrital María Auxiliadora contemplados en su manual de convivencia.

6.3 Evidencias de la aplicación

Para las cuatro sesiones programadas en la presente propuesta de innovación, la mayoría de las actividades se abordaron en forma grupal aplicando el aprendizaje cooperativo. Se formaron 7 grupos de 5 estudiantes cada uno los cuales desempeñaron uno de los siguientes roles: coordinador, vocero, secretario, portavoz y crítico.

El coordinador organiza e indica a cada integrante del grupo las tareas a realizar en cada momento verificando que estas se cumplan.

El secretario recuerda los compromisos grupales e individuales a cada miembro y comprueba su cumplimiento.

El portavoz en momentos específicos, se encarga de recoger las dudas del grupo y transmitir las al docente para luego socializarlas al grupo y proceder a continuar con las actividades.

El controlador vigila que todo quede limpio y el material organizado; supervisa el nivel de ruido en el grupo y controla el tiempo empleado para cada momento de las actividades propuestas.

El crítico analiza las relaciones personales de los miembros e intercambia ideas con otros grupos sobre el avance y/o obstáculos en el desarrollo de las actividades, para valorar el procedimiento empleado que les permita alcanzar el objetivo propuesto.

En algunas ocasiones las actividades se realizaron de forma individual donde los estudiantes expresaron sus opiniones e inquietudes y así potenciar la participación de cada uno de ellos.

6.4 Resultados

Los resultados de la pre - prueba se registran en la tabla 5:

Tabla 5: *Resultados de la pre prueba*

No	CAC	CAT	CA_T	CV	AA	UA	AVC	AVR	UVC	UVR
1	1	1	0	1	2	1	0	0	0	0
2	2	2	0	2	2	2	0	0	0	0
3	2	1	0	0	1	1	0	1	0	1
4	2	1	0	0	1	1	1	1	1	0
5	2	0	0	0	1	2	1	1	1	2
6	2	1	0	0	2	1	1	1	1	1
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	2	2	0	0	2	2	0	0	0	0
9	2	1	0	2	1	2	1	1	1	2
10	1	2	0	2	1	1	1	1	1	1
11	2	2	0	0	2	2	1	0	2	0
12	2	0	0	0	2	1	0	1	0	1
13	2	0	0	0	1	1	2	2	1	1
14	2	2	0	2	0	0	0	0	0	0
15	2	0	0	2	2	1	2	1	1	1
16	2	1	0	2	2	2	2	2	2	2
17	2	2	0	2	1	1	2	0	1	0
18	2	2	0	2	1	1	2	1	1	1
19	1	1	0	1	2	2	1	1	1	2
20	2	1	0	2	1	2	2	2	2	2
21	0	1	0	2	1	1	2	2	1	1
22	0	1	0	2	1	1	2	1	2	1
23	2	2	0	2	2	1	0	0	0	0

24	1	0	0	0	2	1	0	0	0	0
25	2	1	0	1	2	1	1	1	1	1
26	1	1	0	2	1	1	1	0	1	0
27	0	0	0	2	1	1	0	0	0	0
28	2	2	0	2	1	2	2	1	1	1
29	2	0	0	1	2	2	2	1	2	2
30	2	2	0	2	2	1	2	1	1	1
31	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	2	2	0	0	0	0
33	2	1	0	0	2	0	1	1	1	1
34	2	2	0	1	0	0	0	0	0	0
35	2	2	1	2	2	1	0	0	0	0

CAC: Conservación del área con unidad de área cuadrada

CAT: Conservación del área con unidad de área triangular

CA_T: Conservación del área total en un sólido multicubo

CV: Conservación del volumen

AA: aritmetización del área del rectángulo

UA: unidades del área

AVC: aritmetización del volumen de un cubo

AVR: aritmetización del volumen de una caja rectangular

UVC: unidades de volumen de un cubo

UVR: unidades del volumen de una caja rectangular

Los resultados de la pos - prueba se muestran en la tabla 6:

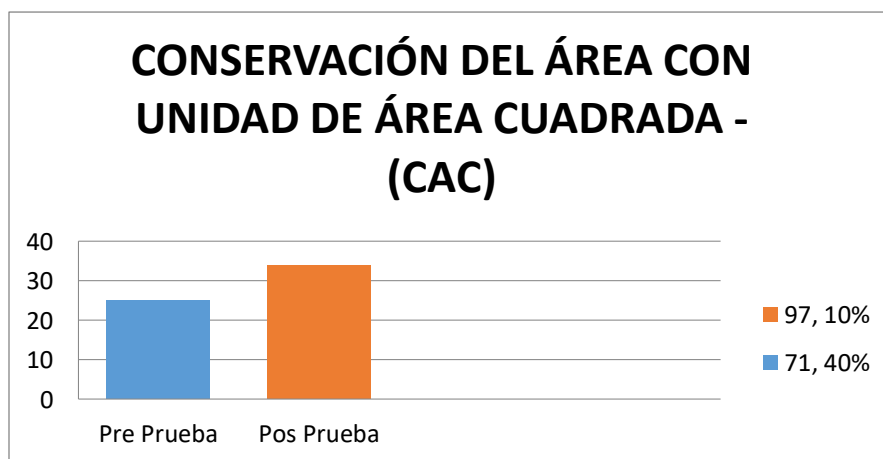
Tabla 6: Resultados de la pos prueba

No	CAC	CAT	CA_T	CV	AA	UA	AVC	AVR	UVC	UVR
1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
2	2	2	0	0	0	0	1	2	2	2
3	2	2	0	0	2	2	0	0	0	0
4	2	2	0	2	2	1	2	2	2	2
5	2	0	1	0	2	2	2	2	1	2
6	2	2	0	2	2	2	1	1	1	1
7	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0
8	2	2	0	0	2	2	0	1	0	2
9	2	2	0	2	2	2	2	2	2	2
10	2	2	1	2	2	2	2	2	2	1
11	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2
12	2	2	1	2	2	2	0	1	0	2
13	2	0	0	0	2	1	2	2	1	2
14	2	1	1	0	2	2	1	1	2	2
15	2	0	1	2	2	2	2	2	2	2
16	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
17	2	2	2	2	2	1	2	2	2	2
18	2	2	0	2	2	2	2	2	2	2
19	2	2	2	2	2	2	1	2	2	2
20	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
21	2	2	2	2	2	2	1	0	1	0
22	2	1	0	0	2	2	0	0	0	0
23	2	1	1	2	2	2	0	2	0	2
24	2	0	0	0	2	2	1	2	1	2
25	2	0	0	2	1	1	0	0	0	0
26	2	1	0	1	2	1	1	1	1	2
27	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2
28	2	2	2	2	2	2	2	1	2	2

29	2	2	2	2	2	2	1	2	2	2
30	2	2	0	2	2	2	1	2	2	2
31	2	1	0	2	2	2	0	2	0	2
32	0	0	0	0	2	2	2	2	2	2
33	2	2	1	0	2	2	2	2	2	2
34	2	1	1	2	2	2	1	2	2	2
35	2	0	0	2	2	2	0	2	0	2

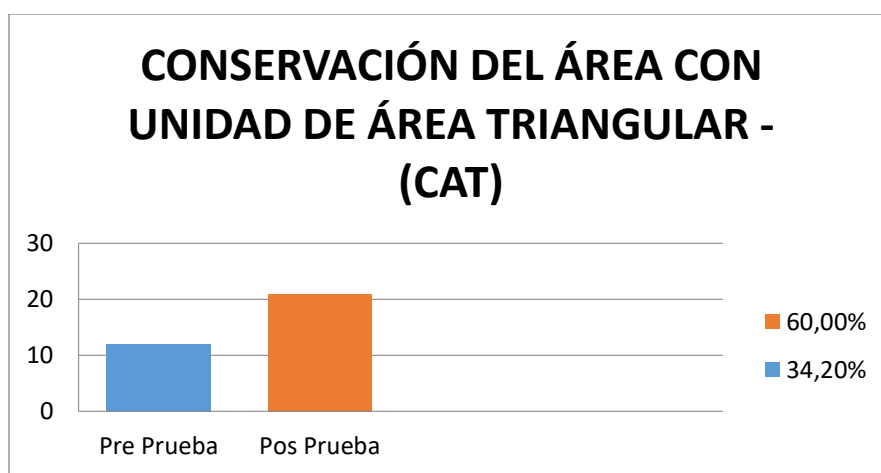
6.4.1 Resultado referido al objetivo de mejoramiento en la conservación del área con unidad de área cuadrada (CAC). De acuerdo a los resultados de la tabla 5 y 6, los resultados en la conservación del área con unidad de área cuadrada muestran que 25 alumnos de 35 (71,4%) respondieron correctamente esta pregunta en la pre prueba, mientras que en la pos prueba lo hicieron 34 de 35 (97,1%). Esto quiere decir que los alumnos mejoraron 25,7 puntos porcentuales en la conservación del área con unidad de área cuadrada (figura 1).

Figura 1. Porcentaje de respuestas correctas en la pre prueba y pos prueba respecto a la conservación del área con unidad de área cuadrada.



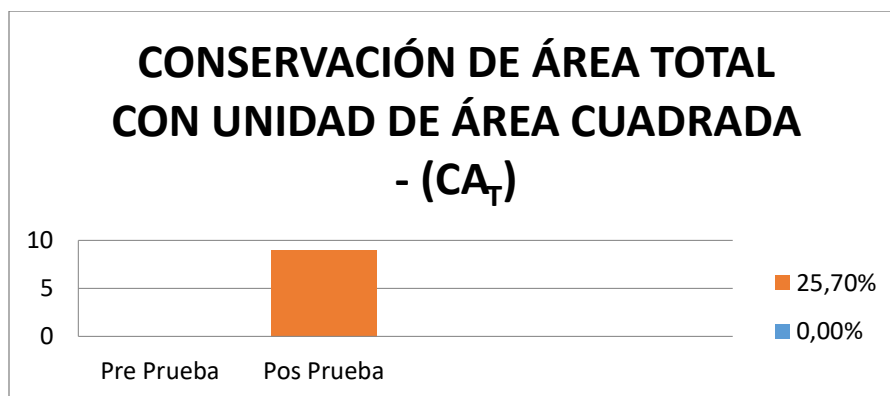
6.4.2 Resultado referido al objetivo de mejoramiento en la conservación del área con unidad de área triangular (CAT). De acuerdo a los resultados de la tabla 5 y 6, los resultados en la conservación del área con unidad triangular muestran que 12 alumnos de 35 (34,2%) respondieron correctamente esta pregunta en la pre prueba, mientras que en la pos prueba lo hicieron 21 de 35 (60,0%). Esto quiere decir que los alumnos mejoraron 25,8 puntos porcentuales en la conservación del área con unidad de área triangular (figura 2).

Figura 2. Porcentaje de respuestas correctas en la pre prueba y pos prueba respecto a la conservación del área con unidad de área triangular.



6.4.3 Resultado referido al objetivo de mejoramiento en la conservación de área total en 3D con unidad de área cuadrada (CAT). De acuerdo a los resultados de la tabla 5 y 6, los resultados en la conservación del área total de un sólido multicubo con unidad cuadrada muestran que 0 alumnos de 35 (0,0%) respondieron correctamente esta pregunta en la pre prueba, mientras que en la pos prueba lo hicieron 9 de 35 (25,7%). Esto quiere decir que los alumnos mejoraron 25,7 puntos porcentuales en la conservación del área total en 3D con unidad de área cuadrada (figura 3).

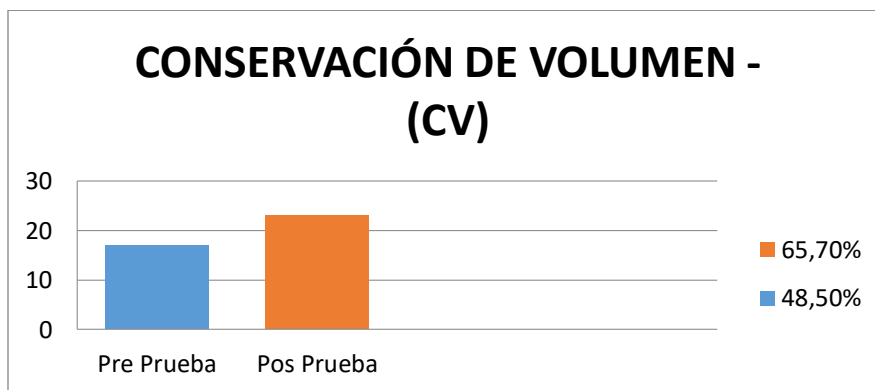
Figura 3. Porcentaje de respuestas correctas en la pre prueba y la pos prueba respecto a la conservación del área total con unidad de área cuadrada.



6.4.4 Resultado referido al objetivo de mejoramiento en la conservación de volumen (CV).

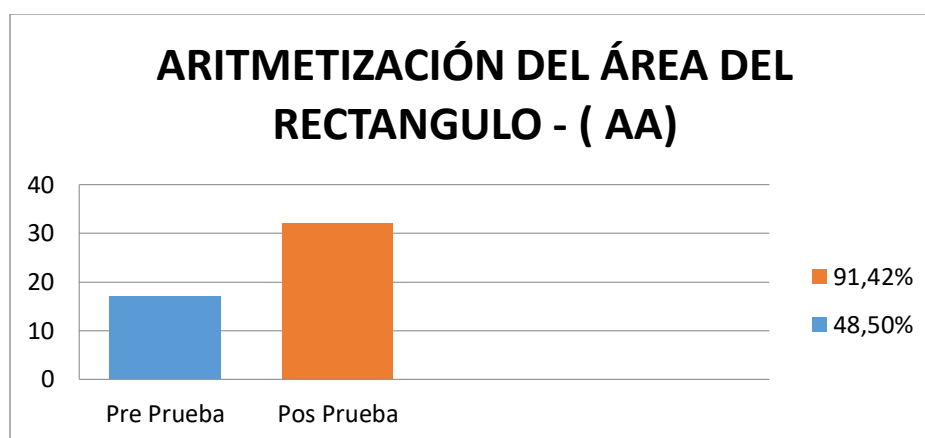
De acuerdo a los resultados de la tabla 5 y 6, los resultados en la conservación del volumen de un sólido multicubo con unidad cúbica muestran que 17 alumnos de 35 (48,5%) respondieron correctamente esta pregunta en la pre prueba, mientras que en la pos prueba lo hicieron 23 de 35 (65,7%). Esto quiere decir que los alumnos mejoraron 17,2 puntos porcentuales en la conservación de volumen de un sólido multicubo (figura 4).

Figura 4. Porcentaje de respuestas correctas en la pre prueba y pos prueba respecto a la conservación del volumen.



6.4.5 Resultado referido al objetivo de mejoramiento en la aritmetización del área del rectángulo (AA). De acuerdo a los resultados de la tabla 5 y 6, los resultados en la aritmetización del área del rectángulo muestran que 17 alumnos de 35 (48,5%) respondieron correctamente esta pregunta en la pre prueba, mientras que en la pos prueba lo hicieron 32 de 35 (91,4%). Esto quiere decir que los alumnos mejoraron 42,9 puntos porcentuales en la aritmetización del área del rectángulo (figura 5).

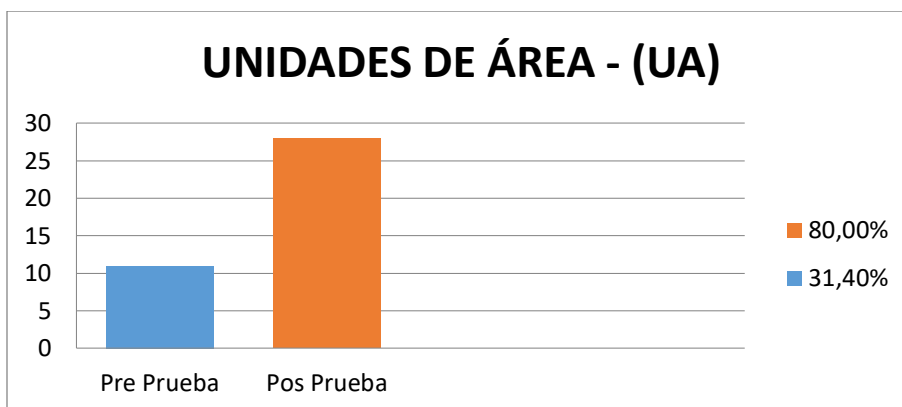
Figura 05. Porcentaje de respuestas correctas en la pre prueba y la pos prueba respecto a la aritmetización del rectángulo.



6.4.6 Resultado referido al objetivo de mejoramiento en el uso de unidades de área (UA).

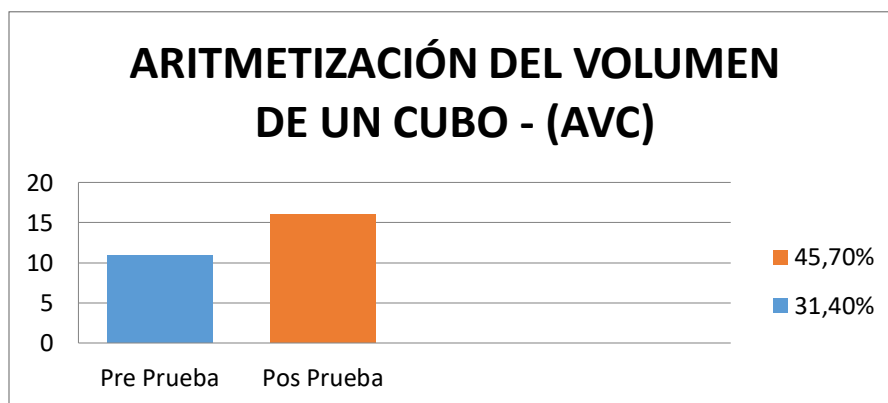
De acuerdo a los resultados de la tabla 5 y 6, los resultados en el uso de unidades de área al aritmetizar el área de un rectángulo muestran que 11 alumnos de 35 (31,4%) respondieron correctamente esta pregunta en la pre prueba, mientras que en la pos prueba lo hicieron 28 de 35 (80,0%). Esto quiere decir que los alumnos mejoraron 48,6 puntos porcentuales en el uso de unidades de área (figura 6).

Figura 6. Porcentaje de respuestas correctas en la pre prueba y pos prueba respecto al uso de unidades de área en la aritmetización del área de un rectángulo.



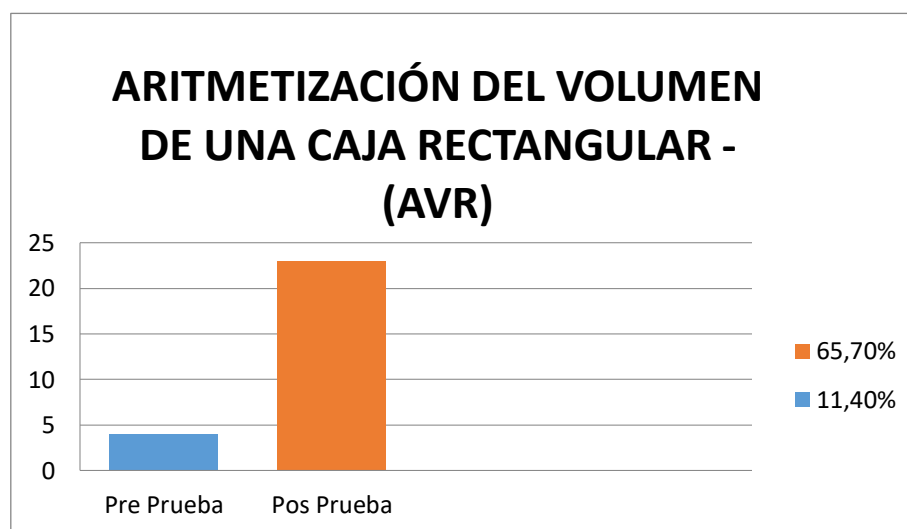
6.4.7 Resultado referido al objetivo de mejoramiento en la aritmetización del volumen de un cubo (AVC). De acuerdo a los resultados de la tabla 5 y 6, los resultados en la aritmetización del volumen de un cubo muestran que 11 alumnos de 35 (31,4%) respondieron correctamente esta pregunta en la pre prueba, mientras que en la pos prueba lo hicieron 16 de 35 (45,7%). Esto quiere decir que los alumnos mejoraron 14,3 puntos porcentuales en la aritmetización del volumen de un cubo (figura 7).

Figura 7. Porcentaje de respuestas correctas en la pre prueba y pos prueba respecto a la aritmetización del volumen de un cubo.



6.4.8 Resultado referido al objetivo de mejoramiento en la aritmetización del volumen de una caja rectangular (AVR). De acuerdo a los resultados de la tabla 5 y 6, los resultados en la aritmetización del volumen de una caja rectangular muestran que 4 alumnos de 35 (11,4%) respondieron correctamente esta pregunta en la pre prueba, mientras que en la pos prueba lo hicieron 23 de 35 (65,7%). Esto quiere decir que los alumnos mejoraron 54,3 puntos porcentuales en la aritmetización del volumen de una caja rectangular (figura 8).

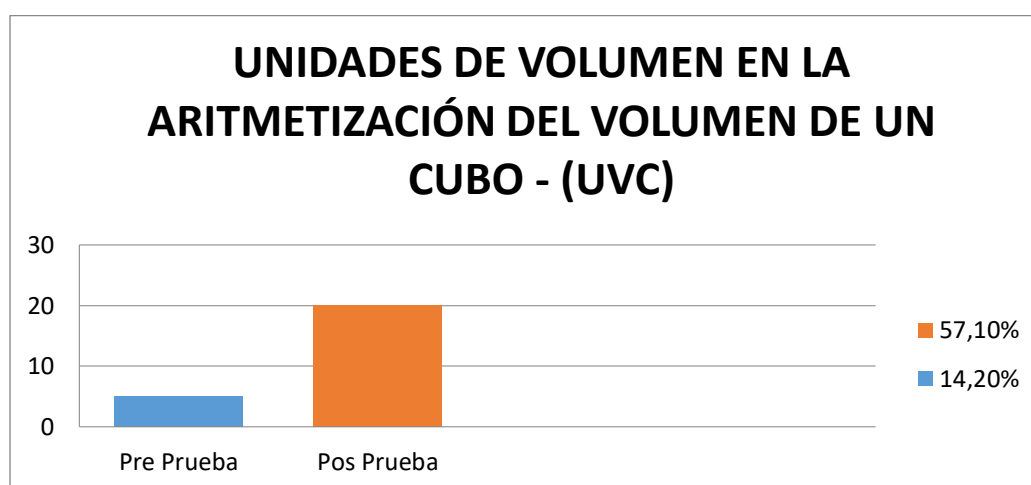
Figura 8. Porcentaje de respuestas correctas en la pre prueba y la pos prueba respecto a la aritmetización del volumen de una caja rectangular.



6.4.9 Resultado referido al objetivo de mejoramiento en el uso de unidades de volumen en la aritmetización del volumen de un cubo (UVC). De acuerdo a los resultados de la tabla 5 y 6, los resultados en el uso de unidades de volumen al aritmetizar el volumen de un cubo muestran que 5 alumnos de 35 (14,2%) respondieron correctamente esta pregunta en la pre prueba, mientras que en la pos prueba lo hicieron 20 de 35 (57,1%). Esto quiere decir que los alumnos

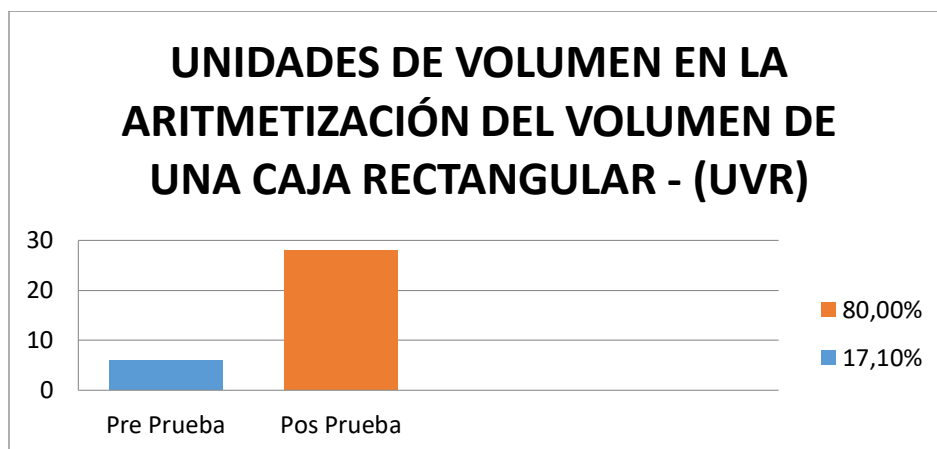
mejoraron 42,9 puntos porcentuales en el uso de unidades de volumen al aritmetizar el volumen de un cubo (figura 9).

Figura 9. Porcentaje de respuestas correctas en la pre prueba y la pos prueba respecto al uso de unidades de volumen en la aritmetización del volumen de un cubo.



6.4.10 Resultado referido al objetivo de mejoramiento en el uso de unidades de volumen en la aritmetización del volumen de una caja rectangular (UVR). De acuerdo a los resultados de la tabla 5 y 6, los resultados en el uso de unidades de volumen al aritmetizar el volumen de una caja rectangular muestran que 6 alumnos de 35 (17,1%) respondieron correctamente esta pregunta en la pre prueba, mientras que en la pos prueba lo hicieron 28 de 35 (80,0%). Esto quiere decir que los alumnos mejoraron 62,9 puntos porcentuales en el uso de unidades de volumen al aritmetizar el volumen de una caja rectangular (figura 10).

Figura 10. Porcentaje de respuestas correctas en la pre prueba y pos prueba respecto al uso de unidades de volumen al aritmetizar el volumen de una caja rectangular.



6.4.11 Resultado referido al objetivo de los errores más frecuentes en el aprendizaje del área y del volumen. La tabla 7 muestra los errores más frecuentes cometidos por los alumnos al responder la pre prueba y la pos prueba:

Tabla 7: errores más frecuentes en el aprendizaje del área y del volumen

CONSERVACIÓN DE ÁREA CON UNIDAD CUADRADA	
Pre prueba	Pos prueba
Confunden el perímetro con el área.	
Se les dificulta diferenciar unidades de área no estandarizadas con unidades de área estandarizadas.	Se les dificulta diferenciar unidades de área no estandarizadas con unidades de área estandarizadas.
CONSERVACIÓN DE ÁREA CON UNIDAD TRIANGULAR	
Pre prueba	Pos prueba

Emplean la unidad de área cuadrada en lugar de la unidad de área triangular.	Emplean la unidad de área cuadrada en lugar de la unidad de área triangular.
Se les dificulta diferenciar unidades de área no estandarizadas con unidades de área estandarizadas.	
CONSERVACIÓN DE ÁREA TOTAL DE UN SÓLIDO MULTICUBO	
Pre prueba	Pos prueba
Confunden el área total de un sólido multicubo con su volumen.	Error en el conteo de las unidades de área.
Incluyen las caras comunes en el sólido multicubo para determinar su área total.	
CONSERVACIÓN DE VOLUMEN	
Pre prueba	Pos prueba
No incluyen al calcular el volumen las unidades de volumen no visibles.	No incluyen al calcular el volumen las unidades de volumen no visibles.
Confunden el volumen del sólido con su área total.	Confunden el volumen del sólido con su área total.
ARITMETIZACIÓN DEL ÁREA DE UN RECTÁNGULO	
Pre prueba	Pos prueba

No recuerdan la fórmula para calcular el área de un rectángulo.	
Confunden el área de un rectángulo con su perímetro.	
USO DE UNIDADES DE ÁREA EN ARITMETIZACION DEL ÁREA DE UN RECTÁNGULO	
Pre prueba	Pos prueba
Confunden las unidades de área con las unidades de longitud.	Confunden las unidades de área con las unidades de volumen o con las unidades de longitud.
Omiten las unidades.	
ARITMETIZACIÓN DEL VOLUMEN DE UN CUBO	
Pre prueba	Pos prueba
No recuerdan la fórmula para calcular el volumen de un cubo.	No recuerdan la fórmula para calcular el volumen de un cubo.
USO DE UNIDADES DE VOLUMEN EN LA ARITMETIZACION DEL VOLUMEN DE UN CUBO	
Pre prueba	Pos prueba
Confunden las unidades de volumen con las unidades de longitud.	Confunden las unidades de volumen con las unidades de área.

ARITMETIZACION DEL VOLUMEN DE UNA CAJA RECTANGULAR	
Pre prueba	Pos prueba
No recuerdan la fórmula para calcular el volumen de una caja rectangular.	No recuerdan la fórmula para calcular el volumen de una caja rectangular
USO DE LAS UNIDADES DE VOLUMEN EN LA ARITMATIZACIÓN DEL VOLUMEN DE UNA CAJA RECTANGULAR	
Pre prueba	Pos prueba
Confunden las unidades de volumen con las unidades de longitud.	
Omiten las unidades.	

Al analizar la tabla 7, encontramos que en:

- la conservación del área plana:
 - Confunde área con perímetro.
 - No diferencian entre unidades estandarizadas y no estandarizadas.
 - Confunden distintas unidades de área no estandarizadas.
- la conservación del área total de un sólido multicubo:
 - Confunden el área total con el volumen.
 - Cuentan la cara común en un sólido multicubo como una unidad de área, lo que demuestra no tener claro el concepto de área en 3D.
- la conservación de volumen:

- Confunden el volumen con el área total.
- No cuentan los cubos no visibles, dificultad reseñada por Hart 1981.
- la aritmetización del área del rectángulo:
 - No recuerdan la fórmula.
 - Confunden área con perímetro.
- uso de unidades de área en la aritmetización del área del rectángulo:
 - No escriben la unidad.
 - Confunden la unidad de área con la de volumen o perímetro.
- la aritmetización del volumen de un cubo:
 - No recuerdan la fórmula para calcular el volumen de un cubo.
- uso de unidades de volumen al aritmetizar el volumen de un cubo:
 - Confunden la unidad de volumen con la unidad de área o de longitud.
- la aritmetización del volumen de un caja rectangular:
 - No recuerdan la fórmula para calcular el volumen de una caja rectangular.
- uso de unidades de volumen al aritmetizar el volumen de un cubo:
 - Confunden la unidad de volumen con la unidad de longitud.
 - Omiten la unidad de volumen.

Adicionalmente, 5 alumnos de 35 (14,0%) conservaron el volumen, pero no conservaron el área con unidad de área cuadrada en la pre prueba, corroborando los resultados obtenidos por Hart (1984), en el sentido de que la conservación del área no es un requisito para la conservación del volumen.

6.4.12 Objetivo referido a la valoración de la metodología por parte de los alumnos. La tabla 8 muestra los resultados referidos a la valoración de la metodología aplicada a los estudiantes a través de una encuesta de tipo Likert (ver anexo 5).

Tabla 8: *Encuesta tipo Likert*

N°	Afirmaciones	De acuerdo	En desacuerdo	Ni de acuerdo ni en desacuerdo
1	La metodología fue distinta respecto a la de años anteriores en el tema de área y volumen de sólidos.	33 94,2%	1 2,8%	1 2,8%
2	Te gusta esta manera de aprender la geometría.	33 94,2%	0 0%	2 5,7%
3	El material utilizado fue adecuado para el desarrollo de las temáticas.	35 100%	0 0%	0 0%
4	El tiempo empleado para desarrollar las actividades fue suficiente.	22 62,8%	7 20%	6 17,1%
5	Las estrategias de evaluación utilizadas fueron adecuadas para la metodología aplicada.	32 91,4%	0 0%	3 8,5%
6	Consideras que la metodología te ayudó a comprender mejor el tema de área y volumen de sólidos.	30 85,7	0 0%	5 14,2%

De los resultados de la tabla 8 se infiere que:

- La valoración más alta, (100%) está relacionada con el material, lo que indica que la representación enactiva de Bruner, que involucra la acción sobre material concreto, es un aspecto relevante para los alumnos en la enseñanza y el aprendizaje del área y del

volumen, teniendo en cuenta también que al 94,2% le gusta esta manera de aprender geometría y afirman que la metodología fue distinta a la de los años anteriores.

- El 91,4% considera que las estrategias de evaluación fueron adecuadas para la metodología.
- El 85,7% considera que la metodología le ayudó a comprender mejor el tema de área y volumen, coherente con los resultados cuantitativos, en los que los alumnos mejoraron en todos los objetivos específicos.
- La valoración más baja (62,8%) está relacionada con la aceptación de que el tiempo fue adecuado para las actividades desarrolladas. Esta apreciación sugiere que les habría gustado más tiempo para dichas actividades.
- En resumen, la metodología tiene un rango de aceptación del 62,8% al 100%.

7. Reflexión sobre la práctica realizada

Criterio	Información
Aprendizajes logrados	La enseñanza de la geometría viene presentando limitaciones por reducirse a la memorización de fórmulas y a través de la elaboración de la innovación aprendimos que se necesita implementar mejores formas de enseñanza como es el caso de la aplicación de los sistemas de representación de Bruner, al igual que los niveles de enseñanza de la geometría que para la comprensión de la aritmetización se deben antes desarrollar otros niveles como es el caso del recubrimiento.
Desaprendizajes realizados	En nuestra práctica pedagógica, generalmente, desarrollábamos la geometría de forma tradicional limitándola a la memorización y aplicación de fórmulas dejando de lado los procesos fundamentales que propician el aprendizaje significativo de la geometría. A través de la aplicación de la propuesta logramos transformar nuestro quehacer pedagógico en el aula implementando estos procesos.
Logros significativos	Implementar en la enseñanza de la geometría, material didáctico apropiado de fácil elaboración y adquisición para facilitar la comprensión de conceptos y estimular el interés y la creatividad en los estudiantes. Diseñar propuestas pedagógicas teniendo en cuenta los ritmos de aprendizaje de los estudiantes, el contexto en el cual se desenvuelven y sus intereses.
Dificultades u obstáculos superados, cómo los superó y qué aprendió de ellos	En la implementación de la secuencia didáctica tuvimos algunas dificultades con el tiempo necesario para aplicarla, por lo que recurrimos a una mejor planeación y organización de las actividades ajustándolas a la intensidad horaria asignada en nuestra institución educativa.

Procesos de mejoramiento que debe implementar en su práctica pedagógica	Ser más recursivo en el uso de material didáctico, seguir implementando el aprendizaje cooperativo en el aula y usar los recursos tecnológicos.
---	---

8. Conclusiones

Después de la planeación, implementación y análisis de resultados de esta propuesta de innovación, se concluye que:

- El objetivo general de mejorar el aprendizaje del área y del volumen de prismas se alcanzó totalmente, ya que cada uno de los objetivos específicos mejoraron en un rango del 14,3% al 62,9%.
- Los dos menores índices de mejoramiento se dieron en la aritmetización del volumen de un cubo (14,3%) y en la conservación del volumen (17,2%), lo que indica que el aprendizaje del volumen presenta algunas dificultades. Esta situación concuerda con los resultados de Ricco, Vergnaud y Rouchier (1983) en su investigación, quienes concluyeron que las dificultades en el aprendizaje del volumen se prolongan hasta los 15 años.
- Otras de las dificultades más relevantes son la no inclusión en el conteo de cubos de un sólido multicubo los cubos no visibles y la confusión del área total con el volumen en un sólido multicubo. La primera de las dificultades también fue encontrada por Hart (1981).
- Con respecto a la valoración de la metodología por parte de los alumnos, esta varía del 62,8% al 100%, siendo el aspecto más valorado (100%) el material utilizado (relacionado con la representación enactiva de Bruner), seguido del agrado por la metodología y que esta fue distinta a la de años anteriores (94,2%), y las estrategias de evaluación (91,4%) y la efectividad en la comprensión del área y del volumen (85,7%).
- El aspecto menos valorado por los alumnos es el tiempo empleado para las actividades con un 62,8% de aceptación. Esto indica que hace falta más tiempo para desarrollar las actividades con más profundidad.

9. Recomendaciones

- Reestructurar el plan de estudios para darle mayor importancia a los sistemas geométricos, especialmente a los conceptos de área y volumen ya que juegan un papel fundamental en el pensamiento métrico y sistemas de medidas.
- Se hace necesario y conveniente que la mayoría de las clases de geometría se desarrollen con este tipo de metodologías, ya que motivan a los estudiantes a participar de forma activa, facilitando su aprendizaje y apasionarse por la geometría.
- Fomentar el aprendizaje cooperativo y espacios de discusión que generen intercambio de ideas entre los estudiantes para que de esta manera aprendan uno del otro y es una excelente oportunidad para el maestro de observar si realmente comprendieron los conceptos y contenidos que se están tratando.
- Con relación a lo anterior, y basándonos en la experiencia que adquirimos en la implementación de esta propuesta pedagógica, hacemos una invitación a los demás docentes que imparten la geometría, a que usen este documento como guía para diseñar y aplicar secuencias didácticas para el aprendizaje de sus estudiantes.

10. Referencias

- Bruner, J. (1980). *Investigaciones sobre el desarrollo cognitivo*. Madrid: Pablo del Río.
- Bruner, J. (1997). *La educación, puerta de la cultura*. Madrid: Visor.
- Bruner, J. (2002). *Acción, pensamiento y lenguaje*. Madrid: Alianza.
- Bruner, J. (2004). *Desarrollo cognitivo y educación*. 5^a ed. Madrid: Morata.
- Chamorro, C. y Belmonte, J. (2000). *El problema de la medida: Didáctica de las magnitudes lineales*. Madrid: Síntesis.
- Chamorro, M. (Ed). (2003). *Didáctica de las matemáticas*. Madrid: Pearson – Prentice Hall.
- Clemens, S., O’Daffer, P. y Cooney, T. (1989). *Geometría con aplicaciones y solución de problemas*. Delaware: Addison Wesley Iberoamericana.
- Dickson, L., Brown, M. y Gibson, O. (1991). *El aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: Labor y M.E.C.
- Hart, K. (1981). *Children’s understanding of mathematics: 11 - 16*. Londres: John Murray.
- Hart, K. (1984). Which comes first – Length, Area or Volume? *The Arithmetic Teacher*, 31(9), 16-18, 26-27.
- Hernández, R., Fernández-Collado, C. y Baptista, L. (2006). *Metodología de la Investigación* (4ta Edic). DF, México. McGraw Hill.
- Manual de convivencia CODIMAUXI Cap. III, Artículo 6.

- Marmolejo, G. y González, M. (2015). El área de superficies planas en el campo de la educación matemática. Estado de la cuestión. *Revista Electrónica de Investigación en Educación en Ciencias*, 10(1), 45-57. Recuperado de <http://www.scielo.org.ar/pdf/reiec/v10n1/v10n1a04.pdf>
- MEN (1998). *Lineamientos Curriculares: Matemáticas*. Santa Fe de Bogotá: Ministerio de Educación Nacional – Magisterio.
- MEN (1998). *Lineamientos Curriculares: Matemáticas*. Santa Fe de Bogotá: Ministerio de Educación Nacional – Magisterio.
- MEN (2006). *Estándares Básicos de Competencias en lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Santa Fe de Bogotá: Ministerio de Educación Nacional – Magisterio.
- Moise, E. y Downs, F. (1970). *Geometría Moderna*. EEUU: Fondo Educativo Interamericano, S.A.
- Pozo, J. (2001). *Humana mente: El mundo, la conciencia y la carne*. Madrid: Morata.
- Ricco, G., Vergnaud, G. y Rouchier, A. (1983). Représentation du volume et arithmétisation - entretiens individuels avec les élèves de 11 à 15 ans. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 4(1), 27-69
- Rojas, C. (2016). *Introducción a la geometría*. 2ª ed. Barranquilla: Universidad del Norte.
- Turégano, P. (1989). Propuesta metodológica para tratar de subsanar las dificultades didácticas y teóricas que se observan en la adquisición del concepto cualitativo del área. *Revista de la Facultad de Educación Albiceleste*, 3, 235-256. Recuperado de <https://documat.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2282566>

Anexos

Anexo 1. Pre prueba

1. Observa la figura 1 y 2.

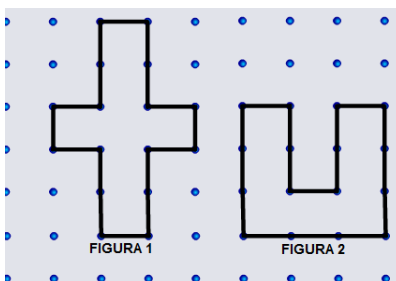


Ilustración 1: Pre prueba

Si la unidad de área es el cuadrado , escribe una X, en el paréntesis de la derecha, en la afirmación verdadera:

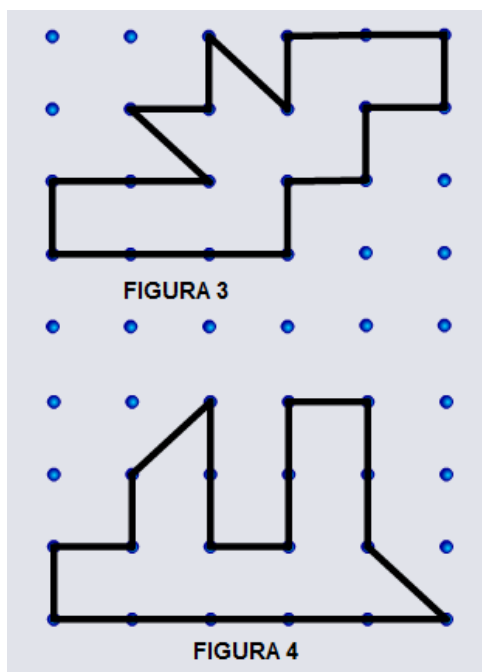
- a. El área de la **figura 1** es mayor que el área de la **figura 2**. ().
- b. El área de la **figura 1** es menor que el área de la **figura 2**. ().
- c. El área de la **figura 1** es igual al área de la **figura 2**. ().


¿Por qué? R/ _____

¿Cuál es el área de la figura 1? R/ _____

¿Cuál es el área de la figura 2? R/ _____

2. Observa la figura 3 y 4.



Si la unidad de área es el triángulo , escribe una X, en el paréntesis de la derecha, en la afirmación verdadera:

a. El área de la **figura 3** es mayor que el área de la **figura 4**. ().

b. El área de la **figura 3** es menor que el área de la **figura 4**. ().

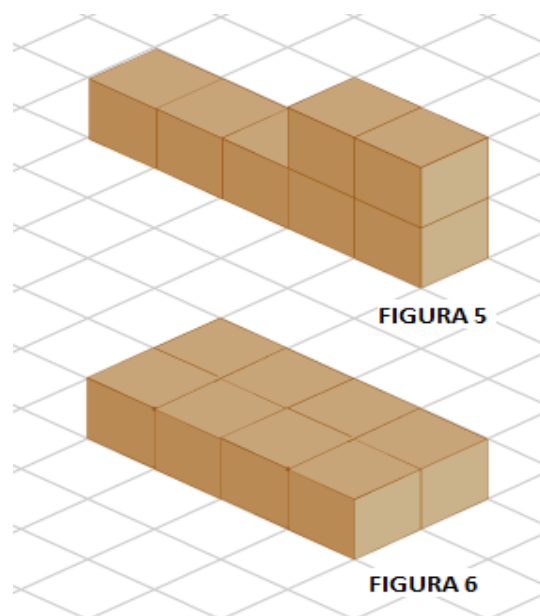
c. El área de la **figura 3** es igual al área de la **figura 4**. ().

¿Por qué? R/ _____

¿Cuál es el área de la **figura 3**? R/ _____

¿Cuál es el área de la **figura 4**? R/ _____

3. Cada uno de los dos siguientes sólidos están contruidos con cubos de igual tamaño.



Si la unidad de área es una cara de un cubo, marca con una X, en el paréntesis de la derecha, la opción correcta:

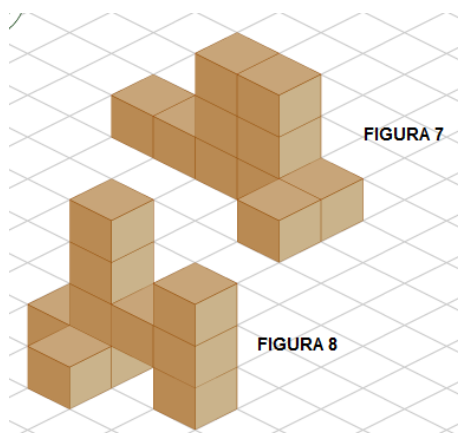
- a. El área total del sólido de la **figura 5** es mayor que el de la **figura 6**. ().
- b. El área total del sólido de la **figura 5** es menor que el de la **figura 6** ().
- c. El área total del sólido de la **figura 5** es igual al de la **figura 6**. ().

¿Por qué? R/ _____

¿Cuál es el área total del sólido de la **figura 5**? R/ _____

¿Cuál es el área total del sólido de la **figura 6**? R/ _____

4. Cada uno de los dos siguientes sólidos está construido con cubos de igual tamaño:



Si la unidad de volumen es el espacio ocupado por un cubo, marca con una X, en el paréntesis de la derecha, la opción correcta:

- a. El volumen del sólido de la **figura 7** es mayor que el volumen de la **figura 8**. ().
- b. El volumen del sólido de la **figura 7** es menor que el volumen de la **figura 8**. ().
- c. El volumen del sólido de la **figura 7** es igual al volumen de la **figura 8**. ().

¿Por qué? R/ _____

¿Cuántos cubos tiene el sólido de la **figura 7**? R/ _____

¿Cuántos cubos tiene el sólido de la **figura 8**? R/ _____

5. El área de un rectángulo de base 6 cm y altura 9 cm es: _____

6. El volumen de un cubo de 2 cm de arista es: _____

7. El volumen de una caja rectangular de 3 cm de largo, 5 cm de ancho y 2 cm de altura es:

_____.

Anexo 2. Pos prueba

1. Observa la figura 1 y 2.

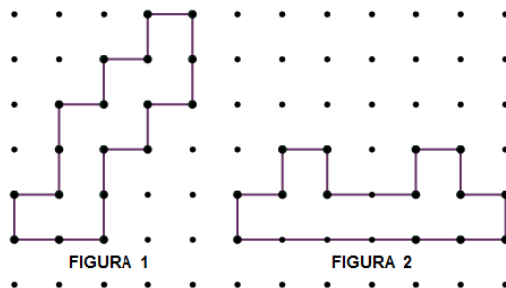


Ilustración 2: Pos prueba

Si la unidad de área es el cuadrado , escribe una X, en el paréntesis de la derecha, en la afirmación verdadera:

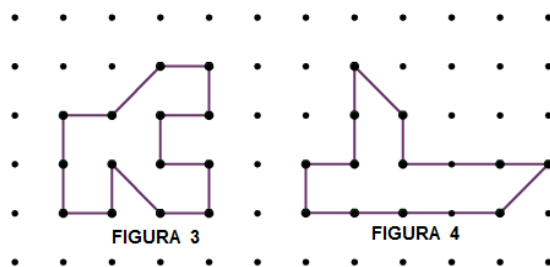
- a. El área de la **figura 1** es mayor que el área de la **figura 2**. ().
- b. El área de la **figura 1** es menor que el área de la **figura 2**. ().
- c. El área de la **figura 1** es igual al área de la **figura 2**. ().


¿Por qué? R/ _____

¿Cuál es el área de la figura 1? R/ _____

¿Cuál es el área de la figura 2? R/ _____

2. Observa la figura 3 y 4.



Si la unidad de área es el triángulo , escribe una X, en el paréntesis de la derecha, en la afirmación verdadera:

a. El área de la **figura 3** es mayor que el área de la **figura 4**. ().

b. El área de la **figura 3** es menor que el área de la **figura 4**. ().

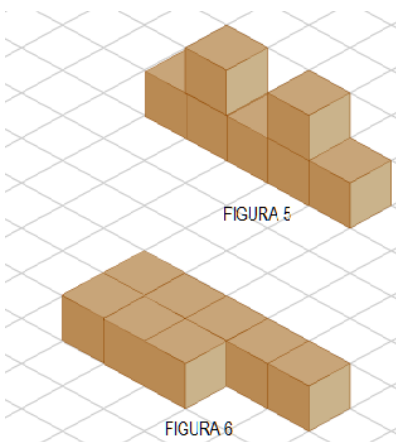
c. El área de la **figura 3** es igual al área de la **figura 4**. ().

¿Por qué? R/ _____

¿Cuál es el área de la **figura 3**? R/ _____

¿Cuál es el área de la **figura 4**? R/ _____

3. Cada uno de los dos siguientes sólidos están contruidos con cubos de igual tamaño.



Si la unidad de área es una cara de un cubo, marca con una X, en el paréntesis de la derecha, la opción correcta:

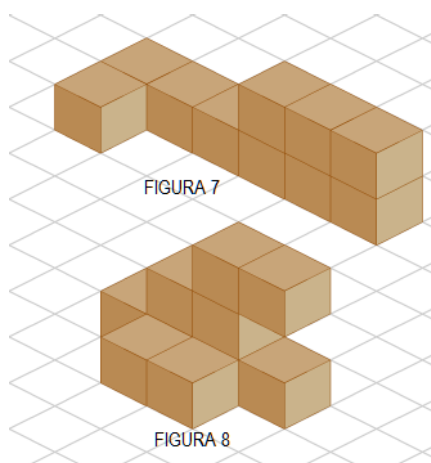
- a. El área total del sólido de la figura 5 es mayor que el de la figura 6. ().
- b. El área total del sólido de la figura 5 es menor que el de la figura 6 ().
- c. El área total del sólido de la figura 5 es igual al de la figura 6. ().

¿Por qué? R/_____

¿Cuál es el área total del sólido de la figura 5? R/_____

¿Cuál es el área total del sólido de la figura 6? R/_____

4. Cada uno de los dos siguientes sólidos está construido con cubos de igual tamaño:



Si la unidad de volumen es el espacio ocupado por un cubo, marca con una X, en el paréntesis de la derecha, la opción correcta:

- a. El volumen del sólido de la figura 7 es mayor que el volumen de la figura 8. ().

b. El volumen del sólido de la figura 7 es menor que el volumen de la figura 8. ().

c. El volumen del sólido de la figura 7 es igual al volumen de la figura 8. ().

¿Por qué? R/ _____

¿Cuántos cubos tiene el sólido de la figura 7? R/ _____

¿Cuántos cubos tiene el sólido de la figura 8? R/ _____

5. El área de un rectángulo de base 8 cm y altura 9 cm es: _____

6. El volumen de un cubo de 4 cm de arista es: _____

7. El volumen de una caja rectangular de 4 cm de largo, 6 cm de ancho y 3 cm de altura es:

_____.


Anexo 3. Criterios de evaluación de la pre prueba y pos prueba

Ítem	Objetivo	Criterio de evaluación
1	Conservación del área con unidad de área cuadrada	0 si no sabe / no responde
		1 si selecciona correctamente, pero no hay justificación o es incorrecta.
		2 si la selección y la justificación son correctas.
2	Conservación del área con unidad de área triangular	0 si no sabe / no responde
		1 si selecciona correctamente, pero no hay justificación o es incorrecta.
		2 si la selección y la justificación son

		correctas.
3	Conservación del área total en un sólido multicubo	0 si no sabe / no responde.
		1 si selecciona correctamente, pero no hay justificación o es incorrecta.
		2 si la selección y la justificación son correctas.
4	Conservación del volumen de un sólido multicubo	0 si no sabe / no responde
		1 si selecciona correctamente, pero no hay justificación o es incorrecta.
		2 si la selección y la justificación son correctas.
5	Aritmetización del área de un rectángulo	0 si no responde.
		1 si responde incorrectamente.
		2 si responde correctamente.
	Uso de unidades de área en la aritmetización del área de un rectángulo	0 si no responde.
		1 si responde incorrectamente.
		2 si responde correctamente.
6	Aritmetización del volumen de un cubo	0 si no responde.
		1 si responde incorrectamente.
		2 si responde correctamente.
	Uso de unidades de volumen en la aritmetización del volumen de un cubo.	0 si no responde.
		1 si responde incorrectamente.
		2 si responde correctamente.
7	Aritmetización del volumen de una caja rectangular	0 si no responde.
		1 si responde incorrectamente.
		2 si responde correctamente.
	Uso de unidades de volumen en la aritmetización del volumen de una caja rectangular	0 si no responde.
		1 si responde incorrectamente.
		2 si responde correctamente.

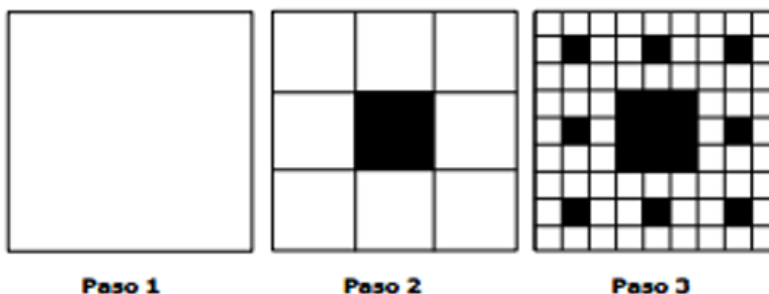
Anexo 4. Guías de las sesiones de trabajo

SESIÓN N° 1

	<i>Colegio Distrital María Auxiliadora 2017</i>		<i>Docentes: Yiseth Brochero. Boris Pino.</i>	
	<i>Unidad didáctica de área y volumen de sólidos geométricos</i>		<i>Asignatura: Geometría.</i>	
	<i>Fecha:</i>	<i>Grado: Noveno.</i>	<i>Periodo: 1</i>	<i>Sesión: 1.</i>
<i>Nombre del Estudiante:</i>				
<i>Desempeño: Emplea el lenguaje matemático y sus diferentes representaciones, para describir, plantear y resolver problemas contextualizados referidos a la vida diaria o a la relación con otras áreas, usando atributos medibles como el área, mostrando una actitud de responsabilidad y compromiso frente a los procesos pedagógicos.</i>				

FASE DE EXPLORACION

- Si no existieran las diferentes unidades de medidas como podrías comprender las situaciones:
 - He recorrido una distancia muy larga hasta aquí. ¿Cuánto es muy largo?
 - Ha transcurrido poco tiempo desde que te fuiste. ¿Cuánto es poco tiempo?
 - Se necesita algo de agua para llenar el recipiente. ¿Cuánto es algo de agua?
- Un cuadrado de una unidad de área se dividió en nueve cuadros congruentes y se sombreó el cuadrado central; se repitió el mismo proceso con cada uno de los ocho cuadrados no sombreados y así sucesivamente como se muestra en la figura



Paso 1

Paso 2

Paso 3

La suma de las áreas de todos los cuadrados no sombreados en el paso 3 es:

a. $\frac{8}{73}$

b. $\frac{47}{64}$

c. $\frac{64}{81}$

d. $\frac{63}{72}$

FASE CONCEPTUAL

- Un **patrón** es un objeto o instrumento que permite materializar y reproducir una unidad de medida.

- Una **unidad de longitud** es un segmento que se ha tomado como patrón en un caso determinado.

- Una **región poligonal** es un subconjunto de un plano limitado por un polígono (o polígonos).

A cada región poligonal le corresponde un número positivo único denominado **área**.

- Una **unidad de área** es una región poligonal que se toma como patrón de medida y puede ser, por ejemplo, una región cuadrada, una región triangular, etc.

- **Polígonos equivalentes** son polígonos con la misma área y distinta forma.

- La **estimación** es la habilidad mental para valorar una cantidad. El valor asignado no tiene que ser exacto, pero si adecuado para tomar decisiones.

FASE DE APLICACIÓN.**ACTIVIDAD 1.**

- a. Observa las figuras 1 y 2.

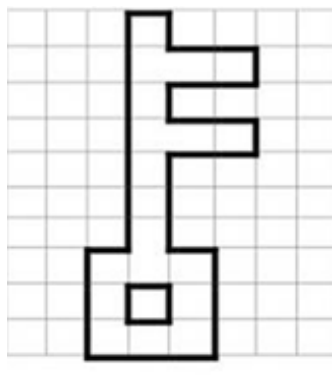


FIGURA 1

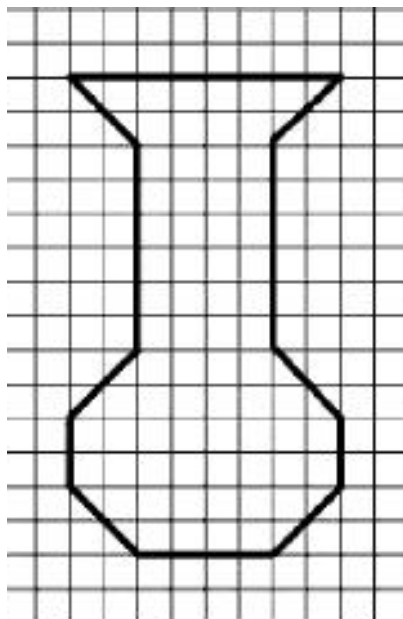


FIGURA 2

Si la unidad de área es un cuadrado de la cuadrícula:

El área de la figura 1 es: _____

El área de la figura 2 es: _____

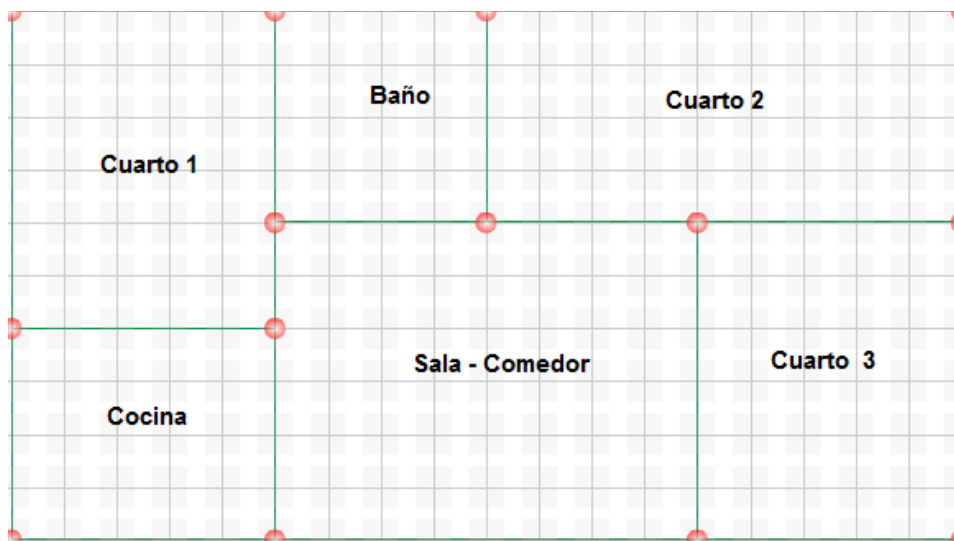
Si la unidad de área es $\frac{1}{2}$ de un cuadrado de la cuadrícula:


El área de la figura 1 es: _____

El área de la figura 2 es: _____

ACTIVIDAD 2:

Don Antonio decide cambiar las baldosas de su apartamento. El plano de su apartamento se ve a continuación.



Si la unidad de área del plano del apartamento es una baldosa que está representada por el cuadrado  :

b. ¿Cuál es el área de cada sector del apartamento?

Cuarto 1: _____ baldosas.

Cuarto 2: _____ baldosas.

Cuarto 3: _____ baldosas.

Sala – Comedor: _____ baldosas.

Cocina: _____ baldosas.

Baño: _____ baldosas.

c. ¿Cuántas baldosas se necesitarán para cubrir todo el apartamento? _____ baldosas.

d. Si la unidad de área es una baldosa que representa cuatro cuadrados de la cuadrícula,

¿Cuál es el área de cada sector del apartamento?

Cuarto 1: _____ baldosas.

Cuarto 2: _____ baldosas.


Cuarto 3: _____ baldosas.

Sala – Comedor: _____ baldosas.

Cocina: _____ baldosas.

Baño: _____ baldosas.

e. ¿Cuántas baldosas se necesitarán para cubrir todo el apartamento? _____ baldosas.

Si una baldosa  tiene 25 cm de lado, calcula el área que tiene cada sector del apartamento.

Cuarto 1: _____ cm^2 .

Cuarto 2: _____ cm^2 .

Cuarto 3: _____ cm^2 .

Sala – Comedor: _____ cm^2 .

Cocina: _____ cm^2 .

Baño: _____ cm^2 .

f. ¿Cuál es el área total del apartamento? _____ cm^2

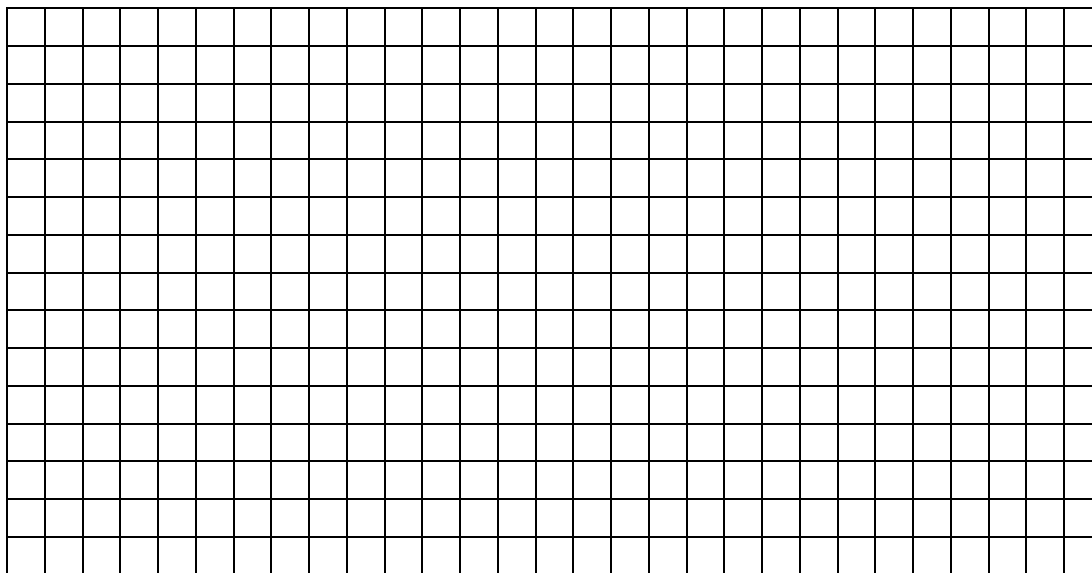
FASE DE EVALUACION.

Reúnete con tu grupo de trabajo cooperativo y resuelvan la siguiente actividad.

ACTIVIDAD 3:

g. Si 1 cm^2 equivale a cuatro cuadrados de la cuadrícula, dibuja 3 figuras con formas

diferentes que tenga como área 1cm^2 .



2. Ordena de menor a mayor las figuras A, B y C según su área:

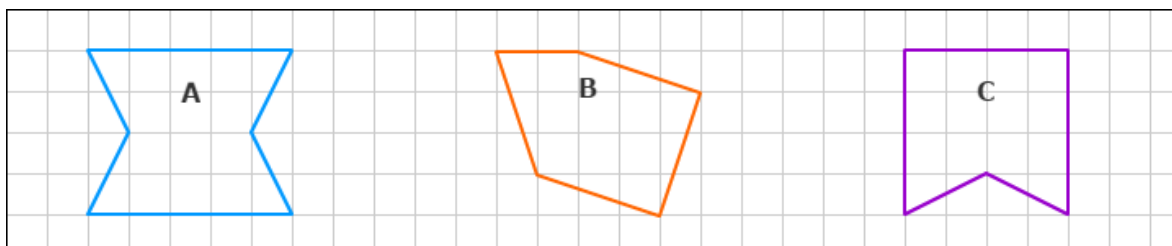


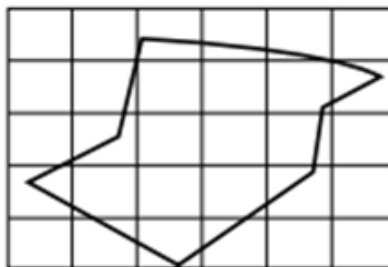
Figura _____

Figura _____

Figura _____

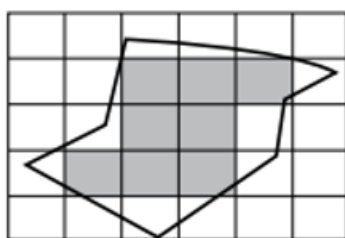
3. A continuación se muestra la forma de una zona territorial dibujada sobre una cuadrícula.

Cada uno de los cuadros de la cuadrícula representa 1km^2 .

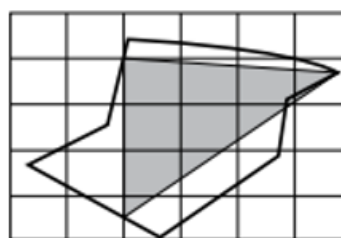


¿Cuál de las regiones sombreadas permite encontrar una aproximación más cerca al área de la zona territorial?

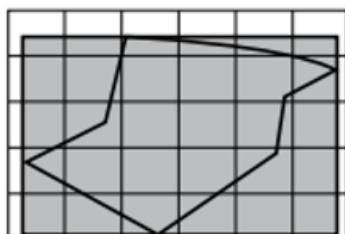
A.



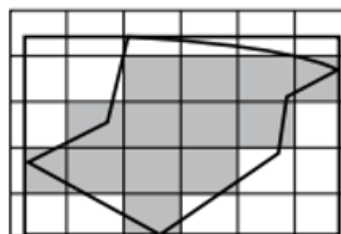
B.




C.



D.



Socializa con los demás grupos sobre las diferentes formas que surgieron para representar estas figuras.

	<i>Colegio Distrital María Auxiliadora</i> <i>2017</i>		<i>Docentes:</i> <i>Yiseth Brochero</i> <i>Boris Pino</i>	
	<i>Unidad didáctica de área y volumen de</i> <i>sólidos geométricos</i>		<i>Asignatura:</i> <i>Geometría.</i>	
	<i>Fecha:</i>	<i>Grado: Noveno.</i>	<i>Periodo: 1</i>	<i>Sesión: 2.</i>
<i>Tema: Conversión de unidades de área.</i>				
<i>Nombre del Estudiante:</i>				
<i>Desempeño: Emplea el lenguaje matemático y sus diferentes representaciones, para describir, plantear y resolver problemas contextualizados referidos a la vida diaria o a la relación con otras áreas, usando atributos medibles como el área y volumen de sólidos, mostrando una actitud de responsabilidad y compromiso frente a los procesos pedagógicos.</i>				

SESIÓN N° 2

FASE DE EXPLORACION

La rectora del colegio Maria Auxiliadora desea cambiar las baldosas del salón múltiple que tiene 12 metros de largo y 8 metros de ancho. Para ello desea comprar baldosas de 20cm de lado y cada caja contiene 13 baldosas. Les ha pedido a los profesores de geometría del grado noveno, con ayuda de sus estudiantes que determinen:

- a. ¿Cuántas cajas necesita comprar para cubrir toda la superficie?
- b. Si 1 m^2 tiene un costo de 20.000 pesos, ¿Cuál es el costo que se debe pagar por la compra del producto?

FASE CONCEPTUAL.

ACTIVIDAD 1.

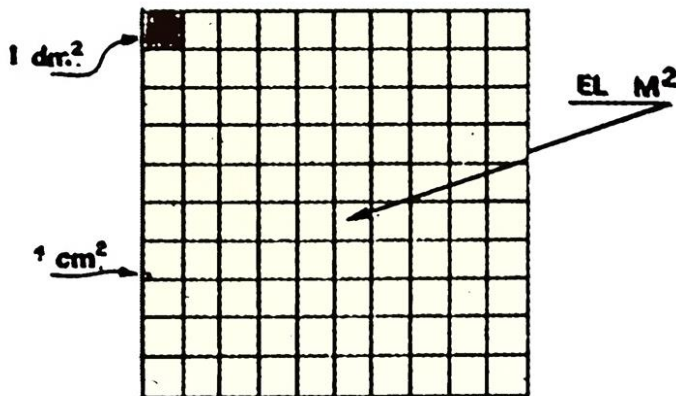
1. Usa la cinta para delimitar un cuadrado que tenga un metro de lado.
2. ¿Cuántas baldosas hay en cada lado del cuadrado?_____.

3. ¿Cuántas baldosas cubren todo el cuadrado? _____ .
4. Si un lado del cuadrado mide un metro de longitud, ¿Cuál es el área del cuadrado?
_____ .
5. Recubre todo el cuadrado con las piezas No. 1.
6. ¿Cuántas piezas usaste para cubrir todo el cuadrado? _____.
7. Si cada una de estas piezas representa un decímetro cuadrado (1dm^2), cuántos dm^2 tiene el cuadrado? _____.
8. Se puede deducir que: $1\text{m}^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{dm}^2$.
9. Si tomamos 1dm^2 , ¿cuántos cuadros hay a cada lado de 1dm^2 ? _____.
10. ¿Cuántos cuadrados cubren 1dm^2 ? _____ .
11. Si cada uno de estos cuadros representan un centímetro cuadrado (1cm^2), ¿cuántos cm^2 tiene 1dm^2 ? _____ .
12. Se puede deducir que: $1\text{dm}^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{cm}^2$.
13. Si tomamos 1cm^2 , ¿cuántos cuadritos hay a cada lado del cm^2 ? _____ .
14. ¿Cuántos cuadritos cubren 1cm^2 ? _____ .
15. Si cada uno de estos cuadritos representan un milímetro cuadrado (1mm^2), ¿cuántos mm^2 tiene 1cm^2 ?

16. Se puede deducir que: $1 \text{ cm}^2 = \underline{\hspace{2cm}} \text{ mm}^2$.

La unidad de área fundamental en el Sistema internacional es el metro cuadrado (m^2).

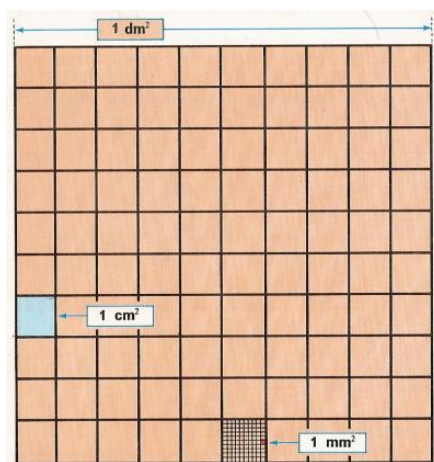
- **El metro cuadrado (m^2)** es el área equivalente a la de un cuadrado que tiene de lado 1 m.



$$1 \text{ m}^2 = 100 \text{ dm}^2$$

$$1 \text{ m}^2 = 10.000 \text{ cm}^2$$

- **El decímetro cuadrado (dm^2)** es el área equivalente a la de un cuadrado que tiene de lado 1 dm.



$$1 \text{ dm}^2 = 100 \text{ cm}^2$$

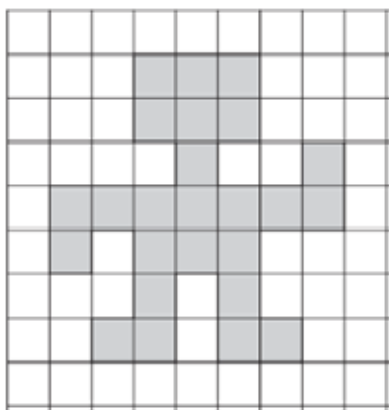
$$1 \text{ dm}^2 = 10.000 \text{ mm}^2$$

$$1 \text{ cm}^2 = 100 \text{ mm}^2$$

FASE DE APLICACIÓN.

1. Solución de la situación planteada en la fase de exploración.

2. Observa la figura:



Dibuja en la plantilla milimetrada la figura anterior y calcula su área en cm^2 , dm^2 y mm^2 .

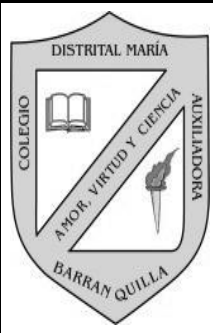
FASE DE EVALUACION.

Reúnete con tu grupo de trabajo cooperativo y resuelvan la siguiente actividad.

Dibuja en la plantilla:

1. Un cuadrado de 4 cm^2 y expresa esta área en mm^2 .
2. Un rectángulo de 2 dm de base y 3 dm de altura. Determina su área en dm^2 , cm^2 y mm^2 .

SESIÓN N° 3

	<i>Colegio Distrital María Auxiliadora 2017</i>		<i>Docentes: Yiseth Brochero. Boris Pino.</i>	
	<i>Unidad didáctica de área y volumen de sólidos geométricos</i>		<i>Asignatura: Geometría.</i>	
	<i>Fecha:</i>	<i>Grado: Noveno.</i>	<i>Periodo: 1</i>	<i>Sesión: 3</i>
<i>Tema: Concepto de área y volumen de sólidos</i>				
<i>Nombre del Estudiante:</i>				
<i>Desempeño: Emplea el lenguaje matemático y sus diferentes representaciones, para describir, plantear y resolver problemas contextualizados referidos a la vida diaria o a la relación con otras áreas, usando atributos medibles como el área y volumen de sólidos, mostrando una actitud de responsabilidad y compromiso frente a los procesos pedagógicos.</i>				

FASE DE EXPLORACION.

Una distribuidora de vinos empaqueta cada uno de sus productos en cajas cuyas dimensiones son 20 cm x 10 cm x 10 cm. Se desea exportar una cantidad de estos productos empleando para su embalaje cajas cúbicas de 1 m de arista.

¿Cuántas cajas de botellas de vino se pueden almacenar en una de estas cajas cúbicas?

FASE CONCEPTUAL.

El **volumen** de un sólido es la medida del espacio que ocupa un cuerpo.

A cada sólido le corresponde un número positivo único, denominado **volumen**.

Una **unidad de volumen** es el espacio ocupado por un poliedro que se toma como patrón de medida y puede ser, por ejemplo, un prisma cuadrangular, un cubo, un tetraedro, etc.

En consecuencia, el volumen de un sólido es un número que expresa cuantas veces está contenida cierta unidad de volumen en el volumen de un sólido.

Un **poliedro** es un sólido que está formado por un número finito de regiones poligonales denominadas **caras**. Los lados se denominan **aristas**. Cada arista de una cara es la arista de exactamente otra cara. Si dos caras se intersecan, lo hacen en una arista o en un vértice.

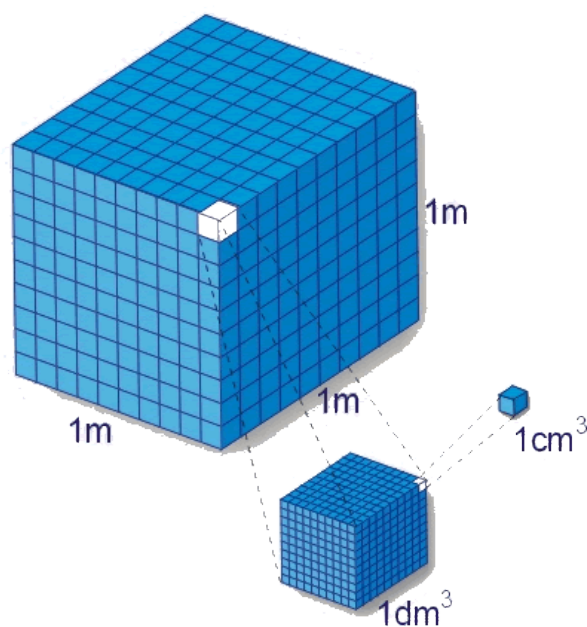
La **superficie total** de un poliedro es la reunión de sus caras.

El **área total** de un poliedro es el área de su superficie total.

Los **poliedros equivalentes** son poliedros con el mismo volumen y distinta forma.

La unidad de volumen en el Sistema Internacional es el metro cúbico y en el Sistema Inglés la pulgada cúbica y el pie cúbico.

El **metro cúbico (m^3)** es el volumen equivalente al de un cubo que tiene de arista 1 m.



Existen otras magnitudes que se relacionan con el volumen:

La **masa** es la magnitud fundamental que describe la cantidad de materia que contiene un cuerpo.

La unidad de masa en el SI es el Kilogramo (Kg).

En el Sistema Inglés, la unidad de masa es la libra (lb).

La **capacidad** es el modo de medir la cantidad de sustancia que un recipiente puede contener.

La unidad de capacidad es el litro. En el Sistema Inglés es el galón.

La unidad de volumen en el SI es el metro cúbico (m^3), sin embargo, el litro (L) es una unidad de volumen no perteneciente al SI, pero cuyo uso lo permite el SI.

La palabra volumen se utiliza en dos sentidos:

Volumen interno de un hueco, que es lo mismo que la capacidad.

Volumen externo, en el sentido de la cantidad de espacio que ocupa un cuerpo.

$$1L = 1 \text{ dm}^3 = 1.000 \text{ cm}^3$$

$$1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ ml}$$

FASE DE APLICACIÓN.

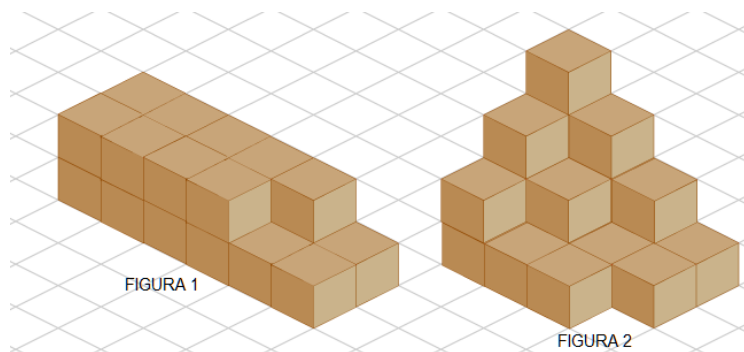
ACTIVIDAD 1:

Reúnete con tu grupo de trabajo cooperativo y realiza las siguientes actividades.

- h. Construye con los policubos tres poliedros equivalentes de diferentes formas y completa la tabla:

POLIEDRO	NUMERO DE CUBOS	VOLUMEN (unidades de volumen)	AREA TOTAL (unidades de área)
1	10		
2	10		
3	10		

2. Realiza las siguientes construcciones con los policubos.



Si la unidad de área es una cara de un cubo, ¿Cuál es el área total de cada figura?

a. El área total del sólido de la **figura 1**: _____

b. El área total del sólido de la **figura 2**: _____

Si la unidad de volumen es el espacio ocupado por un cubo, ¿Cuál es el volumen de cada figura?

a. Volumen figura 1: _____ unidades de volumen.

b. Volumen figura 2: _____ unidades de volumen.

2. Observa la siguiente figura 3:

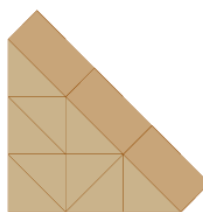



Figura 3

Tomando como unidad de medida de volumen el espacio ocupado por un  que representa la mitad de un cubo, ¿cuál es el volumen de la figura?

Volumen figura 3: _____

Se podría afirmar que si la unidad de volumen aumenta, la medida del volumen disminuye? _____ ¿por qué?

3. Observa las figuras 4 y 5:

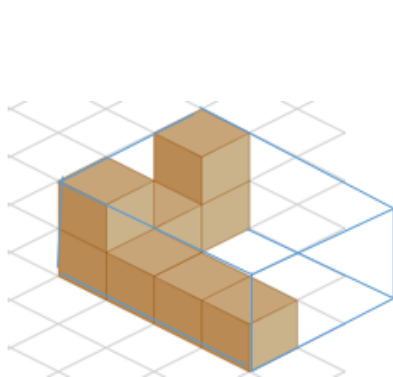


FIGURA 4

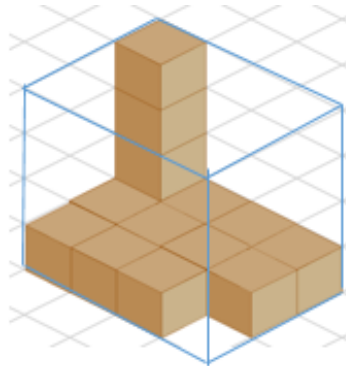


FIGURA 5

Tomando como unidad de volumen el espacio ocupado por un cubo, ¿cuántos de éstos faltan para llenar completamente las cajas de las figuras 4 y 5?

Figura 4: faltan _____ cubos.

Figura 5: faltan _____ cubos.

4. Observa las figuras 6, 7 Y 8:

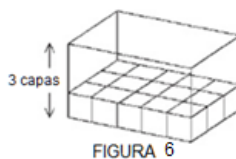


FIGURA 6

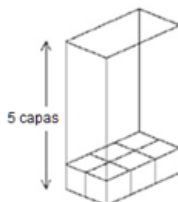


FIGURA 8

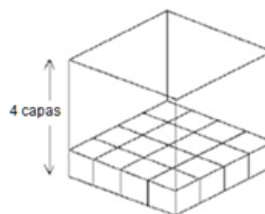


FIGURA 7

Tomando como unidad de volumen un cubo y teniendo en cuenta el número de capas que caben en cada una de las cajas, ¿Cuántos cubos se necesitan para llenar cada una de ellas?

Figura 6: _____ cubos.

Figura 7: _____ cubos.

Figura 8: _____ cubos.

ACTIVIDAD 2:

1. Tomando como unidad de volumen un cubo de madera de 1 cm^3 , como lo muestra la siguiente figura:

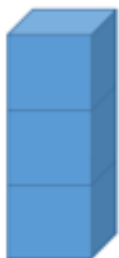


$$V = 1 \text{ cm}^3$$

Calcula el volumen de los siguientes sólidos:



Volumen: _____



Volumen: _____



Volumen: _____

2. Utiliza como unidad de volumen un cubo de madera de 1 cm^3 para determinar el volumen de cada caja de madera suministrada.

Caja 1: $4 \text{ cm} \times 4 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$

Caja 2: $4 \text{ cm} \times 8 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$

Caja 3: $4 \text{ cm} \times 4 \text{ cm} \times 6 \text{ cm}$

$$V_{\text{caja 1}} = \text{_____} \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{caja 2}} = \text{_____} \text{ cm}^3$$

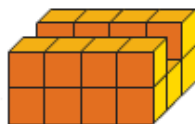
$$V_{\text{caja 3}} = \text{_____} \text{ cm}^3$$

3. Utiliza como unidad de volumen un cubo de madera de 2cm^3 para determinar el volumen de cada caja de madera suministrada.

$$V_{\text{caja 1}} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^3 \quad ; \quad V_{\text{caja 2}} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^3 \quad ; \quad V_{\text{caja 3}} = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm}^3$$

FASE DE EVALUACION:

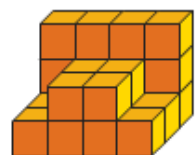
1. Si tomamos como unidad de volumen un cubo, determina el volumen de cada figura:



Volumen = cubos.



Volumen = cubos.

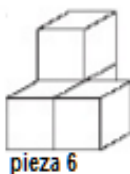
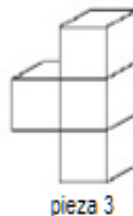


Volumen = cubos.



Volumen = cubos,

2. Observa la siguiente figura que muestra las piezas del cubo SOMA:

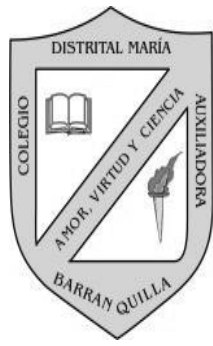


a. Calcula el área total y el volumen de cada una de las piezas:

pieza	ÁREA TOTAL (caras)	VOLUMEN (cubos)
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		

¿Cuáles de estas piezas tienen igual área? _____

¿Cuáles de estas piezas tienen igual volumen? _____.

	<i>Colegio Distrital María Auxiliadora 2017</i>		<i>Docentes: Yiseth Brochero. Boris Pino.</i>	
	<i>Unidad didáctica de área y volumen de sólidos geométricos</i>		<i>Asignatura: Geometría.</i>	
	<i>Fecha:</i>	<i>Grado: Noveno.</i>	<i>Periodo: 1</i>	<i>Sesión: 4</i>
<i>Tema: Área y volumen del prisma.</i>				
<i>Nombre del Estudiante:</i>				
<i>Desempeño: Emplea el lenguaje matemático y sus diferentes representaciones, para describir, plantear y resolver problemas contextualizados referidos a la vida diaria o a la relación con otras áreas, usando atributos medibles como el área y volumen de sólidos, mostrando una actitud de responsabilidad y compromiso frente a los procesos pedagógicos.</i>				

SESIÓN N° 4

AMBIENTACION

Con los ojos vendados y a través del tacto, identifica los sólidos geométricos con base en tus conocimientos previos.

Observa la clasificación de los cuerpos o sólidos geométricos en el anexo 1.

FASE DE EXPLORACION

Resuelve la siguiente situación:

Tetra Pak es una empresa multinacional fundada en Suecia, que diseña y produce soluciones de envasado de cartón y procesamiento para la industria alimentaria. La empresa lechera Alquería, emplea este tipo de envases para 1 litro de leche deslactosada como se ilustra:

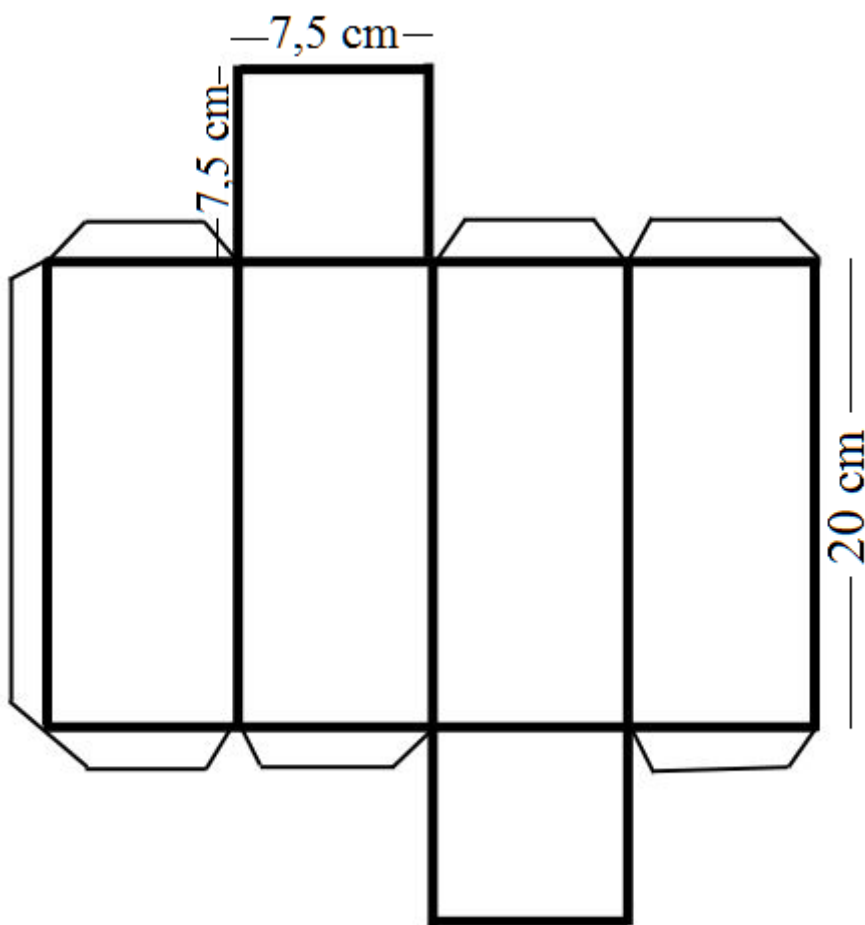


¿Qué procedimiento podrías emplear para calcular la cantidad de cartón necesario para elaborar una de estas cajas, sin tener en cuenta las pestañas?

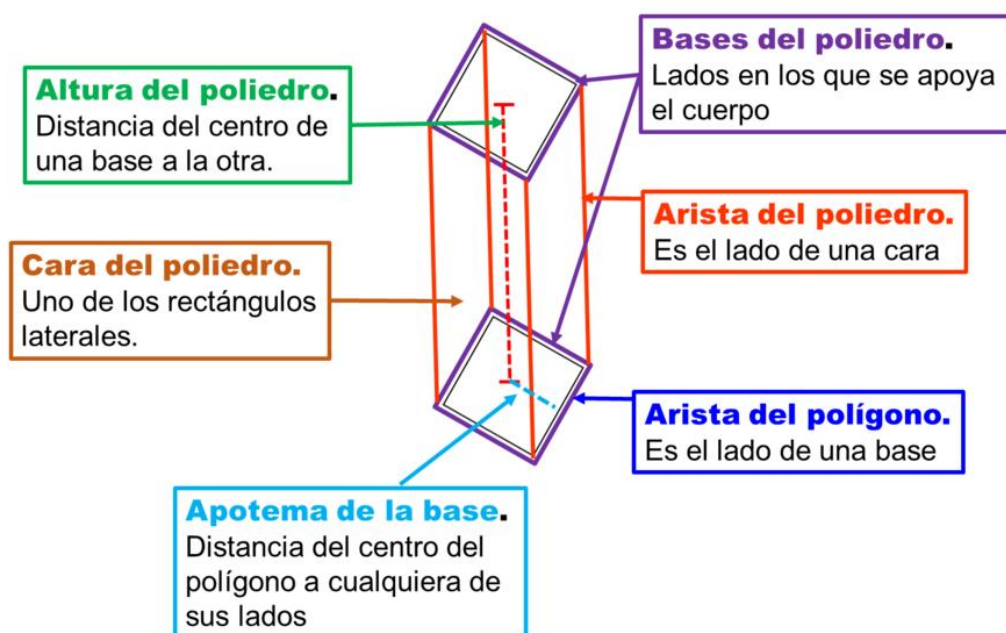
Procedimiento empleado:

FASE CONCEPTUAL

- a. Reúnete con tu grupo de trabajo cooperativo y procede a descomponer la caja para obtener un molde con las medidas especificadas como lo muestra la figura 1 y procede a calcular la cantidad de cartón empleada (despreciando las pestañas).



b. Elementos del prisma:

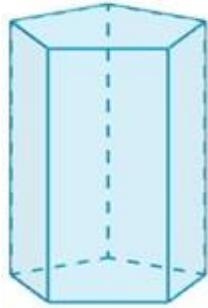
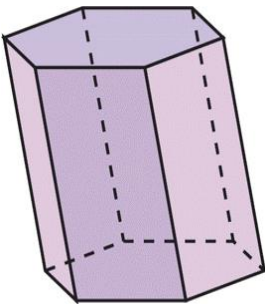


Los prismas se nombran según sus bases:

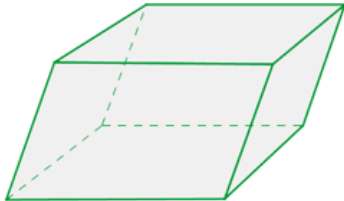
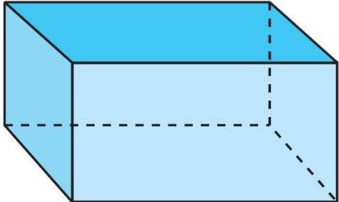
BASES	NOMBRE
Triángulos	Prisma triangular
Rectángulos	Prisma rectangular
Cuadrados	Prisma cuadrangular
Pentágonos	Prisma pentagonal
Hexágonos	Prisma hexagonal

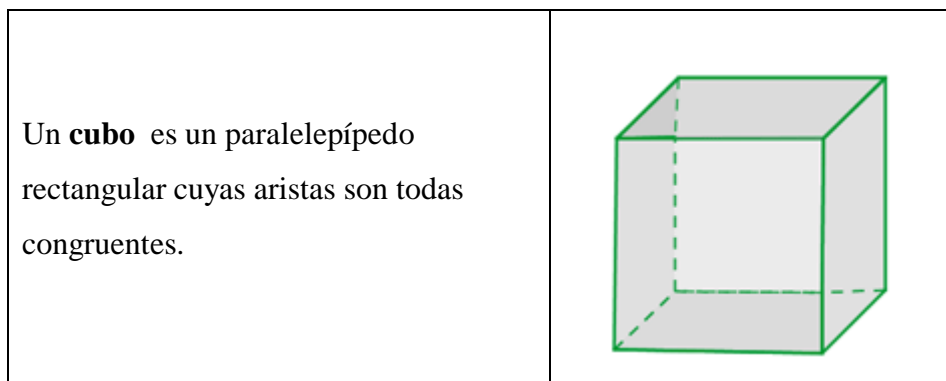
y así sucesivamente.

Los prismas se clasifican en rectos y oblicuos.

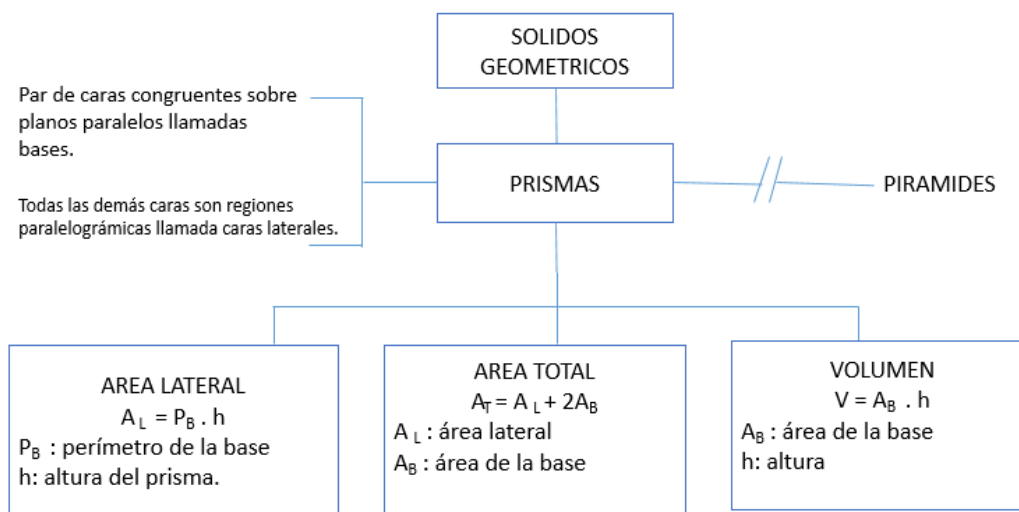
<p>Un prisma recto es un prisma en el que las aristas laterales son perpendiculares a los planos de las bases.</p>	
<p>Un prisma oblicuo es un prisma en el que las aristas laterales no son perpendiculares a los planos de las bases.</p>	

Hay una clase de prismas en el que todas las caras son regiones paralelogramáticas:

<p>Un paralelepípedo es un prisma cuya base es una región paralelogramática.</p>	
<p>Un paralelepípedo rectangular es un prisma rectangular recto.</p>	



c. Observa el siguiente mentefacto:



La **superficie lateral** de un prisma es la reunión de sus caras laterales.

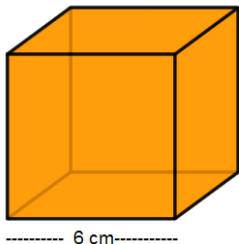
Por lo tanto, el **área lateral** de un prisma es el área de su superficie lateral.

La **superficie total** de un prisma es la reunión de sus caras laterales y sus dos bases.

Similarmenete, el **área total** de un prisma es el área de su superficie total. El área total de un prisma es la misma área de su molde plano.

FASE DE APLICACIÓN.

a. Observa el siguiente prisma:



b. Calcula para este cubo el área lateral, área total y el volumen con el uso de las formulas dadas en la fase conceptual.

$$A_L =$$

$$A_T =$$

$$V =$$

c. Podrías deducir una fórmula particular para el volumen del cubo? ¿Cuál?

_____.

d. Reúnete con tu grupo de trabajo cooperativo y recibirás el molde de un prisma.

e. Procedan a realizar las mediciones de las dimensiones necesarias para determinar la cantidad de material empleado en el molde, sin incluir las pestañas.

$$A_T =$$

f. Construye el prisma con el molde dado (desarrollo del prisma), identifica el nombre del mismo y dibújalo.

Prisma _____

g. Determina el volumen del prisma.

FASE DE RETROALIMENTACION

Con la ayuda de tu grupo de trabajo cooperativo elabora, en papel, un prisma cuadrangular cuya capacidad sea de 200 mL.

FASE DE EVALUACION

Resuelve las siguientes situaciones:

a. Una caja de madera tiene forma de paralelepípedo recto de dimensiones: 25 cm de largo, 10 cm de ancho y 18 cm de alto, en ella se guardan cajas de dulces de 5 cm de largo, 5 cm de ancho y 3 cm de alto. ¿Cuántas cajas de dulces se pueden guardar?

b. Queremos hacer un tetra brik de base cuadrada de 6 centímetros de lado y con capacidad de medio litro. ¿Cuánto cartón necesitamos?



	<i>Colegio Distrital María Auxiliadora</i> <i>2017</i>	<i>Docentes:</i> <i>Yiseth Brochero.</i> <i>Boris Pino.</i>
	<i>Encuesta Likert</i>	<i>Asignatura: Geometría</i>
	<i>Nombre del Estudiante:</i>	<i>Fecha: 09 - 05 - 17</i>

Anexo 5. Encuesta tipo likert

ENCUESTA ELABORADA PARA LOS ESTUDIANTES Y VALORAR EL GRADO DE SATISFACCIÓN CON RELACIÓN AL DESARROLLO DE LA INNOVACIÓN PEDAGÓGICA

Grado: 9° **Curso:** _____

Marca con una **x** en la casilla correspondiente:

Items	De acuerdo	En desacuerdo	Ni acuerdo ni desacuerdo
La metodología fue distinta respecto a la de años anteriores en el tema de área y volumen de sólidos.			
Te gusta esta manera de aprender la geometría.			
El material utilizado fue adecuado para el desarrollo de las temáticas.			
El tiempo empleado para desarrollar las actividades fue suficiente.			
Las estrategias de evaluación utilizadas fueron adecuadas para la metodología aplicada.			
Consideras que la metodología te ayudó a comprender mejor el tema de área y volumen de sólidos.			

Anexo 6. Evidencia fotográfica de las sesiones.

Unidad didáctica de área y volumen

Pre – Test (30 de Enero – 2017).



Sesión N° 1 - Recubrimiento de área con unidades no estandarizadas.

(06 de Febrero 2017)



Sesión N° 2 - Conversión de unidades de área. (14 y 21 de Febrero 2017)



Sesión N° 3 - Concepto de área y volumen de sólidos (2 y 9 de Marzo 2017)



Sesión N° 3 - Concepto de área y volumen



Sesión N° 3 - Concepto de área y volumen





Sesión N° 4 - Área y volumen del prisma. (16 y 23 de Marzo 2017)



Sesión N° 4 - Área y volumen del prisma.



Sesión N° 4 - Área y volumen del prisma.



Pos – Prueba (28 de Marzo – 2017).

