

**LA CLASE PARA PENSAR COMO MODELO EN EL APRENDIZAJE DE LA
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA E INVERSA.**

MARCOS CASTAÑEDA OROZCO

ALFREDO RUIZ PERALTA

LUIS VERGARA NIETO

**Trabajo de investigación para optar el título de
Magíster en Educación**

Director

Phd, Rafael Escudero Trujillo

UNIVERSIDAD DEL NORTE

MAESTRIA EN EDUCACIÓN

BARRANQUILLA

2016

**LA CLASE PARA PENSAR COMO MODELO EN EL APRENDIZAJE DE LA
RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA E INVERSA.**

MARCOS CASTAÑEDA OROZCO

ALFREDO RUIZ PERALTA

LUIS VERGARA NIETO

**Trabajo de investigación para optar el título de
Magíster en Educación**

Director

Phd, Rafael Escudero Trujillo

UNIVERSIDAD DEL NORTE

MAESTRIA EN EDUCACIÓN

BARRANQUILLA

2016

PAGINA DE ACEPTACIÓN

Jurado

Jurado

Jurado

Barranquilla, Diciembre de 2016

DEDICATORIA

Cada meta alcanzada es obra de la misericordia de Dios, sin Él no hubiera sido posible llegar hasta el final del camino. Este triunfo es un reconocimiento al esfuerzo y apoyo de mi familia que son el motor que me impulsa a dar lo mejor de mí para enfrentar las dificultades y superarlas.

Marcos Castañeda Orozco

De la mano de Dios todo poderoso, que me ha permitido obtener todos mis objetivos y metas, familia, amigos y compañeros. Al esfuerzo y dedicación que mi madre, esposa e hija me han brindado para obtener este objetivo de vida. Este triunfo es de todos ustedes.

Alfredo De Jesús Ruiz Peralta

Principalmente a Dios por las grandes bendiciones que me ha brindado, por guiarme y darme la fortaleza que he necesitado, a mis padres Luis y Claribel por su apoyo y guía durante mi vida, a mi esposa Viviana por su amor, apoyo y comprensión, a mis dos hijos Santiago y Samuel por ser mi mayor fortaleza y motivación para salir adelante y a mis compañeros de tesis que más que compañeros se convirtieron en mis grandes amigos a lo largo de este proceso.

Luis De Jesús Vergara Nieto

RESUMEN ANALÍTICO ESPECIALIZADO

ABSTRACT

The research problem consisted of addressing difficulties faced by seventh grade students in a public institution in Barranquilla. The methodology used to conduct this research was “Class to Think” (Clase para Pensar). This research aimed at exploring the impact that can have on students the implementation of this method in the resolution of direct and inverse proportionality taking into account the cognitive and metacognitive processes involved. The research was carried out under a mixed approach based on a sequential explanatory design, using a control group and an experimental group, 32 students each one. The quantitative approach was based on a quasi-experimental design, using a pre test and a posttest after implementing the proposed activities, and the qualitative approach was developed from a case study, applying the flexible interview as a strategy. The results obtained were significant, demonstrating the effectiveness of the model used and guaranteeing in students the development of cognitive and metacognitive processes.

KEYWORDS

Proportionality, reason, cognition, metacognition, flexible interview, Class to Think

RÉSUMÉ

Le problème de recherche a consisté à aborder les principales difficultés que présentent les étudiants du 7^o d'une institution éducative de Barranquilla, face à la résolution de problèmes de proportionnalité, en concevant et en exécutant des activités fondées sur le modèle de la Classe pour Penser (Clase para Pensar). Cette recherche a eu pour but d'explorer comment ce modèle a bouleversé l'apprentissage de la résolution des problèmes de proportionnalité directe et inverse et les autres processus cognitifs et métacognitifs impliqués. La recherche a été faite sous l'approche mixte fondée sur le design explicatif séquentiel, en utilisant un groupe de contrôle et un groupe

expérimental, chacun avec 32 étudiants. L'approche quantitative s'est basée sur un design quasi expérimental, en employant un prétest et un pos test après avoir mis en place les activités proposées, et l'approche qualitative s'est développée à partir d'une étude de cas, en appliquant comme stratégie l'enquête flexible. Les résultats obtenus ont été significatifs, en démontrant l'efficacité du modèle employé et en garantissant chez les étudiants le développement des processus cognitifs et métacognitifs.

MOTS CLÉS

Proportionnalité, la raison, la cognition, la métacognition, entretien flexible, classe **Thinking**

RESUMEN

El problema de investigación consistió en abordar las principales dificultades que presentan los estudiantes de 7° de una institución educativa de Barranquilla frente a la resolución de problemas de proporcionalidad, planeando y ejecutando actividades basadas en el modelo de la Clase para Pensar. Esta investigación tuvo como objetivo explorar cómo este modelo impactó en el aprendizaje de la resolución de problemas de proporcionalidad directa e inversa y en los procesos cognitivos y metacognitivos involucrados. La investigación se realizó bajo un enfoque mixto fundamentado en un diseño explicativo secuencial, empleando un grupo control y uno experimental, cada uno con 32 estudiantes. El enfoque cuantitativo se basó en un diseño cuasi experimental, empleando un pre test y un pos test después de implementar las actividades propuestas, y el enfoque cualitativo se desarrolló a partir de un estudio de casos, aplicando como estrategia la entrevista flexible. Los resultados obtenidos fueron significativos, demostrando la eficacia del modelo empleado y garantizando en los estudiantes el desarrollo de procesos cognitivos y metacognitivos.

PALABRAS CLAVES

Proporcionalidad, razón, cognición, metacognición, entrevista flexible, Clase para Pensar

SUMARIO

O problema de investigação consistiu em abordar as principais dificuldades que apresentam os estudantes do 7º de uma instituição de ensino médio de Barranquilla frente a resolução de problemas de proporcionalidade, planejando e executando atividades fundamentadas no modelo da classe para pensar.

Esta investigação teve como objetivo explorar como este modelo impactou no aprendizado da resolução de problemas de proporcionalidade direta e inversa, e nos processos cognitivos e metacognitivos envolvidos. A pesquisa foi feita baixo um enfoque misto fundamentado em um desenho explicativo sequencial, fazendo uso de um grupo controle e um experimental, cada um com 32 estudantes. A abordagem quantitativa fundamentou-se em um desenho quase experimental, usando um pré-teste e um pós-teste após a implementação das atividades propostas, e o enfoque qualitativo desenvolve-se a partir de um estudo de casos, aplicando como estratégia a entrevista flexível. Os resultados obtidos foram significativos, demonstrando a eficácia do modelo utilizado e garantindo nos estudantes o desenvolvimento de processos cognitivos e metacognitivos.

PALAVRAS CHAVES

Proporcionalidade, razão, cognição, metacognição, entrevista flexível, pensando Classe

INTRODUCCIÓN

En esta investigación se emplea el modelo de la clase para pensar (López, 2011) que es implementado desde la línea de investigación en Pensamiento Matemático de la Universidad del Norte para el aprendizaje en resolución de problemas en el tema de proporcionalidad directa e inversa, tomando como herramienta la entrevista flexible (Ginsburg, 1998) para hacer visible el pensamiento y promover el desarrollo de procesos cognitivos y metacognitivos en el aula.

El pensamiento variacional es enfocado teniendo en cuenta los lineamientos curriculares del área de matemáticas frente a los procesos generales del razonamiento, la resolución de problemas y la comunicación asertiva para favorecer la comprensión en los temas de proporcionalidad directa e inversa. Las actividades empleadas buscan relacionar el razonamiento proporcional cualitativo y cuantitativo para desarrollar y fortalecer el pensamiento proporcional, fundamentándose en los aportes conceptuales y los resultados de investigaciones que otros autores han obtenido frente al estudio del tema de la proporcionalidad.

Esta investigación pretende determinar el impacto de la clase para pensar como modelo para el aprendizaje de la resolución de problemas de proporcionalidad directa e inversa, fundamentándose en un enfoque mixto en el que se emplea un diseño explicativo secuencial, que va de lo Cuantitativo a lo Cualitativo.

Los resultados obtenidos en esta investigación buscan comprobar la hipótesis de que el modelo de la Clase para Pensar impacta significativamente el aprendizaje de la resolución de problemas de proporcionalidad directa e inversa en los procesos cognitivos y metacognitivos.

A continuación se presentan los fundamentos conceptuales e investigativos que fueron tenidos en cuenta en la elaboración de este trabajo de investigación.

JUSTIFICACIÓN

Esta investigación es relevante porque favorece en el estudiante el desarrollo y el fortalecimiento de procesos generales de las matemáticas cómo lo articulan los lineamientos curriculares de esta área (MEN, 1998) especialmente en el razonamiento, la resolución de problemas, la modelación y la comunicación. Las actividades implementadas están fundamentadas en los estándares curriculares (MEN, 2003) y los derechos básicos de aprendizaje (MEN, 2015), promoviendo el desarrollo de competencias para garantizar un aprendizaje integral.

La pertinencia de esta investigación se fundamenta en la línea de investigación en pensamiento matemático de la Universidad del Norte y contribuye a enriquecer las experiencias significativas alrededor de la clase para pensar como modelo para facilitar el desarrollo de procesos cognitivos y metacognitivos en el aula.

La investigación es viable debido a que fue planificada para un grupo de estudiantes del grado séptimo de una institución educativa del distrito de Barranquilla, la cual cuenta con el personal humano idóneo, la infraestructura física y los medios tecnológicos para su implementación. Las actividades empleadas fueron realizadas teniendo en cuenta las etapas propuestas en el modelo de la clase para pensar, los niveles de razonamiento proporcional (Khoury, 2002) y los resultados obtenidos en otras investigaciones con respecto al tema de estudio.

MARCO CONCEPTUAL.

Este marco conceptual, orienta el diseño y ejecución de las diferentes actividades que se realizaron en la investigación.

La Matemática y su didáctica para maestros (Godino y Batanero, 2002), contribuyó con la organización de la malla curricular en matemáticas de los grados 7° de la Institución Educativa donde se realiza la investigación.

El artículo: Desarrollo del conocimiento para la enseñanza de la proporcionalidad en futuros profesores de primaria (Rivas, Godino y Castro, 2012), afirman que, el maestro de matemáticas que imparte los temas de proporcionalidad debe conocer los niveles del razonamiento proporcional y darlos a conocer a sus estudiantes.

El vínculo entre el pensamiento proporcional cualitativo y cuantitativo: el caso Paulina (Ruiz y Valdemoros, 2004), se toma como ejemplo para realizar las actividades. En él se demuestra la apropiación que tiene un estudiante con las reglas que conllevan a la solución de los problemas de

proporcionalidad. Pero que se denota una falencia en la comprensión del problema y de la solución a la que llega, manifestando con esto poco desarrollo en su pensamiento proporcional cualitativo.

La clase para pensar en los procesos de resolución de problemas (López, 2011), es utilizado como modelo de clase con el que se realizaron las actividades. Este modelo consta de tres fases: Exploración, presentación del conocimiento nuevo y transferencia. Este modelo tiene como metodología principal la entrevista flexible y el tópico generativo.

ESTADO DEL ARTE

Estrategias Metodológicas para el desarrollo del pensamiento Variacional

En este aspecto las investigaciones realizadas abordan temas como: La comunicación matemática asertiva y el lenguaje algebraico, Estrategias didácticas propuesta para Maestros de Matemáticas, Experiencias de modelación en situaciones de variación aplicadas a temas de algebra y geometría, destacándose autores como: Godino y Batanero (2002), Vasco (2003), Aragón y Gutiérrez (2013). Este trabajo está enmarcado en la línea de Investigación en Pensamiento Matemático de la Universidad del Norte y a diferencia de las investigaciones realizadas emplea el modelo de la Clase para Pensar aplicado al desarrollo del pensamiento variacional enfocados en temas correspondientes a la educación básica secundaria.

Estrategias Metodológicas para el aprendizaje en resolución de problemas (RDP)

Las investigaciones en este tema realizadas se enfocan en las dificultades y errores en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas presentes tanto en docentes y estudiantes al abordar la resolución de problemas, La influencia de las Creencias, los preconceptos y el contexto sobre la RDP, El Impacto de las estrategias empleadas en RDP han tenido en los últimos años, destacándose autores como: Santos Trigo (1996), Corts y De la Vega (2004), Martínez (2008). En esta propuesta Investigativa la metodología empleada es la entrevista flexible como medio para la

reflexión, construcción de conocimiento y promoción de un aprendizaje por competencia fundamentado en el valor de la Equidad como tópico generativo.

Resolución de problemas de proporcionalidad Directa e inversa

Las investigaciones realizadas tratan temas sobre las dificultades y concepciones erróneas en la enseñanza de los conceptos de magnitud, razón y proporción que tiene los docentes, El diseño y análisis de estrategias para abordar problemas de proporcionalidad, el desarrollo del pensamiento del razonamiento proporcional a temprana edad, destacándose autores como: Rivas (2013), Obando, Vasco y Arboleda (2014). Esta investigación a diferencia de las anteriores propone estrategias que relacionan el pensamiento proporcional cualitativo con el cuantitativo para fortalecer el razonamiento proporcional evitando el uso de la tradicional regla de tres o de la cuarta proporción en la resolución de los problemas, además integra el pensamiento variacional con los demás pensamientos: aleatorio, métrico, numérico.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Desde el año 2000, cada 3 años, las evaluaciones PISA (Program For International Student Assessment) son realizadas por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE) a una "muestra" mundial de estudiantes de 15 años de edad, independientemente del grado que estén cursando. A lo largo de las 4 participaciones que ha tenido Colombia desde 2006 hasta 2015, el país ha ocupado los últimos lugares en las tres áreas evaluadas, especialmente en matemáticas.

En el ámbito nacional, se aplican las pruebas SABER a estudiantes de 3°, 5°, 9° y 11°, evidenciándose resultados similares a los obtenidos en las pruebas internacionales PISA Y TIMSS, en el área de matemáticas, donde un gran porcentaje de alumnos obtuvieron resultados ubicados en rangos que van desde inferior a mínimo, MEN (2014).

Los resultados analizados en el Índice Sintético de Calidad demuestran en términos generales la necesidad de implementar en las instituciones educativas estrategias que contribuyan a mejorar los desempeños y competencias de los estudiantes en el área de matemáticas, no sólo para mejorar los resultados a nivel nacional e internacional, sino promover una cultura matemática que permita a los estudiantes desenvolverse en la sociedad del conocimiento científico. En consecuencia de lo anterior surge como inquietud la siguiente pregunta problema:

¿Cuál es el impacto en el aprendizaje de la resolución de problemas de proporcionalidad directa e inversa empleando el modelo de clase para pensar?

MATERIALES Y MÉTODOS

El problema de investigación consistió en abordar las principales dificultades que presentan los estudiantes de 7° de una institución educativa de Barranquilla frente a la resolución de problemas de proporcionalidad, planeando y ejecutando actividades basadas en el modelo de clase para pensar.

Esta investigación pretende determinar el impacto de la clase para pensar como modelo para el aprendizaje de la resolución de problemas de proporcionalidad directa e inversa, fundamentándose en un enfoque mixto en el que se emplea un diseño explicativo secuencial, que va de lo Cuantitativo a lo Cualitativo.

El enfoque cuantitativo se desarrolló a partir de un diseño Cuasi experimental, empleando un grupo control y un grupo experimental (con 34 estudiantes cada uno), a los cuales se les aplicó inicialmente un pre test consistente en un cuestionario de 8 problemas (4 de proporcionalidad directa y 4 de proporcionalidad inversa) para verificar el nivel de razonamiento proporcional y el estado inicial de los procesos cognitivos y metacognitivos, luego se realizó la intervención del grupo experimental implementando durante 12 semanas actividades basadas en el modelo de la clase para pensar, al finalizar se aplicó un pos test en ambos grupos y los datos cuantitativos se

analizaron y categorizaron en niveles de desempeño, extrayendo una muestra intencional de 18 estudiantes (9 de cada grupo) para realizar el análisis utilizando un enfoque cualitativo aplicando como metodología el estudio de casos basado en la entrevista flexible, relacionando los resultados con el estado inicial y final de los procesos cognitivos y metacognitivos.

Los resultados obtenidos en esta investigación buscan comprobar las hipótesis de que el modelo de la Clase para Pensar impacta significativamente el aprendizaje de la resolución de problemas de proporcionalidad directa e inversa en los estudiantes de séptimo grado.

En esta investigación los autores Godino y Batanero (2002) contribuyeron para estructurar la malla curricular de matemáticas del grado 7° de la institución donde se realizó la investigación y fundamentar del marco conceptual. Ruiz y Valdemoros (2004), aportaron ideas sobre la relación entre el pensamiento proporcional cualitativo y cuantitativo en el diseño de las actividades. López, 2011, con el modelo de la Clase para Pensar aporta la metodología para la construcción y ejecución trabajo investigativo en el aula. Los autores Rivas, Godino y Castro, (2012), articulan su propuesta con el quehacer del docente en el aula y brindaron pautas para la implementación de las actividades.

ANÁLISIS Y RESULTADOS

En la resolución de problemas, el promedio general obtenido para la media en los problemas de proporcionalidad directa del grupo experimental aumentó de 1.0956 en pre test a 1.9412 en el pos test, demostrando que después de realizar la intervención un 42.07% de los estudiantes mejoraron su desempeño, pasando de un 54.7% a un 97.05%. Este aumento fue significativo para la estrategia implementada debido a que los estudiantes pudieron responder y justificar acertadamente cada uno de los problemas propuestos. En el grupo control también se dio un aumento en la media de los promedios en los problemas de proporcionalidad directa, pasando de 0.8529 en el pre test a 1.1176 en el pos test, después de recibir instrucción sobre el tema. Sin

embargo, sólo el 13.23% de los estudiantes mejoraron su desempeño, pasando de 42.64% a 55.88%. Lo anteriormente descrito demuestra que los mejores resultados fueron obtenidos por los estudiantes del grupo experimental en los problemas de proporcionalidad directa, garantizando la efectividad de las actividades implementadas.

En la entrevista flexible se evidencia que los estudiantes emplean como estrategia recurrentemente el cálculo mental y las operaciones de adición y multiplicación, pero no reconocen el lenguaje proporcional, ni identifican parámetros, es decir, se le dificulta determinar si los problemas obedecen a situaciones de proporcionalidad directa o inversa. Esta información es corroborada en los resultados cuantitativos obtenidos al analizar las puntuaciones del pre test, donde se evidencia un mejor desempeño en los problemas correspondiente a proporcionalidad directa. Es importante anotar que los estudiantes en su gran mayoría no justifican los procesos empleados para solucionar las situaciones problemáticas planteadas.

Debido a las características de la distribución de los datos, para llevar a cabo la comprobación de las hipótesis se aplicó la prueba no paramétrica de Wilcoxon. Los resultados obtenidos en esta prueba fueron menores de 0.05, por lo tanto, se concluye que no hay evidencias suficientes para aceptar que las medias entre los promedios sean iguales, es decir, que para los problemas de proporcionalidad directa en el grupo experimental antes y después de aplicada la intervención las medias son diferentes. Esto demuestra que la implementación el modelo de la clase para pensar impacta significativamente el aprendizaje en la resolución de los problemas de proporcionalidad directa. De la misma manera, la prueba de Wilcoxon para datos relacionados arrojó una significancia menor de 0.05, por lo tanto, se rechaza la hipótesis de que las medias de los promedios obtenidos en el pre test y pos test sean iguales para los problemas de proporcionalidad inversa en el grupo experimental. Esto demuestra que la implementación el

modelo de la clase para pensar también impacta significativamente el aprendizaje en la resolución de los problemas de proporcionalidad inversa.

CONCLUSIONES

La clase para pensar (López, 2011) como modelo para el aprendizaje en la resolución de problemas de proporcionalidad directa e inversa, durante la aplicación de las actividades estimuló en los estudiantes la participación, promoviendo un aprendizaje por competencias basado en el valor de la equidad, facilitando la interacción y el desarrollando habilidades comunicativas que enriquecieron el intercambio de ideas, ofreciendo una manera diferente de hacer visible el pensamiento de los estudiantes.

El desarrollo del pensamiento variacional debe estar enfocado en los niveles de razonamiento proporcional propuestos por Khoury (2002). De ahí que la construcción de las actividades a partir de situaciones cotidianas, teniendo en cuenta los intereses, preconceptos y creencias de los estudiantes, garantizó la efectividad de la estrategia empleada, logrando desarrollar en ellos, primero la habilidad de razonar cualitativamente, comprendiendo el lenguaje proporcional, para luego proponerles situaciones que le permitieran pasar de una estrategia sumativa a una multiplicativa, hasta llegar a la modelación empleando una estrategia funcional.

Después de la implementación del modelo de la clase para pensar y la estrategia de la entrevista flexible, se realizó nuevamente una prueba cuantitativa, en la cual los resultados obtenidos demuestran la efectividad de las actividades aplicadas debido a que los estudiantes lograron resolver y justificar acertadamente los problemas planteados, aunque con un mejor desempeño en las situaciones relacionadas con proporcionalidad directa, sin embargo, los resultados obtenidos en los problemas de proporcionalidad inversa mejoraron notoriamente con respecto al pre test. Lo anterior es consistente con las conclusiones encontradas por De León, D;

Díaz, J; Soto Mayorga, M y Martínez, A. (2007), debido a que los estudiantes desarrollan más el razonamiento proporcional en los problemas intuitivos, utilizando estrategias lógicas.

RECOMENDACIONES

La secuencialidad en la organización de los conceptos en la malla curricular de matemáticas ubica el tema de proporcionalidad en el grado séptimo y los textos escolares sugieren su desarrollo en el último periodo del año escolar; esta fue la primera dificultad que se debió enfrentar para la implementación de las actividades, por lo tanto, se hizo necesario la reestructuración de la malla curricular de matemáticas en la institución donde se llevó a cabo la investigación. Por lo tanto, se recomienda que el tema de proporcionalidad sea ubicado en el primer periodo, teniendo en cuenta que los estudiantes manejan conceptos básicos como fracciones, amplificación y simplificación de fracciones, y sus operaciones básicas, que son necesarios para abordar aspectos relacionados con el tema de esta investigación.

Los resultados cualitativos obtenidos implementando la entrevista flexible evidencian el estado de los procesos cognitivos y metacognitivos en los estudiantes, sin embargo, en el formato actualmente empleado en esta investigación sólo se puede establecer si estos procesos son o no realizados al momento de solucionar los problemas propuestos, por lo tanto, es necesario para futuras investigaciones que se emplee una rúbrica para verificar el nivel alcanzado en cada uno de ellos.

TABLA DE CONTENIDO

LISTA DE ANEXOS	26
INTRODUCCIÓN	1
TÍTULO	3
CAPITULO 1: JUSTIFICACIÓN.....	4
1.1. RELEVANCIA.....	4
1.2. PERTINENCIA	5
1.3. VIABILIDAD.....	5
CAPITULO 2: MARCO TEÓRICO	6
2.1. MARCO EPISTEMOLÓGICO	6
2.2. MARCO CONCEPTUAL	14
2.2.1. Estrategias metodológicas	14
2.2.2. Entrevista flexible.	15
2.2.3. Enseñanza a partir de la resolución de problemas.....	16
2.2.4. La clase para pensar	19
2.2.5. El uso de la pregunta en la clase para pensar	22
2.2.6. Pensamiento variacional.....	23
2.2.7. Razonamiento proporcional	24
2.2.8. Conceptos básicos abordados en el pensamiento proporcional.....	28

2.2.9.	PROCESOS MENTALES ESPECIALES EN LA INVESTIGACIÓN.	33
2.2.10.	Conceptualización del término "Impacto" en una propuesta investigativa.....	35
2.3.	ESTADO DEL ARTE	35
2.3.1.	Estrategias Metodológicas Para Desarrollo Del Pensamiento Variacional.....	36
2.3.2.	Estrategias metodológicas para el aprendizaje de la resolución de problemas	40
2.3.3.	Resolución De Problemas De Proporcionalidad Directa E Inversa	44
CAPÍTULO 3: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....		51
3.1.	DEFINICIÓN DEL PROBLEMA	51
3.2.	PREGUNTA PROBLEMA	52
CAPÍTULO 4: OBJETIVOS.....		53
4.1.	GENERAL.....	53
4.2.	ESPECÍFICOS.....	53
CAPÍTULO 5: HIPÓTESIS		54
5.1.	HIPÓTESIS DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA	54
5.2.	HIPÓTESIS DE PROPORCIONALIDAD INVERSA.....	54
CAPÍTULO 6: MARCO METODOLOGICO		55
6.1.	ENFOQUE DE LA INVESTIGACIÓN.....	55
6.2.	DISEÑO.....	56
6.3.	POBLACIÓN Y MUESTRA	57
6.4.	VARIABLES.....	57

6.5.	TÉCNICAS E INSTRUMENTOS	58
6.5.1.	Descripción de los instrumentos	58
6.6.	ETAPAS DE LA INVESTIGACIÓN	70
6.6.1.	Fase de implementación	70
6.6.2.	Fase de desarrollo.....	71
6.6.3.	Fase de evaluación.....	74
CAPÍTULO 7: RESULTADOS		76
7.1.	ENFOQUE CUANTITATIVO PRE TEST Vs POS TEST (VALIDACIÓN DE HIPÓTESIS).....	76
7.1.1.	Análisis.....	76
7.1.2.	Análisis de los resultados de los problemas de proporcionalidad inversa en los grupos experimental y control comparando los resultados del pre test y pos test	78
7.1.3.	Análisis de los promedios generales de los problemas de proporcionalidad directa del pre test y pos test en el grupo experimental y control.....	80
7.1.4.	Análisis de los promedios generales de los problemas de proporcionalidad inversa del pre test y pos test en el grupo experimental y control.....	82
7.1.5.	Comprobación de hipótesis para los promedios de los problemas de proporcionalidad directa en el pre test en el grupo experimental	83
7.1.6.	Comprobación de hipótesis para promedios de los problemas de proporcionalidad inversa en el pre test y pos test en el grupo experimental.....	85

7.1.7. Análisis general de los promedios obtenidos en el grupo control en el pre test y pos test	88
7.2. ESTUDIO DE LOS DATOS CUALITATIVOS OBTENIDOS CON LA APLICACIÓN DE LA ENTREVISTA FLEXIBLE	89
7.2.1. Estudio de los datos cualitativos obtenidos en el pre test	89
7.2.2. Estudio de los resultados obtenidos en el pos test.....	96
7.2.3. Contraste entre la entrevista flexible del pre test y del pos test	105
7.2.4. Contraste entre la entrevista flexible del pre test y del pos test	108
7.3. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS.....	109
CONCLUSIONES	114
RECOMENDACIONES	119
BIBLIOGRAFÍA.....	121
ANEXOS.....	131

LISTA DE TABLAS

Tabla 1: Etapas para la evaluación de Resolución de problemas.....	18
Tabla 2: Resolución Problemas Clase para Pensar..	21
Tabla 3: Definiciones históricas del concepto de razón,	29
Tabla 4: Procesos metacognitivos.	35
Tabla 5: Tabla de Técnicas e Instrumentos	58
Tabla 6: Criterios para la evaluación de los problemas pre test y pos test	59
Tabla 7: Formato de procesos de la entrevista flexible	60
Tabla 8: Tabla de las actividades implementadas	62
Tabla 9: Número de casos estudiados	68
Tabla 10: Coeficiente de viabilidad de Alpha Crombach	68
Tabla 11: Escala de puntuación de los ítems en Alpha Cronbach	69
Tabla 12: Puntajes obtenidos por los estudiantes en la prueba clasificatoria del pre test	72
Tabla 13: Proporcionalidad directa en el grupo experimental	76
Tabla 14: Proporcionalidad directa en el grupo de control	77
Tabla 15: Proporcionalidad inversa grupo experimental 7A. pre test vs pos test	78
Tabla 16: Proporcionalidad inversa grupo control 7B. pre test vs pos test	79
Tabla 17: Análisis estadísticos descriptivos de los promedios de los problemas de proporcionalidad directa e inversa.	80
Tabla 18: Análisis de los promedios generales de los problemas de proporcionalidad inversa del pre test y pos test en el grupo experimental y control	82
Tabla 19: Prueba de normalidad.....	83
Tabla 20: Anova para los promedios de los problemas de proporcionalidad directa en el pre test en el grupo experimental	84

Tabla 21: Prueba de hipótesis de diferencias de medias, entre los problemas del grupo experimental y control, en el pre test y pos test	84
Tabla 22: Discriminación de resultados obtenidos en los problemas de proporcionalidad directa, aplicados en el pre test.....	85
Tabla 23: Prueba de normalidad para los problemas de proporcionalidad inversa en el pre test y pos test.....	85
Tabla 24: Anova para promedios de los problemas de proporcionalidad inversa en el pre test y pos test en el grupo experimental.....	86
Tabla 25: Prueba de hipótesis para promedios de los problemas de proporcionalidad inversa en el pre test y pos test en el grupo experimental	87
Tabla 26: Discriminación de resultados obtenidos en los problemas de proporcionalidad inversa, aplicados en el pre test y pos test en el grupo experimental.....	87
Tabla 27: Discriminación de resultados obtenidos en los problemas de proporcionalidad directa, aplicados en el pre test y pos test en el grupo control	88
Tabla 28: Discriminación de resultados obtenidos en los problemas de proporcionalidad inversa, aplicados en el pre test y pos test en el grupo control	88
Tabla 29: Análisis de datos cualitativos en la entrevista flexible del grupo experimental en el pre test	90
Tabla 30: Análisis de los procesos generales en proporcionalidad directa del grupo 7A	92
Tabla 31: Análisis de los procesos generales en proporcionalidad inversa del grupo 7A	93
Tabla 32: Análisis de datos cualitativos en la entrevista flexible del grupo control en el pre test	944
Tabla 33: Análisis de los procesos generales de proporcionalidad directa del grupo 7B	95
Tabla 34: Análisis de los procesos generales de proporcionalidad inversa del grupo 7B.....	96

Tabla 35: Análisis de los datos cualitativos en entrevista flexible del grupo experimental en el pos test	97
Tabla 36: Análisis de los procesos generales de proporcionalidad directa del grupo 7A del pos test	98
Tabla 37: Análisis de los procesos generales de proporcionalidad inversa del grupo 7A en el pos test	100
Tabla 38: Análisis de los datos cualitativos en entrevista flexible del grupo control en el pos test	102
Tabla 39: Análisis de los procesos generales de proporcionalidad directa del grupo 7B en el pos test	103
Tabla 40: Análisis de los procesos generales de proporcionalidad inversa del grupo 7B en el pos test	104
Tabla 41: Contraste entre los procesos de la entrevista flexible del pre test y del pos test del grupo experimental en la evaluación de la proporcionalidad directa	105
Tabla 42: Contraste entre los procesos de la entrevista flexible del pre test y del pos test del grupo experimental en la evaluación de la proporcionalidad inversa.....	107
Tabla 43: Contraste entre los procesos de la entrevista flexible del pre test y del pos test del grupo control en la evaluación de la proporcionalidad directa.....	108
Tabla 44: Contraste entre los procesos de la entrevista flexible del pre test y del pos test del grupo control en la evaluación de la proporcionalidad inversa	109

TABLA DE GRÁFICAS

Gráfica 1. Esquema del enfoque metodológico.....	55
--	----

LISTA DE CUADROS

Cuadro 1: Niveles del razonamiento proporcional en el problema Mr. Tall/ Mr Short28

LISTA DE ANEXOS

Anexo 1: Carta de permiso para la implementación de la propuesta investigativa en la I.E.D Castillo de la Alboraya.....	131
Anexo 2: Cronograma de actividades	133
Anexo 3: Documento de autorización de uso de imagen sobre fotografías y fijaciones audiovisuales (videos) para uso público.....	135
Anexo 4: Formato de planeación de unidades de aprendizaje	136
Anexo 5: Formato de planeación de clase.....	142
Anexo 6: Actividades del diario de campo	171
Anexo 7: Instrumento para jueces expertos sobre formato de entrevista flexible para procesos de resolución de problemas y pensamiento algebraico temprano.....	179
Anexo 8. Problemas empleados en el pre test y pos test.....	185
Anexo 9: Validación De Instrumentos Entrevista Flexible.....	189
Anexo 10: Formato para la entrevista flexible	191
Anexo 11: Documentación de los videos de la entrevista flexible en el pre test y pos test	192
Anexo 12: Copia de una de las actividades realizadas.....	201

INTRODUCCIÓN

En esta investigación se emplea el modelo de la clase para pensar (López, L., 2011) que es implementado desde la línea de investigación en Pensamiento Matemático de la Universidad del Norte para el aprendizaje en resolución de problemas en el tema de proporcionalidad directa e inversa, tomando como herramienta la entrevista flexible (Ginsburg y Opper, 1998) para hacer visible el pensamiento y promover el desarrollo de procesos cognitivos y metacognitivos en el aula.

El pensamiento variacional es enfocado teniendo en cuenta los lineamientos curriculares del área de matemáticas frente a los procesos generales del razonamiento, la resolución de problemas y la comunicación asertiva para favorecer la comprensión en los temas de proporcionalidad directa e inversa. Las actividades empleadas buscan relacionar el razonamiento proporcional cualitativo y cuantitativo para desarrollar y fortalecer el pensamiento proporcional, fundamentándose en los aportes conceptuales y los resultados de investigaciones que otros autores han obtenido frente al estudio del tema de la proporcionalidad.

Esta investigación pretende determinar el impacto de la clase para pensar como modelo para el aprendizaje de la resolución de problemas de proporcionalidad directa e inversa, fundamentándose en un enfoque mixto en el que se emplea un diseño explicativo secuencial, que va de lo Cuantitativo a lo Cualitativo.

Los resultados obtenidos en esta investigación buscan comprobar la hipótesis de que el modelo de la Clase para Pensar impacta significativamente el aprendizaje de la resolución de problemas de proporcionalidad directa e inversa en los procesos cognitivos y metacognitivos.

A continuación se realiza un resumen por capítulo del contenido de esta obra para mejor aprovechamiento.

El capítulo 1 contiene los fundamentos que justifican esta investigación, describiendo la relevancia, pertinencia y viabilidad de la misma. El capítulo 2 contiene el marco teórico, en él se realiza una explicación sobre los fundamentos epistemológicos y conceptuales de esta investigación, una descripción sobre el estado del arte del tema investigado y los aportes realizados. En el capítulo 4 se explican los fundamentos para el planteamiento del problema de investigación y la pregunta orientadora del mismo. El capítulo 5 contiene los objetivos generales y específicos que orientan la investigación. El capítulo 6 explica las hipótesis de investigación planteadas para el enfoque cuantitativo. EL capítulo 7 realiza una explicación sobre el diseño y la metodología utilizada en el desarrollo de la investigación, los instrumentos empleados para la recolección de la información, la fundamentación de las actividades propuestas y las etapas que conforman el proceso investigativo. El capítulo 8 contiene una sobre los resultados obtenidos y una explicación de los mismos, además de las conclusiones y recomendaciones pertinentes.

TÍTULO

La clase para pensar como modelo en el aprendizaje de la resolución de problemas de proporcionalidad directa e inversa.

CAPITULO 1: JUSTIFICACIÓN.

1.1. RELEVANCIA.

Esta investigación se hace necesaria porque busca estrategias que permitieran un mejor aprendizaje del pensamiento variacional, se añade a ellas la elaboración de nuevas actividades que conllevan a desarrollar habilidades para el razonamiento proporcional en el uso de la resolución de problemas y corregir e identificar aspectos negativos para mejorar su aprendizaje.

La Investigación es relevante porque con el uso del modelo de clase, “La clase para pensar” (López, 2011), contribuye al entrenamiento Cognitivo y Metacognitivo de los estudiantes, para que identifiquen los errores cometidos al abordar los temas de proporcionalidad directa e inversa y las temáticas relacionadas: Razón y Proporción.

La relevancia de esta investigación consiste en utilizar la entrevista flexible para facilitar el andamiaje cognitivo referente a la resolución de problemas por medio de preguntas abiertas, entrenarlos para comprender y organizar la información, buscar estrategias, reflexionar lo realizado, solucionar ejercicios y comprobar la hipótesis (López, 2000) e inmediatamente corregir errores que se puedan cometer para llegar a la solución exacta.

La investigación conlleva a que el estudiante sea un sabedor de su conocimiento en el área de matemáticas, específicamente en la resolución de problemas de proporcionalidad directa e inversa, ejerciendo control por medio de un monitoreo, local y global, que lo haga consciente de su aprendizaje, como lo fundamentan los lineamientos curriculares (MEN, 1998), estándares curriculares en su procesos matemáticos (MEN, 2003) y los derechos básicos de aprendizaje (MEN, 2015)

1.2. PERTINENCIA

La pertinencia de esta investigación se fundamenta en la línea de investigación en pensamiento matemático de la Maestría en Educación de la Universidad del Norte, y contribuye a enriquecer las experiencias significativas alrededor de “La Clase para Pensar” como modelo para facilitar el desarrollo de procesos cognitivos y metacognitivos en el aula.

Esta investigación contribuye al desarrollo razonamiento proporcional de los estudiantes aportando a la mejora de su pensamiento matemático, a partir del uso de los niveles del razonamiento proporcional (Khoury, 2002, citado por Rivas , Godino y Castro, 2012) y utilizando el modelo propio de “La Clase para pensar” en la enseñanza de la resolución de problemas.

1.3. VIABILIDAD.

La investigación se planificó para un grupo de estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Distrital Castillo de la Alboraya, de la ciudad de Barranquilla, de carácter oficial, la cual dispuso de un docente que hizo parte de la investigación durante el tiempo de la implementación, orientando la asignatura de matemáticas en el grado intervenido.

Teniendo en cuenta que la flexibilidad del currículo permite la reorganización de los temas que se trabajan en la investigación con respecto a la programación académica, la institución posibilitó el cambio de la malla curricular del área para el nivel donde se efectúa la propuesta de modo que las actividades fueron incluidas en el cronograma del área de matemáticas, ajustándolas para implementarlas entre el primero y segundo periodo del año en curso. Además, el claustro educativo facilitó su infraestructura física, medios tecnológicos y humanos idóneos para la aplicación de esta investigación.

CAPITULO 2: MARCO TEÓRICO

2.1. MARCO EPISTEMOLÓGICO

Al principio, cuando el hombre empezó a razonar sobre lo que su alrededor le ofrecía, desarrollo la habilidad de estar en pequeños grupos, como discípulos o escuelas, permitiendo que la naturaleza de la filosofía cambiara su vida. Cuando el ser humano da la importancia a sus ideas y cuestionamientos sobre los fenómenos del mundo que le rodea se hace visible el conocimiento empírico y se empiezan a sentar las bases para la ciencia, especialmente las matemáticas.

Desde la edad antigua, civilizaciones como la egipcia, griega y Romana, descubrieron la proporción en sus diferentes sentidos, tales como: las artes y la arquitectura. Los egipcios descubrieron por medio de análisis y observación, que para medir y poder dividir la tierra de manera exacta se podía utilizar el cuerpo humano (Dávila, 2005). Además en sus construcciones se logra determinar la utilización de la proporción áurea, tal es el caso de la gran pirámide de Giza, la cual presenta en esta proporción su área total y el área lateral, y también el área de la base con el área lateral (Livio. M, 2006).

Después de los egipcios los griegos toman un papel importante en la historia de la matemática. Filósofos como Platón tuvieron una visión abierta del mundo que iba más allá de lo sensible y cuestionable, el mundo de las ideas, que son la base para cualquier tipo de conocimiento, lo cual le permitió matematizar la realidad, no sólo física, sino también espiritual, moral, estética, política etc. (Gonzalez, 2000). Como matemático posibilita el pensamiento proporcional al afirmar que es imposible combinar bien dos cosas sin una tercera, debe existir una relación entre ellas la cual es el todo (Dávila, 2005). Con este ambicioso proyecto buscaba abarcar la globalidad de la naturaleza y del ser humano, en el cual las matemáticas eran

consideradas las ciencias perfectas por cuanto sus conceptos existen independientemente de la experiencia.

El estudio de las matemáticas como ciencia fundamental para explicar el mundo se dio a partir de Pitágoras quien consideraba que los números eran el origen de todo cuanto existe y que todo podía matematizarse porque los fenómenos naturales estaban reducidos a números.

Los aportes de Aristóteles a los procesos cognitivos y metacognitivos promueven el análisis de los juicios y las formas de razonamiento, especialmente los razonamientos deductivos categóricos o silogismos, como formas de demostración que son pertinentes al conocimiento científico y tiene sus bases en la lógica matemática.

Además de los aportes antes mencionados a nivel general sobre la matemáticas realizada por los griegos, encontramos a Euclides, quien apporto definiciones y teoremas al desarrollo de los temas de proporción. Una de las operaciones que permiten afrontar los temas de proporción, se encuentra en el libro VI (proporción 30), consta de dividir un segmento de línea de la forma asimétrica más simple: “Dividir una recta dada en extrema y media razón”, y en la definición 3: “se dice que una recta está dividida en extrema y media razón, cuando la totalidad del segmento es al segmento mayor como al segmento mayor es al menor” (De Strycker y Michel, 1952). Si la longitud del segmento es uno, entonces el segmento mayor es de 0,618 y el menor de 0,382 (Bonell, 2000).

Al igual que Euclides, el matemático griego Eudoxio realiza aportes significativos al estudio de la proporción. Con su definición de homogeneidad en las magnitudes, encuentra la medida común entre la diagonal y el lado de un cuadrado, y con esto, la posibilidad de formar una razón no como una relación entre números, sino, como una relación entre magnitudes homogéneas entre sí (Corry. L, 1994).

La matemática, sobre todo el método axiomático de la geometría euclidiana, se convirtió en un modelo metodológico para muchas corrientes filosóficas e inspiró sueños relativos a una “matemática del pensamiento” (Tasic, 2001), que nos permitiría calcular en lugar de razonar, obtener resultados seguros y precisos, y que podría ser aplicada automáticamente, incluso por una máquina, para resolver problemas éticos, políticos, etcétera.

El aporte romano, a los temas relacionados a la proporción, son brindados por el arquitecto Marco Vitruvio Pollion en el siglo V. Ideo una fórmula matemática para la división del espacio dentro de un dibujo, conocida como la sección aurea o número de oro y con valor numérico de: 1,61803398875..., cuya base es una proporción entre los lados más largos y más cortos de un rectángulo (Dávila, 2005). Dentro de sus aportes arquitectónicos encontramos el libro cuarto de su tratado de arquitectura, en él desarrolla un capítulo en el cual se privilegia las proporciones en los edificios y asigna un orden matemático para poder construirlos con aspecto exterior decoroso y claro a quien lo vea (Vitruvio, M. L. 2010).

En la edad media, se destacan aportes a la matemática por parte de Árabes y Latinos. Se tienen en cuenta los comentarios, traducciones y posibles explicaciones a los *elementos* de Euclides. Dentro de estos, se encuentran los aportes al pensamiento proporcional por Omar al-Khayyam en el siglo XI. Este comenta un defecto presentado por el autor griego, en el ámbito de las magnitudes de forma geométrica. Al-Khayyam posibilita la división de una cantidad de magnitud hasta el infinito (Oller, & Gairín, 2013).

Leonardo Da Pisa, matemático del siglo XII, autor del primer tratado de álgebra escrito en latín, nos ha dejado una sucesión aditiva infinita que comienzan con los números 0 y 1, y para obtener el resto de la sucesión se debe realizar una suma del término anterior con el que lo antecede:

0, 1, 0 + 1, 1 + 1, 2 + 1, 3 + 2, 5 + 3, 8 + 5, 13 + 8, 21 + 8, 34 + 21, 55 + 34, 89 + 55,..

Esta, conlleva a la serie conocida como Serie Fibonacci (Livio. M, 2006). Los 12 primeros términos obtenidos son:

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144,...

Curiosamente, si dividimos cualquier número de la sucesión de Fibonacci por el que lo precede (especialmente a partir del 5) nos da un resultado que se aproxima al número áureo:

$$34/21 = 1,6190\dots$$

$$144/89 = 1,6179\dots$$

$$233/144 = 1,618\dots$$

Número de oro o número áureo: 1,618...

En el siglo XIII, de traducciones hechas al latín de los *elementos* de Euclides, se destaca el comentario por Giovanni Campano, el cual introduce el concepto de “denominación de una razón”. Este matemático desarrolla dicho concepto desde un punto de vista alejado de lo euclidiano, enmarcándolo en una perspectiva matemática de carácter aritmético (Oller, y Gairín, 2013).

Leonardo Da Vinci, 1452-1519, en su *Studio* (Real Academia de Venecia), realizó un dibujo conocido como “El hombre de Vitruvio”. Leonardo da Vinci presenta una visión del hombre como centro del Universo al quedar inscrito en un círculo y un cuadrado en el cual se hace un estudio anatómico buscando la proporcionalidad del cuerpo humano, el canon clásico o ideal de belleza y la llama "Proporción Áurea", nombre que se adopta universalmente.

Con aportes de Da Vinci, Luca Paccioli en 1494, difunde los conocimientos sobre proporción en varios libros, dentro de los que se destaca: *De divina proportione*. La temática central de este libro es la explicación matemática de la simetría de lo natural proporcionada por la proporción aurea en relación con figuras geométricas, el cuerpo humano y la arquitectura (Bonell, 2000). Desde entonces la aplicación de la proporción áurea es importante en la arquitectura, la

fotografía, la pintura, la escultura y otras artes que suelen vincular el ideal de belleza a las simetrías y las proporciones.

La edad moderna inicia con una nueva concepción de la matemática con el francés Renato Descartes y su *Duda Metódica*, dejando de un lado la visión de las matemáticas como una ciencia natural y concibiéndola como una ciencia racional basada en principios lógico y deductivos. Descartes, fusiona el álgebra y la geometría, no solamente con buenas intenciones sino planteando y resolviendo problemas, que hacen tal fusión irreversible. Toma la matemática donde la habían dejado los griegos "... los antiguos conocían ciertas matemáticas muy diferentes de las matemáticas vulgares de nuestro tiempo" (Larroyo, 1974) citado por Campos, A. (1997). Descartes, investigador matemático afortunado. *VS Albis, & otros (Eds.) Memorias del Seminario en conmemoración de los, 400, 12-13..*

El desarrollo del álgebra en los Siglos XVI y XVII y el del cálculo diferencial e integral en los Siglos XVII y XVIII mostraron también que el pensamiento variacional no se podía refinar sin los sistemas algebraicos y analíticos ni éstos sin aquél. En la misma línea del racionalismo filosófico sobresalen Leibniz y Pascal, quienes pretendían aplicar el método lógico matemático a la filosofía para demostrar que esta se fundamenta en principios a priori que existen por sí mismos y lograr desligarla de su nexo con la teología.

Con la creación del cálculo, se presenta un aparente olvido al desarrollo de la proporcionalidad y sus aplicaciones. Desde el aporte hecho por J. Kepler en 1596 con la publicación de su obra *Prodromus Dissertationum Cosmographicum contiens Mysterium*, en la cual el autor describe la sección áurea como un hermoso tesoro que se debe contar, hasta 1816 con la reproducción de algunas ediciones comunes francesas, poco se logra obtener evidencia de procesos matemáticos relacionados con la proporción (Bonell, 2000).

Después de un largo tiempo en que no se obtenían nuevas obras sobre proporción, el psicólogo alemán Adolf Zeising en 1854, genera una corriente del pensamiento basada en las diferentes virtudes de la proporción áurea. Realiza una serie de investigaciones estéticas que conllevan a explicar ciertos fenómenos naturales, tales como la disposición de las ramas a lo largo de los tallos de las plantas, en los huesos de algunos animales, en la belleza del cuerpo humano y en ciertos aspectos del arte (Bonell, 2000). Pero fue 1876 de manos del psicólogo alemán Theodor Fechner el cual realiza algunas investigaciones aplicando el método experimental a la estética. De estas teorías surge en la Alemania de 1914 una nueva obra sobre la sección áurea (Bonell, 2000).

Los fundamentos matemáticos que se han desarrollado a través de la historia son los cimientos para las concepciones y metodologías modernas que sustentan la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Para la edad contemporánea, las preocupaciones sobre este tema son a nivel educativo y se enfocan en las metodologías empleadas para promover y motivar el estudio de las matemáticas y la manera como son asimiladas y aplicadas en diferentes contextos.

La educación matemática pretende armonizar la intuición y la teoría, pero teniendo en mente los posibles obstáculos: no hay nada más peligroso para el aprendizaje de la matemática que soslayar las discrepancias entre el pensamiento espontáneo, o el sentido común, y el pensamiento matemático (Mariotti, 1998). Esta relación permite establecer procedimientos sistemáticos para organizar las ideas a partir de la información de contextos inmediatos o conceptos previos que son fundamentales en la modelación, planteamiento y resolución de problemas.

Teniendo en cuenta las necesidades a nivel educativo la práctica docente sea eficiente debe fundamentarse en un modelo didáctico, pedagógico y epistémico; para (Gascón, 2001) señala que dentro del estudio y enseñanza de la matemática intervienen decisivamente modelos docentes

dominantes: clásicos, modernistas y constructivistas en la cultura de una institución didáctica, los cuales determinan significativamente el papel que se asigna; por una parte, a la actividad de resolver problemas y por otra, a las prácticas docentes que el profesor a cargo de la enseñanza de esta ciencia.

Las matemáticas vistas a la manera euclidiana se proponen como una ciencia rigurosa, sistemática y deductiva, promoviendo según la propuesta de George Polya recuperar la estrategia heurística como posibilidad de mediar los procesos de aprendizaje, ya que a través de ella se pueden abordar una enorme cantidad de situaciones problema por parte de profesores y estudiantes; empleando preguntas reiterativas como: ¿Cuál es la incógnita?, ¿Cuáles son los datos?, ¿Cuál es la condición?, ¿Es un problema por resolver?, entre otras. Estas propuestas fueron novedosas en su época y abrieron los horizontes de la enseñanza problémica.

En la teoría de Piaget también se encuentra una ruta de significados precisos para abordar el pensamiento matemático que pueden llegar a ser fundamentales en el intento de solucionar problemas. Estableciendo niveles de cognición y habilidades cognitivas propias de cada uno; este pensador y pedagogo estableció relaciones entre las propiedades físicas de los objetos y las propiedades matemáticas, de ahí que toda cognición haga referencia primero a la experiencia sensorial y física sobre los objetos y luego a los resultados de las reflexiones que hace el individuo sobre estas acciones.

Abordando el Pensamiento variacional en su expresión de razonamiento proporcional, los autores Piaget e Inhelder a partir de 1978, centran sus investigaciones en el aprendizaje del razonamiento proporcional en diferentes etapas de un sujeto. Sostienen que el niño obtiene el pensamiento proporcional cualitativo antes que el cuantitativo, y que avanza en este de forma paralela con su edad hasta alcanzar el nivel de abstracción (Ruiz y Valdemoros, 2006).

Al igual que estos dos autores, Brink y Streefland en 1979 citado en (Ruiz y Valdemoros, 2006), reconocen que el razonamiento proporcional debe iniciar por el pensamiento proporcional cualitativo. Y este último autor en 1984 sostiene que para enseñar los conceptos de razón y proporción a niños en temprana edad se debe comenzar por lo cualitativo.

Karplus, Pulos y Stage en 1983 (citados en Ruiz y Lupiáñez, 2009), se destacan por ser unos de los primeros investigadores que demuestran niveles de comprensión para el razonamiento proporcional y Freudenthal en este mismo año, da a conocer el concepto de razón como entidades numéricas vinculadas a las proporciones, además las categoriza como internas y externas por medio de las magnitudes utilizadas.

En consonancia con la temática, Markovits, Hershkowitz y Bruckheimer en 1986 (citado por Ruiz y Lupiáñez, 2009), afirman que uno de los errores comunes en los estudiantes al momento de resolver problemas en donde aparecen tres números: a , b , c y un valor perdido x , para resolver como incógnita el valor x por medio de una relación proporcional entre ellos, es la utilización de la regla de tres sin un respaldo obtenido con el pensamiento proporcional cualitativo en su comprensión.

Ruiz y Lupiáñez, (2009) citan a Hart que en 1988, considera que las fracciones y las proporciones tienen un vínculo entre ellas cuando se obtiene un factor escalar fraccionario. Este autor destaca algunos niveles del pensamiento proporcional, comenzando por el aditivo, generando una trascendencia hasta llegar a un nivel multiplicativo.

Por otro lado, en 1993, Streefland (citado en Ruiz y Valdemoros, 2006), introduce una didáctica para la matemática de forma realista con la cual esta investigación se relaciona con el modelo de enseñanza, esquema y notaciones que producen en el estudiante una práctica social.

El Matemático Carlos E. Vasco propuso en la reforma educativa de 1998 que el dominio de los sistemas matemáticos no fuera el propósito central del currículo de matemáticas, ya que los sistemas matemáticos podían clasificarse de acuerdo con su naturaleza, finalidades, contenidos y estrategias para su desarrollo y refinamiento, proponiendo el desarrollo cinco tipos de pensamiento matemático basados en procesos de representación comunicación y modelación matemática de situaciones de la vida cotidiana (Vasco, 2003).

La sectorización del currículo de matemáticas en cinco tipos de pensamientos no deja de lado que entre ellos existan relaciones de dependencia, tal como ocurre con el pensamiento variacional, el cual requiere del pensamiento métrico y del pensamiento numérico si las mediciones superan el nivel ordinal y también del pensamiento espacial si una o varias variables son espaciales. Su principal herramienta son los sistemas analíticos, pero puede valerse también de sistemas lógicos, conjuntistas u otros sistemas generales de relaciones y transformaciones (MATEMÁTICAS, E. B. D. C. E., 2007).

Los aportes de los autores antes mencionados, tienen en común el reconocer la importancia que ha tenido el razonamiento proporcional en diferentes momentos de la historia y como se desarrolló en distintas profesiones, hasta el punto de enseñarlo de manera formal en la escuela.

2.2. MARCO CONCEPTUAL

2.2.1. Estrategias metodológicas

Según Nisbet Schuckermith (1987), las estrategias son procesos ejecutivos mediante los cuales se eligen, coordinan y aplican las habilidades. Una estrategia debe contener una secuencia didáctica y estructurada que permita realizar procesos inductivos que ayuden a orientar, organizar y conducir la manera como se enseña y se aprende.

A nivel educativo el término estrategia metodológica es muy empleado para hacer referencia a la manera cómo enseñar determinado tema para facilitar la comprensión del mismo, es así como de acuerdo con la estructura de cada área del saber se han ideado métodos que promuevan en gran medida la construcción y aplicación de conceptos en el marco de un aprendizaje significativo basado en competencias, acorde con los adelantos tecnológicos y las necesidades culturales bajo las cuales se implemente.

Las propuestas metodológicas que fundamentan esta investigación están basadas en la resolución de problemas enfocado en la Clase para pensar y en el uso de la didáctica y la pregunta como estrategia para generar aprendizaje.

2.2.2. Entrevista flexible.

Clase para pensar presenta tres técnicas para evaluar, dentro de las cuales se encuentra la entrevista flexible. La entrevista se puede definir como conversación que se propone un fin determinado distinto al simple hecho de conversar (Diccionario de la Lengua Española, 2008).

La entrevista flexible tiene sus orígenes en la entrevista clínica, diseñada por Jean Piaget (1965) para evaluar y explorar los procesos de pensamiento (Piaget, 1976, citado por Ginsburg y Opper, 1988), identificar el pensamiento espontáneo del individuo y comprender el contexto mental del mismo (López, 2011). Esto se logra a través de un diálogo entre las partes comprometidas.

Para desarrollar la entrevista flexible, el docente debe:

1. Presentar el problema a los individuos que se van a entrevistar.
2. Asegurarse que el sujeto de estudio ha comprendido las partes esenciales del problema.
3. Después de la respuesta dada por el estudiante, debe percibir por medio de los indicios suministrados cómo ha funcionado su pensamiento. Esto sin haber realizado correcciones a la respuesta.

4. Debe interpretar la respuesta del individuo y tener presente el significado de dicha respuesta.

Además de estos rasgos, los individuos que la desarrollan presentan algunos beneficios, tales como:

El estudiante obtiene mayor comprensión de sus construcciones matemáticas porque esta permite “entrar a la mente del individuo” (Ginsburg y Opper, 1988) y al docente le permite diseñar estrategias más efectivas para la enseñanza, y adquirir un rol de facilitador o guía.

Las tres etapas indispensables en la entrevista flexible son:

- Preguntas abiertas
- Reflexión
- Resumen.

Como lo afirma López, (2011), “la entrevista flexible, integra a la evaluación dinámica, extiende el dialogo de la evaluación al brindar pistas y apoyo a los estudiantes en la zona de desarrollo próximo para facilitar el andamiaje, en cuanto a propiciar conflicto cognitivo, la comprensión de conceptos, el desarrollo de la reflexión metacognitiva y el pensamiento”.

2.2.3. Enseñanza a partir de la resolución de problemas

La enseñanza se define como un proceso en el que interactúan dos o más individuos con el objetivo no sólo de promover cambios en sus concepciones del mundo, comportamientos y aptitudes, sino también, procurando que éstos perduren a través del tiempo y de los contextos. Esta concepción concibe la enseñanza como “el estudio de las condiciones de difusión o de intercambio de conocimientos entre personas, organizaciones sociales, económicas o culturales”. D’Amore, Godino, Arrigo, Fandiño Pinilla (2003).

En la enseñanza de las matemáticas la didáctica como herramienta busca crear las condiciones que pueden determinar y favorecer el aprendizaje del conocimiento matemático de los individuos implicados en dicha actividad. Por lo tanto, se considera que el aprendizaje obedece al conjunto de cambios de comportamientos que evidencian que el sujeto dispone de conocimientos o competencias. Lo que implica la implementación de estrategias para la enseñanza que promuevan además de la motivación, el empleo de materiales que fomenten la creatividad, el uso de diversos lenguajes y situaciones idóneas en contextos cotidianos que promuevan las condiciones necesarias para poder lograr el objetivo esencial de todo proceso de enseñanza.

La resolución de problemas es uno de los procesos generales que deben desarrollarse en el currículo de matemáticas, sin embargo, en la mayoría de los casos, los procesos que se emplean para orientar la resolución de problemas en el aula no es el adecuado para llevar a cabo procesos cognitivos y metacognitivos. Bajo este enfoque, (Poogioli, 2005) sostiene que el objetivo fundamental en la enseñanza a través de la resolución de problemas consiste en orientar a los estudiantes en el desarrollo de habilidades de pensamiento y procesos que le permitan obtener soluciones correctas. Este tipo de enseñanza proporciona al docente los procedimientos y recursos para promover aprendizajes significativos en sus estudiantes.

La enseñanza a través de la resolución de problemas implica un monitoreo constante y fortalece el diálogo formativo entre profesor y estudiante, debido a que busca promover un aprendizaje más creativo, a partir de procesos menos rutinarios y memorísticos, que permitan adquirir habilidades cognitivas y metacognitivas, apoyándose en la concepción que Ernest (1988) Citado por (Vilanova, y otros, 2006) sintetiza así:

... hay una visión de la matemática (conducida por la resolución de problemas) como un campo de la creación y la invención humana en continua expansión, en el cual los patrones son

generados y luego convertidos en conocimiento. Así, la matemática es un proceso de conjeturas y acercamientos al conocimiento (...). La matemática no es un producto terminado, porque sus resultados permanecen abiertos a revisión.

Es necesario implementar en la enseñanza de las matemáticas herramientas que le brinden a los estudiantes la posibilidad de aprender a pensar para tener éxito en la resolución de problemas, de ahí que La Clase para Pensar surge como una estrategia pedagógica que se basa en la entrevista flexible como apoyo para desarrollar habilidades de pensamiento y busca enseñar las matemáticas con significado y propósito a través de la resolución de problemas (López, 2000).

El protocolo para la evaluación y desarrollo inherentes a la resolución de problemas (López, 2000) sugiere las siguientes etapas:

Tabla 1: Etapas para la evaluación de Resolución de problemas. Fuente: López (2011)

<p>1. EXPLORACIÓN Activación del conocimiento</p> <ul style="list-style-type: none"> ● ¿Qué sabemos acerca de....? (tema: conjunto, números, fracción, etc) ● Hemos hecho antes algo así.... (contar, compartir, unir, sumar, encontrar patrones, etc)
<p>2. LECTURA DEL PROBLEMA</p> <p>Realizar una o varias lecturas del problema</p>
<p>3. COMPRENSIÓN</p> <p>A. Identificación del problema y de los datos</p> <ul style="list-style-type: none"> ● ¿Qué sabemos acerca del problema? ● ¿De qué se habla en el problema? ● ¿Qué más nos dice el problema? <p>B. Replanteamiento del problema</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Vamos a decir el problema con nuestras propias palabras.
<p>4. ANÁLISIS</p> <p>A. Dividir el problemas en partes</p> <ul style="list-style-type: none"> ● ¿Qué tenemos que averiguar primero? ● ¿Qué tenemos que averiguar después? <p>B. Simplificar o reformar el problema</p> <ul style="list-style-type: none"> ● ¿Cómo podríamos hacer el problema corto?

<ul style="list-style-type: none"> • ¿Cuáles son las palabras claves del problema? <p>C. Seleccionar perspectiva</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Qué tenemos que hacer para resolver el problema? (sumar, restar, unir contar, encontrar el patrón, etc)
<p>5. PLANEACIÓN</p> <p>Identificar anticipadamente, Cómo resolver el problema</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Cómo vamos a solucionar el problema? • ¿Qué estrategias vamos a utilizar para resolver el problema?
<p>6. IMPLEMENTACIÓN/SOLUCIÓN</p> <p>Resolver el problema</p>
<p>7. MONITOREO LOCAL</p> <p>Chequeo durante la solución del problema</p> <p>A medida que se va resolviendo el problema, se pueden presentar preguntas como:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Cómo sabes que estás resolviendo el problema correctamente? • ¿Cómo sabes que los estás haciendo bien?
<p>8. MONITOREO GLOBAL/EVALUACIÓN</p> <p>Evaluación al culminar la solución del problema</p> <p>Al terminar la solución del problema, se pueden hacer preguntas tales como:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Cómo sabes que el proceso de solución del problema fue acertado o efectivo? • ¿Cómo sabes que has resuelto el problema correctamente?

2.2.4. La clase para pensar

La Clase para Pensar busca proporcionar herramientas para formar seres humanos que contribuyan positivamente a la sociedad, resaltando una serie de valores y virtudes importantes. Entre sus elementos destacamos los siguientes: una clase orientada por una serie de procesos, dentro de un ambiente que propicie el desarrollo del pensamiento y que responda a las necesidades de un mundo global y cambiante. Esta clase implementa evaluaciones para aprender que se facilitan mediante el uso articulado de la Entrevista Flexible, de la evaluación dinámica y

de la enseñanza recíproca. La evaluación continua permite un aula diferenciada que responde de forma respetuosa y coherente a las necesidades de los estudiantes.

Desde los procesos de resolución de problemas, la Clase para Pensar propicia el uso de los procesos mentales implementados para dar solución a una situación planteada dentro de un contexto académico, así como para la creación de problemas nuevos. Estos procesos han sido identificados a partir de los protocolos históricamente desarrollados para este propósito (López, 1992).

La Clase para Pensar implementa estrategias de instrucción constructivistas que facilitan el acceso de procesos cognitivos y un aprendizaje activo, desde la perspectiva de las teorías cognitivas y educativas predominantes en el mundo contemporáneo (e.j., Piaget, J. Vygotsky, L. Sternberg, R., Gardner, H. y Perkins, D., Tomlynsón). Se utiliza como técnica de instrucción principal la entrevista clínica creada por Jean Piaget (1965), y las modificaciones que Ginsburg, H.P., Jacobs, S., y López, L.S. (1998), realizaron al llevar esta última al salón de clase, denominándola, la Entrevista Flexible.

En esta investigación la enseñanza a través de la resolución de problemas tuvo el modelo de la Clase para Pensar, la cual se plantea los siguientes objetivos fundamentales:

- a) Contribuir al cambio positivo en los procesos de pensamiento crítico, creativo, metacognitivo y de resolución de problemas de los estudiantes de los profesores participantes,
- b) Contribuir al cambio positivo en los conocimientos, creencias y prácticas pedagógicas de los docentes, en torno a la formación del ser en su totalidad, asegurando así acciones de emprendimiento responsables que contribuyan positivamente al país y al mundo,

- c) Contribuir a la formación básica de docentes reflexivos que faciliten a través de su práctica, presencial y virtual, el pensamiento de sus estudiantes en los distintos campos del conocimiento,
- d) Contribuir a la evaluación científica del proceso de formación de docentes, desde el punto de vista del cambio en la práctica docente. Se busca que el docente aprenda a resolver situaciones polémicas junto con sus alumnos y así, facilitar el desarrollo de estrategias para la comprensión de los problemas. A su vez, se espera que el docente perfeccione sus destrezas para observar y entrevistar a los alumnos, seguir sus procesos de resolución de problemas e identificar las estrategias que estos emplean.

A continuación se definen los procesos dentro del evento de la resolución de problemas en la clase para pensar.

Tabla 2: Resolución Problemas Clase para Pensar. Fuente: López, 1992.

PROCESO COGNITIVO	DEFINICIÓN
EXPLORACIÓN	Integra la activación del conocimiento previo en torno a los contenidos, problemas similares y estrategias de solución de los mismos.
COMPRENSIÓN	Esfuerzo del estudiante por aprehender la naturaleza del problema, incluye: <ul style="list-style-type: none"> a. Reconocimiento de los datos del problema. b. Reconocimiento de la pregunta del problema.
ADQUISICIÓN DE LA NUEVA INFORMACIÓN	Momento en que el estudiante pide repetición de la pregunta y recoge nueva información.
ANÁLISIS	Esfuerzo del estudiante por examinar los elementos del problema, incluye: <ul style="list-style-type: none"> a. Dividir el problema en sus partes b. Simplificar el problema. c. Seleccionar el tipo de operación aritmética. d. Realizar.
PLANEACIÓN	Incluye las decisiones que se toman acerca del procedimiento y estrategias que se van a utilizar para resolver el problema.
IMPLEMENTACIÓN	El estudiante realiza el plan pensado. Incluye las estrategias planeadas

MONITOREO LOCAL	Es el momento en que el estudiante reflexiona acerca de las actividades o el problema, y la forma como está llevando a cabo o solucionando los mismos. Incluye la autorregulación y auto chequeo durante la resolución del problema, y como es deseado, en ocasiones la implementación de la estrategia remedial.
MONITOREO GLOBAL	El momento en el que el estudiante reflexiona acerca de las actividades o problemas, y la forma como los llevó a cabo, o solucionó los mismos. Incluye la autoevaluación y autorregulación al finalizar la resolución del problema y, como es deseado, en ocasiones la implementación de la estrategia general.

En la planeación de una clase para pensar se incluyen tópicos generativos, metas de comprensión, preguntas esenciales y desempeños de comprensión. Los tópicos generativos reflejan aspectos del desarrollo humano que articulan las filosofías de las instituciones escolares, las virtudes y los valores que influyen en la formación integral del estudiante, los cuales deben ser tenidos en cuenta en la elaboración de las metas, los desempeños y las preguntas.

El **tópico generativo** es la esencia de una clase para pensar, particularmente en lo referente al currículo oculto, convirtiéndose en una herramienta para establecer conexiones y brindar un significado más personal, humano, real y aplicado a lo que se aprende.

2.2.5. El uso de la pregunta en la clase para pensar

La Entrevista Flexible, parte de una pregunta o problema abierto y realiza las preguntas a partir de este. Esta entrevista puede variarse en su grado de estructura. La entrevista fundamentalmente abierta y la Semi-estructurada. La primera combina la pregunta cerrada y la abierta, dando una mayor proporción a la última. La Semi-estructurada se realiza a partir de un protocolo de preguntas abiertas previamente establecido en combinación con preguntas abiertas contingentes a las respuestas que brinde el estudiante.

Las preguntas empleadas en una clase para pensar deben ser abiertas para brindar al estudiante la libertad de responder basados en sus experiencias y conocimientos previos. Estas

preguntas permiten visibilizar el pensamiento de los estudiantes en forma espontánea o dirigida. (Ginsburg, Jacobs & López, 1998)

La secuencia de las preguntas debe orientarse de lo general a lo específico, es decir, deben ser contextualizadas para que el entrevistado pueda acomodar su respuesta a una realidad observada o experimentada, teniendo en cuenta que esta secuencia de preguntas debe conducir al estudiante a la solución de una situación problemática planteada previamente.

A continuación abordaremos los conceptos tendientes al conocimiento matemático planteado en esta investigación.

2.2.6. Pensamiento variacional

Se hace necesaria en esta investigación abordar la definición de Variable y Variación para conectarnos de una manera más profunda con el concepto de Pensamiento Variacional.

De acuerdo con el diccionario de la real academia de la lengua, Variable es un adjetivo para nombrar algo que cambia, lo que varía. Variación es la acción de cambiar o variar.

Según Andrade, C. (1998), si se toman diferentes valores para desarrollar una situación que la ciencia experimental determina como relevante para el suceso, los posibles valores de la variable son la variación. Es decir, “la variable es una herramienta de la matemática para representar la variación y que su conformación es el resultado del desarrollo de un proceso” (p.1).

El pensamiento variacional según Vasco (2006), se describe como: “una forma de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que covarien en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distinta magnitud” (p. 139).

Para los Estándares básicos de competencia, el **pensamiento variacional** y los sistemas algebraicos y analíticos, tienen que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción,

modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos (MEN, 2006, p.66).

El objeto del **pensamiento Variacional** es la captación y modelación de la covariación entre cantidades de magnitud. El pensamiento Variacional requiere del pensamiento métrico y el pensamiento numérico, en los casos en que las mediciones superan el nivel ordinal. Requiere también del pensamiento espacial si una o varias variables son espaciales. Se vale de sistemas analítico y lógico y otros sistemas generales de relaciones y transformaciones, es decir, el pensamiento variacional interactúa en gran medida con los demás pensamientos matemáticos (Vasco, 2003).

Para el sujeto que aprende, el pensamiento variacional debe establecer relaciones entre el lenguaje cotidiano y el matemático, en esas conexiones las experiencias con el entorno juegan un papel importante al momento de realizar el planteamiento o modelación de situaciones cotidianas. La comunicación de los objetos matemáticos, principalmente de forma escrita, se realiza a través de los signos matemáticos con la ayuda del lenguaje habitual que favorece la interpretación de estos signos (Socas, 1997).

2.2.7. Razonamiento proporcional

Los autores Cañadas y Castro (2002) definen razonamiento como: “la acción de dar razones para explicar un hecho” (p.1).

Los estándares básicos de competencias en el área de matemáticas, afirman que se debe propiciar en el razonamiento matemático, ocasiones para reconocer y aplicar los razonamientos inductivos, abductivos y deductivos. Estos fortalecen los pensamientos: métrico, geométrico y espacial y en especial el razonamiento proporcional, el cual sugieren se debe acompañar con gráficos (MEN, 2007).

El **razonamiento proporcional** surge desde temprana edad, como lo explica Piaget y colaboradores (1972), durante la etapa preoperacional y adquieren la noción de proporción y la comprensión de la proporcionalidad directa e inversa para los diferentes pensamientos matemáticos entre los 11 y 12 años (Piaget, 1978; Ruiz, y Lupiáñez, 2009). De igual forma, estos autores afirman que el razonamiento proporcional es desarrollado desde un pensamiento intuitivo, covariacional, de índole cualitativo (Behr et al., 1992; Lamon, 2007; Streefland, 1985; Rivas, Godino y Castro, 2012).

En investigaciones realizadas a Piaget logra concluir que para poder desarrollar este razonamiento se debe llegar a pensar proporcionalmente de forma lingüística, es decir que para comprender el razonamiento proporcional, debe pasar por el pensamiento proporcional cualitativo como formación para la interpretación, apropiación y sentido del pensamiento proporcional cuantitativo. Este es el que se encarga de los procesos y estrategias aritméticas que facilitan calcular la respuesta a una incógnita suministrada (Ruiz y Valdemoros, 2006)

Brink y Streefland (1979), de igual manera que Piaget, reconocen la necesidad de generar en la enseñanza de la razón y la proporción un orden en el pensamiento proporcional, el cual permita desarrollarlo sin necesidad de pasar directamente a cálculos sin sentido. Por tanto reconocen que antes de instruir a los estudiantes con reglas que dan solución a problemas se le debe colocar a razonar utilizando para ello material concreto que facilita comparaciones entre patrones verbales tales como grande, mediano y pequeño y de igual manera crear categorías como; mitad, doble, tercero.

Estos autores afirman que el razonamiento proporcional, se debe desarrollar en los primeros años de escolaridad iniciando con el pensamiento proporcional cualitativo, para que el niño entienda el sentido de lo que debe realizar con el pensamiento proporcional cuantitativo (Ruiz y Lupiáñez, 2009).

Streefland (1985, p. 84), utiliza una serie de comparaciones de tipo cualitativo como: ___ es más grande que.... O ___ es más pequeño que.... Desarrolladas en actividades tales como: contar, medir áreas. Rivas, M (2013) afirma que estas acciones deben comenzar al inicio de la escuela primaria, para que el razonamiento proporcional tenga buenas bases para desarrollar los conceptos funcionales.

Por otro lado Van Den Brink y Streefland (1979) y Streefland (1985, p. 84) Invitan a desarrollar estrategias que partan de aspectos intuitivos con un esquema cualitativo en niños a edades tempranas, las cuales se puedan llevar acabo por intermedio de dibujos, los cuales posibiliten reconocer semejanzas en una escala y a la vez construir los conceptos de razón y proporción (Rivas, 2013).

Estos aspectos permiten entender que el razonamiento proporcional debe ser construido. Lesh y otros (1998, 2003) reconoce que este razonamiento presenta en su construcción una serie de fases, entre las que encontramos cinco, descritas de la siguiente forma:

- Fase 1: El estudiante, ante una situación problema, centra su atención en una parte de la información relevante del problema, es decir, solo considera una variable a la vez, y por lo tanto, su análisis de la situación es parcial.
- Fase 2: Se identifican las variables del problema, y su correlación, pero ésta se establece de manera cualitativa, de tal forma que situaciones que impliquen tratamientos numéricos quedan por fuera del alcance de las posibilidades de solución. Este tipo de análisis son importantes pues dan herramientas de control sobre los procesos cuantitativos propios de la siguiente fase.
- Fase 3: Esta fase se caracteriza por el uso de estrategias centradas en el reconocimiento de patrones de correlación entre las cantidades, pero desde una perspectiva aditiva, más que

multiplicativa. En esta fase se utilizan reglas que permiten comparar, incrementar, decrecer, o hacer relaciones parte todo.

- Fase 4: En esta fase se reconocen estructuras y relaciones que coordinan la variación de dos cantidades, fundamentalmente a partir de estrategias de reconocimiento de coordinación e regularidades crecientes y decrecientes (fundamentalmente se trata de análisis escalares).
- Fase 5: Esta fase se fundamenta en la comprensión de la relación de proporcionalidad propiamente dicha a partir del establecimiento de la constante de proporcionalidad como una razón que relaciona cualquier par de valores correspondientes a cada una de las cantidades que se comparan.

Estas fases son el principal criterio para evaluar los logros obtenidos por las estudiantes durante la aplicación de la estrategia de enseñanza utilizada en la práctica de aula.

A partir de todo lo anterior y teniendo en cuenta el propósito de esta investigación, se define el razonamiento proporcional como el desarrollo organizado de las habilidades del pensamiento desde niveles del pensamiento proporcional cualitativo hasta niveles del pensamiento proporcional cuantitativo, que permiten el mayor entendimiento y apropiación de los conceptos matemáticos pertinentes en el currículo de estudio de la básica primaria, media y secundaria. El razonamiento proporcional es una habilidad relevante para el trabajo apropiado con las matemáticas del nivel medio y avanzado del currículo escolar (Rivas, Godino y Castro, 2012, p.3)

Niveles del Razonamiento Proporcional.

La propuesta aquí planteada permite verificar qué nivel inicial y final presentaron un grupo de estudiantes de 7° de una institución educativa pública, por medio de un pre test y pos test, al implementar el modelo de clase para pensar. Para esto se necesitó medir Los niveles del

razonamiento proporcional, los cuales coincide con los ideados por Karplus, Adi y Lawson (1980). Estos enfatizan sus niveles según el problema Mr Tall/Mr Short, diseñado por Karplus en 1970, utilizado en la propuesta para desarrollar el concepto de proporción, y que en la actualidad es corroborado por Khoury (2002, p. 100). Una descripción de los niveles se presenta en el cuadro 1

Nivel I (Ilógico)	El estudiante no proporciona explicación, exhibe un cálculo ilógico o una adivinanza o realiza una estimación general sobre la base de una observación descriptiva.
Nivel A (Aditivo)	El estudiante enfoca las diferencias entre 6 y 4 botones, y luego asume que la misma diferencia debe existir cuando se usan los clips.
Nivel TR (Transicional)	El estudiante usa un enfoque aditivo dirigido a la correspondencia entre las medidas de cada figura, por cada dos botones hay un clip adicional.
Nivel R (Razón)	El estudiante usa una relación de razón constante o hace una comparación multiplicativa de las medidas de ambas figuras.
Problema Mr Tall/Mr Short: <i>La altura de señor bajito es 4 botones, mientras la altura de señor alto es 6 botones. Si usamos clips, la medida de señor bajito es de 6 clips. ¿Cuál será la altura de señor alto medida con clips?</i>	

Cuadro 1: Niveles del razonamiento proporcional en el problema Mr. Tall/ Mr Short (KHOURY, 2002, P. 100)

2.2.8. Conceptos básicos abordados en el pensamiento proporcional

El Concepto de Razón.

Para Hoffer, (1988); Godino y Batanero, (2002) una **Razón** es “un par ordenado de cantidades de magnitudes”. Cada una de esas cantidades viene expresadas mediante un número real y una unidad de medida. Además, los autores, Rivas, Godino, y Castro, (2012) concluyen que una razón es una relación matemática.

Lamon (2005) señala que en el razonamiento proporcional dentro de los significados de los objetos matemáticos, se encuentra el subconstructo “Razón”, el cual permite la interpretación del número racional y que definido desde esta perspectiva es una comparación multiplicativa entre dos cantidades (Pitta-Pantazi; Christou, 2011; Buforn y Fernández, 2014).

Obando, Vasco y Arboleda (2013), sintetizan los aportes de otros autores en los últimos 40 años. Estos señalan varias vertientes sobre la aproximación al concepto de razón. A continuación se sintetiza dichas vertientes según la posición de sus autores:

Tabla 3: Definiciones históricas del concepto de razón, autores extraídos de Obando, Vasco y Arboleda (2013)

AUTORES	VERTIENTE AL CONCEPTO DE RAZÓN
Lesh, Post y Behr, 1988	Unifica el concepto de razón con los de tasa, rata y proporción.
Vergnaud 1988	El concepto de razón es distinto a los de tasa, rata y proporción
Nesher 1988	Entidad distinta de la relación parte-todo y los operadores
Lamon 2007	La razón bajo ciertas condiciones tiene que ser interpretada como una relación parte-todo o un operador
Schwartz 1988	Se observa la razón desde una perspectiva de tratamiento de las magnitudes y las cantidades intensivas y extensivas.
Kieren 1988	La definen por intermedio de la caracterización de diferentes formas de razonamiento.
Behr, Harel y Post 1992	Los conceptos de razón y proporción tienen una relación funcional que se estrecha con los procesos de variación
Kaput y West 1994	Enfocan el concepto de razón desde lo relativo a la solución de problemas, en específico de cuarta proporción.

Esta investigación aborda el concepto de razón desde una perspectiva funcional, en donde se afirma que “una razón entre dos cantidades es una nueva cantidad que surge de la comparación por cociente entre ellas y por tanto expresa la medida relativa de una de ellas tomando la otra como unidad” (Obando, Vasco y Arboleda, 2013). Esto es por ejemplo: la designación A es el doble de B o B es la mitad de A, manifiesta la relación entre ellas por medio de las expresiones: mitad o doble.

En este orden, la función de la razón es como cuantificador de la relación por cociente en dos tipos de situaciones, cuando las dos cantidades son específicas o cuando hay dos familias de cantidades. Para la primera la razón es un relator (Vasco, 1994), en la segunda la razón es un correlator (Vasco, 1994).

Cabe aclarar, que la propuesta del grupo investigador toma además aspectos del referente de Schwartz 1988, en donde el concepto de razón se presenta desde la presentación de las magnitudes y como antes se mencionaba, las cantidades. Además se presentan las denominaciones que hace freudenthal (1983) sobre razones: “se referencia a las razones internas y las razones externas, definiendo las primeras como relaciones establecidas con distintos valores de la misma magnitud (distancia con distancia, tiempo con tiempo, precio con precio) y a las segundas, como relaciones entre valores de diferente magnitud (tiempo con distancia o litros de leche con precio)” (Lupiáñez ; Ruiz, 2006, p. 404).

Proporción

Para Rivas, Godino y Castro (2012), una proporción aparece bajo la forma de una igualdad entre dos fracciones, y es definida como la segunda relación matemática conformada después de una razón, es decir, Es una relación entre razones.

Desde el punto de vista de los autores Obando, Vasco y Arboleda (2013), “la proporción se entiende como la equivalencia entre dos razones, es decir, se comprende como una forma proposicional binaria o diádica que permite poner en relación dos razones” (p.981).

Para facilitar el entendimiento de las definiciones antes mencionadas se relacionaran los conceptos de cantidad y magnitud. Sin embargo, no se profundiza en su totalidad ya que no son objetos de estudio, solo hacen parte de ellos para su aclaración.

Magnitud y Cantidad

Según Godino, Batanero y Roa (2002), suele dársele el nombre de **magnitud** a los atributos o rasgos que varía de manera cuantitativa y continua o también de forma discreta. Estos mismos autores, afirman que **cantidad** es el valor que toma la magnitud en un objeto particular.

Para Frías, Gil Moreno (2001), “**Una cantidad de magnitud** es una clase que agrupa a todos los objetos (matemáticos o físicos) que coinciden en la cualidad” (p. 487).

Bertrand Russell, clasifica las magnitudes en aquellas susceptibles de un orden y las que presentan una divisibilidad. Este investigador afirma que: “*Las magnitudes son aquellos conceptos susceptibles de un orden y divisibilidad*”, además designan dentro de esta primera clasificación una subdivisión, las de orden, las cuales son clasificadas en magnitudes extensivas e intensivas (Frías, Gil y Moreno, 2001).

Godino, Batanero y Roa (2002), define las magnitudes extensivas como medibles y sumables, es decir, que se puede sumar “*las cantidades de magnitud de un objeto compuesto de partes agregando las cantidades de cada parte*”. Por ejemplo, si tomamos como magnitud la longitud y su unidad el metro, podemos sumar las cantidades de magnitud 3 metros de alambre con 5 metros de alambre y obtendríamos 8 metros de alambre. Sin embargo, no ocurre lo mismo para las intensivas, ya que estas solo se pueden ordenar en escalas utilizando una relación que provenga de ellas. Dentro de esta clasificación tenemos la temperatura, se pueden mezclar dos sustancias que tengan diferente medida de temperatura, por ejemplo dos vasos de agua con la misma cantidad, pero uno a -10°C y otro con 34°C . Se sigue teniendo el mismo rasgo de la temperatura, pero esta no es la suma de las temperaturas.

Además de la clasificación antes mencionada Godino, et. al (2002), brindan otra clasificación a las magnitudes:

Las Magnitudes Proporcionales.

Si existe una función lineal $f : A \rightarrow B$, entonces las medidas de las cantidades se encuentran en correspondencia, formando series de números relacionados entre sí, Godino y Batanero, (2002). A esto se le conoce como proporcionalidad.

Al hablar de series de números, Godino y Batanero, afirman que “si existe un número real fijo K , que permite escribir cada valor de la segunda serie como producto por K de los valores correspondientes de la primera serie”, es decir, son proporcionales entre ellos.

La definición de serie de números desarrollada por Godino et. al (2002), es asumida por Obando, Vasco, y Arboleda, (2013), como familia de cantidades y con base en ella define la proporción como una “forma de poner en correspondencia biunívoca dos familias de cantidades a partir de identificar una propiedad invariante a todas las parejas de cantidades correspondientes, en donde se conserva la misma relación por cociente”.

Tanto para Godino, et. al (2002) y Obando et. al (2013), en la descripción antes mencionadas, sobre Proporcionalidad, interpretan el concepto de **PROPORCIONALIDAD DIRECTA**, de igual manera.

Proporcionalidad Inversa.

Godino et. al (2002) definen la proporcionalidad inversa para dos magnitudes, “*si al tomar los valores de una de las dos magnitudes y los inversos de los valores de la otra magnitud forman series proporcionales*”.

Ledesma, (2004), afirma que “*dos variables o magnitudes se comportan inversamente, si los productos sucesivos por nivel se mantienen constantes*”. Estos autores comentan que la proporcionalidad inversa, opera buscando la interpretación de las cualidades propias de “*dimensiones o variables*”, las cuales se relacionan mutuamente según un mismo referente, que se comporta de forma inversa.

Este autor, no comparte del todo la definición clásica sobre inverso. En realidad afirma que no se debe hablar de inverso, sino de “*reciprocidad*”. Con esto se refiere “*a un modo de operar con un sentido en sí mismo, el que tiene que ver con un modo de pensar asociado a la cualidad de la reciprocidad*” Ledesma, (2004).

2.2.9. PROCESOS MENTALES ESPECIALES EN LA INVESTIGACIÓN.

Dentro de los procesos mentales inherentes al aprendizaje de todo ser humano, se encuentran los procesos cognitivos y metacognitivos. A continuación se desarrollan dichos conceptos.

Cognición

El concepto de cognición es muy complicado de definir, sin embargo, Pascual Leone (1978) y Glass, Helyoak y Santa (1979) lo hacen como un complejo sistema psicológico organizado que está compuesto por diferentes capacidades mentales como: percepción, razonamiento, atención, memoria y lenguaje, sin embargo, ya que de esta manera no se ve muy claro el concepto porque no se indica exactamente en donde se encuentra ubicada esta definición, Leone (1978) asegura que la “cognición es la capacidad específica del sistema psicológico de conocer las estructuras y mecanismos que subyacen de esa función”. De los anteriores conceptos podemos indicar que la cognición es solo la parte inicial de un pensamiento avanzado, y por ende se necesita un concepto mucho más profundo para lograr que los estudiantes tengan una actitud crítica y reflexiva para afrontar los problemas y situaciones diarias que la sociedad en la actualidad les exige.

Metacognición

Para hablar de metacognición debemos tener en cuenta una frase célebre de Platón la cual hace referencia a que “una vida sin examinarse no merece ser vivida”, de ahí debemos partir para comprender este concepto.

Huff y Nietfeld (2009) definen la metacognición textualmente como “un proceso activo de conocimiento, de tener plena conciencia de su propio estado cognitivo y la habilidad de hacer los

ajustes cuando sea necesario". De lo anterior podemos decir que la metacognición es un proceso posterior y que complementa al de cognición ya que el sujeto teniendo esta ayuda puede tener control de sí mismo, esto último lo podemos justificar y sustentar teniendo en cuenta el concepto de Jhon Flavell (1979), el cual dice que "este término y el de juicio metacognitivo fueron usados para distinguir entre conocimientos relativos al contenido de la memoria en contraposición a los procesos usados para regular o monitorear la memoria y la cognición". Para realizar este monitoreo de la cognición, la metacognición es fraccionada en tres componentes: conocimiento declarativo, conocimiento procesal y conocimiento condicional McCormick (2003).

Sin embargo, no podemos olvidar que estos dos conceptos guardan una estrecha línea de separación como lo señala Flavell 1979, Livingston 1997 y Veenman 2006, "la frontera entre lo cognitivo y lo metacognitivo, es clara y se ha reconocido que ambos pueden ser mutuamente dependientes entre sí.

Lo que evidencia que los dos procesos se dan por separado y para que se dé la metacognición se han tenido que cumplir previamente con los procesos cognitivos.

El análisis de los procesos inherentes a Metacognición identifica tres procesos en las acciones de autorregulación de orden metacognitivo. Estos procesos son: Planeación, Monitoreo y Evaluación.

A continuación se presenta la definición de estos procesos en el marco de la clase para pensar (López y Toro, 2008).

Tabla 4: Procesos metacognitivos. Fuente: López, L., 2011

PROCESO METACOGNITIVO	DEFINICIÓN
REFLEXIÓN	El estudiante piensa sobre los que está pensando o haciendo
PLANEACIÓN	Una vez el estudiante reflexiona e identifica un problema, busca estrategias para cumplir con la meta trazada y/o resolver el problema.
MONITOREO	
Clasificar	El estudiante aclara elementos del problema o solución. Por ejemplo, vocabulario, información desconocida, etc.
Revisión	El estudiante realiza un chequeo continuo de la tarea o problema, enfocándose en aspectos de contenido, organización y coherencia.
Estrategia Remedial	El estudiante realiza correcciones con el propósito de remediar los errores que identifica durante la realización de la tarea
Generar Preguntas	El estudiante genera preguntas que le permiten guiar y asegurar la comprensión.
EVALUACIÓN	
Evaluar	El estudiante realiza una evaluación al finalizar la tarea de remediar los errores que identifica al finalizar la tarea.
Estrategia Remedial	El estudiante realiza correcciones con el propósito de remediar los errores que identifica al realizar una tarea.
Generar Preguntas	El estudiante genera preguntas que le permiten autoevaluar su comprensión.

2.2.10. Conceptualización del término “Impacto” en una propuesta investigativa.

La finalidad de un proceso investigativo es la innovación o validación de métodos, instrumentos o estrategias en contextos diferentes de aprendizaje. La eficacia de estos métodos y sus procesos deben evaluarse en función de los resultados de los objetivos planteados en la investigación, determinando, en términos generales, el impacto como una medida positiva o negativa frente a

los avances a partir del estado inicial de las dificultades de los jóvenes con respecto al aprendizaje de un tema o la solución de un problema. Abdala, 2004.

Cohen y Franco., 1992, exponen que la evaluación del impacto busca determinar si hubo o no cambios en la población estudiada y en qué medida los objetivos planteados se alcanzaron.

La evaluación del impacto tiene como propósito determinar si el programa tuvo o no los efectos deseados en las personas, hogares e instituciones a los cuales este se aplica; obtener una estimación cuantitativa y/o cualitativa de estos beneficios y evaluar si ellos son o no atribuibles a la intervención del programa. Aedo, 2005

En esta investigación, el impacto buscó medir el logro de los objetivos de formación alcanzado a partir de la implementación del modelo de la clase para pensar, verificando qué tanto permitió que los estudiantes desarrollaran de manera significativa su razonamiento proporcional cualitativo y cuantitativo en la resolución de problemas de proporcionalidad directa e inversa.

Para medir el impacto de esta investigación se tuvieron en cuenta aspectos como: el aprendizaje de los estudiantes a partir del desarrollo de procesos cognitivos y metacognitivos, su reacción o satisfacción frente a la implementación de las actividades y la transferencia o aplicación de lo aprendido en contextos diferentes.

2.3. ESTADO DEL ARTE

2.3.1. Estrategias Metodológicas Para Desarrollo Del Pensamiento Variacional

El desarrollo del pensamiento variacional ha adquirido importancia en los últimos años, debido a la trascendencia e influencia que tiene sobre el conocimiento y aplicaciones de las matemáticas. Este tema ha sido abordado por muchos autores a nivel nacional e internacional, empleando diversas estrategias metodológicas.

Ruiz y Valdemoros (2006), escribieron para la revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, un artículo titulado “Vínculo entre el pensamiento proporcional cualitativo y cuantitativo: El caso de Paulina”. Este artículo hace parte de una investigación doctoral que desarrolla una evaluación sobre la propuesta de enseñanza de razón y proporción, realizada a un grupo de sexto grado conformado por 29 niños y niñas mexicanos que tenían 11 años de edad. La niña de estudio de caso, Paulina, reflejó el proceder de varios de estos niños, quienes resolvieron el cuestionario inicial con algoritmos manejados de un modo mecánico, sin darle sentido a su elaboración. La investigación mostró que el enriquecimiento del pensamiento proporcional cualitativo le permitió a Paulina ampliar las relaciones cuantitativas y mejorar el manejo de los algoritmos, enmarcándolos en aplicaciones con sentido.

Ruiz y Lupiáñez (2009) escribieron para la revista *Electronic Journal of Research in Educational Psychology* un artículo titulado: Detección de obstáculos psicopedagógicos en la enseñanza y el aprendizaje de los tópicos de razón y proporción en alumnos de sexto grado de Educación Primaria. El problema de investigación de este artículo, consistió en revisar las estrategias que emplean los estudiantes de sexto grado de primaria al resolver actividades de razón y proporción simple y directa, para reconocer los procesos cognitivos del pensamiento de los alumnos y poder determinar cómo estructuran sus respuestas ante situaciones problemáticas. Concluyen que la enseñanza escolar no ha explotado al máximo el pensamiento cualitativo de los estudiantes.

El conocimiento pedagógico del contenido, la práctica docente en función de los procesos de la resolución de problemas y su uso por los estudiantes, en el marco de la Clase para pensar fue una investigación realizada en 2009 por Franco, Osorio, Rincón, Tatis; este estudio establece la relación de predicción, en el marco de la Clase Para Pensar orientada hacia los procesos de Resolución de Problemas (RP), entre el Conocimiento Pedagógico del Contenido (CPC), la

Práctica Docente (PD) y el uso de estos procesos por los estudiantes. Los resultados de esta investigación dejan de manifiesto que los docentes deben mejorar sus prácticas pedagógicas para lograr un aprendizaje exitoso en sus estudiantes, demostrando que la clase para pensar se convierte en una alternativa para lograr cambios significativos en la enseñanza en el aula.

Rolong, (2010) llevó a cabo una investigación titulada “Efecto de la entrevista flexible sobre la corrección de errores en el producto matrices”, la cual se realizó con la participación de 40 estudiantes de segundo semestre de Ingeniería. En esta investigación se concluyó que La entrevista flexible contribuye de manera positiva para corregir los errores conceptuales-procedimentales en el aprendizaje del producto de matrices. La aplicación de la clase para pensar de López (2011) generó un cambio positivo en la práctica a los docentes que la utilizaron para impartirla e influyó de igual manera en las habilidades de los estudiantes para resolver problemas utilizando el pensamiento crítico, creativo y cognitivo.

Como una herramienta para la enseñanza de las matemáticas se creó en 2002 el Proyecto Edumat-Maestros, produciendo textos en el área de Matemática y su didáctica para maestros. Este proyecto estuvo liderado por autores como , en él se analizan algunos problemas sobre proporcionalidad en primaria, desarrollando conceptos referentes a este tema y su principal objetivo es orientar a los maestros de forma didáctica y curricular en la enseñanza de temas básicos de matemáticas relacionados con el pensamiento variacional.

Butto, y Rojano (2004), como resultado de sus investigaciones sobre La introducción temprana al pensamiento Algebraico, concluyeron que en el lenguaje proporcional el acercamiento más tradicional empieza por enseñar la sintaxis algebraica, haciendo énfasis en sus aspectos manipulativos. Este proceso se empieza enseñando las expresiones, palabras claves, ecuaciones y representaciones, terminando con la resolución de problemas mediante la aplicación del contenido sintáctico aprendido. En cuanto a las dificultades que enfrentan los estudiantes

que trabajan con dicho abordaje, la principal crítica es que se introduce al niño en un simbolismo desprovisto de significado y de sentido, siendo que los niños vienen de trabajar con la aritmética, donde todos los símbolos poseen significados y los contextos de los problemas determinan mucho la manera de resolverlos.

La investigación que lleva por título “Elementos para una didáctica del pensamiento variacional: relaciones entre la pendiente y la razón de cambio”, realizada por Camargo, y Guzmán, (2011) tiene por objeto emplear la entrevista flexible como estrategia para orientar las nociones preliminares que con llevan a la comprensión del concepto de derivada, mediante la planeación y construcción de las situaciones problemas. El Análisis de resultados permitió evidenciar mejorar significativas en la comprensión del concepto de derivada y sus aplicaciones.

Aragón y Gutiérrez, (2013) trabajaron en su tesis de maestría como tema: El efecto del programa de formación docente “La clase para pensar” sobre los procesos y estrategias de resolución de problemas y la exactitud en el pensamiento algebraico temprano. Esta investigación pretendió determinar el efecto del programa de formación docente “La Clase para pensar”, sobre los procesos de resolución de problemas y la exactitud en el pensamiento algebraico temprano. Se aplicó a 80 estudiantes de Instituciones educativas del municipio de fundación en el departamento del Magdalena y fue evaluado mediante entrevistas flexible. Concluyeron que los estudiantes mejoraron significativamente el acceso a los procesos y estrategias de resolución de problemas, demostrando un desarrollo del pensamiento algebraico temprano, siendo más exactos en la resolución de los mismos.

En cuanto a las estrategias metodológicas para el desarrollo del pensamiento variacional las investigaciones realizadas abordan temas como: La comunicación matemática asertiva y el lenguaje algebraico, la didáctica propuesta para Maestros de Matemáticas y la Modelación en situaciones de variación aplicadas a temas de algebra y geometría. Este trabajo de investigación

está enmarcado en la línea de Investigación en Pensamiento Matemático de la Universidad del Norte y emplea el modelo de la Clase para Pensar aplicado al desarrollo del pensamiento Variacional enfocados en temas correspondientes a la educación básica secundaria.

El modelo de la Clase para Pensar ha sido empleado en la resolución de problemas relacionados con el pensamiento geométrico y numérico. En cuanto al tema de proporcionalidad no aparecen registros en donde esta estrategia haya sido utilizada. En el campo de la instrucción a maestros, han sido muchos los trabajos de investigación que se han realizado con respecto al tema de esta investigación.

2.3.2. Estrategias metodológicas para el aprendizaje de la resolución de problemas

En las pruebas nacionales e internacionales realizadas en los últimos años se han obtenido bajos resultados en matemáticas, poniendo en evidencia la necesidad de enseñar a resolver problemas en los niveles de primaria y secundaria, como un elemento central del currículo de matemáticas. La preocupación por la enseñanza en la resolución de problemas ha sido de gran interés y los autores más sobresalientes en este campo son Polya, 1981; Schoenfeld, 1985; Borasi, 1986; Schrock, 2000. Rico, 2009.

Karplus y Peterson, R. en 1970, publicaron su trabajo de investigación “Intellectual Development Beyond Elementary School II*: *School Science and Mathematics*”, en el cual estudiaron el razonamiento proporcional con problemas de comparación numérica y encontraron que los estudiantes mostraron mejores resultados en situaciones donde una razón era un múltiplo entero de una cantidad correspondiente de otra razón. Cuando los múltiplos ya no eran enteros, los estudiantes empleaban estrategias aditivas.

Desde el punto de vista de la didáctica, los autores citados reconocen que la resolución de problemas no debe mirarse como como criterio para determinar el saber del alumno porque entonces estamos frente a una concepción tradicional. El problema debe ser utilizado como móvil

para el aprendizaje, por lo tanto, la concepción de enseñanza y aprendizaje debe estar ligada a los métodos activos que involucren en gran medida el contexto para despertar el interés de los estudiantes.

En 1979, Strefland, L, concluye al realizar un investigación en niños de 6 a 8 años de edad, “Young children (6–8)-ratio and proportion” que el aprendizaje de la razón y la proporción son procesos que deben empezar con una comparación cualitativa, desde la comprensión del mismo lenguaje proporcional, para facilitar la comprensión de los estudiantes en situaciones de variación.

Llinares y Sánchez (1992), investigaron sobre El aprendizaje desde la instrucción: La evolución de las estrategias personales en tareas de proporcionalidad numérica en la enseñanza de las ciencias, empleó la estrategia denominada «modelo numérico», pasando por el proceso de «ir construyendo la respuesta» (usando dobles y mitades) al coordinar las diferencias constantes, hasta el empleo del «isomorfismo aditivo» y los operadores escalares y funcionales, que se aproximaban a las bases del algoritmo de la regla de tres, aunque los resultados obtenidos con la aplicación de estas estrategias fue favorable, ellos sugieren que las estrategias empleadas no deben sacarse de su contexto ni separarse del tipo de actividades concretas utilizadas.

Soto y Martínez (2009), en la universidad de Granada realizaron una investigación con 76 estudiantes de la carrera de Maestro de la especialidad de Educación Especial, cuyo objetivo era explorar las formas de razonamiento, actuaciones y características de los procesos de resolución que los sujetos, participantes en el estudio, ponen en marcha al resolver problemas de proporcionalidad directa. Para la recogida de datos se aplicó instrumento denominado Proportional Reasoning Assessment Instrument que fue producto de un trabajo de investigación de Allain (2000) y está compuesto por diez problemas de desarrollo con diferentes niveles de dificultad. En esta investigación se determinó que manera global los sujetos en la resolución de

las tareas, aplicaron estrategias prevaleciendo una serie de conocimientos procedimentales en lugar del reconocimiento de las propiedades estructurales de una proporción.

En una investigación llevada a cabo por López y Trigo en 2006, titulada “Desarrollo de episodios de comprensión matemática” se trabajó con estudiantes de bachillerato para estudiar la manera como se enfrentaban a un conjunto de problemas que involucran diferentes métodos de solución, en un escenario de instrucción basado en resolución de problemas. Durante el desarrollo de la investigación, los estudiantes tuvieron oportunidad de trabajar en pequeños grupos, presentar y defender sus ideas en la clase completa y revisar constantemente su trabajo como resultado de críticas y opiniones que surgieron durante sus presentaciones y discusiones en clase. En este contexto, los alumnos exhibieron diferentes episodios de comprensión que les permitió refinar y robustecer sus acercamientos iniciales y, eventualmente, utilizar distintos caminos de solución de los problemas

En Investigaciones como “Análisis de los problemas de los libros de texto de Matemáticas para alumnos de 12 a 14 años de edad de España y de Chile en relación con los contenidos de proporcionalidad” por Ceballos y Blanco (2008), se determinó que del 70% al 80% de los textos empleados se dedican al cálculo de proporciones, dejando de lado el manejo de conceptos, aplicaciones y destrezas. En contradicción con lo que se plantea desde la teoría y los currículos oficiales, los textos no incluyen modelos ni estrategias para la resolución de problemas, limitándose sólo a la aplicación de algoritmos.

Se han realizado investigaciones sobre las estrategias metodológicas aplicadas por los estudiantes para abordar situaciones de razonamiento proporcional, tales como la desarrollada por Verdú (2010), titulada “*Características del desarrollo del razonamiento proporcional. Estrategias y mecanismos constructivos*” en la Universidad de Alicante). El objetivo de esta investigación es caracterizar la transición del pensamiento aditivo al pensamiento multiplicativo

en el contexto del razonamiento proporcional como caso particular de la estructura multiplicativa, caracterizando la evolución de los perfiles de comportamiento de los estudiantes desde primaria a secundaria en relación al papel complementario que juega el uso de la proporcionalidad y de la estrategia aditiva en los problemas lineales y en los problemas aditivos. Además, se estudió cómo las relaciones multiplicativas entre las cantidades (entera o no entera) y la naturaleza de las cantidades (discreta o continua) influye en esta evolución.

La investigación realizada por Charris y Espinosa (2010) titulada Efecto del programa de formación docente “Enseñando a pensar” en el conocimiento pedagógico del contenido, los procesos cognitivos y las estrategias de resolución de problemas de estructuras aditivas, se aplicó a 70 docentes de instituciones educativas del departamento del Atlántico, los cuales fueron evaluados a través de cuestionarios posteriores a la capacitación que recibieron. Así mismo, se evaluaron los procesos y estrategias utilizadas por 200 de sus estudiantes. Los resultados mostraron que los docentes del grupo experimental mejoraron significativamente el conocimiento pedagógico del contenido relacionado con los procesos cognitivos y estrategias para la resolución de problemas de estructuras aditivas, y esto se vio reflejado en un mejor rendimiento de sus estudiantes en la resolución de dichos problemas, mostrando de esta manera la efectividad del programa.

En la Universidad de Valladolid, España, González (2014) llevó a cabo una investigación titulada Estrategias para la resolución de problemas, cuyo objetivo fue contribuir a que las matemáticas y en particular la resolución de problemas deje de ser un obstáculo y se convierta en una herramienta que facilite el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas. Se encontró que las dificultades presentadas eran debido a la comprensión lectora, a veces porque no entendían alguna palabra y otras porque no sabían interpretar los datos. Proponen que no se debe renunciar al método de ensayo-error, ya que los niños tienen miedo a equivocarse y es

fundamental quitarles ese temor. Incluso este miedo a fallar supone que algunos alumnos no participen en las sesiones

El Efecto de la enseñanza a través de la resolución de problemas, sobre el conocimiento matemático informal y formal de los estudiantes, fue una investigación realizada por Peña y Ríos, (2015) y se aplicó en de 98 estudiantes de segundo grado de primaria pertenecientes a un estrato socioeconómico bajo del departamento del Atlántico. Después de la implementación del programa de formación Clase para pensar y del modelo de clase para pensar en la enseñanza a través de la resolución de problemas se observó que el grupo experimental tuvo diferencias significativas en el conocimiento matemático formal en todas sus categorías: en lectura y escritura de números.

En cuanto a las Estrategias Metodológicas para el aprendizaje en resolución de problemas (RDP), las investigaciones realizadas se enfocan en: Las dificultades y errores en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas presentes tanto en docentes y estudiantes al abordar RDP, la influencia de las Creencias, los preconceptos y el contexto sobre la RDP, el Impacto de las estrategias empleadas en RDP han tenido en los últimos años. En esta propuesta Investigativa a diferencia de las anteriores, se emplea como estrategia la entrevista flexible y promueve un aprendizaje por competencia fundamentado en el valor de la Equidad como tópico generativo.

2.3.3. Resolución De Problemas De Proporcionalidad Directa E Inversa

Los estudios realizados sobre razón, proporción y proporcionalidad constituyen un campo ampliamente investigado en los últimos cincuenta años. Evaluaciones recientes muestran que estos objetos de conocimiento siguen siendo difíciles de aprender para la mayoría de los estudiantes, lo que constituye un certero indicador de la necesidad de hacer mayor investigación didáctica que permita nuevas comprensiones de dicha problemática y, por esa vía, lograr mayores impactos en el sistema educativo.

El razonamiento proporcional fue propuesto inicialmente por Jean Piaget en 1958, quien sustenta que esta habilidad o facultad cognitiva es fundamental en toda persona y el niño la adquiere a través de la observación, la reflexión y la experimentación, cuando alcanza una edad entre los once y doce años. Piaget basó sus conclusiones en la observación de situaciones como el comportamiento de una balanza, al descubrir inicialmente el equilibrio producido por dos pesos iguales, seguidamente experimentarlo en función de la distancia de los pesos al centro, y por último relacionar las dos causas con igualdad de efectos. El individuo ha asimilado el concepto de proporcionalidad tras descubrir dos relaciones previas y a continuación la relación de ambas entre sí.

Villagrán, Guzmán, Pavón, y Cuevas, en 2002, investigaron sobre Pensamiento formal y la resolución de problemas matemáticos, su trabajo fue llevado a cabo con 78 alumnos/as de 4º de Secundaria a quienes se les aplicó la prueba de razonamiento lógico TOLT y una prueba de resolución de problemas matemáticos. El resultado en la prueba de matemáticas fue comparado en función del nivel de desarrollo formal alcanzado. Los resultados sugieren que son los alumnos con mayor nivel de pensamiento formal son los que mejor resuelven los problemas matemáticos. Sin embargo, tan sólo el 36% de éstos fue capaz de resolver problemas donde los esquemas de proporcionalidad están presentes. Los resultados obtenidos ponen de manifiesto que alcanzar el nivel de razonamiento formal no es suficiente para resolver problemas matemáticos concretos, siendo necesario adquirir el conocimiento específico para llevar a cabo una correcta resolución.

Los trabajos de Bosch (1994) y García (2005) muestran un conjunto de problemáticas, desde el punto de vista del saber de referencia, que pueden ser la causa de la falta de comprensión de los estudiantes con respecto a la proporcionalidad en la educación básica, según estos autores, las propuestas clásicas para la enseñanza de la proporcionalidad centran su estudio en los ámbitos puramente numéricos, separándola de las relaciones funcionales y de otras áreas del currículo en

donde la proporcionalidad podría funcionar como una herramienta potente en la solución de los problemas propuestos.

Los resultados de la investigación Sobre El Razonamiento proporcional Intuitivo en alumnos de primaria y secundaria llevada a cabo por Díaz, Soto y Martínez en 2007, demuestran que la comprensión de las relaciones de proporción se analiza de acuerdo con el rendimiento y las estrategias. En este estudio se tomó una muestra de 24 alumnos de quinto de primaria y 24 escolares de segundo de secundaria. La tarea consistió en resolver problemas numéricos e intuitivos de proporciones. Los resultados indicaron que los alumnos desarrollan más el razonamiento proporcional en los problemas intuitivos, utilizando estrategias lógicas, mientras que las estrategias intuitivas se manifiestan más en los problemas numéricos en quinto grado y en los problemas intuitivos en segundo de secundaria, encontrándose una interacción entre el conocimiento formal e intuitivo respecto a las proporciones.

Sallán y Vizcarra, en 2009 publicaron en *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, su trabajo sobre Proporcionalidad aritmética: buscando alternativas a la enseñanza tradicional, el estudio se basó en los contenidos de la proporcionalidad aritmética, relacionados con las metodologías de enseñanza que proponen los libros de texto y los errores cometidos por un numeroso y destacado grupo de alumnos españoles de Educación Secundaria al resolver el mismo problema. En este trabajo se trataron temas relacionados con determinar la existencia de proporcionalidad aritmética haciendo explícita la condición de regularidad entre las magnitudes, dar significado a la razón como medida de la cantidad de una magnitud que se relaciona con una unidad de otra magnitud, determinar la constante de proporcionalidad analizando el papel que juegan todas las magnitudes que intervienen en el problema, controlar que la modificación de las cantidades de magnitud no modifique la proporción entre dichas cantidades, clasificar la tipología de las magnitudes atendiendo la existencia de una razón entre

ellas y el valor de la constante de proporcionalidad, Calcular la cantidad desconocida a partir de la razón en los problemas de proporcionalidad directa, Utilizar la relación de una cantidad de una de las magnitudes con la unidad de la otra magnitud o el valor de la constante de proporcionalidad en los problemas de proporcionalidad inversa.

Ruiz y Lupiáñez, (2009) publicaron los resultados de su investigación titulada “Detección de obstáculos psicopedagógicos en la enseñanza y el aprendizaje de los tópicos de razón y proporción en alumnos de sexto grado de Educación Primaria” Este estudio se realizó en una escuela pública en la ciudad de México, se trabajó con 29 estudiantes que cursaban sexto grado de educación primaria, empleando instrumentos metodológicos como la observación directa en el aula, la observación indirecta a través de pláticas informales con el profesor del grupo y los estudiantes, la revisión de sus cuadernos y libros de texto; se diseñó y aplicó un cuestionario exploratorio, observándose una frecuente utilización de algoritmos, pero carentes de significado. Se concluyó que la enseñanza escolar no ha explotado al máximo el pensamiento cualitativo de los estudiantes en torno a la proporcionalidad.

En 2012, Rivas, Godino y Castro, escribieron un artículo sobre el Desarrollo del conocimiento para la enseñanza de la proporcionalidad en futuros profesores de primaria. En este artículo informa sobre los resultados de un proceso instruccional en el ámbito de la formación inicial de profesores de matemática, cuyo objetivo es desarrollar el conocimiento necesario para la enseñanza de la matemática en futuros maestros de primaria. Los resultados indican que este proceso formativo promueve el desarrollo del conocimiento necesario para la enseñanza de la proporcionalidad.

Mochón Cohen, en 2012 publicó su investigación “Enseñanza del razonamiento proporcional y alternativas para el manejo de la regla de tres” donde concluye que el razonamiento proporcional no es empleado en la resolución de problema, debido a que es

reemplazado por la regla de tres, lo cual no evidencia una verdadera comprensión del concepto de razón y proporción.

En su tesis doctoral, titulada “Análisis epistémico y cognitivo de tareas de proporcionalidad en la formación de profesores de Educación Primaria”, Rivas en 2013, aborda la formación inicial de profesores de educación primaria sobre el razonamiento proporcional, en dos estudios. El primero es una exploración inicial sobre el conocimiento acerca del tema proporcionalidad, realizado a 60 estudiantes de primer curso de Magisterio de la facultad de Educación de la Universidad de Granada-España. El segundo estudio fue realizado por 62 estudiantes de segundo curso de Magisterio en el mismo contexto educativo. Este estaría diseñado para explorar el proceso de apropiación de la herramienta teórica “guía para el reconocimiento de objetos y significados”. Con dicho fin se diseñó, implementó y evaluó una acción formativa centrada en el análisis epistémico de tareas de proporcionalidad propias de educación primaria. En el primer estudio los resultados indican que el conocimiento de estudiantes a profesor de matemáticas, en el tema de proporcionalidad es basado en aspectos parciales y desarticulados, que no terminan de integrarse en un conocimiento significativo sobre esa noción. En la segunda parte de la investigación se concluyó que la herramienta es útil para desarrollar conocimiento especializado del contenido suministrado. Por otra parte también hacen hincapié en la complejidad del dominio instrumental de dicha herramienta

En el artículo titulado “Developing Essential Understanding of Ratios, Proportions, and Proportional Reasoning for Teaching Mathematics: Grades 6-8” por Lobato, Ellis, y Zbiek, (2010). Publicado en la revista de la NCTM (National Council of Teachers of Mathematics), realiza una explicación sobre los argumentos para refutar concepciones erróneas de los estudiantes y profesores relacionadas con la razón como una fracción, brindando herramientas para la valoración e instrucción a los estudiantes sobre el aprendizaje de los conceptos de razón,

proporción y proporcionalidad. En esa misma revista, se publicó en 2004 “Algebraic Thinking in the Early Grades: What Is It?” Se concluye que el pensamiento algebraico no es una habilidad propia de las operaciones formales y puede desarrollarse a temprana edad.

En 2014 se publicó el artículo Enseñanza y aprendizaje de la razón, la proporción y la proporcionalidad, por Obando, Vasco y Arboleda, en el cual se revisa y comentan algunas investigaciones recientes sobre razón, proporción y proporcionalidad. Concluyen según varios autores, la persistencia de las dificultades relativas a los procesos de enseñanza y de aprendizaje de la razón, proporción y proporcionalidad (RPP). Esto se evidencia en la diversidad de marcos conceptuales elaborados para intentar comprender los conceptos, las situaciones y los procedimientos relacionados con los objetos de conocimiento RPP, y en la falta de orientaciones claras a los docentes para su acción en el aula.

En un Artículo publicado en 2014, sobre el tema “Conocimiento de matemáticas especializado de los estudiantes para maestro de primaria en relación al razonamiento proporcional”, por Buforn y Fernández. Este estudio se centra en examinar el conocimiento de matemáticas especializado en el ámbito del razonamiento proporcional de un grupo de estudiantes para maestros de educación primaria. Los resultados arrojaron que los estudiantes para maestro tienen un conocimiento especializado sobre el razonamiento proporcional limitado puesto de manifiesto por la dificultad en identificar situaciones no proporcionales, en desarrollar formas de razonar en relación a la construcción de la unidad y en manejar el significado multiplicativo de la idea de operador.

Fernández y Linares (2015) publicaron en la revista de investigación y experiencias didácticas Enseñanza de las Ciencias un artículo basado en su investigación, titulado Características del desarrollo del pensamiento variacional en la educación básica y secundaria. En este estudio participaron 755 estudiantes de Educación Primaria y secundaria, y su objetivo fue

determinar los perfiles de comportamiento de los estudiantes cuando resuelven problemas proporcionales y no proporcionales, y su variación a lo largo de la Educación Primaria y secundaria. Los resultados obtenidos permitieron identificar cinco perfiles que muestran la utilización de relaciones aditivas independientemente del tipo de problema por los estudiantes de Educación Primaria y la utilización de relaciones multiplicativas independientemente del tipo de problema por los estudiantes de Educación Secundaria. Estos resultados indican que el éxito en los problemas proporcionales no implica necesariamente que los estudiantes hayan sido capaces de construir el significado de la idea de razón.

Las investigaciones en cuanto a la resolución de problemas que involucren los temas de razón, proporción y proporcionalidad directa e inversa, tratan temas sobre las dificultades y concepciones erróneas en la enseñanza de los conceptos de magnitud, razón y proporción que tiene los Docentes, el diseño y análisis de estrategias para abordar problemas de proporcionalidad, el desarrollo del razonamiento proporcional a temprana edad. Esta investigación a diferencia de las anteriores propone estrategias que relacionan el pensamiento proporcional cualitativo con el cuantitativo para fortalecer el razonamiento proporcional evitando el uso de la tradicional regla de tres o de la cuarta proporción en la resolución de los problemas, además integra el pensamiento Variacional con los demás pensamientos: aleatorio, métrico, numérico.

CAPÍTULO 3: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

3.1. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

Colombia participa en diferentes pruebas internacionales de evaluación de la calidad educativa, como PISA (Program For International Student Assessment) exactamente en los años 2006, 2009 y 2012, ICFES (2013) y las TIMSS (Trends In International Mathematics And Science Study) estas en el 2007, ICFES (2010), obteniendo resultados muy bajos comparados con los de otros países y a la vez muy lejanos de los promedios de estos mismos, Contraloría Nacional De La República (2014). Refiriéndonos directamente a la asignatura de matemáticas que es una de las asignaturas evaluadas por estas pruebas; Colombia tuvo un promedio de 376 puntos en las pruebas PISA en el año 2012, quedando por debajo de 61 países que hacen parte de la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico), ICFES (2013) cuyo promedio es de 494 puntos y en las TIMSS los resultados no son nada alentadores ya que nuestros estudiantes ocuparon niveles medios, dejando a Colombia muy mal situada en los escalafones realizados por estas evaluaciones y lo que es peor no se observa mejoría en la calidad educativa de nuestro país.

Ahora hablando del ámbito nacional, se vienen realizando las pruebas SABER a estudiantes de 3°, 5°, 9° y 11°, estas evidencian resultados similares a los arrojados por las pruebas internacionales (PISA Y TIMSS) en asignaturas como matemáticas, mostrando serias deficiencias en esta área del saber. Como evidencia de esto se muestra un gran porcentaje de alumnos con resultados ubicados en rangos que van desde inferior a mínimo, MEN (2014); a raíz de todos estos bajos resultados se ha generado una gran preocupación por parte de las instituciones educativas, secretaria de educación y del ministerio nacional (MEN) ya que la

educación en Colombia no está arrojando resultados positivos ni nacionalmente y mucho menos internacionalmente.

A raíz de toda esta información se generan dudas en cuanto a cómo se están llevando los procesos educativos en las aulas, en cada uno de los protagonistas de esta situación, como lo son docentes, directivos de instituciones educativas tanto privadas como oficiales y secretaria de educación. Teniendo en cuenta que lo que se está buscando es la calidad de la educación y está según el ministerio de educación nacional (MEN) se debe dar a través del desarrollo de competencias en los estudiantes en cada una de las asignaturas, dando prioridad a la resolución de problemas, esto último hace referencia a una de las competencias básicas de la asignatura de matemáticas.

En la actualidad para el mejoramiento de los resultados y medición de la calidad educativa de cada institución, el ministerio de educación nacional (MEN) está implementando una estrategia llamada Índice Sintético De La Calidad Educativa (ISCE) y esta arrojó como resultado basándose en las pruebas saber de los diferentes grados en el año 2015 que la región Caribe quedó en último lugar, MEN (2015); esto hace que cada institución educativa se evalúe y organice su propio plan de mejoramiento, específicamente en matemáticas se enfoca en la resolución de problemas.

3.2. PREGUNTA PROBLEMA

¿Cuál es el impacto en el aprendizaje de la resolución de problemas de proporcionalidad directa e inversa, empleando el modelo de clase para pensar?

CAPÍTULO 4: OBJETIVOS

4.1. GENERAL.

Determinar el impacto de la clase para pensar como modelo para el aprendizaje de la resolución de problemas de proporcionalidad directa e inversa.

4.2. ESPECÍFICOS.

- Indagar sobre el impacto de la clase para pensar en el aprendizaje a partir de la resolución de problemas en proporcionalidad directa.
- Indagar sobre el impacto de la clase para pensar en el aprendizaje a partir de la resolución de problemas en proporcionalidad inversa.

CAPÍTULO 5: HIPÓTESIS

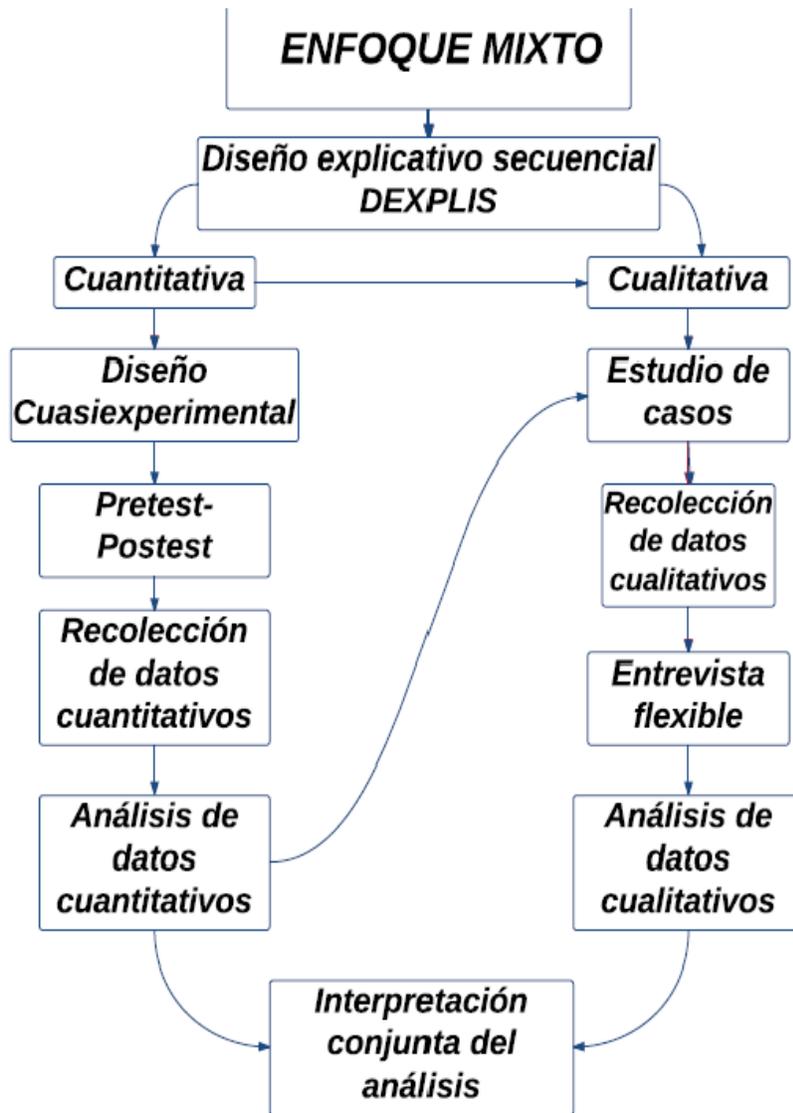
5.1. HIPÓTESIS DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA

- ***H₀***: El modelo de la clase para pensar no impacta en la resolución de problemas de proporcionalidad directa.
- ***H₁***: El modelo de la clase para pensar impacta en la resolución de problemas de proporcionalidad directa.

5.2. HIPÓTESIS DE PROPORCIONALIDAD INVERSA.

- ***H₀***: El modelo de la clase para pensar no impacta en la resolución de problemas de proporcionalidad inversa.
- ***H₁***: El modelo de la clase para pensar impacta en la resolución de problemas de proporcionalidad inversa.

CAPITULO 6: MARCO METODOLOGICO



Gráfica 1. Esquema del enfoque metodológico

6.1. ENFOQUE DE LA INVESTIGACIÓN

En esta investigación se empleó un enfoque mixto, que combinaba los métodos cuantitativos y cualitativos en el desarrollo de un diseño particular. Hernández-Sampieri y Mendoza (2008) recomiendan que las etapas en este tipo de enfoque sean explicadas con claridad, ya que los métodos mixtos son relativamente nuevos en Iberoamérica.

Este estudio estuvo fundamentado en datos cuantitativos correspondientes a las puntuaciones obtenidas por los estudiantes al resolver una prueba escrita donde se midió su desempeño frente a los temas de proporcionalidad directa e inversa, lo cual permitió llevar a cabo el estudio cualitativo empleando un grupo de estudiantes con diferentes niveles de desempeño para verificar el estado de los procesos cognitivos y metacognitivos que fueron realizados durante la resolución de los problemas planteados.

La implementación de un enfoque mixto obedeció a la necesidad de hacer visible el pensamiento de los estudiantes frente a los procedimientos empleados en la resolución de problemas y el porqué de los mismos, para dar cuenta de la relación existente entre los resultados cuantitativos obtenidos y las apreciaciones de los estudiantes frente a los procesos cognitivos y metacognitivos empleados.

6.2. DISEÑO

Para llevar a cabo esta investigación se utilizó un diseño explicativo secuencial que utiliza los resultados cuantitativos en la interpretación y descubrimiento de los resultados cualitativos.

La implementación del estudio cuantitativo se realizó a partir de un diseño cuasi experimental, el cual empleó para el análisis de los datos un grupo experimental y uno control, cuyos individuos estuvieron previamente establecidos desde el inicio del año escolar. En un primer momento se recolectó la información cuantitativa correspondiente a los resultados de la prueba aplicada a los estudiantes, los cuales fueron analizados y clasificados de acuerdo al nivel de desempeño alcanzado.

El estudio cualitativo se inició con una muestra intencional de estudiantes con diferentes nivel de desempeño, a la cual se le aplicó un estudio de casos empleando como herramienta la entrevista flexible con el fin de evidenciar el estado de los procesos cognitivos y metacognitivos llevados a cabo por los estudiantes al solucionar los problemas propuestos.

Esta secuencia, de lo cuantitativo a lo cualitativo, propia del diseño explicativo secuencial, se implementó en ambos grupos al realizar el pre test y pos test. Los datos recopilados fueron analizados e interpretados para generar las conclusiones del estudio.

6.3. POBLACIÓN Y MUESTRA

En este estudio la población está representada por los promedios de los estudiantes de 7°A y B de la Institución Educativa Distrital Castillo de la Alboraya en las pruebas de proporcionalidad directa e inversa aplicadas y el estado de los procesos cognitivos y metacognitivos que en ellas se involucran.

Los estudiantes del grado 7A conformaron el grupo experimental con 32 individuos a los cuales se les aplicó las actividades sugeridas empleando el modelo de la clase para pensar y la entrevista flexible. Los estudiantes del grado 7B conformaron el grupo control con 32 individuos, los cuales no recibieron instrucción con el modelo de la clase para pensar, pero se les aplicó la entrevista flexible.

Para el estudio cualitativo se extrajo una muestra intencional de 18 estudiantes, 9 de cada grupo, empleando un muestreo estratificado teniendo en cuenta los niveles de desempeños alcanzados por los estudiantes a partir de la implementación de los problemas de proporcionalidad directa e inversa del pre test.

6.4. VARIABLES

La variable independiente en este estudio corresponde al aprendizaje de los estudiantes y las dependientes al impacto de la clase para pensar y los procesos en la resolución de problemas. Sin embargo, hay variables no controladas como el tiempo de ejecución de las actividades y la asistencia de los estudiantes a clases, las cuales pueden ser reguladas mediante el trabajo en

equipo y la reprogramación de las sesiones de clase para minimizar el impacto en los resultados obtenidos.

6.5. TÉCNICAS E INSTRUMENTOS

Tabla 5: Tabla de Técnicas e Instrumentos

TÉCNICAS	INSTRUMENTOS	OBJETIVOS
Problemas Diagnósticos	Cuestionario de problemas de proporcionalidad directa e inversa	Determinar el nivel de desempeño de los estudiantes en cuanto a la resolución de problemas de proporcionalidad directa e inversa
Entrevista	Formato de entrevista flexible	Indagar sobre el estado de los procesos cognitivos y metacognitivos de los estudiantes al solucionar los problemas.
Material Audio visual	Vídeo	Evidenciar de manera auditiva y visual las actitudes, habilidades y procesos de los estudiantes al abordar la resolución de problemas.
Observación	Diario de campo Guía de actividades	Llevar un registro escrito de las experiencias del docente y los estudiantes durante el acto pedagógico en la implementación de las actividades de esta

6.5.1. Descripción de los instrumentos

Cuestionarios de Problemas de Proporcionalidad Directa e Inversa.

Las preguntas empleadas fueron de selección múltiple con única respuesta. Cada pregunta tenía tres ítems, de los cuales uno es correcto, los otros dos son distractores. El cuarto ítem fue reemplazado por la justificación de la respuesta, para que el estudiante explicara o argumentara en forma escrita o gráfica la solución del problema. (Ver Anexo 7).

Las preguntas planteadas corresponden a situaciones problémicas cotidianas donde se empleó el concepto de proporcionalidad directa e inversa. El cuestionario constó de 8 problemas

de los cuales 4 correspondieron a proporcionalidad directa y 4 a proporcionalidad inversa. Los problemas 1, 2, 3 y 5 evaluaron proporcionalidad directa, mientras que los problemas 4, 6, 7, 8 evaluaron proporcionalidad inversa.

En la validación de los problemas la máxima es 2 puntos, si el estudiante escogió la opción correcta y la justificó adecuadamente. Un punto si el estudiante escogió la opción correcta y no justificó adecuadamente y cero en los demás casos. En la siguiente tabla se resumen los criterios de evaluación:

Tabla 6: Criterios para la evaluación de los problemas pre test y pos test

PREGUNTAS	OPCIÓN	JUSTIFICACIÓN	PUNTUACIÓN
1	CORRECTA	CORRECTA	2
2	CORRECTA	INCORRECTA	1
3	INCORRECTA	INCORRECTA	0
4	INCORRECTA	CORRECTA	0

Las preguntas planteadas correspondieron a situaciones problemáticas cotidianas donde se empleó el concepto de proporcionalidad directa e inversa. El cuestionario constó de 8 problemas de selección múltiple con única respuesta, de los cuales 4 correspondían a proporcionalidad directa y 4 a proporcionalidad inversa.

Formato para la Entrevista Flexible

En el formato empleado para la entrevista flexible se evaluaron los siguientes procesos cognitivos y metacognitivos. López, 1992.

Tabla 7: Formato de procesos de la entrevista flexible

EXPLORA	Búsqueda estructurada para conocer la respuesta.
COMPRENDE	Esfuerzo del estudiante por aprehender la naturaleza del problema. Incluye: A. Reconocimiento de los elementos del problema donde se espera que el estudiante haga un recuento de los datos que consideró en su cabeza; B. Replanteamiento del problema donde se espera conocer si el estudiante cambió la pregunta y la replanteó en sus propias palabras.
ADQUIERE NUEVA INFORMACIÓN	Momento en el que el estudiante pide repetición de la pregunta y recoge nueva información o información que antes no había escuchado o prestado atención, se espera conocer qué información nueva capturó el estudiante cuando se le repitió la pregunta.
ANALIZA	Esfuerzo del estudiante por examinar los elementos del problema. Incluye: A. Dividir por partes, donde se espera conocer si el estudiante analizó el problema planteado, B. Simplificar, donde se espera conocer si el estudiante analizó el problema planteado acortándolo, C. Seleccionar perspectivas donde se espera conocer si el estudiante analizó los datos seleccionando el tipo de operación aritmética a realizar.
PLANEA	Incluye las decisiones que se toman acerca del procedimiento para resolver el problema
IMPLEMENTA	Es el elemento donde el estudiante realiza el plan pensado. Incluye las estrategias planteadas.
MONITOREO LOCAL	En términos generales, hace referencia al momento en el que el estudiante cuando soluciona el problema, se involucra en actividades de toma de decisiones y autorregulación, es decir, si el estudiante chequeó o verificó lo que estaba haciendo, o expresado en otras palabras, monitoreo del progreso o de la estrategia. Incluye el subproceso B. Mejoramiento de la estrategia o Estrategia remedial, si hubo corrección durante el proceso.
MONITOREO GLOBAL	En términos generales, hace referencia a la regulación del proceso, es decir si el estudiante chequeó o verificó lo que hizo, o expresado en otras palabras, si evaluó los resultados o verificó los cálculos. Incluye el subproceso: B. Entender que si hubo corrección al evaluar los resultados, la estrategia no fue la adecuada, y se debe buscar estrategias alternativas o se ve la necesidad de repensar el proceso es decir, conocer si el estudiante utiliza una estrategia diferente para corregirlo.

Las preguntas empleadas en una clase para pensar deben ser abiertas para brindar al estudiante la libertad de responder basados en sus experiencias y conocimientos previos. Estas

preguntas permiten visibilizar el pensamiento de los estudiantes en forma espontánea o dirigida.

(Ginsburg, Jacobs & López, 1998) (Ver Anexo 8 y 9)

Vídeo

Para evidenciar cada una de las entrevistas flexibles se realizó la grabación de un video a los 18 estudiantes que integran la muestra del grupo experimental y control, durante el pre test y pos test. Este vídeo se llevó a cabo en las instalaciones de la institución educativa distrital Castillo de la Alboraya donde se implementó la investigación y su objetivo fue facilitar el análisis de las respuestas de los estudiantes durante la entrevista flexible realizada (Ver Anexo 3 y 11).

Actividades Propuestas para la intervención

Las actividades empleadas fueron realizadas teniendo en cuenta los niveles de razonamiento proporcional propuestos por Khoury, citado por Rivas y Godino., 2012, y se enfocaron en el fortalecimiento de los conceptos básicos y el lenguaje proporcional para establecer vínculos entre el pensamiento proporcional cualitativo y el pensamiento proporcional cuantitativo, con el fin de lograr un adecuado desarrollo del razonamiento proporcional de los estudiantes.

En el desarrollo de las actividades se dió a partir de la organización de los estudiantes en grupos de trabajo. Esta concepción visiona la enseñanza como “el estudio de las condiciones de difusión o de intercambio de conocimientos entre personas, organizaciones sociales, económicas o culturales”. D’Amore, Godino, Arrigo, Fandiño Pinilla (2003). El trabajo en equipo contribuye a fortalecer las relaciones interpersonales mediante la interacción entre iguales y la asignación de roles que posibiliten un aprendizaje colaborativo.

Las estrategias son procesos ejecutivos mediante los cuales se eligen, coordinan y aplican las habilidades Nisbet Schuckermith (1987). Por lo tanto, una estrategia debe contener una secuencia didáctica y estructurada que permita realizar procesos inductivos que ayuden a orientar, organizar y conducir la manera como se enseña y se aprende (Ver Anexo 5 y 6).

Tabla 8: Tabla de las actividades implementadas

ACTIVIDAD 1: Concepto de magnitud: cantidad y unidad	
DESCRIPCIÓN	FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA
<p>Exploración: Se empleó una situación de medición a partir de una botella y varios recipientes que pueden utilizarse para llenarla. Su objetivo es verificar los conceptos previos de los estudiantes y la capacidad de resolver problemas al escoger la mejor manera de llenar la botella.</p> <p>Adquisición de nueva información: Con la ayuda de recursos como un reloj y un metro los estudiantes realizaron mediciones de longitud, tiempo y peso para inducirlos al concepto de magnitud, a partir de la cantidad y la unidad empleada en cada caso.</p> <p>Transferencia: La actividad propuesta se basó en la gráfica empleada en la presentación de conocimiento nuevo, utilizando la relación de cantidad y peso se realiza una pregunta para fomentar el desarrollo de los procesos cognitivos y metacognitivos en los estudiantes.</p>	<p>El concepto de magnitud es fundamental para contextualizar situaciones de variación relacionadas con el pensamiento variacional. Especialmente al abordar el tema de proporcionalidad. Godino. J; Batanero. C., 2002.</p> <p>Las concepciones erróneas de futuros docentes respecto al manejo de conceptos como magnitud, cantidad y unidad, son una de las principales dificultades que enfrentan los estudiantes para comprender el concepto de razón y proporción. Lobato, Ellis, y Zbiek, (2010). Publicado en la revista de la NCTM (National Council of Teachers of Mathematics)</p>
ACTIVIDAD 2: La fracción como una razón	
DESCRIPCIÓN	FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA
<p>Exploración: La actividad presentada se basó en una situación que involucra el concepto de fracción, a partir de una pizza, buscando identificar la relación entre las partes y el todo.</p> <p>Adquisición de nueva información En esta etapa de la clase se entregó a cada grupo de estudiantes vasos plásticos, chaquiras de 2 colores, para formar conjuntos de igual número de elementos y construir el concepto de razón a partir de una fracción, estableciendo vínculos entre el lenguaje matemático y el cotidiano.</p> <p>Transferencia: En esta actividad se propuso una situación cotidiana relacionada con la cantidad de frutas buenas y dañadas de una canasta, en la cual los estudiantes tenían que establecer comparaciones y expresarlas como una razón.</p>	<p>En la enseñanza del concepto de razón es necesario distinguir entre razones homogéneas y heterogéneas. Godino. J; Batanero. C., 2002.</p> <p>“Con referencia a la importancia que tiene en la enseñanza tomar en cuenta las razones internas y las razones externas, definiendo las primeras como relaciones establecidas con distintos valores de la misma magnitud y a las segundas, como relaciones entre valores de diferente magnitud” (Lupiáñez,J; Ruiz, E.p. 404).</p> <p>Las situaciones de variabilidad relacionadas con magnitudes heterogéneas son muy útiles para explicar los conceptos de constante de proporcionalidad directa e inversa.</p>

ACTIVIDAD 3: Razón y Rata	
DESCRIPCIÓN	FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA
<p>Exploración: Se propusieron tres situaciones cotidianas diferentes para evidenciar cómo el estudiante aplica el concepto de razón, empleando magnitudes homogéneas y heterogéneas.</p> <p>Adquisición de nueva información: Para presentar la información de la nueva información se empleó una situación basada en una tabla de datos correspondientes a los tiempos y velocidades de un atleta, proponiendo al estudiante que estableciera relaciones entre distancias y tiempos, y lograr que construyera el concepto de razón, dando pautas para clasificarlas de acuerdo a la naturaleza de las unidades empleadas, como homogéneas (velocidad/velocidad) y heterogéneas (velocidad/tiempo)</p> <p>Transferencia: En esta esta se verificó mediante una situación con las magnitudes de distancia y tiempo que el estudiante pueda concretar la aplicación de los conceptos planteados y explicar por escrito cómo lo hizo, para se puedan evidenciar los procesos de la clase para pensar.</p>	<p>Las situaciones de variabilidad relacionadas con magnitudes heterogéneas son muy útiles para explicar los conceptos de constante de proporcionalidad directa e inversa.</p> <p>En la enseñanza del concepto de razón es necesario distinguir entre razones homogéneas y heterogéneas. Godino Batanero, 2002.</p> <p>“Con referencia a la importancia que tiene en la enseñanza tomar en cuenta las razones internas y las razones externas, definiendo las primeras como relaciones establecidas con distintos valores de la misma magnitud y a las segundas, como relaciones entre valores de diferente magnitud” (Lupiañez y Ruiz, E.p. 404).</p>
ACTIVIDAD 4: Lenguaje proporcional y Proporción	
DESCRIPCIÓN	FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA
<p>Exploración: En esta parte de la actividad se presentaron dos situaciones donde la observación permitió que el estudiante hiciera uso de una matemática intuitiva, empleando palabras como reducir, ampliar, doble, mitad, etc., para realizar un diagnóstico sobre el manejo del lenguaje proporcional como factor importante en la construcción del concepto de proporción a partir de situaciones cotidianas.</p> <p>Adquisición de nueva información: Para el desarrollo de esta fase de la actividad se usaron recursos didácticos como cartulina, botones del mismo color y clips. Se propuso medir las dimensiones de los rectángulos hechos en cartulina empleando los botones y los clips para establecer relaciones entre las medidas obtenidas, expresándolas en lenguaje proporcional para construir el concepto de proporción y promover el desarrollo del razonamiento proporcional.</p>	<p>La fase de exploración fue tomada de la investigación de Ruiz y Valdemoros, 2006; página 299 a 324, y modificada para incluir el contexto institucional. En esta actividad se busca evidenciar a través de la entrevista flexible los conceptos previos que el estudiante tiene sobre el pensamiento proporcional cuantitativo.</p> <p>La enseñanza escolar no ha explotado al máximo el pensamiento cualitativo de los estudiantes en torno a la proporcionalidad, por lo tanto, la actividad correspondiente a la presentación de conocimiento nuevo, se basó en la investigación del “Caso Paulina”. Ruiz y Lupiañez, 2009, buscando fortalecer el pensamiento proporcional cualitativo para lograr un</p>

<p>Transferencia: En esta fase se empleó una situación problema “Señor alto, Señor bajito” tomado de Rivas, Godino y Castro; 2012. Para verificar la comprensión del concepto de proporción, el razonamiento proporcional y el uso del lenguaje proporcional aplicado en otros contextos.</p>	<p>adecuado desarrollo del razonamiento proporcional. La actividad de transferencias fue modificada a partir de la investigación de Rivas, Godino y Castro, 2012. “Señor alto y Señor bajito” para implementar los niveles de razonamiento proporcional según la rúbrica propuesta por Khoury, 2002.</p>
--	--

ACTIVIDAD 5: Correlación y Magnitudes Directa e Inversas

DESCRIPCIÓN	FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA
<p>Exploración: Se empleó una situación donde el estudiante debía hacer uso de la intuición para establecer relaciones entre dos magnitudes: tiempo y velocidad, para determinar lo que sucede cuando se presentan variaciones entre ellas.</p> <p>Adquisición de nueva información: En las situaciones planteadas los estudiantes debían identificar magnitudes, estableciendo su comportamiento, para determinar si son directas (si aumentaban o disminuían al mismo tiempo) o si son inversas (si una magnitud aumentaba y la otra disminuía). Estas situaciones no sólo se presentaron de manera escrita, sino también gráfica, con el fin determinar la diferencia entre proporcionalidad y correlación.</p> <p>Transferencia: En esta fase se planteó una situación sobre el precio de los tiquetes para entrar a un circo y el número de personas, en la cual se debía utilizar más de un sistema de representación. Los estudiantes debían deducir magnitudes, llenar los datos en una tabla, realizando un gráfico e indicando si era magnitud o correlación con base en la situación planteada.</p>	<p>“El pensamiento Variacional puede describirse aproximadamente como una manera de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que covarían en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distintas magnitudes en los subprocesos recortados de la realidad” Vasco, 2003.</p> <p>La visualización matemática requiere de la habilidad para convertir un problema de un sistema semiótico de representación a otro. Como Duval lo señala (1993,1995), para diferenciar un objeto matemático de su representación es necesario que el estudiante represente ese objeto matemático, al menos en dos diferentes representaciones.</p>

ACTIVIDAD 6: Razonamiento Proporcional

DESCRIPCIÓN	FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA
<p>Exploración: La situación planteada se apoyó en una tabla de frecuencias donde se aparecían 2 magnitudes. El estudiante debió establecer una relación entre ellas (diciendo si eran directas o inversas), descubriendo patrones que le permitieran completar los valores faltantes en la tabla.</p>	<p>Para Lesh, Post y Behr (1988) el razonamiento proporcional es un tipo de pensamiento complejo que implica el reconocimiento de comparaciones como la covariación entre magnitudes y comparaciones múltiples. Además, está relacionado con los métodos del pensamiento cualitativo y cuantitativo. Estos mismos autores consideran que el</p>

<p>Adquisición de nueva información: En esta fase de la clase se les propuso a los estudiantes dos problemas en donde no sólo refuerzan los temas tratados anteriormente, sino que desarrollan habilidades de cálculo en situaciones de proporcionalidad directa e inversa, haciendo uso de la complicación y simplificación, para inducir en ellos el razonamiento proporcional. Los estudiantes al finalizar la actividad debían establecer una estrategia para resolver situaciones que involucraran magnitudes directas e inversas.</p> <p>Transferencia: La actividad empleada, se planteó una situación de medición donde se calculó la estatura de un estudiante sentado y de pie, empleando la medida de un lápiz. En esta situación los estudiantes debían usar el razonamiento proporcional, detectando el tipo de magnitudes empleadas y usando la estrategia más adecuada según el caso.</p>	<p>razonamiento proporcional es la piedra angular en el pensamiento y desarrollo de la aritmética en los niños, e incluso para una matemática superior, en la cual se encuentren incluidos procesos formales, como por ejemplo el concepto de función.</p> <p>Cuando los estudiantes sólo se dedican a la aplicación de reglas sin reflexionar acerca del uso que le están dando, no están haciendo uso de un razonamiento proporcional. Van de Walle, 2007.</p>
--	--

ACTIVIDAD 7: Proporcionalidad Directa

DESCRIPCIÓN	FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA
<p>Exploración: Se propuso una situación basada en una tabla de valores correspondientes al precio de venta de cierta cantidad de lápices para obtener una determinada ganancia. Después de completar la tabla, los estudiantes debían concluir si los precios que aparecían eran los que se esperaban para obtener la ganancia estipulada.</p> <p>Adquisición de nueva información: En esta etapa de la clase se presentó una gráfica con magnitudes directas (lineal) en la cual los estudiantes debían establecer la relación existente entre las magnitudes empleadas, determinando cuál de ellas influye en la otra. Mediante esta actividad se orientó el concepto de variable dependiente e independiente. Al finalizar se le pidió a los estudiantes dividir cada uno de los valores de la variable dependiente entre cada uno de los valores de la variable independiente para concluir el concepto de constante de proporcionalidad directa.</p> <p>Transferencia: Se propuso un problema acompañado de una tabla donde se debía registrar información sobre la cantidad de huevos vendidos en una tienda y su precio. Los estudiantes debían llenar la tabla con los</p>	<p>Respecto a la evaluación, David Clark (2006) señala que esta es constructiva cuando valora lo que el estudiante ya sabe hacer y le ayuda a aprender lo que todavía no domina. En la resolución de problemas el estudiante ha de mostrar su habilidad de seleccionar las herramientas matemáticas apropiadas y combinarlas en un proceso adecuado de solución.</p> <p>Karplus, Pulos y Stage (1983) se refieren al razonamiento proporcional como un término que denota el razonamiento en un sistema de dos variables entre las cuales existe una relación de función lineal.</p> <p>Bright, G. W., Behr, M. J., Post, T. R., & Wachsmuth, I. (1988), consideran el razonamiento proporcional como una forma de razonamiento matemático que implica un sentido de covariación y de múltiples comparaciones, y cuya principal característica es el reconocimiento de la similitud</p>

valores faltantes, para después escoger entre las opciones de gráficos, la que más se ajusta a la tabla.	estructural e invarianza en un sistema matemático simple.
ACTIVIDAD 8: Proporcionalidad Inversa	
DESCRIPCIÓN	FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA
<p>Exploración: Al iniciar la clase se presentó un gráfico que hacía referencia a un problema, en esta debían identificar las magnitudes a partir de la relación entre ellas (decir si eran directa o inversas). La finalidad de esta actividad es verificar la apropiación de los conceptos trabajados en actividades anteriores.</p> <p>Adquisición de nueva información: Teniendo en cuenta el mismo gráfico utilizado para realizar la exploración, los estudiantes debían establecer las variables empleadas y distinguir la dependiente y la independiente. Posteriormente en la actividad se pidió que se multipliquen cada uno de los valores de la variable dependiente con su respectivo valor de la variable independiente, con el fin de construir el concepto de constante de proporcionalidad inversa.</p> <p>Transferencia: Para comprobar el nivel de comprensión del tema se planteó a los estudiantes una situación en la que debían registrar en una tabla incompleta los valores correspondientes a las velocidades y tiempos empleados por un atleta y realizar un gráfico de la situación.</p>	<p>Vergnaud, G. (1990). La teoría de los campos conceptuales, propone que los conocimientos previos son la variable más influyente para el aprendizaje significativo, los cuales son develados a través de situaciones y problemas que pertenezcan a un campo conceptual en particular. Vergnaud, en su teoría estudia cómo sucede el conocimiento en el sujeto cuando interacciona con una situación o problemas, partiendo del contenido del conocimiento y analizando los conceptos involucrados en el dominio de dicho conocimiento.</p> <p>Lamon (2007) señala que el uso de reglas (regla de tres, del producto cruzado etc.) permite evitar la puesta en juego de un razonamiento proporcional, dando lugar a respuestas correctas, pero sin la manifestación de este tipo de razonamiento.</p>

Validación de los instrumentos

Los instrumentos empleados para la evaluación de la propuesta es el formato de la Entrevista Flexible semiestructurada de López, Noriega, & Ospino (2007), como elemento indispensable para la verificación de los procesos de la clase para pensar, el cual fue adaptado para valorar los criterios generales del pensamiento variacional a partir de problemas planteados para estudiantes de séptimo grado de básica secundaria (Ver Anexo 4 y 9)

El instrumentos elaborado fue sometido a la valoración de tres jueces expertos, empleando una rúbrica donde se tuvo en cuenta aspectos como: a) Pertinencia, que evaluó si el ítem es

adecuado y conveniente para la categoría establecida; b) Claridad, que evaluó si el ítem es de fácil entendimiento; c) Lenguaje, que evaluó si el ítem utilizó un vocabulario adecuado para el público destinatario; y finalmente d) Precisión, que evaluó si el ítem cuestiona directamente el criterio. Para su valoración se empleó una escala de Likert de 1 a 5, donde 5: Totalmente de acuerdo, 4: Parcialmente de acuerdo, 3: Más o menos de acuerdo,

2: Parcialmente desacuerdo, 1: Totalmente en desacuerdo, a partir de la cual se evaluaron los ítems que evidencian los procesos de la clase para pensar: exploración, comprensión, adquisición de nueva información, análisis, planeación, estrategias, monitoreo local, monitoreo global y evaluación de la respuesta.

El formato fue adaptado para la valoración del pensamiento variacional, empleando los siguientes criterios generales: comprensión de la estructura, representación mental y representación escrita, el cual también fue evaluado bajo la misma escala de Likert. A los problemas empleados se les realizó un pilotaje con 30 estudiantes de séptimo grado, pero de diferentes instituciones educativas, con el fin de realizar los ajustes necesarios para mejorar los aspectos de pertinencia, claridad, precisión y lenguaje.

La validez de un instrumento se refiere al grado en que el instrumento mide aquello que pretende medir. Y la fiabilidad de la consistencia interna del instrumento se puede estimar con la prueba alfa de Cronbach, la cual se basa en el análisis de un conjunto de ítems que se espera que midan el mismo constructo o dimensión teórica.

La medida de la fiabilidad mediante el alfa de Cronbach asume que los ítems (medidos en escala tipo Likert) miden un mismo constructo y que están altamente correlacionados (Welch & Comer, 1988). Cuanto más cerca se encuentre el valor del alfa a 1 mayor es la consistencia interna de los ítems analizados. La fiabilidad de la escala debe obtenerse siempre con los datos de

cada muestra para garantizar la medida fiable del constructo en la muestra concreta de investigación.

Como criterio general, Gliem y Gliem, (2003).) brindan las siguientes recomendaciones para evaluar los coeficientes de alfa de Cronbach: Coeficiente alfa $>.9$ es excelente; Coeficiente alfa $>.8$ es bueno; Coeficiente alfa $>.7$ es aceptable; Coeficiente alfa $>.6$ es cuestionable; Coeficiente alfa $>.5$ es pobre; Coeficiente alfa $<.5$ es inaceptable.

A partir de las valoraciones hechas por tres jueces expertos a los ítems del instrumento empleado se analizan empleando esta prueba para medir la consistencia interna de los datos. En la aplicación de esta prueba se obtuvo un valor alfa de 0.827, lo cual demuestra que el instrumento tiene una confiabilidad del 83% y que los ítems empleados no son repetitivos, lo cual demuestra el instrumento empleado tiene un buen nivel de confiabilidad.

Tabla 9: Número de casos estudiados

		N	%
Cases	Valid	12	100,0
	Excluded ^a	0	,0
	Total	12	100,0

Tabla 10: Coeficiente de viabilidad de Alpha Cronbach

Cronbach's Alpha	Cronbach's Alpha Based on Standardized Items	N of Items
,827	,808	16

Sin embargo, se realizó un ajuste en los ítems 9 y 10, ya que según la prueba alfa de Cronbach al ser eliminadas se aumenta su consistencia interna. Se observa que los 16 ítems evaluados tienen una consistencia entre 0.8 y 0.9, lo cual indica un buen nivel de confiabilidad en cada uno de los ítems utilizados en la evaluación de la entrevista flexible.

Tabla 11: Escala de puntuación de los ítems en Alpha Cronbach

ITEMS	Scale Mean if Item Deleted	Scale Variance if Item Deleted	Corrected Item-Total Correlation	Cronbach's Alpha if Item Deleted
Item01Entrev	65,08	78,083	,239	,827
Item02Entrev	65,00	81,091	,011	,839
Item03Entrev	66,08	57,902	,872	,779
Item04Entrev	64,92	78,629	,262	,826
Item05Entrev	65,00	77,818	,324	,824
Item06Entrev	64,92	75,174	,574	,815
Item07Entrev	65,25	72,386	,521	,813
Item08Entrev	65,83	66,879	,602	,806
Item09Entrev	65,00	79,636	,052	,842
Item10Entrev	65,08	83,174	-,126	,840
Item11Entrev	65,08	73,538	,498	,815
Item12Entrev	65,08	69,356	,584	,808
Item13Entrev	65,50	67,909	,576	,808
Item14Entrev	65,08	70,083	,738	,802
Item15Entrev	65,25	67,114	,583	,807
Item16Entrev	65,58	68,811	,512	,813

En la valoración de los problemas propuestos para la evaluación del pensamiento variacional no se midió la consistencia interna, sólo se empleó el puntaje alcanzado según la escala de Likert para medir cada uno de los criterios utilizados. En la pertinencia se obtuvo una

valoración del 90%, en claridad se obtuvo 91%, la precisión se valoró con 87% y el lenguaje con 95%.

Después de la evaluación de los instrumentos, se realizaron los respectivos ajustes teniendo en cuenta las sugerencias dadas por los jueces expertos y el asesor de esta investigación, especialmente sobre la precisión de las preguntas de la entrevista flexible y la redacción de los problemas empleados, con la finalidad de mejorar la confiabilidad del instrumento.

6.6. ETAPAS DE LA INVESTIGACIÓN

6.6.1. Fase de implementación

Diagnóstico sobre tema de investigación

Se realizó un análisis en la institución donde se llevó a cabo la investigación, teniendo en cuenta los resultados obtenidos en las pruebas SABER de los grados 7º, 9 y 11º, en donde se midió la comprensión de los estudiantes frente a temas correspondientes al componente numérico variacional y a la competencia de resolución de problemas. Detectándose un bajo desempeño en los temas relacionados con proporcionalidad.

Elaboración y validación de los cuestionarios y formatos

Para llevar a cabo el proceso de recolección de datos se construyeron y adecuaron instrumentos con el fin de validar las situaciones problemas empleadas tomando la metodología de la Clase para Pensar aplicada al pensamiento variacional en el tema de proporcionalidad directa e inversa.

Los problemas que se emplearon en el pre test (Ver Anexo 9) fueron validados por jueces expertos bajo los criterios que se describe a continuación

- **Pertinencia:** Evalúa si el ítem es adecuado y conveniente para la categoría establecida.
- **Claridad:** Evalúa si el ítem es de fácil entendimiento.
- **Precisión:** Evalúa si el ítem cuestiona directamente el criterio evaluado.

- Lenguaje: Evalúa si el ítem utiliza un vocabulario adecuado para el público destinatario.

Para evaluar cada uno de los ítems del formato, los jueces expertos calificaron de 1 a 5, de acuerdo a la siguiente información:

5: Totalmente de acuerdo, 4: Parcialmente de acuerdo, 3: Más o menos de acuerdo, 2: Parcialmente desacuerdo, 1: Totalmente en desacuerdo.

Teniendo en cuenta los criterios anteriormente descritos, también se realizó una validación del formato empleado para la recolección de los datos correspondientes a la entrevista flexible.

Realización de pilotajes

Como medida para garantizar la efectividad de los problemas se realizaron pilotajes empleando estudiantes de grado séptimo de otras instituciones educativas. Los resultados a través de autoevaluación y coevaluación de los problemas permitieron realizar adecuaciones al cuestionario con respecto al lenguaje y a la complejidad de los problemas empleados.

Capacitaciones sobre el modelo de la clase para pensar

La línea de investigación en Pensamiento Matemático de la Maestría en Educación de la Universidad del Norte, se fundamentó en el modelo de la Clase para Pensar, por lo tanto, se hizo necesario recibir capacitaciones sobre este, basándonos en el libro “La Clase para Pensar” escrito por la Doctora Luz Estela López, fundadora de esta línea de investigación (Ver Anexo 2)

6.6.2. Fase de desarrollo

Aplicación del cuestionario pre test y análisis de resultados

Se empleó un cuestionario pre test con 8 situaciones problemas, 4 de ellas relacionadas con proporcionalidad directa y 4 con proporcionalidad inversa, aplicándose a 32 individuos que conforman el grupo experimental y a los 32 del grupo control. La prueba tuvo una duración de 1 hora y 30 minutos, y se llevó a cabo en las aulas de clase asignadas a cada grupo con la vigilancia del docente que orienta la asignatura de matemáticas en cada uno de ellos.

Los datos cuantitativos obtenidos del pre test fueron analizados y categorizados en intervalos de acuerdo al nivel de desempeño para extraer una muestra intencional de 18 estudiantes (9 de cada grupo) empleando un muestreo estratificado. Los niveles de desempeño se clasificaron a partir de puntuaciones que van de 0 a 2, teniendo en cuenta un puntaje general comprendido entre 0 y 16.

Tabla 12: Puntajes obtenidos por los estudiantes en la prueba clasificatoria del pre test

PUNTAJE	DESEMPEÑOS
13 a 16	SUPERIOR
9 a 12	ALTO
5 a 8	BASICO
1 a 4	BAJO

En cada grupo, teniendo en cuenta los niveles de desempeño se aplicó la entrevista flexible a través de preguntas orientadoras que permitieron a los estudiantes responder de manera espontánea a partir de los preconceptos y creencias propias de una matemática intuitiva, ya que hasta el momento no se había realizado ninguna intervención con respecto al tema de proporcionalidad.

En esta parte de la investigación se realizó una clasificación para los promedios obtenidos en los problemas de proporcionalidad directa e inversa, con el fin de explorar estadísticos como la media y la varianza, que permitieron establecer las condiciones iniciales de semejanza entre los grupos experimental y control, para posteriormente probar las hipótesis planteadas.

Realización de la entrevista flexible del Pre test

Como complemento de la prueba escrita se aplicó la entrevista flexible a los estudiantes del grupo experimental y control para determinar el estado inicial de los procesos cognitivos y meta cognitivos que se emplean al solucionar los problemas planteados en el pre test. Esta entrevista se realizó en las instalaciones de la institución educativa donde se llevó a cabo la investigación,

empleando un formato donde registrar la información y evidenciándolo con un vídeo. Es necesario aclarar que la entrevista flexible fue realizada de manera individual por el docente de matemáticas de la institución.

Aplicación de las actividades propuestas

Las actividades utilizadas para orientar el tema de proporcionalidad en el grupo experimental, se realizaron durante 4 meses, empleando 32 sesiones de trabajo de 50 minutos cada una. Para el desarrollo de cada actividad se emplearon 4 horas, repartidas de acuerdo a las etapas correspondientes a la Clase para Pensar: Exploración, Presentación de Conocimiento Nuevo y Transferencia, cada una se realizó en una sesión de 50 minutos. Al finalizar cada actividad se implementó el proceso evaluativo correspondiente, de manera individual (Autoevaluación), en grupo (Heteroevaluación) y en conjunto docente-estudiantes (Coevaluación), compartiendo experiencias frente al aprendizaje y realizando la retroalimentación correspondiente al tema tratado.

Aplicación del Pos test y análisis de resultados

Después de finalizadas las actividades propuestas se aplicó una prueba escrita a los estudiantes del grupo experimental y control, consistente en 4 problemas de proporcionalidad directa y 4 de proporcionalidad inversa, empleando situaciones problemas parecidas a las utilizadas en el pre test. La finalidad de esta prueba fue recoger información sobre los promedios obtenidos por los estudiantes después de haber recibido instrucción sobre el tema.

Los resultados obtenidos en el pos test correspondieron a los promedios alcanzados en cada grupo con respecto a los problemas de proporcionalidad directa e inversa, esta información se procesó y analizó separadamente teniendo en cuenta los grupos y los tipos de proporcionalidad evaluados. Los estadísticos empleados para este estudio fueron la media, la varianza, el coeficiente de Asimetría y de Curtosis.

Realización de la entrevista flexible del Pos test

Para complementar la interpretación de los datos cuantitativos obtenidos a partir de la prueba escrita se aplicó la entrevista flexible a los estudiantes del grupo experimental y control después de haber sido empleadas las actividades propuestas en esta investigación, para determinar el estado final de los procesos cognitivos y metacognitivos que se emplearon al solucionar los problemas planteados en el pos test. Esta entrevista también se realizó en las instalaciones de la institución educativa donde se llevó a cabo la investigación y fue realizada de manera individual por el docente de matemáticas. La información fue recogida empleando un formato y se gravó un video como evidencia del procesos realizado.

6.6.3. Fase de evaluación

Validación de hipótesis

Las hipótesis planteadas en esta investigación para el enfoque cuantitativo fueron probadas empleando la versión 23^a del software SPSS. Primero se comprobaron los criterios de homogeneidad de medias y varianzas, y la normalidad de los datos, con el fin de determinar la prueba más adecuada para demostrar las hipótesis establecidas. Debido a que en el pos test los promedios de los problemas de proporcionalidad directa e inversa no estaban normalmente distribuidos, se aplicó la prueba no para métrica del Wilcoxon.

Discusión de los resultados, conclusiones y recomendaciones

Los resultados obtenidos a partir de la comprobación de las hipótesis y la interpretación de la entrevista flexible se confrontaron con el marco conceptual y los obtenidos en otras investigaciones en resolución de problemas relacionadas con el tema de proporcionalidad directa e inversa y afines.

A partir de los resultados obtenidos se busca concluir sobre la efectividad de las actividades empleadas y el uso de la estrategia de la entrevista flexible, buscando corroborar el

éxito del modelo de la Clase para Pensar en el aprendizaje en la resolución de problemas de proporcionalidad directa e inversa, realizando las sugerencias conceptuales y metodológicas pertinentes para futuras investigaciones sobre este tema.

CAPÍTULO 7: RESULTADOS

7.1. ENFOQUE CUANTITATIVO PRE TEST Vs POS TEST (VALIDACIÓN DE HIPÓTESIS)

En el siguiente análisis se contrastan los resultados pre test y pos test en los grupos experimental y control.

7.1.1. Análisis

Proporcionalidad directa en el grupo experimental

Tabla 13: Proporcionalidad directa en el grupo experimental

Proporcionalidad Directa Grupo Experimental 7A. Pre test Vs Pos	Mean	Std. Deviation	Variance	Skewness		Kurtosis	
	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Std. Error	Statistic	Std. Error
Prob1Pos test	1,97	,171	,029	-5,831	,403	34,000	,788
Prob3Pos test	1,97	,171	,029	-5,831	,403	34,000	,788
Prob5Pos test	1,94	,343	,118	-5,831	,403	34,000	,788
Prob2Pos test	1,88	,409	,168	-3,752	,403	14,539	,788
Prob5Pre test	1,65	,691	,478	-1,737	,403	1,572	,788
Prob3Pre test	1,35	,734	,538	-,677	,403	-,795	,788
Prob1Pre test	1,09	,830	,689	-,171	,403	-1,531	,788
Prob2Pre test	,29	,579	,335	1,888	,403	2,734	,788
Valid N (listwise)							

En el pos test del grupo experimental los puntajes para los problemas de proporcionalidad directa se obtuvieron mejores desempeños en cuanto a la media, la desviación estándar disminuyó notoriamente en todos los problemas, además el Curtosis fue positivo, lo que indica gran acumulación de datos alrededor de la media y un sesgo a la izquierda, es decir, que los resultados son más homogéneos del lado derecho, de modo que los estudiantes respondieron y justificaron en su gran mayoría de manera acertada los problemas de proporcionalidad directa.

En el pre test se registraron las menores valoraciones en los problemas de proporcionalidad directa para la media, la desviación de los datos fue mayor. El Curtosis osciló entre valores

positivos y negativos, siendo mayores las puntuaciones positivas, mostrando una distribución sesgada a la izquierda en la mayoría de los casos, lo que significa que los datos fueron más homogéneos para valores superiores a la media y los estudiantes en un número más reducido que en el pre test respondieron correctamente, pero no todos justificaron las respuestas.

Proporcionalidad directa en el grupo control

Tabla 14: Proporcionalidad directa en el grupo de control

Proporcionalidad Directa	Mean	Std. Deviation	Variance	Skewness		Kurtosis	
	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Std. Error	Statistic	Std. Error
Grupo Control 7B. Pre test Vs Pos test							
Prob1Pos test	1,59	,557	,310	-,929	,403	-,118	,788
Prob5Pre test	1,35	,734	,538	-,677	,403	-,795	,788
Prob5Pos test	1,24	,890	,791	-,497	,403	-1,584	,788
Prob1Pre test	1,00	,888	,788	,000	,403	-1,771	,788
Prob2Pos test	,97	,904	,817	,060	,403	-1,823	,788
Prob3Pre test	,82	,576	,332	-,004	,403	-,017	,788
Prob3Pos test	,68	,806	,650	,674	,403	-1,111	,788
Prob2Pre test	,24	,496	,246	2,066	,403	3,815	,788
Valid N (listwise)							

En el pos test del grupo control en los puntajes de los problemas de proporcionalidad directa se evidenciaron mejores desempeños en cuanto a la media, aunque la desviación estándar no presentó variaciones significativas en todos los problemas, además el curtosis fue negativo, indicando poca acumulación de datos alrededor de la media con sesgo a la izquierda o próximo a cero en la mayoría de los problemas, lo que significa que los resultados fueron más homogéneos del lado derecho, de modo que los estudiantes respondieron en su gran mayoría de manera acertada los problemas de proporcionalidad inversa, aunque no los justificaron.

En grupo control, el pre test se registró las menores valoraciones para la media y la desviación de los datos en problemas de proporcionalidad directa con respecto a los obtenidos en el pos test. El Curtosis alcanzó en la mayoría de los problemas valoraciones negativas, mostrando

una distribución sesgada a la derecha en la mayoría de los casos, lo que significa que los datos fueron más homogéneos para valores inferiores a la media en la mayoría de los casos, demostrando que los estudiantes no respondieron acertadamente en su mayoría los problemas planteados.

En general se obtuvieron cambios significativos a favor del pos test en cuanto a los promedios alcanzados y a la homogeneidad en la distribución de las respuestas de los problemas de proporcionalidad directa en el grupo experimental, más que en el grupo control.

7.1.2. Análisis de los resultados de los problemas de proporcionalidad inversa en los grupos experimental y control comparando los resultados del pre test y pos test

Proporcionalidad inversa en el grupo experimental

Tabla 15: Proporcionalidad inversa grupo experimental 7A. pre test vs pos test

Proporcionalidad Inversa Grupo Experimental 7A. Pre test Vs Pos test	Mean	Std. Deviation	Variance	Skewness		Kurtosis	
	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Std. Error	Statistic	Std. Error
Prob8Pos test	1,50	,862	,742	-1,208	,403	-,515	,788
Prob7Pos test	1,47	,861	,742	-1,114	,403	-,689	,788
Prob4Pos test	1,44	,860	,739	-1,024	,403	-,838	,788
Prob6Pos test	1,41	,925	,856	-,946	,403	-1,178	,788
Prob6Pre test	,41	,657	,431	1,368	,403	,752	,788
Prob4Pre test	,35	,485	,235	,644	,403	-1,688	,788
Prob8Pre test	,24	,554	,307	2,355	,403	4,770	,788
Prob7Pre test	,21	,410	,168	1,523	,403	,335	,788
Valid N (listwise)							

Los puntajes de los problemas de proporcionalidad inversa en el pos test del grupo experimental presentaron un mejor desempeño con respecto a la media, la desviación estándar aumentó notoriamente en todos los problemas, además el Kurtosis es negativo, indicando una gran acumulación de datos muy alejados de la media y sesgados a la izquierda, es decir, que los resultados fueron más homogéneos del lado derecho, por lo tanto, los estudiantes respondieron

acertadamente y algunos de ellos justificaron correctamente los problemas de proporcionalidad inversa.

Las menores valoraciones en los problemas de proporcionalidad inversa para la media se registraron en el pre test, la desviación de los datos fue menor con respecto al pos test. El Curtosis osciló entre valores positivos y negativos, siendo mayores las puntuaciones positivas, mostrando una distribución sesgada a la derecha, lo que significa que los datos fueron más homogéneos para valores inferiores a la media y los estudiantes en su mayoría no respondieron acertadamente los problemas propuestos.

Proporcionalidad inversa en el grupo control

Tabla 16: Proporcionalidad inversa grupo control 7B. pre test vs pos test

Proporcionalidad Inversa Grupo Control 7B. Pre test Vs Pos test	Mean	Std. Deviation	Variance	Skewness		Kurtosis	
	Statistic	Statistic	Statistic	Statistic	Std. Error	Statistic	Std. Error
Prob4Pos test	,88	,808	,652	,223	,403	-1,421	,788
Prob6Pos test	,82	,834	,695	,352	,403	-1,477	,788
Prob8Pos test	,56	,786	,618	,988	,403	-,607	,788
Prob6Pre test	,50	,663	,439	,995	,403	-,069	,788
Prob7Pos test	,50	,707	,500	1,093	,403	-,076	,788
Prob4Pre test	,41	,500	,250	,375	,403	-1,979	,788
Prob7Pre test	,26	,511	,261	1,816	,403	2,699	,788
Prob8Pre test	,15	,359	,129	2,086	,403	2,496	,788
Valid N (listwise)							

Los puntajes de los problemas de proporcionalidad inversa en el pos test del grupo control presentaron un mejor desempeño con respecto a la media, la desviación estándar aumentó notoriamente en todos los problemas, además el Curtosis fue negativo, indicando una gran acumulación de datos muy alejados de la media y sesgados a la derecha, lo que significa que los resultados fueron más homogéneos del lado izquierdo, por lo tanto, la mayoría de los estudiantes

no respondieron acertadamente, ni justificaron correctamente los problemas de proporcionalidad inversa.

Las menores valoraciones en los problemas de proporcionalidad inversa para la media se registraron en el pre test, la desviación de los datos fue menor con respecto al pos test. El Kurtosis osciló entre valores positivos y negativos, siendo mayores las puntuaciones positivas, mostrando una distribución sesgada a la derecha, lo que significa que los datos fueron más homogéneos para valores inferiores a la media, de modo que los estudiantes en su mayoría no respondieron acertadamente los problemas propuestos.

En general también se dieron cambios significativos a favor del pos test en los promedios alcanzados y la homogeneidad de la distribución de las respuestas de los problemas de proporcionalidad inversa en el grupo experimental, más que en el grupo control, sin embargo, las mejores puntuaciones se obtuvieron en los problemas de proporcionalidad directa.

7.1.3. Análisis de los promedios generales de los problemas de proporcionalidad directa del pre test y pos test en el grupo experimental y control

Tabla 17: Análisis estadísticos descriptivos de los promedios de los problemas de proporcionalidad directa e inversa.

Group		PromDirect Pre test	PromDirectPos test
7A	Mean	1,0956	1,9412
	Std. Deviation	,43526	,16352
	Variance	,189	,027
	Kurtosis	-,361	4,430
	Skewness	-,449	-2,484
7B	Mean	,8529	1,1176
	Std. Deviation	,44003	,55472
	Variance	,194	,308
	Kurtosis	,270	-1,368
	Skewness	,209	,245

Los puntajes obtenidos para la media de los promedios generales en los problemas de proporcionalidad directa del grupo experimental aumentó de 1.0956 en pre test a 1.9412 en el pos test, demostrando que después de realizar la intervención que un 42.07% de los estudiantes mejoraron su desempeño, pasando del 54.7% al 97.05%. Este aumento fue significativo para la estrategia implementada debido a que los estudiantes pudieron responder y justificar acertadamente cada uno de los problemas propuestos.

En el grupo control también se dio un aumento en la media de los promedios en los problemas de proporcionalidad directa, incrementándose de 0.8529 en el pre test a 1.1176 en el pos test, después de recibir instrucción sobre el tema. Sin embargo, sólo el 13.23% de los estudiantes mejoraron su desempeño, pasando de 42.64% a 55.88%.

La desviación estándar en los problemas del grupo experimental del pre test (0,4352) disminuyó en el pos test (0,16352), lo que significa que hubo un aumento en la homogeneidad de las puntuaciones cercanas a la media. Los valores de los coeficientes de Curtosis (4.430) y de asimetría (-2.484) corroboraron que la mayoría de los promedios en el pos test estuvieron muy cercanos a la media y homogéneos para valores superiores a ella. Es decir, los promedios obtenidos en el grupo experimental para los problemas de proporcionalidad directa indicaron que los estudiantes respondieron y justificaron casi en su totalidad los problemas planteados.

En general los resultados obtenidos muestran que después de la intervención, ambos grupos obtuvieron un aumento en los promedios de los estudiantes frente a la resolución de los problemas de proporcionalidad directa, pero este incremento fue notoriamente significativo en el grupo experimental, donde se implementó el modelo de la clase para pensar.

7.1.4. Análisis de los promedios generales de los problemas de proporcionalidad inversa del pre test y pos test en el grupo experimental y control

Tabla 18: Análisis de los promedios generales de los problemas de proporcionalidad inversa del pre test y pos test en el grupo experimental y control

Group		PromInverse Pretest	PromInverse Pos test
7A	Mean	,3015	1,4559
	Std. Deviation	,26671	,61690
	Variance	,071	,381
	Kurtosis	-,027	-,024
	Skewness	,676	-,942
7B	Mean	,3309	,6912
	Std. Deviation	,30600	,59051
	Variance	,094	,349
	Kurtosis	-,018	,681
	Skewness	,805	1,252

Los puntajes generales de la media para los promedios de problemas de proporcionalidad inversa del grupo experimental aumentó de 0.3015 en pre test a 1.4559 en el pos test, demostrando que después de realizar la intervención un 57.72% de los estudiantes mejoraron su desempeño, pasando del 15.07% al 72.79%. Este aumento fue significativo para la estrategia implementada debido a que aumentó el número de los estudiantes que respondieron y justificaron acertadamente cada uno de los problemas propuestos.

En el grupo control también se dio un aumento en la media de los promedios en los problemas de proporcionalidad directa, incrementándose de 0.3309 en el pre test a 0.6912 en el pos test, después de recibir instrucción sobre el tema. Sin embargo, sólo el 18.014% de los estudiantes mejoraron su desempeño, pasando de 16.54% a 34.55%.

La desviación estándar en los problemas del grupo experimental del pre test (0,2667) aumentó en el pos test (0,6169), lo que significa que hubo un aumento en la dispersión de los

datos de los promedios cercanos a la media. Los valores de los coeficientes de Curtosis (-0.024) y de asimetría (-0.942) corroboraron que algunos de los promedios en el pos test están muy cercanos a la media y son homogéneos para valores superiores a ella. Es decir, los promedios obtenidos en el grupo experimental para los problemas de proporcionalidad inversa indicaron que el número de los estudiantes que respondieron y justificaron los problemas planteados aumentó.

En general los resultados obtenidos mostraron que después de la intervención, ambos grupos obtuvieron un aumento en los promedios de los estudiantes frente a la resolución de los problemas de proporcionalidad inversa, pero este incremento fue notoriamente significativo en el grupo experimental, donde se implementó el modelo de la clase para pensar.

7.1.5. Comprobación de hipótesis para los promedios de los problemas de proporcionalidad directa en el pre test en el grupo experimental

Antes de iniciar la comprobación de hipótesis se deben establecer el cumplimiento de los supuestos de normalidad y homocedasticidad de los datos.

Para llevar a cabo la prueba de normalidad se emplea el test de Kolmogorov-Smirnov, en el cual se encontró un nivel de significancia para los datos del pre test de 0.06, mayor que 0.05 y en el pos test menor de 0.05, lo que significa que los valores de los promedios obtenidos en el pre test para los problemas de proporcionalidad directa están normalmente distribuidos, mientras que en el pos test no están normalmente distribuidos.

Tabla 19: Prueba de normalidad

Group 7A	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
PromGexpDirectaPre test	,147	34	,060	,939	34	,056
PromGexpDirectaPos test	,523	34	,000	,378	34	,000

a. Lilliefors Significance Correction

El criterio de igualdad de varianzas dio como resultado un nivel de significancia menor de 0.05, lo que significa que se rechaza la posibilidad de que las varianzas sean iguales.

Tabla 20: Anova para los promedios de los problemas de proporcionalidad directa en el pre test en el grupo experimental

ANOVA

PromGexpDirecta

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	12,155	1	12,155	112,452	,000
Within Groups	7,134	66	,108		
Total	19,290	67			

Las hipótesis establecidas en esta investigación fueron:

- **H₀**: La clase para pensar no impacta en la resolución de problemas de proporcionalidad directa.
- **H₁**: La clase para pensar impacta en la resolución de problemas de proporcionalidad directa.

Debido a las características de la distribución de los datos, se debe aplicar la prueba no paramétrica de Wilcoxon para el test de hipótesis.

Tabla 21: Prueba de hipótesis de diferencias de medias, entre los problemas del grupo experimenta y control, en el pre test y pos test

Hypothesis Test Summary

	Null Hypothesis	Test	Sig.	Decision
1	The median of differences between PromGexpDirectaPretest and PromGexpDirectaPosttest equals 0.	Related-Samples Wilcoxon Signed Rank Test	,000	Reject the null hypothesis.

Asymptotic significances are displayed. The significance level is ,05.

Los resultados obtenidos en esta prueba fueron menores de 0.05, por lo tanto, no hay evidencias suficientes para aceptar que las medias entre los promedios sean iguales, es decir, la media de los promedios obtenidos para los problemas de proporcionalidad directa en el grupo experimental antes y después de la aplicada la intervención son diferentes. Esto demostró que la

implementación el modelo de la clase para pensar impactó significativamente el aprendizaje en la resolución de los problemas de proporcionalidad directa.

Tabla 22: Discriminación de resultados obtenidos en los problemas de proporcionalidad directa, aplicados en el pre test

GRUPO EXPERIMENTAL	PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA (PRE TEST)	0 : No respondida	1 : respondida correctamente, pero no justificada	2 : respondida y justificada correctamente
	1	10	11	13
	2	26	6	2
	3	5	12	17
	5	4	4	26
	PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA (POS TEST)	0 : No respondida	1 : respondida correctamente, pero no justificada	2 : respondida y justificada correctamente
	1	0	1	33
	2	1	2	31
	3	0	1	33
	5	1	0	33

El número de problemas de proporcionalidad directa contestados y justificados correctamente aumentaron significativamente en el pos test, lo cual corroboró los resultados obtenidos en las pruebas aplicadas.

7.1.6. Comprobación de hipótesis para promedios de los problemas de proporcionalidad inversa en el pre test y pos test en el grupo experimental

Tabla 23: Prueba de normalidad para los problemas de proporcionalidad inversa en el pre test y pos test

Group 7A	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Statistic	Df	Sig.	Statistic	df	Sig.
PromGexpInversaPre test	,224	34	,000	,876	34	,001
PromGexpInversaPos test	,252	34	,000	,823	34	,000

a. Lilliefors Significance Correction

En la prueba de Kolmogorov-Smirnov se obtuvo un nivel de significancia menor de 0.05 para los datos del pre test y del pos test correspondientes a los promedios de los problemas de proporcionalidad inversa, demostrando que los datos están normalmente distribuidos.

Tabla 24: Anova para promedios de los problemas de proporcionalidad inversa en el pre test y pos test en el grupo experimental

ANOVA

PromGexplInversa

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	22,655	1	22,655	100,310	,000
Within Groups	14,906	66	,226		
Total	37,562	67			

El estudio de ANOVA indicó que la significancia fue menor de 0.05, por lo tanto, las varianzas entre los promedios antes y después de aplicada la intervención son diferentes.

Las hipótesis establecidas en esta investigación para validar el impacto de la clase para pensar en el aprendizaje de proporcionalidad inversa fueron:

- **H₀:** La clase para pensar No impacta en la resolución de problemas de proporcionalidad inversa.
- **H₁:** La clase para pensar impacta en la resolución de problemas de proporcionalidad inversa.

La prueba de Wilcoxon para datos relacionados arrojó una significancia menor de 0.05, por lo tanto, se rechaza la hipótesis de que las medias de los promedios obtenidos en el pre test y pos test sean iguales para los problemas de proporcionalidad inversa en el grupo experimental. Esto demuestra que la implementación el modelo de la clase para pensar impacta significativamente el aprendizaje en la resolución de los problemas de proporcionalidad inversa.

Tabla 25: Prueba de hipótesis para promedios de los problemas de proporcionalidad inversa en el pre test y pos test en el grupo experimental

Hypothesis Test Summary				
	Null Hypothesis	Test	Sig.	Decision
1	The median of differences between PromGexplnversaPretest and PromGexplnversaPostest equals 0.	Related-Samples Wilcoxon Signed Rank Test	,000	Reject the null hypothesis.

Asymptotic significances are displayed. The significance level is ,05.

El número de problemas de proporcionalidad inversa que fueron contestados y justificados correctamente aumentaron significativamente en el pos test, lo cual corroboró los resultados obtenidos en las pruebas aplicadas.

Tabla 26: Discriminación de resultados obtenidos en los problemas de proporcionalidad inversa, aplicados en el pre test y pos test en el grupo experimental

GRUPO EXPERIMENTAL	PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDAD INVERSA (PRE TEST)	0 : No respondida	1 : respondida correctamente, pero no justificada	2 : respondida y justificada correctamente
	4	22	12	0
	6	23	8	3
	7	27	7	0
	8	28	4	2
	PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDAD INVERSA (POS TEST)	0 : No respondida	1 : respondida correctamente, pero no justificada	2 : respondida y justificada correctamente
	4	8	3	23
	6	10	0	24
	7	8	2	24
	8	8	1	25

7.1.7. Análisis general de los promedios obtenidos en el grupo control en el pre test y pos test

Tabla 27: Discriminación de resultados obtenidos en los problemas de proporcionalidad directa, aplicados en el pre test y pos test en el grupo control

GRUPO CONTROL	PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA (PRE TEST)	0 : No respondida	1 : respondida correctamente, pero no justificada	2 : respondida y justificada correctamente
	4	13	8	13
	6	27	6	1
	7	9	22	3
	8	20	14	0
	PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA (POS TEST)	0 : No respondida	1 : respondida correctamente, pero no justificada	2 : respondida y justificada correctamente
	4	1	12	21
	6	14	7	13
	7	18	9	7
	8	10	6	18

La cantidad de problemas de proporcionalidad directa que fueron contestados y justificados correctamente en el grupo control aumentó significativamente en el pos test, corroborando los resultados obtenidos.

Tabla 28: Discriminación de resultados obtenidos en los problemas de proporcionalidad inversa, aplicados en el pre test y pos test en el grupo control

GRUPO CONTROL	PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDAD INVERSA (PRE TEST)	0 : No respondida	1 : respondida correctamente, pero no justificada	2 : respondida y justificada correctamente
	4	20	14	0
	6	20	11	3
	7	26	7	1
	8	29	5	0
	PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDAD INVERSA (POS TEST)	0 : No respondida	1 : respondida correctamente, pero no justificada	2 : respondida y justificada correctamente
	4	13	12	9
	6	15	10	9
	7	21	9	4
	8	21	7	6

La cantidad de problemas de proporcionalidad inversa que fueron contestados y justificados correctamente en el grupo control también aumentó significativamente en el pos test, corroborando los resultados obtenidos en el análisis estadístico realizado.

7.2. ESTUDIO DE LOS DATOS CUALITATIVOS OBTENIDOS CON LA APLICACIÓN DE LA ENTREVISTA FLEXIBLE

7.2.1. Estudio de los datos cualitativos obtenidos en el pre test

Análisis de datos cualitativos del grupo experimental.

Para el análisis de la entrevista flexible correspondiente al pre test se tomaron las sumas obtenidas en cada uno de los procesos cognitivos y metacognitivos. Para indicar que los estudiantes realizaron el proceso descrito se exigió que se manejaran adecuadamente cada uno de los subprocesos que este incluía.

En la tabla que se muestra a continuación se recogieron la sumatorias de los procesos y subprocesos realizados por los 9 estudiantes escogidos en el grupo experimental para llevar a cabo la entrevista flexible. Las iniciales RE corresponden a “Respuesta espontánea”, EF a “Entrevista flexible” y CM a “Corrección metacognitiva”

Tabla 29: Análisis de datos cualitativos en la entrevista flexible del grupo experimental en el pre test

	GRUPO EXPERIMENTAL 7A.	ENTREVISTA FLEXIBLE. PRE TEST	PROBLEMA DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA			PROBLEMA DE PROPORCIONALIDAD INVERSA		
			PROCESOS	EVIDENCIAS	RE	EF	CM	RE
PROCESOS COGNITIVOS	EXPLORA	Vivencia la situación en un contexto parecido	6	0	0	0	0	0
	COMPRENDE	Identifica las partes del problema	4	3	0	2	2	0
		Reconocimiento de datos	5	1	0	2	3	0
		Replantea el problema	3	3	0	4	2	0
	NUEVA INFORMACIÓN	Recolección de nueva información	4	3	0	0	0	0
	ANALIZA	División por partes	4	3	0	3	1	0
		Simplificación/reforma	3	2	0	4	0	0
		Perspectiva, selecciona	3	1	0	4	0	0
	PLANEA	Resuelve el problema	0	0	0	0	0	0
	IMPLEMENTA ESTRATEGIAS	Identifica el lenguaje proporcional.	0	0	0	1	0	0
		Aplica procesos aditivos y multiplicativos.	7	2	0	6	1	0
		Emplea cálculo mental.	1	0	0	1	0	0
		Realiza estimaciones y aproximaciones.	0	1	0	1	0	0
		Reconoce Patrones.	0	0	0	1	0	0
		Describe la Variable clave del problema utilizando dibujos o palabras.	0	0	0	0	0	0
Calcula constantes de proporcionalidad directa e inversa.		0	0	0	0	0	0	
Otras estrategias		0	0	0	0	0	0	
PROCESOS METACOGNITIVOS	MONITOREO LOCAL	A. General	0	1	0	3	1	0
		B. Estrategia Remedial	0	5	0	0	3	0
	MONITOREO GLOBAL	A. General	0	2	0	1	1	0
		B. Estrategia Alternativa	0	1	0	0	3	0
	RESPUESTA ESPONTANEA	Correcta	1	1	0	1	0	0
		Incorrecta	3	2	0	4	3	0

Se evidenció que los estudiantes realizaron más procesos cognitivos que metacognitivos, especialmente al abordar los problemas de proporcionalidad directa. Los procesos cognitivos en

su mayoría fueron realizados de forma espontánea, destacándose la exploración como el más comúnmente realizado por los estudiantes con un porcentaje del 66.7%, seguido por el reconocimiento de los datos en los problemas planteados. El proceso de comprensión con un 33.3%, fue realizado por los estudiantes empleando la entrevista flexible, pero las respuestas obtenidas no fueron acertadas ya que aún no tenían información sobre el tema. En el proceso de adquisición de nueva información no se realizaron preguntas aclaratorias por parte de los estudiantes frente a la situación de proporcionalidad directa planteada durante la entrevista.

En procesos cognitivos como la planeación de una estrategia para solucionar el problema, los estudiantes presentaron dificultades en la organización del procedimiento lógico más adecuado para dar solución a la situación planteada, sin embargo, la mayoría de los estudiantes empleaban una estrategia sumativa o multiplicativa, pero no reconocían el lenguaje proporcional, ni establecían patrones, tampoco realizaron aproximaciones o estimaciones empleando el cálculo mental. Al momento de plantear el problema en mucho de los casos observados durante la entrevista flexible, los estudiantes no emplearon sistemas de representación que le ayudaran a comprender el problema para solucionarlo exitosamente.

Tabla 30: Análisis de los procesos generales en proporcionalidad directa del grupo 7A

PROPORCIONALIDAD DIRECTA 7A	FRECUENCIA		PORCENTAJE	
PROCESOS COGNITIVOS	SI	NO	%SI	%NO
Explora	6	3	66,7	33,3
Comprende	3	6	33,3	66,7
Adquiere Nueva Información	0	9	0	100
Analiza	2	7	22,2	77,8
Planea	0	9	0	100
Implementa Estrategias	8	1	88,9	11,1
PROCESOS METACOGNITIVOS				
Monitoreo Local	1	8	11,1	88,9
Monitoreo Global	0	9	0	100
RESPUESTA	2	9	22,2	77,8

Los procesos metacognitivos no fueron evidenciados de forma asertiva, los estudiantes no se detuvieron a revisar sus apreciaciones o respuestas en forma espontánea, a no ser que se le sugiriera. En cuanto a la efectividad de la respuesta en algunos de los casos, cabe anotar que no fue justificada a partir de un procedimiento válido, sólo se escogió por intuición a partir de las opciones sugeridas.

En cuanto a los procesos registrados en la resolución de problemas de proporcionalidad inversa, en la fase de exploración los estudiantes no relacionaron la situación planteada con ninguna vivencia o experiencia previa. La comprensión del problema no fue realizada adecuadamente, sin embargo, la mayoría de los estudiantes parafrasearon el problema, es decir, lo reprodujeron oralmente con sus palabras. La adquisición de nueva información tampoco fue evidenciada durante la entrevista, ya que los estudiantes no pedían aclaraciones sobre la situación planteada.

Fueron notorias las largas pausas de los estudiantes para planear una estrategia que le facilitara la solución de la situación propuesta, sin embargo, los procesos más empleados por

ellos fueron el cálculo mental y las aproximaciones o estimaciones y los procesos multiplicativos.

El reconocimiento de parámetros, del lenguaje proporcional o la determinación de una constatación de proporcionalidad, no fueron tenidos en cuenta.

Tabla 31: Análisis de los procesos generales en proporcionalidad inversa del grupo 7A

PROPORCIONALIDAD INVERSA 7A	FRECUENCIA		PORCENTAJE	
	SI	NO	%SI	%NO
PROCESOS COGNITIVOS				
Explora	0	9	0	100
Comprende	1	8	11,1	88,9
Adquiere Nueva Información	0	9	0	100
Analiza	2	7	22,2	77,8
Planea	0	9	0,0	100
Implementa Estrategias	7	2	77,8	22,2
PROCESOS METACOGNITIVOS				
Monitoreo Local	0	9	0	100
Monitoreo Global	0	9	0	100
RESPUESTA	1	8	11,1	88,9

Los procesos metacognitivos en los 9 estudiantes que realizaron la entrevista flexible en el grupo experimental fueron escasos, no se evidenció con claridad la realización de un monitoreo o la elección de una estrategia remedial que permitiera verificar que la solución dada fue la más apropiada.

Análisis de datos cualitativos del grupo control

En la tabla que se muestra a continuación se recogieron las sumatorias de los procesos y subprocesos realizados por los 9 estudiantes escogidos en el grupo control para llevar a cabo la entrevista flexible.

Tabla 32: Análisis de datos cualitativos en la entrevista flexible del grupo control en el pre test

GRUPO CONTROL 7B.	ENTREVISTA FLEXIBLE. PRE TEST	PROBLEMA DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA			PROBLEMA DE PROPORCIONALIDAD INVERSA		
		RE	EF	CM	RE	EF	CM
PROCESOS	EVIDENCIAS						
EXPLORA	Vivencia la situación en un contexto parecido	2	1	0	0	0	0
COMPRENDE	Identifica las partes del problema	7	0	0	4	1	0
	Reconocimiento de datos	1	2	0	8	0	0
	Replantea el problema	4	3	0	5	1	0
NUEVA INFORMACIÓN	Recolección de nueva información	3	0	0	3	3	0
ANALIZA	División por partes	3	0	0	3	1	0
	Simplificación/reforma	4	0	0	4	0	0
	Perspectiva, selecciona	3	1	0	2	0	0
PLANEA	Resuelve el problema	1	0	0	0	0	0
IMPLEMENTA ESTRATEGIAS	Identifica el lenguaje proporcional.	0	0	0	1	0	0
	Aplica procesos aditivos y multiplicativos.	5	1	0	2	2	0
	Emplea cálculo mental.	2	0	0	4	1	0
	Realiza estimaciones y aproximaciones.	1	1	0	1	0	0
	Reconoce Patrones.	1	1	0	1	1	0
	Describe la Variable clave del problema utilizando dibujos o palabras.	1	1	0	0	1	0
	Calcula constantes de proporcionalidad directa e inversa.	0	0	0	0	0	0
	otras estrategias	1	0	0	0	0	0
MONITOREO LOCAL	A. General	1	3	0	2	2	1
	B. Estrategia Remedial	1	3	0	1	3	0
MONITOREO GLOBAL	A. General	0	0	0	0	1	0
	B. Estrategia Alternativa	0	1	0	0	0	0
RESPUESTA ESPONTANEA	Correcta	3	1	0	2	2	0
	Incorrecta	3	3	0	3	2	0

Los procesos cognitivos llevados a cabo por el grupo control evidencian que los estudiantes respondieron de manera espontánea durante la entrevista, sin embargo, en proceso de comprensión se hizo necesario el empleo de la entrevista flexible, al igual que durante procesos metacognitivos como el monitoreo global.

Los estudiantes del grupo control realizaron los procesos cognitivos de manera espontánea, sin embargo, las respuestas obtenidas en la mayoría de los casos no fueron correctas. A pesar de que los estudiantes realizaron monitoreo durante la aplicación de la estrategia elegida, los procesos metacognitivos no se evidenciaron de manera general.

Las estrategias empleadas para abordar la situación de proporcionalidad directa fueron la aplicación de procesos aditivos y multiplicativos, y el cálculo mental. No se discriminó el lenguaje proporcional, no se reconocieron patrones, ni se realizaron representaciones gráficas de la situación que dieran indicios del reconocimiento de las variables de problema.

Tabla 33: Análisis de los procesos generales de proporcionalidad directa del grupo 7B

PROPORCIONALIDAD DIRECTA 7B	FRECUENCIA		PORCENTAJE	
PROCESOS COGNITIVOS	SI	NO	%SI	%NO
Explora	3	6	33,3	66,7
Comprende	1	8	11,1	88,9
Adquiere Nueva Información	2	7	22,2	77,8
Analiza	2	7	22,2	77,8
Planea	1	8	11,1	88,9
Implementa Estrategias	7	2	77,8	22,2
PROCESOS METACOGNITIVOS				
Monitoreo Local	0	9	0	100
Monitoreo Global	0	9	0	100
RESPUESTA	4	5	44,4	55,6

La exploración fue el proceso cognitivo que más realizaron los estudiantes al abordar el problema planteado de proporcionalidad directa fue la exploración, llevado a cabo por el 33% de ellos, seguido por la implementación de estrategias, de las cuales las más usadas fueron el cálculo mental y los procesos aditivos y multiplicativos.

En los problemas de proporcionalidad directa en el grupo control los estudiantes no resolvieron por escrito la situación planteada, ni tampoco empleaban sistemas de representación, las respuestas en su mayoría fueron dadas por intuición o lógica. Aunque se realizaron algunos procesos de monitoreo local, no hubo evidencias suficientes para demostrar metacognición.

Tabla 34: Análisis de los procesos generales de proporcionalidad inversa del grupo 7B

PROPORCIONALIDAD INVERSA 7B	FRECUENCIA		PORCENTAJE	
PROCESOS COGNITIVOS	SI	NO	%SI	%NO
Explora	0	9	0	100
Comprende	3	6	33,3	66,7
Adquiere Nueva Información	4	5	44,4	55,6
Analiza	2	7	22,2	77,8
Planea	1	8	11,1	88,9
Implementa Estrategias	7	2	77,8	22,2
PROCESOS METACOGNITIVOS				
Monitoreo Local	2	7	22,2	77,8
Monitoreo Global	0	9	0	100
RESPUESTA	3	6	11,1	88,9

En la solución de la situación referente la proporcionalidad inversa los estudiantes evidenciaron mejores procesos cognitivos como la comprensión (33,3% de los estudiantes) y la adquisición de nueva información (44,4% de los estudiantes), los cuales se llevaron a cabo a través de preguntas inducidas empleando la entrevista flexible. Aunque se realizaron algunos procesos de monitoreo local, no hubo evidencias suficientes para demostrar metacognición.

7.2.2. Estudio de los resultados obtenidos en el pos test

Análisis de los datos cualitativos del grupo experimental

En la tabla que se muestra a continuación se recogieron la sumatoria de los procesos y subprocesos realizados por los 9 estudiantes escogidos en el grupo experimental para llevar a

cabo la entrevista flexible. Las iniciales RE corresponden a “Respuesta espontánea”, EF a “Entrevista flexible” y CM a “Corrección metacognitiva”

Tabla 35: Análisis de los datos cualitativos en entrevista flexible del grupo experimental en el pos test

GRUPO EXPERIMENTAL 7A ENTREVISTA POS TEST		PROBLEMA DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA			PROBLEMA DE PROPORCIONALIDAD INVERSA		
		RE	EF	CM	RE	EF	CM
PROCESOS	EVIDENCIAS	RE	EF	CM	RE	EF	CM
EXPLORA	Vivencia la situación en un contexto parecido	9	0	0	7	0	0
COMPRENDE	Identifica las partes del problema	3	6	0	6	3	0
	Reconocimiento de datos	4	5	0	5	4	0
	Replantea el problema	1	8	0	4	5	0
NUEVA INFORMACIÓN	Recolección de nueva información	0	8	0	0	3	0
ANALIZA	División por partes	0	8	0	0	7	0
	Simplificación/reforma	0	8	0	0	7	0
	Perspectiva, selecciona	0	8	0	0	7	0
PLANEA	Resuelve el problema	2	7	0	0	7	0
IMPLEMENTA ESTRATEGIAS	Identifica el lenguaje proporcional.	4	5	0	2	4	0
	Aplica procesos aditivos y multiplicativos.	3	9	0	2	8	0
	Emplea cálculo mental.	2	2	0	1	4	0
	Realiza estimaciones y aproximaciones.	2	8	0	0	3	0i
	Reconoce Patrones.	3	7	0	2	5	0
	Describe la Variable clave del problema utilizando dibujos o palabras.	2	5	0	2	4	0
	Calcula constantes de proporcionalidad directa e inversa.	0	2	0	0	2	0
	otras estrategias	0	0	0	0	0	0
MONITOREO LOCAL	A. General	0	5	0	0	5	3
	B. Estrategia Remedial	0	6	2	0	3	0
MONITOREO HGLOBAL	A. General	0	4	2	0	2	3
	B. Estrategia Alternativa	0	1	0	0	1	0
RESPUESTA	Correcta	0	8	1	0	8	1
	Incorrecta	0	0	0	0	0	0

Se evidenció que los estudiantes realizaron más procesos cognitivos que metacognitivos, pero en la mayoría de los casos lo lograron haciendo uso de la entrevista flexible, especialmente al abordar los problemas de proporcionalidad inversa. Los procesos cognitivos que fueron

realizados por todos los estudiantes de manera espontánea o mediante entrevista flexible fueron la exploración, comprensión y análisis, al abortar tanto los problemas de proporcionalidad directa como los de inversa.

En cuanto a los procesos metacognitivos, fue necesario aplicar la entrevista flexible para orientarlos de manera efectiva. Es muy notorio la falta de autonomía de los estudiantes para realizar el monitoreo local y global sobre las estrategias empleadas para resolver los problemas planteados.

Las estrategias más recurridas para solucionar los problemas fueron el reconocimiento del lenguaje proporcional, empleo de procesos aditivos y multiplicativos, la realización de estimaciones y aproximaciones, y el reconocimiento de patrones. Fue notorio que algunos estudiantes emplearon más de una estrategia al momento de solucionar el problema.

El cuadro que se muestra a continuación resume los procesos cognitivos y metacognitivos realizados por los estudiantes durante la aplicación de la entrevista flexible para evaluar en el grupo experimental los problemas de proporcionalidad directa.

Tabla 36: Análisis de los procesos generales de proporcionalidad directa del grupo 7A del pos test

PROPORCIONALIDAD DIRECTA 7A	FRECUENCIA		PORCENTAJE	
	SI	NO	%SI	%NO
PROCESOS COGNITIVOS				
Explora	9	0	100	0
Comprende	9	0	100	0
Adquiere Nueva Información	1	8	11,1	88,9
Analiza	8	1	88,9	11,1
Planea	9	0	100	0
Implementa Estrategias	9	0	100	0
PROCESOS METACOGNITIVOS				
Monitoreo Local	9	0	100	0
Monitoreo Global	7	2	77,8	22,2
RESPUESTA	9	0	100	0

Se observó que los procesos que evidenciaron los mejores resultados, con un 100% de efectividad fueron la exploración, comprensión, planeación e implementación de estrategias. Sin embargo, la adquisición de nueva información por parte de los estudiantes no fue muy notoria debido a que las situaciones planteadas en los problemas estaban narradas en un lenguaje sencillo y eran familiares para ellos. En cuanto al proceso de análisis, fue logrado por 8 de los 9 estudiantes, es decir, 89% de ellos, demostrando facilidad para descomponer el problema en partes y proponer alternativas de solución, haciéndose notorio la claridad conceptual sobre el tema abordado en los problemas planteados.

Los procesos metacognitivos fueron evidenciados con ayuda de la entrevista flexible, los estudiantes no se detuvieron a revisar sus apreciaciones o respuestas en forma espontánea, a no ser que se le sugiriera. En cuanto a la efectividad de la respuesta, cabe anotar que 100% de los estudiantes acertó y justificó a partir de un procedimiento válido los problemas planteados.

En el cuadro que se muestra a continuación se resumen los procesos cognitivos y metacognitivos llevados a cabo por los estudiantes durante la entrevista flexible para evaluar los problemas de proporcionalidad inversa en el grupo experimental.

Tabla 37: Análisis de los procesos generales de proporcionalidad inversa del grupo 7A en el pos test

PROPORCIONALIDAD INVERSA 7A	FRECUENCIA		PORCENTAJE	
PROCESOS COGNITIVOS	SI	NO	%SI	%NO
Explora	7	2	77,8	22,2
Comprende	9	0	100	0
Adquiere Nueva Información	0	9	0	100
Analiza	8	1	88,9	11,1
Planea	9	0	100	0
Implementa Estrategias	9	0	100	0
PROCESOS METACOGNITIVOS				
Monitoreo Local	7	2	77,8	22,2
Monitoreo Global	4	5	56	44
RESPUESTA	9	0	100	0

En cuanto a los procesos registrados en la resolución de problemas de proporcionalidad inversa, en la fase de exploración los estudiantes relacionaron la situación planteada con experiencias previas. La comprensión del problema fue realizada adecuadamente, sin embargo, la mayoría de los estudiantes parafrasearon el problema, es decir, lo reprodujeron oralmente con sus palabras. La adquisición de nueva información tampoco fue evidenciada durante la entrevista, ya que los estudiantes no pedían aclaraciones sobre la situación planteada debido a que les era familiar y empleaba un lenguaje fácil de entender.

Las estrategias que más facilitaron la solución de la situación planteada fueron el empleo de estrategias aditivas y multiplicativas, el cálculo mental y el reconocimiento de patrones y con menor recurrencia la realización de estimaciones y aproximaciones. Pero el lenguaje proporcional, la determinación de una constatación de proporcionalidad, la descripción de la variable clave del problema utilizando dibujos o palabras, no fueron tenidos en cuenta como posibles estrategias.

Los procesos metacognitivos en los 9 estudiantes que realizaron la entrevista flexible en el grupo experimental se hizo visible de manera espontánea sólo en dos estudiantes, en los demás se lograron mediante el empleo de la entrevista flexible para orientar la realización del monitoreo o la elección de una estrategia remedial que permitiera verificar que la solución dada fue la más apropiada.

Análisis de datos cualitativos del grupo control

En la tabla que se muestra a continuación se recogieron las sumatorias de los procesos y subprocesos realizados por los 9 estudiantes escogidos en el grupo control para llevar a cabo la entrevista flexible.

Tabla 38: Análisis de los datos cualitativos en entrevista flexible del grupo control en el pos test

GRUPO CONTROL 7B		ENTREVISTA POS TEST	PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA			PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDAD INVERSA		
			RE	EF	CM	RE	EF	CM
PROCESOS	EVIDENCIAS	RE	EF	CM	RE	EF	CM	
EXPLORA	Vivencia la situación en un contexto parecido	2	0	0	2	0	0	
COMPRENDE	Identifica las partes del problema	7	0	0	7	1	0	
	Reconocimiento de datos	6	2	0	6	2	0	
	Replantea el problema	3	4	0	2	6	0	
NUEVA INFORMACIÓN	Recolección de nueva información	0	3	0	0	0	0	
ANALIZA	División por partes	0	3	0	0	5	0	
	Simplificación/reforma	1	6	0	0	4	0	
	Perspectiva, selecciona	0	5	0	0	4	0	
PLANEA	Resuelve el problema	0	7	0	0	3	0	
IMPLEMENTA ESTRATEGIAS	Identifica el lenguaje proporcional.	0	3	0	1	0	0	
	Aplica procesos aditivos y multiplicativos.	2	2	0	0	4	0	
	Emplea cálculo mental.	1	2	0	0	1	0	
	Realiza estimaciones y aproximaciones.	1	2	0	0	2	0	
	Reconoce Patrones.	2	4	0	2	4	0	
	Describe la Variable clave del problema utilizando dibujos o palabras.	1	0	0	1	1	0	
	Calcula constantes de proporcionalidad directa e inversa.	0	0	0	0	0	0	
	otras estrategias	1	2	0	0	4	0	
MONITOREO LOCAL	A. General	0	3	0	0	4	0	
	B. Estrategia Remedial	0	1	2	0	3	1	
	A. General	0	3	0	0	3	0	
	B. Estrategia Alternativa	0	1	0	0	1	0	
RESPUESTA ESPONTANEA	Correcta	0	4	0	0	6	0	
	Incorrecta	1	2	0	0	0	0	

Los procesos cognitivos llevados a cabo por el grupo control fueron obtenidos a partir de las orientaciones dadas a través de la entrevista flexible, sin embargo, algunos procesos como la comprensión se hicieron de forma espontánea. De igual manera se observó que los procesos

metacognitivos tuvieron que ser orientados mediante la entrevista flexible en el monitoreo local y global.

Las estrategias más implementadas por los estudiantes para solucionar los problemas propuestos de proporcionalidad directa fueron los procesos aditivos y multiplicativos, y el reconocimiento de patrones.

Los menos empleados fueron el uso del lenguaje proporcional y describir la variable empleando dibujos o palabras. Esto permite evidenciar que los estudiantes de este grupo sólo manejaron procesos relacionados con la ejercitación, dejando a un lado el manejo adecuado de expresiones proporcionales que permitan identificar la naturaleza de las variables empleadas en el problema que se aborda.

En el cuadro que se muestra a continuación se resumen los procesos cognitivos y metacognitivos llevados a cabo por los estudiantes del grupo control durante la entrevista flexible para evaluar los problemas de proporcionalidad directa en el grupo experimental

Tabla 39: Análisis de los procesos generales de proporcionalidad directa del grupo 7B en el pos test

PROPORCIONALIDAD DIRECTA 7B	FRECUENCIA		PORCENTAJE	
PROCESOS COGNITIVOS	SI	NO	%SI	%NO
Explora	3	6	33,3	66,7
Comprende	7	2	77,8	22,2
Adquiere Nueva Información	0	9	0	100
Analiza	2	7	22,2	77,8
Planea	6	3	66,7	33,3
Implementa Estrategias	7	2	77,8	22,2
PROCESOS METACOGNITIVOS				
Monitoreo Local	4	5	44,4	55,6
Monitoreo Global	3	6	33,3	66,7
RESPUESTA	4	5	44,4	55,6

La exploración fue el proceso cognitivo que menos realizaron los estudiantes al abordar el problema planteado de proporcionalidad inversa, llevado a cabo sólo por el 22,2% de ellos, de igual manera el proceso de análisis obtuvo un porcentaje de 11,1%, que fue el más bajo dentro de los procesos cognitivos evaluados.

La adquisición de nueva información tampoco fue evidenciada durante la entrevista, ya que los estudiantes no solicitaron aclaraciones sobre la situación planteada debido a que les era familiar y empleaba un lenguaje fácil de entender.

En los problemas de proporcionalidad directa en el grupo control los estudiantes no emplearon sistemas de representación, aunque se realizaron algunos procesos de monitoreo local y global, no hubo evidencias suficientes para demostrar metacognición, ya que los procesos no fueron realizados de manera espontánea, por lo tanto, no se realizó corrección metacognitiva.

En el cuadro que se muestra a continuación se resumen los procesos cognitivos y metacognitivos llevados a cabo por los estudiantes del grupo control durante la entrevista flexible para evaluar los problemas de proporcionalidad inversa en el grupo experimental.

Tabla 40: Análisis de los procesos generales de proporcionalidad inversa del grupo 7B en el pos test

PROPORCIONALIDAD INVERSA 7B	FRECUENCIA		PORCENTAJE	
PROCESOS COGNITIVOS	SI	NO	%SI	%NO
Explora	2	7	22,2	77,8
Comprende	6	3	66,7	33,3
Adquiere Nueva Información	0	9	0	100
Analiza	4	5	44,4	55,6
Planea	3	6	33,3	66,7
Implementa Estrategias	6	3	66,7	33,3
PROCESOS METACOGNITIVOS				
Monitoreo Local	5	4	55,6	44,4
Monitoreo Global	2	7	22,2	77,8
RESPUESTA	6	3	44,4	55,6

Los procesos cognitivos que obtuvieron los mejores resultados fueron: comprensión, análisis e implementación de estrategias. En estos procesos se hizo evidente que los estudiantes demostraron familiaridad frente a la situación planteada, pero al momento de analizarla presentaron dificultades para dividirla en partes y seleccionar perspectivas de solución. No hubo recolección de nueva información debido a que el lenguaje empleado en la situación planteada fue claro.

Las estrategias utilizadas por los estudiantes para dar solución a los problemas de proporcionalidad inversa en el grupo control fueron los procesos aditivos y multiplicativos, y el reconocimiento de patrones. No se llevaron a cabo justificaciones del problema planteado, sólo se limitaron a deducir los resultados por simple intuición o lógica, logrando responder acertadamente.

En cuanto a los procesos metacognitivos los estudiantes no verificaron espontáneamente los procedimientos y estrategias empleadas, si no se le sugería. Lo cual fue evidencia suficiente para afirmar que la entrevista flexible ayuda a promover y ejercitar los procesos metacognitivos.

7.2.3. Contraste entre la entrevista flexible del pre test y del pos test

Tabla 41: Contraste entre los procesos de la entrevista flexible del pre test y del pos test del grupo experimental en la evaluación de la proporcionalidad directa

PROPORCIONALIDAD DIRECTA 7A PROCESOS COGNITIVOS	% PRE TEST		% POS TEST	
	%SI	%NO	%SI	%NO
Explora	66,7	33,3	100	0
Comprende	33,3	66,7	100	0
Adquiere Nueva Información	0	100	11,1	88,9
Analiza	22,2	77,8	88,9	11,1
Planea	0	100	100	0
Implementa Estrategias	88,9	11,1	100	0
PROCESOS METACOGNITIVOS				
Monitoreo Local	11,1	88,9	100	0
Monitoreo Global	0	100	78	22
RESPUESTA	22,2	100	100	0

En los problemas de proporcionalidad directa se obtuvo un mejor desempeño en los procesos cognitivos, especialmente en la comprensión, el análisis, la planeación y el empleo de estrategias.

En el pre test las estrategias empleadas para solucionar la situación de proporcionalidad directa planteada a los estudiantes fueron estrategias aditivas y multiplicativas, el cálculo mental, las aproximaciones y estimaciones. Mientras que en el pos test además de las estrategias desarrolladas en el pre test se adicionan el manejo del lenguaje proporcional, el reconocimiento de patrones y en algunos casos describen la variable clave del problema utilizando dibujos o palabras. En el desarrollo de estos procesos la entrevista flexible jugó un importante papel en la orientación de los estudiantes.

En el pos test, los procesos cognitivos mejoraron notoriamente, en especial la exploración, la comprensión, el análisis y la planeación. Los procesos que no registraron cambios significativos fueron la exploración y la adquisición de nueva información, debido a que los estudiantes reconocían la situación planteada en un contexto que les era familiar, por lo tanto, no hacían preguntas frente al vocabulario empleado en la construcción del problema.

Las estrategias implementadas para abordar los problemas de proporcionalidad directa, además de las empleadas en el pre test, se utilizaron dibujos o palabras para describir las variables empleadas, reconociendo patrones y el lenguaje proporcional inmerso en ellos, pero determinaron constantes de proporcionalidad debido a que hicieron uso de un razonamiento proporcional, pero sin aplicar las propiedades y reglas de las proporciones.

En cuanto a los procesos metacognitivos no fueron desarrollados en su totalidad, sin embargo, se lograron notorios avances empleando la entrevista flexible, pero los estudiantes no

fueron capaces por si mismos de llevar a cabo el monitoreo local y global para detectar errores durante el proceso o al final del mismo.

Los procesos cognitivos empleados por los estudiantes al desarrollar los problemas de proporcionalidad inversa dejaron de manifiesto dificultades en procesos como la comprensión, el análisis, la planeación. La superación de estas dificultades se evidenció en el pos test, especialmente los procesos como la comprensión y el análisis.

La adquisición de nueva información tampoco fue evidenciada durante la entrevista, porque los estudiantes no pidieron aclaraciones sobre la situación planteada debido a que les era familiar y empleaba un lenguaje fácil de entender.

Tabla 42: Contraste entre los procesos de la entrevista flexible del pre test y del pos test del grupo experimental en la evaluación de la proporcionalidad inversa.

PROPORCIONALIDAD INVERSA 7A	% PRE TEST		% POS TEST	
	%SI	%NO	%SI	%NO
PROCESOS COGNITIVOS				
Explora	0	100	77,8	22,2
Comprende	11,1	88,9	100	0
Adquiere Nueva Información	0	100	0	100
Analiza	22,2	77,8	88,9	11,1
Planea	0,0	100	100	0
Implementa Estrategias	77,8	22,2	100	0
PROCESOS METACOGNITIVOS				
Monitoreo Local	0	100	0	22
Monitoreo Global	0	100	56	44
RESPUESTA	11,1	88,9	100	0

Las estrategias empleadas para resolver la situación de proporcionalidad inversa fueron estrategias relacionadas con la adición y la multiplicación, el cálculo mental, las aproximaciones y estimaciones, adicionándose en el pos test otras estrategias como el reconocimiento de patrones y del lenguaje proporcional. La estrategia de emplear dibujos o palabras, no fueron tenidas en cuenta por la mayoría de los estudiantes para la descripción de las variables empleadas en el problema.

Los procesos metecognitivos del pos test fueron más notorios en el monitoreo global, pero no hubo corrección metacognitiva de manera espontánea, evidenciándose una mejoría con respecto a los resultados obtenidos en el pre test.

7.2.4. Contraste entre la entrevista flexible del pre test y del pos test

Tabla 43: Contraste entre los procesos de la entrevista flexible del pre test y del pos test del grupo control en la evaluación de la proporcionalidad directa

PROPORCIONALIDAD DIRECTA 7B	% PRE TEST		% POS TEST	
	%SI	%NO	%SI	%NO
PROCESOS COGNITIVOS				
Explora	33,3	66,7	33,3	66,7
Comprende	11,1	88,9	77,8	22,2
Adquiere Nueva Información	22,2	77,8	0	100
Analiza	22,2	77,8	22,2	77,8
Planea	11,1	88,9	66,7	33,3
Implementa Estrategias	77,8	22,2	77,8	22,2
PROCESOS METACOGNITIVOS				
Monitoreo Local	0	100	44,4	55,6
Monitoreo Global	0	100	33,3	66,7
RESPUESTA	44,4	55,6	44,4	55,6

Los estudiantes del grupo control en el pre test realizaron los procesos cognitivos de manera espontánea, sin embargo, las respuestas obtenidas en la mayoría de los casos no fueron correctas. Los resultados evidenciados en el pos test muestran una mejoría en los procesos de comprensión, planeación e implementación de estrategias, en el resto de los procesos no hubo cambios significativos.

Los resultados del pre test hicieron evidente que no se lograron procesos metacognitivos y tampoco se recurrió al empleo de estrategias remediales, a diferencia del pos test, los estudiantes realizaron monitoreo durante la aplicación de la estrategia elegida, y los procesos metacognitivos en la resolución de problemas de proporcionalidad directa se dieron algunos indicios, pero no manera espontánea. Los avances en este aspecto se lograron al aplicar la estrategia de la entrevista flexible.

Tabla 44: Contraste entre los procesos de la entrevista flexible del pre test y del pos test del grupo control en la evaluación de la proporcionalidad inversa

PROPORCIONALIDAD INVERSA 7B	% PRE TEST		% POS TEST	
	%SI	%NO	%SI	%NO
PROCESOS COGNITIVOS				
Explora	0	100	22,2	88,9
Comprende	33,3	66,7	66,7	33,3
Adquiere Nueva Información	44,4	55,6	0	100
Analiza	22,2	77,8	44,4	55,6
Planea	11,1	88,9	33,3	66,7
Implementa Estrategias	77,8	22,2	66,7	33,3
PROCESOS METACOGNITIVOS				
Monitoreo Local	22,2	77,8	55,6	44,4
Monitoreo Global	0	100	22,2	77,8
RESPUESTA	11,1	88,9	44,4	55,6

Las estrategias utilizadas por los estudiantes para dar solución a los problemas de proporcionalidad inversa en el pre test fueron los procesos aditivos y multiplicativos, y el reconocimiento de patrones. No se llevaron a cabo justificación del problema planteado, sólo se realizó deducción de los resultados por simple intuición o lógica, logrando responder acertadamente. Los resultados del pos test mostraron una mejoría en el estado de los procesos descritos, aunque el aumento en los porcentajes obtenidos no fue significativo.

7.3. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

La investigación fue realizada con estudiantes de 7° para determinar el impacto que el modelo de la clase para pensar tiene en el aprendizaje de la resolución de problemas de proporcionalidad directa e inversa y su influencia en los procesos cognitivos y metacognitivos a partir de los mismos. En este estudio se empleó un enfoque mixto, por lo tanto, los resultados se analizaron de forma cualitativa y cuantitativa.

En la fase inicial de esta investigación se realizó una prueba escrita consistente en 8 problemas para la recolección de los datos cuantitativo, los cuales abordaron situaciones

cotidianas que eran familiares para los estudiantes, teniendo en cuenta las sugerencias de los Lineamientos curriculares de matemáticas (MEN, 1998)

En la resolución de problemas, el promedio general obtenido para la media en los problemas de proporcionalidad directa del grupo experimental aumentó de 1.0956 en pre test a 1.9412 en el pos test, demostrando que después de realizar la intervención un 42.07% de los estudiantes mejoraron su desempeño, pasando de un 54.7% a un 97.05%. La desviación estándar en el pos test disminuyó de 0,4352 a 0,1635, de modo que la distancia de los resultados con respecto a la media se hizo más pequeña, aumentando su homogeneidad. Los coeficientes de Curtosis (positivo) y asimetría (negativo) obtenidos en el pos test, también confirman que este aumento fue significativo para la estrategia implementada, demostrando que los estudiantes pudieron responder y justificar acertadamente cada uno de los problemas propuestos.

En el grupo control también se dio un aumento en la media de los promedios en los problemas de proporcionalidad directa, pasando de 0.8529 en el pre test a 1.1176 en el pos test, después de recibir instrucción sobre el tema. Sin embargo, sólo el 13.23% de los estudiantes mejoraron su desempeño, pasando de 42.64% a 55.88%. La desviación estándar en este grupo aumentó de 0,44 a 0,554, lo que significa que la distancia entre los resultados con respecto a la media aumentó, disminuyendo su homogeneidad. Los coeficientes de Curtosis (negativo) y asimetría (positivo), indican que la mayoría de los estudiantes obtuvieron puntuaciones que permiten concluir que no respondieron los problemas correctamente, o que no los justificaron a pesar de haberlos respondido correctamente. Lo anteriormente descrito demuestra que los mejores resultados fueron obtenidos por los estudiantes del grupo experimental en los problemas de proporcionalidad directa, garantizando la efectividad de las actividades implementadas.

En el puntaje general de la media para los problemas de proporcionalidad inversa del grupo experimental, se registró un aumento de 0.3015 en pre test a 1.4559 en el pos test, demostrando

que después de realizar la intervención un 57.72% de los estudiantes mejoraron su desempeño, pasando de un 15.07% a un 72.79%. La desviación estándar en el pos test aumentó de 0,266 a 0,616, de modo que la distancia de los resultados con respecto a la media se hizo más grande, disminuyendo su homogeneidad. Sin embargo, los coeficientes de Curtosis (negativo muy próximo a cero) y asimetría (negativo) obtenidos en el pos test, confirman que este aumento fue significativo para la estrategia implementada, demostrando que los estudiantes en su mayoría pudieron responder y justificar acertadamente cada uno de los problemas propuestos.

En el grupo control también se dio un aumento en la media de los promedios en los problemas de proporcionalidad inversa, incrementándose de 0.3309 en el pre test a 0.6912 en el pos test, después de recibir instrucción sobre el tema. Sin embargo, sólo el 18.014% de los estudiantes mejoraron su desempeño, pasando de 16.54% a 34.55%. Los coeficientes de Curtosis (positivo) y asimetría (positivo), indican que la mayoría de los estudiantes obtuvieron puntuaciones que permiten concluir que no respondieron correctamente los problemas. Por lo tanto, los resultados obtenidos en el grupo experimental para los problemas de proporcionalidad inversa fueron mejores con respecto a los del grupo control, verificándose el éxito de las actividades empleadas.

En cuanto al estudio de los datos obtenidos en el enfoque cualitativo, en la aplicación del pre test se identificó que los estudiantes empleaban estrategias aditivas y multiplicativas, el cálculo mental, las aproximaciones y estimaciones para dar solución a los problemas planteados de manera intuitiva. En los resultados del pos test, se evidenciaron en los estudiantes avances a nivel cognitivo, con el empleo de estrategias más complejas, como: reconocimiento de patrones, identificación de variables por medio de palabras o dibujos, y el empleo del lenguaje proporcional, notándose un mejor manejo en los procesos cognitivos de proporcionalidad directa, como la exploración (del 66,7% al 100%), la comprensión (del 33,3% al 100%), el análisis (del

22,2% al 88,9%), la planeación (del 0% al 100%) y el empleo de estrategias (del 88,9% al 100%), especialmente en el grupo experimental. El proceso que no registró un cambio significativo fue la adquisición de nueva información, debido a que los estudiantes reconocían la situación planteada en un contexto que les era familiar, por lo tanto, no hacían preguntas frente al vocabulario empleado en la construcción del problema.

Los resultados alcanzados en el pos test en el grupo control, en cuanto a proporcionalidad directa, muestran una mejoría en los procesos de comprensión (del 11,1% al 77,8%) y planeación (del 11,1% al 66,7%), en el resto de los procesos cognitivos no hubo cambios significativos.

Los procesos cognitivos en el pre test que fueron empleados por los estudiantes del grupo experimental para abordar los problemas de proporcionalidad inversa dejan de manifiesto dificultades en procesos como la exploración, la comprensión, el análisis y la planeación. La superación de estas dificultades se evidenció en el pos test, registrándose un aumento en el porcentaje de estudiantes que realizaron los procesos de exploración (del 0% al 100%), comprensión (del 11,1% al 100%) y análisis (del 22,2% al 77,8%). La adquisición de nueva información tampoco fue evidenciada durante la entrevista, ya que los estudiantes no pedían aclaraciones sobre la situación planteada, debido a que se empleó un lenguaje fácil de entender.

Algo parecido ocurrió con los resultados obtenidos en proporcionalidad inversa, donde se notaron avances en procesos cognitivos, tales como la exploración (del 0% al 22,2%), comprensión (del 33,3% al 66,7%), análisis (del 22,2% al 44,4%), planeación (del 11,1% al 33,3%). Sin embargo, los resultados obtenidos no superan los alcanzados por los estudiantes del grupo experimental en los procesos cognitivos mencionados.

En términos generales, la efectividad de la entrevista flexible se hizo evidente en el grupo control facilitando a los estudiantes el manejo de conceptos, términos y algoritmos, lo cual no fue posible durante el pre test. El impacto de esta estrategia radicó en que los estudiantes sin haber

recibido la instrucción de la Clase para Pensar, solucionaron acertadamente problemas tanto de proporcionalidad directa como inversa, llevando a cabo procesos cognitivos, y en algunos casos metacognitivos.

Los procesos metacognitivos se hicieron evidentes al implementar la entrevista flexible, debido a que los estudiantes en su mayoría, para verificar la efectividad de las estrategias empleadas durante la solución de los problemas planteados, realizaron monitoreo local, por sugerencia del docente y no de manera autónoma. Se utilizan estrategias remediales al finalizar el problema cuando no se obtiene un resultado correcto de acuerdo a las opciones de las respuestas propuestas, de otro no se tiene certeza de la misma, por lo tanto, no hay evidencias suficientes para demostrar que los estudiantes realizaron metacognición, sin embargo, la constancia en la realización de estos procesos brinda la posibilidad que con el tiempo los estudiantes puedan llevar a cabo procesos metacognitivos.

Una vez comprobados los criterios de normalidad y homocedasticidad para los datos del pre test y pos test en cuanto a la resolución de problemas de proporcionalidad directa e inversa, se tomó como parámetro la media y se aplicó la prueba no paramétrica de Wilcoxon para comprobar las hipótesis, debido a las características encontradas en la distribución de los datos. Los resultados obtenidos en esta prueba fueron menores de 0.05, por lo tanto, se concluye que no hay evidencias suficientes para aceptar que las medias entre los promedios sean iguales, es decir, que para los problemas de proporcionalidad directa en el grupo experimental antes y después de aplicada la intervención las medias son diferentes. Esto demuestra que la implementación el modelo de la clase para pensar impacta significativamente el aprendizaje en la resolución de los problemas de proporcionalidad directa. De la misma manera, la prueba de Wilcoxon para datos relacionados con los problemas de proporcionalidad inversa arrojó una significancia menor de 0.05, por lo tanto, se rechaza la hipótesis de que las medias de los promedios obtenidos en el pre

test y pos test sean iguales para los problemas de proporcionalidad inversa en el grupo experimental. Esto demuestra que la implementación el modelo de la clase para pensar también impacta significativamente el aprendizaje en la resolución de los problemas de proporcionalidad inversa.

CONCLUSIONES

Las investigaciones realizadas sobre el tema de proporcionalidad involucran estrategias que a pesar de estar basadas en modelos constructivistas no tienen en cuenta el desarrollo de competencias en los estudiantes. La clase para pensar (López, 2000) como modelo para el aprendizaje en la resolución de problemas de proporcionalidad directa e inversa, permitió mediante la entrevista flexible la comprensión de situaciones en diferentes contextos, promoviendo un aprendizaje por competencias, en el cual el valor de la equidad se incorpora al tema de proporcionalidad para reflejar una formación sólida del carácter fundamentado en la igualdad de oportunidades y en el obrar con justicia, desarrollando habilidades comunicativas que enriquecen el intercambio de ideas, ofreciendo una manera diferente de hacer visible el pensamiento y verificar los procesos cognitivos y metacognitivos que emplean los estudiantes en la resolución de problemas. El trabajo en equipo como apoyo para la aplicación de las actividades facilita la interacción de los estudiantes, promoviendo una comunicación asertiva, el desarrollo colectivo de conceptos, el desempeño de roles y la estimulación del liderazgo en los grupos de trabajo.

La actitud del docente como acompañante y orientador en el proceso, brinda a los estudiantes confianza al sentirse valorados en sus aportes, por lo tanto, se debe considerar cada equivocación como una oportunidad para enseñarlos a pensar, empleando la entrevista flexible como medio para conducirlos a través de preguntas dirigidas a aclarar sus dudas y ayudarlos en la construcción de conceptos, logrando que con el tiempo, en ausencia del docente, los estudiantes

distingan los procesos cognitivos y metacognitivos que llevan a cabo al solucionar problemas de proporcionalidad directa e inversa. De ahí que el monitoreo constante del docente en el desarrollo de las actividades durante el trabajo en equipo sea de gran importancia para garantizar el objetivo planteado en cada una de ellas, según lo fundamenta el modelo de la clase para pensar.

El desarrollo del pensamiento variacional debe estar enfocado en los niveles de razonamiento proporcional propuestos por Khoury (2002). De ahí que la construcción de las actividades a partir de situaciones cotidianas, teniendo en cuenta los intereses, preconcepciones y creencias de los estudiantes, garantizó la efectividad de la estrategia empleada, logrando desarrollar en ellos, primero la habilidad de razonar cualitativamente, comprendiendo el lenguaje proporcional, para luego proponerles situaciones que le permitieran pasar de una estrategia sumativa a una multiplicativa, hasta llegar a la modelación empleando una estrategia funcional.

El fortalecimiento de conceptos como magnitud, lenguaje proporcional y razón, son fundamentales para comprender otros como proporción, proporcionalidad y correlación. En concordancia con lo establecido por investigadores como Obando, Vasco y Arboleda (2014), se comprueba mediante la entrevista flexible aplicada en el grupo control que los docentes manejan concepciones erróneas sobre estos temas y las transmiten a sus estudiantes, especialmente en la interpretación cualitativa del concepto de razón, ya que se considera que expresión de la razón en la forma “a:b” es diferente de “b:a” y además se confunde el concepto de correlación con proporcionalidad. De modo que se hace necesario relacionar a través de las actividades propuestas, el pensamiento variacional con el geométrico, el numérico y el aleatorio, para promover una adecuada comprensión de estos conceptos básicos.

Durante el desarrollo de la prueba escrita se confirmó según Ruiz y Valdemoros, (2006) que los estudiantes al momento de desarrollar los problemas de razón y proporción resolvieron el cuestionario empleando algoritmos manejados de manera mecánica, sin darle sentido a su

elaboración o justificar el procedimiento empleado. La causa de esta situación radicó en el poco manejo del razonamiento cualitativo debido a la ausencia de un lenguaje proporcional adecuadamente desarrollado que permitiera la comprensión de los problemas planteados, tal como se concluyó en la investigación realizada por Ruiz y Lupiáñez (2009), lo cual reflejó una comprensión rudimentaria del concepto de proporción, mostrando confusión al establecer relaciones entre magnitudes.

Antes de realizada la intervención, tanto en el grupo experimental como control, los resultados obtenidos mostraron un mejor desempeño de los estudiantes en los problemas de proporcionalidad directa, más que en las situaciones de proporcionalidad inversa, debido al empleo de estrategias sumativas o multiplicativas que facilitaron la solución de los mismos. El desarrollo del razonamiento proporcional según Buform y Fernández (2014), no debe entenderse sólo como la habilidad de establecer relaciones multiplicativas entre dos cantidades y de extender dicha relación a otro par de cantidades, ya que los estudiantes pueden establecer relaciones multiplicativas en problemas en donde no son aplicables, como ocurre en los casos de proporcionalidad inversa y situaciones de correlaciones, donde no existe un patrón definido que pueda emplearse como factor para resolverlos. Esto se evidenció durante el pre test en las estrategias empleadas por los estudiantes para la solución de los problemas de proporcionalidad directa e inversa.

El estado inicial de los procesos cognitivos en los estudiantes de ambos grupos antes de realizar la intervención, mostró que la comprensión, el análisis y la implementación de estrategias no fueron nulas, aunque el porcentaje de estudiantes que los realizaron fue bajo. Estos mismos resultados fueron obtenidos por Aragón, y Gutiérrez (2013) en su investigación para determinar el efecto de la Clase para pensar sobre los procesos y estrategias empleados para la resolución de problemas y la exactitud en el pensamiento algebraico temprano; tampoco se observaron indicios

de metacognición durante la realización de la entrevista, debido a que los estudiantes no demostraron hábitos de autocorrección y transferencia frente a las situaciones planteadas.

Después de la implementación del modelo de la clase para pensar y la estrategia de la entrevista flexible, se realizó nuevamente una prueba cuantitativa, en la cual los resultados obtenidos demuestran la efectividad de las actividades aplicadas debido a que los estudiantes lograron resolver y justificar acertadamente los problemas planteados, aunque con un mejor desempeño en las situaciones relacionadas con proporcionalidad directa, sin embargo, los resultados obtenidos en los problemas de proporcionalidad inversa mejoraron notoriamente con respecto al pre test. Lo anterior es consistente con las conclusiones encontradas por De León; Díaz; Soto y Martínez (2007) debido a que los estudiantes desarrollan más el razonamiento proporcional en los problemas intuitivos, utilizando estrategias lógicas.

Las actividades empleadas para realizar la intervención en el grupo experimental fueron desarrolladas teniendo en cuenta los niveles de razonamiento proporcional propuestos por Khoury, (2002), citado en la investigación de Ruiz y Valdemoros (2006), los cuales contribuyeron al éxito de propuesta la investigativa, debido a que su objetivo principal era establecer una secuencia que llevara a los estudiantes de un razonamiento cualitativo, mediante el fortalecimiento del lenguaje proporcional, hasta alcanzar un razonamiento cuantitativo que le permitiera comprender el significado de los procedimientos y las respuestas obtenidas en un contexto dado. Según Strefland (1985) el aprendizaje de la razón y la proporción son procesos que deben empezar con una comparación cualitativa, desde la comprensión del mismo lenguaje proporcional, para facilitar que los estudiantes puedan enfrentarse con éxito a situaciones de variación.

Los procesos cognitivos en el pos test mejoraron notoriamente, en especial, la comprensión, el análisis y la planeación. Los estudiantes fueron capaces de implementar un plan

para abordar la solución del problema empleando un mayor número de estrategias con respecto a las utilizadas en el pre test, tales como el cálculo mental, el reconocimiento de patrones y del lenguaje proporcional, al igual que el empleo de dibujos o palabras para describir las variables. El desarrollo de actividades grupales fomentó la discusión, la defensa de ideas y opiniones, permitiendo refinar y robustecer la creatividad para utilizar distintos caminos en solución de los problemas y realizar procesos de monitoreo, como lo sustentaron López y Trigo (2006) en su investigación “Desarrollo de episodios de comprensión matemática”

Los procesos metacognitivos en el pos test, aunque no se evidenciaron de manera contundente, estuvieron presentes en algunos estudiantes que llevaron a cabo la revisión de los procedimientos antes, durante y después de implementadas las estrategias, realizando transferencias de lo aprendido a situaciones similares, pero no de manera autónoma, sino dirigida mediante preguntas orientadoras, haciendo uso de la entrevista flexible. De acuerdo a lo expuesto por López (2011), en la clase para pensar se presenta el aprendizaje por procesos, facilitando la evaluación y el desarrollo de los procesos cognitivos y metacognitivos, en fusión con los contenidos curriculares que se buscan enseñar.

El impacto de esta investigación se evidenció en el logro de los objetivos de formación propuestos en las actividades mediante la implementación del modelo de la clase para pensar, verificando que los estudiantes desarrollaron de manera significativa su razonamiento proporcional cualitativo y cuantitativo en la resolución de problemas de proporcionalidad directa e inversa. Teniendo en cuenta los resultados obtenidos y observados durante y después de la aplicación de las actividades, es innegable el mejoramiento que los estudiantes demostraron en cuanto al aprendizaje a partir del desarrollo de procesos cognitivos y metacognitivos, su actitud positiva, motivación y satisfacción frente al desarrollo de las actividades programadas y la realización de transferencias o aplicación de lo aprendido en contextos diferentes.

RECOMENDACIONES

La secuencialidad en la organización de los conceptos en la malla curricular de matemáticas ubica el tema de proporcionalidad en el grado séptimo y los textos escolares sugieren su desarrollo en el último periodo del año escolar; esta fue la primera dificultad que se debió enfrentar para la implementación de las actividades, por lo tanto, se hizo necesario la reestructuración de la malla curricular de matemáticas en la institución donde se llevó a cabo la investigación. Por lo tanto, se recomienda que el tema de proporcionalidad sea ubicado en el primer periodo, teniendo en cuenta que los estudiantes manejan conceptos básicos como fracciones, amplificación y simplificación de fracciones, y sus operaciones básicas, que son necesarios para abordar aspectos relacionados con el tema de esta investigación.

El empleo de las actividades para fomentar el desarrollo del razonamiento proporcional se realizó en tres momentos de acuerdo a la estructura propuesta en el modelo de la Clase para Pensar. Se sugiere que para el adecuado desarrollo de las actividades cada uno de los momentos estén estrechamente relacionados y se realicen de manera consecutiva, durante las horas programadas semanalmente. En caso de que se presenten dificultades en su ejecución, es recomendable realizar una retroalimentación de las actividades implementadas y esperar el momento adecuado para realizar la siguiente.

La implementación de guías donde se especifican los procesos cognitivos y metacognitivos, a través de las preguntas que los orienten, permiten que el estudiante pueda hacer visible su pensamiento al aplicarlos para solucionar situaciones problemas en ausencia de la orientación docente. Por este motivo es recomendable que se realice un adecuado acompañamiento y fijación de estos procesos a través de la entrevista flexible en cada uno de los momentos que sugiere la implementación del modelo de la Clase para Pensar. No hay que

olvidar la importancia que tiene el t3pico generativo empleado, por lo tanto, el docente debe enfocar constantemente a los estudiantes en escenarios y situaciones que busquen desarrollar la parte axiol3gica al solucionar los problemas planteados.

Durante la aplicaci3n de las actividades se recomienda ir evaluando el aprendizaje de los estudiantes de manera oral o escrita, para evidenciar sus avances y el 3xito de las actividades e identificar y corregir las dificultades presentadas. Se sugiere que las pruebas escritas se ejecuten empleando el esquema de la pruebas SABER y que incluyan preguntas abiertas que den cuenta de los procesos empleados por los estudiantes al abordar la resoluci3n de problemas.

En el an3lisis de los resultados cuantitativos del pre test debe tenerse en cuenta el nivel de desempe1o alcanzado por los estudiantes para conformar los grupos de trabajo en el aula. Los niveles de desempe1o permiten que en la elecci3n de la muestra intensional para el estudio cualitativo haya una representaci3n de cada nivel con el fin de llevar a cabo el estudio de casos de la mejor manera posible. Para la elecci3n de los estudiantes que participaran en esta muestra intensional se sugiere el empleo de un muestreo estratificado, llevando un seguimiento de los avances obtenidos por cada uno de ellos para verificar el impacto del modelo de la Clase para Pensar y la efectividad de las actividades dise1adas al analizar los resultados del pos test.

Los resultados cualitativos obtenidos implementando la entrevista flexible evidencian el estado de los procesos cognitivos y metacognitivos en los estudiantes, sin embargo, en el formato que se emple3 en esta investigaci3n s3lo permite establecer si estos procesos son o no realizados al momento de solucionar los problemas propuestos, por lo tanto, es necesario para futuras investigaciones que se emplee una r3brica donde se describan las habilidades y etapas que se deben cumplir en cada procesos para verificar el nivel alcanzado y lograr dominarlo.

BIBLIOGRAFÍA

- Albis, V. (Ed.). (1997). *Memorias del seminario en conmemoración de los 400 años del nacimiento de René Descartes* (No. 9). Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.
- Andrade, C. (1998). Dificultades en el Aprendizaje de la Noción de Variación. *revista EMA*, 3(3), 241-253.
- Aragón, Y; Gutiérrez, C. (2013). *El efecto del programa de formación docente “La clase para pensar” sobre los procesos y estrategias de resolución de problemas y la exactitud en el pensamiento algebraico temprano*. Barranquilla: Universidad del Norte.
- Ben-Chaim, D; Fey, J; Fitzgerald, W; Benedetto, C y Miller, J. (1998). Proportional reasoning among 7th grade students with different curricular experiences. *Educational Studies in Mathematics*, 36(3), 247-273.
- Bonell, C. (2000). La divina proporción. *Las formas geométricas*. Barcelona: Edicions UPC. s.
- Borasi, R. (1986). Algebraic Explorations of the Error 1664=14. *The Mathematics Teacher*, 79(4), 246-248.
- Bosch, M., García, F., Gascón, J., y Ruiz, L. (2006). La modelización matemática y el problema de la articulación de la matemática escolar. Una propuesta desde la teoría antropológica de lo didáctico. *Educación matemática*, 18(2).
- Brink, J., y Streefland, L. (1979). Young children (6–8)-ratio and proportion. *Educational Studies in Mathematics*, 10(4), 403-420.
- Bright, G. W., Behr, M. J., Post, T. R., & Wachsmuth, I. (1988). Identifying fractions on number lines. *Journal for Research in Mathematics Education*, 215-232.
- Bufo, A y Fernández, C. (2014). Conocimiento de Matemáticas Especializado de los Estudiantes para Maestro de Primaria en Relación al Razonamiento Proporcional/Pre-service Primary

- School Teachers' Specialized Content Knowledge for Teaching of Proportional Reasoning. *Bolema*, 28(48), 21.
- Butto, C y Rojano, T. (2004). Introducción temprana al pensamiento algebraico: abordaje basado en la geometría. *Educación matemática*, 16(1), 113-148.
- Camargo, L., Guzmán, A. (2011). *Elementos para una didáctica del pensamiento variacional: relaciones entre la pendiente y la razón de cambio*. Barranquilla: Universidad el Norte.
- Cañadas, M. y Castro, E. (2002). *La importancia del razonamiento inductivo en la formación inicial de profesores*.
- Campos, A. (1997). Descartes, investigador matemático afortunado. *VS Albis, & otros (Eds.) Memorias del Seminario en conmemoración de los 400*, 12-13.
- Caputo, L y Soto, N. (2002). *Proporcionalidad directa e inversa: Dificultades en su aprendizaje*. Argentina: Universidad Nacional del Nordeste.
- Ceballos, J. y Blanco, L. (2008). Análisis de los problemas de los libros de texto de Matemáticas para alumnos de 12 a 14 años de edad de España y de Chile en relación con los contenidos de proporcionalidad. *Publicaciones*, 38, 63-88.
- Charris, C y Espinosa, A., (2010). *Efecto del programa de formación docente "Enseñando a pensar" en el conocimiento pedagógico del contenido, los procesos cognitivos y las estrategias de resolución de problemas de estructuras aditivas*. Barranquilla: Universidad del Norte.
- Contraloría General de la Nación de la república. (2014). *Política Educativa y calidad de la educación Básica y media en Colombia*. Bogotá, DC
- Corry, L. (1994). La teoría de las proporciones de Eudoxio interpretada por Dedekind. *Mathesis. Filosofía e Historia de las Matemáticas*, 10(1), 1-24.
- Corts, A. y De la Vega, M. (2004). *Matemáticas para aprender a pensar: el papel de las creencias en la resolución de problemas* (100). Narcea Ediciones.

- Cramer, K y Post, T. (1993). Proportional reasoning. *The Mathematics Teacher*, 86(5), 404-407.
- D'Amore B; Godino, D; Arrigo G y Fandiño Pinilla M. (2003). *Competenze in matematica*. Bologna: Pitagora.
- Dávila, M. (2005). Las proporciones divinas. *Cirugía Plástica*, 15(2), 118-124.
- RAE (2002). *Diccionario de la Lengua Española vol. I*. Madrid.
- De León, D; Díaz, J; Soto Mayorga, M y Martínez, A. (2007). Razonamiento proporcional intuitivo en alumnos de primaria y secundaria. *Interamerican Journal of Psychology*, 41(3), 371-378.
- De Strycker, y Michel, P. H. (1952). *De Pythagore à Euclide. Contribution à l'histoire des mathématiques préeuclidiennes. (Collection d'Études Anciennes)*.
- Descartes, R. (1964). *Philosophical essays: Discourse on method; Meditations; Rules for the direction of the mind*.
- Díaz, J; Raya, J; Molina, E. y Trujillo, M. (1991). Modelos de razonamiento en dos tareas de proporcionalidad. *Revista de psicología general y aplicada: Revista de la Federación Española de Asociaciones de Psicología*, 44(2), 175-182.
- Duval, R. (1999). Representation, visual and visualization: Cognitive functions in mathematical thinking. *proceedings Annual Meeting North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematical Education, México*.
- Franco, A., Osorio, V., Rincón, M., & Tatis, D. (2009). *El conocimiento pedagógico del contenido y la práctica docente en función de los procesos de resolución de problemas y el uso por los estudiantes, en el marco de la clase para pensar*. Trabajo de investigación para optar el título de magister en educación con énfasis en cognición. Universidad del Norte. Barranquilla.
- Flavell, J. (1979). Metacognition and cognitive monitoring: A new area of cognitive—developmental inquiry. *American psychologist*, 34(10), 906.

- Frías, A., Gil, F., y Moreno, M. F. (2001). Introducción a las magnitudes y la medida. Longitud, masa, amplitud, tiempo. *Didáctica de la matemática en la Educación Primaria. Madrid: Síntesis.*
- Gascón, J. (2001). Incidencia del modelo epistemológico de las matemáticas sobre las prácticas docentes. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 129-159.
- Ginsburg, H y Opper, S. (1988). *Piaget's theory of intellectual development*. Prentice-Hall, Inc.
- Ginsburg, H; Jacobs; S y Lopez, L (1998). *The teacher's guide to flexible interviewing in the classroom: Learning what children know about math*. Allyn & Bacon.
- Gliem, R. & Gliem, J. (2003). *Calculating, interpreting, and reporting Cronbach's alpha reliability coefficient for Likert-type scales*. Midwest Research-to-Practice Conference in Adult, Continuing, and Community Education.
- Godino, J. y Batanero, C. (2002). Proporcionalidad y su didáctica para maestros. *Universidad de Granada.*
- Godino, J, Batanero, M, y Roa, R. (2002). *Medida de magnitudes y su didáctica para maestros*. Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática.
- Godino, J; Batanero, C; Font, V; Cid E; Ruiz F y Roa, R. (2004). Didáctica de las matemáticas para maestros, Proyecto Edumat-Maestros Director: Juan D. Godino en internet en <http://www.ugr.es/local/jgodino/fprofesores.htm>.
- González L. (2014). Estrategias para la resolución de problemas.
- Guacaneme, E. (2002). Una mirada al tratamiento de la proporcionalidad en textos escolares de matemáticas. *Revista ema*, 7(1), 3-42.
- Huff, J y Nietfeld, J (2009). El uso de sentencias de instrucciones estrategia y de confianza para mejorar el monitoreo metacognitivo. *Metacognición y aprendizaje*, 4 (2), 161-176.
- ICFES. (2010). *Resultados de Colombia en TIMSS 2007*. Bogotá, DC

- ICFES. (2013). *Colombia en PISA 2012. Principales resultados*. Bogotá, DC
- Karplus, R y Peterson, R. (1970). Intellectual Development Beyond Elementary School II*: Ratio, A Survey. *School Science and Mathematics*, 70(9), 813-820.
- Karplus, R., Pulos, S., & Stage, E. K. (1983). Proportional reasoning of early adolescents. *Acquisition of mathematics concepts and processes*, 45-90.
- Khoury, H. A. (2002). Exploring proportional reasoning: Mr. Tall/Mr. Short. *Making sense of fractions, ratios, and proportions*, 100-102.
- Lamon, S. J. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework for research. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, 1, 629-667.
- Langrall, C. y Swafford, J. (2000). Three balloons for two dollars: Developing proportional reasoning. *Mathematics teaching in the middle school*, 6(4), 254.
- Ledesma, F. (2004). *Significatividad para la proporcionalidad inversa en estudiantes del décimo año de escolaridad*.
- Livio, M. (2006). *La proporción áurea: La historia de Phi, el número más sorprendente del mundo*. Grupo Planeta (GBS).
- Llinares, S y Sánchez García, V. (1992). El aprendizaje desde la instrucción: La evolución de las estrategias personales en tareas de proporcionalidad numérica. *Enseñanza de las Ciencias*, 10(1), 037-48.
- Lobato, J y Ellis, A y Zbiek, R. M. (2010). *Developing Essential Understanding of Ratios, Proportions, and Proportional Reasoning for Teaching Mathematics: Grades 6-8*. National Council of Teachers of Mathematics. 1906 Association Drive, Reston,
- Londoño, E. y López, J. (2015). *Educación matemática en Colombia, una perspectiva evolucionaria. Entre Ciencia e Ingeniería*, (18).

- López, A y Trigo, L. (2006). Desarrollo de episodios de comprensión matemática. *Investigación*, 11(31), 1389-1422.
- López, L. (1992). *Los efectos del contexto de presentación y de la complejidad semántica en los procesos de resolución de problemas aritméticos utilizados por alumnos de 5° grado*. Doctoral Dissertation, Columbia University, N.Y.
- López, L.S. (2000). Clase para pensar en matemáticas. Documento interno inédito, Barranquilla: Universidad del Norte.
- López, L.S. (2011). *Clase para pensar en matemáticas*. Barranquilla: Universidad del Norte.
- López, y Toro, C. (2008). Formación de docentes en la Enseñanza de las matemáticas a través de la resolución de problemas en la red de comprensión lectora y matemáticas-CCyM, Segunda Etapa. *Universitas Psychologica* , 7 (3), 753-765
- López, S., Noriega, H., & Ospino, A. (2007). *El efecto del programa de formación de docentes" enseñando a pensar", en el conocimiento del contenido pedagógico y la práctica en la enseñanza de la geometría a través de la resolución de problemas* (Doctoral dissertation, Tesis de Maestría no publicada. Barranquilla: Fundación Universidad del Norte
- Mariotti, M. (1998). La intuición y la prueba: Reflexiones sobre los aportes de Fischbein. *P. Herbst, Trad.) International Newsletter on the Teaching and Learning of Mathematical Proof*.
- Ministerio de Educación Nacional MEN. (1998). *Lineamientos curriculares*. Santa Fe de Bogotá DC.
- Mesa, O. (1998) Contextos para el desarrollo de situaciones problema en la enseñanza de las matemáticas. *Instituto de Educación no formal—Centro de Pedagogía Participativa*,.
- Miller, J. y Fey, J. (2000). Proportional reasoning. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 5(5), 310.
- Ministerio de Educación Nacional. (2014). *Centro Virtual de Noticias de la Educación*. Obtenido de <http://w.w.w.mineducacion.gov.co/cvn/1665/w3-article-346427.html>

Ministerio de Educación Nacional. (2015). Centro Virtual de Noticias de la Educación. Obtenido de <http://w.w.w.mineduacion.gov.co/cvn/1665/w3-article-350009.html>

Ministerio de Educación Nacional. Derechos Básicos de Aprendizaje (2015). http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articulos-349446_genera_dba.pdf

Mochón S. (2012). Enseñanza del razonamiento proporcional y alternativas para el manejo de la regla de tres. *Educación matemática*, 24(1), 133-157.

Montoya, N; Gallego, D; y Miranda, N. (2008). El desarrollo del pensamiento variacional Y la formulación de problemas en los grados 2°, 3°, 4° y 9° de la educación básica.

Obando, G; Vasco, C; & Arboleda, L. (2013). Razón, proporción, proporcionalidad: configuraciones epistémicas para la educación básica.

Olivo, M y Rivas, M. (2013). *Análisis epistémico y cognitivo de tareas de proporcionalidad en la formación de profesores de educación primaria*. Editorial de la Universidad de Granada.

Oller A. & Gairín J. (2013). La génesis histórica de los conceptos de razón y proporción y su posterior aritmetización. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 16(3), 317-338.

Pascual, J. (1978). La teoría de los Operadores constructivos. *Las teorías, los Métodos y el Desarrollo Temprano*, 1, 208-227

Peña, D y Ríos, A, (2015). El Efecto de la enseñanza a través de la resolución de problemas, sobre el conocimiento matemático informal y formal de los estudiantes. *Universidad del Norte*.

Piaget, J. (1958). *Essai sur les transformations des opérations logiques*.

Pifarré, M y Sanuy, J. (2001). La enseñanza de estrategias de resolución de problemas matemáticos en la ESO. *Enseñanza de las Ciencias*, 19(2), 297-308.

Pollio, M. (2013). *De architectura: libri decem*. Elsevier.

- Polya, G. (1981). *Mathematical discovery: On understanding, learning, and teaching problem solving*.
- Pooglioli, L. (2005). *Estrategias de resolución de Problemas*. Publicaciones FP.
- Rene, D. (1974). *Discurso del método; Meditaciones metafísicas; Reglas para la dirección del espíritu; Principios de la filosofía*. Porrúa.
- Rico, L. (2009). Sobre las nociones de representación y comprensión en la investigación en educación matemática. *pna*, 4(1), 1-14.
- Rivas, M; Godino, J. y Castro, W (2012). Desarrollo del Conocimiento para la Enseñanza de la Proporcionalidad en Futuros Profesores de Primaria. *Bolema, Rio Claro (SP)*, 26(42B), 559-588.
- Rodríguez, F y Granados, C. (2011). *Implementación de un procedimiento generalizado para la resolución de problemas en el área de matemáticas en básica primaria*.
- Rolong, D. (2010). Efecto de la entrevista flexible sobre la corrección de errores en el producto matrices. *Universidad del Norte*.
- Ruiz, E y Lupiáñez, J. (2009). Detección de obstáculos psicopedagógicos en la enseñanza y el aprendizaje de los tópicos de razón y proporción en alumnos de sexto grado de Educación Primaria. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, 17(7), 1.
- Ruiz, E y Valdemoros, M. (2006). Vínculo entre el pensamiento proporcional cualitativo y cuantitativo: el caso de Paulina. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 9(2), 299-324.
- Sallán, J y Vizcarra, R. (2009). Proporcionalidad aritmética: buscando alternativas a la enseñanza tradicional. *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, (62), 35-48.
- Sampieri, H., Collado, F., y Lucio, B. (2014). Metodología de la investigación. *Sexta Edición McGraw-Hill*.

- Santos Trigo, L. (1996). *Principios y Métodos de La Resolución de Problemas en el Aprendizaje de las Matemáticas*. México DF: Grupo Editorial Iberoamericano.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, 334-370.
- Schrock, C. S. (2000). Problem Solving--What Is It?. *Journal of School Improvement*, 1(2), 20-24.
- Schuckermith, N. (1987). Bernal (1990) *Conceptos y definición de las estrategias metodológicas de la enseñanza aprendizaje*. Recuperado de: mduarte49. wikispaces. com/file/view. *MARCO+ TEÓRICO+ ABP. docx*.
- Silva, L. (2011). *La clase para pensar*. Universidad del Norte.
- Socas, M. (1997). *Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Secundaria*. Barcelona: Horsori.
- Soto, A y Martínez, E. C. (2009). Actuaciones de maestros en formación en la resolución de problemas de proporcionalidad directa. In *Investigación en educación matemática XIII* (pp. 523-532). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- Streefland, L. (1985). Search for the roots of ratio: Some thoughts on the long term learning process (towards... a theory). *Educational Studies in Mathematics*, 16(1), 75-94.
- Tasic, V. (2001). *Una lectura matemática del pensamiento postmoderno*. Ediciones Colihue SRL.
- Valencia, P (2008). *Propuesta para la enseñanza en el aula del concepto de variable algebraica a través de situaciones problema* (Doctoral dissertation, Universidad Nacional de Colombia-Sede Medellín).
- Vasco, C (2003). El pensamiento variacional y la modelación matemática. *Anais eletrônicos do CIAEM–Conferência Interamericana de Educação Matemática, Blumenau* (9).

- Vasco, C. (2006). *El pensamiento variacional y la modelación matemática*. Universidad del Valle, Cali, Colombia. Recuperado de http://pibid.mat.ufrgs.br/20092010/arquivos_publicacoes1/indicacoes_01/pensamento_variacional_VASCO.pdf
- Vasco, C; y Carlos, E (1994). La Educación Matemática: una disciplina en formación. *Matemáticas: Enseñanza Universitaria*, 3(2), 59-75.
- Verdú, C. (2010). *Características del desarrollo del razonamiento proporcional. Estrategias y mecanismos constructivos* (Doctoral dissertation, Universidad de Alicante).
- Vergnaud, G. (1990). Epistemology and psychology of mathematics education. *Mathematics and cognition*, 14-30.
- Vilanova, S; Rocerau, M; Valdez, G; Oliver, M; Vecino, S; Medina, P y Alvarez, E. (2006). La educación matemática. El papel de la resolución de problemas en el aprendizaje. *OEI- Revista Iberoamericana de educación*.
- Villagrán, M; Guzmán, J; Pavón, J y Cuevas, C. (2002). Pensamiento formal y resolución de problemas matemáticos. *Psicothema*, 14(2), 382-386.
- Vitruvio, M. (2010). *Los diez libros de arquitectura*. Red-ediciones.

ANEXOS

Anexo 1: Carta de permiso para la implementación de la propuesta investigativa en la I.E.D CASTILLO DE LA ALBORAYA.



Barranquilla, Noviembre 04 / 2015

Rector(a)
ELVIRA SARMIENTO DEL VALLE
I.E.D. CASTILLO DE LA ALBORAYA
Barranquilla

Apreciado Rector(a):

La Universidad del Norte en Barranquilla, Colombia, están realizando el proyecto **“LA CLASE PARA PENSAR COMO MODELO EN LA ENSEÑANZA DE LA RESOLUCION DE PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA E INVERSA”**, que tiene como objetivo, determinar el impacto de la clase para pensar como modelo de aprendizaje de la resolución de problemas de proporcionalidad directa e inversa, este proyecto permitirá mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje en los estudiantes del grado séptimo de la institución, empleando las estrategias lúdico-pedagógica.

Los investigadores del proyecto son el Doctor Rafael Escudero, quien actualmente se desempeña como tutor y docente catedrático de la tesis en el Énfasis de las Matemáticas de la Maestría en Educación con énfasis en pensamiento matemático de la Universidad del Norte, además de los investigadores y docentes en formación de la Maestría en Educación, Marcos Castañeda, Alfredo Escudero y Luis Vergara; quienes son Licenciados en Matemáticas.

Esta carta tiene como propósito solicitarle el permiso, para llevar a cabo el proyecto en su institución educativa con estudiantes de séptimo grado de básica secundaria; como parte de este proyecto nuestro equipo se reunirá con los docentes, padres de familia y estudiantes para pedirles el permiso de ejecutar la tesis de grado y además tomar evidencias como fotografías y grabaciones de las respectivas actividades para lograr el objetivo. Este proceso tendrá una duración aproximada de seis meses, que se subdivide en tres fases durante el año 2016, tales como: Pre-Test, Acompañamiento en el aula durante la intervención y Finalmente el Post-Test, en caso de aceptar el proyecto se le entregará a la institución un cronograma con las fechas de trabajo.

La información recolectada en este proyecto será **completamente confidencial** y la participación es voluntaria. Si deciden permitirnos llevar a cabo este proyecto en su institución se citará a los padres para pedirles su autorización. Incluso si ustedes nos permiten realizar el proyecto en su institución, los padres pueden o no dar el permiso a su hijo para participar en él.

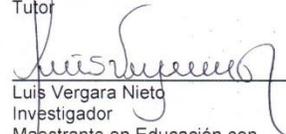
Si usted tiene preguntas sobre sus derechos o los derechos de sus estudiantes como participante del proyecto, por favor comunicarse con el Doctor Rafael Escudero al correo electrónico: rescuder12@gmail.com o en su defecto con los investigadores de la tesis: Lic. Luis Vergara Nieto al correo electrónico luisvergaranieto@gmail.co, Lic. Alfredo Ruiz Peralta al correo electrónico alfredoruizperalta23@gmail.com y Lic. Marco Castañeda Orozco al correo electrónico markosco0624@gmail.com.

Muchas gracias de antemano por toda su colaboración.

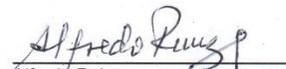
Cordialmente,



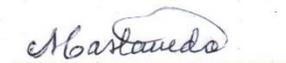
Rafael Escudero
Doctor en educación
Tutor



Luis Vergara Nieto
Investigador
Maestrante en Educación con
Énfasis en P. Matemático
Universidad del Norte



Alfredo Ruiz
Investigador
Maestrante en Educación con
Énfasis en P. Matemático
Universidad del Norte



Marcos Castañeda
Investigador
Maestrante en Educación con
Énfasis en P. Matemático
Universidad del Norte

Recibí
Epifanías
Nov - 4 - 2015

Anexo 2: Cronograma de actividades

UNIVERSIDAD DEL NORTE
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN – PROMOCIÓN 50
CRONOGRAMA DE ACTIVIDADES

FECHA	ACTIVIDAD	DESCRIPCIÓN
Enero 26, 27, 28 de 2016	Capacitación en entrevista flexible	Preparación para la aplicación de la entrevista flexible que se llevara a cabo en cada una de las actividades.
Febrero 2 de 2016	Implementación del pre test	Aplicación de la prueba diagnóstica en la que se observara el nivel de los estudiantes tanto de 7A y 7B.
Febrero 22 de 2016	Primera entrevista flexible a estudiantes elegidos como muestra.	Se tomaron 2 problemas del pre test, uno de proporcionalidad directa y uno de proporcionalidad inversa, para aplicar la entrevista flexible a 9 estudiantes de 7A y 9 de 7B.
Febrero 29 de 2016	Aplicación de la actividad 1	Desarrollar la noción de magnitud, profundizando en el concepto de cantidad y unidad.
Marzo 7 de 2016	Aplicación de la actividad 2	Trabajar la fracción como razón; la finalidad fue presentar las fracciones una forma de representar razones.
Marzo 14 de 2016	Aplicación de la actividad 3	Diferenciar los conceptos de razón y rata, buscando que el estudiante aplicara el concepto de magnitud en razones homogéneas y heterogéneas.
Marzo 30 de 2016	Aplicación de la actividad 4	Reconocer el lenguaje proporcional como etapa importante en la construcción del concepto de proporción.
Abril 11 de 2016	Aplicación de la actividad 5	Trabajar correlación y magnitudes directas e inversas para establecer relaciones de correspondencia entre magnitudes de manera gráfica y analítica.
Abril 18-2016	Aplicación de la actividad 6	Desarrollar el razonamiento proporcional mediante el planteamiento y solución de problemas relacionados con este tema.
Mayo 3 de 2016	Aplicación de la actividad 7	Estudiar la proporcionalidad directa, planteando y resolviendo situaciones, estableciendo patrones constantes.
Mayo 31 de 2016	Aplicación de la actividad 8	Estudiar la proporcionalidad inversa, planteando y resolviendo situaciones, estableciendo patrones constantes
Junio 14 de 2016	Implementación del post test	Aplicación de la misma prueba diagnóstica (cambiando los valores de los problemas), para verificar el progreso los estudiantes de 7A y

		7B después de la instrucción sobre el tema de proporcionalidad.
Julio 21 , 22 de 2016	Segunda entrevista flexible a estudiantes escogidos como muestra	Se tomaron 2 problemas del post test, uno proporcionalidad directa y otro de proporcionalidad inversa para aplicar la entrevista flexible a los mismos 18 estudiantes del pre test para evidenciar el progreso de los alumnos.

Anexo 3: Documento de autorización de uso de imagen sobre fotografías y fijaciones audiovisuales (videos) para uso público

DOCUMENTO DE AUTORIZACIÓN DE USO DE IMAGEN SOBRE FOTOGRAFÍAS Y FIJACIONES AUDIOVISUALES (VIDEOS) PARA USO PÚBLICO

Atendiendo al ejercicio de la Patria Potestad establecido en el Código Civil Colombiano en su artículo 288, el artículo 24 del Decreto 2820 de 1974 y la Ley de Infancia y Adolescencia, la **Institución Educativa Distrital** de la ciudad de **Barranquilla** y los investigadores de la tesis Marcos Castañeda, Alfredo Ruíz y Luis Vergara maestrantes en educación con énfasis en Pensamiento matemático de la Universidad del Norte, dentro de su trabajo de tesis titulado “**La clase para pensar como estrategia metodológica para el aprendizaje de la resolución de problemas de proporcionalidad directa e inversa**” solicita la autorización escrita del padre/madre de familia o acudiente de (el/la) estudiante _____ identificado(a) con el registro civil/ tarjeta de identidad número _____, del grado 7° ____ para que aparezca ante cámara en una videograbación con fines pedagógicos que se realizarán en las instalaciones del colegio mencionado.

El propósito del video es grabar entrevistas individuales de estudiantes y el desarrollo de las clases de matemáticas con fines netamente pedagógicos y en ningún momento será utilizado para fines distintos.

Autorizo,

Nombre del padre/madre de familia o acudiente

Cédula de ciudadanía

Nombre del estudiante

Registro Civil o Tarjeta de Identidad

Anexo 4: Formato de planeación de unidades de aprendizaje

CLASE PARA PENSAR
FORMATO DE PLANEACIÓN DE UNIDADES DE APRENDIZAJE

IDENTIFICACIÓN DEL CURSO	7°
Nombre del Docente	<i>LUIS VERGARA NIETO</i>
Asignatura	<i>MATEMÁTICAS.</i>
Objetivo General del curso (Tenga en cuenta el objeto de estudio de su asignatura)	Enseñar los temas de proporcionalidad directa e inversa a partir de la resolución de problemas que conlleven a desarrollar el razonamiento proporcional
IDENTIFICACIÓN DE LA UNIDAD	Números Racionales y Proporcionalidad
Tema de la unidad	LENGUAJE PROPORCIONAL Y PROPORCIÓN
Estándar	Analizo las propiedades de correlación positiva y negativa entre variables, de variación lineal o de proporcionalidad directa y de proporcionalidad inversa en contextos aritméticos y geométricos.
Derechos Básicos de Aprendizaje(D.B.A)	<p><i>Usa razones (con cantidades y unidades) para solucionar problemas de proporcionalidad.</i> Por ejemplo, si usamos 90 ml de crema de leche para preparar una receta para 12 personas, ¿cuántos mililitros usaremos para 80 personas?</p> $\frac{90 \text{ ml}}{12 \text{ personas}} = 7,5 \text{ ml/persona}$ <p>Es decir, necesitamos 7,5 mililitros de crema de leche para una sola persona. Así, para 80 personas necesitamos:</p> $7,5 \frac{\text{ml}}{\text{persona}} \times 80 \text{ personas} = 600 \text{ ml.}$
Competencias	Razonamiento, Formulación y ejecución.
Procesos de pensamiento articulados a las competencias	<ul style="list-style-type: none"> Formulación, tratamiento y resolución de problemas: Explorar, entender, analizar, planear, implementar, monitorear y evaluar. Razonamiento lógico inductivo y abductivo
Tópico Generativo/ Núcleo temático organizador- (Gran Idea que justifique y oriente el objetivo-Responde al para qué /porqué del estudio del tema)	Equidad. Porque en el momento que se trabaja con razones, proporciones y proporcionalidades se enseña a que el individuo suministre porciones por partes iguales. En su parte humana debe comprender que todos somos iguales y que tenemos las mismas oportunidades.
Meta (s) de Comprensión para el curso (Afirmación- que debe estar articulada a las competencias y	Busco que mis estudiantes comprendan el significado y la necesidad de la equidad para todo ser humano por medio del razonamiento proporcional.

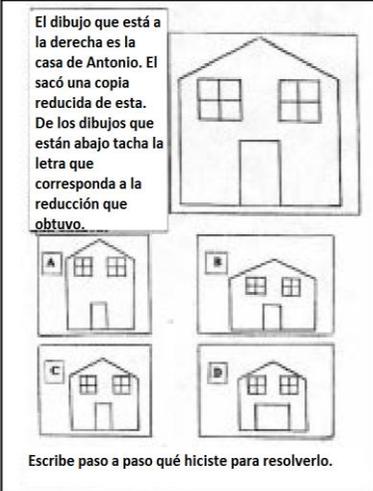
a los Resultados de Aprendizaje)del curso	
Meta (s) de Comprensión para la unidad (Afirmación- que debe estar articulada a las competencias y a los Resultados de Aprendizaje)	Reconoce el lenguaje proporcional como etapa importante para la Construcción del concepto de proporción a partir de situaciones cotidianas.
Escenario: (incluir aquí un problema abierto, y auténtico en un contexto familiar)	<p>El profesor de arte quiere realizar una muestra artística de los diferentes murales que fueron realizados por los estudiantes de esta institución, pero quiere innovar uno de sus dibujos utilizando materiales diversos. Para ello decide trabajar con clips y botones del mismo tamaño respectivamente y de diferentes colores. El profesor les pide a los estudiantes de 7°A la colaboración con los materiales. Les indica que inicialmente midan la altura de los dos sujetos que aparecen pintados en el mural. Daniel un estudiante de 7°A, decide medir con botones y clips para ver cuantos de cada cantidad se llevaría para escoger el que menor cantidad se lleve por cada uno de los dibujos.</p> <p>Daniel mide el largo del hombre bajito con una caja de botones y obtiene 40 botones, y el señor alto 60 botones, luego en el hombre bajo mide 60 clips, pero se da cuenta que los clips que tiene no le alcanzan para medir al hombre alto.</p> <p>¿Cómo podríamos ayudar a Daniel a resolver esa dificultad?</p>

DESEMPEÑOS: OPORTUNIDADES DE APRENDIZAJE -ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE EN EL AULA

A (Actividades de Aprendizaje para Activar Conocimientos Previos- Reflejan las competencias, procesos de pensamiento, y desempeño final))

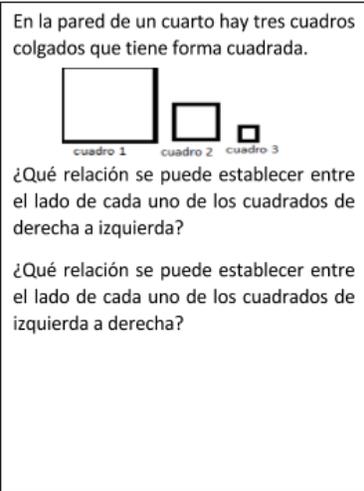
ACTIVACIÓN DE CONOCIMIENTOS PREVIOS

El dibujo que está a la derecha es la casa de Antonio. El sacó una copia reducida de esta. De los dibujos que están abajo tacha la letra que corresponda a la reducción que obtuvo.



Escribe paso a paso qué hiciste para resolverlo.

En la pared de un cuarto hay tres cuadros colgados que tiene forma cuadrada.



¿Qué relación se puede establecer entre el lado de cada uno de los cuadrados de derecha a izquierda?

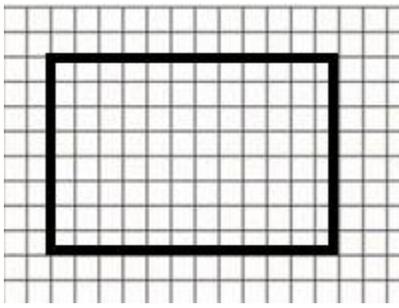
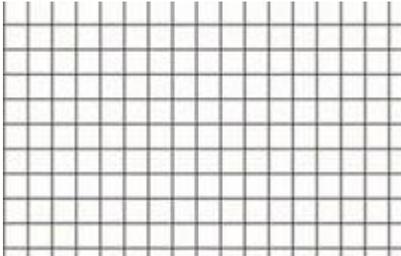
¿Qué relación se puede establecer entre el lado de cada uno de los cuadrados de izquierda a derecha?

Cuadrado 1 Cuadrado 2 Cuadrado 3

1. Observa las tarjetas que se muestran a continuación.

Tomado y modificado de Ruiz y Valdemoros; Relime Vol. 9 Núm, julio, 2006, pp. 299-324

2. En una marquertería se hacen marcos para pinturas como se muestra a continuación:

	<p>En este espacio reduce a la mitad. Recuerda que debe seguir siendo un rectángulo.</p> 
---	---

- ¿Qué es para ti reducir?

3. Un pintor hace un cuadro de forma rectangular de 35 cm de largo y 25 cm de ancho. En la galería de arte le piden que la pintura sea el doble de amplia que la primera.

- Con tus palabras expresa ¿Qué significa ampliar? ¿Qué medidas debe tener el nuevo cuadro?

B. (Actividades de Aprendizaje que facilitan el desarrollo del **Conocimiento nuevo**- Reflejan las competencias, procesos de pensamiento, y desempeño final) - Incluir aquí: 1) Preguntas Para Activar Procesos De PENSAMIENTO

ACTIVACIÓN DE NUEVOS CONOCIMIENTOS

RECURSOS

- Rectángulos de papel
- Clips
- Botones
- Guía

METODOLOGIA.

Para la actividad deberán organizarse en grupos de 4 estudiantes. Cada grupo recibirá un par de rectángulos hechos en cartulina, con unas medidas que tendrás que averiguar. Para esto tendrás un puñado de botones del mismo tamaño y otro de Clips.

Cada grupo deberá completar la medida del largo y ancho del rectángulo dado, utilizando estos objetos en formación, es decir, de forma horizontal los botones uno al lado del otro, o clip, uno al lado del otro. No debes dejar espacios sin medir.

A continuación se te brindan las últimas instrucciones para la actividad.

1. Usa los clips y los botones y mide los rectángulos dados.



2. Completa las tablas suministradas a continuación.

RECTÁNGULOS	DIMENSIONES	BOTONES	CLIPS
1.	ANCHO		
	LARGO		
2.	ANCHO		
	LARGO		

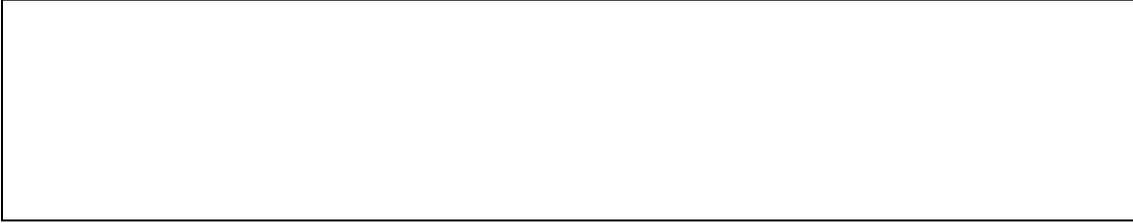
2. Establece relaciones entre:

a. El largo y el ancho de cada rectángulo medido en clips y botones.

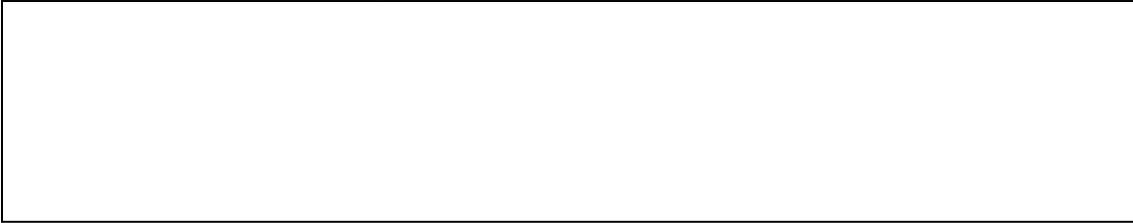
Rect. 1	Relación verbal	Razón	Relación formal inferior
Ancho	por cada 22 botones hay 11 clips	22 : 11 ó 11 : 22	el doble de botones da un clip
Largo			
Rect. 2	Relación verbal	Razón	Relación formal inferior
Ancho			
Largo			

b. Halla la relación entre ambos rectángulos por medio del largo y ancho entre ellos medidos en botones y clip. Utiliza el símbolo igual entre las razones obtenidas en la tabla anterior y verifica que en realidad sea una igualdad:

Largo del rectángulo



Ancho de ambos rectángulo



- c. Si el largo del rectángulo grande fuera de 11 clips por cada 33 botones y el del rectángulo pequeño fuera de 5 clip por cada 10 botones. ¿Cuál sería la relación entre el largo de ambos rectángulos?

Solución:



2. Suponga que las relaciones del ancho que le dio al medir con botones y clips los dos cuadros es:

Ancho del rectángulo 1: 20 clip por cada 30 botones.

Ancho del rectángulo 2: 14 clip por cada 21 botones.

¿Existe una relación entre ambos anchos?

B. (Actividades de aprendizaje que Facilitan el **Contraste**, es decir, la metacognición, es decir la reflexión, la autoevaluación del conocimiento previo)

¿Recordaste algo parecido a la situación planteada?, Antes de contestar la pregunta ¿habías tenido una experiencia similar?, ¿Sí?, ¿cuál?

Parfraseo: ¿Esta pregunta te recuerda alguna otra pregunta que hayas contestado antes? ¿Sí? ¿Cuál?

T (Actividades de Aprendizaje para facilitar **Transferencia del Aprendizaje**- Se trata del Desempeño Final)

TRANSFERENCIA

ACTIVIDAD EN CLASE 2.

Materiales.

- Lápiz
- Papel
- Guía

METODOLOGÍA

Se le presenta al estudiante un problema de elección múltiple con única respuesta, para ser realizado de manera individual, aplicando para ello la relación entre dos razones, es decir, una proporción. Después deberá verificar su escogencia respondiendo las preguntas que se le suministran y realizando la implementación.

Situación problema:

La altura del “señor bajito” es 4 botones, mientras la altura de “señor alto” es 6 botones. Si usamos clips, la medida del “señor bajito” es de 6 clips. ¿Cuál será la altura del señor alto medida en clips?

(tomado de Rivas, Godino y Castro; 2012. Mr. tall/Mr. Short, Khoury; 2002, pag 100)

a. **10** b. **8** c. **9**

Desarrolla

COMPRENSIÓN

¿Qué te dice el problema que vas a resolver?

Podría repetir el problema con tus palabras

ANÁLISIS

¿Cuáles son las palabras claves de este problema?

¿Qué se debe hacer para solucionar este problema?

PLANEACIÓN

¿Qué estrategia se va a emplear?

IMPLEMENTACIÓN Y SOLUCIÓN

Resuelve el problema.

¿Cuál es la relación que une las dos razones?

MONITOREO LOCAL

¿Cómo sabes que la estrategia que vas a emplear es la adecuada

MONITOREO GLOBAL

¿Cómo sabes que resolviste el problema correctamente?

**I.E.D CASTILLO DE LA ALBORAYA
FORMATO DE PLANEACION DE CLASE**

FECHA: ___/___/___

GRADO: SÉPTIMO

DOCENTE: _____

TEMA: LA MEDIDA. (CONCEPTO DE CANTIDAD Y MAGNITUD)

N° DE SESIONES: 2

INDICADOR DE DESEMPEÑO:

Establece diferencias entre cantidad y magnitud en situaciones de la vida cotidiana y las usa para darle solución a las mismas.

ACTIVIDAD EXPLORATORIA

En casa mis padres me encomendaron la tarea de llenar una botella de agua de 2 litros, sin embargo, para este trabajo tengo una taza de $\frac{1}{4}$ de litro y una jarra de $\frac{1}{2}$ litro, para cumplir con lo que me encomendaron. Para realizar la tarea lo más eficientemente posible me pregunto: ¿Cuántas tazas utilizaré para llenar la botella?, ¿Cuántas jarras utilizaré para llenar la botella?, ¿Qué medida debería tener otro recipiente para llenar la botella?

PRESENTACIÓN DEL CONOCIMIENTO NUEVO

ACTIVIDAD EN CLASE N°1

MATERIALES

- Reloj por grupo
- Metro

EXPERIMENTEMOS CON LA LONGITUD

Los estudiantes se reunirán en grupo de 4 estudiantes y deberán emplear los materiales solicitados para completar la tabla que se le entregará:

Realiza las siguientes mediciones con el metro y anótalas en la tabla.

Ejercicio con el metro

1. ¿Cuánto mide el largo de tu cuaderno de matemáticas?
2. ¿Cuánto mide el ancho de tu cuaderno de matemáticas?
3. ¿Cuánto mide tu compañero más alto del grupo?
4. ¿Cuánto mide el compañero más bajo del grupo?
5. ¿Cuánto es la diferencia entre la estatura de tus dos compañeros?

Objeto o persona a medir	cantidad - (metro)	Cantidad - (centímetro)	Cantidad- (milímetro)
Largo de tu cuaderno			
Ancho de tu cuaderno			
Compañero más alto			
Compañero más bajo			

EXPERIMENTEMOS CON EL TIEMPO

Ubica en su reloj cuatro horas diferentes y anótalas en tu tabla.

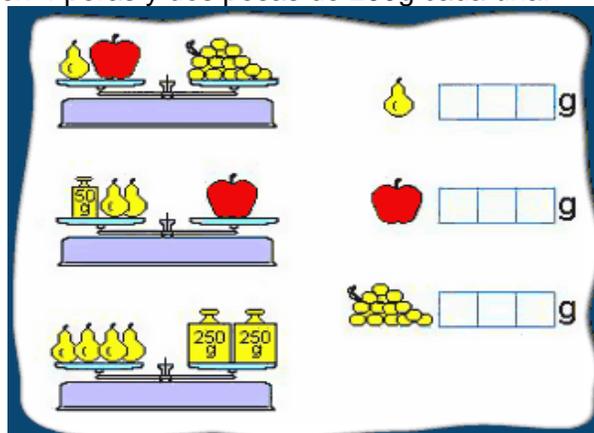
Hora propuesta	Cantidad (hora)	Cantidad (minutos)
1 ^{ra}		
2 ^{da}		
3 ^{ra}		
4 ^{ta}		

ACTIVACIÓN DE CONOCIMIENTOS NUEVOS

ACTIVIDAD N°2

1. En esta actividad los estudiantes continuaran trabajando en grupo, analizando la imagen y respondiendo las preguntas propuestas.

En la imagen aparecen 4 peras y dos pesas de 250g cada una.



Teniendo en cuenta la información de la gráfica, responde:

- ¿Cuál es el peso total de las cuatro peras?

- Si un kilogramo equivale a 1000gr. ¿Cuánto pesan las 4 peras?

¿Cuántos kilogramos pesan 16 peras?

- Si una libra son 500gr, ¿Cuántas libras pesan las 4 peras?

TRANSFERENCIA

ACTIVIDAD N°3

Con la información del problema anterior de las peras y las pesas, responde la siguiente pregunta:

¿Cuánto pesarán aproximadamente 12 peras? _____

COMPRENSIÓN:

¿Qué les dice el problema que van a resolver?

¿Podrían repetir el problema con sus palabras?

ANÁLISIS:

¿Qué busca resolver este problema?

¿Cuáles son las palabras claves de este problema?

¿Qué se debe hacer para solucionar este problema?

PLANEACIÓN:

¿Cómo resolverías este problema? ¿Qué estrategia se va a emplear?

IMPLEMENTACIÓN Y SOLUCIÓN:

Resolver el problema

MONITOREO LOCAL:

¿Cómo sabes que la estrategia que vas a emplear es la adecuada?

MONITOREO GLOBAL:

¿Cómo sabes que resolviste el problema correctamente?

**I.E.D CASTILLO DE LA ALBORAYA
FORMATO DE PLANEACION DE CLASE**

FECHA: ___/___/___

GRADO: SÉPTIMO

DOCENTE:

TEMA: La fracción como una razón

N° DE SESIONES: 4

INDICADOR DE DESEMPEÑO:

Reconocer la fracción como una forma de representar una razón, aplicándolas en situaciones cotidianas.

ACTIVACIÓN DE CONOCIMIENTOS PREVIOS

EXPLORACIÓN # 1

El fin de semana fui con un amigo a comer pizza. Si me comí 4 porciones y mi amigo 6 porciones de una pizza que estaba partida en 12 porciones. ¿De qué manera puedo representar la cantidad de pizza que comí, que comió mi amigo y que sobró?

¿Podrías relacionar las partes entre sí, es decir, las porciones de pizza que comí con respecto a las que comió mi amigo?

ACTIVACIÓN DE NUEVOS CONOCIMIENTOS

ACTIVIDAD EN CLASE N°1

MATERIALES

- 10 Vasos plásticos
- Chaquiras de colores
- Hoja de block
- Lápiz

METODOLOGÍA

Los estudiantes se organizaron en grupo de 4 integrantes.

Cada grupo recibirá una bolsa con chaquiras de dos colores, la cual contiene 12 chaquiras amarilla, 6 azules.

Los estudiantes formarán con las chaquiras de cada color conjuntos de igual número de elementos y sin que sobren chaquiras. Los vasos plásticos se emplean para formar los conjuntos.

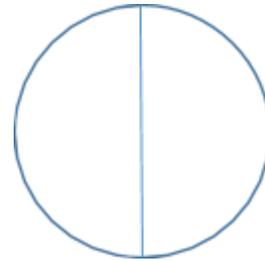
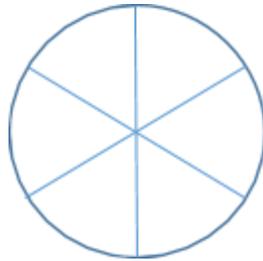
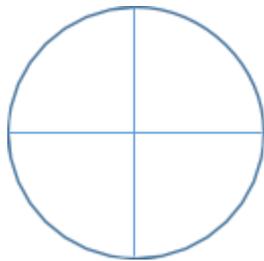
Teniendo en cuenta los resultados de la actividad los estudiantes completaran el siguiente cuadro:

N° de chaquiras	N° de conjuntos Amarillos	N° de conjuntos Azules
1		
2		
3		
4		
6		
12		

1. Teniendo en cuenta la tabla, completa las siguientes afirmaciones, sin repetir valores:
- Por cada ___ conjunto de chaquiras de color _____ hay ___ conjuntos de chaquiras de color _____
 - Por cada ___ conjunto de chaquiras de color _____ hay ___ conjuntos de chaquiras de color _____
 - Por cada ___ conjunto de chaquiras de color _____ hay ___ conjuntos de chaquiras de color _____
 - Por cada ___ conjunto de chaquiras de color _____ hay ___ conjuntos de chaquiras de color _____
 - Por cada ___ conjunto de chaquiras de color _____ hay ___ conjuntos de chaquiras de color _____
 - Por cada ___ conjunto de chaquiras de color _____ hay ___ conjuntos de chaquiras de color _____
 - Por cada ___ conjunto de chaquiras de color _____ hay ___ conjuntos de chaquiras de color _____

2. Teniendo en cuenta las expresiones anteriores (1:2, 2:4, 3:6), colorea las porciones que representan en los gráficos que se muestran a continuación.

- ¿Existe alguna relación entre estas 3 razones?
- Busquen un número que multiplique los términos de la primera razón y permita obtener como resultado las razones siguientes.



- Busquen un número que divida los términos de la última razón y permita obtener como resultado las razones anteriores.

¿Qué conclusión pueden sacar de esto? Anótala.

ACTIVIDAD 2

Se le presenta al estudiante situaciones cotidianas para resolver en grupo y socializarlas en clase.

Tales como:

- En el curso de 7º hay 30 estudiantes, de los cuales 16 son niños y el resto son niñas.

- ¿Cuál es la razón que se obtiene entre la cantidad de niños y el total de estudiantes?
- ¿Cuál es la razón que se obtiene entre la cantidad de niñas y el total de estudiantes?
- ¿Qué relación se puede establecer entre el número de niños y el número de niñas del curso?
- ¿Qué relación se puede establecer entre números de niñas y el número de niños del curso?.....

TRANSFERENCIA

Resuelve la situación que se presenta a continuación.

En una canasta hay 20 frutas de las cuales 5 están dañadas. ¿Qué relación se puede establecer entre el número de frutas buenas y el número de frutas dañadas?

COMPRENSIÓN

¿Qué les dice el problema que van a resolver?

ANÁLISIS

¿Qué se busca resolver en este problema?

¿Cuáles son las palabras claves de este problema?

¿Qué se debe hacer para solucionar este problema?

PLANEACIÓN

¿Qué estrategia se va a emplear?

IMPLEMENTACIÓN Y SOLUCIÓN

Resolver el problema.

MONITOREO LOCAL

¿Cómo sabes que la estrategia que vas a emplear es la adecuada?

MONITOREO GLOBAL

¿Cómo sabes que resolviste el problema correctamente?

**I.E.D CASTILLO DE LA ALBORAYA
FORMATO DE PLANEACION DE CLASE**

FECHA: ____/____/____

GRADO: SÉPTIMO

DOCENTE: _____

TEMA: Razón y Rata

N° DE SESIONES: 4

INDICADOR DE DESEMPEÑO:

Reconoce el concepto de magnitud aplicado a las razones homogéneas y heterogéneas en situaciones cotidianas de variabilidad.

**ACTIVACIÓN DE CONCEPTOS PREVIOS
EXPLORACIÓN**

¿Cuál de las siguientes expresiones son familiares para tí?

- En una competencia de autos el ganador cruzó la meta a 180 kilómetros por hora
- Cuando un objeto es dejado caer libremente toca el piso a 9.8 metros por segundo cuadrado.
- En una competencia de ortografía Juan escribió correctamente 25 palabras en 5 minutos

¿Qué magnitudes puedes determinar en cada una de las situaciones anteriores?

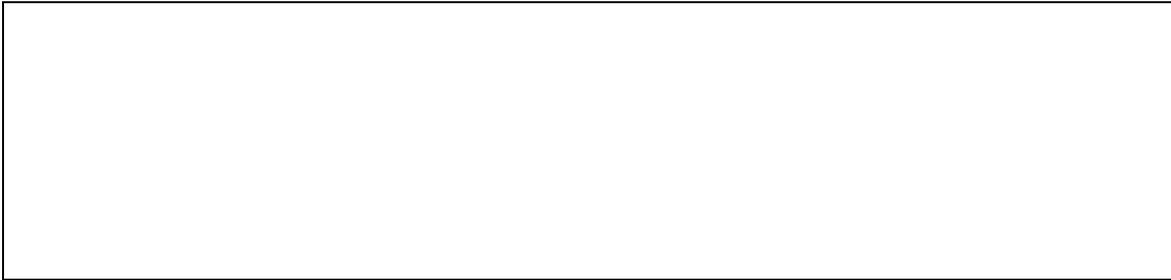
**ACTIVACIÓN DEL CONOCIMIENTO NUEVO
ACTIVIDAD 1**

La información que se muestra a continuación son datos correspondientes a una prueba de resistencia que se realizó en una institución educativa en una clase de educación física para escoger a los atletas que representarán a la institución en los juegos intercolegiales.

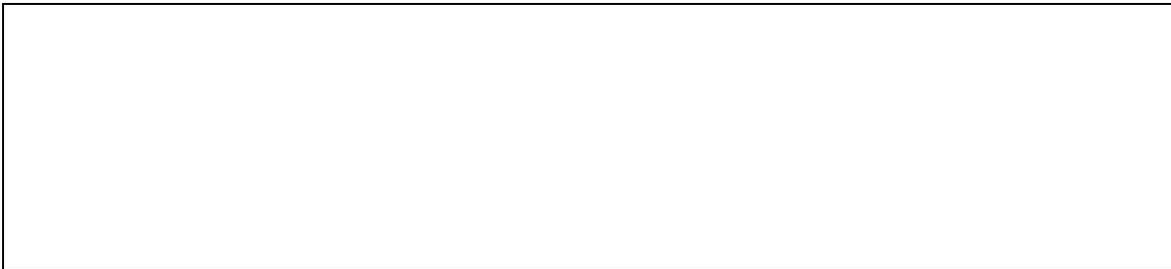
NOMBRES	DISTANCIA (metros)	TIEMPO (minutos)
Pedro Arango	500 m	6 min
Juan Pablo Colón	1800 m	15 min
Andrés Martínez	3000 m	25 min
Samuel González	5000 m	30 min

- Establece relaciones (construye razones) entre los tiempos de los concursantes

- Establece relaciones (Construye razones) entre las distancias de los participantes



- Establece relaciones entre la distancia y el tiempo de cada competidor



ACTIVIDAD 2

En un concurso de ortografía la concursante de 7ºA escribió 20 palabras correctas en 120 segundos y la concursante de 7ºB escribió 30 palabras en 150 segundos. ¿Cuántas palabras por segundo escribió cada concursante? ¿A este ritmo quien sería el ganador si el tiempo para la prueba es de 300 segundos?

COMPRENSIÓN

¿Qué les dice el problema que van a resolver?

¿Podrían repetir el problema con sus palabras?

ANÁLISIS

¿Qué se busca resolver en este problema?

¿Cuáles son las palabras claves de este problema?

¿Qué se debe hacer para solucionar este problema?

PLANEACIÓN

¿Cómo vamos ayudar al diseñador a solucionar el problema? ¿Qué estrategia se va a emplear?

IMPLEMENTACIÓN Y SOLUCIÓN

Resolver el problema.

MONITOREO LOCAL

¿Cómo sabes que la estrategia que vas a emplear es la adecuada?

MONITOREO GLOBAL

¿Cómo sabes que resolviste el problema correctamente?

TRANSFERENCIA

Un atleta recorre 5 kilómetros en 2 horas. Establece la razón kilómetros por hora y calcula ¿Cuántos kilómetros recorre el atleta en una hora? ¿Qué distancia recorrerá el atleta transcurridas 7 horas?

COMPRENSIÓN

¿Qué les dice el problema que van a resolver?

¿Podrían repetir el problema con sus palabras?

ANÁLISIS

¿Qué se busca resolver en este problema?

¿Cuáles son las palabras claves de este problema?

¿Qué se debe hacer para solucionar este problema?

PLANEACIÓN

¿Cómo vamos ayudar al diseñador a solucionar el problema? ¿Qué estrategia se va a emplear?

IMPLEMENTACIÓN Y SOLUCIÓN

Resolver el problema.

MONITOREO LOCAL

¿Cómo sabes que la estrategia que vas a emplear es la adecuada?

MONITOREO GLOBAL

¿Cómo sabes que resolviste el problema correctamente?

**I.E.D CASTILLO DE LA ALBORAYA
FORMATO DE PLANEACIÓN DE CLASE**

FECHA: ____/____/____

GRADO: SÉPTIMO

DOCENTE: _____

TEMA: CORRELACIÓN Y MAGNITUDES DIRECTAS E INVERSAS

N° DE SESIONES: 4

ESTUDIANTES: _____

INDICADOR DE DESEMPEÑO:

Diferencia situaciones donde se emplean magnitudes y establece relaciones de correspondencia entre ellas, discriminandolos como directas o inversas.

ACTIVACIÓN DE CONOCIMIENTOS PREVIOS

EXPLORACIÓN

Luis se dirige de su casa al colegio en su bicicleta. Este recorrido lo realiza con una velocidad específica, empleando para esto un tiempo. Hoy Luís se levantó tarde y debe realizar el mismo recorrido en la mitad del tiempo que usualmente emplea. ¿Qué relación debe tener en cuenta Luis con respecto al tiempo y la velocidad?

Teniendo en cuenta la anterior situación ¿Qué puedes concluir con respecto al tiempo y la velocidad?

ACTIVACIÓN DE NUEVO CONOCIMIENTO

En las siguientes situaciones determina las magnitudes empleadas e indica cómo se comportan:

1. Un lector lee cierto número de palabras por minuto

Magnitud 1:

Magnitud 2:

Comportamiento de las magnitudes

2. Cantidad de trabajadores para hacer un trabajo en cierto número de días:

Magnitud 1:

Magnitud 2:

Comportamiento de las magnitudes:

.....
.....
.....
.....

3. Valor a pagar por el consumo de la energía eléctrica:

Magnitud 1:

Magnitud 2:

Comportamiento de las magnitudes:

.....
.....
.....
.....

4. Un atleta tiene una velocidad en cierto número de horas:

Magnitud 1:

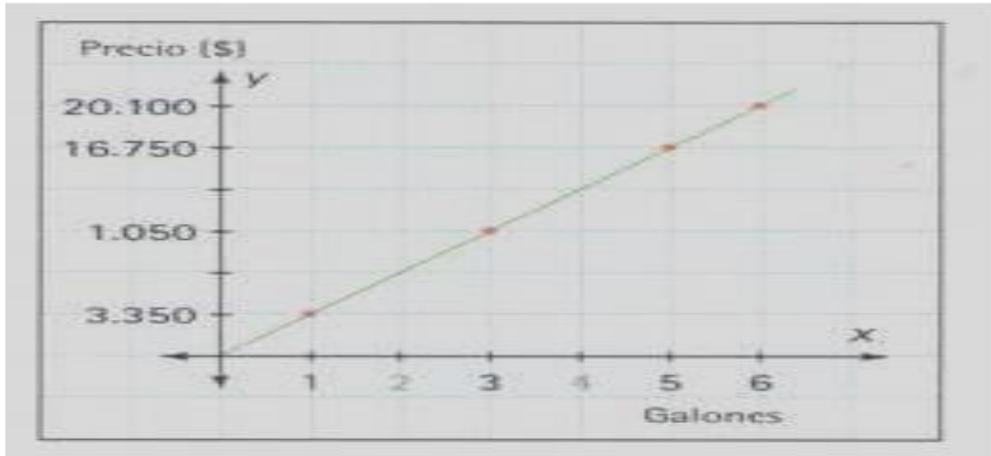
Magnitud 2:

Comportamiento de las magnitudes:

.....
.....
.....
.....

Las situaciones 1 y 3 hacen referencia a Magnitudes directas ya que las dos magnitudes aumentan y la 2 y 4 a Magnitudes inversa ya que si la una aumenta la otra deberá disminuir, otra manera de expresar estas magnitudes es a través de gráficos:

Ejemplo 1.



(Tomado de INFORMATICAS.WORDPRESS.COM).

¿Qué magnitudes puedes ver en el gráfico?

.....

.....

.....

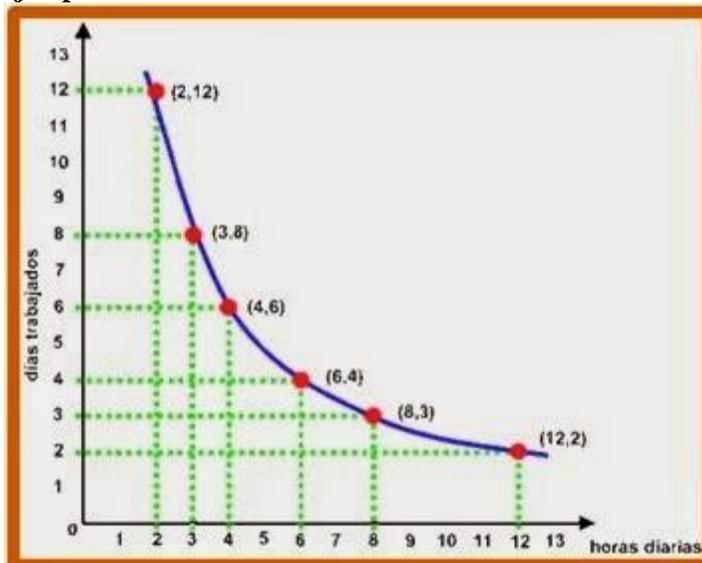
¿Qué relación tienen estas magnitudes?

.....

.....

.....

Ejemplo 2



(Tomado de rincóndematematica7.blogspot.com)

¿Qué magnitudes puedes ver en el gráfico?

.....
.....
.....

¿Qué relación tienen estas magnitudes?

.....
.....
.....

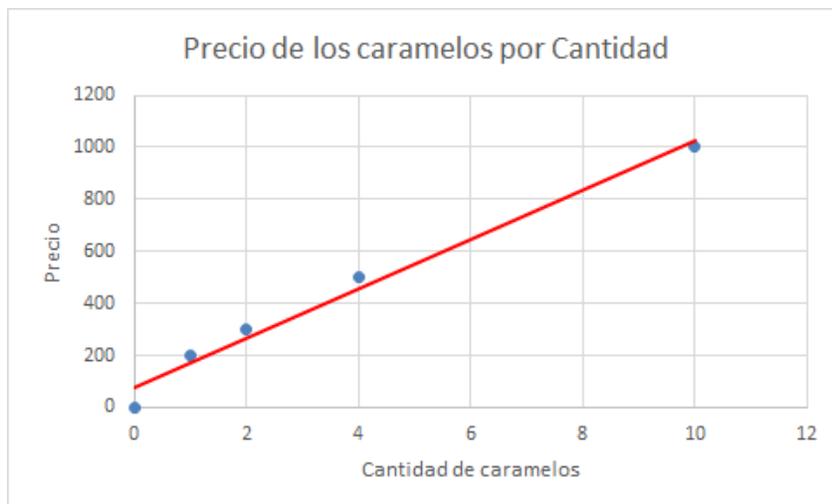
No siempre cuando una magnitud aumenta o disminuye lo hace en la misma proporción. Cuando no se sigue un patrón (secuencia numérica), no se puede hablar de magnitud sino de Correlación positiva o negativa. Una correlación es positiva cuando las las magnitudes aumentan pero sin seguir un patrón y cuando una de ellas disminuye y la otra aumenta o viceversa se llama correlación negativa.

Ejemplo 3:

Durante el trayecto al colegio, Luís observa un vendedor en el bus que ofrece a los pasajeros caramelos. El vendedor dice: “Un caramelo cuesta \$200, dos cuestan \$300, doy 4 caramelos en \$500 y 10 en \$1000”. Luis se da cuenta que a medida que aumenta el número de caramelos va aumentando el precio.

Teniendo en cuenta esta información Luís le pregunta a su profesor de matemáticas si esta situación obedece a una proporción o una correlación. El docente le propone que construya una tabla y grafique la información.

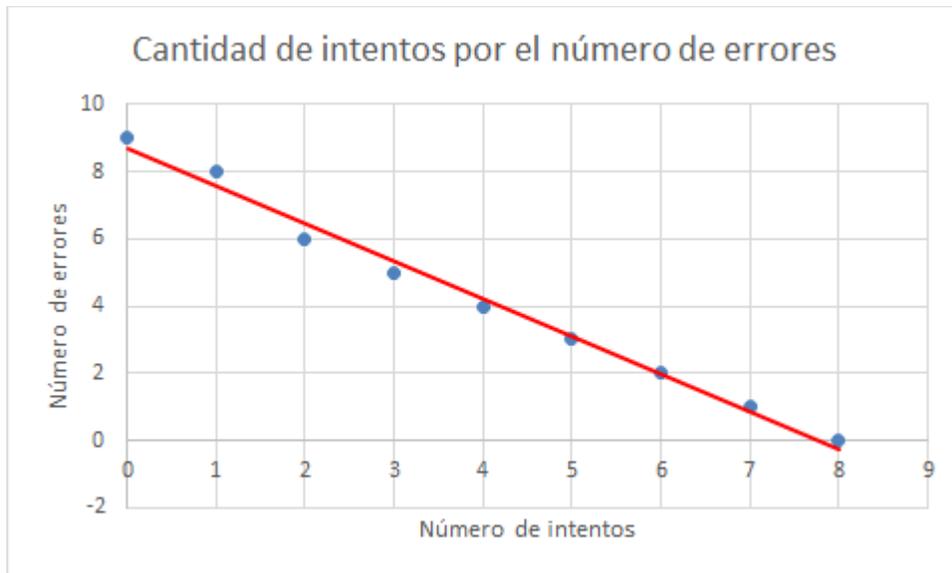
Cantidad de caramelo				
Precio				



Ejemplo 4:

Un lanzador de dardos se entrena para obtener el mejor rendimiento en una competencia, repitiendo lanzamientos hasta 10 veces por día el lanzamiento desde la misma distancia hasta dar el blanco. Los errores obtenidos se muestran en la siguiente tabla.

Número de Intentos	1	2	3	4	5	6	7
Número de Errores	8	6	5	4	3	2	1



TRANSFERENCIA

Situación problema.

En la taquilla del Circo del Sol, el tiquete por persona cuesta \$50000, y hay promociones familiares, para dos personas cuestan \$40000 cada uno, para tres personas cuesta \$35000 cada una, para 4 personas cuesta \$30000 cada una y para 5 cuestan \$20000 cada una.

Completa la tabla y realiza la gráfica.

- a. Teniendo en cuenta la información, estima el precio que tendría la boleta si fueran 6 personas.
- b. Indica si la gráfica hace parte de una correlación o una proporción

Magnitud 1: _____						
Magnitud 2: _____						

Desarrolla***COMPRENSIÓN***

¿Qué te dice el problema que vas a resolver?

ANÁLISIS

¿Cuáles son las palabras claves de este problema?

PLANEACIÓN

¿Qué estrategia se va a emplear?

IMPLEMENTACIÓN Y SOLUCIÓN

Resuelve el problema.

¿Cuál es la relación que une las dos razones?

MONITOREO LOCAL

¿Cómo sabes que la estrategia que vas a emplear es la adecuada?

MONITOREO GLOBAL

¿Cómo sabes que resolviste el problema correctamente?

I.E.D CASTILLO DE LA ALBORAYA
FORMATO DE PLANEACIÓN DE CLASE

FECHA: ___/___/___

GRADO: SÉPTIMO

DOCENTE: _____

TEMA: Razonamiento Proporcional

N° DE SESIONES: 2

ESTUDIANTES: _____

INDICADOR DE DESEMPEÑO:

Plantea y soluciona situaciones problemas empleando el razonamiento proporcional

ACTIVIDAD EXPLORATORIA

Al finalizar una competencia en un circuito de carrera de 40 vueltas se observó que el auto ganador dio 4 vueltas en 5 minutos, lo cual permitió la elaboración de la siguiente tabla para algunos tiempos:

Número de vueltas	4	12	20	32	40
Tiempo (minutos)	5	15	25	40	50

¿Qué se puede decir respecto al número de vueltas registradas inicialmente como referencia y el número de vueltas siguientes?

¿Cómo harías para calcular el número de vueltas registradas en la tabla? Explica tu respuesta

¿Qué se puede decir respecto al tiempo registrado inicialmente como referencia y los tiempos siguientes?

¿Cómo harías para calcular los tiempos registrados en la tabla? Explica tu respuesta

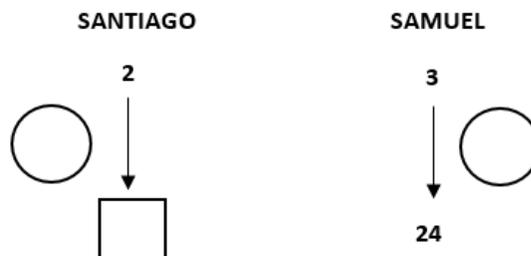
ACTIVACIÓN DE CONOCIMIENTO NUEVO

ACTIVIDAD 1:

Cuando Santiago sale de paseo al parque con su hermanito Samuel nota que por cada 2 pasos que él da, su hermano Samuel da 3 pasos. Cuando Samuel haya dado 24 pasos ¿Cuántos pasos habrá dado Santiago?

Escribe la razón que te permitirá resolver este problema:

Completa el siguiente esquema con la información suministrada, Indicando en los círculos la operación y la cantidad con que se debe operar para llegar a la respuesta



RECUERDA: Para que se mantenga la proporción es necesario que se aplique el mismo proceso en cada magnitud.

¿Cómo son estas magnitudes: directas o inversas, por qué?

¿Cuándo Santiago ha dado 30 pasos ¿Cuántos pasos ha dado Samuel?

Teniendo en cuenta lo anterior. Plantea un proceso para resolver situaciones que involucren magnitudes de este tipo. Escríbelo.

ACTIVIDAD 2

Con cierta cantidad de gaseosa se llenan 20 vasos que tiene una capacidad de 50 mililitros. Si se emplean vasos con la mitad de esta capacidad ¿Qué cantidad de vasos se podrán llenar?

¿Qué magnitudes puedes identificar en esta situación?

¿Cómo son estas magnitudes: directas o inversas, por qué?

Escribe la razón que te permite dar solución al problema

Emplea un esquema parecido al de la actividad anterior y llénalo con la información suministrada, Indicando en los círculos la operación y la cantidad con que se debe operar para llegar a la respuesta.

¿Cuántos vasos se podrán llenar si se emplean vasos con el triple de la capacidad inicial?

Teniendo en cuenta lo anterior. Plantea un proceso para resolver situaciones que involucren magnitudes de este tipo. Escríbelo.

TRANSFERENCIA

En una clase de matemáticas en 7^ºA, el profesor empleó la medida de un lápiz para expresar la altura de dos estudiantes. El estudiante **A** midió sentado 6 lápices y de pie midió 10 lápices, Si el estudiante **B** sentado mide 8 lápices, ¿Cuántos lápices mide de pie?

COMPRENSIÓN

- ¿Qué te dice el problema que vas a resolver?
- Podría repetir el problema con tus palabras

ANÁLISIS

¿Cuáles son las palabras claves de este problema?
¿Qué se debe hacer para solucionar este problema?

PLANEACIÓN

¿Qué estrategia se va a emplear?

IMPLEMENTACIÓN Y SOLUCIÓN

Resuelve el problema.
¿Cuál es la relación que une las dos razones?

MONITOREO LOCAL

¿Cómo sabes que la estrategia que vas a emplear es la adecuada

MONITOREO GLOBAL

¿Cómo sabes que resolviste el problema correctamente?

**I.E.D CASTILLO DE LA ALBORAYA
FORMATO DE PLANEACIÓN DE CLASE**

FECHA: ____/____/____

GRADO: SÉPTIMO

DOCENTE: _____

TEMA: Proporcionalidad directa

N° DE SESIONES: 4

ESTUDIANTES: _____

INDICADOR DE DESEMPEÑO:

Resuelve situaciones de proporcionalidad directa, estableciendo patrones constantes en situaciones cotidianas.

ACTIVIDAD EXPLORATORIA

Michelle es la vendedora de la tienda escolar. El administrador le llamó la atención porque se dio cuenta que fuera del colegio los lápices eran más costosos que en la tienda escolar y a pesar de ello no ve las ganancias por la venta de este producto. Él quiere obtener una mejor ganancia, por eso le pidió a Michelle comprar media docena de lápices negros por \$4800, para venderlos a \$600 cada uno. Michell para no equivocarse hace una tabla con los valores posibles, pero al momento de escribir en el papel el bolígrafo falló y no se ven algunos de los valores.

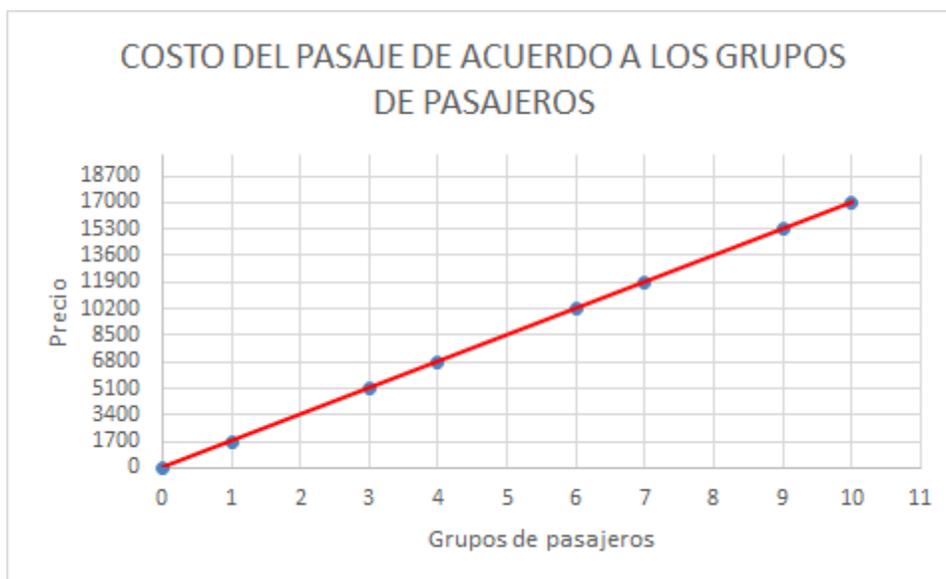
Lápices vendidos	ganancias del vendedor	Responde:
1	600	a. Ayuda a Michell a completar la tabla
2		b. ¿Qué proceso llevaste a cabo para completar la tabla?

3		<p>c. ¿Es rentable para el vendedor colocarle ese precio a los lápices?</p> <p>d. ¿Es equitativo el precio que le coloca Michell a los lápices teniendo en cuenta el precio al que fueron comprados?</p> <p>e. ¿Qué debería hacer Michelle para ayudar a resolver este problema?</p>
4		
5	3000	
6		
<i>Ejercicio extraído de Escudero,R; Rojas,C. 2008,pag. 137</i>		

ACTIVACIÓN DE NUEVO CONOCIMIENTO

ACTIVIDAD 1

La siguiente gráfica muestra la información correspondiente a la cantidad de dinero que debe cobrar el conductor de un bus urbano si se montan pasajeros en grupos.



Teniendo en cuenta el gráfico anterior

a. Diga las magnitudes que se manejan en el gráfico

- **Magnitud 1:**
- **Magnitud 2:**

¿Qué relación existe entre las dos magnitudes?

¿Cuál de las magnitudes influye en la otra?

b. Determina la variable dependiente y la variable independiente en la situación planteada

Variable dependiente (Y): _____

Variable independiente (X): _____

c. Construye una tabla con los valores

X: _____		2			5	6		8		10
Y: _____										

d. Divide cada una de los valores de la variable dependiente entre cada uno de los valores de la variable independiente:

e. ¿Qué puedes concluir de los resultados obtenidos?

f. Teniendo en cuenta lo anterior, encuentra el valor correspondiente al precio del pasaje si los grupos son de 12 y 15 personas.

g. ¿Con \$30000 cuántos pasajes se pueden pagar?

ACTIVIDAD 2

En una tienda deportiva un par de zapatos cuestan \$150000, si se paga en efectivo se hace un descuento del 5% sobre el valor total de la compra. ¿Cuánto dinero se debe cancelar por los zapatos?

A. ¿Qué variables intervienen en esta situación?

B. Establece las variables dependientes e independientes

X: variable independiente: _____

Y: Variable dependiente: _____

C. Establece la variable de proporcionalidad: **YX** y calcula el valor a pagar.

TRANSFERENCIA

Juan es un compañero de 7° grado que le gusta ayudar a sus padres en la tienda familiar. Su padre le pide que termine la tabla con los valores del costo por unidad de los huevos para que no tenga equivocaciones con las cuentas y realice bien su trabajo.

HUEVOS	VALOR EN PESOS (\$)
1	
2	
5	
12	3600
30	

¿Cuál es la gráfica que representa el resultado de la tabla? Justifica tu respuesta.

a.

b.



c.



Podría repetir el problema con tus palabras

ANÁLISIS

- ¿Cuáles son las palabras claves de este problema?
- ¿Qué se debe hacer para solucionar este problema?

PLANEACIÓN

¿Qué estrategia se va a emplear?

IMPLEMENTACIÓN Y SOLUCIÓN

Resuelve el problema.

¿Cuál es la relación que une las dos razones?

MONITOREO LOCAL

¿Cómo sabes que la estrategia que vas a emplear es la adecuada?

MONITOREO GLOBAL

¿Cómo sabes que resolviste el problema correctamente?

FINALIZA:

- ¿Qué aprendimos hasta ahora?
- ¿Para qué nos sirve lo aprendido?
- ¿Cómo evidencias el valor de la equidad en la aplicación de este tema?

I.E.D. CASTILLO DE LA ALBORAYA
FORMATO DE PLANEACION DE CLASE

FECHA: ___/___/___

GRADO: SÉPTIMO

DOCENTE: _____

TEMA: Proporcionalidad inversa

N° DE SESIONES: 4

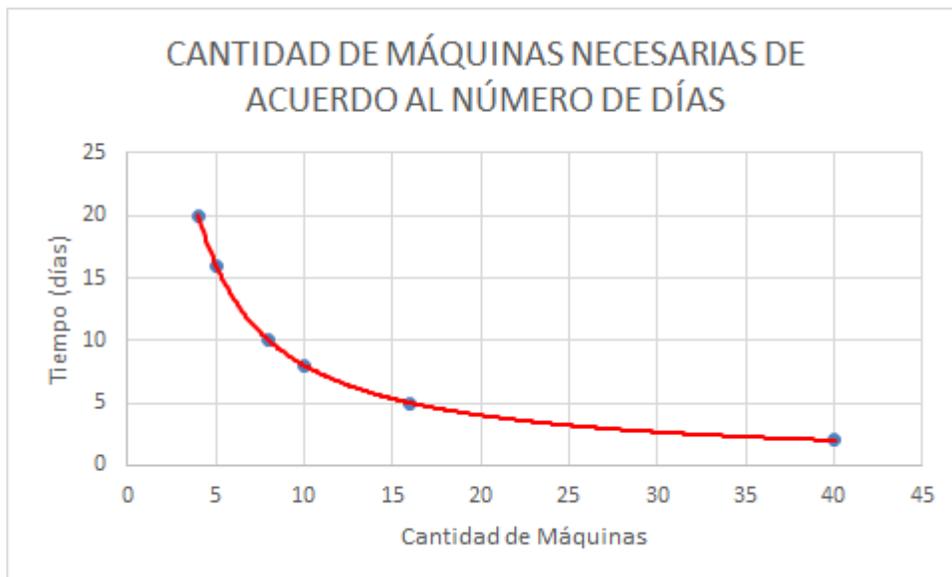
ESTUDIANTES: _____

INDICADORES DE DESEMPEÑO:

Resuelve situaciones de proporcionalidad inversa en situaciones cotidianas empleando la constante de proporcionalidad.

ACTIVIDAD EXPLORATORIA:

En una obra de la ciudad de Barranquilla se alquilan 8 máquinas retroexcavadoras para realizar un trabajo en 20 días. Por la cercanía del invierno los ingenieros deciden que es necesario que el trabajo se termine antes de los días programados. Para solucionar esta situación el ingeniero realiza una gráfica con la información.

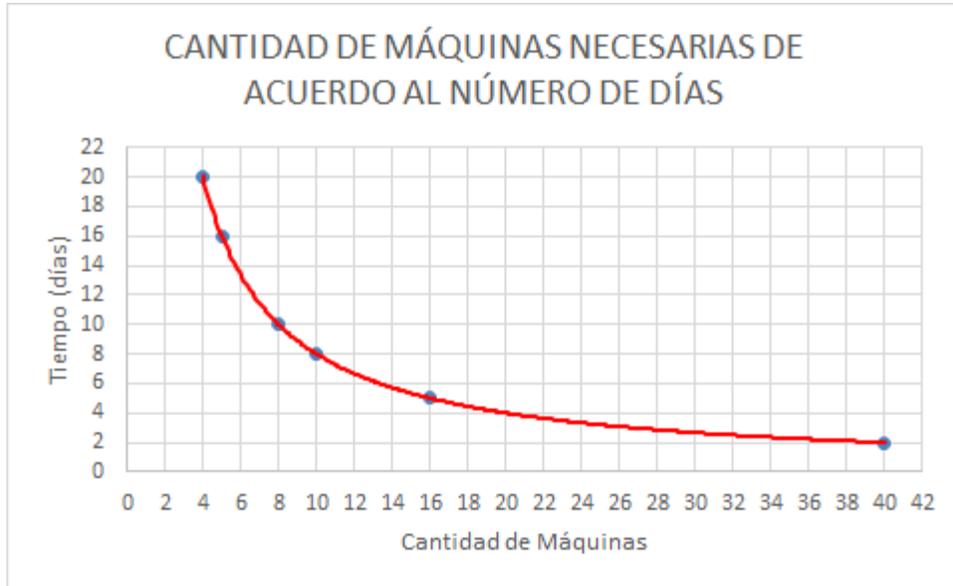


¿Qué relación existe entre las dos magnitudes que intervienen en este problema?

ACTIVACIÓN DE NUEVO CONOCIMIENTO

ACTIVIDAD 1

Teniendo en cuenta la gráfica de la actividad anterior, en la que se muestra la cantidad de máquinas necesarias de acuerdo al número de días.



Teniendo en cuenta el gráfico anterior

a. Diga las magnitudes que se manejan en el gráfico

- Magnitud 1:
- Magnitud 2:

¿Qué relación existe entre las dos magnitudes?

¿Cuál de las magnitudes influye en la otra?

b. Determina la variable dependiente y la variable independiente en la situación planteada

Variable dependiente (Y): _____

Variable independiente (X): _____

c. Construye una tabla con los valores

Magnitud 1: _____	4	5	8	10	16		40
Magnitud 2: _____						4	

d. Multiplica cada uno de los valores de la variable dependiente con su respectivo valor de la variable independiente:

e. ¿Qué puedes concluir de los resultados obtenidos?

f. Teniendo en cuenta lo anterior, calcula ¿cuántas máquinas son necesarias si deciden demorarse 4 días en la construcción?

TRANSFERENCIA

Daniel se prepara para las Olimpiadas 2016 de Brasil corriendo diario 400 metros planos. Su entrenador lleva un registro de su velocidad y tiempo empleado en cada caso, el cual se muestra a continuación, pero sudor borró algunos datos.

Completa la tabla y realiza una gráfica que permita evidenciar cómo mejoró el entrenamiento de Daniel para las Olimpiadas.

Velocidad (metros / Segundos)	5		10		25	40
Tiempo (segundos)		50		20		10

Desarrolla

COMPRENSIÓN:

¿Qué les dice el problema que van a resolver?

ANÁLISIS:

¿Qué busca resolver este problema?

¿Cuáles son las palabras claves de este problema?

PLANEACIÓN:

¿Qué estrategia se va a emplear?

IMPLEMENTACIÓN Y SOLUCIÓN:

Resolver el problema

MONITOREO LOCAL:

¿Cómo sabes que la estrategia que vas a emplear es la adecuada?

MONITOREO GLOBAL:

¿Cómo sabes que resolviste el problema correctamente?

I.E.D CASTILLO DE LA ALBORAYA	
DIARIO DE CAMPO	
GRADO: Séptimo A	FECHA: ___/___/___
ACTIVIDAD No: 1	
TEMA: La medida (concepto de cantidad y magnitud)	
No. DE HORAS SEMANALES: 4	
DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD	
<p>EXPLORACIÓN: Durante esta actividad los estudiantes participaron poco, demostrando cierta timidez porque era las primeras clases del año y no había trabajado con ellos el año anterior. Después de realizar la presentación y explicar los objetivos de la clase se procedió a armar los grupos de trabajo para el desarrollo de las 8 actividades propuestas en la investigación, en esos momentos algunos alumnos (Yamith Rojano y Roiberth Figueroa) quisieron fomentar el desorden; pero se habló con ellos y se pudo manejar el inconveniente. Durante el desarrollo de la primera actividad hubo un estudiante que se sintió identificado con la situación problema, llamado Dilar Coronel, el cual comentó que en alguna ocasión le había pasado esto y que se le dañó el recipiente con el que llenaba la botella y le tocó buscar otro. Cabe resaltar que se respondieron las preguntas de la situación dándole entrada a los nuevos conceptos.</p>	
<p>PRESENTACIÓN DE CONOCIMIENTO NUEVO: Al comenzar esta actividad se les entregó a cada grupo de trabajo una cinta métrica, ellos sacaron los relojes que se les había pedido, sin embargo, se presentó un inconveniente conceptual, los estudiantes no identificaban la diferencia entre el ancho y el largo de un cuaderno, y se hizo necesario orientarlos para que lograran la claridad en los conceptos. La estudiante Kelly Almeida se veía distraída durante el trabajo cooperativo y me acerqué a preguntarle que le pasaba, me dijo después de preguntarle varias veces, que no entendía, a ella y su grupo tuve que dedicarle más tiempo para que pudieran diferenciarlos. Después de realizar las actividades y preguntas de la guía, el estudiante Pedro Ramos coincidió con Emilys cuando dijo: “una magnitud se divide en una cantidad y una unidad de medida” en esos momentos le pregunte al estudiante Jesús Arroyo que pensaba acerca de lo que dijeron sus compañeros? Y él contestó que estaba de acuerdo porque “una magnitud tenía un número y una unidad de longitud” y aproveché para preguntar: ¿y no puede tener una unidad de tiempo?, a lo que la estudiante Adriana Niño respondió: “que también porque eso también era una unidad de medida”. Al finalizar las actividades los estudiantes construyeron el concepto de magnitud, cantidad y unidad de medida.</p>	
<p>TRANSFERENCIA: A pesar de que esta actividad no revestía mayor complejidad, los estudiantes la resolvieron con rapidez, pero cuando se les pidió que para resolverla tenían que responder todas las preguntas que evidenciaban los procesos de la clase para pensar, no se sintieron tan cómodos, especialmente con la que hace referencia al monitoreo global (¿Cómo sabes que resolviste el problema?) más de un estudiante no supo cómo resolverlo, la estudiante Emilys De La Hoz, dijo : “porque dio el resultado” y le pregunté: ¿cómo sabes que dio el resultado? Y ella me dijo que teniendo el peso de una pera ese se multiplicaba por 12.</p>	
<p>OBSERVACIONES: Era la primera vez que se aplicaba la entrevista flexible en el desarrollo de la clase.</p>	

**I.E.D CASTILLO DE LA ALBORAYA
DIARIO DE CAMPO**

GRADO: Séptimo A

FECHA:07/03/2016

ACTIVIDAD No: 2

TEMA: La fracción como una razón.

No. DE HORAS SEMANALES: 4

DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

EXPLORACIÓN: Se inició la clase con la lectura grupal de la situación problema, en esos momentos los estudiantes del grupo de Dilar Coronel estaban riéndose de algo que él les contaba, me les acerqué y me contaron que esa situación era parecida a algo que le había pasado. Dilar me comentó que comiendo pizza con unos amigos del curso, se había comido un pedazo de otro compañero y que cuando llegó no encontró el suyo, aproveché y les comenté sobre el valor de la equidad. Posteriormente escogí al mismo estudiante para que la leyera nuevamente en voz alta. Se percibió que los estudiantes manejaban el concepto de fracción aplicándola a situaciones concretas por las observaciones que cada grupo aportaba, esta parte de la clase se desarrolló con total normalidad, incluso se presentó el valor de la equidad como un aspecto importante para nuestra cotidianidad y se resolvió la situación con la ayuda de las preguntas de clase para pensar.

PRESENTACIÓN DE CONOCIMIENTO NUEVO: Para el desarrollo de esta actividad se usaron materiales didácticos como vasos plásticos y chaquiras de colores. Cada grupo recibió una bolsa de chaquiras de dos colores y 2 vasos plásticos, en el momento de completar los espacios algunos estudiantes presentaron inconvenientes porque no entendían que tenían que hacer, en ese momento me tocó clarificar lo que se explicaba en el taller, después de eso desarrollaron lo pedido, el único inconveniente fue en el ítem donde tenían que relacionar tres conjuntos de cuatro chaquiras de color blanco con un conjunto de cuatro chaquiras y otro de medio con dos chaquiras de color rosado, en este instante use las preguntas de clase para pensar para guiar a los estudiantes a hacer la relación y así pudieron comprender las diferentes relaciones que se pueden hacer de un determinado conjunto. Esto después lo llevaron al campo gráfico y de esta manera comprendieron mejor este concepto ya que realizaron gráficos donde se presentaban algunas de las fracciones que habían armado anteriormente.

TRANSFERENCIA: En esta actividad se reforzó la nueva información y se pudo concluir el tema. La situación planteada en esta fase fue desarrollada con mucha facilidad, debido a que tema que lo manejaban en su cotidianidad y estaban familiarizados con las preguntas empleadas en el modelo de la Clase para Pensar. Los estudiantes llegaron a la conclusión que haciendo uso de la simplificación y las fracciones equivalentes pueden encontrar una relación exacta de dos magnitudes.

OBSERVACIONES: Cuando se ayudan de gráficos la comprensión del tema de fracción como una razón es más entendible.

**I.E.D CASTILLO DE LA ALBORAYA
DIARIO DE CAMPO**

GRADO: Séptimo A

FECHA:14/03/2016

ACTIVIDAD No: 3

TEMA: Razón y Rata.

No. DE HORAS SEMANALES: 4

DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

EXPLORACIÓN: los estudiantes se sintieron cómodos en esta actividad, debido a que estaban aplicando el concepto de magnitud aprendido en la primera actividad. La estudiante Adriana Niño leyó en voz alta las tres situaciones planteadas en la guía de trabajo y en cada grupo de manera espontánea levantaban la mano para al desarrollo de la clase, sin embargo, se le dio la palabra a la estudiante Kelly Almeida, quien pasó al tablero y resolvió las preguntas, realizando la discriminación de cantidad y unidad de medida, a partir de la magnitud correspondiente en cada ítem. El desarrollo de la guía se continuó aplicando la estrategia de la entrevista flexible para determinar el manejo de preconceptos.

PRESENTACIÓN DE CONOCIMIENTO NUEVO: Cuando los estudiantes leyeron la situación problema sin haberles hecho la pregunta ¿Les ha pasado eso en su vida cotidiana? Ellos mismos comentaron que el profesor Jesús “de educación Física” los ponía a competir entre ellos y les tomaba el tiempo y siempre lo hacía para que vieran como iban mejorando. En cuanto a la actividad, la pregunta más frecuente en la mayoría de los grupos fue ¿Qué significa establecer relaciones? En ese momento fue necesario suspender la actividad grupal para orientar y explicar el proceso que se debía aplicar ahí. Al finalizar la clase, el estudiantes Anthony Santofimio concluyó que una relación es una igualdad entre dos razones “fracciones” después de eso el resto de esta actividad fue más sencilla para todos, posteriormente este mismo estudiante agregó que se podía probar esto si se multiplicaba en cruz y daba el mismo resultado, Karla Llerena no comprendía lo que él decía y a través de preguntas como ¿cuáles son los extremos y los medios de dos fracciones?, después de , multiplícalos, pudo entender así esto que se había dicho. Al final se orientó en el procesos de amplificar y simplificar según correspondiera y se dieron cuenta que cuando hacían eso encontraban la otra fracción con la que relacionaban la inicial, esto último lo comento el estudiante Pedro Ramos.

TRANSFERENCIA: En esta actividad se volvió a usar el proceso de clase para pensar y los estudiantes mostraron más dominio de las preguntas que se hacían, sin embargo, todavía en el monitoreo local y global es necesario continuar con el procesos, ya que no relacionan las respuestas anteriores con lo que se pregunta en estos monitoreos.

OBSERVACIONES: Se iniciará la próxima clase con lo trabajado hoy ya que se tiene reforzar un poco más el tema.

**I.E.D CASTILLO DE LA ALBORAYA
DIARIO DE CAMPO**

GRADO: Séptimo A

FECHA: 30/03/2016

ACTIVIDAD No: 4

TEMA: Lenguaje proporcional y proporción.

No. DE HORAS SEMANALES: 4

DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

EXPLORACIÓN: Cuando se inició esta clase se hizo un recuento de lo que se había trabajado en la clase anterior, ya que en la semana pasada se habían hecho actividades de refuerzo de sobre las temáticas que se habían trabajado. Cuando se comenzó la fase exploratoria los estudiantes se mostraron muy atentos a las orientaciones presentadas por mí, sin embargo, hubo estudiantes que no recordaban el concepto de relación, le pedí el favor a la estudiante Saskia que me recordara esto y ella comentó que era la igualdad entre dos fracciones, el estudiante Dilar recordó también que si se simplificaba o complicaba una fracción se podía obtener la otra, pregunte ¿No hay nada más que decir de este tema? Me respondió Karla Sossa que sí, pero el alumno Charris dijo que si se multiplicaban en cruz se podría verificar si eran o no equivalentes. Con base en esta se comenzó la clase preparada, al realizar la primera actividad los estudiantes no mostraron inconvenientes al resolverla, pero en la segunda parte hubo una serie de dificultades en los diferentes grupos. Cuando comenzamos la parte donde se aplicaba clase para pensar se notó que hubo grupos que no alcanzaron a resolverlo como el grupo de Jesús Arroyo aludiendo que no entendían bien lo que tenían que hacer y yo les dije que debían preguntarme, hubo otro grupo que dijo que la relación que veían era solo que un cuadro era más negro que el otro, y hubo unos que comentaron que el 2 era la mitad del 1 y el 3 era la mitad del 2, sin embargo, el grupo de Adriana Niño dijo que el cuadro 2 era un cuarto del 1 y que a su vez el 3 era un cuarto del dos, les pregunte como llegaron a esa respuesta y dijeron “observándolo es como si lo metiéramos en el otro” en ese momento los demás grupos hicieron correcciones y comentaron que era como lo decían ellas y Roiberth comento que él había hecho una medición y se dio cuenta de lo mismo que Adriana.

PRESENTACIÓN DE CONOCIMIENTO NUEVO: Para la segunda actividad se les entregó a cada grupo un par de rectángulos hechos en cartulina y un puñado de botones que usaron para encontrar las medidas de cada lado de los rectángulos. Cada grupo encontró las medidas y la primera en participar fue la estudiante Emilys que teniendo las medidas propuso las primeras relaciones, luego la siguió Kelly Almeida y posteriormente pregunte a todos cual era la última y se llegó a la conclusión de que no todas las relaciones son equivalentes.

TRANSFERENCIA: En esta parte los estudiantes volvieron a trabajar con el formato de clase para pensar, además para solucionar el ejercicio usaron los materiales que se les había entregado y esto hizo que manejaran mejor las preguntas ya que en las palabras fueron los materiales entregados.

OBSERVACIONES: Se les colocó como actividad complementaria ejercicios del libro para reforzar el tema visto, a petición de los estudiantes.

**I.E.D CASTILLO DE LA ALBORAYA
DIARIO DE CAMPO**

GRADO: Séptimo A

FECHA: 11/04/2016

ACTIVIDAD No: 5

TEMA: Correlación y magnitudes directas e inversas.

No. DE HORAS SEMANALES: 4

DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

EXPLORACIÓN: Se inicia la clase dándole la palabra a la alumna Mary Orozco pidiéndole que nos recordara lo trabajado en la clase anterior, ella nos relató lo que hicieron con los botones, la cartulina y los clips, aproveche y le pedí el favor que nos leyera la situación problema propuestos, y pregunte ¿si a alguien le había pasado algo como esto? La mayoría se sonrieron y pregunte el porqué de la risa y me respondieron que a Yamith Rojano le pasa todos los días, él me dijo que es que le ha pasado en varias ocasiones que sale tarde de su casa y por eso llega tarde y le dije que haces cuando te pasa esto? Me respondió me toca “ir volando” entonces pregunte a todos ¿Qué debese tener en cuenta para resolver la situación? Lo consultaron con su grupo y el estudiante Frederick Maussa dijo que se debe tener en cuenta las magnitudes, pregunte ¿Qué magnitudes? El estudiante Moises Guzman dijo que el tiempo y la velocidad, pregunte ¿Cómo la relacionan? El estudiante Ivan Peña dijo que si va el doble de rápido y su tiempo se reducirá a la mitad, ¿entonces qué debe hacer? Entonces la estudiante mileydis Fontalvo dijo que le toca ir más rápido.

PRESENTACIÓN DE CONOCIMIENTO NUEVO: En esta clase los diferentes grupos no tuvieron problemas para determinar las magnitudes, pero en el comportamiento de estas tuvieron algunas dificultades, después de monitorear a cada grupo y dar unas orientaciones fue muy fácil para ellos encontrar la relación entre ellas, al finalizar con base en los comentarios de los estudiantes le pregunte ¿que podían concluir de las situaciones? El estudiante Santofimio respondió que la primera y la tercera “crecen cuando la otra lo hace” y “la 2 y 4 hacen lo contrario”, en ese momento aproveche para hacer la aclaración de que efectivamente la 1 y 3 son magnitudes directas y la 2 y 4 son inversas con ejemplo y explicación.

En la siguiente parte de la actividad los estudiantes se mostraron animados por el trabajo con gráficos, se les hizo una breve explicación y el estudiante Roibert Figueroa recordó que eso lo habían hecho en clases de geometría, posteriormente a esto los grupos participaron sin ningún inconveniente y utilice el proceso de clase para pensar en el problema 3 ya que era un problema más cotidiano, pero la estudiante Emilys notó que no había un patrón en la situación y dijo que siempre ve esos en los buses con los vendedores, tome ese momento para explicar que no siempre hay un patrón y a esto se le conoce como correlación directa o inversa y de esta manera aclarar la diferencia entre proporción y correlación.

TRANSFERENCIA: En esta etapa los alumnos mostraron un gran manejo del tema, tanto así que hubo grupos que lo hicieron sin aplicar el proceso de clase para pensar, sin embargo, les pedí que lo hicieran, mostrando que habían comprendido los temas anteriores, especialmente el de magnitudes y relación. A pesar de ello, hay que reforzar el proceso del monitoreo local y global, ya que los estudiantes lo hacen inconscientemente y a algunos aún se les dificulta.

**I.E.D CASTILLO DE LA ALBORAYA
DIARIO DE CAMPO**

GRADO: Séptimo A

FECHA:18/04/2016

ACTIVIDAD No: 6

TEMA: Razonamiento proporcional

No. DE HORAS SEMANALES: 4

DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

Antes de iniciar esta clase se tuvo que arreglar el salón, ya que un día antes había llovido y el aula se llenó con agua. A cada grupo de estudiantes les pedí que ayudaran a organizar el salón para terminar más rápido, esto me sirvió para hacerles ver que entre más gente ayudara más rápido iban a terminar, esto haciendo referencia al tema a trabajar.

EXPLORACIÓN:

Solucionado el inconveniente del salón se procedió a iniciar la clase, El estudiante Roiberth Fernández pidió leer la situación en voz alta, se le dio la palabra, pero quería dar la solución de las diferentes preguntas y se le pidió que lo hiciera con su grupo y los ayudara a entender el problema, todo esto para que no diera la solución. Pasando por cada grupo me pude dar cuenta que coincidían en la manera de solucionar las preguntas, en unos de los grupos donde hice monitoreo el estudiante Pedro Ramos me dijo profesor “es que eso se resuelve amplificando, como lo vimos en las primeras clases”, en otro grupo el estudiante Iván Peña comenta “ hay que complicar el número de vueltas y el tiempo para poder llegar al último resultado” ese día cuando lo intentamos solucionar a manera general todos querían participar ya que como dijo la estudiante Estefany Ferrer “estaba muy fácil los puntos”, le pedí a la misma niña que me explicara cómo lo solucionó y coincidía con lo que me habían dicho otros grupos de hecho cuando pregunte si todos estaban de acuerdo con lo dicho por la niña, todos dijeron que sí.

Al finalizar pregunte que me podían decir de estas dos magnitudes que proponía la tabla? La estudiante Saskia Herazo comentó que para ella eran magnitudes directas, y le pregunte al estudiante Jesús Arroyo que si estaba de acuerdo? Y él me dijo que si porque las dos crecían al mismo tiempo.

PRESENTACIÓN DE CONOCIMIENTO NUEVO: En la primera parte de esta actividad se aplicó el proceso de clase para pensar para llegar a la solución del ejercicio, muchos de los estudiantes se sintieron identificados con la situación, algunos usaron la estrategia de ir sumando mientras que otros como la estudiante Emilys De La Hoz lo expresaron como razón en ese momento intervine para comentar que de las dos maneras estaban bien ya que llegaban a la solución y era la misma, sin embargo, al expresarlo como la igualdad de razones les ahorraría tiempo, el estudiante Santofimio expresó que él lo había hecho más rápido porque multiplico los dos por 8. En la siguiente parte de la actividad se corroboró lo que se había dicho anteriormente ya que se explicó que de un lado se dividió por 8 y por el otro se multiplico por 8, la estudiante Adriana Niño agrego que en la parte de abajo lo decía donde dice recuerda. Al final se llegó a la conclusión con la ayuda de entrevista flexible que las dos magnitudes eran directas. De esa misma manera se orientó la parte dos de la actividad, al finalizar la alumna Emilys concluyó que “para buscar el valor de una magnitud había que multiplicar la que aumentaba o subía y dividir la que bajaba”

TRANSFERENCIA: En clases anteriores los estudiantes querían resolver el ejercicio de la transferencia sin el proceso de clase para pensar (entrevista flexible) pero en este utilizaron el proceso sin tener que pedírselos y así llegaron a la solución, solo la estudiante Karla Sossa se le tuvo que ayudar ya que no entendía el problema, posteriormente a la explicación y algo de la entrevista flexible lo alcanzo a terminar.

**I.E.D CASTILLO DE LA ALBORAYA
DIARIO DE CAMPO**

GRADO: Séptimo A

FECHA:03/05/2016

ACTIVIDAD No: 7

TEMA: PROPORCIONALIDAD DIRECTA

No. DE HORAS SEMANALES: 4

DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

Para iniciar la actividad se les comento que no tenían que colocarse en los grupos con los que venían trabajando, ya que para la solución de la guía se trabajaría individualmente, porque además de dar el tema nuevo se iba a aplicar lo que se había aprendido en los temas anteriores.

EXPLORACIÓN: Cada estudiante inició leyendo en voz baja la situación propuesta en esta fase, la alumna Karla Sossa me pidió que por favor le explicara la situación, en ese momento aproveche y comencé a aplicar el proceso de clase para pensar (entrevista flexible) para que comprendieran la situación planteada, el estudiante Jesús Arroyo comentó que de la persona de la que hablaban en el problema era la misma que atendía en kiosco del colegio ya que tenían el mismo nombre, una vez comprendido todos lo realizaron sin ningún problema. En la parte del problema donde se habla de equidad hice un especial énfasis ya que es el tópico generativo de la unidad, la estudiante Emilys de la Hoz comentó en voz alta que no era justo el precio ya que con ese valor no tendrían ganancias, el estudiante Dilar Coronel estuvo de acuerdo con ella diciendo que el valor que le tenían que dar debía ser un poco más alto pero no mucho porque si no, no lo comprarían, y teniendo en cuenta que se están hablando de magnitudes directas el valor de los lápices iría aumentando, pregunte: ¿Cómo saben que van aumentando? Yamith Rojano respondió: porque al aumentar el número de lápices la ganancia también va a amentar.

PRESENTACIÓN DE CONOCIMIENTO NUEVO: Al iniciar la segunda parte de la actividad leí en voz alta la situación y les comente que en la guía aparecía un gráfico, la estudiante Estefany Ferrer comento que no entendía el grafico, en ese momento me toco parar la actividad y explicar lo relacionado con ubicación en el plano cartesiano como se graficaba. Posteriormente los estudiantes fueron entendiendo lo que se decía en el gráfico, tanto que podían descifrar las magnitudes propuestas, pregunte para estar seguro que lo comprendieron, ¿Qué magnitudes aparecen? La estudiante Gabriela Llano respondió grupo de pasajeros y precio, ¿Qué relación hay entre estas dos magnitudes? El estudiante Iván Peña comenta que lo que él ve es que una sube y la otra también como en el problema inicial de la muchacha del kiosco, ¿todos están de acuerdo? La niña Saskia Herazo respondió que sí, ya que hablaban de magnitudes directas. Posteriormente se hizo una aclaración de las diferentes variables. Cuando se hizo la explicación, la siguiente parte de la guía era completar una tabla con la misma información del gráfico, se envió al estudiante Pedro Ramos al tablero para que lo hiciera, cuando se completó la tabla se le pidió al mismo alumno que hiciera la división de cada uno de los valores de la variable dependiente entre cada uno de los valores de la variable independiente, la estudiante Adriana Niño concluyo que era el mismo resultado de todas las divisiones, esta respuesta me hizo aclarar que a este resultado se le conoce con el nombre de constante de proporcionalidad. La segunda parte de esta fase se puso de tarea, sin embargo, los estudiantes se les explico sobre porcentajes y con esto se terminó esta parte de la actividad sin ningún inconveniente.

TRANSFERENCIA: Para evaluar este tema se presentó una situación en donde tenían que completar una tabla y posteriormente escoger una gráfica que representara lo planteado en ella, los estudiantes preguntaron que si las preguntas de clase para pensar la respondían antes o después de solucionar la situación y se les recordó que con la ayuda de las preguntas podrían solucionar la situación, a manera general a los estudiantes les fue bien no solo porque manejaban el tema sino también porque el proceso de la entrevista flexible plasmado en la guía los ayudo bastante.

**I.E.D CASTILLO DE LA ALBORAYA
DIARIO DE CAMPO**

GRADO: Séptimo A

FECHA: 31/03/2016

ACTIVIDAD No: 8

TEMA: PROPORCIONALIDAD INVERSA

No. DE HORAS SEMANALES: 4

DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD

Para iniciar la actividad se les resalto que para esta actividad también iban a trabajar individualmente.

EXPLORACIÓN: En esta actividad se le pidió a la estudiante Frederick Maussa que leyera la situación, se le pidió a los estudiantes que resolvieran la situación los estudiantes planteaban que el grafico era diferente, pregunte ¿porque creen que pasaba esto? El mismo Frederick comento que por que las variables o magnitudes son inversas ¿Cómo así inversas? La estudiante Emilys De la Hoz respondió porque una magnitud sube y la otra baja y de paso agrego que esa era la relación que tenían estas dos variables a lo contrario a la que se dio la semana pasada que las dos subían o las dos bajaban, ¿Cómo era el grafico en esa situación? El estudiante Santofimio dijo que era una línea recta, ¿Qué más pueden agregar de la clase anterior? Ivan Peña dijo que si se dividían las variables dependientes entre las independientes daba el mismo resultado en todas ¿Cómo se le llama a ese resultado? Mary Orozco respondió constante de proporcionalidad después de consultarlo con su cuaderno.

PRESENTACIÓN DE CONOCIMIENTO NUEVO: Siguiendo con la gráfica y la situación de la fase anterior les pedí que realizaran la siguiente parte, en esto les fue muy fácil ya que manejaban lo que es una variable, aunque se realizó un recuento de os temas desarrollados, en esta actividad se envió al tablero a completar la tabla con los valores del gráfico anterior a la estudiante Paula Dévia, pregunte ¿Qué podemos notar? Pedro Ramos dijo que ya se había dicho anteriormente que una variable sube que es la cantidad de máquinas y la otra baja la cual es el tiempo, Santofimio dice que es lógico porque entre más maquinas el tiempo se reduce, se le pidió a la estudiante que multiplicara los valores de la variable dependiente con su respectivo valor de la variable independiente, ella lo hizo, ¿Qué se puede observar? La estudiante Estefany Ferrer respondió que todos los resultados son iguales, así como en las magnitudes directas, ¿es lo mismo? Ella misma respondió que no ya allá se dividía y acá se multiplicaba, a esto recordé que en ese caso se le llamaba constante de proporcionalidad directa, ¿entonces a esta como se le llamara? Fabián Acuña responde que constante de proporcionalidad inversa, y dije que servía para calcular los valores desconocidos de una tabla en donde aparecen variables de este tipo de proporcionalidad, después de esto pienso que quedo claro la diferencia entre proporcionalidad directa e inversa.

TRANSFERENCIA: Para evaluar este tema se presentó una situación en donde tenían que completar una tabla y posteriormente debían resolver una gráfica que representara el problema, realice un monitoreo para hacer individualmente la entrevista flexible a varios estudiantes además de guiar a los alumnos en la realización del gráfico.

Anexo 7: Instrumento para jueces expertos sobre formato de entrevista flexible para procesos de resolución de problemas y pensamiento algebraico temprano

INSTRUMENTO PARA JUECES EXPERTOS SOBRE FORMATO DE ENTREVISTA FLEXIBLE PARA PROCESOS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y PENSAMIENTO ALGEBRAICO TEMPRANO

INSTRUCCIONES

A continuación encontrará una tabla que le permitirá evaluar el formato de Observación de entrevista flexible, de tal manera que se garantice la calidad de cada uno de los ítems que se encuentran señalados en la parte izquierda de la tabla y que apuntan a las diferentes categorías del formato. Los criterios de evaluación son:

Pertinencia: Evalúa si el ítem es adecuado y conveniente para la categoría establecida.

Claridad: Evalúa si el ítem es de fácil entendimiento.

Precisión: Evalúa si el ítem cuestiona directamente el criterio evaluado.

Lenguaje: Evalúa si el ítem utiliza un vocabulario adecuado para el público destinatario.

Para evaluar cada uno de los ítems del formato, indique su opinión escribiendo los números del 1 al 5, de acuerdo a la siguiente información:

5: Totalmente de acuerdo

4: Parcialmente de acuerdo

3: Más o menos de acuerdo

2: Parcialmente desacuerdo

1: Totalmente en desacuerdo

PROCESOS		ITEMS DE CADA PROCESO	PERTINENCIA	CLARIDAD	PRECISIÓN	LENGUAJE	OBSERVACIONES
ENTREVISTA FLEXIBLE	Explora	1. Este ítem permite que el observador registre, si el niño es capaz de activar sus conocimientos previos.					
	Comprende	2a. 1. Este ítem permite que el observador registre, si el niño da cuenta de la comprensión del problema, reconociendo los datos.					
		2b. Este ítem permite que el observador registre, si el niño es capaz de activar replantear el problema en sus propias palabras.					
		2c. Este ítem permite que el observador registre, si el niño pide la repetición de la pregunta o apartes del problema.					
	Adquiere Nueva Información	3. Este ítem permite que el observador registre, si el niño es capaz de activar a encontrar información que no había tenido en cuenta anteriormente.					
	Analiza	4a. Este ítem permite que el observador registre, si el niño divide en partes los elementos que caracterizan del problema.					
		4b. Este ítem permite que el observador registre, si el niño analiza el problema acortándolo.					
		4c. Este ítem permite que el observador registre, si el niño analiza el problema a partir de la selección de la operación adecuada para su resolución.					
	Planea	5. Este ítem permite que el observador registre, si el niño toma decisiones acerca del procedimiento que debía seguir para resolver el problema.					
	Implementa Estrategias	6. Este ítem permite que el observador registre, que estrategias utiliza el niño para resolver el problema. A. Identifica el lenguaje Proporcional B. Aplica procesos aditivos y multiplicativos C. Emplea cálculo mental D. Realiza estimaciones o aproximaciones E. Reconoce patrones F. Describe la variable clave del problema utilizando dibujos o palabras G. Calcula constantes de proporcionalidad directas e inversas					
	Monitoreo Local	7a. Este ítem permite que el observador registre, si el niño chequeó el problema durante su resolución, de tal manera que determinara si estaba bien o no.					
		7b. Este ítem permite que el observador registre, si el niño chequeó el problema durante su resolución, encontrando errores, y realizando procedimientos que le permitieran corregirlo.					
	Monitoreo Global	8a. Este ítem permite que el observador registre, si el niño después de resolver el problema verificó lo que hizo, al evaluar resultados y cálculos.					
		8b. Este ítem permite que el observador registre, si el niño después de resolver el problema, verifica lo que hace al evaluar resultados y cálculos haciendo las correcciones necesarias cuando encuentra errores.					
Respuesta	9a. Este ítem permite que el observador registre, si el niño resolvió correctamente o no el problema.						
	9b. Este ítem permite que el observador registre, que el niño emplea otra estrategia diferente cuando verifica que no resolvió adecuadamente el problema planteado						

PROCESOS COGNITIVOS Y ESTRATEGIAS EN RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

EXPLORA	Búsqueda estructurada para conocer la respuesta.
COMPRENDE	Esfuerzo del estudiante por aprehender la naturaleza del problema. Incluye: A. Reconocimiento de los elementos del problema donde se espera que el estudiante haga un recuento de los datos que consideró en su cabeza; B. Replanteamiento del problema donde se espera conocer si el niño cambió la pregunta y la replanteó en sus propias palabras.
ADQUIERE NUEVA INFORMACIÓN	Momento en el que el estudiante pide repetición de la pregunta y recoge nueva información o información que antes no había escuchado o prestado atención, se espera conocer qué información nueva capturó el niño cuando se le repitió la pregunta.
ANALIZA	Esfuerzo del estudiante por examinar los elementos del problema. Incluye: A. Dividir por partes, donde se espera conocer si el niño analizó el problema planteado, B. Simplificar, donde se espera conocer si el niño analizó el problema planteado acortándolo, C. Seleccionar perspectivas donde se espera conocer si el niño analizó los datos seleccionando el tipo de operación aritmética a realizar.
PLANEA	Incluye las decisiones que se toman acerca del procedimiento para resolver el problema
IMPLEMENTA	Es el elemento donde el estudiante realiza el plan pensado. Incluye las estrategias planteadas.
MONITOREO LOCAL	En términos generales, hace referencia al momento en el que el niño cuando soluciona el problema, se involucra en actividades de toma de decisiones y autorregulación, es decir, si el niño chequeó o verificó lo que estaba haciendo, o expresado en otras palabras, monitoreo del progreso o de la estrategia. Incluye el subproceso B. Mejoramiento de la estrategia o Estrategia remedial, si hubo corrección durante el proceso.
MONITOREO GLOBAL	En términos generales, hace referencia a la regulación del proceso, es decir si el niño chequeó o verificó lo que hizo, o expresado en otras palabras, si evaluó los resultados o verificó los cálculos. Incluye el subproceso: B. Entender que si hubo corrección al evaluar los resultados, la estrategia no fue la adecuada, y se debe buscar estrategias alternativas o se ve la necesidad de repensar el proceso es decir, conocer si el niño utiliza una estrategia diferente para corregirlo.

FORMATO DE ESTRATEGIAS DE CODIFICACIÓN DE ESTRATEGIAS

ESTRATEGIAS	DEFINICIÓN	EJEMPLOS
<p>1. Identifica el lenguaje proporcional.</p>	<p>Para dar claridad a lo que es un lenguaje Proporcional, se da una definición inicial de lenguaje formal; Este se considera formal si sus expresiones se pueden manejar, replicar y comprobar si son correctas (esto es, si exhiben la regularidad requerida) sin prestar atención a su significado, que quizá sea incluso absurdo. Las reglas de este lenguaje describen cómo se construyen las palabras y las proposiciones a partir de signos elementales. El lenguaje proporcional al igual que todo lenguaje matemático, depende de un lenguaje formal del que calcula. Luis Puig, 2001 – traducción de didáctica de las estructuras matemáticas de Hans Freudenthal (1983)</p>	<p>El doble de un número es 24 ¿Qué número estas buscando?</p> <p>X representa el número buscado. 2X significa el doble de un número</p> <p>Por lo tanto: $2x = 24$</p>
<p>2. Aplica procesos aditivos y multiplicativos.</p>	<p>Estrategias utilizadas por los estudiantes con base en las operaciones básicas de suma y multiplicación.</p>	<p>Una botella de gaseosa de un litro tiene un valor de \$ 1600 pesos colombianos. ¿Qué valor tienen los tres litros?</p> <p>1. R/ Si 1 lt de gaseosa : \$ 1600 3 lt de gaseosa : X , entonces: $X = (3 \text{ lt}) (\\$ 1.600) = \\48000 $X = \\$48000.$</p> <p>2. R/ Si 1 lt de gaseosa : \$ 1600 3 llt de gaseosa : X , entonces: $X = \\$1600 + \\$ 1600 + \\$ 1600 = \\48000 $X = \\$48.000$</p>

<p>3. Emplea caculo mental.</p>	<p>Se define como “un cálculo de cabeza o de memoria, sin ayuda externa y con datos exactos”. (Ortiz, 2009) De acuerdo con Jiménez Ibáñez, (2012), “el cálculo mental consiste en realizar cálculos matemáticos utilizando sólo el cerebro sin ayuda de otros instrumentos como calculadoras o incluso lápiz y papel. Las operaciones escritas tienen una forma de hacerse, bien determinada y siempre igual, con independencia de los números que entren en juego.</p>	<p>En una excursión asisten 30 estudiantes y llevan provisiones de 160kg de víveres que le alcanzan para 7 días. Si por quebrantos de salud se devuelven 10 estudiantes con la cuarta parte de las provisiones. ¿Para Cuántos días alcanzara las provisiones a los que continúan en la excursión? El estudiante realiza cálculos como $(30-10 = 20$ estudiantes) y $(160/4= 40; 160 - 40 = 120\text{kg})$ para empezar a plantear el problema.</p>
<p>4. Realiza estimaciones y aproximaciones.</p>	<p>El estudiante es capaz de realizar estimaciones si predice los resultados a partir de comparaciones con datos o información previa y aproxima resultados de acuerdo a contextos específicos</p>	<p>Si para realizar 12 ejercicios en 20 minutos se necesitan 4 personas ¿Cuántas personas son necesarios para resolver los mismos 12 ejercicios en 15 minutos? En este ejemplo el estudiante estima que cuatro personas realizan 3 ejercicios y se demoran 5 minutos cada uno. Al disminuir el tiempo se necesitaran más estudiantes, por lo menos uno más. Es decir, aproximadamente 5 estudiantes.</p>
<p>5. Reconoce Patrones.</p>	<p>Se define un patrón como una sucesión de signos (orales, gestuales, gráficos, de comportamiento, etc) que se construyen siguiendo una regla (algoritmo), ya sea de repetición o recurrencia. (Rangel, 2012) (Las regularidades fuente de aprendizaje matemático http://www.gpdmatematica.org.ar/publicaciones/diseño_desarrollo/matematica3.pdf 1996 p. 3.)</p>	<p>Un albañil en una obra el primer día construye dos metros de paredilla, el segundo día construye el doble del primero y el tercer día el triple del primero ¿al cuarto día cuántos metros de paredilla lleva? R/ 2m : 1 día 2(2m) : 2 día 3(2m) : 3 día Al cuarto día llevara 4(2m) : 4 día, eso sería 8 metros</p>

<p>6. Describe la Variable clave del problema utilizando dibujos o palabras.</p>	<p>El estudiante es capaz de emplear representaciones como letras, rayas, flechas, puntos, esquemas o gráficas para facilitar la comprensión de la situación planteada, reconocer las variables involucradas y establecer correspondencias entre ellas.</p>	<p>Juan sale para el aeropuerto en su auto a una velocidad de 60Km/h y se demora 30 minutos, si quiere llegar 10 minutos antes ¿A qué velocidad debe conducir?</p> <p>Variable 1: velocidad \updownarrow Variable 2 : Distancia \updownarrow }  INVERS</p> <p>A menudo los estudiantes emplean flechas para indicar que una variable aumenta o disminuye.</p>										
<p>7. Calcula constantes de proporcionalidad directa e inversa.</p>	<p>El estudiante reconoce patrones numéricos entre las variables que se estudian, identificando un valor general con el que pueda multiplicar y dividir para calcular los valores de la variable.</p>	<p>Completa la tabla con la información suministrada</p> <table border="1" data-bbox="1314 688 1843 824"> <tr> <td>Volumen del vaso (ml)</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>8</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td>Cantidad de vasos</td> <td>12.5</td> <td>10</td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>Como las variables son inversas entonces el producto de ellas debe ser constante, $k = 50$ y puede calcular los demás valores como: $50/8$, $50/9$.</p>	Volumen del vaso (ml)	4	5	8	9	Cantidad de vasos	12.5	10		
Volumen del vaso (ml)	4	5	8	9								
Cantidad de vasos	12.5	10										

Anexo 8. Problemas empleados en el pre test y pos test

UNIVERSIDAD DEL NORTE
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN-PROMOCIÓN 50ª
CUESTIONARIO POS TEST

Nombre y Apellido:

Grado: 7 ____ **fecha:** ____/____/2016

Instrucciones. Encierra en un círculo la letra que consideres corresponda a la respuesta correcta. En cada pregunta debes explicar con tus palabras la solución obtenida o si consideras, elabora un gráfico, diagrama, dibujo o el proceso matemático en el recuadro que se suministra al final de cada pregunta.

1. Para hacer papel reciclable se humedecen tiras de papel periódico en una mezcla de agua y colbón. Por cada tres (3) tazas de colbón se necesitan dos (2) tazas de agua. ¿Cuántas tazas de agua se necesitan si se usan seis (6) tazas de colbón?

Extraído y modificado de los Derechos Básicos de Aprendizaje - 2015.

A. 18 tazas

B. 9 tazas

C. 4 tazas

EXPLICA TU RESPUESTA:

2. Se usan 90 mililitros (ml) de crema de leche para preparar una receta para 12 personas, ¿cuántos mililitros se usarán para 80 personas?

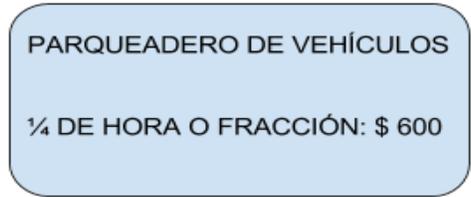
A. 60 ml

B. 600 ml

C. 1080 ml

EXPLICA TU RESPUESTA:

3. Un parqueadero de vehículos tiene el siguiente aviso.



Andrés dejó estacionado su vehículo en el parqueadero durante dos hora y media
¿Cuánto debió pagar Andrés por el servicio prestado?

- A. \$ 150
- B. \$ 600
- C. \$ 6000

Extraído y modificado de las pruebas saber 2009.

EXPLICA TU RESPUESTA:

4. Para pintar un aula de clases 3 estudiantes se demoran 10 días, si el trabajo debe ser terminado en 6 días. ¿Cuántos estudiantes serían necesarios para llevar a cabo esta tarea?

- A. 5 Estudiantes B. 18 estudiantes C. 20 estudiantes

EXPLICA TU RESPUESTA:

5. Juan es un compañero de 7° grado que le gusta ayudar a sus padres en la tienda familiar. Su padre le brinda una tabla con los valores del costo por unidad de los huevos, pero algunos valores se han borrado por el uso y es necesario que los complete para realizar bien su trabajo.

HUEVOS	VALOR EN PESOS (\$)
1	300
2	600
5	X
12	3600
30	9000

Si un cliente desea comprar 5 huevos ¿Podrías ayudar a Juan a completar los valores que faltan?

- A. \$2400 B. \$1500 C. \$150

EXPLICA TU RESPUESTA:

6. Tres jardineros tardan 15 horas en podar una cancha deportiva, ¿Cuántos jardineros se necesitan para podar la misma cancha en 9 horas?

- A. 4 jardineros B. 5 jardineros C. 45 jardineros

EXPLICA TU RESPUESTA:

7. La empresa Triple A. Encargada del acueducto de la ciudad, llena un tanque de 25.000 m^3 con 7 mangueras en 50 horas. Si para efectos de mejorar el servicio, desean llenar el mismo tanque en sólo 2 horas ¿Cuántas mangueras necesitarán para cumplir con su objetivo?

- A. 350 mangueras B. 175 mangueras C. 100 mangueras

EXPLICA TU RESPUESTA:

8. Daniel se prepara para las Olimpiadas 2016 de Brasil corriendo diario 100 metros planos. Se da cuenta que cada vez que aumenta su velocidad el tiempo disminuye. Su entrenador llevaba una tabla como la siguiente:

Velocidad del corredor	Tiempo del corredor
11 metros/segundos	10 segundos
10 metros/ segundos	X

¿En cuánto disminuyo o aumento el tiempo de Daniel, según la tabla suministrada?

- A. 1 segundo B. 9 segundos C. 11 segundos

EXPLICA TU RESPUESTA:

Anexo 9: Validación de Instrumentos Entrevista Flexible

PROCESOS	CATEGORÍA												TOTAL	PROMEDIOS	PORCENTAJES
	PERTINENCIA	CLARIDAD	PRECISIÓN	LENGUAJE	PERTINENCIA	CLARIDAD	PRECISIÓN	LENGUAJE	PERTINENCIA	CLARIDAD	PRECISIÓN	LENGUAJE			
Explora	5	5	5	5	3	5	4	5	5	5	4	3	54	4,5	90
Comprende	5	4	5	5	5	2	5	5	4	5	5	5	55	4,6	91,66666667
	5	5	5	5	1	4	1	1	4	4	4	3	42	3,5	70
	5	5	4	5	5	5	3	5	5	4	5	5	56	4,7	93,33333333
Adquiere Nueva Información	5	5	5	4	4	5	5	3	4	5	5	5	55	4,6	91,66666667
Analiza	5	5	5	5	4	5	3	5	4	5	5	5	56	4,7	93,33333333
	5	5	5	5	3	4	5	2	5	4	5	4	52	4,3	86,66666667
	5	5	4	5	1	4	4	1	4	4	4	4	45	3,8	75
Planea	5	5	5	5	5	1	5	5	5	5	4	5	55	4,6	91,66666667
Implementa Estrategias	4	4	4	4	5	5	5	3	5	5	5	5	54	4,5	90
Monitoreo Local	5	5	5	5	4	5	2	5	4	4	5	5	54	4,5	90
	5	5	5	5	5	5	1	4	5	5	5	4	54	4,5	90
Monitoreo Global	5	4	5	5	4	2	4	1	5	5	4	5	49	4,1	81,66666667
	5	5	5	5	4	5	2	4	4	5	5	5	54	4,5	90
Respuesta	5	5	5	5	2	5	1	5	5	5	5	4	52	4,3	86,66666667
VARIANZA	4	5	4	5	5	1	3	2	4	5	5	5			
PROMEDIOS	4,9	4,8	4,8	4,9	3,7	4,1	3,3	3,6	4,5	4,7	4,7	4,5	4,1	81,97916667	
Porcentajes %	99	96	96	97	73	83	67	72	91	93	93	89	82		

PROBLEMAS

PROCESOS	CATEGORÍA	PERTINENCIA	CLARIDAD	PRECISIÓN	LENGUAJE	PERTINENCIA	CLARIDAD	PRECISIÓN	LENGUAJE	PERTINENCIA	CLARIDAD	PRECISIÓN	LENGUAJE	TOTAL	PROMEDIOS	PORCENTAJES
Comprensión de la Estructura		5	4	3	5	4	5	3	5	4	5	4	5	52	4,3	87
		5	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	4	58	4,8	97
		5	4	4	4	5	5	4	4	5	4	4	5	53	4,4	88
		5	4	5	5	4	4	5	5	5	3	5	5	55	4,6	92
Representación Mental		5	4	3	5	5	4	5	5	4	5	4	5	54	4,5	90
		5	5	5	5	5	5	4	5	4	4	4	5	56	4,7	93
Representación Escrita		5	4	5	5	5	4	5	5	5	5	5	5	58	4,8	97
		4	5	4	5	3	5	5	4	4	5	5	4	53	4,4	88
		4	5	5	5	4	5	5	5	4	5	4	4	55	4,6	92
		4	5	3	4	4	5	4	5	4	5	4	5	52	4,3	87
Varianza		0,23	0,27	0,84	0,18	0,49	0,23	0,50	0,18	0,27	0,49	0,27	0,23			
Promedios		4,7	4,4	4,2	4,8	4,4	4,7	4,5	4,8	4,4	4,6	4,4	4,7		3,5	70
Porcentajes %		94	88	84	96	88	94	90	96	88	92	88	94		70	

Anexo 10: Formato para la entrevista flexible

FORMATO DE RECOLECCIÓN DE DATOS.

Entrevistador: Marcos Castañeda Estudiante: Morsés Guzmán Código: _____ Edad: 13 Sexo: F M
 PROBLEMA: 2 Institución: Castillo de la Alboraya Profesor: Luis Vergara Curso: 7-A Fecha: 21/07/16

BÁSICO/METACOGNITIVO			META/CRIT.			CREATIVO/METACOGNITIVO						METACOGNITIVO/CRITICO		RESPUESTA										
EXPLORA	COMPRENDE			NUEVA INFORMACIÓN	ANALISIS			PLANEA	IMPLEMENTA ESTRATEGIAS						MONITOREO LOCAL	MONITOREO GLOBAL	RESPUESTA ESPONTANEA							
Vivencia la situación en un contexto parecido	Identifica las partes del problema.	Reconocimiento de datos.	Replantea el problema.	Recolección de nueva Información.	División por partes.	Simplificación/reforma.	Perspectiva, selecciona.	Resuelve el problema	Identifica el lenguaje proporcional.	Aplica procesos aditivos y multiplicativos.	Emplea caculo mental.	Realiza estimaciones y aproximaciones.	Reconoce Patrones.	Describe la Variable clave del problema utilizando dibujos o palabras.	Calcula constantes de proporcionalidad directa e inversa.	Otra estrategia:	A. GENERAL. Comprueba la validez de la solución, por otros medios diferentes al utilizado.	B. ESTRATEGIA REMEDIAL.	A. GENERAL.	B. ESTRATEGIA ALTERNATIVA.	CORRECTA	INCORRECTA		
Re.										✓			✓	✓										
Ef.	✓	✓	✓		✓	✓	✓			✓		✓		✓				✓	✓			✓		
M.																		✓						

Re = Respuesta espontánea Ef = Entrevista Flexible M = Corrección metacognitiva
 Hubo corrección metacognitiva: Proceso/Subproceso: si o por escucha de la repetición de la respuesta si

ENTREVISTA PRE TEST

Primer problema: referente a la proporcionalidad directa.

Docente: Buenos días, mi nombre es Luis De Jesús Vergara Nieto, soy licenciado en matemática, docente de la Institución educativa Castillo de la Alboraya.

Docente: Realizaremos la entrevista del pre test al estudiante:

Estudiante: Jesús David Arroyo

Docente: ¿De qué curso, Jesús?

Estudiante: 7°A

Docente: Te acabo de entregar en esa hoja, dos situaciones las cuales vas a tratar de resolver. Las vas a leer en voz alta para comenzar a hacerte las preguntas y analizar la situación.

Procede a leerlo en voz alta.

Estudiantes: Se usan 90 ml de crema de leche para preparar una receta para 12 personas ¿Cuántos ml se usan para 80 personas?

Docente: ¿Esa situación que esta hay te es familiar? ¿Te ha pasado algo parecido?

Estudiante: Si

Docente: ¿Cuéntame?

Estudiante: Un día que mi mamá iba hacer un pastel para un cumpleaños y me mando a comprar leche, pero se me había olvidado y termine comprando huevos.

El docente sonrío

Docente: Ok, perfecto, ¡eso está muy bien!

Docente: podrías repetirme el problema con tus palabras.

Estudiante: No

Docente: Entonces, ¿qué información importante puedes observar de la situación, que te ayude a resolver el problema?

Estudiante: Multiplicaciones y divisiones

Docente: Puedes tener en cuenta eso para resolverlo. Cuando creas necesario escribir algo hazlo.

Docente: ¿Sera que hay alguna información de la situación que no entendiste? O ¿está claro?

El estudiante asiente con la cabeza diciendo que si

Docente: está claro

Estudiante: está claro.

Docente: como el problema está claro, te pregunto: ¿Qué busca resolver el problema?

Estudiante: ¿Cómo?

Docente: ¿Qué busca resolver el problema? ¿Qué crees tú, que el problema quiere darle solución?

El estudiante mueve los hombros queriendo decir que no sabe

Docente: si quieres, léelo nuevamente

Estudiante: Se usan 90 ml de crema de leche para preparar una receta para 12 personas ¿Cuántos ml se usan para 80 personas?

Docente: ¿Hay alguna palabra clave en la situación?

Estudiante: Si

Docente: ¿Qué palabra?

Estudiante: Si se, pero no sé cómo decirlas

Docente: bueno, dime las palabras que te parecen importantes

Estudiante: 12 personas y 80 personas

Docente: 12 personas y 80 personas para ti son palabras claves

Docente: ¿Cómo crees tú que se debe resolver el problema?

Estudiante: Sería multiplicar o dividir 80 por 12

Docente: ¿qué crees que debe ir primero?

Estudiante: multiplicar

Docente: posteriormente, ¿Qué crees que deberías hacer?

Estudiante: dividir

Docente: intenta resolverlo por favor

El estudiante comienza a realizar el ejercicio.

Al finalizar el ejercicio:

Docente: ¿Cómo sabes que está bien hecho el ejercicio? ¿Cuánto te dio?

Estudiante: 4

Docente: ¿Cómo sabes que está bien lo que hiciste?

Estudiante: No está bien, porque no dio un número de los que están como respuesta

Docente: ¿entonces eso que quiere decir?

Estudiante: que me toca repetir

Docente: vuelve hacerlo ahora

El estudiante procede a realizarlo nuevamente

Docente: ¿Cuál crees tú que debe ser la respuesta correcta?

Estudiante: No me da

Docente: ¿En qué crees que fallaste?

Estudiante: multiplique mal

Docente: ¿Qué debes multiplicar?

El estudiante mueve la cabeza manifestando que no sabe

Estudiante: No se

Docente: No te preocupes

Docente: Lee en voz alta la segunda pregunta

Segundo problema: Referente a la proporcionalidad inversa.

Estudiante: 3 jardineros tardan 15 horas en podar una cancha deportiva ¿Cuántos jardineros se necesitan para podar la misma cancha en 9 horas?

Docente: ¿has vivido eso en algún momento?

Estudiante: No

Docente: eso no, nunca te ha pasado

Docente: ¿Podrías repetirlo con tus propias palabras? ¿Qué quiere el texto?

El estudiante asienta la cabeza diciendo que no

Estudiante: No

Docente: ¿Qué información importante podrías sacar?

Estudiante: eeeh... no se

Docente: ¿Qué información tienes para resolver el problema?

Estudiante: el número de horas y los 3 jardineros

Docente: ¿Qué quiere solucionar el problema?

El estudiante mueve la cabeza diciendo que no

Estudiante: No

Docente: No tienes, la menor idea de resolver el ejercicio

Docente: ¿tienes alguna idea de cómo resolverlo?

Estudiante: Dividiendo 9 por 3

Docente: Eso harías tú de primero para resolver el problema

Docente: Podrías hacerlo, por favor

El estudiante procede a realizarlo

Docente: ¿Cuánto te dio?

Estudiante: 3

Docente: podrías darme la solución del problema, entonces

Estudiante: multiplicar porque me dio 3

Docente: prueba para ver

El estudiante intenta terminar el ejercicio

Docente: ¿Te dio alguno de los resultados?

El estudiante asienta con la cabeza y dice que no

Estudiante: no

Docente: muchas gracias por intentarlo.

Estudiante: ok, gracias





ENTREVISTA POS TEST

Primer problema: referente a la proporcionalidad directa.

Docente: Buenos días. Mi nombre es Luis de Jesús Vergara Nieto, soy licenciado en matemáticas de la universidad del Atlántico. Nuestro grupo está realizando la maestría en educación con énfasis en pensamiento matemático en la universidad del Norte de la ciudad de Barranquilla. Ya se realizó un pre test. A continuación procedemos a realizar el pos test de la entrevista flexible al estudiante.

Estudiante: Jesús David Arroyo.

Docente: Jesús, ¿Qué edad tienes?

Estudiante: 12 años

Docente: ¿En qué curso estas?

Estudiante: 7°A

Docente: vamos a resolver dos situaciones problemas, las cuales se te presentan en esta hoja

Docente: ¡Quiero que me leas la primera en voz alta!

Estudiante: Se usan 120 ml de crema de leche, para preparar una receta para 15 personas. ¿Cuántos ml se usarán para 80 personas?

Docente: ¿Alguna vez has vivido algo como esto en tu vida cotidiana?

Estudiante: No

Docente: ¿De qué crees tú que habla el problema?

Estudiante: ¿De cuántos ml se usaron para una receta?

Docente: ¿Para una receta de cuántas personas?

Estudiante: de 15 personas

Docente: ¿de 15 personas?

Estudiante: a... no... de 80 personas.

Docente. ¿Tú me podrías repetir el problema con tus propias palabras?

Estudiante: ? (mueve la cabeza y dice que no)

Docente: Ok, cuando te hablo que me repitas con tus propias palabras, es que me digas ¿de qué habla el problema? ¿Qué crees que te habla el problema?

Estudiante: eeeeh... ¿Qué cuantos ml se usarán para 80 personas?

Docente: ¿está clara la información que leíste?

Estudiante: No

Docente: ¿Qué información crees tú que se debe tener en cuenta, hay en ese problema?

Estudiante: Los ml y la cantidad de personas

Docente: ¿Qué tenemos que hacer nosotros para resolver ese problema?

Estudiante: una multiplicación

Docente: ¿Sólo eso?

Estudiante: y una división

Docente: ¿tú me dirías una estrategia para poder realizar el problema? ¿Primero qué harías?

Estudiante: eeh... Poner el número de ml y encontrar el número de personas para poder resolverlo

Docente: ¿Solamente harías eso?

Estudiante: (mueve la cabeza diciendo: Si)

Docente: ¿No harías más nada? ¿No harías operaciones?

Estudiante: Siii...

Docente: Ok, ¿Qué operaciones harías?

Estudiante: dividiría las 15 personas por las 80 personas y el resultado que me dé entre esas dos lo multiplico con la otra.

Docente: Ok, me gustaría que empezaras a realizar la estrategia.

Estudiante: (comienza a resolver el primer ejercicio)

En medio del proceso el docente pregunta:

¿Cómo sabes que lo estás resolviendo bien?

¿Tú me dijiste que ibas a hacer una división?

Estudiante: 80 entre 15

Docente: ok, y ¿cómo haces tú para hacer la división?

Estudiante: No entiendo profeee...

Docente: Haber. ¿Qué número multiplicado por 15 te da 80?

Estudiante: el 9

Docente: ¿Cuánto es 15 por 9? Puedes realizarlo, no te preocupes

Estudiante: no se acerca. (Toma el borrador y borra)

Docente: ¿por qué lo borraste?

Estudiante: porque no era, no se acerca.

Docente: entonces ¿cuál crees tú que se acerca?

Estudiante: (se queda pensando)

Docente: puedes realizar los cálculos que quieras hacer

Estudiante: (procede a verificar)

Estudiante. El 7 se acerca

Docente: ¿Cuánto es 7 por 5?

Estudiante: 25

Docente: ¿estás seguro que es 25?

Estudiante: 35

Docente: ok, 5 y ¿llevas cuánto?

El estudiante termina el proceso

Docente: ¿Se acercó?

Estudiante: No

Docente: ¿y ahora?

Estudiante: por 6

Docente: Bueno, vuélvelo a hacerlo

El estudiante vuelve a borrar y comienza nuevamente.

En medio del proceso

Docente: ¿Cuánto es 6 por 5?

El docente vuelve y pregunta: ¿5 por 6?

El estudiante se queda pensando

Docente: ¿recuerdas es? ¿Se te olvidó?

El estudiante mueve la cabeza y dice que sí.

Docente: Aja, recuerda que 6 por 5 son 30

Docente: ¿te sirve 6?

El estudiante mueve la cabeza diciendo: NO

Docente: ¿Tampoco? ¿Te sirve otro número?

Estudiante: el 5

Docente: entonces, realízalo otra vez.

En medio del proceso

Docente: ¿Para qué te sirve haber encontrado ese 5?

Estudiante: Para encontrar el número que multiplicado me dé, el resultado.

Docente: realízalo

Terminado el proceso

Docente: ¿Cuál es la respuesta?

Estudiante: 600 ml

Docente: y ¿Cuál de las tres respuestas es?

El estudiante señala la respuesta del medio 640 ml

Estudiante: Ésta

Docente: ¿Por qué crees tú que es 640?

Estudiante: Porque se acerca a el resultado

Docente: Márcala

Segundo problema: Referente a la proporcionalidad inversa.

Docente: procede ahora a leer la segunda pregunta en voz alta

Estudiante: 5 jardineros tardan 18 horas en podar una cancha deportiva ¿Cuántos jardineros se necesitan para podar la misma cancha en 6 horas?

Docente: ¿Te ha pasado algo parecido? No necesariamente tiene que ser igual

Estudiante: No

Docente: ¿De qué te habla el problema?

Estudiante: si 5 jardineros tardan 18 horas en podar una cancha, ¿cuántos jardineros podan la cancha en 6 horas?

Docente: está clara la información

Estudiante: Si

Docente: ¿Qué información crees tú, se debe tener en cuenta para solucionar ese problema?

Estudiante: el número de horas y el número de jardineros

Docente: ¿Cómo podríamos hacer para solucionar ese problema?

Estudiante: Dividir el 18 entre el 6 y el resultado que me da, lo multiplico con el 5

Docente: Dime un proceso para solucionarlo, ósea, lo que tu digites, ¿primero que harías?

Estudiante: El 18 lo divido entre el 6 y el resultado que me da lo multiplico con el 5

Docente: Ok, procede a hacerlo

Al culminar el estudiante el ejercicio.

Docente: ¿Para qué te sirve a ti haber encontrado ese número 3?

Estudiante: para encontrar el número de jardineros

Docente: listo, termina de hacerlo

El estudiante procede a culminar el proceso

Docente: ¿Cuánto es 3 por 5

Estudiante: 25

Docente: ¿25?

Estudiante: No, perdón 15

Docente: ¿Cuántos jardineros se necesitan?

Estudiante: 15

Docente: ¿La respuesta es?

Estudiante: 15 jardineros

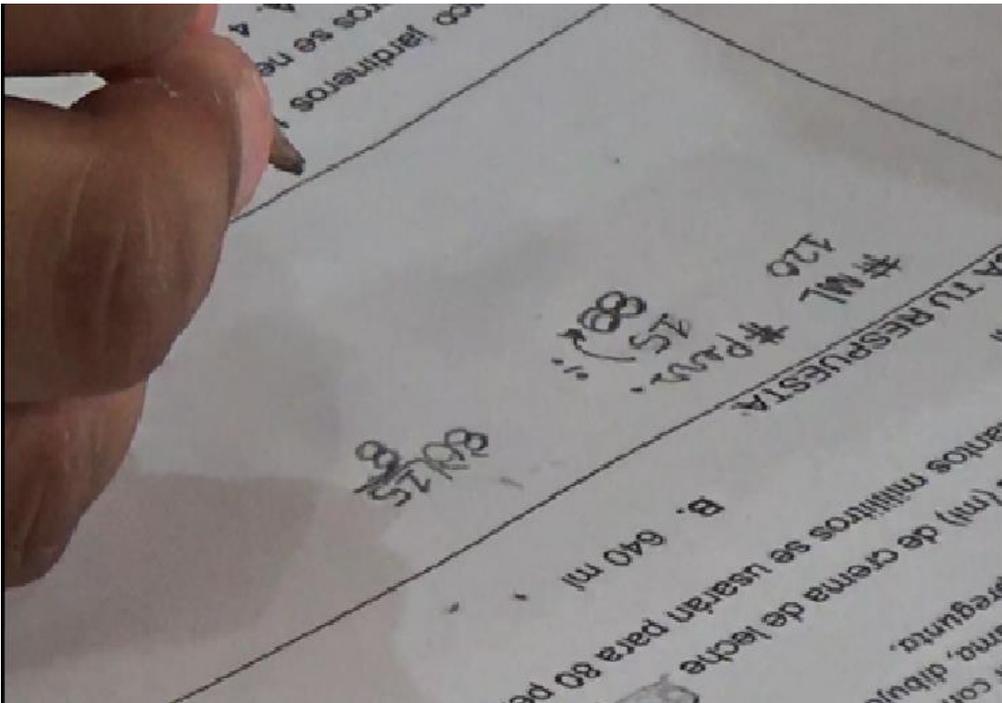
Docente: Ok, márcala por favor

Docente: Gracias Jesús por haberme colaborado en esta entrevista.

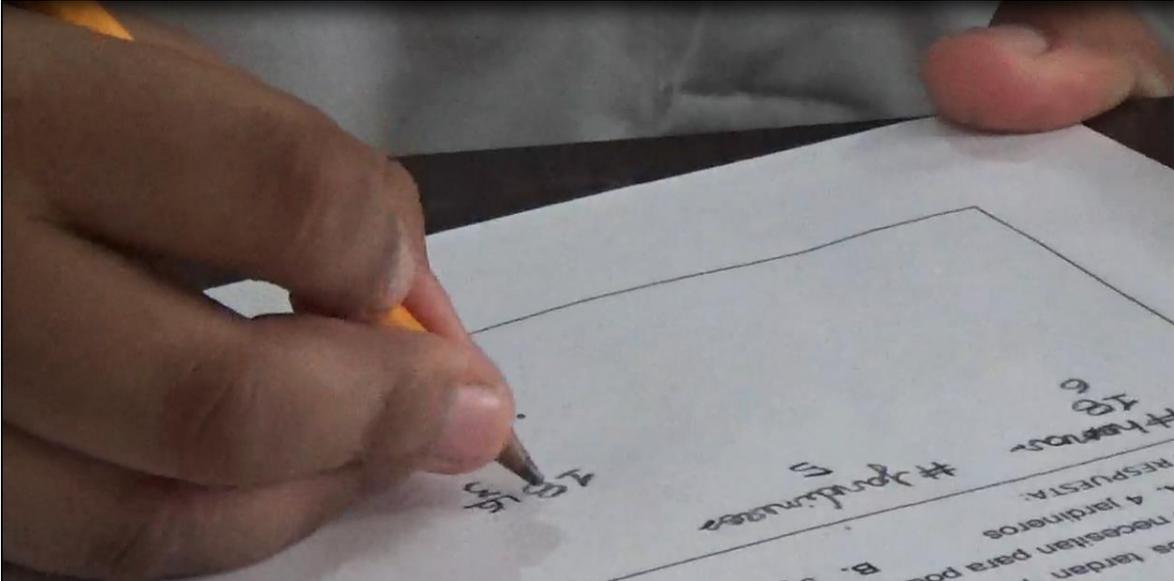
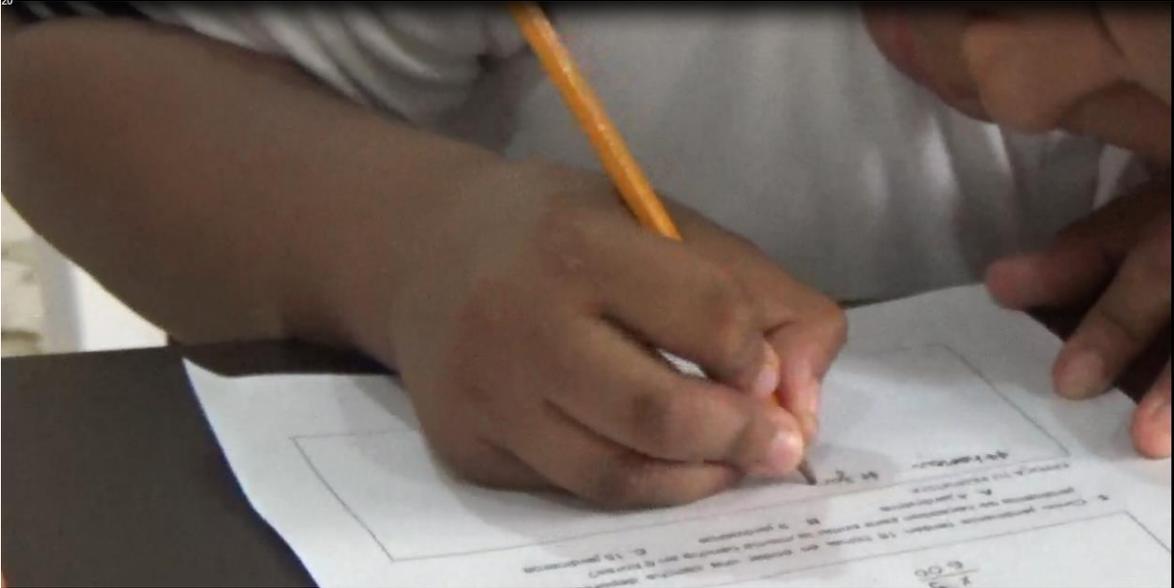
Estudiante: Gracias profe



Problema de Proporcionalidad directa



Problema de Proporcionalidad Inversa



Anexo 12: Copia de una de las actividades realizadas

I.E.D. CASTILLO DE LA ALBORAYA
FORMATO DE PLANEACION DE CLASE

NOMBRE: Mary Orozco **FECHA:** 31/05/16
María Herrera
Grada Bosa

GRADO: SÉPTIMO A 100

TEMA: Proporcionalidad Inversa

N° DE SESIONES: 4

INDICADORES DE DESEMPEÑO:
Resuelve situaciones de proporcionalidad inversa en situaciones cotidianas empleando la constante de proporcionalidad

ACTIVIDAD EXPLORATORIA:

En una obra de la ciudad de Barranquilla se alquilan 3 máquinas retroexcavadoras para realizar un trabajo en 20 días. Por la cercanía del invierno los ingenieros deciden que es necesario que el trabajo se termine antes de los días programados. Para solucionar esta situación el ingeniero realiza una gráfica con la información.

CANTIDAD DE MÁQUINAS NECESARIAS DE ACUERDO AL NÚMERO DE DÍAS

Cantidad de Máquinas	Tiempo (días)
3	20
4	15
5	12
6	10
8	7.5
10	6
15	4
20	3
40	1.5

¿Qué relación existe entre las dos magnitudes que intervienen en este problema?
Que las dos magnitudes son inversas porque mientras que una aumenta la otra disminuye.

ACTIVACIÓN DE NUEVO CONOCIMIENTO

ACTIVIDAD 1

Teniendo en cuenta el gráfico de la actividad anterior, en lo que se muestra la cantidad de máquinas necesarias de acuerdo al número de días.

CANTIDAD DE MÁQUINAS NECESARIAS DE ACUERDO AL NÚMERO DE DÍAS

Cantidad de Máquinas	Tiempo (días)
3	20
4	15
5	12
6	10
8	7.5
10	6
15	4
20	3
40	1.5

Teniendo en cuenta el gráfico anterior

a. Diga las magnitudes que se manejan en el gráfico

- Magnitud 1: Tiempo en días
- Magnitud 2: Cantidad de Máquinas

¿Qué relación existe entre las dos magnitudes?
Las magnitudes son inversas porque una sube y la otra baja.

¿Cuál de las magnitudes influye en la otra?
Las máquinas porque el tiempo depende de la cantidad de máquinas que tengas

Recuerda:

- Las cantidades en que se expresan las magnitudes son distintas, por lo tanto reciben el nombre de variable.

Se necesitan 40 maquinas para terminar en 4 dias.

$$\begin{array}{r} 160 \overline{) 640} \\ \underline{80} \\ 00 \\ \underline{0} \\ 00 \\ \underline{0} \\ 0 \end{array}$$

TRANSFERENCIA

Daniel se prepara para las Olimpiadas 2016 de Brasil corriendo diario 400 metros planos. Su entrenador lleva un registro de su velocidad y tiempo empleado en cada caso, el cual se muestra a continuación, pero sudor borró algunos datos.

Completa la tabla y realiza una gráfica que permita evidenciar cómo mejoró el entrenamiento de Daniel para las Olimpiadas.

Velocidad (metros / Segundos)	5	8	10	20	25	40
Tiempo (segundos)	80	50	40	20	16	10

COMPRESIÓN:

¿Qué les dice el problema que van a resolver?
 El problema nos dice que debemos completar la tabla para saber cuántos metros corre en tantos segundos o inverso

ANÁLISIS:

¿Qué busca resolver este problema?
 El problema busca resolver que completemos la tabla

¿Cuáles son las palabras claves de este problema?
 Velocidad (metros/segundo) tiempo(segundo)

PLANEACIÓN:

¿Qué estrategia se va a emplear?
 Vamos a multiplicar y dividir

tiempo: 20, 32, 40
 # maquina: 8, 5, 4

- Las variables independientes son las que elegimos libremente y afectan otras variables.
- Las variables que reciben la influencia se llaman Dependientes
- La variable independiente se ubica en el eje de las X y la dependiente en el eje de las Y

b. Determina la variable dependiente y la variable independiente en la situación planteada
 Variable dependiente (Y): Tiempo (dias)
 Variable independiente (X): Cantidad de maquina

c. Construye una tabla con los valores

Magnitud 1: Cantidad/Maquina	4	5	8	10	16	40	80
Magnitud 2: Tiempo (Dias)	160	32	20	16	10	4	2

d. Multiplica cada uno de los valores de la variable dependiente con su respectivo valor de la variable independiente:

$$\begin{array}{ccccccc} 160 \times 4 & 32 \times 5 & 20 \times 8 & 16 \times 10 & 10 \times 16 & 4 \times 40 & 2 \times 80 \\ \hline 640 & 160 & 160 & 160 & 160 & 160 & 160 \end{array}$$

e. ¿Qué puedes concluir de los resultados obtenidos?
 Todas las multiplicaciones dan el mismo resultado

Esta constante recibe el nombre de Constante de Proporcionalidad Inversa y se usa para calcular los valores desconocidos.

f. Teniendo en cuenta lo anterior, calcula ¿cuántas máquinas son necesarias si deciden demorarse 4 días en la construcción?

IMPLEMENTACIÓN Y SOLUCIÓN:
 Resolver el problema

40 velocidad
 $\div 25$ Δ

tiempo
 10
 Δ $\times 1,6$
 $? = 16$ ✓

MONITOREO LOCAL:
 ¿Cómo sabes que la estrategia que vas a emplear es la adecuada?
 porque multiplicamos y dividimos. Nos dio un resultado igual.

MONITOREO GLOBAL:
 ¿Cómo sabes que resolviste el problema correctamente?
 Nos dio un resultado igual y estoy segura de que el resultado está bien igual que la operación.