

**La torre de Hanoi una estrategia lúdica en el proceso enseñanza y aprendizaje de las series y sucesiones en la competencia de la resolución de problemas**

**Johnny Antonio Camacho Montes**

**Francisco José Lara Carrillo**

**Alex José Vanegas López**

**Universidad del Norte**

**Maestría en Educación con énfasis en Matemáticas**

**Barranquilla junio de 2017**

**La torre de Hanoi una estrategia lúdica en el proceso enseñanza y aprendizaje de las series  
y sucesiones en la competencia de la resolución de problemas**

**Johnny Antonio Camacho Montes**

**Francisco José Lara Carrillo**

**Alex José Vanegas López**

Trabajo de grado como prerrequisito para optar al título de Magíster en Educación

**ASESOR: Rafael Escudero Trujillo (PhD)**

**Universidad del Norte**

**Maestría en Educación con énfasis en Matemáticas**

**Barranquilla junio de 2017**

## TABLA DE CONTENIDOS

Cap.		Pág.
	AUTOBIOGRAFIAS	5
1.	INTRODUCCIÓN	14
2.	PLANTEAMIENTO Y FORMULACION DEL PROBLEMA	15
2.1	DIAGNOSTICO	15
2.2	PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	18
2.3	FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	18
3.	JUSTIFICACIÓN	20
4.	OBJETIVOS	21
4.1	OBJETIVO GENERAL	21
4.2	OBJETIVOS ESPECIFICOS	21
5.	MARCO TEORICO	22
5.1.1	MARCO DISCIPLINAR	22
5.1.2	MARCO PEDAGOGICO	23
5.2	MARCO CONCEPTUAL	22
	MARCO PEDAGOGICO	25
		22
6.	METODOLOGÍA E INNOVACIÓN	30
6.1	ENFOQUE	30
6.2	DISEÑO	30
6.3	POBLACION	31
6.4	MUESTRA	32
6.5	TECNICAS E INSTRUMENTOS	32
7.	PROCEDIMIENTOS	34

7.1	CONTEXTO DE APLICACIÓN	34
7.2	PLANEACION DE LA INNOVACION	34
7.3	EVIDENCIA DE LA APLICACIÓN	36
8.	RESULTADOS	38
9.	REFLEXION DE LA PRACTICA REALIZADA	43
10.	CONCLUSIONES	44
11.	RECOMENDACIONES	45
12.	BIBLIOGRAFIA	46
13	ANEXOS	47
	ANEXO 1 COLECCIÓN DE EVIDENCIAS	47
	ANEXO 2 FOTOS	48
	ANEXO 3 CONSENTIMIENTO PADRES DE FAMILIA	49
	ANEXO 4 ALIMEACION CURRICULAR	50

## **AUTOBIOGRAFÍAS**

***Alex José Vanegas López***

*Mi nombre es Alex José Vanegas López, nací el día 17 de noviembre de 1980 en el municipio de El Bagre departamento de Antioquia, soy el tercero entre cuatro hermanos y crecí en un hogar donde la fortaleza era la educación en valores y la creencia en Dios. Un apasionado por el deporte entre ellos practico el Fútbol, el Softbol y La Natación, fui Scout donde alcancé la categoría de dirigente de insignia tres maderos con especialidad supervivencia y salvamento acuático.*

*Realicé mis estudios de bachillerato en el Liceo El Bagre en el cual obtuve el título de Bachiller Con Énfasis en Salud y Nutrición en el año 1997, los estudios universitarios los cursé en la Universidad del Atlántico donde obtuve el título de licenciado en Matemáticas y Física en el año 2003, he realizado estudios de actualización en:*

*Diplomados:*

- *Enseñanza Experimental de las Ciencias Naturales. (280*

*horas) Universidad del Atlántico en 2003.*

- *Proyectos Educativos Ambientales Escolares. (90 horas) Corporación Universitaria de la Costa, 2006.*
- *Enseñanza orientada al desarrollo del pensamiento. (120 horas) Universidad de Puerto Rico y Universidad del Atlántico, 2010*

*Otros estudios y seminarios:*

- *Tallerista y ponente en el IV y V seminario internacional de capacitación en didáctica de la Astronomía, 2014 - 2015.*
- *I, II, III seminario internacional de capacitación en didáctica de la Astronomía. 2010 al 2012.*
- *X encuentro internacional de educación y pensamiento y III congreso nacional por una educación de calidad, Cartagena. Mayo de 2009.*
- *Taller del desarrollo de la afectividad en los estudiantes de preescolar, básica y media. Barranquilla 2008.*
- *Taller de didáctica para la enseñanza de las competencias, Barranquilla 2008.*
- *II Campamento espacial: el calentamiento global, Barranquilla 2007.*
- *II Feria Arkamiana Interactiva de la Ciencia Maicao Guajira*

2003.

- *Primer Encuentro Regional de Ciencias Físicas, Universidad del Atlántico 2002*
- *XIII Escuela Latinoamericana de Matemáticas SOCOLMAT Cartagena de Indias agosto 2002*
- *I Encuentro Regional sobre construcción de currículo y calidad de educación. Barranquilla 2001*
- *XIX Muestras de experiencias de físicas para pensar. Colegio Helena Chauvin. 2001*
- *XII taller de experiencias de física para recrear. Colegio Helena Chauvin 2001.*
- *Ponente en el Seminario Regional “La enseñanza de las ciencias, los Proyectos Disciplinarios de Aula y su incidencia en la calidad educativa”. Universidad del Atlántico 2003.*

#### *Trabajo de investigación*

- *“El aula de clases como laboratorio alternativo en el aprendizaje de los fluidos en reposo de manera experimental en los estudiantes de décimo grado”.*

*Todos estos estudios me han permitido ser una persona comprometida y apasionada con los proyectos que emprendo ya sea*

*a nivel personal o profesional. Poseo un perfil operativo y Administrativo en la educación, capaz de concebir nuevas alternativas con eficiencia y eficacia para adquirir nuevos conocimientos en el campo laboral en diferentes áreas de la formación docente, con la capacidad de desarrollar cualquier cargo en el ámbito educacional y liderar proyectos transversales y del campo del conocimiento específico, con excelentes valores como la honestidad, tolerancia, moralidad, responsabilidad, solidaridad y respeto por las personas.*

*Habilidad para trabajar en equipo en la toma de decisiones y capacidad de liderazgo, formador de excelencia con muy buen manejo de la informática como herramienta tecnológica aplicada a la educación entre ellos los tableros inteligentes, laboratorios virtuales, las ovas y programas para educación.*

*Adicional con conocimientos en elaboración y preparación de pruebas de estado y olimpiadas en todos los niveles de las matemáticas, la física y la Astronomía.*

*Pero a pesar de las grandes satisfacciones como persona y profesional con el pasar de los años surgió la necesidad de*

*transformar mi rol como docente puesto ya había entrado una rutina sin evolución conllevándome a irme quedando en una zona de confort donde todo era aparentemente bien. Es ahí donde en el año 2015 surgió la oportunidad de comenzar un nuevo reto en mi carrera profesional con miras a transformar mis prácticas de aula a través del estudio de la Maestría en Educación con Profundización en Matemáticas en una Universidad de mucho prestigio y con unas Calidades Académicas sin Precedentes en La costa Como lo es La Universidad del Norte y financiada por el MEN a través de una Beca, reto al cual sin dudarlo asumí y que hoy puedo observar como con todas las herramientas metodológicas, conceptuales, evaluativas ,epistemológicas y diferentes estrategias que han permitido comenzar a ir innovando y enriqueciendo todas mis prácticas de aula hacia una educación de calidad que contribuya a una Colombia más educada.*

***Johnny Antonio Camacho Montes***

*Mi nombre es Johnny Antonio Camacho Montes, nací el día 25 de julio de 1970 en la ciudad de Barranquilla departamento del Atlántico.*

*Me caracterizo por ser una persona comprometida, honesta con metas claras y alcanzables en los proyectos que emprendo ya sea a nivel personal o profesional.*

*Estudí bachillerato académico en el colegio Atlántico Max Trumer, en Barranquilla, los estudios universitarios los cursé en la universidad del Atlántico donde obtuve el título de licenciado en matemáticas y física, en el año 1997 realicé un diplomado de la aplicación de las TIC'S como herramienta de aprendizaje la finalidad de enriquecer las prácticas de aula.*

*Al iniciar el nuevo siglo XXI se generan grandes cambios en educación y en las exigencias de los educandos, Luego de analizar estas variables educativas en el contexto institucional, surgió la necesidad de realizar cambios en mi rol de docente, por tal motivo me motivé a postularme para realizar la maestría en educación la cual gracias Dios y al MEN por esta maravillosa oportunidad se vió concretar mis sueños, la maestría, comencé a estudiarla el año 2015, la maestría recibe el nombre de: Maestría en educación con énfasis en pensamiento matemático en la universidad del Norte. Después de cursar y haber terminado la misma espero mejorar profesional y personalmente en mis labores como educador y poder ver cristalizado mi deseo de ingresar como profesor catedrático o de planta en una de las universidades de la ciudad de Barranquilla.*

*Me siento comprometido con mi familia, amigos y conocidos para ver realizado mis sueños de próximamente ser magister en educación de tan prestigiosa universidad como lo es la Universidad del Norte.*

*Al ir profundizando un poco más en los temas que se desarrollan en la Maestría me he dado cuenta de la necesidad de prepararme cada día más como profesional para poder brindarles a mis estudiantes una mejor formación y generar mejores profesionales a la sociedad como seres humanos con mayor grado de competencias en lo conceptual y en lo social. En conclusión, la maestría me permite o me brinda la oportunidad de alcanzar mis proyectos de vida y de esta manera ver cristalizada mis sueños y anhelos como ser humano y como profesional.*

***Francisco José Lara Carrillo***

*Mi nombre es Francisco José Lara Carrillo nombre dado por mis padres en honor a un hermano de mi padre. Estudié mi primaria en la Escuela Normal de Varones hoy Escuela Normal Superior La Hacienda. De igual forma allí hice mi bachillerato graduándome en 1988 como Maestro- Bachiller. Soy pedagogo desde muy temprana edad gracias a esos estudios. Conté con la fortuna de servir a mi*

*país como soldado al año siguiente de graduado allí conocí muchas personas. Estudié licenciatura en Matemáticas y Física en la Universidad del Atlántico en jornada nocturna ya que en 1994 participé en un concurso para ingresar al magisterio ganándome ese honor. Me gradué en 1996 en la universidad del Atlántico como licenciado en Matemáticas y Física.*

*Ya tengo en el magisterio 22 años de servicio. Trabajo en la Escuela Normal Superior Hacienda desde 1998. De mis 44 años de vida son 29 años en la Escuela, se imaginarán el sentido de pertenencia hacia ella. Soy una persona con muchas cualidades, fortalezas, defectos y debilidades.*

*Entre mis cualidades soy muy amigüero y apasionado por la vida la cual disfruto cada día de los buenos momentos y aprendo de aquellos que considero que no son. La música, fortaleza total, agradezco a Dios el don que me dio: ser músico. Tocar instrumentos como piano, flauta, guitarra y bajo me llenan de orgullo personal.*

*Defectos tengo como todo ser humano los cuales pienso que es prioridad ir modelando dentro de mi personalidad el no controlar mi genio o ira y canalizarlo de manera positiva es una labor la cual debo trabajar más. Los sentimientos buenos o malos me hacen ser*

*una persona muy sentimental muy sensible y débil. Escuchar, mirar, vivir situaciones dolorosas me tocan fuertemente. Por lo tanto, en la medida en que pueda ayudar y tender la mano a otros para solucionar sus problemas y acompañarlos en sus momentos de crisis dispuestos y prestos estaré siempre.*

*Soy un ser creyente. Creo en Dios, creo con firmeza que soy uno de sus hijos predilectos. Aunque a veces parezca que no tomo en serio mi vida, que hago chistes de mi mismo y de los demás. Soy una persona generosa, amable, agradable, de buen humor, soy un mundo de valores, en conclusión, me considero una buena persona. Soy un hombre de familia. Amo estar con ellos y para ellos.*

*Trabajo para ser un buen ejemplo a seguir, quiero que se sientan orgullosos de mí. Me siento parte fundamental de mi familia, puesto que puedo crear momentos de alegrías, de ilusiones, de tristezas, de emociones.*

*La razón que me motivo estudiar la maestría es que me considero una persona luchadora, acepto los retos y me propongo retos. Me siento una persona con un concepto claro de lo que quiero en mi vida y aprender cosas nuevas, mejorar mi labor docente cada día.*

## **Introducción**

La lúdica para algunos autores es el arte de enseñar jugando una disciplina del saber valorándola o percibiéndola como un acto de satisfacción física, espiritual y mental. Tomando como base lo anotado se partió de la idea que se puede desarrollar los conceptos de sucesión y progresiones numéricas utilizando como estrategia la torre de Hanoi, la cual se define como un juego lógico matemático que desarrolla la habilidad estratégica para resolver problemas, es así que planteamos una propuesta vista desde el ámbito de la lúdica cuya finalidad es propiciar aprendizajes significativos en los estudiantes de grado noveno.

Esta propuesta de investigación tiene como base un enfoque cuantitativo con aspecto cuasi experimental la cual consiste en mejorar las habilidades de resolución de problemas en las sucesiones buscando la menor cantidad de pasos que se pueden utilizar para la organización de los discos de la torre de Hanoi bajo normas establecidas por las mismas torres de Hanoi.

Para esta innovación la torre de Hanoi se entiende como la articulación que nos permite utilizar la lúdica para fortalecer la habilidad en la resolución de problemas, se observa que la innovación presento gran interés en los estudiantes que participaron de las actividades.

## **2. Planteamiento y formulación del problema**

### **2.1 Diagnóstico**

El aprendizaje de las matemáticas requiere del estudiante una práctica innovadora en el trabajo lúdico ya que éste les representa pasión, deseos de investigar y sobre todo ganas de divertirse aprendiendo las matemáticas.

La estrategia de aprender jugando es una actividad generadora de placer que no se realiza con una finalidad exterior a ella, sino por sí misma. La lúdica según Bonilla (1998), se refiere a la necesidad del ser humano, de sentir, expresar, comunicar y producir emociones primarias (reír, gritar, llorar, gozar) emociones orientadas hacia la entretención, la diversión, el esparcimiento. La lúdica se asume aquí como una dimensión del desarrollo humano, esto es, como una parte constitutiva del hombre, tan importante como otras dimensiones históricamente más aceptadas: la cognitiva, la sexual, la comunicativa, entre otros (Bonilla, 1998).

Puede asegurarse, con base en lo expuesto, que la lúdica se expresa en actividades tan diferentes como el baile, el paseo, la observación de un partido de fútbol, el jumping (saltar al vacío desde un puente, atado a una cuerda elástica) o leer poesía.

En la Escuela Normal Superior La Hacienda, a finales de la década de los 90 se viene trabajando la potencialización de los Talentos, trabajo que se ha fortalecido a partir del año 2005 con la

aparición de los Centros de Interés, el cual le ha dado a la Escuela Normal muchos créditos a nivel nacional resaltado en buen nombre de la escuela por su trabajo e innovación.

A partir de esta fecha, los estudiantes fueron diferentes y a raíz de esas diferencias se generaron unos talentos innatos propios de cada uno de ellos, esos estudiantes con talentos científicos de dominio fácticos e investigativos se orientaron de tal manera que permitieron extraer su potencial de acuerdo a sus intereses matemáticos en este caso a través del juego. Esta innovación tenía como finalidad cultivar la afición de los estudiantes hacia la Matemática. Esta labor fue iniciada en los grados de sexto y séptimo, aunque se abrió un espacio en el grado noveno para que los estudiantes que mostraban sus intereses puedan desarrollar al máximo su inclinación hacia esta disciplina.

La continuación del centro de Interés de Olimpiadas Matemáticas, en el nivel de secundaria, planea no solamente preparar a los estudiantes en este saber, además propone su proyección en los diferentes eventos matemáticos que se realicen a nivel local, departamental y nacional. De igual forma, los fundamentos del centro van de la mano con los diferentes niveles de lectura, aplicados a la solución de problemas matemáticos, buscando el desarrollo de un nivel máximo de comprensión que permita la solución rápida y eficaz de los problemas.

El centro de interés de Matemáticas responderá a las expectativas de mejoramiento, capacitación académica para solución de problemas matemáticos, además de desarrollar la capacidad interpretativa, argumentativa y propositiva en los estudiantes que participaron en la innovación.

Siendo limitado este espacio en torno a que solo unos pocos estudiantes talentosos se apropian de la estrategia y la gran mayoría siguen sus clases de manera regular es por esto que surge la necesidad de generar un espacio de reflexión académico donde se pueda utilizar la estrategia en un grupo piloto de estudiantes escogidos al azar y ver que tanto impacto tiene dentro de ese proceso de enseñanza y aprendizaje.

Al aplicar las pruebas Supérate, Colombia aprende y olimpiadas regionales y nacionales se observó que las temáticas de sucesiones son aplicadas en toda y cada una de ellas no importa el tiempo el cual se aplica dicha prueba. Sabiendo que la temática de sucesiones y series en el plan o mapas curriculares se encuentran como unidad número 8, se decidió cambiar la ubicación de dicha unidad para ser una de las primeras y así poder aplicar una estrategia lúdica como es la torre de Hanoi para que los estudiantes aprendan jugando, dando opiniones sobre qué ocurre y así crear expectativas y dar solución a los hechos.

Prueba de esto en los resultados pruebas saber 2015, los alumnos de la escuela Normal Superior la Hacienda y en comparación a establecimientos que presentan un puntaje similar en el área y grado evaluado se evidencio que:

- a. Es fuerte en razonamiento y argumentación
- b. Débil en comunicación, representación y modelación
- c. Débil en planteamiento y resolución de problemas.

Y comparando los componentes con otros establecimientos que presentan un puntaje promedio similar a la Escuela Normal Superior La Hacienda se evidencio:

- a. Fuerte en el componente Numérico- variacional.
- b. Muy débil en el componente Geométrico – Métrico, representaciones y modelaciones.
- c. Fuerte en el componente aleatorio.

En el año 2014 no se pudo realizar la lectura de datos ya que esa sede-jornada no tienen reportes debido a que el establecimiento educativo no entregó el material identificado por sede-jornada, o porque se detectaron inconsistencias en la información de estudiantes matriculados en cada sede-jornada. Consulte los resultados del establecimiento educativo. (ISCE, 2014,2015).

## **2.2 Planteamiento del problema**

Los alumnos del grado noveno históricamente habían obtenido puntajes bajos en las pruebas saber en el área de matemáticas, sin embargo, en el año 2016 subieron 17 puntos en el total en dichas pruebas saber obteniendo 313 puntos.

Así, el balance de los tres niveles (primaria, secundaria y media) fue positivo según el ICSE (2016), ya que en los tres se presentaron aumentos en los puntajes generales en relación con los resultados del año anterior. De hecho, se trata de los puntajes más altos desde que se implementaron las pruebas por primera vez en 2009 (ISCE, 2016).

En años pasados al realizar las pruebas superate y otra pruebas a nivel regional y nacional que se realizaban en el primer semestre del año lectivo se noto que en las preguntas de las tematica de serie y sucesiones los estudiantes no sabian responder ya que dicha tematica estaba en el cronograma del plan de asignatuta para los ultimos capitulos. De ahí salio la propuesta de

innovacion con las torres de Hanoi como estrategia ludica en ese proceso de enseñanza aprendizaje en sucesiones y series.

### **2.3 Formulación del problema**

La problemática a nivel del desarrollo del pensamiento matemático en estos estudiantes, evidencia que en el pensamiento variacional en relación con la resolución de problema, la comunicación, modelación y representación a nivel de las pruebas saber es donde presentan mayor dificultad por lo que lleva a considerar la siguiente propuesta.

Lo anterior permitió formular la siguiente pregunta de investigación: ¿Cómo el uso de la Torre de Hanoí como estrategia lúdica, puede mejorar los procesos de aprendizaje de las series y sucesiones a través de la resolución de problemas?

### **3. Justificación**

La Relevancia de este proyecto se sustenta en el intento de resolver la dificultad que presentaron los estudiantes de noveno grado en la solución de problemas sobre series y sucesiones, teniendo en cuenta que la Torre de Hanoi es una estrategia innovadora que genera en los estudiantes confianza y estímulo para tratar el tema de las sucesiones y series.

La pertinencia del proyecto tiene relación con el énfasis de la maestría en Desarrollo del Pensamiento Matemático, ya que se incorpora a través de la torre de Hanoi como estrategia lúdica, elementos que permiten desarrollar procesos matemáticos que facilitan la comprensión, interpretación y desarrollo de las sucesiones y series con estudiantes de noveno grado.

La Viabilidad del proyecto se centra en los espacios que tanto la Universidad del Norte como la Escuela Normal Superior La hacienda, brindaron para que se llevara a cabo el proyecto. Es de anotar que la viabilidad se dio gracias a que la universidad asignó un tutor para la guía y asesoría del proyecto, al igual que la Escuela Normal que facilitó los espacios que se requirieron, facilitó los permisos para que se realizaran las actividades con los estudiantes y a los padres de familia por haber autorizado los permisos para que sus hijos en tiempo extra participaran de las actividades propias del proyecto.

## **4. Objetivos**

### **4.1 Objetivo general**

Analizar el impacto de la torre de Hanói como estrategia lúdica en la enseñanza aprendizaje de las series y sucesiones en la competencia de resolución de problemas.

### **4.2 Objetivos específicos**

4.2.1 Medir el impacto de la torre de Hanói como una estrategia en el aprendizaje de las series y sucesiones en los estudiantes de noveno grado.

4.2.2 Utilizar la lúdica como mediador pedagógico del aprendizaje de las matemáticas en estudiantes de noveno grado para la resolución de series y sucesiones

4.2.3 Desarrollar la competencia de la resolución de problemas bajo el enfoque de De Guzmán para fortalecer el pensamiento variacional.

## **5. Marco teórico:**

### **5.1 Marco disciplinar y pedagógico**

Este proyecto está sustentado teóricamente en un marco disciplinar y otro pedagógico. El primero está sustentado en las teorías de resolución de problemas que ha planteado De Guzmán que han servido de soporte a esta investigación y el segundo en el aporte pedagógico que como medio y herramienta pedagógica ofrece la Torre de Hanoi para que los estudiantes desarrollen los procesos de las sucesiones y series.

#### **5.1.1 Marco disciplinar**

El marco disciplinar está basado en los principios de resolución de problemas matemáticos de (De Guzmán, 2004), el cual plantea cuatro pasos que se describen a continuación.

Paso 1: Familiarizarse con el problema: Al comienzo, en la familiarización, debemos actuar sin prisas, pausadamente y con tranquilidad. Hay que tener una idea clara de los elementos que intervienen: datos, relaciones e incógnitas. Se trata de entender a fondo la situación, con tranquilidad, a tu ritmo. (Jugar con la situación, enmarcarla, perderle el miedo al problema, comprender los aspectos que envuelven a la situación problemática. Podríamos hacer preguntas sobre todo lo que conocemos en relación a la situación problemática, los datos que tenemos, observar situaciones concretas, rescatar las ideas previas sobre el tema, hacer una dinámica para motivar o despertar el interés sobre el tema, etc.)

Paso 2: Buscar estrategias: Una vez que se ha entendido el problema pasamos a buscar estrategias que nos permitan resolverlo. Apuntamos las ideas que nos surgen relacionadas con el problema. Se puede formular hipótesis, graficar, hacer esquemas. El docente deberá generar las preguntas o esquemas necesarios para la determinación de estrategias. (Los niños buscarán las estrategias necesarias para resolverla, deben pensar cuál es el procedimiento a aplicar que les dará el resultado de dicha operación.)

Paso 3: Tras acumular varias estrategias llevamos a cabo la escogida, con confianza y sin prisas. Si no acertamos con el camino correcto volvemos a la fase anterior y reiniciamos el trabajo. Los niños ponen en marcha las estrategias y realizan las operaciones. Aplican las que consideran necesarias para resolver la situación problemática. Posteriormente, la docente orientará a los niños a leer nuevamente las situaciones que se plantearon en el problema, a que verifiquen la incógnita, recuerden los pasos alternativos para resolver problemas e intenten resolverlos paso a paso, con diferentes estrategias, si surge un error lo verifican entre todos y buscan otro camino.

Paso 4: Revisar el proceso y sus consecuencias: Al llegar a la solución queda la fase más importante, revisión del proceso extraer consecuencias de él. Debemos reflexionar sobre el camino seguido, si podemos extender estas ideas a otras situaciones. Tratar de llevar a cabo el modelo anterior en los problemas posteriores. Una vez que se hayan terminado de resolver las situaciones problemáticas, las volvemos a revisar y pensamos qué hicimos para llegar a este resultado. Algunas preguntas que se pueden hacer: -¿Qué hicieron para lograr el resultado del problema? -¿Hemos resuelto las situaciones problemáticas? -¿Cuál fue el primer paso? ¿Son

correctos los pasos realizados? -¿Por qué utilizamos esa operación? -¿Cómo supimos los pasos que teníamos que seguir para resolver los problemas? -¿A qué conclusiones llegamos? -¿Recuerdan cómo hicimos para iniciar la resolución del problema? -¿Todos utilizamos las mismas estrategias para resolverlo? -¿En qué momentos de la vida cotidiana podemos seguir estos mismos procedimientos o pasos? -¿Para qué otras situaciones similares nos pueden ser de utilidad?

El marco disciplinar también está enfocado en el desarrollo de los conceptos de sucesiones y series basándonos en la metodología de De Guzmán(2004) en la resolución de problemas.

### **5.1.2 Marco pedagógico**

El marco pedagógico contempla aquellos espacios de entendimiento entre la diversidad de mentalidades educativas para establecer un conjunto de indicadores y propuestas que sirven de referencia para el desarrollo de las competencias clave con valores en acción y emociones positivas con las que se desarrolla el propio proyecto de vida con autonomía personal y responsabilidad social dentro de un contexto democrático como es el de la Escuela Normal la Hacienda.

Es un plan para dirigir un asunto. Una estrategia se compone de una serie de acciones planificadas que ayudan a tomar decisiones a conseguir los mejores resultados posibles. La estrategia está orientada a alcanzar un objetivo siguiendo una pauta de actuación. Una estrategia comprende una serie de tácticas que son medidas más concretas para conseguir uno o varios objetivos.

En el área de la educación se habla de estrategia de enseñanza y aprendizaje para referirse al conjunto de técnicas que ayudan a mejorar el proceso educativo. Por ejemplo se puede hablar de estrategias de educación del contenido para hablar de una forma de actuar frente a una tarea utilizando diferentes técnicas como subrayar, resumir o realizar esquemas.

Bajo este marco pedagógico se desarrolla una estrategia de aprendizaje que se compone de una serie de acciones planificadas que ayudan a tomar decisiones a conseguir los mejores resultados posibles. La estrategia está orientada a alcanzar un objetivo siguiendo una pauta de actuación como son los cuatro pasos que propone de Guzmán en la resolución de problemas y que comprende una serie de tácticas que son medidas más concretas para conseguir uno o varios objetivos. En el área de la educación se habla de estrategia de enseñanza y aprendizaje para referirse al conjunto de técnicas que ayudan a mejorar el proceso educativo. Por ejemplo se puede hablar de estrategias de educación del contenido para hablar de una forma de actuar frente a una tarea utilizando diferentes técnicas como subrayar, resumir o realizar esquemas.

La Torre de Hanoi es un juego matemático inventado en 1883 por el matemático francés Édouard Lucas que en 1883 publicó el problema bajo el seudónimo de N. Claus de Siam que después tomó el nombre de torres de Hanoi. Este juego de mesa solitario consiste en un número de discos de radio creciente que se apilan insertándose en una de las tres estacas de un tablero. El objetivo del juego es crear la pila en otra de las estacas siguiendo ciertas reglas. El problema es muy conocido en la ciencia de la computación y aparece en muchos libros de texto como introducción a la teoría de algoritmos.

## 5.2 Marco conceptual

Los conceptos que se utilizaron en esta investigación fueron los siguientes:

**Lúdica:** Es el medio por medio del cual los estudiantes interaccionan con la Torre de Hanoi, a través de la resolución de problemas matemáticos.

**Estrategia:** Es la forma de llegar a resolver de manera rápida y precisa una situación relacionada con un problema de variabilidad.

**Resolución de problemas:** Consiste en enfrentarse a una situación para buscar una solución a una situación particular.

**Torre de Hanoi:** Es una estrategia de aprendizaje para resolver problemas de variabilidad.

**Pensamiento variación:** Son los procesos de pensamiento matemático ligados al álgebra, las funciones y el cálculo.

**Sucesiones y series:** Conjunto de números ordenados que obedecen a ciertas leyes o reglas.

## 5.3 Marco Legal.

La Constitución Política de Colombia (1991), en su artículo 57, establece: “Todo colombiano tiene derecho a recibir una educación de calidad, enfocada hacia una formación integral donde el estudiante es partícipe en la construcción su realidad”. Teniendo en cuenta la normatividad vigente para la educación en Colombia que contempla entre los parámetros de macro currículo,

estructura y función educativa adicionalmente los referentes curriculares con son los Estándares Básicos de Competencias, Los derechos básicos de Aprendizaje y las matrices de referencias de las pruebas estandarizadas en Colombia se puede establecer los siguientes preceptos legales:

El pensamiento variacional según el Ministerio de Educación Nacional trata algunos de los procesos generales como Formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, de las otras ciencias y de las matemáticas mismas. Además de utilizar diferentes registros de representación o sistemas de notación simbólica para crear, expresar y representar ideas matemáticas, para utilizar y transformar dichas representaciones. Así como utilizar la argumentación, la prueba y la refutación, el ejemplo y el contraejemplo, como medios para validar y rechazar conjeturas, y avanzar en el camino hacia la demostración para dominar procedimientos y algoritmos matemáticos y conocer cómo, cuándo y por qué usarlos de manera flexible y eficaz, con lo cual se vincula la habilidad procedimental con la comprensión conceptual que fundamenta esos procedimientos (MEN, 1998; 2006).

Entre los procesos generales que busca el sistema a nivel nacional como resolución y planteamiento de problemas, modelación, razonamiento, comunicación, elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos se ha hecho necesario realizar estrategias para que los estudiantes logren interiorizar ese pensamiento.

Por su parte, los lineamientos curriculares de matemáticas, establecidos por el Ministerio de Educación Nacional, consideran que: “El pensamiento variacional es un tipo de pensamiento que tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la

variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos. Uno de los propósitos de cultivar el pensamiento variacional es construir desde la Educación Básica Primaria distintos caminos y acercamientos significativos para la comprensión y uso de los conceptos y procedimientos de las funciones y sus sistemas analíticos, para el aprendizaje con sentido del cálculo numérico y algebraico y, en la Educación Media, del cálculo diferencial e integral.

Este pensamiento cumple un papel preponderante en la resolución de problemas sustentados en el estudio de la variación y el cambio, y en la modelación de procesos de la vida cotidiana, las ciencias naturales y sociales y las matemáticas mismas. El pensamiento variacional se desarrolla en estrecha relación con los otros tipos de pensamiento matemático (el numérico, el espacial, el de medida o métrico y el aleatorio o probabilístico) y con otros tipos de pensamiento más propios de otras ciencias, en especial a través del proceso de modelación de procesos y situaciones naturales y sociales por medio de modelos matemáticos. En particular la relación con otros pensamientos aparece con mucha frecuencia, porque la variación y el cambio, aunque se representan usualmente por medio de sistemas algebraicos y analíticos, requieren de conceptos y procedimientos relacionados con distintos sistemas numéricos (en particular, del sistema de los números reales, fundamentales en la construcción de las funciones de variable real), geométricos, de medidas y de datos y porque todos estos sistemas, a su vez, pueden presentarse en forma estática o en forma dinámica y variacional. El desarrollo de este pensamiento se inicia con el estudio de regularidades y la detección de los criterios que rigen esas regularidades o las reglas de formación para identificar el patrón que se repite periódicamente.

Las regularidades (entendidas como unidades de repetición) se encuentran en sucesiones o secuencias que presentan objetos, sucesos, formas o sonidos, uno detrás de otro en un orden fijado o de acuerdo a un patrón. De esta manera, la unidad que se repite con regularidad da lugar a un patrón. Al identificar en qué se parecen y en qué se diferencian los términos de estas sucesiones o secuencias, se desarrolla la capacidad para identificar en qué consiste la repetición de mismo patrón y la capacidad para reproducirlo por medio de un cierto procedimiento, algoritmo o fórmula”.

Los estándares de matemáticas consideran: “Que al estudiante hay que ayudarlo a conocer y reconocer procesos de cambio, concepto de variable, el álgebra como sistema de representación y descripción de fenómenos de variación y cambio; también se ponen en práctica modelos matemáticos y relaciones y funciones con sus correspondientes propiedades y representaciones gráficas. Así mismo a partir de un caso particular, llego a una conclusión general (inducción) para verificar conjeturas; lo expreso en un lenguaje algebraico”.

Los Derechos Básicos del Aprendizaje de Matemáticas, en el inciso 15 dice que: “El estudiante resuelve problemas utilizando principios básicos de conteo (multiplicación y suma)”

## **6. Metodología e Innovación**

### **6.1. Enfoque de investigación**

Esta investigación es de tipo cuantitativo, puesto que busca determinar, mediante la aplicación de un pretest -posttest y el uso de sus promedios aritméticos, si los estudiantes mejoraron o no con el uso de la Torre de Hanoi como estrategia de aprendizaje de las series y sucesiones en un grupo de estudiantes de noveno grado en la Escuela Normal Superior la Hacienda de Barranquilla, Hernández, Fernández y Baptista (2006:5)

### **6.2. Diseño**

Para la realización de la presente innovación se utilizó un diseño cuasi-experimental de medición con pretest y posttest antes y después, con dos grupos: uno experimental y otro de control: el primero intervenido con la estrategia lúdica de la torre de Hanói y el segundo intervenido con clases regulares. En esta investigación se realizó un diagnóstico para determinar los conceptos y el nivel de conocimiento en las temáticas de las series y las sucesiones que manejaban los estudiantes.

En este momento los estudiantes empezaron a familiarizarse con la situación problema ( Paso 1 de De Guzmán) jugando con la situación, perdiéndole el miedo al problema con ayuda de preguntas meidadas.

Una vez se obtuvo la información, se seleccionó la muestra para ambos grupos experimental y control, Acorde con el siguiente esquema que se muestra en la siguiente tabla:

*Tabla 1: Muestra de grupos (experimental y control)*

<b>Grupo</b>	<b>Asignación</b>	<b>Medición antes</b>	<b>Aplicación</b>	<b>Medición después</b>
GE	Intencional	PTE1	X1	PTE2
GC	Intencional	PTC1	X2	PTC2

*Fuente: Adaptado de: Hernández, Fernández y Baptista (2006)*

**Convenciones:**

**GE:** Grupo experimental intervenido con Hanói.

**GC:** Grupo control sin Hanói.

**PTE1:** Medición antes de intervenir con HANOI al grupo GE.

**PTE2:** Medición después de intervenir con HANOI al grupo GE.

**PTC1:** Medición antes de intervenir sin HANOI al grupo GC.

**PTC2 :** Medición después de intervenir sin HANOI al grupo GC.

**X1:** HANOI

**X2:** SIN HANOI.

### **6.3 Población y/o participantes**

#### **Sujetos**

Se trabajó con 2 grupos de estudiantes cada uno con 30 integrantes del grado Noveno de la Escuela Normal Superior la Hacienda en la ciudad de Barranquilla, con edades entre los 13 y 15 años, de estrato socio-económico 2 al 4.

### **6.4 Muestra**

La muestra estuvo conformada por jóvenes de noveno grado, los cuales fueron escogidos mediante la técnica “Muestreo intencional no probabilístico”. (Hernández, Fernández, & Baptista, 2006), afirman:

“En las muestras no probabilísticas, la elección de los elementos no depende de la probabilidad, sino de causas relacionadas con las características de la investigación o de quien hace la muestra”. (Hernández, Fernández, & Baptista, 2006)

### **6.5. Técnicas**

Para la recolección de la información que permita alcanzar los objetivos propuestos, se identificaron y definieron las siguientes técnicas:

**6.5.1 Encuesta:** Es la técnica cuantitativa más utilizada para la obtención de información primaria, entre los diferentes tipos de encuesta se escogió para esta investigación la encuesta personal en donde “Existe un contacto directo entre el entrevistador y el entrevistado” (Hernández, Fernández, & Baptista, 2006)

## 6.5.2 Instrumentos

De acuerdo a las técnicas establecidas para la presente investigación, los instrumentos implementados fueron los siguientes:

Pretest y postest de preguntas cerradas. Consistió en dos cuestionarios el primero correspondiente a determinar el nivel de conocimientos de la temática de las series y las progresiones en los estudiantes de los grupos experimental y control antes y después de ser intervenidos con la innovación de la torre de Hanoi.

## **7 PROCEDIMIENTO**

El trabajo de investigación está organizado en diez fases a continuación relacionadas:

FASE I Estructuración del proyecto de investigación: sus aspectos teóricos y metodológicos.

FASE II Diseño y validación de cuestionarios pretest y postest. (Ver anexo)

FASE III Aplicación del cuestionario pretest a los estudiantes de la muestra para garantizar la homogeneidad de ésta al ser seleccionada.

FASE IV Selección de la muestra a conveniencia de los investigadores y aplicación de la estrategia de innovación.

FASE V Aplicación del postest para la recolección de la medición y/o información de los grupos intervenidos. (Ver anexos)

### **7.1. Contexto de Aplicación:**

En este momento de la aplicación de la innovación empezamos el paso 2 de De Guzmán formulando hipótesis y haciendo esquemas y/o tabulaciones que permitan buscar solución a dicho problema.

Se trabajó con dos grupos académicos cada uno de 30 estudiantes del grado Noveno con edades entre los 13 y 15 años de la Escuela Normal Superior la Hacienda en la ciudad de Barranquilla, en el área de matemáticas en la temática de las series y sucesiones. La innovación fue aplicada en

los salones de clase mientras que el pretest y posttest en el punto vive digital de la escuela Normal superior La Hacienda

## **7.2. Planeación de la innovación:**

Teniendo en cuenta que la propuesta de innovación tuvo como meta principal analizar el impacto de la torre de Hanói como estrategia metodológica en la enseñanza aprendizaje de las series y sucesiones en la competencia de resolución de problemas y ampliar una de las finalidades de la educación la cual hace parte de la formación o educación en el campo del saber matemático tomando como base los estándares básicos de competencias de los grado 8 y 9, siendo más precisos, resolver problemas y la simplificación de cálculos usando propiedades y relaciones de los números reales, las relaciones y operaciones entre ellas, se implementa la lúdica como estrategia de aprendizaje utilizando la torre de Hanói en la enseñanza de las series y sucesiones a través de actividades donde cada uno de los estudiantes se apropia del conocimiento jugando en forma divertida con sus compañeros de aula. Por otro lado, el ambiente escolar desde este punto de vista deja de ser rigurosa para tomar un matiz de mayor participación en la construcción del conocimiento, se tomó como recurso primordial la actitud de cada uno de los docentes frente al desarrollo de la innovación tratando de incorporar las mismas en los diferentes contextos académicos, como toda innovación requiere ser evaluada tomamos como base que la misma debe ser formativa para generar mayor comodidad a los participantes del proyecto.

Tabla 2 Cronograma

TIEMPO \ ESPACIO	AÑO 2016 - 2017							
	SEPT	OCTU	NOVI	ENERO	FEBRERO	MARZO	ABRIL	MAYO
Formulación del proyecto								
Elaboración del proyecto								
Aplicación de encuesta a docentes								
Organización de los resultados								
Implementación del proyecto								
Recolección de datos								
Procesamiento de datos								
Análisis de resultado								
Elaboración de informe de investigación								

**7.3 Evidencias de la Aplicación parcial o total de la propuesta de innovación:**

Para dar cumplimiento a la ley del honor y ley de protección de datos se le pidió primeramente permiso a la institución educativa Escuela Normal Superior La Hacienda sitio donde se tomarían los datos, posteriormente a los padres de familia de los niños que se les aplicaría la innovación. Los tiempos fueron manejados de manera diferente al plan de asignatura ya que esa temática debería darse según la programación en el capítulo 7 lo cual lo aplicamos como 2 capítulo en los meses de febrero-marzo del 2017. Todo estudiante al aplicar una metodología diferente se sentirá motivado, ese caso ocurrió al aplicar la innovación con las torres de Hanói, el nivel de

participación fue total trabajando colaborativo, aportando con entusiasmo cada momento de la actividad.

Aquí empezamos el paso 3 de De Guzmán donde llevamos a cabo la estrategia escogida verificando varias veces si por algún motivo no acertamos el camino correcto volvemos a la fase anterior.

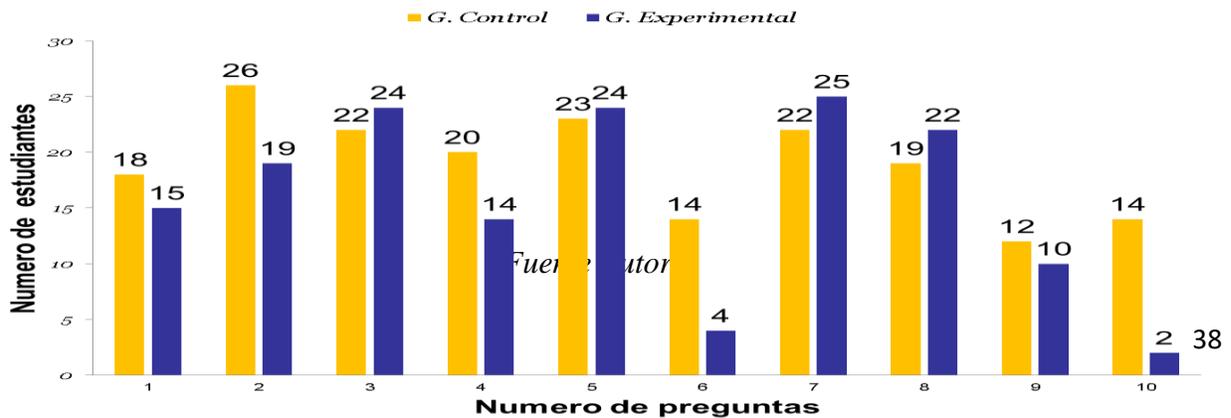
## 8 Resultados

**Tabla 3: Resultados Pre test**

### Resultados pre test

Preguntas	Clave	Grupo control	Grupo Experimental
Al hallar la suma de los 20 primeros números pares obtenemos	420	18	15
El primer termino de una progresión es 3 y el ultimo termino es 21, cuantos términos cree usted que tiene la progresión	7	26	19
En una progresión aritmética cada termino aumenta de 4 en 4, teniendo en cuenta esta condición y conociendo que el primer termino es 5 el valor del quinto termino es	21	22	24
En una progresión el tercer termino es 14, y otro términos de la progresión es 46, sabiendo que cada termino aumenta de 4 en 4, que lugar ocupa el termino 46	11	20	14
Si los términos de una progresión son 4. 10. 16. . . , se puede afirmar que cada término de la progresión se obtiene sumando un numero real al termino anterior, dicho numero es	6	23	24
Un tipo de bacterias se reproduce por bipartición cada cuarto de hora, al transcurrir 6 horas cual será el numero de bacterias	8388608	14	4
Los términos de una progresión son 3:9:27...se puede afirmar que cada termino se obtiene al aplicar una de las cuatro operaciones básicas, la mas apropiada es	Multiplicación	22	25
Los términos de la progresión 7:28:112... cada termino de la progresión se obtiene al multiplicar cada termino por el número	4	19	22
Si en una progresión el primer término es 5 y el séptimo término es 120, ¿Por cuál número se multiplica cada término para obtener el siguiente?	2	12	10
La forma general para escribir la progresión 1: 2: 9: 16 ... es:	Fuente: Autores	14	2

**Tabla 4 Estadística Pre Test**

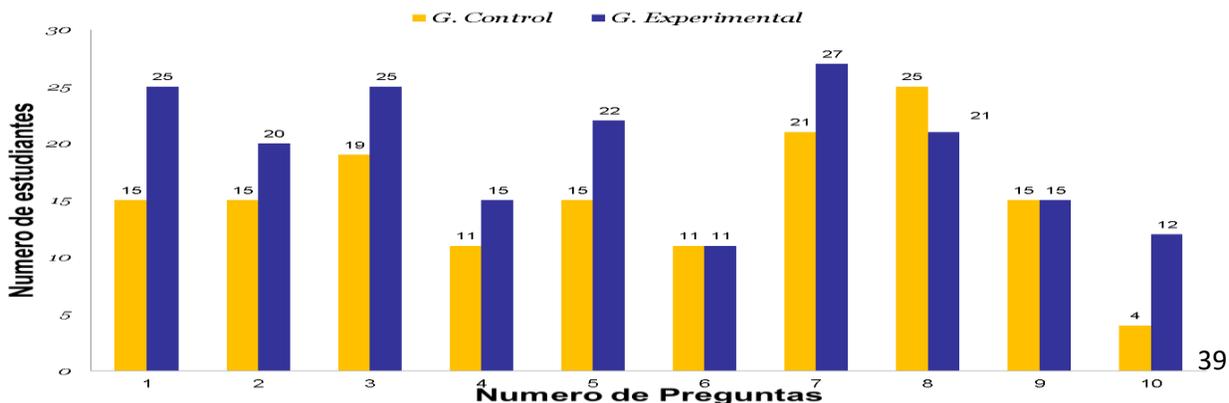


Al aplicar a los estudiantes el pre test para desarrollar la innovación de la lúdica “la torre de Hanoi como estrategia de enseñanza y aprendizaje de las series y sucesiones se notó que los resultados de los dos grupos (experimental y control) muestran en promedio los mismos resultados.

Tabla 5 Resultados Post Test

### Resultados post test

Preguntas	Clave	Grupo control	Grupo Experimental
Al hallar la suma de los 20 primeros números pares obtenemos	420	15	25
El primer término de una progresión es 3 y el último término es 21, cuantos términos cree usted que tiene la progresión	7	15	20
En una progresión aritmética cada término aumenta de 4 en 4, teniendo en cuenta esta condición y conociendo que el primer término es 5 el valor del quinto término es	21	19	25
En una progresión el tercer término es 14, y otro término de la progresión es 46, sabiendo que cada término aumenta de 4 en 4, que lugar ocupa el término 46	11	11	15
Si los términos de una progresión son 4. 10. 16... se puede afirmar que cada término de la progresión se obtiene sumando un número real al término anterior, dicho número es	6	15	22
Un tipo de bacterias se reproduce por bipartición cada cuarto de hora, al transcurrir 6 horas cual será el número de bacterias	8388608	11	11
Los términos de una progresión son 3:9:27...se puede afirmar que cada término se obtiene al aplicar una de las cuatro operaciones básicas, la más apropiada es	Multiplicación	21	27
Los términos de la progresión 7:28:112... cada término de la progresión se obtiene al multiplicar cada término por el número	4	25	21
Si en una progresión el primer término es 5 y el séptimo término es 120, ¿Por cuál número se multiplica cada término para obtener el siguiente?	2	15	15
La forma general para escribir la progresión 1: 2: 9: 16 ... es:	$n^2$	4	12



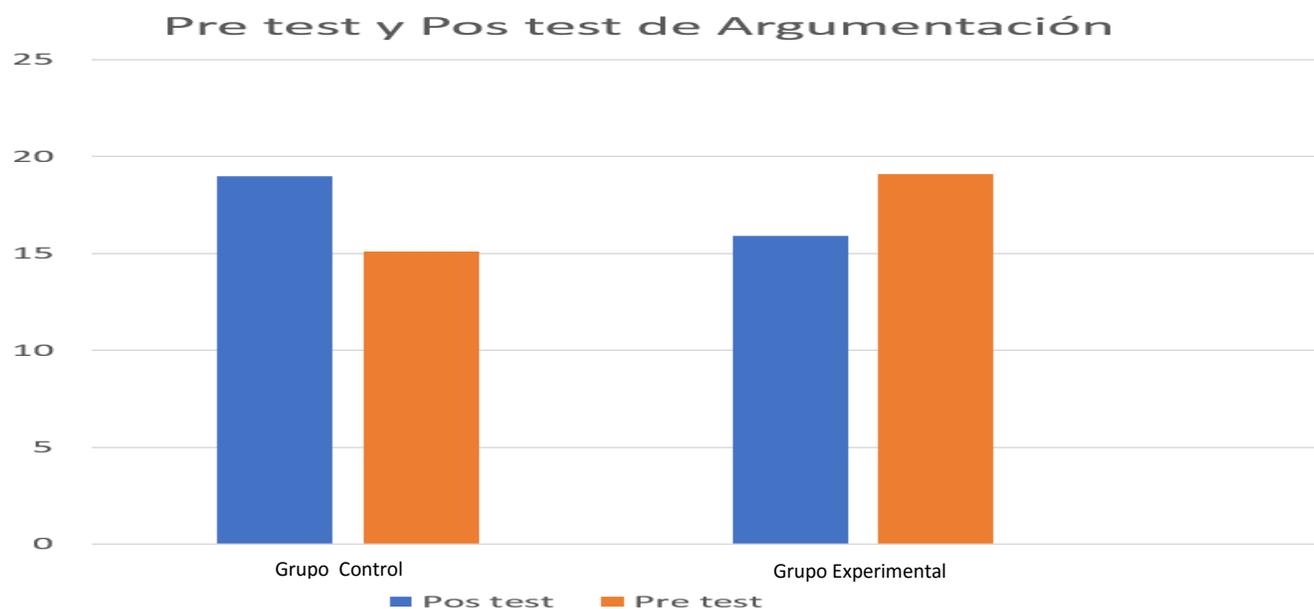
*Fuente Autores*

Al aplicar el pos test después de haber desarrollado la innovación se notó que los estudiantes del grupo experimental poseen mejores resultados para resolver problemas de series y sucesiones en comparación con el grupo control.

*Tabla 7 Pre test vs Post test*

	RCC		RCE		RCC		RCE		DC	DE
Preg	Control	%	Experimental	%	Control	%	Experimental	%	Control	Experimental
1	18	62,07	15	51,72	15	51,72	25	86,21	-10,34	34,48
2	26	89,66	19	65,52	15	51,72	20	68,97	-37,93	3,45
3	22	75,86	24	82,76	19	65,52	25	86,21	-10,34	3,45
4	20	68,97	14	48,28	11	37,93	15	51,72	-31,03	3,45
5	23	79,31	24	82,76	15	51,72	22	75,86	-27,59	-6,90
6	14	48,28	4	13,79	11	37,93	11	37,93	-10,34	24,14
7	22	75,86	25	86,21	21	72,41	27	93,10	-3,45	6,90
8	19	65,52	22	75,86	25	86,21	25	86,21	20,69	10,34
9	12	41,38	10	34,48	15	51,72	15	51,72	10,34	17,24
10	14	48,28	2	6,90	4	13,79	12	41,38	-34,48	34,48

-13,45                      13,10



Al realizar el comparativo del pre test y pos test de cada uno de los grupos se observó que el grupo experimental mejoro en sus resultados mientras que el grupo control desmejoro, esto permite concluir que la torre de Hanoi se puede utilizar como herramienta de aprendizaje en forma asertiva para desarrollar los conceptos de sucesiones y progresiones.

*Fuente Autores*

RCC= Respuesta correcta grupo control

RCE= Respuesta correcta grupo experimental

DC= Diferencia grupo control postest vs pretest

DE= Diferencia grupo experimental postest vs pretest

Tomando como base los resultados del pre test, de los grupos (experimental y control) se pudo observar que los resultados son muy homogéneos (anexo 3), se notó que poseen debilidades en los conceptos básicos de sucesiones numéricas y por ende para plantear soluciones a situaciones problémicas, después de aplicar la innovación y utilizando como herramienta de aprendizaje la torre de Hanoi, notamos gran diferencia en los resultados obtenidos en el postest, (anexo 5), se pudo observar que los resultados del grupo experimental en comparación con el grupo control es significativo observamos que la representación gráfica de los resultados es bastante atractiva, los resultados del mismo fueron en todo momento sobresalientes en comparación con el grupo control, si comparamos los resultados del pos test y pre test del grupo experimental (anexo 3 y 5) podemos afirmar que los avances son significativos permitiéndonos asegurar la pertinencia de la utilización de la torre de Hanoi como herramienta metodológica en el aprendizaje de las series y sucesiones numéricas.

En esta sesión aplicamos el paso 4 donde revisan el proceso y sus consecuencias retroalimentando paso a paso aplicado de De Guzmán desde el inicio utilizando las mismas estrategias y por medio de preguntas mediadas como lo podremos utilizar en la vida cotidiana.

## **9 Reflexión sobre la práctica realizada:**

Tomando como objetivo principal el desarrollo de las competencias en la resolución de problemas podemos afirmar que por medio de “ la utilización de las torres de Hanoi como estrategia lúdica en el desarrollo de competencias” se logró que los estudiantes de la escuela Normal La Hacienda de la ciudad de Barranquilla se apropiaran de pautas coherentes para plantear soluciones a problemas numéricos donde se involucra el concepto de sucesiones y progresiones, capaces de identificar las condiciones para que una serie sea considerada una sucesión y su clasificación dentro de diferentes contextos.

Se logró vigorizar destrezas para identificar o diferenciar sucesiones aritméticas de la geométrica mejorando resultados frente a las evaluaciones estatales tomando como referencia que es una de los indicadores de evaluación en dichas pruebas. El solo hecho de pensar en una innovación que rompa el paradigma de aprendizaje tradicional fue uno de los mayores obstáculos para la implementación y desarrollo de la innovación pedagógica, no es fácil cambiar los parámetros conceptuales que tiene la escuela y los discentes sobre el quehacer pedagógico, nuestra población estudiantil ha dado un salto en la educación de ser agentes inertes para ser participantes activos dentro de su proceso aprendizaje y que mejor herramienta que sumergirnos en el mundo de la lúdica para poder generar intereses de aprendizaje y cambio de actitud frente al desarrollo de nuestro compromiso como educadores.

## 10 Conclusiones

- La moda de cada uno del conjunto de datos concuerda con las opciones correctas, lo cual nos afirma que los estudiantes del grupo experimental desarrollaron de manera más apropiada la habilidad para resolver una situación problemita
- Podemos afirmar que la herramienta (la torre de Hanoi) son apropiadas en el uso de la enseñanza de los conceptos de series y progresiones, ya que el grupo experimental obtuvieron un 13 % de avance del, posttest con respecto al pretest.
- Podemos afirmar que los estudiantes del grupo experimental poseen mayor habilidad para reconocer sucesiones y progresiones numéricas en un promedio de un 13% después de haber aplicado la innovación.
- Se desarrollaron conceptos matemáticos en forma oral aplicando la innovación y utilizando como herramienta la lúdica la Torre de Hanoi bajo la orientación apropiada de los docentes.
- Se observó que los avances del grupo experimental están por encima del grupo control en un promedio de 26%
- Se observó que usando los pasos de De Guzman con mediaciones claras sobre el desarrollo de todas las actividades en la innovación permito que los estudiantes grupo experimental estuvieran por encima después del posttest al finalizar el proceso.

## **11 Recomendaciones**

Al trabajar un proyecto de innovación siempre se desea que existan unos resultados para una mejora del mismo en términos del contexto para futuras aplicaciones de la propuesta es necesario utilizar mesas de trabajo que faciliten la utilización de los elementos de la torre de Hanoi de mejor forma y a su vez permita un trabajo cooperativo más eficaz.

La institución donde se aplicará la estrategia debe contar con el material didáctico suficiente como son material físico de las torres de Hanoi para poder reducir los tiempos en que la estrategia va a ser utilizada dentro del proceso de enseñanza – aprendizaje.

Es importante promover el uso de esta innovación como coadyuvante a investigación de prácticas de aula en pro de mejorar los aprendizajes de los estudiantes.

## 12 Bibliografía:

BONILLA, CARLOS (1998) *Aproximación del concepto de lúdica y ludopatía*, Funlibre

DE GUZMAN, MIGUEL (2004) *Como hablar, demostrar y resolver en matemáticas*. España, Anaya ISBN: 9788466726139

DE GUZMAN, MIGUEL (1990) *Ciencia, técnica y naturaleza*, España, I.S.B.N.: 978-84-368-0554-3

.HERNANDEZ, C; FERNANDEZ, C; & BAPTISTA, P. (2006). *Metodología de la investigación*. México: MacGraw Hill.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL *Ley General de Educación 115 de 1994*.

Disponibleen:[http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-85906\\_archivo\\_pdf.pdf](http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf)

MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL, *Decreto 1860/94* .Disponible en:[http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-86240\\_archivo\\_pdf.pdf](http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-86240_archivo_pdf.pdf)

MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL. *Estándares básicos de competencias matemáticas* grados 8° y 9° .Disponibleen:[http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-340021\\_recurso\\_1.pdf](http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf)

MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL, *Derechos Básicos de Aprendizaje*.

[http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-349446\\_m\\_g8.pdf](http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-349446_m_g8.pdf)

## 13. Anexos: Colección de Evidencias

### Anexo 1

## POSTEST GRUPO CONTROL

Una sucesión se define como un arreglo de números que posee un orden específico, con base a lo anterior responde.

Al hallar la suma de los 20 primeros números pares obtenemos

En una progresión aritmética cada término aumenta de 4 en 4, teniendo en cuenta esta condición y conociendo que el primer término es 5 el valor del quinto término es

En una progresión el tercer término es 14, y otro término de la progresión es 46, sabiendo que cada término aumenta de 4 en 4, que lugar ocupa el término 46

Si los términos de una progresión son 4. 10. 16. . . , se puede afirmar que cada término de la progresión se obtiene sumando un número real al término anterior, dicho número es

Un tipo de bacterias se reproduce por bipartición cada cuarto de hora, al transcurrir 6 horas cuál será el número de bacterias

Los términos de una progresión son 3:9:27...se puede afirmar que cada término se obtiene al aplicar una de las cuatro operaciones básicas, la más apropiada es

Los términos de la progresión 7:28:112... cada término de la progresión se obtiene al multiplicar cada término por el número

Si en una progresión el primer término es 5 y el séptimo término es 120, ¿Por cuál número se multiplica cada término para obtener el siguiente?

La forma general para escribir la progresión 1: 2: 9: 16 ... es:

El primer término de una progresión es 3 y el último término es 21, cuántos términos cree usted que tiene la progresión

**Anexo 2** Estudiantes de noveno grado trabajando con la Torre de Hanoí para diferentes discos





Anexo 3 Consentimiento padres de familia trabajo innovación

**CONSENTIMIENTO INFORMADO  
PADRES O ACUDIENTES DE ESTUDIANTES**

Institución Educativa Escuela Normal Superior La Hacienda  
Código CAHE 108001001821 Municipio Barranquilla  
Docente evaluado Alex Jose Vanegas Lopez CCCE 72.252.749

Yo Rosmira Vega Aldona  
yo \_\_\_\_\_  
yo \_\_\_\_\_ mayor de edad.

madre  padre  acudiente o  representante legal del estudiante de 12 años de edad, he (hemos) sido informado(s) acerca de la grabación del video de práctica educativa, el cual se requiere para que el docente de mi hijo(a) participe en la Evaluación de Carácter Diagnóstico Formativo (ECDIF) que realiza el Ministerio de Educación Nacional.

Luego de haber sido informado(s) sobre las condiciones de la participación de mi (nuestro) hijo(a) en la grabación, resuelto todas las inquietudes y comprendido en su totalidad la información sobre esta actividad, entiendo (entendemos) que:

- La participación de mi (nuestro) hijo(a) en este video o los resultados obtenidos por el docente en la ECDIF no tendrán repercusiones o consecuencias en sus actividades escolares, evaluaciones o calificaciones en el curso.
- La participación de mi (nuestro) hijo(a) en el video no generará ningún gasto, ni recibiremos remuneración alguna por su participación.
- No habrá ninguna sanción para mi (nuestro) hijo(a) en caso de que no autoricemos su participación.
- La identidad de mi (nuestro) hijo(a) no será publicada y las imágenes y sonidos registrados durante la grabación se utilizarán únicamente para los propósitos de la ECDIF y como evidencia de la práctica educativa del docente.
- Las entidades a cargo de realizar la ECDIF y el docente evaluado garantizarán la protección de las imágenes de mi (nuestro) hijo(a) y el uso de las mismas, de acuerdo con la normatividad vigente, durante y posteriormente al proceso de evaluación del docente.

Atendiendo a la normatividad vigente sobre consentimientos informados, y de forma consciente y voluntaria

SÍ DOY (DAMOS) EL CONSENTIMIENTO       NO DOY (DAMOS) EL CONSENTIMIENTO

para la participación de mi (nuestro) hijo (a) en la grabación del video de práctica educativa del docente en las instalaciones de la Institución Educativa donde estudia

Lugar y fecha Barranquilla, 16 de Feb/2016

Rosmira Vega A  
FIRMA MADRE  
CC/CE 32882712

[Firma]  
FIRMA PADRE  
CC/CE 8746.829

[Firma]  
FIRMA ACUDIENTE O REPRESENTANTE LEGAL  
CC/CE 8.746.829

ALINEACIÓN CURRICULAR

IED: ESCUELA NORMAL SUPERIOR LA HACIENDA

Temática : SERIES Y SUCESIONES.

NIVEL:	BASICA SECUNDARIA	GRADO:	9	ÁREA DISCIPLINAR:	MATEMATICA S	ASIGNATURA:	MATEMATICAS
--------	----------------------	--------	---	-------------------	-----------------	-------------	-------------

Con base en el anexo #3.2 (*Revisemos la Alineación constructiva*) desarrollada en la sesión anterior, cada docente seleccionará del anexo en mención un aprendizaje (Matriz de referencia), un Estándar Básico de competencia (EBC) y el respectivo Derecho Básico de Aprendizaje (DBA) etc.

REFERENTES CURRICULARES

<p style="text-align: center;"><b>APRENDIZAJES</b></p> <p>(Contenidos en la matriz de referencia, en el caso de que el grado no tenga esto a su disposición, dejar en blanco esta casilla).</p>	<p style="text-align: center;"><b>ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS</b></p> <p style="text-align: center;">(EBC)</p>	<p style="text-align: center;"><b>DERECHOS BÁSICOS DE APRENDIZAJES</b></p> <p style="text-align: center;">(DBA)</p>
<p>Usar y relacionar diferentes representaciones para modelar situaciones de variación.</p>	<p>so procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas.</p> <p>entificar la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las gráficas que las representan.</p>	<p>Propone y desarrolla expresiones algebraicas en el conjunto de los números reales y utiliza las propiedades de la igualdad y de orden para determinar el conjunto solución relaciones entre tales expresiones.</p> <p>Evidencias de aprendizaje</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Identifica y utiliza múltiples representaciones de números reales para realizar transformaciones y</li> </ul>

		<p>comparaciones entre expresiones algebraicas.</p> <ul style="list-style-type: none"><li>• Establece conjeturas al resolver una situación problema, apoyado en propiedades y relaciones entre números reales.</li></ul>
--	--	--