EL EFECTO DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS SOBRE LA CONSERVACIÓN DE PERIMETRO Y ÁREA EN ESTUDIANTES DE OCTAVO GRADO

LAURA CAROLINA ALVAREZ RICARDO

LUZ DARIS ESCORCIA ESCORCIA

UNIVERSIDAD DEL NORTE

MAESTRIA EN EDUCACIÓN

BARRANQUILLA

2017

EL EFECTO DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS SOBRE LA CONSERVACIÓN DE PERIMETRO Y ÁREA EN ESTUDIANTES DE OCTAVO GRADO

LAURA CAROLINA ALVAREZ RICARDO

LUZ DARIS ESCORCIA ESCORCIA

Trabajo de investigación para optar el título de Magister en Educación con énfasis en pensamiento matemático

Directores:

CARLOS ROJAS ALVAREZ

DIANA ECHAVARRIA BERMUDEZ

UNIVERSIDAD DEL NORTE

MAESTRIA EN EDUCACIÓN

BARRANQUILLA

2017

Nota de aceptación

Presidente del Jurado

Jurado

Jurado

Barranquilla, Marzo de 2017

DEDICATORIA

A Dios que con su infinito amor nos llenó de fortaleza y deseos de salir adelante. A nuestros padres, hermanos(as) y familiares, que se convirtieron en el soporte importante en todo este largo recorrido.

Laura y Luz

AGRADECIMIENTOS

Los autores se permiten expresar sus más sinceros agradecimientos a las siguientes personas e instituciones:

A nuestros familiares por respaldarnos, motivarnos y apoyarnos incondicionalmente.

A nuestros tutores, Carlos Rojas Álvarez Mg. En Educación y Diana Echavarría Bermúdez, Mg. En Educación por sus acertadas orientaciones, colaboración y entrega en este trabajo de investigación.

Al cuerpo directivo, docentes y estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa Técnica Agropecuaria José Antonio Galán de Hatoviejo, por facilitar el desarrollo de esta investigación.

TABLA DE CONTENIDOS

LISTA DE TABLAS

LISTA DE ANEXOS

LISTA DE GRÁFICAS

1. INTRODUCCIÓN

Históricamente los resultados en el área de las Matemáticas en las pruebas estandarizadas SERCE, TIMSS, PISA y SABER muestran los bajos desempeños de los estudiantes colombianos en esta área del conocimiento, evidenciando la baja calidad de la educación y la necesidad de buscar herramientas que permitan mejorar los factores que desencadenan esta situación. Es así que para la enseñanza de las matemáticas se han venido implementando diversas estrategias que permitan mejorar los desempeños de los estudiantes en el área y que además se pueda dar sentido a los contenidos que se aprenden, de tal manera que éstos puedan ser utilizados dentro y fuera del sistema educativo.

Una de las estrategias que podemos señalar es la resolución de problema, a través de la cual se desarrollan procesos cognitivos y meta cognitivos fundamentales en el aprendizaje de cualquier área de las ciencias y en especial de las matemáticas. El Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2004) señala que la educación en el área de las matemáticas debe conceder gran valor a la formación de destrezas necesarias para la resolución de problemas, así mismo, el currículo en matemáticas en Colombia enfatiza en el desarrollo de competencias, para lo cual la resolución de problemas en diversos contextos se considera un elemento esencial y por su parte, el *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) expresa como una de sus recomendaciones principales que la resolución de problemas debe ser el eje de la matemática escolar y el principal objetivo de la enseñanza de las matemáticas (NCTM, 2003).

Por otra parte, en esta investigación se tuvo en cuenta contenidos relacionados con la Geometría, pues consideramos que es importante su estudio ya que constituye un motor de apoyo para el individuo, que le ayuda a desarrollar sus destrezas de pensamiento, a comprender su entorno, a construir representaciones del mismo y a la vez, rescatar habilidades espaciales concretas.

Algunas investigaciones que se sustentan en esta metodología de enseñanza es la de Barrientos, Cervantes y Sierra (2014) quienes en su investigación basada en un programa de formación docente para la enseñanza de la geometría a partir de la resolución de problemas , obtuvieron como resultado que el impacto de la metodología de clase en el aprendizaje de la geometría, donde esta fuese planeada, ejecutada y evaluada, desarrolla procesos de competencias puestas en escenas por los estudiantes que apuntan al descubrimiento, la exploración, el razonamiento y la conceptualización apoyados en la mediación instrumental con materiales tecnológicos y manipulables.

Es así que guiados por los trabajos de Rojas (2010) y López (2011), se busca a través de esta investigación, que los estudiantes comprendan conceptos de la geometría, como lo son la conservación del área y el perímetro, a partir de experiencias pedagógicas enfocadas en la resolución de problemas, que les permita dejar de percibir estos conceptos como unidades separadas o fragmentadas y logren percibir sus componentes, propiedades o relaciones.

La investigación se enmarcó en un enfoque cuantitativo, de tipo explicativo y diseño cuasi-experimental, donde participaron 37 estudiantes de grado octavo de educación básica secundaria de una Institución de carácter técnica – oficial del departamento de Bolívar, divididos en dos grupos, uno experimental y otro control, de 15 y 22 estudiantes respectivamente, a quienes se les aplicó un cuestionario de conocimientos geométricos basado en la conservación de área y perímetro, posteriormente se tomó una muestra intencional y por criterio de 16 estudiantes a quienes se les realizó una entrevista flexible semi-estructurada para observar los procesos cognitivos que utilizan para resolver problemas geométricos y adicionalmente verificar el dominio del conocimiento geométrico - métrico. Los resultados obtenidos a partir de la entrevista flexible semi-estructurada fueron codificados en un formato de procesos cognitivos y de estrategias en resolución de problemas geométricos. Para el cuestionario de conocimientos se estableció la confiabilidad del instrumento a través de la técnica alfa (Cronbach).

Los resultados obtenidos, están acorde con los objetivos trazados en esta investigación, evidenciando que después de la implementación de las clases basadas en la resolución de problemas, hubo un efecto positivo, donde los estudiantes desarrollaron procesos de conservación de las magnitudes área y perímetro y que además, aumentaron significativamente los procesos cognitivos y metacognitivos que intervienen en la resolución de un problema geométrico-métrico, componentes fundamentales del quehacer matemático.

2. JUSTIFICACION

2.1 RELEVANCIA

El conocimiento matemático representa gran parte de las experiencias que realiza todo individuo al interactuar en diversos contextos y vemos, que es en el sistema escolar donde se da gran parte de esta formación matemática. La enseñanza en esta área del conocimiento debe tener como finalidad dar sentido a ese mundo que nos rodea, a partir de su implementación en la solución de situaciones problemas del entorno cotidiano. Dentro de las estrategias que facilitan el aprendizaje de cualquier bloque temático en las matemáticas se encuentra la resolución de problemas. La educación en el área de matemáticas debe conceder un gran valor a la formación de las destrezas necesarias para la resolución de problemas en diferentes contextos, señala el Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2004), por su parte la NCTM expresa dentro de sus principales recomendaciones que la resolución de problemas debe ser el eje de la matemática escolar y el principal objetivo de la enseñanza de las matemáticas (NCTM, 2000). De esta manera se estructuran las matemáticas como una de las áreas del conocimiento fundamentales en la formación de toda persona, donde la resolución de problemas se posiciona como herramienta principal que facilita su enseñanza y permite el desarrollo de procesos esenciales del pensamiento humano.

Sin embargo, las distintas pruebas internacionales (PISA, SERCE, TIMSS) y nacionales (SABER), que buscan evaluar el nivel de desempeño de los estudiantes en cuanto a la forma cómo ellos emplean las matemáticas para resolver situaciones de su contexto, señalan que aún falta mucho por hacer para lograr que éstos sean competentes al momento de afrontar los desafíos del mundo moderno. La prueba PISA por su parte, reconoce en matemáticas tres niveles de desempeño de complejidad creciente, en donde resolver problemas estándar y dar solución a problemas originales están en los niveles de mayor complejidad; De igual forma, la prueba SERCE evalúa en Matemáticas los procesos cognitivos, los cuales se agrupan en tres niveles que son: reconocimiento de objetos y elementos, solución de problemas simples y solución de problemas complejos. Con relación a la prueba TIMSS, se ha encontrado que, aquellos países que alcanzan altos niveles de rendimiento en pruebas internacionales, un porcentaje importante de los estudiantes que logran un nivel avanzado, son capaces de organizar la información, hacer generalizaciones, resolver problemas no rutinarios, aplicar su conocimiento y establecer relaciones para resolver problemas (Mullis, 2003). Estas pruebas muestran la relevancia que tiene la resolución de problemas dentro de las matemáticas y la importancia que tiene el desarrollar esta competencia en los estudiantes, la resolución de problemas es la mejor forma de matematizar la realidad.

Por otra parte, una de las áreas que sustentan el pensamiento matemático y que además le permite al individuo entender, describir e interactuar con el mundo que lo rodea es la geometría, en la cual se aborda, en los ciclos de educación básica primaria y secundaria, el concepto de medición, ocupando gran parte de los planes de estudio y propuestas curriculares. Pero, con el pasar de los años, vemos que la geometría se viene enseñanza de manera opcional o con baja intensidad horaria y, que los conceptos de medición desarrollados en esta área se vienen enseñando a partir de la aplicación de fórmulas aprendidas de forma memorística que no le da sentido ni le permite a los estudiantes extrapolar los aprendizajes a la solución de problemas reales. Conocer sobre medición es esencial para que el alumno pueda comprender e interpretar la realidad de su contexto y criticarlo a partir de sus saberes, o como lo diría Crosby (1997), estudiar medición es importante a través de todo el currículo escolar, debido a su sentido práctico, integración a diferentes disciplinas y utilidad para desarrollar la capacidad de entender diversas situaciones del mundo natural y del diario vivir (Citado en Lehrer 2003, p. 187).

Es así que esta investigación es relevante ya que busca mejorar los aprendizajes en el área de las matemáticas, implementando como estrategia metodológica la resolución de problemas, para el aprendizaje de conceptos propios de la geometría y el desarrollo de procesos de pensamiento empleados por los estudiantes al momento de solucionar un problema de su medio o del mundo de las matemáticas.

2.2 PERTINENCIA

Cuando se pretende aprender un concepto en matemáticas, es necesario integrar los nuevos conceptos a los ya existentes con el fin de darle significancia, o como lo diría Hernández y Cortina (2007) una propuesta que no se adecue a los niveles de comprensión matemática previamente logrados por los educando tendrá muy pocas posibilidades de apoyar el que los alumnos logren comprender las nociones y conceptos que se propone enseñar. Las principales corrientes teóricas de la psicología educativa moderna comparten la idea de que la adquisición de todo conocimiento nuevo implica que sea integrado con el conocimiento previamente adquirido, y que el conocimiento nuevo toma sentido de diferentes formas, dependiendo de la manera en que es integrado al conocimiento previo (Gee, 2008; Sfard, 2001; citado por Hernández y Cortina, 2007). Con respecto a la geometría, los conceptos están conformados por dos tipos de símbolos, el visual y el verbal. Así mismo la enseñanza de la Geometría tiene características distintas a otras ramas de la matemática, su conocimiento exige habilidades y destrezas propias y los conceptos tienen un carácter bien definido. Su tratamiento tiene un lenguaje específico y su enseñanza requiere de unas técnicas apropiadas. El aprendizaje de la Geometría, como lo sustenta el

Modelo de Van Hiele, se hace pasando por unos niveles de pensamiento y conocimiento, que no están asociados a la edad y que sólo alcanzando un nivel se puede pasar al siguiente. Todavía cabe señalar que el aprendizaje de un concepto en geometría requiere necesariamente del dominio de los anteriores de la cadena. Así por ejemplo, para llegar al concepto de área es necesario pasar por el concepto de longitud y para abordar situaciones que involucren medición de las magnitudes perímetro y área, es necesario que el estudiante, previamente haya desarrollado criterios que les permitan saber cuándo dos longitudes o dos superficies son equivalente; es decir, haber pasado por los procesos de conservación de estas magnitudes.

Ahora bien, para la apropiación del concepto de área, Piaget afirma que el concepto de conservación de área es un aspecto preliminar y fundamental en el entendimiento del concepto de medición de área entre los estudiantes, es decir, la conservación antecede a la medición (Citado por Cabañas, M., 2005; Piaget et al, 1973). Así mismo, manifiesta que los niños que no logran construir esa idea podrían tener problemas para deducir fórmulas de superficies poligonales. En el caso de la longitud, Hernández y Cortina (2007) señalan que al plantear actividades de enseñanza centradas en la cuantificación de longitudes, éstas sólo serían pertinentes a aquellos estudiantes que previamente hubieran desarrollo la conservación de longitud. Cabe señalar que para el desarrollo de la conservación de magnitudes, la comparación juega un papel fundamental y en la escuela el docente recurre a la comparación de magnitudes a partir de los resultados que se obtiene de la medición, ya sea empleando algún instrumento o implementado fórmulas, reemplazando actividades propias de la medida por actividades de carácter numérico (Aritmetización de la medida).

En consonancia con lo anteriormente expuesto, el MEN en sus Lineamientos Curriculares estipula: *los procesos de conservación de magnitudes, entendidos como la* *captación de aquello que permanece invariante a pesar de las alteraciones de tiempo y espacio, son imprescindible en la consolidación de los conceptos de longitud, área, volumen, etc.* De igual manera, el MEN en sus Estándares Básicos de Competencia para el área de Matemáticas en los grados octavo y noveno, establece como logro, la selección y el uso de técnicas e instrumentos para la resolución de problemas que involucren medir longitudes y áreas de superficies, valiéndose de la composición y descomposición, así como también del recubrimiento de figuras y cuerpos. Similarmente, las pruebas TIMSS (2007), señala que en octavo grado, *los estudiantes deben ser capaces de combinar, descomponer y analizar formas compuestas, saber manejar la cuadrícula y resolver problemas mediante modelos geométricos y explicar relaciones en las que intervengan conceptos geométricos* y, la prueba SERCE evalúa dominios de la medición los cuales abarcan la construcción de conceptos de cada magnitud, *los procesos de conservación*, las unidades de medida, la estimación de magnitudes y de rango, entre otros.

De este modo, se evidencia la importancia que cobra la resolución de problemas como estrategia en el aprendizaje de las matemáticas, así como también la importancia que tiene el desarrollar en los estudiantes los procesos de conservación de magnitudes sobre los cuales se fundamenta el estudio de la medición en geometría. Es así, que esta investigación es pertinente dado que está orientada a desarrollar los procesos de conservación de las magnitudes longitud y área, implementando la metodología de enseñanza de resolución de problemas, con el fin de mejorar los desempeños en el área de las matemáticas y fortalecer de esta manera el pensamiento geométrico – métrico de los estudiantes. De igual manera se pretende impulsar el desarrollo agropecuario del sector, toda vez que se facilitan al alumno estrategias que contribuyen a resolver situaciones problemas de su contexto social y cultural de manera autónoma.

Por otra parte, esta investigación será un aporte al estado de arte a nivel de Latinoamérica en relación al objetivo que persigue, debido que al realizar la revisión bibliográfica se encontraron muy pocas investigaciones que implementen la resolución de problemas como estrategia para desarrollar los procesos de conservación de perímetro y área. Adicionalmente, es pertinente a la linea de investigación del énfasis de la maestria que es pensamiento matemático. Finalmente, atendiendo el objetivo trazado para llevar a cabo la implementación de esta propuesta de investigación, se encontró que con relación al lugar o localidad de aplicación, la población involucrada se encontraba desarrollando el proyecto agrícola de la institución, por lo cual fue pertinente ya que permitió encontrar escenarios vivenciales donde se desarrollaran actividades propias de la medición. Con lo que el docente del área de Agrícola señaló la importancia que tuvo trabajar este tipo de investigaciones con los estudiantes (Ver anexo A).

2.3 VIABILIDAD

El presente estudio es viable por sus bajos costos de aplicación. Se contó con el apoyo de la Institución donde se llevó a cabo, la cual facilitó los espacios y el material fotocopiado para las clases, en cuanto a los materiales mediadores en las clases orientadas a desarrollar los procesos de conservación de perímetro y área, estos fueron elaborados por los estudiantes y las investigadoras, lo que permitió disminuir gastos y una apropiada utilización de los mismos.

3. MARCO TEORICO

3.1 LA IMPORTANCIA DEL ESTUDIO DE LA GEOMETRÍA

La palabra geometría proviene del griego *geo*, que se traduce como tierra, y de *metrein,* que se traduce como medida. Andonegui (2006), la define como la rama de las matemáticas que se encarga del estudio del espacio, del plano, de las figuras, cuerpos y objetos geométricos con sus elementos constitutivos, propiedades y relaciones. Según Clements (1992), el origen del termino geometría es una descripción de trabajos en los que los primeros geómetras se interesaron en problemas como el trazado de ángulos rectos, la curvatura de la tierra, la medida del tamaño de los campos, entre otras.

Hoy en día la geometría se constituye en el lenguaje a través del cual entendemos nuestra realidad. La importancia de esta rama de las Matemáticas se ha reconocido por los beneficios cognitivos que conlleva su estudio. El Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN) (2004) afirma:

La geometría tiene una larga historia, la cual siempre ha estado ligada a las actividades humanas, sociales, culturales, científicas y tecnológicas. Ya sea vista como una ciencia que modela nuestra realidad espacial, como un excelente ejemplo de sistema formal o como un conjunto de teorías estrechamente conectadas, cambia y evoluciona permanentemente y no se puede identificar únicamente con las proposiciones formales referidas a definiciones, conceptos, o teoremas. (p. 1)

El *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM) (2003) menciona la geometría como la materia mediante la cual el estudiante estudia las formas y estructuras geométricas, y aprende a analizar sus características y relaciones. A la vez señala la visualización espacial como un aspecto importante del pensamiento geométrico, sin dejar de mencionar la construcción de modelos geométricos y el razonamiento espacial como una manera de describir el entorno; todo lo cual la constituye en una herramienta importante en la resolución de problemas, ya sea geométricos o de otras áreas de las Matemáticas o del conocimiento en general.

Es importante entonces la geometría y su estudio pues constituye un motor de apoyo para el individuo que le ayuda a desarrollar sus destrezas, a comprender su entorno, a construir representaciones del mismo y a la vez, rescatar habilidades espaciales y concretas.

Probablemente cualquier situación geométrica, por elemental que sea, permite una amplia gama de posibilidades de exploración, formulación de conjeturas y experimentación de situaciones con la idea de explicar, probar o demostrar hechos. (…) no hay mejor lugar que la geometría para dilucidar el papel de la prueba y la demostración en matemáticas. (MEN, 2004, p. 2)

Las investigaciones de Moreno (2002), Duval (1999), Vinner, Herscowitz, & Bruckheimer (1987), en este campo, han contribuido para afirmar que el aprendizaje de la geometría es un proceso complejo que pone en tensión ciertos procesos del desarrollo cognitivo:

- Los procesos cognitivos de visualización y los procesos de justificación de carácter informal o formal.
- Los procesos de dar significado a los objetos y propiedades geométricas y los procesos de generalización y abstracción propios del conocimiento matemático que dan lugar a la descontextualización de dichos objetos.

- Los dominios empíricos de la geometría y los dominios teóricos.

Según como se desarrollen estas tensiones se accederá, o no, al conocimiento geométrico genuino y útil no sólo por su potencial en la resolución de problemas de las ciencias naturales, la técnica o la vida cotidiana sino como plataforma de lanzamiento hacia el desarrollo teórico del ámbito matemático cuyas fronteras de conocimiento son infinitas (Vargas y Gamboa, 2011).

3.2 EL COMPONENTE GEOMÉTRICO- MÉTRICO: PANORAMA NACIONAL

En Colombia, el área de matemáticas, según los estándares está formado por cinco pensamientos (numérico, geométrico, métrico, aleatorio y variacional) que se han reagrupado en tres componentes (numérico-variacional, geométrico-métrico y aleatorio) para un mejor análisis de ellos, evaluados por el ICFES, todos estos grupos presentan dificultad según los resultados, sin embargo es más notorio en el componente geométrico-métrico ya que los estudiantes ni sus profesores han tenido una formación adecuada, no reconocen propiedades ni relaciones entre figuras geométricas y desde luego no hacen inferencias ni proponen relaciones y/o abstracciones a partir de ellas, esto debido en gran parte a la formación docente y la forma como fueron educados, como también al tiempo destinado para el desarrollo del currículo enseñado y evaluado en la escuela (Gómez, 2011)

El componente Geométrico – métrico está relacionado con la construcción y manipulación de representantes de objetos bidimensionales y tridimensionales, además de sus características, relaciones y transformaciones. También se refiere a la comprensión del espacio y el plano a través de la observación de patrones y regularidades, así como al razonamiento geométrico y a la solución de problemas de medición (longitud, área, volumen capacidad, masa, tiempo, entre otras) a partir de la selección de unidades, patrones e instrumentos pertinentes. (ICFES, 2010)

En el pensamiento geométrico - métrico se trabaja en búsqueda de relaciones, transformaciones, desarrollo del pensamiento visual, el análisis de formas y figuras en el plano y en el espacio; de patrones y relaciones. Esta búsqueda se lleva a cabo con base en conocimientos y destrezas que es necesario ir adquiriendo, a la par de las etapas del desarrollo de la persona, puesto que llevan a la profundización de conceptos y generalizaciones utilizadas en el razonamiento espacial, la resolución de problemas de diversa índole, con el fin de obtener una mejor comprensión del mundo que nos rodea - que es eminentemente geométrico - y contribuir a la solución de necesidades específicas de las personas (Triviño, 2013).

Sin embargo y a pesar de su importancia, la enseñanza de esta disciplina se ve afectada por una serie de problemas. Según lo afirman Báez e Iglesias (2007); Paredes, Iglesias y Ortiz (2007), la mayoría de las instituciones educativas desarrollan la enseñanza de la geometría de una manera tradicional caracterizada, principalmente, por la clase magistral, por el trabajo en grupos y, sobre todo, por el uso del discurso del profesor como principal medio didáctico. Sea cual sea la modalidad educativa que se aplica, en la mayoría de los casos se tiene un factor en común: se brinda una enseñanza basada en el lápiz y papel, o de pizarra y tiza, que no ofrece, al estudiante, mayores posibilidades de desarrollo.

Hernández y Villalba (2001) indican que, en los cursos de geometría, se presenta al estudiante un producto final y ya terminado, lo cual no da lugar a que él tome un papel activo en el desarrollo de su conocimiento matemático; además, no propicia el fomento de la creatividad y del aprendizaje significativo en el estudiante. Barrantes y Blanco (2004) indican que estudiantes ya graduados consideran que el estudio de la geometría a nivel escolar constituye el tema más difícil.

Según las investigaciones de Gómez (2011) quien hace un contraste entre los estándares curriculares en matemáticas a nivel nacional y los lineamientos de la prueba SABER 11, de los ítems evaluados por el ICFES el 33,3% corresponde al componente geométrico métrico y el 66,7% corresponde a los otros 2 componentes del área de matemáticas, que al comparar con los estándares coinciden proporcionalmente tanto en contenido como en lo evaluado, sin embargo al contrastar dichos resultados con el currículo de geometría desde el aula de clase, tan solo un 30% del contenido dado en los estándares, se enseña en el aula de clase por diferentes variables como son el tiempo, los medios didácticos y/o pedagógicos, el currículo o una insuficiente formación en geometría del docente.

Sumado a esto, en la organización que a nivel curricular se le da al componente geométrico – métrico, se ha dado más importancia al componente numérico variacional de tal forma que absorbe un 80% del total del área y además no se instruye con la profundidad adecuada quedando reducida a la conceptualización, áreas y perímetros de las figuras planas sin apreciar las relaciones que se puedan dar entre ellas, sus propiedades y sobre todo las construcciones a que hacen referencia los estándares. Así, la situación de la enseñanza de la geometría no permite que el estudiante llegue a la solución de problemas que requieran de un óptimo nivel de desempeño ni alcance los resultados esperados en las diferentes pruebas de carácter nacional como internacional.

En la presente investigación y guiados por los trabajos de Rojas (2010) y López (2011), se busca que los estudiantes comprendan conceptos de la geometría , como lo son el área y el perímetro, a partir de experiencias pedagógicas enfocadas en la resolución de problemas , que les permita dejar de percibir estos conceptos como unidades separadas o fragmentadas y logren percibir sus componentes, propiedades o relaciones.

Al respecto, Batista (2007) en sus escritos acerca de los principios y procesos en la construcción de significados de las ideas matemáticas plantea que las ciencias cognitivas deben ofrecerle a la mente humana construir más que recibir significado; deben basarse en lo que él ya conoce y piensa. Esto hace que se dé importancia a la construcción de los conceptos y las ideas geométricas a través del enfoque presentado en la investigación que es la resolución de problemas.

Barrientos, Cervantes y Sierra (2014) en su investigación basada en un programa de formación docente para la enseñanza de la geometría a partir de la resolución de problemas , obtuvieron como resultado que el impacto de la metodología de clase en el aprendizaje de la geometría, donde esta fuese planeada, ejecutada y evaluada, desarrolla procesos de competencias puestas en escenas por los estudiantes que apuntan al descubrimiento, la exploración, el razonamiento y la conceptualización apoyados en la mediación instrumental con materiales tecnológicos y manipulables.

Ahora bien, a pesar del compendio de temáticas que la geometría requiere para un buen dominio, según Gómez (2011) y Barrientos, Cervantes y Sierra (2014), la enseñanza de la geometría dentro de las aulas se ha limitado a la geometría del espacio, mayormente a las descripción de figuras planas , la medida y el cálculo numérico de perímetros, áreas de figuras en dos y tres dimensiones, volúmenes y utilización de fórmulas para dichos cálculos.

3.3 EL CONCEPTO DE ÁREA Y PERÍMETRO

La medida de magnitudes es una tarea muy importante desde el punto de vista social y científico. Desde el inicio de las matemáticas hasta nuestros días se viene haciendo referencia a medidas de diversa índole. Cabe pensar que una de las justificaciones del interés de las matemáticas deriva de que satisfacen necesidades que los hombres sienten, relacionadas con las medidas. De hecho, desde la antigüedad, los gobiernos se han preocupado de regular y controlar las unidades de medida y sus usos, haciendo de ello en ocasiones un instrumento político (Kula, 1980). No es de extrañar por tanto que la medida de magnitudes haya estado presente en los distintos planes de estudios y en las propuestas curriculares oficiales que se han sucedido en el tiempo.

Del Olmo, Moreno y Gil (1993), en su trabajo *Superficie y volumen. ¿Algo más que el trabajo con fórmulas?* realiza un estado del arte, donde recoge varias investigaciones que se han realizado a lo largo de la historia del ser humano, sobre los conceptos de perímetro, área y volumen, en nuestro caso nos centraremos en el concepto de área y perímetro.

En su trabajo Del Olmo, Moreno y Gil (1993), expresan que ―Hay una cualidad de los objetos llamada, generalmente, superficie o área. Algunos autores establecen diferencias entre estos términos, entendiendo ´superficie´ para designar la cualidad y área para su medida, (…) (p .15). Consideraremos el área ― (…) como una cualidad que puede medirse a través de sus unidades ". (Del Olmo, Moreno & Gil 1993, p.15). La manera en que el ser humano le da sentido y significado al concepto de área según Del Olmo, Moreno y Gil (1993), viene dada por la forma en que se aproxime a dicho concepto. Por ello, los autores nos expresan que el ser humano tiene tres maneras de aproximarse al concepto de área, las cuales son: repartir equitativamente; comparar y reproducir; y medir.

Actualmente, la Real Academia de la Lengua Española define área en su primera acepción, como "Espacio de tierra comprendido entre ciertos límites" (RAE, 2015), pero, para D’Amore y Fandiño (2009) “es la medida bidimensional, es decir, un número real acompañado de una oportuna unidad de medida” (p22). De acuerdo con Cabañas (2005), Kordaki y Potari (1998) el concepto de área se relaciona con la cuantificación de una superficie y es parte de la cultura de todas las sociedades y de la vida diaria de las personas.

Para efectos de esta investigación, consideraremos las aproximaciones expresadas por Del Olmo, Moreno y Gil (1993, Pp. 19 - 21) al concepto de área, de la siguiente manera:

- Repartir equitativamente: se incluye aquellas situaciones en las que dado un objeto hay que repartir, por ejemplo una torta circular, un número de baldosas, entre otras. Estas situaciones pueden ser resueltas mediante tres procesos: aprovechando regularidades, por percepción, por estimación y por medida.
- Comparar y reproducir: incluye situaciones en las que hay que comparar dos superficies y también aquellas situaciones en las que hay que obtener una reproducción de una superficie con una forma diferente a la que tiene. Por ejemplo, dibujar un cuadrado que tenga la misma área que un triángulo dado. Estas situaciones pueden ser resueltas mediante cinco procesos: por inclusión, por transformaciones de romper y rehacer, por estimación, por medida, y por medio de funciones.
- Midiendo: incluye situaciones en las que la superficie aparece ligada a un proceso de medida, ya sea para comparar, repartir o valorar. Se puede efectuar por medio de cuatro procesos: por exhaución con unidades, por acotación entre un valor superior

e inferior, por transformaciones de romper y rehacer, por relaciones geométricas generales.

El término perímetro tiene sus orígenes en la antigua Grecia, περιΦερια, que significa periferia (Rodríguez, 2005) y luego se latinizó; Por lo tanto, su etimología debe buscarse en estos idiomas. El prefijo *peri* se entiende como alrededor y el sufijo *metron* como medida, se puede adaptar entonces como medida alrededor de. Por su parte D'Amore y Fandiño (2009) definen perímetro como la medida lineal de una figura plana, además, distinguen este de la frontera o contorno que es la línea cerrada que delimita un polígono.

Las investigaciones alrededor del tema del área y perímetro son numerosas, sin embargo, en cuanto a cómo se desarrollan estos conceptos en el niño, no se cuenta con un estado del arte muy amplio. En el campo considerable de las investigaciones sobre el desarrollo cognitivo efectuadas a partir de las conservaciones, las relativas al espacio han sido poco estudiadas; lo revela el hecho de que de 200 publicaciones repartidas en los periodos de 1965- 1969 y 1973-1977, dan un 12 sobre 100 acerca de cantidades físicas, 5 sobre 100 sobre la longitud y menos de 3 sobre 100 sobre superficie, las cuales en su mayoría son hechas de los estudios de epistemología genética piagetianos (Del Olmo, Moreno y Gil, 1993).

Siguiendo este orden de ideas, Rojas (2010) afirma que el papel de la percepción en la medida es de vital importancia ya que el proceso de medición procede secuencialmente desde de la percepción a la comparación y después a la aplicación de un estándar de medida (o referente) y que es necesario su estudio para impactar positivamente dentro de los procesos de enseñanza-aprendizaje acerca de la misma. La medición comienza con la percepción de lo que debe ser medido (Godino, p. 365).

Con respecto a la medida, Piaget y sus colaboradores concluyeron que las dos operaciones fundamentales de las que depende el proceso de la medida son la *conservación y la transitividad* (Del olmo, Moreno y Gil, 1993). Para Piaget, Inhelder y Szeminska (1976), la conservación tiene que ver con la invariancia de ciertas cualidades de los objetos cuando se ejercen transformaciones sobre ellos. Hernández y Cortina (2007) realizaron un estudio acerca como se desarrolla el concepto de medición en 15 estudiantes de una escuela primaria Mexicana. Aseguran que es necesario apoyar a los alumnos para que comprendan, primero, la conservación de la longitud y, después, la transitividad. Esto no sólo los ayudará a que entiendan la cuantificación de la medición, sino que les permitirá mejorar su comprensión.

Añade el MEN (2004), en la serie lineamientos curriculares, que el desarrollo del proceso de conservación es especialmente importante sobre todo para quienes inician el ciclo de la educación básica primaria, ya que la captación de aquello que permanece invariante a pesar de las alteraciones de tiempo y espacio, es imprescindible en la consolidación de los conceptos de longitud, área, volumen, peso, tiempo, etc.

Sobre la conservación del área, de las investigaciones realizadas por Del Olmo, Moreno y Gil (1993), Dickson, Brown y Gibson (1991), Chamorro (2008), Turégano (1996), Kordaki y Potari (1998), Cabañas. (2005), Rojas (2010), Marmolejo y Vega, (2005) se puede afirmar para efectos de esta investigación , que al hablar *de conservación del área* entenderemos que un área completa- que está compuesta por sub-áreas dispuestas de cierta forma- permanece invariante a pesar de la reestructuración o transformación de sus partes. (Piaget, Hingelder, Szeminzka, 1976).

A partir de estudios como estos, se entiende que el concepto de conservación de área es un aspecto preliminar y fundamental en el entendimiento del concepto de medición de área, es decir en términos llanos, señalan que la conservación antecede a la medición (Cabañas, 2005), que se facilita a través de estrategias sensorio- motoras (Piaget, 1973) y además su desconocimiento suscita dificultades para comprender la obtención de las fórmulas del cálculo de la medida de área (Dickson, Brown y Gibson 1991).

Una investigación que concuerda con este planteamiento es la llevada a cabo en Grecia con estudiantes de secundaria de 14 años de edad en la que Kordaki y Potari (1998) utilizaron un micromundo llamado C.AR.M.E. (Conservación de Área y su Medida) para que los estudiantes construyeran de forma dinámica sus propias aproximaciones a los conceptos de conservación y medida de área. Mediante el uso de este ambiente exploraron: las estrategias de los estudiantes en relación al concepto de conservación de área y su desarrollo mientras interactuaban con el micromundo; el pensamiento de los estudiantes sobre el concepto de conservación de área en triángulos equivalentes y paralelogramos de base común e igual altura, y; el papel de las herramientas ofrecidas por el micromundo en relación con las estrategias de los estudiantes.

Por su parte Hart K. (1984), investiga la conservación del área con niños de secundaria de doce, trece y catorce años en donde les asigna tareas específicas utilizando figuras hechas con cuadros de estaño demostrando que inclusive los niños mayores no han logrado la denominada conservación del área, en general no más de la cuarta parte de ellos logra dominarla y más importante aún, demuestra que no existe una secuencia entre la conservación de la longitud y la conservación del área.

Carpenter & Lewis, (1976), Chamorro (2008) concuerdan en que los estudiantes presentan dificultades comprendiendo la equivalencia del área en diferentes figuras y estas pueden permanecer incluso hasta el nivel universitario (como se citó en Kospentaris, Spyrou y Lappas, 2011);

Sobre la conservación del perímetro, el estado del arte es muy poco. Los antecedentes de estudios similares, se refieren a la conservación de la longitud y en su mayoría se basan en los estudios de Piaget. Autores como Kidder y Lamb (1981), Smith, Trueblood y Szabo (1981), D´Amore y Fandiño (2009), Rojas (2010) concuerdan en referirse a la *conservación del perímetro*, como el valor del perímetro que permanece invariante frente a reestructuraciones.

Musick (1978) citado por MEN (2004), en estudios acerca de la conservación de la longitud en 142 niños de edades comprendidas entre los tres años y medio y los nueve años, encontró que dada una distancia entre dos sitios A y B que se encontraban en lados opuestos de una sala, los comentarios de los niños al juzgar las distancias de ida (A B) y vuelta (B A) en condiciones diferentes fueron de este tipo:

- Es más lejos ir a un sitio que volver.
- Fui más lejos cuando corrí porque eso es más rápido que saltar.
- Llevar el cesto hizo que el camino fuera más largo.
- Las carreras son siempre más lejos que los saltos, porque a saltos es más despacio y se tarda más tiempo.
- Es la misma distancia cuando la anda la muñeca o cuando la ando yo, pero no es la misma distancia al correrla o saltarla.
- Mira, no importa lo que hagas, la habitación es igual de grande. Siempre es el mismo espacio.

Con base en sus hallazgos Musick asevera que es preciso tomar precauciones al recurrir a tareas motoras que puedan distraer al niño o a la niña y obstaculizar su capacidad de asir el concepto y su estructura subyacente.

3.4 ERRORES Y DIFICULTADES EN LA ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DEL ÁREA Y EL PERÍMETRO.

A pesar de ser de las temáticas más tratadas dentro del currículo escolar y las propuestas planteadas por numerosos autores como Gómez (2011), Chamorro (2008), Corberán (1996), Del olmo, Moreno y Gil(1993), D'Amore & Fandiño (2005), los estudiantes siguen manifestando errores y dificultades al momento de enfrentarse a problemas relacionados con el área y el perímetro. El conocimiento de las dificultades y errores más frecuentes constituye una faceta preventiva; los errores cometidos por los alumnos en matemática son una manifestación de esas dificultades y obstáculos propios del aprendizaje, y se acepta unánimemente que es necesaria la detección y análisis de los mismos, y su utilización positiva como una fuente de realimentación del proceso educativo.

Los errores son una preocupación constante para el docente. En el proceso de construcción de los conocimientos matemáticos, según Lakatos (1986) aparecen errores de forma sistemática, por eso, dicho proceso deberá incluir criterios de diagnóstico, corrección y superación mediante actividades que promuevan el ejercicio de la crítica sobre las propias producciones. Desde la concepción de Brousseau (1983), el error no se debe considerar entonces como producto de la ignorancia, azar o incertitud ya que este puede tener origen en conocimientos anteriores que circunstancialmente le ayudaron a resolver un problema, pero que ahora se muestra falso o inútil, a esta concepción el autor les llama *obstáculos*. Bachelard (1978) concuerda con esto al señalar el error como un obstáculo epistemológico, utilizándolo como clave para el estudio, análisis, y explicación de los errores que se presentan, llevando a la identificación de patrones consistentes a nivel individual o colectivo que constituyen insumos para la reflexión de la práctica docente y permiten mejorar las estrategias de enseñanza de las matemáticas.

En relación a lo anterior Rico (1997) afirma que:

> Cuando un alumno/a comete un error está mostrando que tiene ciertos conocimientos incompletos. El papel del docente no es evitar ese error, sino hacer ver a su alumnado que los conocimientos que tienen pueden no ser válidos para todos los casos, por lo que deberá ayudarlo dándole elementos que le permitan comprender y evitar ese error, completando ese conocimiento que tenía incompleto."

Los autores consideran que los errores persistentes se reproducen una y otra vez pues están ligados a la manera de pensar del alumno y su estudio es vital para ayudar a prever dificultades en los mismos y es precisamente la continua presencia de estos en el aprendizaje de las matemáticas que ha supuesto que se hayan realizado multitud de estudios acerca de este tema. En particular, las investigaciones sobre errores en los aprendizajes de los conceptos de perímetro y área de las figuras planas fueron de las primeras en realizarse, sin embargo no se tiene a la fecha un compendio numeroso de las mismas. En diferentes investigaciones aparecen comentarios de forma aislada, sobre aspectos concretos: confusiones entre perímetro y área y errores frecuentes al medir.

Después de haberse ocupado del nacimiento del pensamiento y del lenguaje en el niño y, años después, de la adquisición–construcción de la idea de número (en sus varias acepciones), Piaget se ocupó, a partir de los años treinta del siglo XX, de las construcciones conceptuales relacionadas con la Geometría. Entre los diversos autores que trabajaron sobre el perímetro y el área tenemos a Piaget (1926); Piaget (1937); Piaget, Inhelder & Szeminska (1976); Piaget y Inhelder (1962). Estos estudios clásicos han influido sobre las investigaciones consecutivas a ellos y se centraron principalmente en los fracasos de jóvenes alumnos en determinada edad. En particular, se estudiaron con mucha atención las ideas de superficie, la conservación de la medida y como se concebían estos al variar la edad del joven.

A estos estudios preliminares les siguieron investigaciones por parte de autores como Vinner y Hershkowitz (1987) y Vinner (1991), Radatz (1979), Brousseau (2001), Corberán (1996), Del Olmo, Moreno y Gil (1993), D'Amore & Fandiño (2005) y Chamorro (2008) que han descrito teorías que fundamentan el origen y taxonomía de errores frecuentes en los estudiantes en relación al concepto de área y perímetro, sugiriendo además tratamientos adecuados según su categorización.

Hershkowitz, Bruckheimer, y Vinner (1987), señalan tres tipos de comportamiento en los estudiantes en función de la calidad de las imágenes conceptuales que tienen: estudiantes con imágenes conceptuales muy pobres, las cuales están formadas por ejemplos prototípicos. Estudiantes con imágenes conceptuales formadas por unos pocos ejemplos prototípicos pero que, además, incluyen propiedades matemáticas de las figuras y estudiantes que han sido capaces de construir una imagen conceptual completa ya que han recibido una gran variedad de ejemplos y todas sus propiedades importantes.

Al respecto de estas imágenes conceptuales, Corberán (1996) resalta un error en la enseñanza del área que se relaciona con el tipo de instrucción recibida por parte del docente y es el de limitarla a las fórmulas para su cálculo, lo cual se convierte para los alumnos en un obstáculo para comprender el concepto de área como número de unidades que recubren la superficie y para desarrollarla como una propiedad que se conserva por recorte y pegado. Además, la autora resalta la frecuencia alta de los errores cometidos por los estudiantes al utilizar fórmulas y su incidencia en el éxito al momento de resolver problemas. Del Olmo, Moreno & Gil (1996), en el apartado sobre dificultades y errores en el aprendizaje del área, encontraron que cuando a los estudiantes se les cambia de manera específica el rectángulo por el paralelogramo, calculan el perímetro y suministran este dato como el área.

En el mismo apartado, los autores aseguran: “Confusión de perímetro-área. Este es un error bastante frecuente. En algunos casos, los niños calculan el área y el perímetro de una figura y le asignan el dato mayor al área y el menor al perímetro» (p. 43).

D’amore & Fandiño (2005) concuerdan al respecto afirmando:

> Es del todo evidente que el obstáculo que se opone a la construcción de un conocimiento satisfactorio sobre las relaciones entre "perímetro y área" no es sólo de naturaleza epistemológica, como se afirma en muchos trabajos precedentes sobre este campo de investigación, sino que es básicamente de naturaleza didáctica

Piaget afirma que la ausencia de actividades para manipulaciones de área, principalmente aquellas con las cuales se inician las acciones sensorio-motoras de los niños, el salto del concepto de conservación de área y el uso prematuro de fórmulas de áreas matemáticas en la escuela causa dificultades en la mayoría de los estudiantes en este tema. Además, los niños no tienen la oportunidad para crear sus herramientas subjetivas para medir, por ejemplo unidades o cuadrículas, debido a la introducción de una unidad propuesta por el profesor (Piaget et al, 1970).

Al respecto, Corberán (1996) sugiere como una aproximación hacia la enseñanza de estos conceptos, que se debe tener en cuenta el tipo de ejercicios que debemos presentar a los alumnos, con el fin de que el cálculo de áreas y perímetros de superficies no se limite a la aplicación rutinaria de unas formulas. Con frecuencia, los ejercicios presentados en los libros de texto fomentan la inclusión de atributos irrelevantes en las imágenes conceptuales (Jaime et al, 1992; como se citó en Barrantes y Zapata, 2008). Al hablar de atributos irrelevantes, Vinner (1991) los muestra como aquellas propiedades no necesarias para definir un concepto pero que permite diferenciar unos ejemplos de otros y que pueden tener fuertes características visuales y actuar como distractores para los estudiantes a la hora de resolver un problema.

Teniendo en cuenta lo anterior, Corberán (1996) y D'amore y Fandiño (2005) proponen una lista de errores frecuentes que los estudiantes ponen en manifiesto en cuanto a los conceptos de perímetro y área, dentro de los que se resaltan: confusión operacional entre el área y perímetro, falsa relación entre el área y perímetro, falta de reflexión sobre el carácter dimensional de las formulas, confusión entre el cm^2 como un cuadrado de 1cm de lado y confusiones terminológicas entre área y perímetro.

Para efectos de un análisis de errores en esta investigación, se consideraran las tipologías de errores en el área de matemáticas dadas por Brousseau (2001) y Radatz (1979).

3.4.1 Tipología de errores de Brousseau (2001).

Para este autor los profesores suelen clasificar al error como un: -Error a un nivel práctico: cuando el profesor considera que son errores de cálculo. -Error en la tarea: 1 cuando el profesor los atribuye al descuido. -Error de técnica: cuando el profesor critica la ejecución de un modo operativo conocido. -Error de tecnología: cuando el profesor critica la elección de la técnica. -Error de nivel teórico: cuando el profesor incrimina los conocimientos teóricos del alumno que sirven de base a la tecnología y a las técnicas asociadas.

3.4.2 Tipología de errores según Radatz (1979).

El autor realiza una clasificación de los errores partiendo del procesamiento de la información y establece cinco categorías generales: -Errores debidos a la dificultad del lenguaje. -Errores debidos a dificultades para obtener información espacial. -Errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos: esta categoría abarca todas las deficiencias sobre contenidos y procedimientos específicos para la realización de una tarea matemática. -Errores debido a rigidez del pensamiento: relacionados con los obstáculos. -Errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes: referidos a los que surgen por aplicar con éxito una estrategia en áreas de contenidos diferentes.

3.5 LA METODOLOGÍA “CLASE PARA PENSAR”

La “Clase para Pensar” es una metodología que busca formar al joven del mundo moderno, donde la educación es contemplada como medio para lograr en ellos el desarrollo del pensamiento crítico, la resolución de problemas y la elaboración y comunicación de argumentos. La Clase para Pensar, es una herramienta efectiva para mejorar la calidad de la educación. La formación de docentes en Clase para Pensar, impacta tanto al profesor en lo referente a conocimientos, creencias y prácticas, sino que estos cambios son mediadores de mejoras positivas en el conocimiento y el pensamiento de los estudiantes (López, 2011). Tal y como postula López, “Necesitamos brindar herramientas a nuestros estudiantes para que aprendan a aprender y aprendan a pensar. Es indiscutible que el conocimiento es necesario, ya que no podemos pensar sobre lo que no sabemos” (p.1). Es decir, que debemos formar hombres y mujeres competentes, al nivel de este mundo cambiante, a partir de una preparación holística, que les permita afrontar los desafíos del mundo moderno de manera autónoma y asumir retos con éxito.

De igual manera, la “Clase para Pensar” es una metodología que está orientada a integrar perspectivas contemporáneas sobre el aprendizaje orientado hacia el desarrollo del pensamiento y su meta es formar individuos que comprendan lo aprendido y lo transfieran de manera independiente a situaciones nuevas, a partir de desempeños, en la forma de investigaciones o de problemas de orden creativo, analítico, critico o práctico. (López, 2011). La Clase para Pensar propicia el uso de los procesos mentales implementados para dar solución a una situación planteada dentro de un contexto académico, así como para la creación de problemas nuevos.

En La Clase para Pensar en Matemáticas, se busca que los estudiantes comprendan que las matemáticas se constituyen en una serie de representaciones simbólicas resumida de fenómenos y situaciones del mundo. Así mismo, se compone de un conjunto de estrategias de aprendizaje que busca desarrollar una propuesta para enseñar la asignatura a través de la resolución de problemas, enfatizando en el uso de los procesos cognitivos dentro del evento (López, 2011).

En matemáticas, el desarrollo de la comprensión del fundamento del pensamiento matemático formal e informal, es fundamental. En relación con los diferentes tipos de pensamiento matemático formal, se busca facilitar el pensamiento geométrico a partir de la resolución de problemas y de los estándares y competencias específicos a las matemáticas. En este sentido, en la Clase para Pensar en Matemáticas, las lecciones están orientadas por la pregunta, la resolución de problemas y la investigación (López 2011).

3.6 LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Cuando se habla de metodologías de enseñanza que faciliten el aprendizaje de las matemáticas, sin lugar a dudas, la resolución de problemas se posiciona como una de las más investigadas, pero también se evidencia que es muy poco implementadas por los docentes en el salón de clases, y esto es quizás por la falta de formación sobre esta estrategia metodológica. Las investigaciones sobre el uso de la resolución de problemas en los ciclos de educación primaria y secundaria han confirmado la importancia de la misma en la formación de alumnos competentes en el área de las matemáticas, debido a que facilita el aprendizaje y desarrolla el pensamiento matemático. De igual manera, se considera como la mejor manera de matematizar la realidad y aprender de forma significativa los conceptos de esta área. Así lo establece la NCTM (2003), cuando recomienda abiertamente que el aprendizaje de las matemáticas se base en la resolución de problemas.

Piaget (1973) considera que la *resolución de problemas* es una actividad inherente al ser humano, que permite la asimilación de experiencias nuevas, tanto internas como externas, y simultáneamente, la acomodación de estas en función de la adaptación al medio, lo cual exige una continua actividad mental inteligente. Es así que existe un acuerdo general que acepta la idea de que el objeto principal en la educación matemática este orientada a que los alumnos aprendan matemática a través de la resolución de problemas.

Pero el término *resolución de problemas* ha sido utilizado con diversos significados que van desde lo que sabemos que son ejercicios rutinarios hasta lo que es hacer matemática de manera profesional. Inicialmente se realizó una revisión bibliográfica, para tener un concepto aproximado de lo que es un “problema”, donde se encontró que para algunos autores como Pólya (1957), un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido pero no alcanzable de forma inmediata. Según Krulik y Rudnik un problema es una situación, cuantitativa o de otra clase, a la que se enfrenta un individuo o un grupo, que requiere solución y para la cual no se vislumbra un medio o camino aparente y obvio que conduzca a la misma (como se citó en Barrientos, Cervantes y Sierra, 2014).

Por su parte Parra (1995), considera que un problema es una situación que debe ser modelada para encontrar la respuesta a una pregunta que se deriva de la misma situación. En el caso de Wallace y Johnson, en matemáticas, un problema es una situación que supone una meta para ser alcanzada donde existen obstáculos para alcanzar ese objetivo que requiere deliberación, y se parte del desconocimiento del algoritmo útil para resolver el problema. La situación es usualmente cuantitativa o requiere técnicas matemáticas para su solución, y debe ser aceptada como problema por alguien antes de que pueda ser llamado problemas (Wallace y Jonhson, 1983, p. 10., como se citó en Blanco, Cárdenas y Caballero 2015).

Es así, que un problema representa para un sujeto o grupo una actividad que requiere encontrar una solución de forma consciente, que supone retos, que es posible de ser modelado y que permite poner en juego los conocimientos previos del resolutor.

Los problemas se clasifican por la naturaleza de la solución en "abiertos" y "cerrados". Se consideran problemas cerrados aquellos que tienen una solución única, son objetivos, a veces hay un algoritmo de trabajo que garantiza la respuesta o requieren de un conocimiento específico o técnica para su solución. Los problemas abiertos son los que tienen varias posibles soluciones, son subjetivos, sólo podemos hallar su mejor respuesta, la heurística puede guiar la reflexión y requieren de una amplia gama de información. (Garret, 1995, como se citó en Barrientos, Cervantes y Sierra, 2014).

Teniendo en cuenta estas definiciones, para la investigación se toma como problema aquellas situaciones en un contexto de solución abierto, donde se invita al estudiante a encontrar una posible solución conectando sus conocimientos previos con los actuales, empleando estrategias de solución y desarrollando procesos de pensamiento.

Para el ICFES, la competencia matemática de resolución de problemas se relaciona, con la capacidad para formular problemas a partir de situaciones dentro y fuera de la matemática, desarrollar y aplicar diferentes estrategias y justificar la elección de métodos e instrumentos para la solución de problemas, justificar la pertinencia de un cálculo exacto o aproximado en la solución de un problema y lo razonable o no de una respuesta obtenida. Verificar e interpretar resultados a la luz del problema original y generalizar soluciones y estrategias para dar solución a nuevas situaciones problemas (ICFES, 2007). Al resolver problemas se aprende a matematizar la realidad, lo que es uno de los objetivos básicos para la formación de los estudiantes. Con ello aumentan su confianza, tornándose más perseverantes y creativos y mejorando su espíritu investigador, proporcionándoles un contexto en el que los conceptos pueden ser aprendidos y las capacidades desarrolladas.

Según Santos (2007) una idea fundamental de la resolución de problemas es pensar que el estudiante continuamente tiene que desarrollar diversas habilidades y utilizar diferentes estrategias en el aprendizaje de las matemáticas, los estudiantes tienen que problematizar el estudio de la disciplina. Bajo esta perspectiva, es fundamental que los estudiantes formulen preguntas al momento de resolver problemas o comprender ideas matemáticas; es en este sentido que el término problema se vincula a situaciones específicas rutinarias o no rutinarias, donde el estudiante intenta hallar una solución o soluciones, sino que también incide al aprender algún concepto matemático. El estudiante tiene que al momento de resolver un problema o al aprender un contenido, discutir ideas entorno al entendimiento de la situación o problema, utilizar representaciones, así como también estrategias cognitivas y metacognitivas, y emplear contraejemplos que le permitan avanzar, resolver o entender esa situación problema.

Se han realizado diversos intentos para desarrollar la Enseñanza de las Matemáticas por medio de la resolución de problemas como una orientación pedagógica que logre en los estudiantes un aprendizaje más significativo de esta disciplina y de su utilización dentro y fuera del sistema educativo (Fonseca & Alfaro, 2010). De esta manera, es importante señalar que el acercamiento de los estudiantes a las matemáticas, a través de situaciones problemáticas procedentes de la vida diaria, de las matemáticas y de las otras ciencias es el contexto más propicio para poner en práctica el aprendizaje activo, la inmersión de las matemáticas en la cultura, el desarrollo de procesos de pensamiento y para contribuir significativamente tanto al sentido como a la utilidad de las matemáticas. (MEN, 2004).

En consonancia con lo que menciona el Ministerio de Educación Nacional, Guzmán & Gil (1993) afirman que la enseñanza por resolución de problemas pone el énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar a un lado, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces.

En este sentido, la resolución de problemas es el medio por el cual los estudiantes pueden experimentar la potencialidad y la utilidad de las matemáticas en el mundo que les rodea. Es también un método de indagación y aplicación, integrado a través de los estándares con objeto de ofrecer un contexto sólido para el aprendizaje y la aplicación de saber y fomentar la motivación para el desarrollo de los conceptos. (NCTM, 2003).

Es de anotar que el uso de la Resolución de Problemas como estrategia metodológica para la enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, ha venido evolucionando desde Pólya con su análisis de estrategias heurísticas de solución, hasta el estudio de elementos cognitivos más complejos con Schoenfeld, Brousseau, Lesh entre otros.

La resolución de problemas, haciendo referencia al trabajo realizado por Pólya quien reformuló, extendió e ilustro diferentes ideas matemáticas que pudieran ser comprendidas y empleadas por los profesores, se puede ver en el currículo de la escuela de una manera más profunda y comprensiva como un arte. Desde la antigüedad, matemáticos como Euclides, Papus, Descartes y otros, discutieron métodos y reglas en matemáticas, pero sus ideas nunca se enfocaron en el currículo de la escuela (D'Ambrosio, 2005 como se citó en Barrientos, Cervantes y Sierra, 2014).

Ahora bien, la enseñanza de las matemáticas, desde la experiencia en el salón de clases se lleva a cabo más desde la instrucción, la memorización y lo expositivo, donde se toma la resolución de problemas como una simple ejercitación de lo aprendido directamente o una práctica que no promueve la motivación, el descubrimiento, recreación ni la construcción del conocimiento. Es así que esta investigación pretende utilizar la resolución de problemas como una estrategia para construir conocimiento, donde el estudiante a través de la manipulación, la comunicación y la exploración de experiencias obtenidas de su contexto, le dan significado a sus aprendizajes. Así mismo, se mirará la resolución de problemas desde la perspectiva de Santos (1997) quien se refiere a la resolución de problemas como una forma de pensar, donde alumnos y profesores resuelven, contrastan diferentes forma de representaciones, reconocen y justifican sus respuestas, formulan conjeturas, desarrollan estrategias, recursos y la constante necesidad de reflexionar sobre el propio proceso de construcción del conocimiento (como se citó en García, 2013).

La resolución de problemas tiene énfasis en los procesos de pensamiento, en la investigación de Fernández, Tarraga, & Colomer (2012), se analizan cuáles de los procesos cognitivos y metacognitivos están más relacionados con la resolución de problemas matemáticos y a través de un diseño correlacional obtienen como resultado que las variables como la Inteligencia ($r = .53$; $p < .01$), la Comprensión Lectora ($r = .53$; $p < .01$), las Operaciones Aritméticas ($r = .75$; $p< .01$) y la Memoria de Trabajo ($r = .57$; $p < .01$) están asociadas muy estrechamente con la medida de Resolución de Problemas Matemáticos. Estos investigadores consideran que los programas de intervención para mejorar la solución de problemas matemáticos en los que el cálculo este dentro de dicho entrenamiento, logran una mejora y un aprendizaje significativo de los procesos de solución de problemas, mediante la comprensión de los enunciados y la planificación de soluciones. Al igual que la actual investigación, que busca establecer la incidencia que tiene en aprendizaje de los estudiantes la resolución de problemas y de qué manera contribuye a mejorar los procesos de resolución de problemas geométrico-métrico.

3.7 LOS PROCESOS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Numerosas investigaciones en el campo de la resolución de problemas muestran la importancia de disponer de un conjunto de estrategias generales o heurísticas que permitan guiar el accionar y superar las dificultades que se van dando al momento de solucionar un problema en matemáticas. En las revisiones realizadas sobre la resolución de problemas se han encontrado diferentes aportaciones de autores que sugieren la implementación de estas estrategias, como se puede constatar en las investigaciones de Pólya (1957), Schoenfeld (1980). Así mismo en las investigaciones de Carrillo (1996), Santos (2007) y Caballero (2013). Para Cerdán & Puig. (1988), plantean sobre el proceso de resolución de problemas: La actividad mental desplegada por el resolutor desde el momento en que, siéndole presentado un problema, asume que lo que tiene delante es un problema y quiere resolverlo, hasta que da por acabada la tarea (como se citó en Cobo, 1998). Es necesario que los estudiantes tengan frecuentemente oportunidades de planear, explorar y resolver problemas que requieran un esfuerzo significativo, esto permitirá desarrollar destrezas y buenas herramientas que les permitan resolver situaciones de forma correcta.

En este sentido, Pólya propuso una serie de heurísticos como modelo para resolver cualquier tipo de problema, cuyas estrategias contemplan: 1) Comprender el problema; 2) planificar la resolución; 3) llevar a cabo el plan; 4) y revisar el proceso de solución (Pólya, 1957). Por su parte, Pozo y Postigo, (1993), señalan que en la resolución de problemas se pueden distinguir cinco tipos de procedimientos: 1) Adquisición de la información; 2) Interpretación de la información; 3) Análisis de la información y realización de inferencias; 4) Comprensión y organización conceptual de la información; y 5) Comunicación de la información. En el caso de Schoenfeld (1980), plantea que algunos elementos esenciales al momento de resolver un problema o el aprendizaje de cualquier concepto incluyen el análisis, la exploración y la verificación de la solución. En las diferentes propuestas se sugieren una serie de heurísticos para cada una de las fases, que pueden servir de guía en el proceso de resolver el problema puesto que ayudan al resolutor a aproximarse y comprenderlo y a ordenar eficientemente sus recursos para resolverlo (Carrillo, 1996; Santos, 2007., como se citó en Blanco, Cárdenas y Caballero 2015),

La presente investigación emplea los procesos de resolución de problemas, en este caso los geométricos planteados por Rada, Tafur, & Varela (2013), que se encuentran basados en los procesos plateados por López, Noriega & Ospino (2007), los cuales son:

- **Exploración**: Es el proceso en el cual el estudiante integra la activación del conocimiento previo en torno a los contenidos, problemas similares y estrategias de solución de los mismos.
- **Lectura atenta**: Es lectura clara de la situación problema, donde se identifican los distintos elementos de mayor relevancia en el problema. Incluye: a. Comprensión del problema desde el recuento del mismo, b. Identificación de los datos que suministra el problema; y c. La identificación de variables desconocidas, o los valores que se deben hallar para dar respuesta al problema.

- **Visualización**: Es el proceso por medio del cual se obtienen conclusiones a partir de las representaciones de los objetos bi o tridimensionales y de las relaciones o transformaciones observadas en construcciones o manipulaciones; en él se pueden identificar diferentes tipos de visualización, de acuerdo a la evolución que tiene el individuo en la forma de apreciar los objetos. Estos son: a. Percepción visual global, se caracteriza porque mira la forma total de la imagen relacionándola con formas prototípicas (exploración), de acuerdo a su aspecto físico y no a sus partes o propiedades. Este proceso no se da si se le da al estudiante el gráfico del problema b. Percepción de elementos constitutivos, es posterior al nivel de percepción global, se destaca porque permite identificar los elementos de una misma dimensión o dimensiones inferiores que constituyen una figura geométrica y relacionarlos entre sí, a partir de un enunciado que describa las relaciones. Esto permite diferenciar entre un dibujo y una figura geométrica. En imágenes complejas se potencia la percepción a partir de la identificación de la complementariedad y el solapamiento
- **Adquisición de Nueva Información**: Consiste en la relectura del texto después de que ha sido leído completamente y recolección de información previamente no tenida en cuenta que puede partir de allí o del análisis realizado después de llevar a cabo la visualización.
- **Traducción**: Es la expresión en términos geométricos de los elementos (datos, incógnitas, constantes, variables, símbolos y relaciones) que resultan del proceso de visualización del problema. Esto permite transformar el discurso de una argumentación informal, que se apoya en la visualización y por tanto es de carácter descriptivo, en uno formal; que son muestras del proceso de justificación inmerso

en la traducción. Incluye: a. Implementar un lenguaje matemático para diferenciar los datos de la (s) variable (s) desconocida (s) y expresar las conclusiones sacadas de la visualización; y b. Plantear expresiones matemáticas que relacionen los datos con las variables desconocidas.

- **Implementación:** Después de llevar a cabo los procesos anteriores de lectura atenta, visualización y traducción, se realizan los cálculos y procedimientos que conllevan a la solución e interpretación del interrogante planteado en el problema.
- **Monitoreo Local**: En términos generales, hace referencia al momento en el que el estudiante cuando soluciona el problema, se involucra en actividades de toma de decisiones y autorregulación, es decir, si el estudiante chequeó o verificó lo que estaba haciendo, lo expresado en otras palabras, monitoreo del progreso o de la estrategia. Incluye el mejoramiento de la estrategia o estrategia remedial, si hubo corrección durante el proceso.
- **Verificación de la solución:** Es un chequeo o verificación de los procesos desarrollados orientado hacia la comprobación de la validez de la solución del problema. En este se evalúan los resultados y cálculos y en caso de encontrar deficiencias o errores, se plantean procedimientos alternativos para la solución óptima de la situación problema.

Dentro de las investigaciones que apuntan a los procesos de resolución de problemas se encuentra la de López(2011), López, Noriega y Ospino (2007), en sus investigaciones determinaron el efecto del programa de formación docente “Enseñando a Pensar” sobre los procesos de resolución de problemas geométricos empleados por los estudiantes, con un diseño cuasi-experimental, con muestreo intencional que incluyó 432 estudiantes pertenecientes a colegios de estratos socioeconómico 1 y 2, utilizando como instrumentos el formato de entrevista flexible semiestructurada para geometría-FEFG, adaptado del formato de López (2011). Los datos arrojados por los instrumentos y analizados a través de estadísticos permitieron encontrar diferencias significativas en el uso de los procesos de Visualización {(M=.63, DS=.453) (M=1.00, DS=.000) f= 140.190, gl=1, $p<0.001$}, Adquisición de Nueva Información {(M=.76, DS=.426) (M=1.00, DS=.000) f= 66.146, gl=1, $p<0.001$}, Monitoreo Local {(M=.09, DS=.197) (M=.50, DS=.000) f= 913.425, gl=1, $p<0.010$}, Verificación de la Solución {(M=.34, DS=.232) (M=.50, DS=.034) f= 91.397, gl=1, $p<0.001$} reafirmando que el programa de formación docente "Enseñando a Pensar" obtuvo un efecto significativo sobre los procesos de resolución de problemas. La investigación de López, López, Noriega, Ospino & Camargo, (S.P), aplica un programa de intervención docente, en este caso un módulo y el efecto que produce este, sobre el acceso de los procesos de resolución de problemas geométricos y la presente investigación busca determinar el efecto que tiene los procesos de resolución de problemas sobre los conocimientos geométricos – métricos de los estudiantes.

De la misma manera, López, Noriega, y Ospino (2007), en su investigación determinaron el efecto del programa de formación de docentes "Enseñando a Pensar", en torno al Conocimiento del Contenido Pedagógico y la Práctica en la Enseñanza de la Geometría. Con un diseño cuasi-experimental, con muestreo intencional que incluyó 36 docentes de instituciones educativas de Santa Marta y Barranquilla que enseñan en los grados de 6° a 9° y utilizando para la recogida de datos un cuestionario sobre Conocimiento del Contenido Pedagógico en lo referente a los procesos y estrategias para la resolución de problemas geométricos y el Formato de observación de Clase para Pensar específica para la resolución de problemas geométricos, validados por jueces expertos y siendo este una adaptación para la geometría que extiende el formato de la Entrevista Flexible diseñado por López (2011), los investigadores encontraron que según los resultados obtenidos, luego de analizar los datos con un Análisis de Varianza de un factor (ANOVA), un efecto de manera positiva del programa de Formación de Docentes “Enseñando a Pensar” sobre el Conocimiento del Contenido Pedagógico de los profesores pertenecientes al grupo experimental aumentando el desarrollo y uso de los Procesos de Resolución de problemas como Lectura Atenta (Mexp =27.50; Mcont = 9.50; Z= -5.916, $p<0.001$), en el Proceso de Visualización (Mexp =27.50; Mcont = 9.50; Z= -5.916, $p<0.001$), en el Proceso de Adquisición de Nueva Información (Mexp =26.50; Mcont = 10.50; Z= -5.292, $p<0.001$), en el Proceso de >Traducción (Mexp =27.50; Mcont = 9.50; Z= 5.916, $p<0.001$), en el Proceso de Monitoreo Local (Mexp =26.00; Mcont = 11.00, Z= -5.000, $p<0.001$), en el Proceso de Verificación de la Solución (Mexp =26.50; Mcont = 10.50; Z = -5.292, $p<0.001$). Esta investigación con la actual evalúan el efecto de los procesos de resolución de problemas geométricos en los estudiantes.

Apoyando la investigación anterior, se encontró que Rada, Tafur, & Varela (2013), en su investigación determinaron sobre el efecto de la formación docente en “Clase para Pensar” mediado por Cabri sobre los procesos y estrategias en la resolución de problemas geométricos y su éxito, a través de un diseño cuasi-experimental, con una muestra de 60 estudiantes de cuarto grado de primaria de Instituciones educativas públicas del municipio de Ciénaga (Magdalena), utilizando como instrumento para la toma de datos el Formato de entrevista flexible semiestructurada para la resolución de problemas geométricos adaptado para niños de cuarto grado de básica primaria de López, Noriega & Ospino (2007). Datos que fueron analizados por medio del Test de ANOVA y una prueba T de Student, encontrando que antes de implementar el programa de formación de docentes “Clase Para

Pensar" los estudiantes de ambos grupos iniciaron con diferencias significativas en los procesos de Lectura Atenta (Mexp = 0,29, Mcont=0,58, F=6,579, gl=1, p<0.050), Adquisición de nueva información (M exp =0,10, M cont =0,50, F=13.647, gl=1, p<0.001), e Implementación de cálculos (M exp = 0,13, M cont =0,50, F=10.666, gl=1, p<0.010), presentando los estudiantes del grupo control medias más altas que los del grupo experimental. Después de la implementación del programa de formación Clase Para Pensar se observó que los estudiantes de ambos grupos presentaron diferencias significativas en los procesos de Visualización (M exp =0,74, M cont 62 =0,30, F=29.706, gl=1, p<0.001); y Traducción (M exp = 0,30, M cont = 0,03, F=10.728, gl=1, p<0.010), demostrando así que luego de la implementación del programa "Clase para Pensar" utilizando el software geométrico Cabri, los docentes lograron hacer su enseñanza de la geometría más significativa y llevaron a sus estudiantes a desarrollar y utilizar los procesos de pensamiento geométricos como visualización, percepción visual y traducción.

3.8 ESTRATEGIAS EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN GEOMETRÍA

De la misma manera en que se establecen procesos para resolver los problemas, se dan estrategias que permiten solucionarlos. Los estudiantes al momento de resolver un problema de tipo geométrico emplean diferentes estrategias dependiendo de las características del problema a solucionar. Para Rico (1995) citado por Sánchez (2013), una estrategia es cualquier procedimiento o regla para obtener una conclusión o responder a una cuestión (resolución de problemas) haciendo uso de relaciones y conceptos, generales o específicos de una determinada estructura conceptual. Es así que Kantowski (1997), realiza un estudio orientado a determinar los procesos involucrados en la resolución de problemas en Geometría. En este estudio, realizado con 8 estudiantes de noveno grado de una escuela privada en Atlanta, aplicó un pre test y un pos test; a lo largo del proceso de formación y entrenamiento en métodos heurísticos para resolver problemas e instrucciones en geometría empleando técnicas heurísticas, encontró que la mayoría de los estudiantes aplicaban nuevas técnicas en el pos test para resolver problemas. También la evidencia indicó que al desarrollar habilidades para resolver problemas, les permitió utilizar métodos más racionales, dejando de lado la escogencia de soluciones no pertinente y el uso de la estrategia de ensayo y error. Lo anterior representa un gran acercamiento a las estrategias que permiten resolver problemas de tipo geométrico.

En otras investigaciones sobre estas estrategias para resolver problemas geométricos se encuentra la de Alsina, Fortuny & Pérez (1997), el proceso de resolución de problemas implica para el estudiante un análisis de las situaciones enfocado al desarrollo de estrategias que permitan llegar a su solución. (Como se citó en López, Noriega & Ospino (2007). Para ello existen además de las estrategias emocionales (de Guzmán, 1991, como se citó en Alsina, Fortuna y Pérez, 1997), otras estrategias conocidas como estrategias técnicas para resolver problemas de Geometría, que para el caso de la presente investigación, se presentan aquellas consideradas con mayor relevancia para la temática; estas son:

- Estrategias del tanteo: consiste en la búsqueda a priori del camino correcto para la solución del problema, es conocida generalmente como ensayo y error.
- Suponer el problema resuelto: consiste en suponer que la solución al problema se ha encontrado, procediendo incluso a realizar un gráfico que resolvería la cuestión planteada. Luego por marcha atrás utilizando condiciones ya conocidas se intenta hallar argumentos que permitan pasar de los datos a condiciones iniciales de la solución final.

- Considerar casos más simples: se trata de disminuir la dificultad del problema considerando casos particulares, o ejemplos más simples, o casos más conocidos que permiten enfrentar el problema. entonces a partir de allí se da una luz para la solución del caso más complejo.
- Elección de una notación simple y un lenguaje convencional: Consiste en escoger un lenguaje conveniente, es decir elegir una notación adecuada y un lenguaje claro de desarrollo.
- Repetir la figura: Consiste en disponer de dos copias idénticas de la figura que se pretende estudiar ya sean dadas o construidas permiten visualizar de mejor manera la forma de solucionar el problema (cortar, doble, superponer parcialmente, intersecar, etc.)
- El método de los dos caminos: Consiste en expresar el problema dado por medio de dos expresiones algebraicas iguales.
- Disección: Consiste en dividir figuras en figuras más simples de forma que el estudio de estas partes permita sacar conclusiones o resultados sobre las figuras iniciales. El método resulta especialmente brillante en cálculos de longitudes, áreas, volúmenes, etc.

De manera general, las estrategias de resolución de problemas permiten encontrar la solución de problemas de manera exitosa, facilitando en los estudiantes el razonamiento matemático y una actitud positiva hacia el área de las matemáticas.

4. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Alrededor de las matemáticas siempre ha estado la necesidad de implementar metodologías o técnicas de enseñanza orientadas a mejorar los desempeños de los estudiantes en el área, esta necesidad basada en las exigencias del mundo moderno, reitera la importancia de vincular el conocimiento matemático, al contexto del individuo de tal manera que éste pueda implementarlo en la toma de decisiones y en la solución de problemas contextuales. Es así que en el currículo en matemáticas, Colombia enfatiza en el desarrollo de competencias, para lo cual la resolución de problemas en diversos contextos se considera un elemento esencial. Pero históricamente los resultados de los alumnos en las distintas pruebas internacionales (SERCE, TIMSS y PISA) y nacionales (SABER) señalan bajos desempeños de los estudiantes en el área e invitan a dar una mirada crítica y constructiva a lo que realmente se enseña y como se enseña, quedando en evidencia la necesidad de adoptar estrategias que permitan mejorar este panorama.

En la prueba SERCE (2008), los puntajes promedios obtenidos por los estudiantes de 6°, en relación al área de matemáticas, muestran que Colombia obtuvo un promedio de 492,71, quedando por debajo de países como Chile con 517,31 y Brasil con 499,42. Así mismo los resultados de las prueba TIMSS (2007) realizada a estudiantes de 8°, reveló que Colombia en el área de matemáticas, obtuvo un promedio de 380, significativamente inferior al promedio TIMSS (500 puntos), donde el 61% de los estudiantes tuvieron logros inferiores a los establecidos y ninguno se ubicó en el nivel avanzado. Desde el año 1995 al 2007 en esta prueba, Colombia ha mostrado mayor incremento en esta área en relación a otros países participantes, pero aún sigue estando por debajo del promedio TIMSS, lo cual sugiere continuar en un trabajo que permita superar este promedio (ICFES 2010). De la misma manera, los resultados que arrojaron las pruebas PISA 2009 y 2012, para Colombia no fueron muy agradables. Para el año 2009, la puntuación promedio fue de 430; un 71% de alumnos se situaron en los niveles 1 y 2 y nuevamente no se encontraron alumnos en el nivel más alto (LLECE, 2014) y para el año 2012, donde se incluyen por primera vez en la prueba de matemáticas, situaciones que retaban a los estudiantes a identificar estrategias para resolver problemas que pueden presentarse en su cotidianidad en cualquier contexto, estudiantes colombianos ocuparon uno de los últimos lugares en esta categoría, poniendo además de manifiesto que el estudiante colombiano en promedio de edades de 15 años, tienen un rezago de más de dos años de escolaridad en comparación a estudiantes de otros países en habilidades matemáticas, es decir, que la mayoría de los alumnos ni siquiera han desarrollado la competencias mínimas necesarias para desempeñarse en las sociedades contemporáneas (Documento Colombia Digital, 2014).

Con relación a las pruebas internas SABER 5° y 9°, 2005, las principales dificultades en el área de matemáticas, estuvieron en las competencias para operar los conceptos y procedimientos relacionados con el espacio y con las magnitudes (longitud, área, volumen, capacidad, masa). En cuanto a los niveles de desempeño relativos al año 2014 se dio un movimiento de estudiantes del nivel de desempeño mínimo al insuficiente, lo cual indica que hubo un retroceso y que aumentó el porcentaje de estudiantes que no supera las pregunta de menor complejidad de la prueba de matemáticas (MEN, 2014). Igualmente, en este informe se establece que al finalizar la básica secundaria, una proporción muy baja de estudiantes se ubica en el nivel avanzado, donde sólo 3 de cada 100 estudiantes son capaces dentro de otros aspectos a considerar en este nivel y en relación al componente geométrico - métrico, *hallar áreas y volúmenes a través de descomposiciones y recubrimientos*.

A nivel local, en los resultados de la prueba SABER 9°, realizada en el año 2015, se encontró que el Departamento de Bolívar presenta bajos desempeños en el área de matemáticas y en lo que respecta a la institución educativa donde se llevó acabó esta investigación, se encontró que está por debajo de la media nacional. El mismo informe señala que en comparación con los establecimientos educativos con puntajes promedios similares en el área y grado, este establecimiento es relativamente muy débil en el componente geométrico-métrico, así como también en representación y modelación.

Si bien es cierto que a nivel nacional se han venido implementando programas encaminados a mejorar el desempeño de los estudiantes en el área de las matemáticas, la forma tradicional como aún se siguen desarrollando las clases, la falta de contextualización de los aprendizajes del área, entre otros aspectos hacen suponer que es necesario aumentar estos esfuerzos. En relación a la enseñanza de la geometría, vemos que la falta de un currículo coherente para su enseñanza que vaya desde el preescolar hasta el undécimo grado, la falta de material didáctico para apoyar la enseñanza del área, la baja intensidad horaria para su desarrollo y la poca preparación del docente representan factores que ponen en riesgo mejorar los desempeños en esta área.

Dentro de los aspectos que mayor relevancia tiene el currículo de matemáticas con relación a geometría, encontramos que, según un estudio exploratorio sobre la enseñanza de contenidos geométricos y de medición en secundaria, realizado por Pérez y Guillen (2007), los contenidos de medición son los que más se imparten o los que más se impartirían. Los datos obtenidos en este estudio también permitieron establecer que dentro de estos contenidos, la mayoría de los profesores considera imprescindible determinar cuantitativamente el perímetro, el área y el volumen de las figuras planas y espaciales, principalmente usando fórmulas. Vemos entonces que a pesar de que el acto de medir ocupa gran parte del currículo y está involucrado en la mayoría de las situaciones que puede enfrentar un individuo en su vida cotidiana, la forma como viene siendo abordado en el salón de clases, trae consigo dificultades en la apropiación de conceptos básicos e importantes como lo es el perímetro y el área de superficies, y le resta la posibilidad al estudiante de relacionar estos conceptos con situaciones contextuales que le permitan dar sentido a sus aprendizajes.

Es así que nos formulamos la siguiente pregunta **¿Cuál es el efecto de la resolución de problemas sobre la conservación del perímetro y del área en un grupo de estudiantes de octavo grado?**

5. OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN

5.1 OBJETIVO GENERAL

Determinar el efecto de la resolución de problemas sobre la conservación del perímetro y del área en un grupo de estudiantes de octavo gravo.

5.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Determinar el efecto de la resolución de problemas sobre la conservación del perímetro.
2. Determinar el efecto de la resolución de problemas sobre la conservación del área.
3. Analizar en algunos estudiantes los procesos que ponen en manifiesto al resolver problemas asociados a la conservación de perímetro y área.
4. Determinar la valoración que hacen los estudiantes acerca de la metodología.

6. HIPOTESIS

H_{O1}: No habrá efecto de la resolución de problemas sobre la conservación de perímetro.

H_{11}: Habrá efecto de la resolución de problemas sobre la conservación de perímetro.

H_{O2}: No habrá efecto de la resolución de problemas sobre la conservación de área.

H_{12}: Habrá efecto de la resolución de problemas sobre la conservación de área.

7. METODOLOGÍA

7.1 ENFOQUE DE INVESTIGACIÓN

La presente investigación se sustenta en el enfoque cuantitativo – explicativo, para establecer el efecto de la resolución de problemas sobre la conservación de perímetro y de área. El enfoque cuantitativo según Hernández, Fernández y Baptista (2010), utiliza la recolección de datos para probar hipótesis basado en la medición numérica y el análisis estadístico, con el fin de establecer pautas de comportamiento y probar teorías. Este es un enfoque riguroso, que facilita el orden secuencial en el proceso de investigación. Así mismo, este es un estudio de carácter explicativo, cuyo propósito es establecer la relación entre dos variables a partir de la medición controlada y objetiva de las mismas, partiendo de una pregunta problema y unas hipótesis que pueden ser probadas, con el propósito de dar sentido al fenómeno al cual hacemos referencia.

7.2 DISEÑO

El diseño en esta investigación es el diseño cuasi – experimental, es así que se manipula una variable independiente para establecer el efecto y relación con una o más variables dependientes. Se tomaron dos grupos para realizar comparaciones, estos estaban plenamente constituidos antes del experimento y no se realizó ningún tipo de selección aleatoria. A estos grupos se les realizaron observaciones antes y después de la intervención o experimento. Uno de los grupos es el grupo experimental, que además recibe un estímulo experimental y se expone a la variable independiente y el otro es el grupo control, en el que está ausente esta variable independiente.

7.3 POBLACIÓN Y MUESTRA

En esta investigación la población la constituyen los 50 estudiantes de 8° de Educación Básica Secundaria de la Institución Educativa Técnica Agropecuaria José Antonio Galán, y la muestra está constituida por 37 estudiantes, repartidos en dos grupos; uno experimental con 15 estudiantes y otro control con 22. La muestra fue seleccionada a partir de un muestro probabilístico no intencional y por criterio, se tuvieron en cuenta para la aplicación de los instrumentos, aquellos estudiantes que asistieron regularmente a las clases durante el experimento (grupo experimental) y que además, realizaran el cuestionario inicial (pre-test) y el cuestionario final (post-test), tanto en el grupo control como en el experimental.

7.4 DEFINICIÓN DE VARIABLES

- **Variable Independiente**: Resolución de problemas
- **Variables dependientes**: Conservación de área y Conservación de perímetro

7.4.1 Definición conceptual

Resolución de problemas

López (2011) plantea que es una actividad de pensamiento propia del ser humano, a través de la cual se da la asimilación y acomodación de experiencias, en función de la adaptación al medio que se presente.

Procesos cognitivos en el aprendizaje de la geometría

El aprendizaje de la geometría se reconoce como un proceso complejo donde se desarrollan a su vez procesos cognitivos. El MEN (2004), citando a Clemens y Batista (1992) reconoce como procesos en geometría la visualización y la justificación, dos procesos que presentan dificultades en el aprendizaje de la geometría, por su articulación. Se encuentran dos tipos de discursos, el natural el cual se emplea en los diversos campos de la actividad humana y el discurso deductivo el cual constituye el discurso geométrico. Diferenciar entre estos dos tipos de discursos es fundamental ya que el discurso natural es aceptado en matemática y en otras ocasiones no. Este hecho puede provocar dificultades en los estudiantes, que no alcanzan a apreciar la diferencia de la organización de una justificación deductiva, puesto que es asimilable a cualquier otro argumento del lenguaje natural. (MEN 2004)

El aprendizaje geométrico debe ir ganando discursiva en su razonamiento para ir adquiriendo precisión, perfeccionando el lenguaje geométrico; introduciendo, además, argumentaciones lógicas para permitir el acceso a las estructuras deductivas. Esto permite transformar el discurso de una argumentación informal que se apoya en la visualización y por tanto es de carácter descriptivo, a una organización discursiva formal que encadena proposiciones usando reglas lógicas, en este proceso es indispensable referirse a definiciones y teoremas. Se puede concluir entonces, que existe una brecha entre la argumentación informal apoyada por la visualización y la justificación informal en el discurso teórico, pero ésta puede cerrarse en la medida en que se realicen conexiones entre los procesos de visualización y justificación, pues se brinda la posibilidad de explicar, comprender y argumentar.

Procesos para la resolución de problemas de geometría

El aprendizaje de la geometría se reconoce como un proceso complejo donde se desarrollan a su vez procesos cognitivos. Los procesos que se establecen como punto de análisis dentro de la investigación que vienen realizando Pérez, Rada, Tafur & Varela, toma como base la investigación de López, Noriega & Ospino (2007), quienes hacen una combinación de autores como López (2011), Alsina, Burgues & Fortuny (1997) y los planteamientos de Duval (1999, citado en MEN, 2004), quienes establecen diversos procesos para llevar a cabo la resolución de problemas, tanto a nivel de matemáticas como de la geometría. Los autores mencionados a su vez, durante su proceso investigativo se basaron en otras investigaciones como las realizadas por Pólya (1957), Schoenfeld (1980), Lawson & Rice (1987), de donde se establecen los siguientes procesos en geometría, que se llevan a cabo al momento de resolver problemas:

1. Exploración
2. Lectura atenta.
3. Visualización.
    a. Percepción visual global.
    b. Percepción de elementos constitutivos.
    c. Operativo de percepción visual.
4. Adquisición de nueva información.
5. Traducción.
6. Implementación.
7. Monitoreo local.
8. Verificación de la solución.

Estrategias de resolución de problemas en geometría

De la misma manera en que se establecen procesos para resolver los problemas, se dan estrategias que permiten solucionarlos. Para Alsina, Fortuny y Pérez (1997), citados por López, Noriega & Ospino (2007), el proceso de resolución de problemas implica para el estudiante un análisis de las situaciones enfocado al desarrollo de estrategias que permitan llegar a su solución. Para ello existen además de las estrategias emocionales (de Guzmán, 1991, citado en Alsina, Fortuna y Pérez, 1997), otras estrategias conocidas como estrategias técnicas para resolver problemas de Geometría, que para el caso de la presente investigación, se presentan aquellas consideradas con mayor relevancia para la temática; estas son:

1. Estrategia del tanteo.(ensayo – error)
2. Estrategia de suponer el problema resuelto.
3. Estrategia de considerar casos más simples.
4. Estrategia de elección de una notación simple y un lenguaje conveniente.
5. Estrategia de repetir la figura.
6. Estrategia del método de los dos caminos.
7. Estrategia de disección.

Conservación de área

Según Piaget, Hingelder & Szeminzka (1948) por *conservación del área* se entiende que un área completa- que está compuesta por sub-áreas dispuestas de cierta forma- permanece invariante a pesar de la reestructuración o transformación de sus partes.

Conservación de perímetro

A partir de los trabajos de Piaget, J., Inhelder, B. y Szeminska, A. (1948) sobre conservación de la longitud, se entiende *conservación de perímetro* como la invariancia del valor del perímetro de una figura frente a reestructuraciones de la misma.

7.4.2 Definición Operacional

Resolución de problemas

Los procesos de resolución de problemas se evalúan mediante una entrevista flexible semiestructurada donde se evidencia la presencia o ausencia de los procesos cognitivos (Exploración, Comprensión, Adquisición de Nueva Información, Análisis e

Implementación) y metacognitivos (Planeación, Monitoreo Local y Monitoreo Global), (López, 2011).

Conservación de área y perímetro

La conservación del área y perímetro se evalúan mediante una cuestionario diseñado a partir de los conceptos de área y perímetro (Rojas, 2010) y sugerencias didácticas para la aproximación hacia los mismos (D'amore & Fandiño, 2009).

7.5 CONTROL DE VARIABLES

Para este este estudio se tuvo en cuenta el siguiente control de variables.

Tabla 1: Control de la variable población

POBLACIÓN		
¿QUÉ?	**¿CÓMO?**	**¿POR QUÉ?**
Nivel	Seleccionando estudiantes que estaban matriculados en octavo grado de Educación Básica Secundaria.	El objetivo de investigación apunta al conocimiento geométrico propio de este nivel.
Perfil	Seleccionando estudiantes matriculados en una Institución Educativa de carácter Técnica Agropecuaria, oficial del sector rural.	Implementación de manera inmediata de los objetivos trazados.
Lugar de residencia	Seleccionando estudiantes matriculados en una institución educativa oficial del sector rural en el departamento del Bolívar.	Existe homogeneidad teniendo en cuenta el contexto cultural.
Género	Seleccionando sujetos que están en una institución educativa mixta oficial del sector rural.	No es el objeto de investigación.

Tabla 2: Control de la variable investigadores.

INVESTIGADORAS		
¿QUÉ?	**¿CÓMO?**	**¿POR QUÉ?**
Elaboración de instrumento.	Las investigadoras recibieron formación para la construcción de los instrumentos.	La validez interna de una investigación depende de la adecuada construcción del instrumento con el cual se va a recolectar la información deseada (Hernández, Fernández y Baptista, 2010).
Conocimiento y manejo de las técnicas e instrumentos de recolección de información.	Las investigadoras participaron de jornadas de formación para el manejo y uso adecuado de los instrumentos.	El uso correcto de los instrumentos, de acuerdo a sus normas específicas, confiere homogeneidad y validez en los resultados (Hernández, Fernández y Baptista, 2010)

Tabla 3: Control de la variable instrumentos.

QUÉ	CÓMO	RESULTADOS
Confiabilidad del cuestionario sobre conservación de área y perímetro.	La confiabilidad de este cuestionario se estableció empleando el Alfa de Cronbach, consistente en determinar la consistencia interna de los instrumentos test y post-test, diseñados bajo los mismos parámetros y aplicados a los mismos individuos.	Los resultados demuestran que el instrumento en general tiene una buena consistencia interna. Coeficiente de Alpha de Cronbach de 0,834034438**.** (Ver Anexo I.)
Validez del cuestionario sobre conservación de área y perímetro.	Se aplicó la validez del contenido, solicitando la opinión de tres jueces expertos a quienes se les pidió evaluar cada ítem teniendo en cuenta los siguientes aspectos: 1) Pertinencia, 2) Claridad, 3) Precisión, 4) Lenguaje, 5) Metodología.	La evaluación desarrollada por los jueces acerca de la validez del contenido del cuestionario muestra que los ítems son pertinentes a los procesos y estrategias. Con respecto a la validez del constructo, muestra que las preguntas están} bien estructuradas. (Ver Anexo G).
La validez de los problemas empleados en la entrevista flexible semi-estructurada, orientados a establecer los procesos y estrategias para la resolución de problemas geométricos – métricos.	Se aplicó la validez del contenido, solicitando la opinión de tres jueces expertos a quienes se les pidió evaluar cada ítem teniendo en cuenta los siguientes aspectos: 1) Pertinencia, 2) Claridad, 3) Precisión, 4) Lenguaje, 5) Metodología	La evaluación desarrollada por los jueces acerca de la validez del contenido muestra que los problemas son pertinentes y claras, con respecto a la validez del constructo, muestra que las preguntas están bien estructuradas (Ver Anexo H.)

7.5.1 Variables no controladas

Tabla 4. Variable no controlada población

¿QUÉ?	**¿POR QUÉ?**
Motivación de los estudiantes hacia la asignatura.	Los objetivos de investigación son independiente del estado emocional de los estudiantes
Calendario académico institucional	Se escogieron los estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa Técnica Agropecuaria José Antonio Galán en el corregimiento de Hatoviejo, Bolívar.
Imprevistos y calamidades en la comunidad	La población está sujeta a variaciones en las condiciones climáticas y de servicios públicos.
Sexo	La población escogida pertenece a una institución Educativa mixta de carácter oficial, en el sector rural.
Edad	Las edades varían entre los 13 y 16, los estudiantes se escogieron teniendo en cuenta que estuvieran cursan el octavo grado de Educación Básica Secundaria, la institución es única en la comunidad y debe cumplir con las políticas de cobertura estipuladas por la secretaria de educación departamental.

7.6 TÉCNICAS

Entrevista

Es un recurso que permite recolectar información por medio de preguntas que se plantean en forma directa, es decir, personalmente y oral, a cada uno de los sujetos de la muestra seleccionada. Esta técnica permite crear un ambiente de confianza y, a partir de una buena actitud del entrevistador se puede obtener información amplia y veraz. Para nuestro caso, se empleó la entrevista flexible semiestructura, que es una herramienta que permite, a partir de un diálogo con los estudiantes, evaluar los procesos y estrategias que se utilizan al resolver un problema de tipo geométrico (López, 2011).

Cuestionario

El cuestionario es un instrumento constituido por una serie de preguntas que permite obtener información de los individuos que son interrogados. Además permite dar instrucciones por escrito a los participantes. Se elaboró un cuestionario de forma mixta, que incluía tres posibilidades de respuesta, dentro de las cuales el alumno seleccionaba la que considera correcta y posteriormente agregar una breve explicación o aclaración de esta respuesta.

7.7 INSTRUMENTOS

7.7.1 Cuestionario de conocimientos sobre conservación de área y perímetro.

El cuestionario buscaba medir el conocimiento de los estudiantes en relación a los conceptos de conservación de área y perímetro. Se elaboraron dos cuestionarios, uno pre test y otro post test, que constaban de 10 ítems cada uno, de los cuales 5 estaban relacionados a la conservación del perímetro y los 5 restantes con a la conservación del área. Para cada pregunta se pedía una razón que justificara la respuesta. Cada pregunta se puntuaba como 0 si no respondía correctamente y no justificaba, 1 si respondía correctamente pero no justificaba correctamente y 2 si respondía y justificaba correctamente. Los ítems fueron variando en dificultad. Para el área se consideró como unidad cuadrada un cuadrado de lado ***l*** y un triángulo de base y altura ***l***, diagonal $\sqrt{2}$ ***l*** y $\sqrt{5}$ ***l***, así mismo para los ítems relacionados con perímetro se tuvo en cuenta el lado de un cuadro ***l*** y diagonales $\sqrt{2}$ ***l*** y $\sqrt{5}$ ***l.*** Las preguntas se elaboraron manteniendo una relación entre cada ítem, cuidando que el enunciado fuese el mismo y que las figuras correspondientes a cada pregunta guardaran una relación de proporción. Tanto el pre test y post test, fueron aplicados a los 15 estudiantes pertenecientes al grupo experimental y los 22 del grupo control. El cuestionario pre test fue sometido a validación de contenidos por medio de tres jueces expertos, quienes evaluaron cada pregunta atendiendo a los criterios de: 1) Pertinencia, 2) Claridad, 3) Precisión, 4) Lenguaje y 5) Metodología. Los resultados muestran que hubo diferencias significativas en el manejo de los procesos de conservación de perímetro y de área entre los grupos experimental y el grupo control (Ver Anexos B Y C).

7.7.2 Problemas geométricos para la Entrevista Flexible semiestructurada

Se elaboraron cuatro problemas abiertos, de los cuales dos conformaban el pre test y otros dos el post test. Estos problemas indagaban acerca de los conceptos de área y perímetro y su conservación. Acompañado de un documento que contiene los procesos y subprocesos, al igual que las estrategias que emplean los estudiantes en la resolución de un problema de tipo geométrico.

Los problemas de la entrevista pre test, fueron sometidos a validación de tres jueces expertos, de tal manera que se garantice la calidad de cada problema. Los criterios de evaluación fueron: 1) Pertinencia, 2) Claridad, 3) Precisión, 4) Lenguaje y 5) Metodología. Los resultados muestran que hubo diferencias significativas en los procesos empleados por los estudiantes del grupo experimental en relación a los del grupo control (Anexos D Y E).

El instrumento fue aplicados a través de una entrevista flexible semiestruturada a 16 estudiantes de octavo grado de la Institución Educativa Técnica Agropecuaria José Antonio Galán, 8 de los cuales pertenecían al grupo experimental y los 8 restantes al grupo control, Así mismo, se fueron recolectando en un formato los procesos y subprocesos, al igual que las estrategias en la solución de problema de tipo geométrico, fundamentado en los principios de la Entrevista Flexible Semiestructurada de López, Noriega y Ospino (2007). Este formato es una adaptación realizada por Barrientos, Cervantes y Sierra (2014), diseñado para evaluar a partir de una entrevista clínica semiestructurada los procesos de resolución de problemas geométricos.

7.7.3 Cámara de videos y Registros fílmicos

Con el fin de ser fiel al momento de la codificación, de lo realizado por el estudiante, todas las entrevistas fueron grabadas en video, a través de una cámara filmográfica.

7.8 PROCEDIMIENTO

Esta investigación se desarrolló siguiendo las siguientes etapas:

7.8.1 Primera fase: Preparación

En esta etapa se dio inicio al proceso de investigación seleccionado el campo sobre el cual se quería trabajar, teniendo esto claro, se realizó el módulo “Enseñando a Pensar”, basado en la tesis doctoral de López (1992), en el cual se desarrollaron aspectos relacionados con la metodología de “Clase Para Pensar”, dentro de los cuales señalamos “Clase para Pensar en el desarrollo de atención y las funciones ejecutivas articulado al pensamiento matemático, Clase para Pensar en Geometría y el desarrollo sensorio-motor, claves para el éxito integral, Clase para Pensar en competencias ciudadanas y las matemáticas, sinergias para la Paz, con una duración de 20 horas, distribuidas en 5 jornadas de 4 horas los días viernes cada quince días. De igual manera se brindó capacitación a las investigadoras acerca de la entrevista clínica como instrumento para desarrollar el pensamiento, la entrevista flexible López (2011), así como también el manejo del formato de registro de los procesos y estrategias para la resolución de problemas geométrico-métricos (Ver Anexo F). En conjunto, se realizó una revisión bibliográfica, consistente en conocer sobre los procesos de medición y conservación de la magnitud, al igual que de los procesos en la resolución de problemas matemáticos y/o geométricos.

Seguidamente, se diseñaron los cuestionarios de conocimientos en relación con la conservación del perímetro y del área. Estos cuestionarios fueron elaborados a partir de los conceptos de área y perímetro (Rojas, 2010) y sugerencias didácticas para la aproximación hacia los mismos (D'Amore & Fandiño, 2009). En donde se tuvo en cuenta algunos niveles de dificultad en los ítems, para el área se consideró como unidad cuadrada un cuadrado de lado ***l*** y un triángulo de base y altura ***l***, diagonal $\sqrt{2}$ ***l*** y $\sqrt{5}$ ***l***, así mismo para los ítems relacionados con perímetro se tuvo en cuenta el lado de un cuadro ***l*** y diagonales $\sqrt{2}$ ***l*** y $\sqrt{5}$ ***l*** (Ver Anexos B y C**)**.

Paralelamente se elaboraron los problemas que se utilizarían para identificar los procesos que emplean los estudiantes al resolver un problema geométrico – métrico. Estos problemas fueron validados por tres jueces expertos quienes tuvieron en cuenta cinco aspectos importantes como son: 1) **Pertinencia**, 2) **Claridad**, 3) **Precisión,** 4) **Lenguaje** y 5) **Metodología. (Ver Anexos D Y E)**

Finalmente, se planearon las clases, relacionadas con perímetro y área de figuras planas, donde se tuvo presente la metodología de resolución de problemas, la estructura de una Clase para Pensar y actividades o secuencias didácticas relacionadas con la medida. (Ver Anexo I)

7.8.2 Segunda fase: Implementación

En esta segunda fase se solicitaron los permisos correspondientes a la institución educativa escogida para aplicación de los instrumentos. Estos permisos fueron en primera instancia dirigido al rector de la institución y en segunda instancia a los padres de familia. (Ver Anexo J)

Una vez obtenido los permisos, fueron seleccionados los estudiantes que harían parte de los grupos control y experimental, teniendo en cuenta que estuvieran cursando el octavo grado de Educación Básica Secundaria, por lo cual se escogieron los estudiantes que en el momento cursaban octavo grado de la Institución Educativa Técnica Agropecuaria José Antonio Galán, Institución donde labora una de las docentes involucradas en la investigación y que había recibido formación. Establecidos los grupos se procedió aplicar primeramente el cuestionario pre-test, compuesto por 10 preguntas, 5 sobre perímetro y su conservación y 5 sobre área y su conservación. A partir de los resultados obtenidos en el cuestionario, de la muestra inicial de 22 estudiantes del grupo control se seleccionó una muestra intencional 8 estudiantes, similarmente de los 15 estudiantes del grupo experimental se tomó una muestra intencional de 8 estudiantes de acuerdo a los criterios de asistencia regular a las clases de perímetro y área, y la presentación del pre test y post test, para un total de 16 estudiantes a los cuales se les realizó una entrevista flexible, empleando el formato de procesos y estrategias en la resolución de problemas geométrico-métrico y una cámara filmográfica para grabar estas entrevistas.

7.8.3 Tercera Fase: Implementación de la metodología

Seguido, se implementaron las clases durante 16 sesiones en un lapso de 8 semanas, las cuales estaban orientadas a desarrollar los procesos de conservación de la longitud y de la superficie.

Durante las clases se hizo necesario mejorar la actitud de los estudiantes hacia la asignatura, ya que la Clase Para Pensar emplea la pregunta como herramienta fundamental para hacer visible los aprendizajes de los estudiantes, de tal manera que ellos intervienen durante toda la clase. La docente se encontraba por primera vez con los estudiantes de este curso, que además venían de una metodología tradicional, asumiendo que todos han comprendido el tema, por su parte el estudiante se limita a escuchar y a escribir los conceptos trasmitidos por parte del docente. La mayoría de los estudiantes argumentaba que sentían temor de participar porque podían hacerlo mal y/o que sus compañeros se burlaban si se equivocaban. De tal manera que hubo que trabajar la participación y el nivel de confianza para que intervinieran.

7.8.4 Cuarta Fase: Recolección de datos

Posteriormente, esta fase de implementación se procedió a realizar el cuestionario post test, que contenía 10 preguntas, 5 de las cuales indagaban por el perímetro y su conservación y las 5 restantes por el área y su conservación. Seguido, se procedió a realizar la entrevista flexible, a los 16 estudiantes que inicialmente habían sido sometidos a este instrumento (8 del grupo control y 8 del grupo experimental), para indagar por los avances en los procesos puestos de manifiesto al momento de resolver un problema geométrico-métrico relacionado con el perímetro y el área y su conservación. Finalmente se realizó una encuesta de favorabilidad de la metodología a los estudiantes del grupo experimental.

7.8.5 Quinta Fase: Análisis y sistematización

A partir de los resultados obtenidos en los cuestionarios (pre test y post test) y la entrevista flexible (pre test y post test), se procedió a elaborar un análisis estadístico de los resultados arrojados por el cuestionario y un análisis descriptivo de las entrevistas para profundizar en los procesos de resolución de problemas evidenciados por los estudiantes. Finalmente, se procedió a la sistematización de toda la información y se elaboraron conclusiones de la investigación.

8. RESULTADOS

Los resultados de la investigación se analizaron teniendo en cuenta el cuestionario sobre conservación de área y perímetro y el instrumento de entrevista flexible sobre los procesos de resolución de problemas de conservación de perímetro y área, a partir de siguiente análisis estadístico:

8.1 CUESTIONARIO SOBRE CONSERVACIÓN DE ÁREA Y PERÍMETRO

Los resultados de la aplicación del instrumento fueron analizados teniendo en cuenta las diferencias significativas entre las medias del grupo experimental y del grupo control en la conservación del perímetro y del área. Para ello se utilizó una prueba de hipótesis para diferencia de medias, escogiendo un nivel de confiabilidad del **95 %** (α = 0.05). Cuando la diferencia de medias provenían de una distribución normal, se utilizó el estadígrafo *t* de Student; en caso contrario se utilizó la prueba no paramétrica respectiva.

Como aspecto fundamental de la investigación se hizo necesario establecer si existía o no diferencia significativa entre el grupo experimental y el grupo control antes de aplicar la metodología de resolución de problemas. El control de esta variable es de vital importancia porque va a permitir establecer que los dos grupos tienen el mismo nivel en la conservación del perímetro y del área y así inferir si existe una relación causal entre la variable independiente (solución de problemas) y la variable dependiente (conservación del perímetro y de área).

8.2 PROCESOS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Teniendo en cuenta que el diseño empleado contempló un grupo control y uno experimental, se estudiaron los resultados del instrumento de recolección de datos de la entrevista flexible para pensamiento geométrico (Ver Anexo F) considerando las frecuencias evidenciadas en cada uno de los procesos de resolución de problemas para el perímetro y para el área dentro de los grupos. En el instrumento se cuantifico la ausencia o presencia del proceso asignando el valor de 0 o 1 respectivamente. Con este procedimiento se realizó un análisis descriptivo de las s entre las frecuencias de cada proceso de resolución de problemas entre los grupos con los datos consignados en las tablas y así comparar las diferencias entre los mismos para el post test y pre test. Por medio de este análisis se pretende hacer visible el pensamiento de los niños a la hora de resolver un problema de conservación de perímetro y área, además se logran identificar algunas dificultades entre los estudiantes, describir los procesos evidenciados y hacer un comparativo entre las frecuencias de los dos grupos. A su vez, se usara como soporte para los resultados producto del análisis estadístico del cuestionario sobre conservación de área y perímetro.

8.3 DATOS SOCIODEMOGRÁFICOS

La muestra para la realización del estudio del cuestionario sobre conservación de área y perímetro fue seleccionada a partir de un muestro probabilístico no intencional y por criterio, se tuvieron en cuenta para la aplicación del instrumento, aquellos estudiantes que asistieron regularmente a las clases durante el experimento (grupo experimental) y que además, realizaran el cuestionario inicial (pre test) y el cuestionario final (post test), tanto en el grupo control como en el experimental. La muestra estuvo conformada por 37 estudiantes pertenecientes al grado octavo de la institución educativa agropecuaria José Antonio Galán localizada en la región de Hatoviejo, Bolivar. Del grupo control, de un total de 26 estudiantes se tomaron 22 y del grupo experimental, de un total de 19 estudiantes se tomaron 15 de ellos.

Para profundizar en los procesos de resolución de problemas, de la muestra inicial de 22 estudiantes del grupo control se seleccionó una muestra intencional, a partir de un muestro probabilístico no intencional y por criterio, de 8 estudiantes, similarmente, de los 15 estudiantes del grupo experimental se tomó una muestra intencional de 8 estudiantes. Esta selección se hizo teniendo en la asistencia regular a las clases de perímetro y área, y la presentación del pre test y post test para el cuestionario de conocimientos.

8.4 CUESTIONARIO SOBRE CONSERVACIÓN DE PERÍMETRO Y ÁREA

Los puntajes obtenidos en el pre test aplicado al grupo experimental y al grupo control están en las tablas 5 y 6, respectivamente:

Tabla 5: Puntajes del pre test en el grupo experimental

No.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**CP**		**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**CA**		**TC**
1	2	0	0	0	1	3		0	0	1	1	0	2		5
2	0	0	0	0	0	0		0	0	1	0	0	1		1
3	1	0	1	1	0	3		0	0	0	0	0	0		3
4	0	1	0	0	0	1		0	0	1	0	0	1		2
5	1	0	0	0	0	1		1	0	0	0	0	1		2
6	0	0	0	0	0	0		0	0	1	1	0	2		2
7	0	0	0	0	0	0		0	0	0	0	0	0		0
8	0	0	1	0	1	2		0	0	0	1	0	1		3
9	0	0	0	0	0	0		0	0	0	1	0	1		1
10	0	0	0	0	0	0		0	0	0	0	0	0		0
11	0	0	1	1	1	3		0	0	1	1	0	2		5
12	0	0	0	1	1	2		0	0	1	0	0	1		3
13	0	0	1	0	1	2		0	0	0	0	0	0		2
14	0	0	0	1	1	2		0	0	1	1	0	2		4
15	0	1	0	0	0	1		0	0	0	1	0	1		2
$\overline{X}$						**1,333**							**1,0**		**2,33**
s						1,175							0,755		1,543

$\bar{X}$: Media

s: Desviación estándar

CP: Conservación del perímetro

CA: Conservación del área

TC: Total conservación

Tabla 6. Puntajes del pre test en el grupo control

No.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**CP**		**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**CA**		**TC**
1	0	0	0	1	1	2		0	0	0	0	0	0		2
2	0	0	0	1	1	2		0	0	0	0	0	0		2
3	0	0	0	1	0	1		0	0	0	1	0	1		2
4	1	1	0	1	1	4		0	0	0	0	0	0		4
5	0	0	0	1	1	2		1	1	0	0	0	2		4
6	0	0	0	1	1	2		0	0	0	0	0	0		2
7	0	0	0	1	1	2		0	0	0	0	0	0		2
8	0	0	0	1	1	2		0	0	1	0	0	1		3
9	0	0	1	0	0	1		0	0	1	1	0	2		3
10	0	0	0	1	1	2		0	0	0	0	0	0		2
11	0	0	0	1	0	1		0	0	0	0	0	0		1
12	0	0	0	1	1	2		0	0	0	0	0	0		2
13	0	0	0	0	1	1		0	0	0	1	0	1		2
14	0	0	1	1	0	2		0	0	0	0	0	0		2
15	0	0	0	1	1	2		1	0	0	0	0	1		3
16	1	0	0	1	1	3		0	0	0	0	0	0		3
17	0	0	0	1	1	2		0	0	0	0	0	0		2
18	0	0	0	1	1	2		0	0	0	1	0	1		3
19	0	0	0	1	1	2		0	0	0	0	0	0		2
20	0	1	1	0	1	3		0	1	0	1	1	3		6
21	0	0	1	1	0	2		0	0	0	0	0	0		2
22	0	0	0	1	1	2		0	0	0	0	0	0		2
$\bar{X}$						**2,0**							**0,545**		**2,545**
s						0,69							0,857		1,056

$\bar{X}$: Media

s: Desviación estándar

CP: Conservación del perímetro

CA: Conservación del área

TC: Total conservación

Dado que los puntajes del pre test de ambos grupos, tanto para la conservación del perímetro como para la conservación del área y para el total de la conservación, no proceden de una distribución normal, se les aplicó la prueba de Wilcoxon-Mann-Whitney (o prueba de Wilcoxon de la suma de los rangos). Los resultados se resumen en el siguiente cuadro 7:

Cuadro 7: Comparación del pre test entre el grupo experimental y el grupo control

Grupo experimental				Grupo control			Comparación
Categoría	$\bar{x}$	***s***	**# de sujetos**	$\bar{x}$	***s***	**# de sujetos**	**Valor *p* obtenido**
Conservación del perímetro	1,333	1,175	15	2,0	0,69	22	0,078758
Conservación del área	1,0	0,755	15	0,545	0,857	22	0,0512443
Total de la conservación	2,33	1,543	15	2,545	1,056	22	0,63137

Si $\bar{x}_E$ representa la media de la población del grupo experimental y $\bar{x}_C$ la media de la población del grupo control, entonces la hipótesis nula y alternativa, para la conservación del perímetro, la conservación del área y el total de la conservación, tienen la siguiente estructura:

H_0: $\bar{x}_E - \bar{x}_C = 0$ (Hipótesis nula)

H_1: $\bar{x}_E - \bar{x}_C \neq 0$ (Hipótesis alternativa)

Del cuadro 7 observamos que:

- En la conservación del perímetro el valor *p* obtenido es 0,078758. Debido a que el valor-p es mayor que 0,05, no se rechaza la hipótesis nula, H_0, por lo que no hay diferencia estadísticamente significativa entre las medias con un 95,0% de confianza. Esto quiere decir que los dos grupos son parejos en el nivel de la conservación del perímetro al inicio del estudio.
- En la conservación del área, el valor *p* obtenido es 0,0512443. Debido a que el valor-p es mayor que 0,05, no se rechaza la hipótesis nula, H_0, por lo que no hay diferencia estadísticamente significativa entre las medias con un 95,0% de confianza. Esto quiere decir que los dos grupos son parejos en el nivel de la conservación del área al inicio del estudio.
- En el total de la conservación, el valor *p* obtenido es 0,63137. Debido a que el valor-p es mayor que 0,05, no se rechaza la hipótesis nula, H_0, por lo que no hay diferencia estadísticamente significativa entre las medias con un 95,0% de confianza. Esto quiere decir que los dos grupos son parejos en el nivel del total de la conservación al inicio del estudio.

Los resultados del post test en el grupo experimental se presentan en la tabla 8:

Tabla 8. Puntajes del post test en el grupo experimental

No.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**CP**		**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**CA**		**TC**
1	2	2	2	2	2	10		2	2	2	2	2	10		18
2	2	2	2	2	2	10		2	2	2	2	2	10		20
3	2	2	0	0	2	6		2	2	2	2	2	10		16
4	2	2	2	2	1	9		2	2	2	2	2	10		19
5	2	2	2	2	2	10		2	2	2	2	2	10		20
6	2	0	0	1	0	3		2	2	0	0	0	4		7
7	2	2	2	2	2	10		2	2	2	2	2	10		20
8	2	2	0	0	0	4		2	2	2	2	2	10		20
9	2	2	2	2	2	10		2	2	2	2	2	10		20
10	2	2	0	0	2	6		2	2	0	0	2	6		12
11	2	2	2	2	2	10		2	2	2	2	2	10		20
12	2	2	1	2	2	9		1	2	0	0	2	5		14
13	2	0	2	2	2	8		2	2	2	2	2	10		18
14	2	2	0	0	2	6		2	2	0	0	2	6		12
15	2	2	1	0	2	7		2	2	0	0	0	4		11
$\bar{X}$						**7,866**							**8,333**		**16,466**
S						2,386							2,497		4,240

$\bar{X}$: Media

s: Desviación estándar

CP: Conservación del perímetro

CA: Conservación del área

TC: Total conservación

Dado que la diferencia de los puntajes de la conservación del perímetro proviene de una distribución normal, se les aplicó la prueba *t* de Student. A los puntajes de la conservación del área y del total de la conservación, que no provienen de una distribución normal, se les aplicó la prueba de los rangos con signo de Wilcoxon, una prueba no paramétrica. Estos resultados se presentan en el siguiente cuadro 9:

Cuadro 9: Comparación entre el pre test y el post test en el grupo experimental

Pre test				Post test			Comparación
Categoría	$\bar{x}$	***s***	**# de sujetos**	$\bar{x}$	***s***	**# de sujetos**	**Valor *p* obtenido**
Conservación del perímetro	1,333	1,175	15	7,866	2,386	15	0,000351733
Conservación del área	1,0	0,755	15	8,333	2,497	15	0,000340412
Total de la conservación	2,33	1,543	15	16,46	4,240	15	0,000360615

Si $\bar{x}_{POST}$ representa la media de los puntajes del post test de la población del grupo experimental y $\bar{x}_{PRE}$ la media de los puntajes de la población del mismo grupo, entonces la hipótesis nula y alternativa, para la conservación del perímetro, la conservación del área y el total de la conservación, tienen la siguiente estructura:

H_0: $\bar{x}_{POST} - \bar{x}_{PRE} \leq 0$ (Hipótesis nula)

H_1: $\bar{x}_{POST} - \bar{x}_{PRE} > 0$ (Hipótesis alternativa)

Del cuadro 9 observamos que:

- En la conservación del perímetro el valor *p* obtenido es 0,000351733. Debido a que el valor-p es menor que 0,05, se rechaza la hipótesis nula, H_0, por lo que sí hay diferencia estadísticamente significativa entre las medias con un 95,0% de confianza. Esto quiere decir que la solución de problemas aumentó significativamente el nivel de la conservación del perímetro en los alumnos.
- En la conservación del área, el valor *p* obtenido es 0,000340412. Debido a que el valor-p es menor que 0,05, se rechaza la hipótesis nula, H_0, por lo que sí hay diferencia estadísticamente significativa entre las medias con un 95,0% de confianza. Esto quiere decir que la solución de problemas aumentó significativamente el nivel de la conservación del área en los alumnos.
- En el total de la conservación, el valor *p* obtenido es 0,000360615. Debido a que el valor-p es menor que 0,05, se rechaza la hipótesis nula, H_0, por lo que sí hay diferencia estadísticamente significativa entre las medias con un 95,0% de confianza. Esto quiere decir que la solución de problemas aumentó significativamente el nivel de la suma de la conservación del perímetro y del área en los alumnos.

Los resultados del post test en el grupo control se presentan en la tabla 10:

Tabla 10: Puntajes del post test en el grupo control

No.	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**CP**		**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**CA**		**TC**
1	0	0	1	0	0	1		0	0	0	0	1	1		2
2	0	0	0	0	0	0		0	0	0	0	0	0		0
3	0	0	0	0	0	0		2	0	1	0	0	3		3
4	0	0	1	0	0	1		2	2	1	1	0	6		7
5	0	0	1	0	0	1		0	0	0	1	0	1		2
6	0	0	0	0	0	0		0	1	0	0	0	1		1
7	0	0	1	0	0	1		2	2	0	1	0	5		6
8	0	0	0	0	0	0		0	0	0	0	0	0		0
9	0	0	1	0	0	1		0	0	0	0	0	0		1
10	0	0	0	0	0	0		0	0	0	0	0	0		0
11	0	0	1	1	0	2		0	0	0	1	0	1		3
12	0	0	1	0	0	1		2	2	1	1	0	6		7
13	0	0	0	0	0	0		0	0	0	0	0	0		0
14	0	1	0	0	1	2		0	1	0	0	0	1		3
15	0	0	1	0	1	2		2	2	2	2	1	9		11
16	0	0	1	1	0	2		2	2	0	0	0	4		6
17	0	0	0	0	0	0		0	0	1	1	1	3		3
18	0	0	0	1	1	2		0	0	0	0	0	0		2
19	0	0	0	0	1	1		0	0	0	1	0	1		2
20	0	0	0	0	0	0		2	0	0	2	0	4		4
21	0	0	0	0	0	0		1	0	0	0	1	2		2
22	0	0	0	0	0	0		2	2	0	0	1	5		5
$\overline{X}$						**0,772**							**2,409**		**3,181**
S						0,812							2,538		2,822

$\overline{X}$: Media

s: Desviación estándar

CP: Conservación del perímetro

CA: Conservación del área

TC: Total conservación

Dado que los puntajes de la conservación del perímetro, de la conservación del área y del total de la conservación no provienen de una distribución normal, se les aplicó la prueba de los rangos con signo de Wilcoxon, una prueba no paramétrica. Estos resultados se presentan en el siguiente cuadro 11:

Cuadro 11: Comparación entre el pre test y el post test en el grupo control

Pre test				Post test			Comparación
Categoría	$\bar{x}$	***s***	**# de sujetos**	$\bar{x}$	***s***	**# de sujetos**	**Valor *p* obtenido**
Conservación del perímetro	2,0	0,69	22	0,772	0,812	22	0,999843
Conservación del área	0,545	0,857	22	2,409	2,538	22	0,00376944
Total de la conservación	2,545	1,056	22	3,181	2,822	22	0,208411

Si $\bar{x}_{POST}$ representa la media de los puntajes del post test de la población del grupo experimental y $\bar{x}_{PRE}$ la media de los puntajes de la población del mismo grupo, entonces la hipótesis nula y alternativa, para la conservación del perímetro, la conservación del área y el total de la conservación, tienen la siguiente estructura:

H_0: $\bar{x}_{POST} - \bar{x}_{PRE} \leq 0$ (Hipótesis nula)

H_1: $\bar{x}_{POST} - \bar{x}_{PRE} > 0$ (Hipótesis alternativa)

Del cuadro 11 observamos que:

- En la conservación del perímetro el valor *p* obtenido es 0,999843. Debido a que el valor-p es mayor o igual que 0,05, no se rechaza la hipótesis nula, H_0, por lo que no hay diferencia estadísticamente significativa entre las medias con un 95,0% de confianza. Esto quiere decir que la metodología tradicional no aumentó significativamente el nivel de la conservación del perímetro en los alumnos del grupo control.
- En la conservación del área, el valor *p* obtenido es 0,00376944. Debido a que el valor-p es menor que 0,05, se rechaza la hipótesis nula, H_0, y se acepta la hipótesis alternativa, H_1, por lo que sí hay diferencia estadísticamente significativa entre las medias con un 95,0% de confianza. Esto quiere decir que metodología tradicional sí aumentó significativamente el nivel de la conservación del área en los alumnos del grupo control.
- En el total de la conservación, el valor *p* obtenido es 0,208411. Debido a que el valor-p es mayor o igual que 0,05, no se rechaza la hipótesis nula, H_0, por lo que no hay diferencia estadísticamente significativa entre las medias con un 95,0% de confianza. Esto quiere decir que la metodología tradicional no aumentó significativamente el nivel de la suma de la conservación del perímetro y del área en los alumnos.

A continuación, los resultados obtenidos al comparar los puntajes del post test en ambos grupos en el cuadro 8, a los que se les aplicó la prueba de Wilcoxon-Mann-Whitney (o prueba de Wilcoxon de la suma de los rangos) porque dichos puntajes no provienen de una distribución normal:

Cuadro 12: Comparación del post test entre el grupo experimental y el grupo control

Grupo experimental				Grupo control			Comparación
Categoría	$\bar{x}$	***s***	**# de sujetos**	$\bar{x}$	***s***	**# de sujetos**	**Valor *p* obtenido**
Conservación del perímetro	7,866	2,386	15	0,772	0,812	22	$1,13777 \times 10^{-7}$
Conservación del área	8,333	2,497	15	2,409	2,538	22	0,00000280822
Total de la conservación	16,46	4,240	15	3,181	2,822	22	$2,37433 \times 10^{-7}$

Si μ_E representa la media de la población del grupo experimental y μ_C la media de la población del grupo control, entonces la hipótesis nula y alternativa, para la conservación del perímetro, la conservación del área y el total de la conservación, tienen la siguiente estructura:

H_0: $\bar{x}_E - \bar{x}_C \leq 0$ (Hipótesis nula)

H_1: $\bar{x}_E - \bar{x}_C > 0$ (Hipótesis alternativa)

Del cuadro 12 observamos que:

- En la conservación del perímetro el valor *p* obtenido es $1,13777 \times 10^{-7}$. Debido a que el valor-p es menor que 0,05, se rechaza la hipótesis nula, H_0, y se acepta la hipótesis alternativa, H_1, por lo que sí hay diferencia estadísticamente significativa entre las medias con un 95,0% de confianza. Esto quiere decir que hay una relación causal entre una variable dependiente (conservación del perímetro) y la variable independiente (solución de problemas).

- En la conservación del área el valor *p* obtenido es 0,00000280822. Debido a que el valor-p es menor que 0,05, se rechaza la hipótesis nula, H_0, y se acepta la hipótesis alternativa, H_1, por lo que sí hay diferencia estadísticamente significativa entre las medias con un 95,0% de confianza. Esto quiere decir que hay una relación causal entre la otra variable dependiente (conservación del área) y la variable independiente (solución de problemas).
- En el total de la conservación, el valor *p* obtenido es $2{,}37433 \times 10^{-7}$. Debido a que el valor-p es menor que 0,05, se rechaza la hipótesis nula, H_0, y se acepta la hipótesis alternativa, H_1, por lo que sí hay diferencia estadísticamente significativa entre las medias con un 95,0% de confianza. Esto quiere decir que hay una relación causal entre la variable dependiente (conservación del perímetro y del área) y la variable independiente (solución de problemas).

8.5 PROCESOS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Se tomaron en cuenta los resultados del instrumento de recolección de datos de la entrevista flexible para pensamiento geométrico (Ver Anexo F) considerando las frecuencias evidenciadas en cada uno de los procesos de resolución de problemas, dentro de las muestras seleccionadas para ambos grupos. A partir de estos resultados se dan las siguientes apreciaciones:

De los resultados para el grupo control y experimental en el pre test (Ver Anexo M) se observa que inicialmente los grupos muestran bajos niveles en procesos como: C*omprensión, Identificación de variables, Visualización y Traducción*. En particular en el proceso de comprensión del problema, tanto para perímetro como para área, del grupo control 8 de 8 estudiantes no lograron comprender el problema, paralelamente del grupo experimental solo 2 de los estudiantes lograron comprenderlo, no garantizando el éxito en el mismo. En ninguno de los grupos se obtuvo una respuesta correcta para los problemas de perímetro y área, además , uno de los estudiantes del grupo control no logró resolver el problema de perímetro.

En el proceso de exploración para el caso del grupo control, 6 de 8 estudiantes exploraron, para el grupo experimental se observa la misma frecuencia para la conservación del área y se tiene una frecuencia de 5 para el perímetro. En los procesos de conocimiento geométrico-métrico el grupo control presenta una frecuencia de 1 para la conservación del área y 0 para el perímetro, el grupo experimental presenta una frecuencia de 2 para la conservación del área y 1 para el perímetro, demostrando que en ambas muestras hay una diferencia muy baja entre los conceptos a nivel geométrico-métrico que los estudiantes conocen sobre área y perímetro. En los procesos de traducción el grupo control presenta una frecuencia de 1 para la conservación del área y 0 para el perímetro, el grupo experimental presenta una frecuencia de 3 para la conservación del área y 1 para el perímetro. Dentro de las estrategias implementadas se observa una mayor utilización en las de tanteo y suponer el problema resuelto para ambos grupos. En el proceso de monitoreo local el grupo control presenta una frecuencia de 6 para la conservación del área y 4 para el perímetro, el grupo experimental presenta una frecuencia de 7 para la conservación del área y 5 para el perímetro. En el proceso de verificación de la solución el grupo control presenta una frecuencia de 7 para la conservación del área y 4 para el perímetro, el grupo experimental presenta una frecuencia de 6 para la conservación del área y 4 para el perímetro.

Durante las entrevistas los estudiantes mostraron un mejor desempeño cuando se leía el problema en conjunto con ellos, además, se observó que estos tienden a concentrar su atención en detalles del problema como: *" las banderas más bonitas"*, *" el concurso por la mejor"*, "*la forma de las banderas no pueden ser*…", pero la ausencia de un conocimiento geométrico claro les dificulta visualizar en el problema los datos importantes relacionados al concepto de perímetro y área. De igual forma se les dificulto el diseño de las figuras precisamente por la poca comprensión del problema.

A continuación se presenta un ejemplo de una entrevista realizada a un estudiante del grupo control donde se observan evidencias de lo anteriormente planteado:

P: Profesor, E: Estudiante.

P: Cuando te estaba leyendo el problema, ¿Qué hiciste para entenderlo? ¿En qué pensaste?

E: Como usted dijo que ganaría la bandera más bonita pues quise hacerlas un poquito más creativas.

P: ¿Cuándo te leí el problema identificaste alguna palabra , algo que te quedara en la mente y que dijeras mmm esto lo necesitaré?.

E: No, no sé.

P: Bueno, ¿te repetías el problema en la mente, tal vez con otras palabras que te llevaran a entenderlo mejor?

E: mmm.. que la figura no fuera ni triangular, ni circular, ni cuadrado ni rectángulos.

De las frecuencias relativas calculadas para cada proceso durante el pre test (Ver Anexo M) se puede observar que :

- Del grupo control, el 100% de los estudiantes que intentaron resolver el problema de conservación área y el de conservación perímetro utilizaron la estrategia de tanteo y suponer el problema resuelto. 75% de los estudiantes exploraron antes de resolver el problema. 87,5% de los estudiantes logró identificar algunos datos del problema. 37,5% solicitó que se le diera información acerca del problema de área.
- Para el problema de perímetro los estudiantes del grupo control mostraron menor frecuencia en procesos como visualización, traducción y conocimiento geométrico claro que para el problema de área. Según las entrevistas y el contexto de los estudiantes, por ser rural, estos están más expuestos a tratar problemáticas acerca del área (terrenos, cultivos) lo que les permite un mejor entendimiento, situación contraria a la del perímetro.
- Del grupo experimental, el 87,5% de los estudiantes que intentaron resolver el problema de conservación área y el de conservación perímetro utilizaron la estrategia de tanteo y suponer el problema resuelto. 25% de estos adicionalmente aplico la estrategia de repetir la figura. 75% de los estudiantes exploraron antes de resolver el problema de conservación de área y un 62,5% antes de resolver el de conservación de perímetro. 25% de los estudiantes demostraron conocimiento geométrico claro respecto a la situación planteada. 87,5% de los estudiantes verifico la solución para el problema de área y 50% lo hicieron para el perímetro.

- Para el problema de perímetro los estudiantes del grupo experimental mostraron menor frecuencia en los procesos de visualización y monitoreo.

Considerando las frecuencias observadas para cada estudiante de la muestra durante el post test (Ver Anexo M), se observa que el total de los estudiantes del grupo experimental lograron resolver correctamente los problemas después de haber sido aplicada la metodología en clase. En contraste, ningún estudiante del grupo control pudo resolverlos correctamente, además 2 estudiantes no quisieron intentar resolver el problema de conservación de perímetro.

En el proceso de exploración para el caso del grupo control, 7 de 8 estudiantes exploraron en ambos casos, para el grupo experimental se observa una frecuencia de 8 para la conservación del área y del perímetro. En los procesos de conocimiento geométrico-métrico el grupo control presenta una frecuencia de 5 para la conservación del área y 6 para el perímetro, el grupo experimental presenta una frecuencia de 8 para la conservación del área y 8 para el perímetro, demostrando que en ambos grupos después de recibir clases por parte de los docentes a cargo lograron entender algunas nociones sobre área y perímetro. En los procesos de traducción el grupo control presenta una frecuencia de 2 para la conservación del área y 2 para el perímetro, el grupo experimental presenta una frecuencia de 8 para la conservación del área y del perímetro. En el proceso de adquisición de nueva información a través de la relectura del problema el grupo control tiene una frecuencia de 7 para el área y 8 para el perímetro, el grupo experimental tiene una frecuencia de 3 para el área y 1 para el perímetro, demostrando que posterior a la implementación de la metodología, los estudiantes del grupo experimental necesitaron de menos información para resolver los problemas.

Dentro de las estrategias implementadas aparecen dentro del grupo experimental estrategias como la de disección, notación simple/lenguaje convencional y tanteo con alta frecuencia, en contraste, en el grupo control la estrategia de tanteo sigue siendo la más frecuente. En el proceso de monitoreo local el grupo control presenta una frecuencia de 5 para la conservación del área y 7 para el perímetro, el grupo experimental presenta una frecuencia de 8 para la conservación del área y del perímetro. En el proceso de verificación de la solución el grupo control presenta una frecuencia de 3 para la conservación del área y 7 para el perímetro, el grupo experimental presenta una frecuencia de 8 para la conservación del área y del perímetro.

Dentro de lo manifestado por los estudiantes en la entrevista una de las causas de esta situación se debe a la asociación directa que hace con la "fórmula" dada en clase para el cálculo de la misma y por tanto, ante el olvido o el desconocimiento de esta, se le hace imposible resolver el problema:

P: Profesor E: Estudiante

> P: O sea tú lo entendiste de una manera, ¿y tú crees que la manera en que lo entendiste, lo puedes hacer ahora?
>
> E: Si, pero yo si necesitaría para hallar el área...
>
> P: ¿Qué necesitarías?
>
> E: La ecuación
>
> P: ¿Y no te sabes la ecuación?
>
> E: Yo me la aprendí, pero como la dejé de practicar no se cómo hacerlo.

Se observa además un aumento en el número de procesos que los estudiantes del grupo experimental manifestaba a la hora de resolver el problema, en particular en el proceso de comprensión, todos los estudiantes lograron comprenderlo, caso contrario al grupo control en el que sólo 3 de los estudiantes mostraron evidencias de este proceso. En el proceso de identificación de variables/ descomposición, el grupo experimental presenta una frecuencia de 6 para el área y 8 para el perímetro y el control una frecuencia de 1 para ambos problemas.

De las frecuencias relativas calculadas para cada proceso en el post test (Ver Anexo M) se observa que:

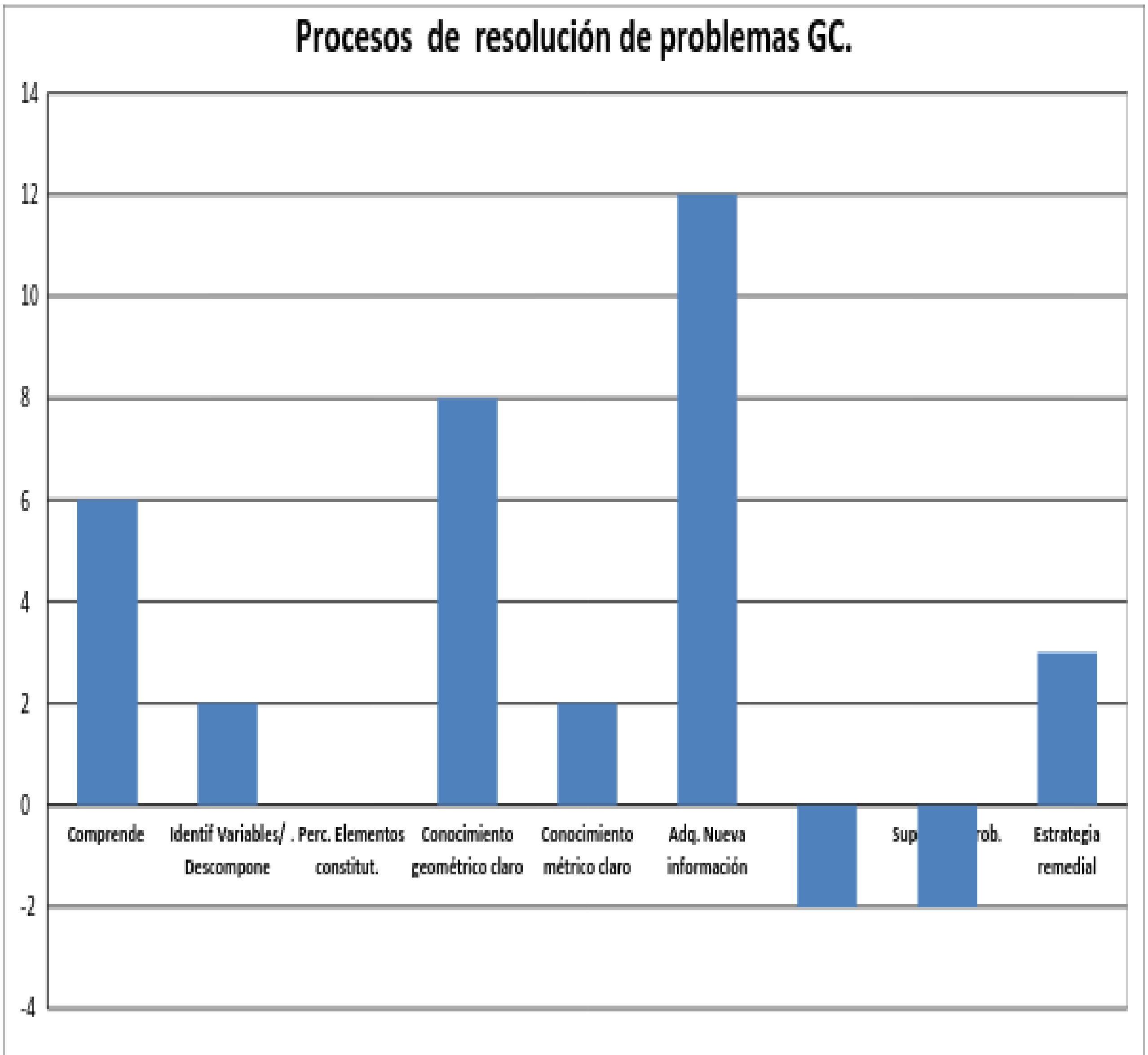
- El 100% de los estudiantes del grupo experimental lograron resolver el problema, en contraste, el 75 % de los estudiantes del grupo control lo resolvió incorrectamente y el 25% no pudo resolverlo.
- Del grupo control, el 100% de los estudiantes que intentaron resolver el problema de conservación área y el de conservación perímetro utilizaron la estrategia de tanteo y suponer el problema resuelto. Del grupo experimental encontramos una variedad de estrategias utilizadas entre las que se destacan la estrategia de disección, suponer el problema resuelto y tanto con un 100% de los estudiantes que las aplicaron.
- En el proceso de comprensión, del grupo experimental el 100% de los estudiantes demostraron presencia del mismo para ambos problemas, para el grupo control el 37.5 %. Dentro del proceso de traducción, en la utilización de lenguaje matemático el grupo experimental presenta un 100% para la conservación del área y 87,5% para el perímetro, para el grupo control el 25% en ambos problemas. En el conocimiento geométrico-métrico, el grupo control muestra un 75% y el grupo experimental un 100% mostrando que ambos grupos recibieron formación en clase respecto a los conceptos de área y perímetro. En los procesos de monitoreo y

verificación dentro del grupo experimental se evidencia presencia en el 100% de los estudiantes, dentro del grupo control 62,5% monitorearon y 32,5% verificaron la solución para el problema de conservación del área, 100% monitorearon y 87,5% verificaron la solución para el problema de conservación de perímetro.

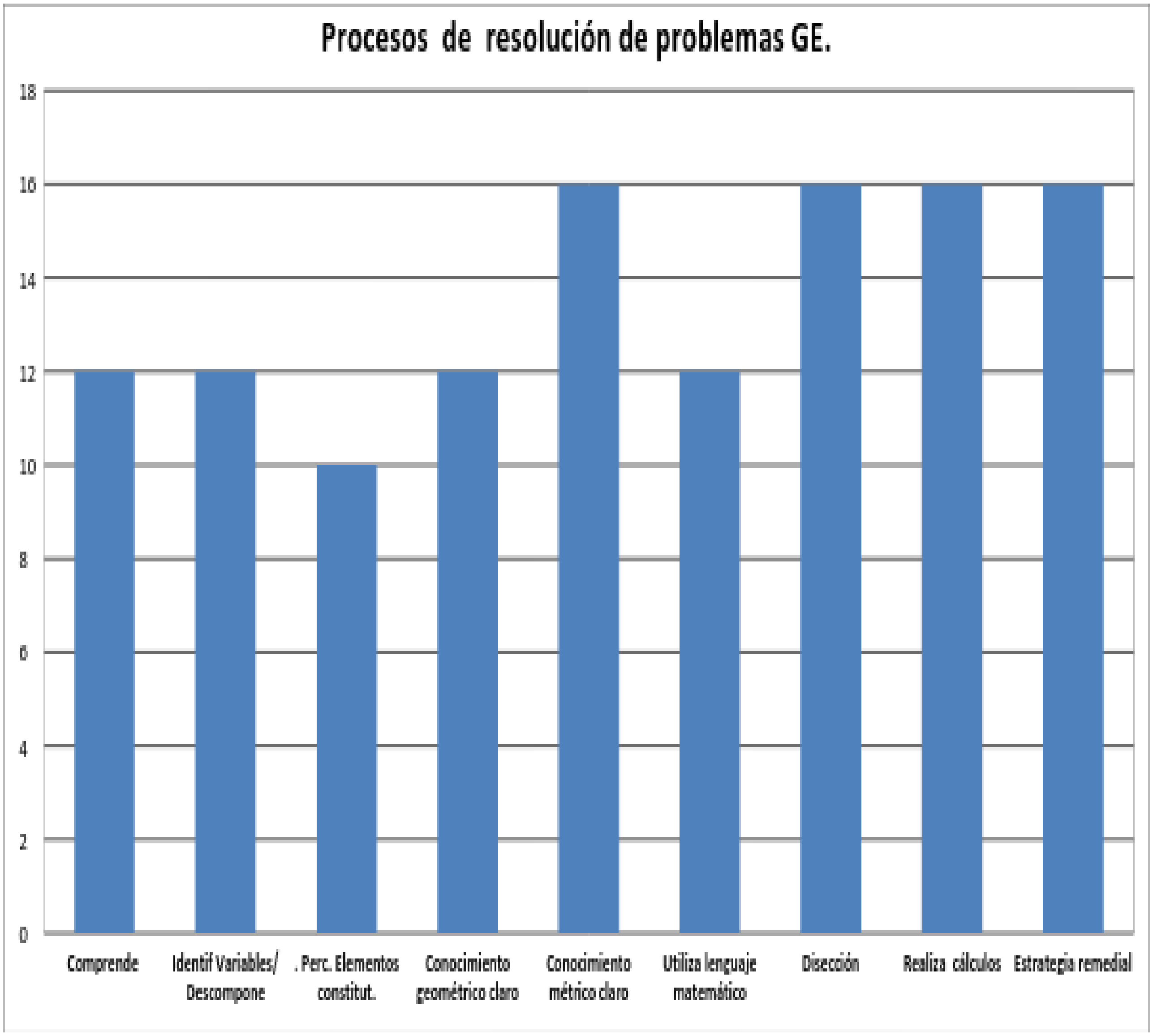
Las gráficas 9 y 10 resaltan las diferencias más relevantes entre los procesos de resolución de problemas para cada grupo. A partir de estas y teniendo en cuenta las diferencias observadas entre las frecuencias de los procesos para el grupo control y experimental (ver Anexo M) , se puede observar que:

- En el grupo experimental los siguientes procesos presentan una diferencia por encima de los 8 puntos: Comprende el problema (12), Percibe elementos constitutivos (10), Identifica variables/ descompone (12), Concepto geométrico claro (12), Concepto métrico claro (16), Utiliza lenguaje matemático (12) , Realiza cálculos (16), Estrategia remedial (16) . Lo anterior resalta una mejoría notable en cuanto a la presencia de estos procesos en particular para la resolución de problemas área y perímetro.. De las estrategias utilizadas para resolver el problema, los estudiantes utilizaron en su mayoría la de disección. En la estrategia de repetir la figura existe un diferencia negativa de 3, lo que muestra que los estudiantes que inicialmente optaron por la misma, prefirieron otras estrategias. La diferencia más notable se encuentra en la estrategia de conocimiento métrico claro (12), evidenciando que los estudiantes lograron entender por medio de la metodología los concepto métricos relacionados.

- En el grupo control el proceso de Adquisición de nueva información (12) presenta una diferencia por encima de los 8 puntos, mostrando que los estudiantes del grupo control necesitaron de la relectura del problema para intentar resolverlo, el resto de los procesos no superan una diferencia de 8 puntos. Los siguientes procesos o estrategias mostraron una diferencia negativa : Verificación de la solución (-1), Estrategia de tanteo (-2), Estrategia de suponer el problema resuelto (-2).



Gráfica 1: Diferencias entre las frecuencias totales de algunos procesos del pre test */pos*



Gráfica 2: Diferencias entre las frecuencias totales de algunos procesos del pre test /pos test para el grupo Experimental.

8.6 ANALISIS DE RESPUESTAS AL CUESTIONARIO DE CONSERVACIÓN DE ÁREA Y PERÍMETRO

Se procede a la identificación de regularidades o patrones en las respuestas dadas por los estudiantes en el cuestionario sobre conservación de área y perímetro (Ver Anexo O) con el objeto de analizar posibles dificultades de los mismos y que constituyan un referente en la creación de estrategias pedagógicas que ayuden a cambiar estas conceptualizaciones erróneas en ellos.

Entre las respuestas dadas por el grupo control se observa que aproximadamente el 86% de los estudiantes respondieron a las preguntas 1 y 2 que indagaban acerca del concepto de perímetro utilizando estrategias de cálculo para el área, que constituyen las casillas sombreadas del cuadro. Análogamente, de las respuestas dadas por el grupo experimental el 73% de los estudiantes mostraron la misma dificultad. Dentro de la clasificación de errores según Radatz (1979) esta cabria en la tipología de errores debido a rigidez del pensamiento: relacionados con los obstáculos y según Brousseau (2001) sería un error de nivel teórico.

Respecto a los procesos evidenciados en los estudiantes inicialmente estos muestran bajos niveles en procesos como: C*omprensión, Identificación de variables, Visualización y Traducción*. En particular en el proceso de comprensión del problema, tanto para perímetro como para área, del grupo control 8 de 8 estudiantes no lograron comprender el problema, paralelamente del grupo experimental solo 2 de los estudiantes lograron comprenderlo, no garantizando el éxito en el mismo. En ninguno de los grupos se obtuvo una respuesta correcta para los problemas de perímetro y área.

Dentro de las estrategias implementadas se observa una mayor utilización en las de tanteo y suponer el problema resuelto para ambos grupos lo cual explicaría por qué un alto porcentaje de los estudiantes se equivocó al aplicar las fórmulas para calcular el perímetro o confundieron el perímetro con el área.

> Respecto a esta confusión dimensional entre el concepto de área y perímetro Del Olmo et al., (1993) mostraron que cuando los estudiantes han abordado el tema del cálculo del área de una manera rutinaria o algorítmica, llegan a suministrar datos equivocados; al respecto afirman: Confusión de perímetro – área. Este es un error bastante frecuente. En algunos casos, los niños calculan el área y el perímetro de una figura y le asignan el dato mayor al área y el menor al perímetro". (p. 43).

Así las cosas, los estudiantes mostraron que daban por hecho para el área y el perímetro que son magnitudes dependientes o íntimamente ligadas.

Con referencia a esto Corberán (1996) expresa que:

> Esta "falsa" relación entre el área y el perímetro, que se ha constatado que está muy arraigada en los alumnos, pone de manifiesto que éstos piensan en el área y en el perímetro como en dos propiedades de la superficie íntimamente ligadas, concepción errónea que les impide ver el área como una propiedad de la superficie independiente del perímetro, que les dificulta e incluso imposibilita realiza transformaciones de superficies bajo determinadas condiciones (p.10).

Otro autor que evidencia esta misma dificultad es Chamorro (2008), quien afirma:

> Un claro obstáculo epistemológico lo constituye la noción de perímetro en relación con la superficie. Los alumnos creen que el área de una figura depende de la medida de sus lados, lo que es cierto sólo de manera local: para los polígonos regulares. (p. 248).

Corberán (1996), Del olmo (1993) y Chamorro (2008) nos muestran un panorama en donde las dificultades del aprendizaje de conceptos geométricos como lo son el área y perímetro se ven acentuadas por el conflicto a nivel cognitivo que los estudiantes ponen en manifiesto a la hora de hacer los cálculos. Por tanto , se hace necesario enfatizar en estos conceptos y la enseñanza de los mismos para que los estudiantes sean capaces de comprender el perímetro y área y la independencia entre ambos.

De los estudiantes del grupo control que presentaron el pre-test, se encontró que el 77% desconocía la diferencia entre la medida de la diagonal del cuadrado y su lado. Por tanto, cuando se indaga acerca del perímetro de una figura cuyos lados eran diagonales, estos tomaron su valor como el de una unidad lineal como se puede observar en el cuadro. Este constituye otro de los errores más frecuentes del grupo de estudiantes en cuanto al concepto de perímetro, que según la clasificación de Radatz (1979), estaría en la categoría de *Errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos*, que Incluyen las deficiencias en el contenido y los problemas específicos de conocimiento, necesarios para desenvolverse satisfactoriamente en la tarea matemática. Estas deficiencias pueden originarse en el desconocimiento de algoritmos, manejo inadecuado de conceptos básicos, realización de procedimientos incorrectos, incomprensión de símbolos, etc.

Dentro las respuestas de los estudiantes del grupo control para el ítem equivalente dentro del post test, se evidencia que aún el 50% del grupo, pese a la explicación de la temática por parte del docente encargado que no fue entrenado en la metodología, muestra las mismas dificultades. En contraste, del grupo experimental en el post test solo el 26% de los estudiantes no lograron responder la pregunta correctamente.

9. DISCUSIONES

Según lo señalado dentro del marco teórico, esta tesis se inscribe en las investigaciones adelantadas por Rojas (2010), López, Noriega y Ospino (2007), Barrientos, Cervantes y Sierra (2014), Brosseau (1983), Cabañas (2005) , entre otros. Muchos de los hallazgos se corroboraron y ampliaron, a pesar de los distintos ambientes educativos en donde estas investigaciones se realizaron.

Los resultados relacionados con la conservación del área y el perímetro muestran que no existen diferencias significativas entre el grupo experimental y el grupo control antes de realizarse la implementación de la metodología de resolución de problemas en cuanto a los conocimientos sobre conservación de área (p=0,0512443) y perímetro (p=0,078758); En general, no mostraron dominio del concepto de conservación (p= 0,63137, para el total de la conservación); los estudiantes no tenían claridad en los conceptos geométricos y métricos involucrados en las situaciones problemas presentadas y no mostraron dominio de los conceptos como figuras planas, área, medida antes de la metodología; además, de acuerdo a los procesos de resolución de problemas observados en los estudiantes al realizar la entrevista donde debieron enfrentarse a un problema sobre conservación de perímetro y área, para ambos grupos inicialmente se observan bajos niveles en procesos como: C*omprensión*, *Identificación de variables, Visualización y Traducción* y ninguno de los estudiantes a los que se les aplicó la entrevista logró resolver los problemas correctamente. Se observó una ausencia de conocimiento geométrico- métrico claro lo que corrobora lo planteado anteriormente.

Investigaciones como las Hart (1984), donde trabajó con niños dentro de un rango de edades entre los doce y catorce años, apoyan los resultados obtenidos en este primer momento cuando afirma que inclusive para niños mayores, se les hace difícil el dominio o comprensión del concepto de conservación. Carpenter y Lewis (1976), Chamorro (2004) concuerdan en que los estudiantes presentan dificultades comprendiendo la equivalencia del área en diferentes figuras y estas pueden permanecer incluso hasta el nivel universitario. (Kospentaris, Spirou y Lappas, 2011).

De igual forma, se evidenció a través de un análisis de errores en las respuestas de los estudiantes para el pre-test, que en ambos grupos se presentó confusión dimensional entre el concepto de área y perímetro, aplicaron incorrectamente fórmulas para el cálculo del área y confundieron la medida de la diagonal ($\sqrt{2}$ o $\sqrt{5}$) con la longitud del lado de un cuadrado de la cuadricula. Respecto a esta confusión dimensional entre el concepto de área y perímetro Del Olmo et al., (1993) mostraron que cuando los estudiantes han abordado el tema del cálculo del área de una manera rutinaria o algorítmica, llegan a suministrar datos equivocados; Con referencia a esto Corberán (1996) expresa que:

> Esta "falsa" relación entre el área y el perímetro, que se ha constatado que está muy arraigada en los alumnos, pone de manifiesto que éstos piensan en el área y en el perímetro como en dos propiedades de la superficie íntimamente ligadas, concepción errónea que les impide ver el área como una propiedad de la superficie independiente del perímetro, que les dificulta e incluso imposibilita realiza transformaciones de superficies bajo determinadas condiciones (p.10).

Vinner y Hershkowitz (1987) señalan un comportamiento típico en función de la calidad de las imágenes conceptuales que tienen formadas los estudiantes según la instrucción que recibieron durante sus años de escolaridad y lo denomina cómo estudiantes con imágenes conceptuales muy pobres, que se han formado por ejemplos prototípicos.

Piaget (1973) explica estos comportamientos debido al salto del concepto de conservación y el uso prematuro de fórmulas de áreas matemáticas que ocurre en la escuela y que causa dificultades en la mayoría de los estudiantes en este tema. Además, los niños no tienen la oportunidad para crear sus herramientas subjetivas para medir, por ejemplo unidades o cuadrículas. Corberán (1996) resalta la frecuencia alta de los errores cometidos por los estudiantes al utilizar fórmulas y su incidencia en el éxito al momento de resolver problemas. Olmo, Moreno & Gil (1993), en el apartado sobre dificultades y errores en el aprendizaje del área, aseguran: "Confusión de perímetro-área. Este es un error bastante frecuente. En algunos casos, los niños calculan el área y el perímetro de una figura y le asignan el dato mayor al área y el menor al perímetro" (p. 43).

Por tanto, se evidencia que un obstáculo que se opone a la resolución exitosa de un problema sobre conservación de área y perímetro en los estudiantes, no es solo de naturaleza epistemológica, como se puede llegar a pensar, sino también de naturaleza didáctica y tiene su origen en la metodología de enseñanza, los recursos y la pedagogía utilizada por los docentes que han tomado parte en la formación de los estudiantes respecto a estos conceptos.

Después de la implementación de la metodología, se observó que para el grupo experimental si existe una diferencia estadísticamente significativa entre las medias para la conservación del área (p= 0,000340412) , el perímetro (p=0,000351733) y el total de la conservación (p= 0,000360615) para el pre test y el post test con un 95,0% de confianza. Esto quiere decir que la solución de problemas aumentó significativamente el nivel de la conservación del área y perímetro en los estudiantes. Se observó además en los procesos de resolución de problemas evidenciados durante la entrevista, que los estudiantes del grupo experimental mostraron un aumento significativo en particular en el proceso de comprensión, todos los estudiantes de la muestra lograron comprenderlo y resolverlo correctamente. Igualmente encontramos una variedad de estrategias utilizadas entre las que se destacan la estrategia de disección, suponer el problema resuelto y tanteo. Sobre el conocimiento geométrico- métrico se observa que el 100% de los estudiantes de la muestra demostraron conocer el concepto de perímetro y área después de las clases. Sobre la adquisición de nueva información, se observa una disminución en este proceso dentro de los estudiantes de la muestra del grupo experimental debido a que los estudiantes después de la implementación no era necesario hacer una relectura de este, comprendían mejor el problema porque su lenguaje matemático era más amplio y conectaban con facilidad sus experiencias previas con el contenido del problema.

Lo anterior se encuentra sustentado en la metodología de "La Clase para Pensar" que se enfoca en la resolución de problemas para propiciar el uso de los procesos mentales implementados y dar solución a una situación planteada dentro de un contexto académico, así como para la creación de problemas nuevos. (López, 2011). En esta línea, Aragón y Gutiérrez (2013), en su investigación evalúan el efecto de un programa de intervención de formación docente "Clase para Pensar" sobre los procesos y las estrategias de resolución de problemas y la exactitud en el pensamiento algebraico temprano, demostrando que los estudiantes, después de haber recibido clases por parte de un docente entrenado en el programa en cuestión, lograron desarrollar procesos de pensamientos más complejos que les permitieron resolver situaciones problemas.

En relación al concepto geométrico- métrico, Barrientos, Cervantes y Sierra (2014) mostraron que después de la implementación de un módulo de formación docente en la resolución de problemas geométrico- métricos, los estudiantes a los que les fueron impartidas las clases, mejoraron la comunicación adecuada para el fortalecimiento de conceptos propios de la geometría, evidenciaron las relaciones entre las representaciones mentales del espacio y sus diversas traducciones o representaciones materiales e interactuaron con el mundo exterior a través de la manipulación, construcción y análisis de objetos, enfatizando la necesidad de acción y la manipulación del sujeto que aprende sobre los objetos y de las ideas, como punto de partida de la actividad matemática (Triviño, (2013)).

Análogamente, para el grupo control que no fue sometido a la metodología, se observa que no existe una diferencia estadísticamente significativa entre las medias para la conservación del perímetro (p=0,999843) y el total de la conservación (p= 0,208411) para el pre test y el post test con un 95,0% de confianza. Esto quiere decir que la metodología tradicional no aumentó significativamente el nivel de la conservación del perímetro y de la suma de la conservación del área y perímetro en los alumnos. Se observó además en los procesos de resolución de problemas evidenciados durante la entrevista, que los estudiantes del grupo control siguen presentando baja frecuencia en los procesos de C*omprensión*, *Identificación de variables*, *Visualización y Traducción*. Además, encontramos que de las estrategias propuestas para desarrollar un problema de conservación de área y perímetro, sigue predominando la de tanteo dentro del grupo. Al finalizar, de los estudiantes del grupo control a los que se les aplicó la entrevista, ninguno logró resolver el problema correctamente.

Reafirmando lo anterior, Corberán (1996) resalta un error en la enseñanza tradicional del área y es el de limitarla a las fórmulas para su cálculo, lo cual se convierte para los alumnos en un obstáculo para comprender el concepto de área como número de unidades que recubren la superficie y para desarrollarla como una propiedad que se conserva por recorte y pegado. Piaget (1973) afirma que la ausencia de actividades para manipulaciones de área, que ocurre muy frecuentemente en las clases tradicionales, principalmente aquellas con las cuales se inician las acciones sensorio-motoras de los niños en la escuela, causa dificultades en la mayoría de los estudiantes en este tema. Corberán (1996) y D'Amore y Fandiño (2005) resaltan diversas dificultades que los estudiantes ponen en manifiesto en cuanto a los conceptos de perímetro y área, dentro de los que se resaltan: confusión operacional entre el área y perímetro, falsa relación entre el área y perímetro, falta de reflexión sobre el carácter dimensional de las formulas, confusión entre el cm^2 como un cuadrado de 1cm de lado y confusiones terminológicas entre área y perímetro, dificultades que no les permiten resolver exitosamente un problema alrededor de estos conceptos.

Para la conservación del área (p= 0,00376944), sí hay diferencia estadísticamente significativa entre las medias con un 95,0% de confianza. Esto quiere decir que metodología tradicional sí aumentó significativamente el nivel de la conservación del área en los alumnos del grupo control. Se podría pensar que debido a la instrucción recibida por parte del docente respecto al concepto de conservación del área y el acercamiento que los mismos estudiantes tienen al concepto, por causa del contexto rural en el que habitan y los proyectos que se trabajaron durante el mismo lapso de tiempo con el docente de agrícola sobre cultivos y parcelación, contribuyeron a que los estudiantes lograran tener mejores nociones sobre el área. Adicional a esto, se evidencio en las entrevistas realizadas a la muestra del grupo control, que en el proceso geométrico-métrico existe un aumento con respecto al pre test, por lo que se reafirma lo anteriormente planteado.

Al respecto, Cabañas (2005), Kordaki y Potari (1998) afirman que el concepto de área se relaciona con la cuantificación de una superficie y es parte de la cultura de todas las sociedades y de la vida diaria de las personas. MEN (2004), sostiene que el acercamiento que los estudiantes tienen a las matemáticas a través de situaciones procedentes de la vida diaria, permiten un aprendizaje más significativo para ellos. Por lo que es sustentable que se presentara una diferencia significativa respecto a los conocimientos sobre el concepto de conservación del área.

Comparando ambos grupos, se observó que para el grupo experimental y el grupo control sí existe una diferencia estadísticamente significativa entre las medias del post test para la conservación del área (p= 0,00000280822), mostrando una relación causal entre una variable dependiente (conservación del perímetro) y la variable independiente (solución de problemas), para el perímetro ($p=1,13777 \times 10^{-7}$), mostrando una relación causal entre la otra variable dependiente (conservación del área) y la variable independiente (solución de problemas) y para el total de la conservación ($p= 2,37433\times 10^{-7}$), mostrando hay una relación causal entre la variable dependiente (conservación del perímetro y del área) y la variable independiente (solución de problemas). Lo anterior dado un 95,0% de confianza. Dentro de las entrevistas realizadas a las muestras para cada grupo y dadas las diferencias entre las frecuencias evidenciadas, se observa una diferencia negativa para el grupo control en el proceso de verificación de la solución y ningún cambio en la percepción de elementos constitutivos; en su mayoría los procesos no superan la diferencia de los ocho puntos, por el contrario, dentro los estudiantes del grupo experimental la frecuencia de estas diferencias en los procesos de resolución de problemas supera en su totalidad los ocho puntos, reafirmando que los estudiantes del grupo experimental mejoraron inclusive en el conjunto de procesos y estrategias aplicadas al resolver un problema de conservación de área y perímetro con respecto a los del grupo control.

Al momento de implementar la metodología en las clases se debió trabajar la actitud de los estudiantes. La Clase Para Pensar, emplea la pregunta como herramienta fundamental para hacer visible los aprendizajes, de tal manera que ellos intervienen durante toda la clase. La docente se encontraba por primera vez con los estudiantes de este curso, que además venían de una metodología tradicional, donde el docente sólo escribe en el tablero y explica asumiendo que todos han comprendido el tema, por su parte el estudiante se limita a escuchar y a escribir los conceptos trasmitidos por parte del docente. La mayoría de los estudiantes argumentaba que sentían temor de participar porque podían hacerlo mal y/o que sus compañeros se burlaban si se equivocaban. De tal manera que hubo que trabajar la participación en clases, darles confianza para que intervinieran y manejar la parte de la timidez de los estudiantes, situación que fue mejorando progresivamente.

Respecto a esto, el ICFES (2007) afirma que al resolver problemas se aprende a matematizar, lo que es uno de los objetivos básicos para la formación de los estudiantes. Con ello aumentan su confianza, tornándose más perseverantes y creativos y mejorando su espíritu investigador, proporcionándoles un contexto en el que los conceptos pueden ser aprendidos y las capacidades desarrolladas.

Estos resultados van acorde con los obtenidos por Fernández, Tarraga, y Colomer (2012) donde mostraron que los programas de intervención para mejorar la solución de problemas matemáticos logran una mejora y un aprendizaje significativo de los procesos de solución de problemas, mediante la comprensión de los enunciados y la planificación de soluciones, al igual que la presente investigación.

Por todo lo anterior descrito se comprueba la hipótesis H_1 donde se afirma que habrá efecto de la resolución de problemas sobre la conservación de perímetro, rechazando así la hipótesis H_{01}. Igualmente, se comprueba la hipótesis H_2 donde se afirma que habrá efecto de la resolución de problemas sobre la conservación de área, rechazando así la hipótesis H_{02}.

9.1 PERCEPCIÓN DE LOS ESTUDIANTES ACERCA DE LA METODOLOGÍA

A partir de las impresiones recogidas de los estudiantes por medio de una encuesta de percepción de la metodología (Ver Anexo Q) se resumen en el siguiente cuadro las categorías de respuesta identificadas:

Tabla 13: Análisis de respuestas acerca de la metodología

CATEGORIA	EVIDENCIAS	ANÁLISIS	CONCLUSIONES
COMPRENSIÓN	"Yo pienso que fue bien porque entendí que era lo que me pedían al resolver un problema". "Pienso que todo lo que aplicamos de perímetro y área nos ayudó mucho porque nos enseñó cómo sacar la parte sombreada de una figura y cuál era el perímetro de una figura". "Que es un método muy bueno para aprender".	A partir de las respuestas dadas por los estudiantes se puede evidenciar que la comprensión juega papel importante al momento de resolver un problema. Ellos resaltan, que el hecho de entender el problema, además saber qué era lo que debían implementar para su solución, les facilitó resolver adecuadamente los problemas planteados.	Para Alsina, Fortuny y Pérez (1997), citados por López, Noriega & Ospino (2007), el proceso de resolución de problemas implica para el estudiante un análisis de las situaciones enfocado al desarrollo de estrategias que permitan llegar a su solución. La resolución de problemas facilita procesos básicos de pensamiento como la comprensión y se convierte en uno de los medios para lograr aprendizajes significativos.

CATEGORIA	EVIDENCIAS	ANÁLISIS	CONCLUSIONES
DIVERTIDO	“Pienso que con esas clases todos nos divertimos y aprendimos hallar el perímetro y el área”. “Me pareció muy fácil de aprender y divertido”. “Nada me pareció aburrido porque me divertí armando los rompecabezas y hallando su área y perímetro”.	Se evidencia que los estudiantes se sentían motivados al momento de las clases, provocando en muchos de ellos un estado de alegría, al punto de considerar como divertidas y entretenidas las clases, lo que representa es un factor determinante para el aprendizaje de cualquier área y en especial de las matemáticas.	Algunos autores señalan que la diversión debería ser uno de los objetivos del docente al momento de desarrollar una clase. Cuando se busca que una clase sea atractiva y motivadora para los estudiantes, la actividad lúdica es indispensable para lograrlo, la cual le permite a cada estudiante desarrollar sus propias estrategias de aprendizaje. La importancia de llevar actividades lúdicas al salón de clases radica en la forma como se dan los aprendizajes en los estudiantes. “La importancia de aplicar esta estrategia radica en que no se debe enfatizar en el aprendizaje memorístico de hechos y conceptos, sino en la creación de un entorno que estimule a los alumnos y alumnas a construir su propio conocimiento y elaborar su propio sentido” (Bruner y Haste(1996) citado en López y Moreno, (1997).

CATEGORIA	EVIDENCIAS	ANÁLISIS	CONCLUSIONES
EXPLICACIONES Y EJEMPLOS	"… entendía lo que debía hacer para solucionar un problema de perímetro y área". "… antes de comenzar las clases no sabía cómo hallar el perímetro y el área y con la metodología aprendí hacerlo". "… con las explicaciones y ejemplos entendí perfectamente ese tema".	A partir de las respuestas dadas por los estudiantes se puede inferir que las diferentes actividades y situaciones llevadas en las clases de perímetro y área, al igual que la forma cómo fueron presentadas, facilitaron el aprendizaje.	Las clases fueron planeadas teniendo en cuenta la metodología "Clases Para Pensar", que según López, (2011), se constituyen en un conjunto de estrategias didácticas que facilitan el desarrollo del pensamiento, enfatizando además en la resolución de problemas.
CATEGORIA	**EVIDENCIAS**	**ANÁLISIS**	**CONCLUSIONES**
CONTEXTO (VIDA COTIDIANA)	"Yo pienso que todo lo que aplicamos para el perímetro y el área es para que lo llevemos a nuestra vida cotidiana". "La metodología aplicada me permitió comprender muchas cosas, aprendí a resolver problemas de perímetro y área y entendí que son situaciones que están presente en nuestra vida cotidiana.	Se puede evidenciar, de acuerdo a las respuestas dadas por los estudiantes que la metodología implementada, apoyada en la resolución de problemas, da sentido a los aprendizajes de los estudiantes, de tal manera que ellos puedan contextualizarlos a la vida diaria. Este es otro factor determinante en el aprendizaje, porque les permite modelar situaciones cotidianas al mundo de las matemáticas.	Es de gran utilidad que los estudiantes puedan relacionar situaciones contextuales con los conceptos de área y perímetro, esto facilita la comprensión al momento de solucionar un problema, y le da sentido a los aprendizajes. Según Gómez-Granell (1989), citado por Ramírez, Cano y Molina (2013), encontró que los niños evocan, para explicar la solución de un problema, sus entornos familiares o locales, realizan dibujos en que priorizan el contexto (tienda, escuela u otros) y que pocas veces utilizan las "explicaciones formales" para dar

	"… es importante saber todo esto por si uno compra o tiene un terreno". "Me pareció muy interesante porque son temas que se ven en nuestra vida cotidiana… ".		cuenta de sus soluciones, o como lo señala Alsina, Lopez y Fortunity (2012), la resolución de problemas debe entenderse como una herramienta útil para moverse mucho mejor en la vida cotidiana.
CATEGORIA	**EVIDENCIAS**	**ANÁLISIS**	**CONCLUSIONES**
REPRESENTACIÓN ENACTIVA	"Me pareció muy interesante hallar el área y el perímetro con el geoplano, los monominos y cuando armamos los rompecabezas". "Me pareció interesante los rompecabezas y trabajar con los monominos, porque lo hacíamos de forma divertida y entretenida". "Los rompecabezas y los monominos porque es una forma divertida de aprender las matemáticas". "No todo lo trabajábamos escribiendo, sino también construyendo figuras".	Los estudiantes en sus respuestas expresaron el impacto que produjo en ellos la utilización de material didáctico en las clases, ellos expresaron que les permitió hallar el área y el perímetro de manera fácil, y que les resultó interesante aprender de manera distinta en relación a sus clases tradicionales.	Según Zorzoli (2010), la enseñanza de la geometría, debe orientarse al desarrollo de habilidades específicas: visuales, verbales, de dibujo, lógica y de aplicación. El material didáctico en las clases buscaba favorece el aprendizaje significativo, así mismo contribuir al uso de herramientas que permitieran la solución de problemas, a partir de la observación y la experimentación. Así mismo, Villarroya (1994): "la manipulación dinámica de objetos es lo que permite hacer descubrimientos propios geométricos, y partiendo de esos objetos físicos construir mentalmente los objetos matemáticos correspondientes".

CATEGORIA	EVIDENCIAS	ANÁLISIS	CONCLUSIONES
MOTIVACIÓN	"Cuando trabajaba en clases, muchas veces no entendía lo que hacíamos, pero ahora ya me interesa más porque a mí me gusta aprender y las matemáticas es la que más estudiamos". "Me ayudó a mejorar mi atención en las clases". "… como aprendí rápido me animé más".	A partir de las respuestas dadas por los estudiantes se puede inferir que la asignatura no les motivaba, al punto de no lograr la comprensión, y la atención en clases era poca. La metodología implementada ayudó que los estudiantes encontrarán sentido a los aprendizajes en la asignatura de geometría y logró captar la atención de muchos.	Las matemáticas se constituyen en una de las áreas que genera mayor rechazo en los estudiantes, ya sea por la forma como se lleva al salón de clases, la edad de los estudiantes o el tipo de inteligencia que estos han desarrollado, entre otros. Lo que si es cierto es que la motivación juega un papel fundamental al momento de adquirir nuevos aprendizajes. Como lo expresa Piaget, "Es en todo evidente que para que la inteligencia funcione se necesita un motor que es afectivo. Uno nunca tratará de resolver el problema si el problema no le interesa. El interés, la motivación afectiva, es el móvil de todo (Bringuier, 1977. Conversaciones con Piaget). Así mismo, "La actitud de los estudiantes frente a las matemáticas mejora sus aprendizaje y permite un buen progreso en la solución de problemas" Lester (1983), citado por Muñoz y Matos (2008).

10. CONCLUSIONES

La enseñanza a partir de la resolución de problemas en torno a la conservación de área y perímetro, muestra que los estudiantes mejoraron significativamente su desempeño a la hora de enfrentarse a situaciones relacionadas con estos dos conceptos, además contribuyó al desarrollo de procesos cognitivos y estrategias de resolución de problemas geométricos en los mismos. Esto reafirma la perspectiva tomada por López (2011) sobre los beneficios que ofrece la Clase para Pensar y la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas.

Cuando se estableció el objetivo general que perseguía este trabajo de investigación, teníamos claro que lo realmente preocupante es la forma cómo se vienen abordando los contenidos de la geometría en relación a la medida en los ciclos de primaria y secundaria. Sabemos por experiencia, que los estudiantes tienen dificultades para apropiarse de los conceptos de medición en relación al área y al perímetro de polígonos regulares e irregulares y, que en determinados casos se presentan confusiones con estos conceptos; así mismo que tienen desconocimiento de los procesos necesarios para resolver situaciones problemas que involucren los conceptos de medición. Esto nos llevó a pensar que todas las actividades deberían encaminarse a buscar que los estudiantes desarrollaran la conservación de perímetro y de área apoyados en la resolución de problemas como metodología de enseñanza, logrando de esta manera comprobar la hipótesis alternativa de esta investigación, es decir, se determinó que hubo efecto de la resolución de problemas en la conservación de perímetro y de área.

En este sentido se establecen las siguientes consideraciones:

- La resolución de problemas fue efectiva en el grupo experimental pues hubo diferencia estadísticamente significativa entre las medias para la conservación del área, el perímetro y el total de la conservación en el pre test y el post test.
- La metodología tradicional no generó en el grupo control una diferencia estadísticamente significativa entre las medias para la conservación del perímetro y el total de la conservación para el pre test y el pos test.
- Se presentó una diferencia estadísticamente significativa entre las medias para el pre test y el post test en el grupo control. Lo anterior debido al estudio del concepto geométrico en clases, el contexto rural de la población y refuerzo de estos conceptos dentro de contextos significativos por parte del docente a cargo de la asignatura de agrícola.
- Corroborando los estudios de Carpenter y Lewis (1976) y López (2011), la resolución de problemas aumentó en la muestra del grupo experimental los procesos de *Comprensión, Visualización, Conocimiento geométrico-métrico* e *Implementación*.
- La metodología tradicional en la muestra del grupo control no aumentó los procesos de C*omprensión, Visualización, Conocimiento geométrico- métrico e Implementación* en la muestra de los estudiantes, reafirmando lo planteado por Del Olmo, Moreno & Gil (1993).
- La metodología fue valorada de manera positiva por los estudiantes al reconocer que les facilitó resolver adecuadamente los problemas planteados con ayuda del material didáctico y que les permitió hallar el área y el perímetro de manera fácil e

interesante. Afirmaron haber encontraron sentido a los conceptos en su vida cotidiana.

- La conservación del área y el perímetro en estudiantes de octavo grado puede ser desarrollada exitosamente a través de la resolución de problemas determinando así una relación causal entre la variable independiente (solución de problemas) y la variable dependiente (conservación del perímetro y de área).
- Se confirmaron las apreciaciones realizadas por, Piaget, Hingelder, Szeminzka (1976), Chamorro (2008), Del Olmo, Moreno y Gil (1993), Kordaki y Potari (1998), Cabañas (2005), Rojas (2010), Marmolejo y Vega (2005), entre otros autores, sobre los procesos de conservación de magnitudes y su rol fundamental en la apropiación de conceptos de magnitudes como perímetro y área.
- Los resultados de este trabajo confirman los obtenidos por Hernández y Cortina (2007), Piaget, Inhelder y Szeminska (1976), quienes aseguran que es necesario apoyar a los alumnos para que comprendan, primero, la conservación y después, la transitividad. Esto no sólo los ayudará a que entiendan la cuantificación de la medición, sino que les permitirá mejorar su comprensión.

Seguidamente se resaltan las principales aportaciones realizadas en este trabajo de investigación.

El capítulo 7 constituye parte del nucleo central de las aportaciones realizadas. En este se ha diseñado un cuestionario sobre la conservación de perimetro y área con base en las sugerencias pedagógicas y conceptuales brindadas por Rojas (2010) y Corberán (1996). El cuestionario plantea preguntas con distinto grado de dificultad, acudiendo a la definición de conservación de área y perímetro , atiende a las dificultades más frecuentes encontradas por diversos autores en investigaciones previas y además indaga acerca del por qué de las respuestas que los estudiantes dan a la hora de resolver estos problemas. Se propone además una escala de puntuación, como soporte a la aplicación del instrumento, que permite sistematizar los datos de manera concisa.

En la metodología implementada, se ha efectuado una interesante combinación de dos instrumentos: Para evaluar el efecto de la resolución de problemas sobre la conservación de perímetro y área y otro para evaluar los procesos de resolución en los mismos. Desde la perspetiva de los procesos en la resolución de problemas permite indagar profundamente en el pensamiento de los estudiantes con respecto a los resultados arrojados por el cuestinario de conocimientos y de esta forma, encontrar patrones o establecer algunas consideraciones para los grupos con bajo y alto puntaje en el cuestionario para consecuentemente diseñar un plan de acción dentro de las planeaciones de las clases que apuntaran a las necesitades particulares del grupo.

Por otro lado, desde la perspectiva de los conocimientos sobre la conservación de perímetro y área, el profundizar en los procesos evidenciados por los estudiantes contribuye a verificar las investigaciones de Del Olmo, Moreno & Gil (1993), Rojas (2010) , D’Amore y Fandiño (2009) acerca de las dificultades en los estudiantes con respecto a los conceptos de perímetro y área y la naturaleza de las mismas. Se propone a través de la resolución de problemas una solución alternativa y didáctica para tratarlas dentro del aula de clases, preparando un ambiente de aprendizaje significativo para los estudiantes y que progresivamente permitirá disipar o mitigar estas dificultades.

En el capitulo 8 y 9 se muestran los resultados de esta investigación donde se verifica la utilidad del empleo de la resolución de problemas de conservación de perímetro y área junto con la técnica de la encuesta y el cuestionario. Su uso se ha mostrado muy efectivo, generando diferencias estadísticamente significativas dentro del grupo experimental con respecto a la conservación de área, la conservación de perímetro y el total de la conservación. Adicionalmente, se ha comprobado el éxito de la metodología dentro del contexto rural de la institución y su influencia positiva dadas las apreciaciones de los estudiantes.

11. RECOMENDACIONES

Las autoras se permiten realizar las siguientes recomendaciones apoyadas en la experiencia obtenida en este trabajo de investigación:

- Dejar de lado la metodología discursiva y tradicionalista y apuntar a metodologías más activas y participativas.
- Para estudios similares sobre la conservación del área, se sugiere seleccionar una población dentro de un contexto donde los estudiantes no se vean expuestos a situaciones que podrían ser significativas al momento de la implementación de la metodología. Sin embargo, invitamos a seguir realizando investigaciones en contextos rurales, puesto que se identificaron grandes necesidades relacionadas al concepto de área y perímetro en este tipo de poblaciones.
- Elegir una muestra de mayor tamaño dado que se encontró una diferencia significativa para la conservación del área en el grupo control.
- Elegir un número mayor de estudiantes para realizar las entrevistas dado que el tamaño de la muestra puede variar según los criterios seleccionados.

12. BIBLIOGRAFIA

Alfaro, C., (2006). *Las ideas de Pólya en la resolución de problemas*. Cuadernos de Investigaciones y formación en educación matemática. Número 1. Universidad Nacional, Bogotá.

Alsina, C.; Fortuny, J y Pérez, R (1997) *¿Por qué Geometría? Propuesta didáctica para la ESO.* Madrid: Autor.

Andonegui, M. (2006). *Desarrollo del pensamiento matemático*. *Cuaderno N° 12 Geometría: conceptos y construcciones elementales*. Caracas, Venezuela: Federación Internacional Fe y Alegría.

Aragón, & Gutierrez. (2013). *Efecto del programa de Formación Docente "La Clase para Pensar" sobre los procesos y las estrategias de resolución de problemas y la exactitud en el pensamiento algebraico temprano*. Barranquilla: Universidad del Norte.

Bachelard, G. (1978). *Conocimiento común y conocimiento científico*. En: G. Bachelard. El racionalismo aplicado. Buenos Aires: Paidós, pp. 99-130.

Báez, R. e Iglesias, M. (2007). *Principios didácticos a seguir en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría en la UPEL*. *"El Mácaro".* Revista Enseñanza de la Matemática, *12 al 16*(número extraordinario), 67-87.

Barrantes, M. (2002). *Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para maestro sobre la geometría escolar y su enseñanza-aprendizaje* (Tesis de Doctorado). Departamento de Didáctica de la Ciencias Experimentales y de las Matemáticas. Facultad de Educación. Universidad de Extremadura. España.

Barrantes, M. y Blanco, L. (2004). *Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para maestro sobre la geometría escolar*. Enseñanza de las Ciencias, 22(2), 241-250.

Barrantes López, M., & Zapata Esteves, M. A. (2008). *Obstáculos y errores en la enseñanza-aprendizaje de las figuras geométricas*.

Barrientos, K. Cervantes, L y Sierra, M. (2014). *Efecto de un módulo de formación docente en la resolución de problemas geométricos - métricos de los estudiantes*. Tesis de grado para optar al título de magister. Universidad del Norte.

Batista, E. (2007). *Lineamientos pedagógicos para la enseñanza y el aprendizaje*. Bogotá: Universidad Cooperativa de Colombia.

Blanco, L., Cárdenas, J., y Caballero, A. (2015) *La resolución de problemas de Matemáticas en la formación de profesores de Primaria*. Manuales UEX. Universidad de Extremadura. Cáceres (España).

Bringuier, J. (1977) *Conversaciones con Piaget*. Barcelona: Granica

Brousseau, G. (1983): *Les obstacles epistemologiques et les problemes en mathématiques*. Recherches en didactique des mathématiques. Grenoble. Editorial La pensée sauvage: Vol 4 (2) pp.165-198.

Brousseau, G. (2001). *Les erreurs des élèves en mathémat ques i.* Traducido por Brigitte Bernard. Artículo no publicado

Bruner, J. y Haste , B. (1996). Visually preadapted constituents of manipulatory action. Perception, 1, 3-14.

Caballero, A. (2013). *Diseño, aplicación y evaluación de un programa de intervención en control emocional y resolución de problemas matemáticos para maestros en* *formación inicial* (Doctoral Dissertation, Tesis Doctoral). España: Universidad de Extremadura, Bardajoz.

Cabañas, G (2005). *La noción de conservación en el estudio del área*. En Lezama, Javier; Sánchez, Mario; Molina, Juan Gabriel (Eds.), Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (pp. 457-462). México DF, México: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C.

Cabañas, G.; Cantoral, R. (2006). *La conservación en el estudio del área*. México: DME-Cinvestav-IPN.

Cantoral, R. y Montiel, G. (2003). *Visualización y pensamiento matemático.* México: Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN.

Carpenter, T. P. and Lewis, R. (1976). *The development of the concept of a standard unit of measure in young children*. Journal for Research in Mathematics Education, 7, 53-58.

Carrillo, J. (1996). *Modos de resolver problemas y concepciones sobre la matemática y su enseñanza de profesores de matemáticas de alumnos de más de 14 años. Algunas aportaciones a la metodología de la investigación y estudio de posibles relaciones.* España: Universidad de Huelva.

Castro, Enrique (2001). *Resolución de problemas. Ideas, tendencias e influencias en España*. Departamento de la Matemática. Universidad de Nueva Granada. España.

Cerdán, F. y Puig, L. (1988). Problemas aritméticos escolares. Madrid: Síntesis.

Chamorro, M. *et ál*. (2008). *Didáctica de las matemáticas para primaria*. España: Pearson Prentice Hall.

Chapa, J, F. & Gutiérrez, A. 1992. *Definiciones de triángulos y cuadriláteros: errores e inconsistencia en libros de texto de E.G.B. Revista Epsilón*, 23, pp. 49-62.

Clements, D.H. y Battista, M.T. (1992). *Geometry and Spatial Reasoning, en Grouws, D. A.* (ed.) (1992). Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning, pp. 420-464. Nueva York: MacMillan.

Cobo, L. (1998). *Análisis de los procesos cognitivos y de las interacciones sociales entre alumnos (16 -17) en la resolución de problemas que comparan área de superficies planas. Un estudio de Casos.* Departamento de Didáctica de la Matemática y de las Ciencias Experimentales de la Universidad Autónoma de Barcelona.

Colón, H. (2009). *Desarrollo del concepto de medición en la escuela elemental*. Revista 360. No. 4. Universidad de Puerto Rico. Recinto de Ponce. Puerto Rico.

Corberán, R. (1996). *El Área. Recursos didácticos para su enseñanza en primaria*. En: Mourut de Montpellier, Olimpia Figueras, pp. 1-87. México, D. F.: Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional.

Crosby, J. (1997). *Learning in small groups.* Espilion 38, 20(1), 25–43.

D'Amore, B. & Fandiño, M. I. (2005). *Cambios de convicciones en futuros profesores de matemática de la escuela secundaria superior*. Espilion 58, 20(1), 25–43.

D'Amore, B. & Fandiño, M., (2009). *Área y Perímetro. Aspectos conceptuales y didácticos*.

Del Olmo, M., Moreno, M. & Gil, F. (1993). *Superficie y volumen: ¿Algo más que el trabajo con fórmulas?* Madrid: síntesis

Dickson, L., Brown, M. y Gibson, O. (1991). *El aprendizaje de las matemáticas*. Madrid: MEC y Ed. Labor.

Duval, R. (1999). *Semiosis y Pensamiento Humano. Registros Semióticos y Aprendizajes intelectuales.* Cali: Universidad del Valle. Instituto de Educación y Pedagogía. Grupo de Educación Matemática..

Escorcia. J., Chaucanés, A., Medrano, A., Therán, E., (2013) *Estrategias didácticas para potenciar el pensamiento matemático a partir de situaciones del entorno métrico en estudiantes de educación básica y media del municipio de Sincelejo.* Colombia: Universidad de Sucre.

Fernández, Lopera y Cervantes (2010). *ICFES. Resultados de Colombia en TIMSS 2007. Seminarios Internacional sobre la Calidad de la Educación.* Bogotá, Colombia.

Fernández, M., Tarraga, R., & Colomer, C. (2012). *Variables predictoras de la resolución de problemas matemáticos en alumnos de 3° de primaria.* Valencia, España.

Fonseca, J., & Alfaro, C. (2010). *Resolución de Problema como Estrategia Metodológica en la Formación de docentes en matemáticas: Una propuesta.* Universidad de Costa Rica. Recuperado de: http//revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6928

García, G. (2013). *La construcción del concepto de área a través de la resolución de problemas: las interacciones y el análisis cognitivo.* España: Universidad de Huelva.

Godino, J. (s.f.) *Didáctica de las Matemáticas para Maestros*. Recuperado de: http://www.ugr.es/ local/jgodino/edumat-maestros/

Gómez, M. (2011). *Pensamiento Geométrico y Métrico en las pruebas nacionales.* Recuperado de: http://www.bdigital.unal.edu.co/

Guzmán, M.D., & Gil, D. (1993). *Enseñanza de las ciencias y las matemáticas. Tendencias e innovaciones.* España: Popular.

Hart, K. (1984). *Which comes first—length, area, or volume?* Arithmetic Teacher, 31(9), 16–18. 26–27.

Hernández, V. y Villalba, M. (2001). *Perspectivas en la enseñanza de la geometría para el siglo XXI*. Documento de discusión para estudio ICMI. PMME-UNISON.

Traducción del documento original. Recuperado de http://www.euclides.org/menu/articles/article2.htm

Hernández, M.; Cortina, J.; (2007). La magnitud continúa al comenzar la educación primaria. XI Congreso Nacional de Investigaciones/5. Educación y Conocimientos Disciplinares/Ponencia. Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá.

Hernandez, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2010). *Metodología de la Investigación*. Tercera Edición. México Edit.

Hershkowitz, R. 1990. *Psychological aspects of learning geometry*. En: P. Nesher y J. Kilpatrick (Eds.), Mathematics and cognition, pp. 70-95.

Hershkowitz, R., Bruckheimer, M., & Vinner, S. (1987). Activities with teachers based on cognitive research. *Learning and teaching geometry, K-12*, 222-235.

ICFES, (2007). *Fundamentación conceptual área de matemáticas. Grupo de evaluación de la educación superior*. Bogotá, Colombia.

ICFES (s.f). *Orientaciones para el examen de estado de la educación media. Icfes saber 11. R*ecuperado de: http://www.slideshare.net/cikey/guia-saber-2011

ICFES, (2007). *Fundamentación conceptual área de matemáticas. Grupo de evaluación de la educación superi*or. Bogotá, Colombia.

ICFES, informe (2010). *Colombia en Pisa 2009. Síntesis del Resultados. Ministerio de Educación Nacional. Bogotá,* Colombia.

ICFES Informes (2013). *Colombia en Pisa 2012. Informe Nacional de Resultados, resumen ejecutivo. Ministerio de Educación Nacional.* Bogotá, Colombia.

ICFES Informes (2010). *SABER 5° y 9°. Resultados Nacionales. Ministerio de Educación Nacional*. Bogotá, Colombia.

Kantowski, M. (1997). Processes Involved in Mathematical Problem Solving. Journal for *Research in Mathematics Eduaction, 8 (3)* 163 – 180.

Kidder, R. F. & Lamb. C. (1981) *Conservation of length: An invariant-A study and a follow·up*. 12:225-230.

Kordaki, M. (2003). *The effect of tools of a computer microworld on students' strategies regarding the concept of conservation of area*. *Educational Studies in Mathematics, 52****, 177–209.***

Kordaki, M., & Potari, D. (1998). A learning environment for the conservation of área and its measurement: a computer microworld. *Computers & Education, 31(4), 405-422.*

Kospentaris, G., Spyrou, P. & Lappas, D (2011). *Exploring students' strategies in area conservation geometrical tasks* .Educ Stud Math 77: 105.

Kula, K. (1980). *La medida y los hombres*. Madrid, Siglo XXI.

Lakatos, I., Worral, J., Zahar, E., & Santos, C. (1986). *Pruebas y refutaciones: la lógica del descubrimiento matemático*. Madrid: Alianza Editorial. ISBN: 9788420622064

Lawson, M., & Rice, D. (1987). *Thinking aloud: Analysing students' mathematics performance.* School Psychology International, 8, 233 – 243.

LLECE (2008). *Los aprendizajes de los estudiantes de America Latina y el Caribe.* UNESCO. Santiago de Chile.

López, L. (2011). *La Clase para Pensar*. Barranquilla: Universidad del Norte.

López, S., Noriega, H. & Ospino, A. (2007). *El efecto del programa de formación de docentes "Enseñando a Pensar" en el conocimiento del contenido pedagógico y la práctica en la enseñanza de la Geometría a través de la resolución de problemas.* Universidad del Norte. Barranquilla. EC Martínez - Investigación en educación matemática XII, 2008 - dialnet.unirioja.es

López,L. y Moreno, G.. (1997). *Resultados de Matemáticas. Tercer Estudio Institucional de Matemáticas y Ciencias (TIMSS).* España: Ministerio de Educación y Cultura. Secretaria de Educación y Formación Profesional.

Mántica, Gótte y Dal Maso. (2006). *Una propuesta para el tratamiento del concepto de área en EGB.* Argentina: Facultad de Humanidades y Ciencias. Universidad Nacional del Litoral.

Marmolejo y Vega (2005). *Geometría desde una perspectiva semiótica: Visualización, Figuras y Áreas.* Cali: Universidad del Valle

Márquez, Juan. (2008). *El Concepto de Perímetro apoyado en la Propuesta "Aprender Enseñando" y en los Niveles de Razonamiento*. Universidad de Antioquia. Facultad de Educación. Medellín, Colombia.

Ministerio de Educación Nacional (MEN) (2004). *Pensamiento geométrico y tecnologías computacionales.* Dirección de Calidad de la Educación Preescolar, Básica y Media. Bogotá, Colombia.

Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2014). *Foro Educativo Nacional 2014: Ciudadanos Matemáticamente Competentes.* Bogotá, Colombia.

Ministerio de Educación Nacional (MEN) (2004). *Lineamientos curriculares en matemáticas.* Serie lineamientos curriculares. Bogotá, Colombia.

Moreno, L. (2002). *Cognición y computación, el caso de la geometría y la visualización. Memorias del Seminario Nacional de formación de Docentes: Uso de nuevas Tecnologías en el Aula de Matemáticas*. Ministerio de Educación Nacional.

Mullis, F. (2003). *Classroom meetings: Encouraging a climate of cooperation*. Professional School Counseling, 7(2), 20-28.

Muñoz, J. y Mato, Mª. (2008). *Análisis de las actitudes respecto a las matemáticas en alumnos de Educación Secundaria Obligatoria*. Revista de Investigación Educativa. 26 (1), 209 – 226.

National of Council of Teacher of Mathematics. (2003*). Principios y estándares para la educación matemática.* Traducción de Manuel Fernández Reyes. Original en inglés, 2000. España: Sociedad Andaluza de Educación Matemática.

Nortes, R.; Nortes, A. (2013). *Perímetro y Área. Un problema de futuros maestros. Números,* Revista de Didáctica de las Matemáticas. 84. 65-85. España: Universidad de Murcía.

Paredes, Z., Iglesias, M. y Ortiz, J. (2007). *Sistemas de cálculo simbólico y resolución de problemas en la formación inicial de docentes*. Revista Enseñanza de la Matemática, 12 al 16 (número extraordinario), 89-107.

Parra, B. (1995). *La Enseñanza de las Matemáticas en la Escuela Secundaria. Lecturas. Primer Nivel. Dos concepciones de resolución de problemas de matemáticas*. Secretaria de Educación Pública. México.

Perez, S. y Guillén, G. (2007) *Estudio exploratorio sobre creencias y concepciones de profesores de secundaria en relación con la Geometría y su enseñanza.* Investigación matemática. XI simposio de la SEIEM (pp. 295-305). Universidad de Laguna.

Piaget, J. (1926). *La rappresentazione del mondo nel fanciullo.* Torino: Boringhieri, 1966. [Ed. original en francés: 1926, Paris: Alcan].

Piaget, J. (1973) *La costruzione del reale nel bambino.* Firenze: La Nuova Italia, 1973. [Ed. original en francés: 1937, Neuchâtel: Delachaux & Niestlé].

Piaget, J. & Inhelder, B. (1962). *Lo sviluppo delle quantità fisiche nel bambino.* Firenze: La Nuova Italia. [Ed. original en francés: 1962, Paris – Neuchâtel: Delachaux & Niestlé].

Piaget, J., Inhelder, B. & Szeminska, A. (1976). *La geometria spontanea del bambino.* Firenze: Giunti Barbèra, 1976. [Ed. original en francés: 1948, Paris: PUF].

Pólya, G. (1957). *Mathematics and plausible reasoning (Vol. 1 y 2).* Princeton: Princeton University Press.

Pozo, J., (1994). *La solución de problemas.* Madrid: Editorial Santillana.

Pozo, J y Postigo, Y. (1993). *Las estrategias de aprendizaje como contendio del currículo. Estrategias de aprendizaje: procesos, contenidos e interacción.* Barcelona: Domenech.

Rada, A. Tafur, M., & Varela, L. (2013). *Efecto de la formación docente en Clases para Pensar, mediadas por CABRI, sobre los procesos y las estrategias en la resolución de problemas geométricos y su éxito.* Barranquilla: Universidad del Norte.

Radatz, H. 1979. *Error analysis in mathematics education*. Journal for research in mathematics education, 9, pp. 163-172.

Real Academia Española. (2015). *Diccionario de la lengua española* (22.ª ed.). Madrid, España: Autor.

Ramírez, Z.; Cano, R.; Molina, J. (2013). *Comprensión de los conceptos de perímetro y área en el contexto de la agricultura del café*. Uni-pluri/versidad, 13 (3). Universidad de Antioquia.

Rico, L. (1997). *Reivindicación del error en el aprendizaje de las matemáticas.* Epsilon, 38, 185-198.

Rico, L. (2004). *Marco teórico de evaluación en Pisa sobre Matemática y Resolución de Problemas.* España: Universidad de Granada.

Rodríguez, E. (2005). *Metacognición, Resolución de problemas y enseñanza de las matemáticas.* Tesis Doctoral. España: Universidad Complutense de Madrid,.

Rojas, C. (2010) *la solución de problemas reales y la percepción en la conservación del perímetro y el área*. Zona Próxima, 20, 66-79. Recuperado de http://rcientificas.uninorte.edu.co/index.php/zona/article/viewFile/354/784.

Rosas Arias, O. (2016). *Matemática Recreativa como estrategia de enseñanza-aprendizaje en la resolución de ecuaciones algebraicas de problemas literales.*

Sánchez, Nela (2013). *Concepción del concepto de área en estudiantes de grado sexto.* Ibagué: Universidad del Tolima. Facultad de Ciencias de la Educación.

Santos L. (1997). *Principios y Métodos de la Resolución de Problemas en el Aprendizaje de las Matemáticas.* Cap. 6. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. Grupo Editorial Iberoamérica. Segunda Edición. México.

Santos, M. (2007). *La Resolución de Problemas Matemáticos: Avances y Perspectivas en la Construcción de una Agenda de Investigación y Práctica. Obtenido de Centro de Investigación y Estudios Avanzados, Cinvestav*. Recuperado de http//www.uv.es/Puig/MSantosTSEIEM08.pdf

SERCE (2006). *Los aprendizajes de los estudiantes de América Latina y el Caribe. Primer reporte de los resultados del Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo.* Santiago, Chile.

Schoenfeld, A.H. (1980). *Teaching problema-solving skills. The American Mathematical Monthly, 87(10), 794-805.*

Smith, S., Trueblood, C., & Szabo, M. (1981). *Conservation of length and instruction in linear measurement in young children*. Journal of Research in Science Teaching, *18(1), 61-68.*

Solaz, J. (2008). *Conocimientos y procesos cognitivos en la resolución de problemas de ciencias: consecuencias para la enseñanza.* España Centro: Educativo de Valencia. Recuperado en http://www.javeriana.edu.co/magis.

TIMSS (2007). *International Mathematics Report*. NCES 2009–001.

Triviño, J. (2013). *Módulo Didáctica de las Matemáticas*. Universidad Nacional Abierta y a Distancia. Recuperado de: http://datateca.unad.edu.co/contenidos/551115/Modulo_en_Linea/unidad_3__el_conocimiento_base_del_profesor_de_matemticas.html7/1/maryobygomezcede%C3%B1o.2011.pdf.

Turégano, P. (1996). *Reflexiones didácticas acerca del concepto de área y su medida*, Uno, 10, pp. 9-27.

Vargas, G y Gamboa, R. (2011). *The Van Hiele Model and the teaching of Geometry*. Revista UNICIENCIA 2, 74-94.

Villarroya, F (1994). *El empleo de materiales en la enseñanza de la geometría*. Revista interuniversitaria de formación del profesorado.

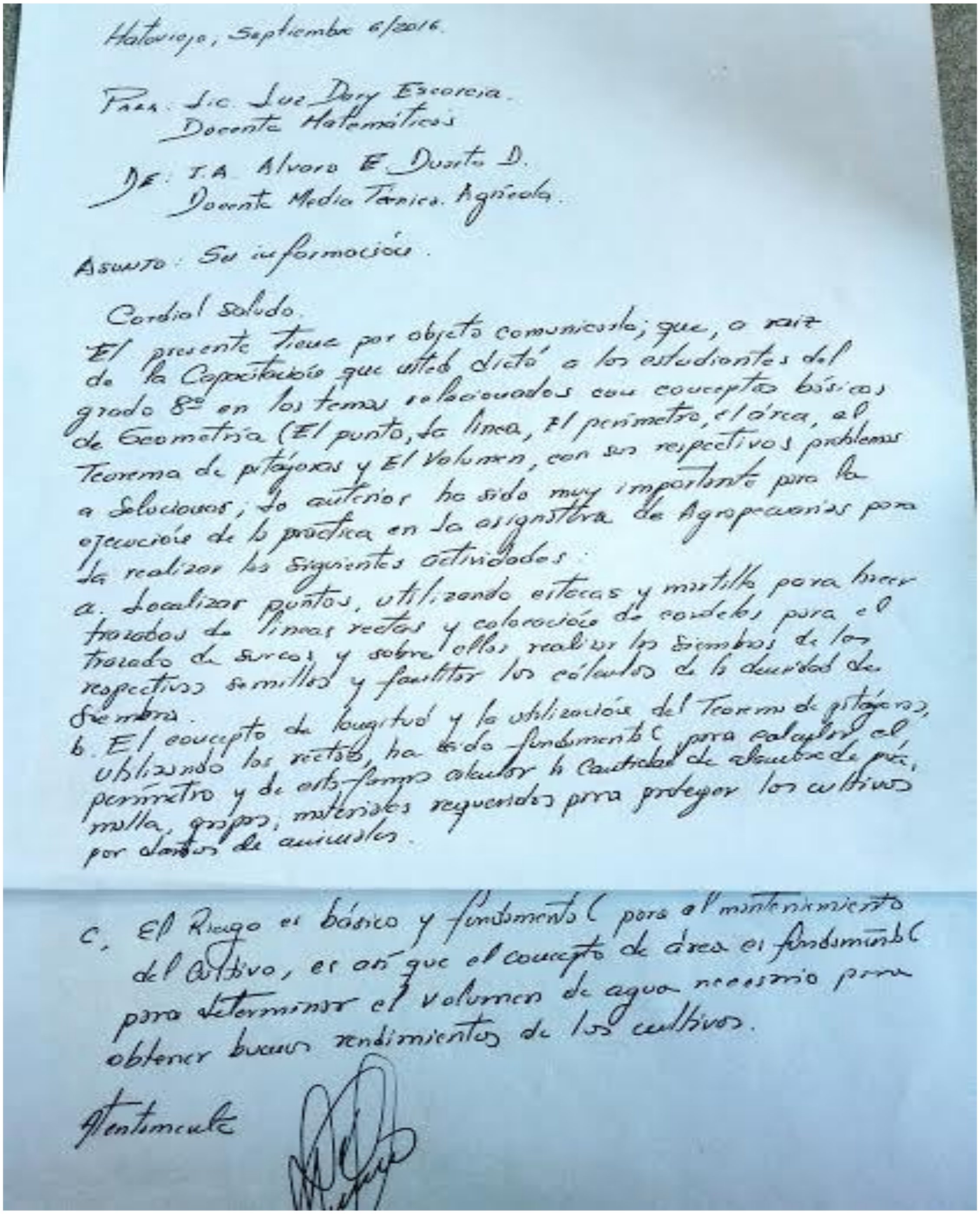
Vinner, S. Hershkowitz, R & Bruckheimer, M. (1987). *Activities with Teachers Based on Cognitive Research.* Learning and Teaching Geometry, K – 12. NCTN, Reston, Virginia.

Vinner, S. (1991). *The Role of Definitions in Teaching and Learning of Mathematical Thinking*. Dordrecht: Kluwer Academic Plublishers.

Zorzoli, M. (2010). *Implementation of the biological Passport: the experience of the internatonal Cycling Union.* Drug Test (11-12). 542- 547.

13. ANEXOS

Anexo A: Carta del docente de media agrícola de la institución



Hatoviejo, Septiembre 6/2016.

Para: Lic. Luz Dary Escorcia.
Docente Matemáticas

De: T.A. Alvaro E. Duarte D.
Docente Media Técnica. Agrícola.

Asunto: Su información.

Cordial saludo.

El presente tiene por objeto comunicarle; que, a raíz de la Capacitación que usted dictó a los estudiantes del grado 8º en los temas relacionados con conceptos básicos de Geometría (El punto, la línea, El perímetro, el área, el Teorema de pitágoras y El Volumen, con sus respectivos problemas a solucionar; lo anterior ha sido muy importante para la ejecución de la práctica en la asignatura de Agropecuarias para la realizar los siguientes actividades.

a. Localizar puntos, utilizando estacas y martillo para hacer trazados de líneas rectas y colocación de cordeles para el trazado de surcos y sobre ellos realizar las siembras de los respectivos semillas y facilitar los cálculos de la densidad de siembra.

b. El concepto de longitud y la utilización del Teorema de pitágoras, utilizando las rectas, ha sido fundamental para calcular el perímetro y de esta forma calcular la cantidad de alambre de púa, malla, grapas, materiales requeridos para proteger los cultivos por daños de animales.

c. El Riego es básico y fundamental para el mantenimiento del cultivo, es así que el concepto de área es fundamental para determinar el volumen de agua necesario para obtener buenos rendimientos de los cultivos.

Atentamente

Anexo B: Pre test cuestionario de conocimientos sobre conservación de área y perímetro

NOMBRE: ____ GRADO: __________

CIUDAD DE APLICACIÓN: _____________________________

FECHA: DIA: _______MES: _________AÑO: _________

HORA DE INICIO: _________________ HORA FINALIZACIÓN: ________________

1. En la **figura 1** y la **figura 2** los cuadrados de ambas cuadrículas son del mismo tamaño.

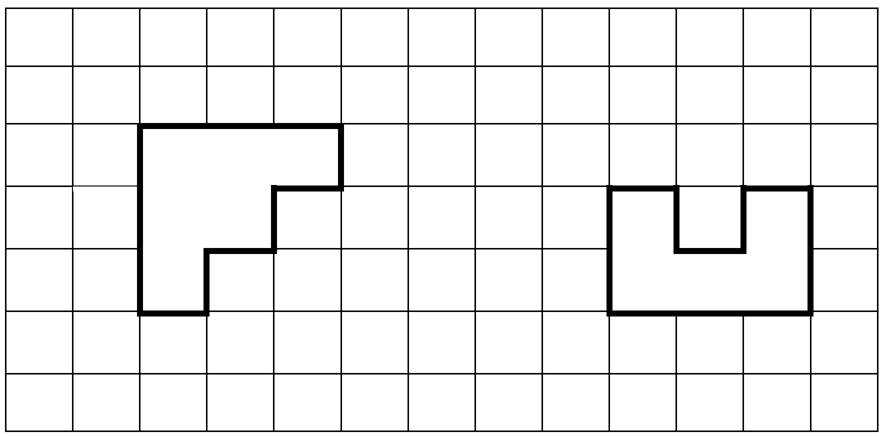


Figura 1 **Figura 2**

Si el patrón de medida es el lado de un cuadrado de los que componen la cuadricula, marca con una X, en el cuadro de la izquierda de cada afirmación, la opción correcta:

- ☐ La **figura 1** tiene mayor perímetro que la **figura 2**.
- ☐ La **figura 1** tiene menor perímetro que la **figura 2**.
- ☐ La **figura 1** tiene el mismo perímetro que la **figura 2**.

¿Por qué? R/ ____

____.

¿Cuál es el perímetro de la **figura 1**? R/____.

¿Cuál es el perímetro de la **figura 2**? R/____.

2. En la **figura 3** y la **figura 4** los cuadrados de la cuadrícula son del mismo tamaño.

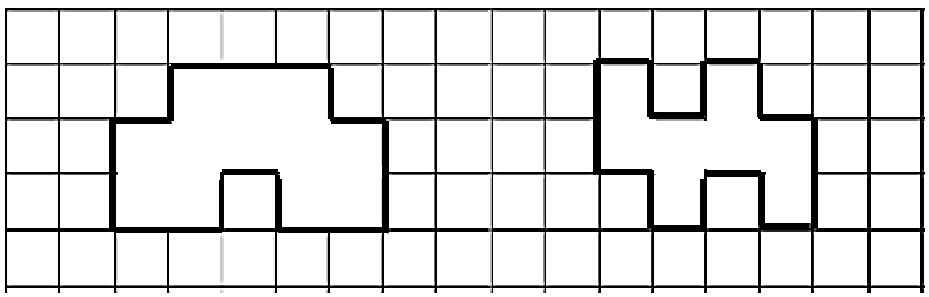


Figura 3 **Figura 4**

Si el patrón de medida es el lado de un cuadrado de los que componen la cuadricula, marca con una X, en el cuadro de la izquierda de cada afirmación, la opción correcta:

- ☐ La **figura 3** tiene mayor perímetro que la **figura 4**.
- ☐ La **figura 3** tiene menor perímetro que la **figura 4**.
- ☐ La **figura 3** tiene el mismo perímetro que la **figura 4**.

¿Por qué? R/ ____

____.

¿Cuál es el perímetro de la **figura 3**? R/ ____.

¿Cuál es el perímetro de la **figura 4**? R/____.

3. En la **figura 5** y la **figura 6,** los cuadrados de la cuadrícula son del mismo tamaño**.**

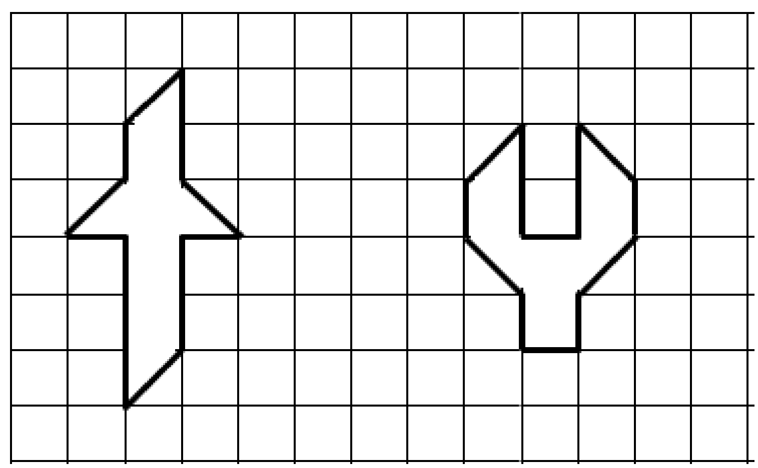


Figura 5 **Figura 6**

Si el patrón de medida es el lado de un cuadrado de los que componen la cuadricula, marca con una X, en el cuadro de la izquierda de cada afirmación, la opción correcta:

- ☐ La **figura 5** tiene mayor perímetro que la **figura 6**.
- ☐ La **figura 5** tiene menor perímetro que la **figura 6**.
- ☐ La **figura 5** tiene el mismo perímetro que la **figura 6**.

¿Por qué? R/ ____

____.

¿Cuál es el perímetro de la **figura 5**? R/ ____.

¿Cuál es el perímetro de la **figura 6**? R/____.

4. En la **figura 7** y la **figura 8,** los cuadrados de la cuadrícula son del mismo tamaño**.**

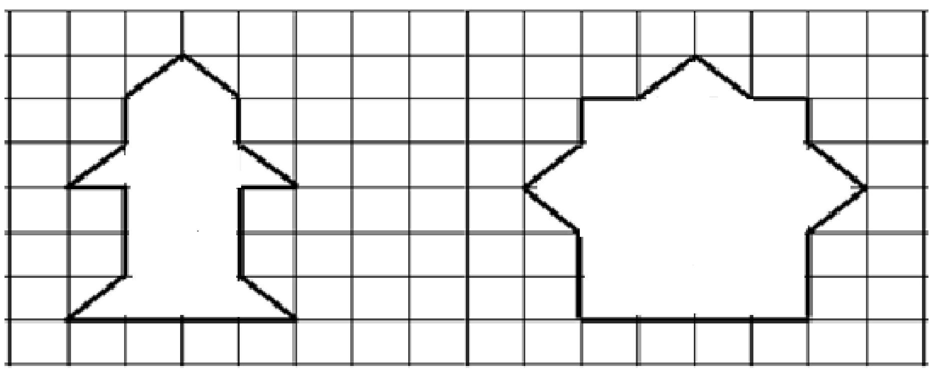


Figura 7 **Figura 8**

Si el patrón de medida es el lado de un cuadrado de los que componen la cuadricula, marca con una X, en el cuadro de la izquierda de cada afirmación, la opción correcta:

- ☐ La **figura 7** tiene mayor perímetro que la **figura 8**.
- ☐ La **figura 7** tiene menor perímetro que la **figura 8**.
- ☐ La **figura 7** tiene el mismo perímetro que la **figura 8**.

¿Por qué? R/ ____

____.

¿Cuál es el perímetro de la **figura 7**? R/____.

¿Cuál es el perímetro de la **figura 8**? R/____.

5. En la **figura 9** y la **figura 10,** los cuadrados de ambas cuadrículas son del mismo tamaño**.**

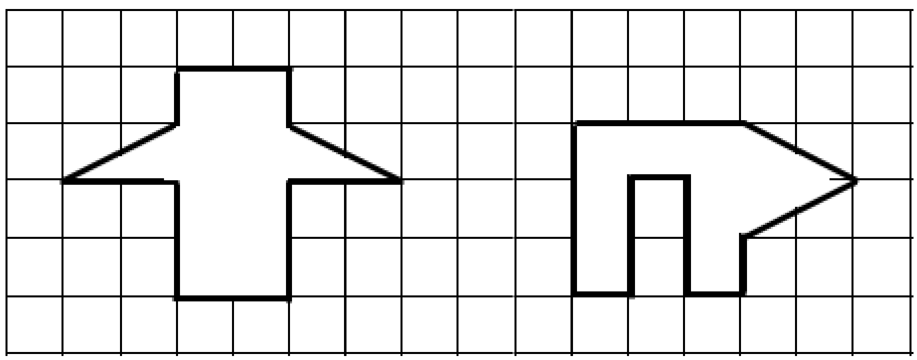


Figura 9 **Figura 10**

Si el patrón de medida es el lado de un cuadrado de los que componen la cuadricula, marca con una X, en el cuadro de la izquierda de cada afirmación, la opción correcta:

- ☐ La **figura 9** tiene mayor perímetro que la **figura 10**.
- ☐ La **figura 9** tiene menor perímetro que la **figura 10**.
- ☐ La **figura 9** tiene el mismo perímetro que la **figura 10**.

¿Por qué? R/ ____

____.

¿Cuál es el perímetro de la **figura 9**? R/ ____.

¿Cuál es el perímetro de la **figura 10**? R/____.

6. En la **figura 11** y la **figura 12,** los cuadrados de la cuadrícula son del mismo tamaño**.**

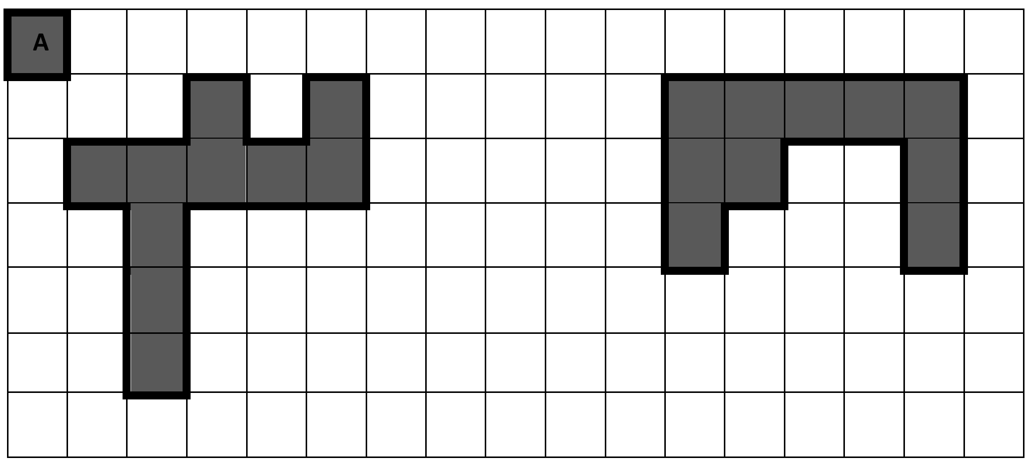


Figura 11 **Figura 12**

Tomando como patrón de área el cuadrado gris A, marca con una X, en el cuadro de la izquierda de cada afirmación, la opción correcta:

- ☐ La **figura 11** tiene mayor área que la **figura 12**.
- ☐ La **figura 11** tiene menor área que la **figura 12**.
- ☐ La **figura 11** tiene igual área que la **figura 12**.

¿Por qué? R/ ____

____.

¿Cuál es el área de la **figura 11**? R/ ____.

¿Cuál es el área de la **figura 12**? R/____.

7. En la **figura 13** y la **figura 14,** los cuadrados de la cuadrícula son del mismo tamaño**.**

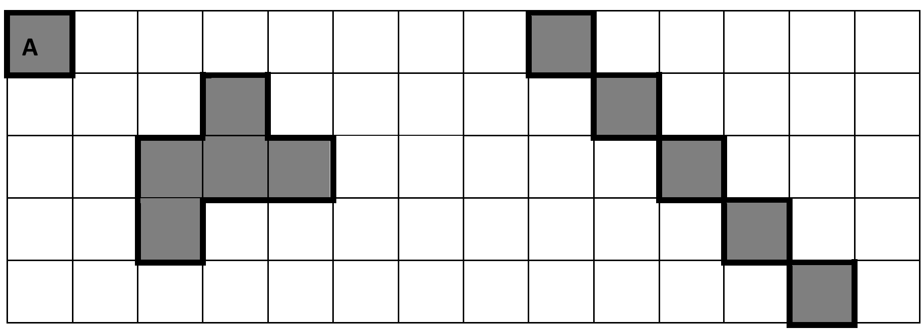


Figura 13 **Figura 14**

Tomando como patrón de área el cuadrado gris A, marca con una X, en el cuadro de la izquierda de cada afirmación, la opción correcta:

- ☐ La **figura 13** tiene mayor área que la **figura 14**.
- ☐ La **figura 13** tiene menor área que la **figura 14**.
- ☐ La **figura 13** tiene igual área que la **figura 14**.

¿Por qué? R/ ____

____.

¿Cuál es el área de la **figura 13**? R/____.

¿Cuál es el área de la **figura 14**? R/ ____.

8. En la **figura 15** y la **figura 16,** los cuadrados de la cuadrícula son del mismo tamaño**.**

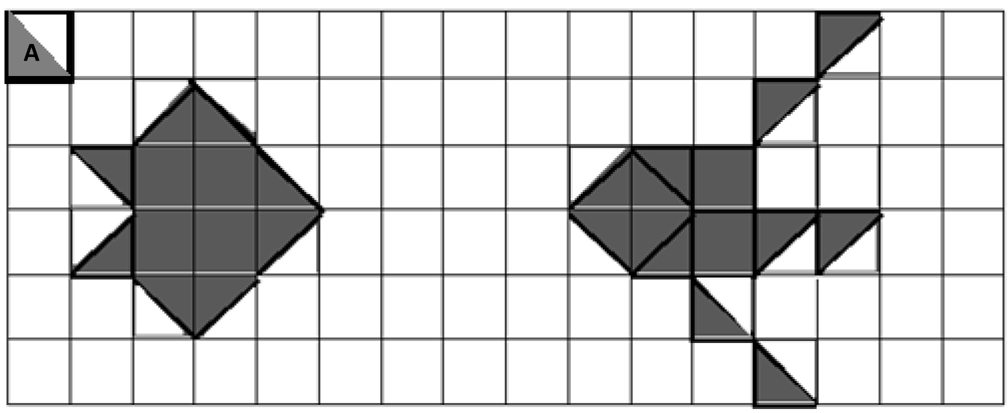


Figura 15 **Figura 16**

Tomando como patrón de área el triángulo gris A, marca con una X, en el cuadro de la izquierda de cada afirmación, la opción correcta:

- ☐ La **figura 15** tiene mayor área que la **figura 16**.
- ☐ La **figura 15** tiene menor área que la **figura 16**.
- ☐ La **figura 15** tiene igual área que la **figura 16**.

¿Por qué? R/ ____

____.

¿Cuál es el área de la **figura 15**? R/____.

¿Cuál es el área de la **figura 16**? R/ ____.

9. En la **figura 17** y la **figura 18,** los cuadrados de la cuadrícula son del mismo tamaño**.**

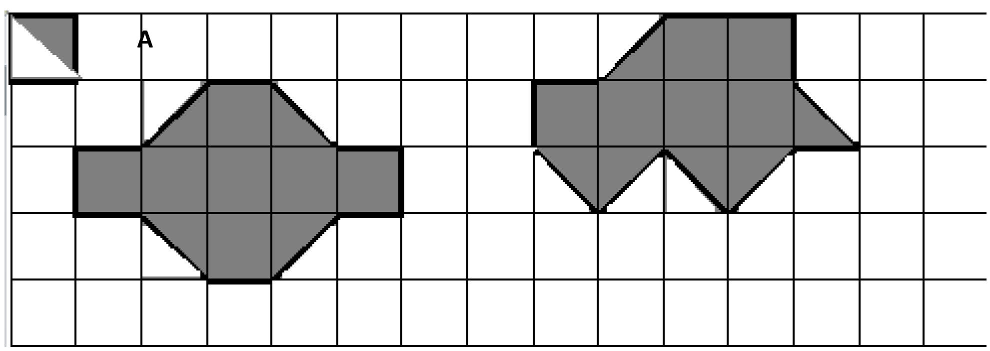


Figura 17 **Figura 18**

Tomando como patrón de área el triángulo gris A, marca con una X, en el cuadro de la izquierda de cada afirmación, la opción correcta:

- ☐ La **figura 17** tiene mayor área que la **figura 18**.
- ☐ La **figura 17** tiene menor área que la **figura 18**.
- ☐ La **figura 17** tiene igual área que la **figura 18**.

¿Por qué? R/____

____.

¿Cuál es el área de la **figura 17**? R/____.

¿Cuál es el área de la **figura 18**? R/____.

10. En la **figura 19** y la **figura 20,** los cuadrados de la cuadrícula son del mismo tamaño**.**

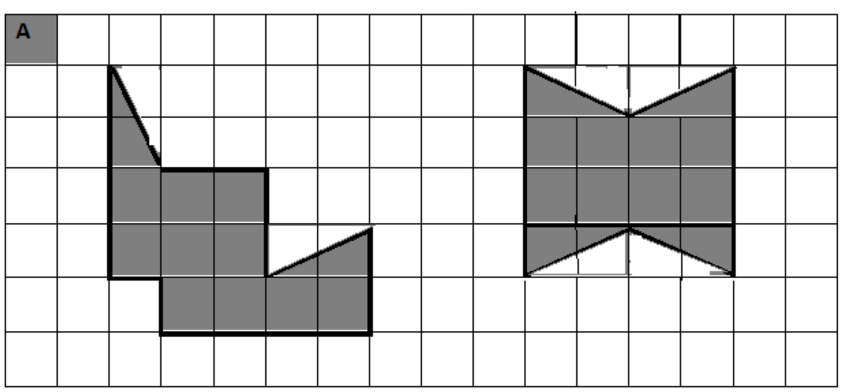


Figura 19 **Figura 20**

Tomando como patrón de área el cuadrado gris A, marca con una X, en el cuadro de la izquierda de cada afirmación, la opción correcta:

- La **figura 19** tiene mayor área que la **figura 20**.
- La **figura 19** tiene menor área que la **figura 20**.
- La **figura 19** tiene igual área que la **figura 20**.

¿Por qué? R/ ____

____.

¿Cuál es el área de la **figura 19**? R/____.

¿Cuál es el área de la **figura 20**? R/____.

Anexo C: Pos test cuestionario de conocimientos sobre conservación de área y perímetro

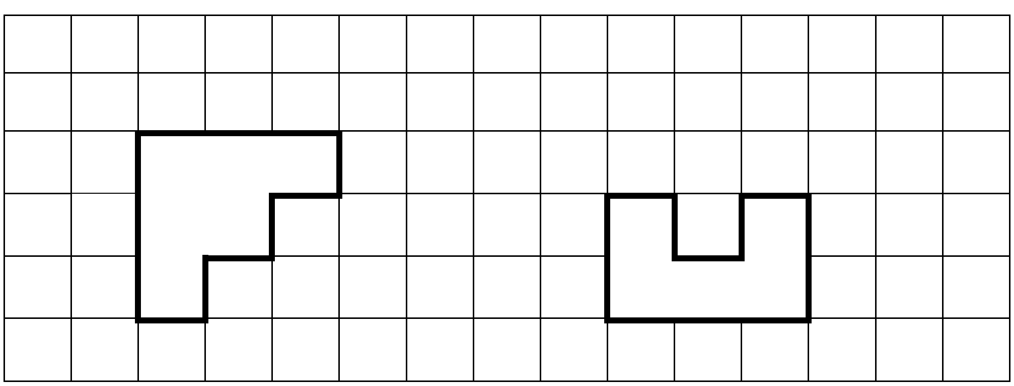
NOMBRE: ____ GRADO: _________

CIUDAD DE APLICACIÓN: ___________________________

FECHA: DIA: _______MES: _________AÑO: _________

HORA DE INICIO: ________________ HORA FINALIZACIÓN: _______________

1. En la **figura 1** y la **figura 2** los cuadrados de ambas cuadrículas son del mismo tamaño.



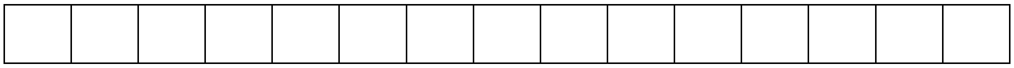


Figura 1 **Figura 2**

Si el patrón de medida es el lado de un cuadrado de los que componen la cuadricula, marca con una X, en el cuadro de la izquierda de cada afirmación, la opción correcta:

- ☐ La **figura 1** tiene mayor perímetro que la **figura 2**.
- ☐ La **figura 1** tiene menor perímetro que la **figura 2**.
- ☐ La **figura 1** tiene el mismo perímetro que la **figura 2**.

¿Por qué? R/ ____

____.

¿Cuál es el perímetro de la **figura 1**? R/__________________________________.

¿Cuál es el perímetro de la **figura 2**? R/__________________________________.

2. En la **figura 3** y la **figura 4** los cuadrados de la cuadrícula son del mismo tamaño.

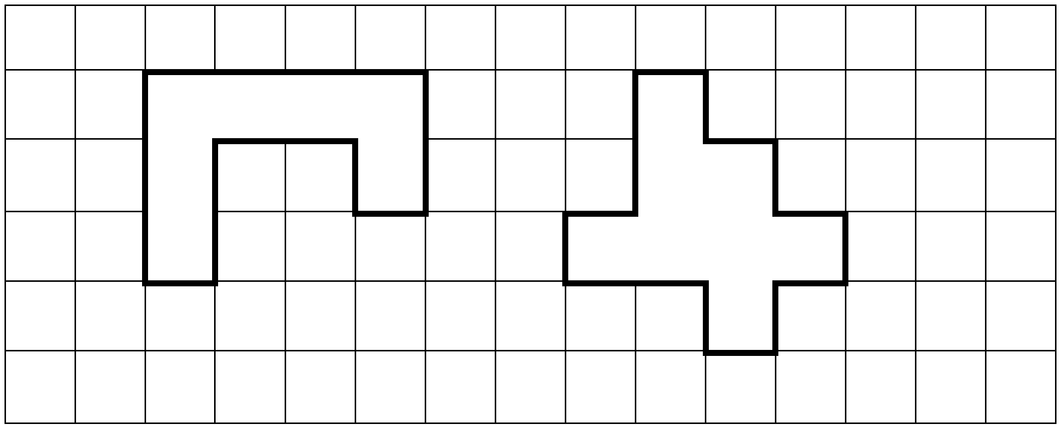


Figura 3 **Figura 4**

Si el patrón de medida es el lado de un cuadrado de los que componen la cuadricula, marca con una X, en el cuadro de la izquierda de cada afirmación, la opción correcta:

- ☐ La **figura 3** tiene mayor perímetro que la **figura 4**.
- ☐ La **figura 3** tiene menor perímetro que la **figura 4**.
- ☐ La **figura 3** tiene el mismo perímetro que la **figura 4**.

¿Por qué? R/ ____

____.

¿Cuál es el perímetro de la **figura 3**? R/ ____.

¿Cuál es el perímetro de la **figura 4**? R/____.

3. En la **figura 5** y la **figura 6,** los cuadrados de la cuadrícula son del mismo tamaño**.**

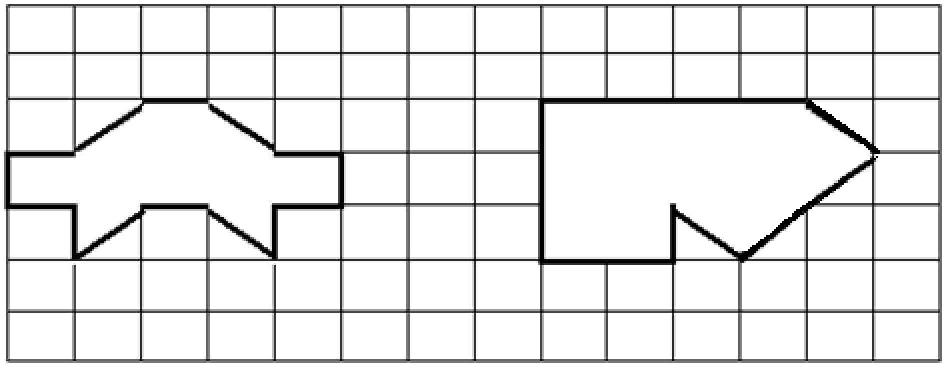


Figura 5 **Figura 6**

Si el patrón de medida es el lado de un cuadrado de los que componen la cuadricula, marca con una X, en el cuadro de la izquierda de cada afirmación, la opción correcta:

- ☐ La **figura 5** tiene mayor perímetro que la **figura 6**.
- ☐ La **figura 5** tiene menor perímetro que la **figura 6**.
- ☐ La **figura 5** tiene el mismo perímetro que la **figura 6**.

¿Por qué? R/ ____

____.

¿Cuál es el perímetro de la **figura 5**? R/ ____.

¿Cuál es el perímetro de la **figura 6**? R/____.

4. En la **figura 7** y la **figura 8,** los cuadrados de la cuadrícula son del mismo tamaño**.**

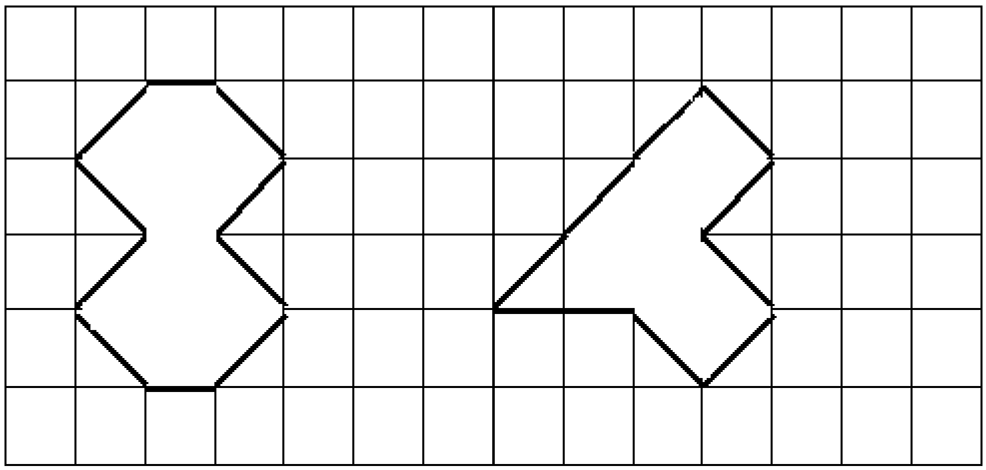


Figura 7 **Figura 8**

Si el patrón de medida es el lado de un cuadrado de los que componen la cuadricula, marca con una X, en el cuadro de la izquierda de cada afirmación, la opción correcta:

- ☐ La **figura 7** tiene mayor perímetro que la **figura 8**.
- ☐ La **figura 7** tiene menor perímetro que la **figura 8**.
- ☐ La **figura 7** tiene el mismo perímetro que la **figura 8**.

¿Por qué? R/ ____

____.

¿Cuál es el perímetro de la **figura 7**? R/____.

¿Cuál es el perímetro de la **figura 8**? R/____.

5. En la **figura 9** y la **figura 10,** los cuadrados de ambas cuadrículas son del mismo tamaño**.**

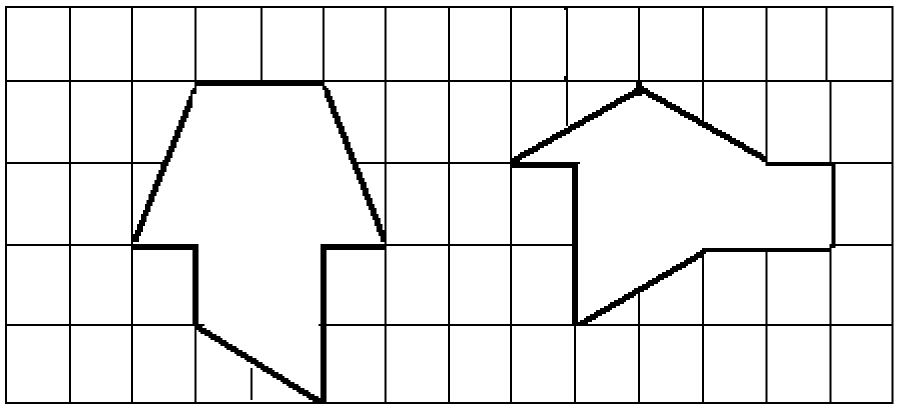


Figura 9 **Figura 10**

Si el patrón de medida es el lado de un cuadrado de los que componen la cuadricula, marca con una X, en el cuadro de la izquierda de cada afirmación, la opción correcta:

- ☐ La **figura 9** tiene mayor perímetro que la **figura 10**.
- ☐ La **figura 9** tiene menor perímetro que la **figura 10**.
- ☐ La **figura 9** tiene el mismo perímetro que la **figura 10**.

¿Por qué? R/ ____

____.

¿Cuál es el perímetro de la **figura 9**? R/ ____.

¿Cuál es el perímetro de la **figura 10**? R/_______________________________________.

6. En la **figura 11** y la **figura 12,** los cuadrados de la cuadrícula son del mismo tamaño**.**

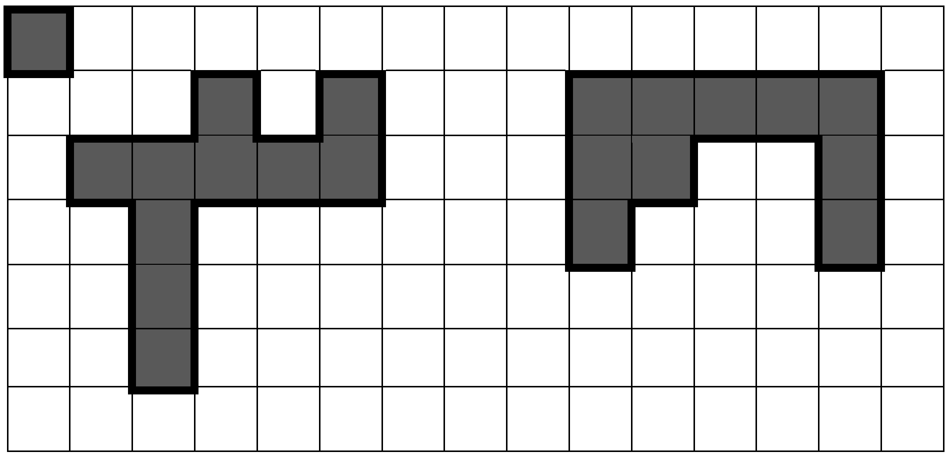


Figura 11 **Figura 12**

Tomando como patrón de área el cuadrado gris A, marca con una X, en el cuadro de la izquierda de cada afirmación, la opción correcta:

- ☐ La **figura 11** tiene mayor área que la **figura 12**.
- ☐ La **figura 11** tiene menor área que la **figura 12**.
- ☐ La **figura 11** tiene igual área que la **figura 12**.

¿Por qué? R/ ____

____.

¿Cuál es el área de la **figura 11**? R/ ____.

¿Cuál es el área de la **figura 12**? R/____.

7. En la **figura 13** y la **figura 14,** los cuadrados de la cuadrícula son del mismo tamaño**.**

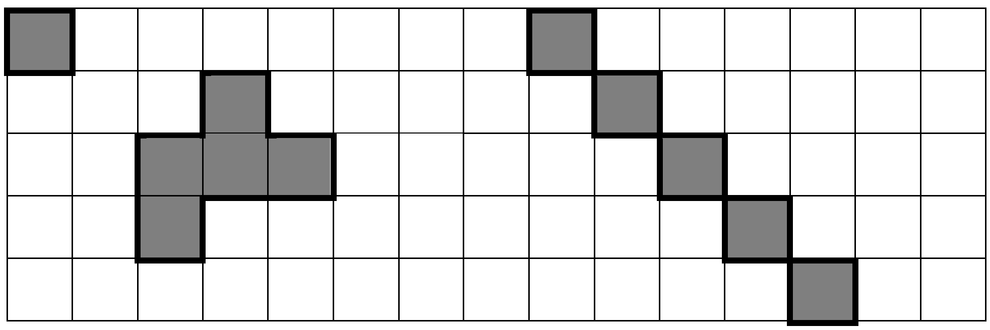


Figura 13 **Figura 14**

Tomando como patrón de área el cuadrado gris A, marca con una X, en el cuadro de la izquierda de cada afirmación, la opción correcta:

☐ La **figura 13** tiene mayor área que la **figura 14**.

☐ La **figura 13** tiene menor área que la **figura 14**.

☐ La **figura 13** tiene igual área que la **figura 14**.

¿Por qué? R/ ____

____.

¿Cuál es el área de la **figura 13**? R/____.

¿Cuál es el área de la **figura 14**? R/ ____.

8. En la **figura 15** y la **figura 16,** los cuadrados de la cuadrícula son del mismo tamaño**.**

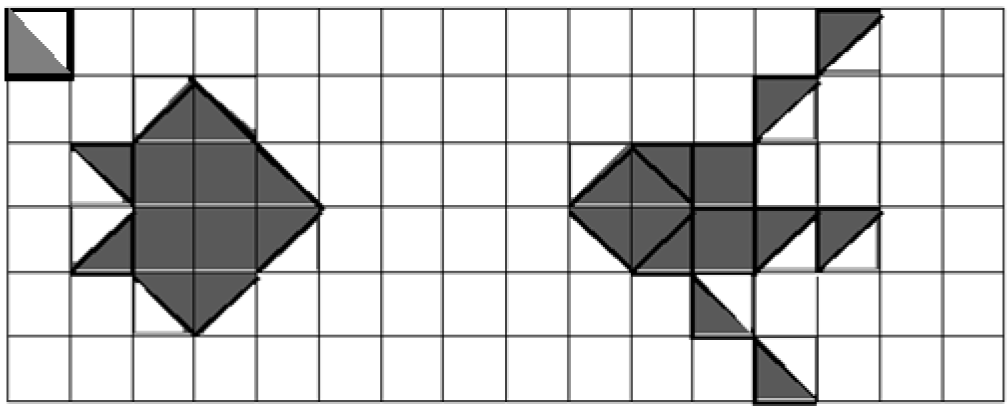


Figura 15 **Figura 16**

Tomando como patrón de área el triángulo gris A, marca con una X, en el cuadro de la izquierda de cada afirmación, la opción correcta:

- ☐ La **figura 15** tiene mayor área que la **figura 16**.
- ☐ La **figura 15** tiene menor área que la **figura 16**.
- ☐ La **figura 15** tiene igual área que la **figura 16**.

¿Por qué? R/ ____

____.

¿Cuál es el área de la **figura 15**? R/____.

¿Cuál es el área de la **figura 16**? R/ ____.

9. En la **figura 17** y la **figura 18,** los cuadrados de la cuadrícula son del mismo tamaño**.**

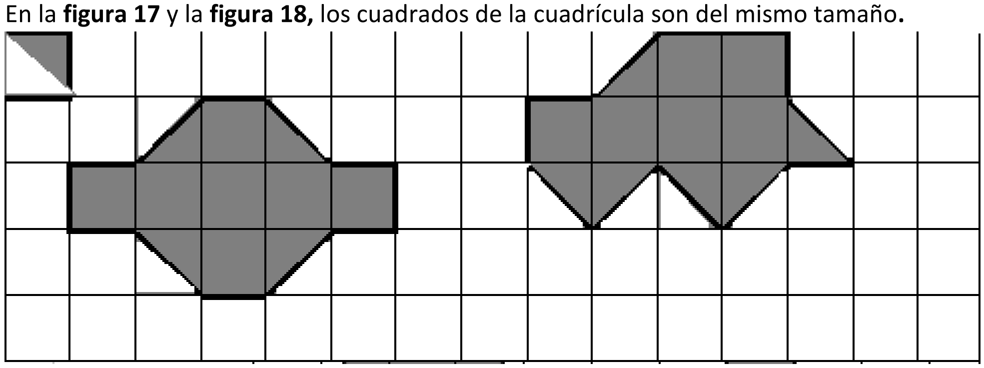


Figura 17 **Figura 18**

Tomando como patrón de área el triángulo gris A, marca con una X, en el cuadro de la izquierda de cada afirmación, la opción correcta:

- ☐ La **figura 17** tiene mayor área que la **figura 18**.
- ☐ La **figura 17** tiene menor área que la **figura 18**.
- ☐ La **figura 17** tiene igual área que la **figura 18**.

¿Por qué? R/____

____.

¿Cuál es el área de la **figura 17**? R/____.

¿Cuál es el área de la **figura 18**? R/____.

10. En la **figura 19** y la **figura 20,** los cuadrados de la cuadrícula son del mismo tamaño**.**

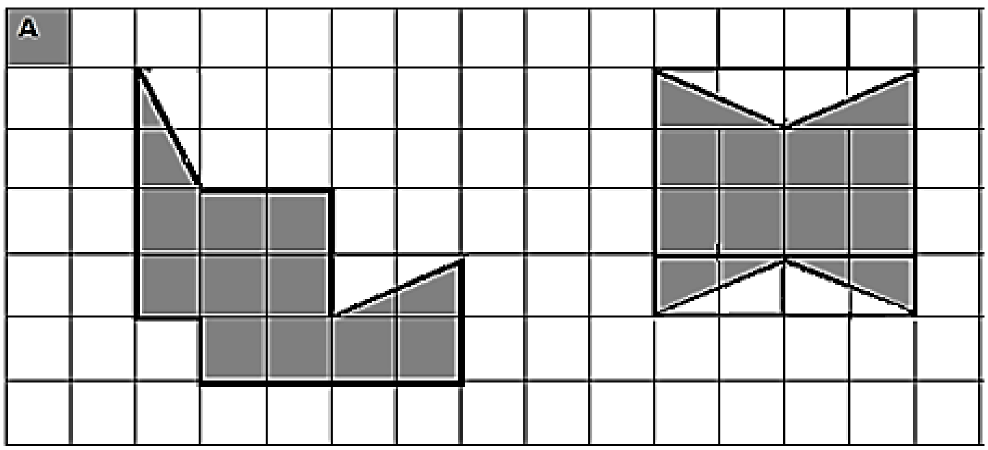


Figura 19 **Figura 20**

Tomando como patrón de área el cuadrado gris A, marca con una X, en el cuadro de la izquierda de cada afirmación, la opción correcta:

- ☐ La **figura 19** tiene mayor área que la **figura 20**.
- ☐ La **figura 19** tiene menor área que la **figura 20**.
- ☐ La **figura 19** tiene igual área que la **figura 20**.

¿Por qué? R/ ____

____.

¿Cuál es el área de la **figura 19**? R/____.

¿Cuál es el área de la **figura 20**? R/____.

Anexo D: Pre test lista de problemas para la entrevista flexible

CONTEXTO

Para los actos del Día 12 de Octubre que realizarán en la institución, los estudiantes de octavo grado tienen la responsabilidad de elaborar banderas blancas para la presentación que involucra el valor de la Paz. A cada estudiante se le proporciona un pedazo de tela de igual tamaño.

Problema 1:

Para elegir dos modelos que se utilicen para la actividad la profesora ha querido realizar un concurso entre sus estudiantes por la mejor bandera y les ha pedido que construyan dos banderas que tengan distinta forma pero la misma área, además la forma de las banderas no pueden ser rectángulos, cuadrados, círculos, ni triángulos. **¿Cómo harías tú las dos banderas?**

Problema 2:

En un segundo concurso la profesora ha decidido bordar el contorno de las banderas con hilo dorado, y les ha pedido que construyan dos banderas que tengan distinta forma pero el mismo perímetro, además la forma de las banderas no pueden ser rectángulos, cuadrados, círculos, ni triángulos. **¿Cómo harías tú las dos banderas?**

Anexo E: Pos test lista de problemas para la entrevista flexible

<u>*CONTEXTO*</u>

En el patio del colegio hay un espacio destinado para sembrar y llevar a cabo el proyecto de Agrícola de la Institución, se les ha solicitado a todos los cursos llevar a cabo un tipo de sembrado. En dicho proyecto, los estudiantes de 8° A y B deben sembrar tomate.

Problema 1

A. Si el profesor de Agrícola les ha solicitado seleccionar dos terrenos a sembrar, que tengan el mismo perímetro pero distinta forma y que además la forma de los terrenos no puedan ser rectángulos, cuadrados, círculos, ni triángulos, **¿cómo harías tú los dos terrenos?**

Problema 2

B. Si lo que requiere ahora el profesor de Agrícola es que ambos terrenos a sembrar tengan la misma área pero distinta forma y que además la forma de los terrenos no pueden ser rectángulos, cuadrados, círculos, ni triángulos, **¿cómo harías tú los dos terrenos?**

Anexo F. Sistema de codificación del formato de entrevista flexible semiestructurada para la solución de problemas geométrico- métricos y protocolo de entrevista

Formato de Entrevista Flexible Semi- estructurada para la Resolución de Problemas Geométricos – Métricos

			SUBPROCESO	PROCESOS		
				1. EXPLORACIÓN	M	
			a. Comprende el problema	2. LECTURA ATENTA	C	
			b. Identifica datos			
			c. Ident. Variables/descompone			
			a. Percepción visual global	3. VISUALIZACIÓN	M	Pensamiento Geométrico - Metr
			b. Perc. Elementos constitut.			
			c. Operativo de perc. visual			
			a. Conocim. geométrico claro	CONCEPTO GEOMÉTRICO - MÉTRICO	C	
			b. Conocimiento métrico claro			
			Recolección de nueva información	4. ADQ. DE NUEVA INFORMACIÓN	C	
			a. Utiliza lenguaje matemático	5. TRADUCCIÓN	M	
			b. Plantea expresiones matemát.			
			a. Tanteo (Ensayo – error)	6. ESTRATEGIAS	C	
			b. Suponer el problema resuelto			
			c. Consid. Casos más simples			
			d. Notac. Simple, leng convenc.			
			e. Repetir la figura			
			f. Métodos de los dos caminos			
			g. Disección			
			h. Otras			
			Realiza cálculos	7. IMPLEMENTACIÓN		
			a. General	8. MONITOREO LOCAL	M	
			b. Estrategia remedial			

Fecha: ______ Grupo: Experimental __ Control __ IE: ______

Edad: ____ Estudiante: ______ Sexo: F ___ M ___

Entrevistador(a): ______ Profesor: ______

RE = Respuesta espontánea EF = Entrevista Flexible CM = Corrección Metacogniti

			a. General	*9. VERIFICACIÓN DE LA SOLUCIÓN*		
			b. Estrategia alternativa			
			Correcta	*10. REPUESTA*		
			Incorrecta			

PROTOCOLO DE ENTREVISTA

1. Explora:

¿Recordaste algún evento de tu vida que se relacione con la situación planteada?, Antes de contestar la pregunta habías construido una bandera o banderín antes o has estado en una situación similar, ¿Sí?, ¿Cuál (es)?

Parafraseo: ¿Esta pregunta te recordó alguna otra pregunta que hayas contestado antes? ¿Sí? ¿Cuál?

2. Comprende:

Antes de dar la respuesta, ¿Qué hiciste para entender las preguntas del problema? (Gral.) ¿Sabes cuál es? ¿Me podrías decir cuál? ¿Para qué te sirve saber sobre la cantidad hallada?

A. **Reconoce datos**. Mientras yo te hablaba, ¿Identificaste la información más importante del problema? ¿Cuál (es)?
B. **Identifica la pregunta problema/ Replantea problema**, ¿Pusiste/cambiaste a tus propias palabras lo que yo te pregunté? ¿Puedes expresar el problema con tus Palabras?

3. Adquiere Nueva Información ***(en caso de que el estudiante lo requiera)***

Cuando me pediste que te repitiera la pregunta que se refiere a la situación ¿Qué oíste que haya sido diferente a lo que habías oído antes? ¿Cuéntame que recuerdas del problema?

Parafraseo: ¿Hubo algo diferente en la última pregunta que te hizo más fácil entender?

4. Analiza

Antes de resolver el problema, ¿Qué datos conoces del problema? (General)
A. Divide por partes ¿Dividiste el problema en partes cuando hallaste la solución? ¿Qué hiciste primero?, ¿qué hiciste después?
B. **Simplifica ¿Le quitaste palabras para hacerlo más corto?** ¿Dime cómo lo hiciste?
C. **Selecciona Perspectiva/** (**identifica una estrategia de solución)** Antes de resolver el problema ¿pensaste en que ibas hacer para resolverlo? (Ya aquí tiene planeado lo que va hacer)

5. Planea **Antes de resolver el problema ¿Pensaste cómo lo ibas a hacer?, ¿Sí?, ¿Qué pensaste?** Parafraseo: ¿Pensaste cómo ibas a solucionar el problema?
6. Implementa **Cuéntame lo que hiciste para llegar a tu respuesta...** Parafraseo: ¿Cómo lo hiciste? (Esto es darle vida al plan. Algoritmo)
7. Monitoreo Local *(generar conflictos cognitivos) (sugerencia: se debe dar la interpretación del dato obtenido)* **A. Mientras resolvía el problema, ¿cómo sabías que lo estabas haciendo bien? ¿Cómo relacionas el resultado que obtuviste con la pregunta? ¿Paraste para mirar/chequear/verificar si lo estabas haciendo bien? (General). Ejemplo: *¿Qué significado en términos porcentuales tiene la respuesta? ¿Qué significa para ti el resultado?*** Parafraseo: Pensaste: “Mmm..¿Será que estoy haciendo esto bien? **B. Estrategia remedial (Si monitorea y corrige)** Si te diste cuenta de que estabas equivocado, ¿Qué hiciste para corregirlo?
8. Monitoreo Global *(sugerencia: se debe dar la interpretación del dato obtenido)* **A. Cuando me diste la respuesta, ¿Qué significado tiene este resultado? ¿Volviste a mirar/chequear para ver si habías contestado bien la pregunta? (Gral.)** Parafraseo: Cuando me respondiste, ¿Te diste un tiempo y pensaste: “Sí, esta respuesta está bien, o no esto está mal? **B. Estrategia alternativa (Si el niño evaluó y corrigió)** ¿Pensaste en otra forma diferente para solucionar la pregunta?

9. Sugerencias Preguntas abiertas: si la respuesta del niño es muy vaga o general entonces pida aclaración utilizando las siguientes preguntas.

-Dime un poco más sobre eso

-Me puedes aclarar tu respuesta

-Qué querías decir cuando me dijiste ___________

-A qué te refieres con __________

-Por qué __________

-Cuéntame cómo así que _____

-Como hiciste para saberlo ______

¿Qué cosas? ¿Qué operaciones?

Anexo G: Validación de los problemas del pre test de la entrevista flexible semiestructurada y protocolo de entrevista

PROBLEMA	PERTINENCIA	CLARIDAD	PRECISION	LENGUAJE	PERTINENCIA	CLARIDAD	PRECISION	LENGUAJE	PROMEDIO	%
1	5	4	4	4	5	5	4	5	**4.5**	**90**
2	5	4	4	5	5	4	5	5	**4.62**	**92.5**
PROMEDIOS	5	4	4	4.5	5	4.5	4.5	5	**4.56**	**91.25**
%	100	80	80	90	100	90	90	100	**91.2**	

Anexo H: Validación del cuestionario de conocimientos sobre conservación de área y perímetro por parte de los jueces expertos

CATEGORIA / ITEM	PERTINENCIA	CLARIDAD	PRECISION	LENGUAJE	METODOLOGIA	PERTINENCIA	CLARIDAD	PRECISION	LENGUAJE	METODOLOGIA	PERTINENCIA	CLARIDAD	PRECISION	LENGUAJE	METODOLOGIA	PROMEDIO	%
1	5	5	5	4	4	5	5	5	4	5	5	5	5	4	5	4,73	94,67
2	5	5	5	4	4	5	5	5	5	4	5	4	5	5	5	4,73	94,67
3	5	5	5	5	5	5	5	5	4	4	5	4	5	5	5	4,80	96,00
4	5	5	5	5	5	5	5	5	4	4	5	4	5	4	5	4,73	94,67
5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	4	5	5	5	4	5	4,87	97,33
6	5	5	5	4	4	5	5	5	5	5	5	5	5	4	4	4,73	94,67
7	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	4	4,93	98,67
8	5	5	5	4	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	4	4,80	96,00
9	5	4	5	5	5	5	5	5	4	5	5	5	5	5	5	4,87	97,33
10	5	4	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	4,93	98,67
PROMEDIO	5	4,8	5	4,6	4,6	5	5	5	4,6	4,6	5	4,7	5	4,6	4,7	4,81	96,27
%	100	96	100	92	92	100	100	100	92	92	100	94	100	92	94	96,27	

Anexo I: Confiabilidad

Se realizó una prueba de Alfa (Cronbach), el cual es un modelo de consistencia interna, que se basa en la correlación inter-elementos promedio. Este coeficiente oscila entre -1,0 y 1,0 y se considera que la consistencia interna es alta si se encuentra entre 0,70 y 0,90. Los valores inferiores a 0.70 indican una baja consistencia interna y los superiores a 0.90 sugieren que la escala tiene varios ítems que miden exactamente lo mismo o que está compuesta por más de veinte ítems

La fórmula para el coeficiente alfa es:

$$\propto = \frac{K}{(K-1)}\left[1 - \frac{\Sigma\sigma_i^2}{\sigma_x^2}\right]$$

K = número de ítems.

$(\sigma_i)^2 =$ **Varianza de cada ítem**

$(\sigma_X)^2 =$ **Varianza del cuestionario total**

Escala	**Número de Items**	**Coeficiente de Alpha**
Cuestionario de conocimientos sobre la conservación del área y perímetro (Pre- Test)	**10**	**0,50108108**
Cuestionario de conocimientos sobre la conservación del área y perimetro (Pre- Test)	**10**	**0,834034438**

Los resultados demuestran que el instrumento en general tiene una buena consistencia interna.

Anexo J: Instrumento para jueces expertos sobre los problemas para la entrevista flexible semiestructurada

Instrumento para jueces expertos sobre formato de entrevista flexible para procesos de resolución de problemas y pensamiento geométrico en estudiantes de 8°

INSTRUCCIONES

A continuación encontrará una tabla que le permitirá evaluar los problemas empleados para llevar a cabo la recolección de los datos, de tal manera que se garantice la calidad de cada uno de los ítems que se encuentran señalados en la parte derecha de la tabla y que apuntan a las diferentes categorías del formato. Los criterios de evaluación son:

Pertinencia: Evalúa si el ítem es adecuado y conveniente para la categoría establecida.

Claridad: evalúa si el ítem es de fácil entendimiento.

Precisión: Evalúa si el ítem cuestiona directamente el criterio evaluado.

Lenguaje: Evalúa si el ítem utiliza un vocabulario adecuado para el público destinatario.

Para evaluar cada uno de los ítems del formato, indique su opinión escribiendo los números del 1 al 5, de acuerdo a la siguiente información:

1: Totalmente en desacuerdo

2: Parcialmente desacuerdo

5: Totalmente de acuerdo

4: Parcialmente de acuerdo

3: Más o menos de acuerdo

PROBLEMA.	CRITERIO DE EVALUACIÓN ASPECTO A EVALUAR	PERTINENCIA	CLARIDAD	PRECISIÓN	LENGUAJE	METODOLOGÍA	PROMEDIO	OBSERVACIONES (Agradecemos los comentarios que permitan mejorar cada pregunta)
Para elegir dos modelos que se utilicen para la actividad la profesora ha querido realizar un concurso entre sus estudiantes por la mejor bandera y les ha pedido que construyan dos banderas que tengan distinta forma pero la misma área, además la forma de las banderas no pueden ser rectángulos, cuadrados, círculos, ni triángulos. **¿Cómo harías tú las dos banderas?**								

PROBLEMA.	**CRITERIO DE EVALUACIÓN** / **ASPECTO A EVALUAR**	**PERTINENCIA**	**CLARIDAD**	**PRECISIÓN**	**LENGUAJE**	**METODOLOGÍA**	**PROMEDIO**	**OBSERVACIONES (Agradecemos los comentarios que permitan mejorar cada pregunta)**
En un segundo concurso la profesora ha decidido bordar el contorno de las banderas con hilo dorado, y les ha pedido que construyan dos banderas que tengan distinta forma pero el mismo perímetro, además la forma de las banderas no pueden ser rectángulos, cuadrados, círculos, ni triángulos. **¿Cómo harías tú las dos banderas?**							P	

Anexo K: Instrumento para jueces expertos sobre el cuestionario de conocimientos de conservación de área y perímetro

INSTRUCCIONES.
A continuación encontrará los cuadros que le permitirá incluir la evaluación de todas las 10 preguntas cuestionario de acuerdo a ciertos criterios establecidos, de tal manera que se garantice la calidad cada una de estas. Los criterios a tener en cuenta son: Pertinencia, Claridad, Precisión, Lenguaje, Metodología. Definidos así:

Pertinencia: Si la pregunta evalúa algún aspecto del conocimiento pedagógico del contenido (Conceptos, estrategias, habilidades o procesos).

Claridad: Si la pregunta es de fácil entendimiento.

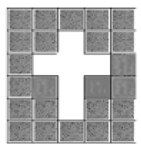
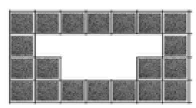
Precisión: Si la pregunta cuestiona directamente el proceso evaluado.

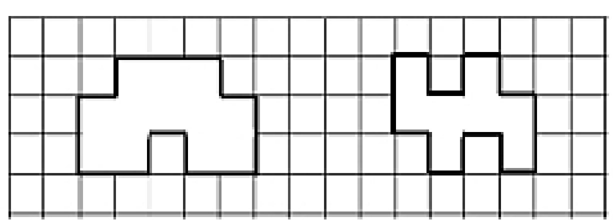
Lenguaje: Si la pregunta utiliza el vocabulario adecuado para el público destinatario.

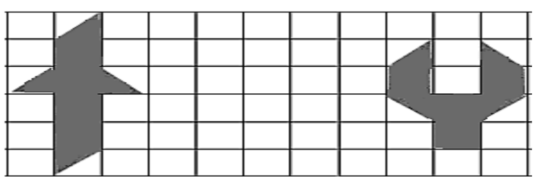
Metodología: Si la pregunta está bien construida.

Evalúe cada uno de los criterios establecidos anteriormente con relación al aspecto al que se refiere cada pregunta, colocando un número de 1 a 5, siendo 1 el más bajo y 5 el más alto.

En cada cuadro se especifica la pregunta y el aspecto a evaluar en cada una de ellas, además aparece cada columna con su criterio de evaluación, en la cual incluirá la evaluación de cada una de ellas.

No	**PREGUNTA** (Las preguntas constan de un enunciado o planteamiento de la pregunta y tres opciones o posibilidades de respuesta, entre las cuales el participante debe señalar la que considere correcta) .	**CRITERIO DE EVALUACIÓN** **ASPECTO A EVALUAR**	**PERTINENCIA**	**CLARIDAD**	**PRECISIÓN**	**LENGUAJE**	**METODOLOGÍA**	**OBSERVACIONES (Agradecemos los comentarios que permitan mejorar cada pregunta)**
1	En la **figura 1** y la figura **2** las cuadrículas son del mismo tamaño.   **figura 1** **figura 2** Si la unidad de longitud es el lado del cuadrado de la cuadrícula, marca con una X, en el cuadro de la izquierda de cada afirmación, la opción correcta: ☐ La **figura 1** tiene mayor perímetro que la **figura 2** ☐ La **figura 1** tiene menor perímetro que la **figura 2** ☐ La **figura 1** tiene el mismo perímetro que la **figura 2** ¿Por qué? R/ ____ ____ ¿Cuál es el perímetro de la **figura 1?** ______________________________ ¿Cuál es el perímetro de la **figura 2**? ______________________________	Esta pregunta busca establecer si el estudiante identifica figuras isoperimétricas, y aplica el concepto de perímetro						

No	**PREGUNTA** (Las preguntas constan de un enunciado o planteamiento de la pregunta y tres opciones o posibilidades de respuesta, entre las cuales el participante debe señalar la que considere correcta)	**CRITERIO DE EVALUACIÓN** **ASPECTO A EVALUAR**	**PERTINENCIA**	**CLARIDAD**	**PRECISIÓN**	**LENGUAJE**	**METODOLOGÍA**	**OBSERVACIONES (Agradecemos los comentarios que permitan mejorar cada pregunta)**
2	En la **figura 3** y la **figura 4** las cuadrículas son del mismo tamaño.  **figura 3** **figura 4** Si la unidad de longitud es el lado del cuadrado de la cuadrícula, marca con una X, en el cuadro de la izquierda de cada afirmación, la opción correcta:	Esta pregunta busca establecer si el estudiante identifica figuras isoperimétricas, y aplica el concepto de perímetro						

	☐ La **figura 3** tiene mayor perímetro que la **figura 4** ☐ La **figura 3** tiene menor perímetro que la **figura 4** ☐ La **figura 3** tiene el mismo perímetro que la **figura 4** ¿Por qué? R/ ____ ____ ¿Cuál es el perímetro de la **figura 3**? ______________________________ ¿Cuál es el perímetro de la **figura 4**? ______________________________							
No	**PREGUNTA** (Las preguntas constan de un enunciado o planteamiento de la pregunta y tres opciones o posibilidades de respuesta, entre las cuales el participante debe señalar la que considere correcta)	**CRITERIO DE EVALUACIÓN** **ASPECTO A EVALUAR**	**PERTINENCIA**	**CLARIDAD**	**PRECISIÓN**	**LENGUAJE**	**METODOLOGÍA**	**OBSERVACIONES (Agradecemos los comentarios que permitan mejorar cada pregunta)**
3	En la **figura 5** y la **figura 6,** las cuadrículas son del mismo tamaño**.**  **figura 5** **figura 6** Si la unidad de longitud es el lado del cuadrado de la cuadrícula, marca con una X, en el cuadro	Esta pregunta busca establecer si el estudiante identifica figuras isoperimétricas, aplica el concepto de perímetro y diferencia entre la longitud del lado de un cuadrado y la						

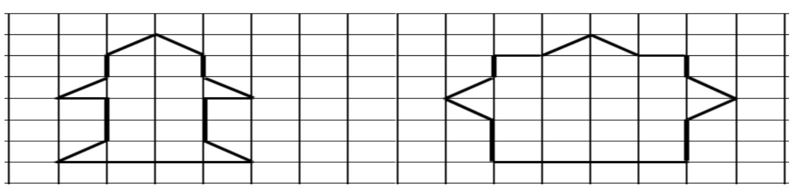
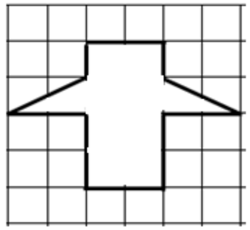
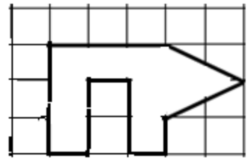
	de la izquierda de cada afirmación, la opción correcta: ☐ La **figura 5** tiene mayor perímetro que la **figura 6** ☐ La **figura 5** tiene menor perímetro que la **figura 6** ☐ La **figura 5** tiene el mismo perímetro que la **figura 6** ¿Por qué? R/ ____ ____ ¿Cuál es el perímetro de la **figura 5**? ____________________________ ¿Cuál es el perímetro de la **figura 6**? ____________________________	diagonal del mismo.						
No	**PREGUNTA** (Las preguntas constan de un enunciado o planteamiento de la pregunta y tres opciones o posibilidades de respuesta, entre las cuales el participante debe señalar la que considere correcta)	**CRITERIO DE EVALUACIÓN** **ASPECTO A EVALUAR**	**PERTINENCIA**	**CLARIDAD**	**PRECISIÓN**	**LENGUAJE**	**METODOLOGÍA**	**OBSERVACIONES (Agradecemos los comentarios que permitan mejorar cada pregunta)**
4	En la **figura 7** y la **figura 8,** las cuadrículas son del mismo tamaño**.** 	Esta pregunta busca establecer si el estudiante identifica figuras isoperimétricas, aplica el concepto de perímetro y diferencia entre la						

	figura 7 **figura 8** Si la unidad de longitud es el lado del cuadrado de la cuadrícula, marca con una X, en el cuadro de la izquierda de cada afirmación, la opción correcta: □ La **figura 7** tiene mayor perímetro que la **figura 8** □ La **figura 7** tiene menor perímetro que la **figura 8** □ La **figura 7** tiene el mismo perímetro que la **figura 8** ¿Por qué? R/ ____ ____ ¿Cuál es el perímetro de la **figura 7**? ____ ¿Cuál es el perímetro de la **figura 8?** ____	longitud del lado de un cuadrado y la diagonal del mismo						
No	**PREGUNTA** (Las preguntas constan de un enunciado o planteamiento de la pregunta y tres opciones o posibilidades de respuesta, entre las cuales el participante debe señalar la que considere correcta) .	**CRITERIO DE EVALUACIÓN** **ASPECTO A EVALUAR**	**PERTINENCIA**	**CLARIDAD**	**PRECISIÓN**	**LENGUAJE**	**METODOLOGÍA**	**OBSERVACIONES (Agradecemos los comentarios que permitan mejorar cada pregunta)**
5	En la **figura 9** y la **figura 10,** las cuadrículas son del mismo tamaño**.**	Esta pregunta busca establecer si el estudiante identifica figuras isoperimétricas y aplica el concepto de perímetro						

<table>
<tr>
<td></td>
<td> 
figura 9 figura 10

Si la unidad de longitud es el lado del cuadrado de la cuadrícula, marca con una X, en el cuadro de la izquierda de cada afirmación, la opción correcta:
☐ La figura 9 tiene mayor perímetro que la figura 10
☐ La figura 9 tiene menor perímetro que la figura 10
☐ La figura 9 tiene el mismo perímetro que la figura 10

¿Por qué? R/ ____
____

¿Cuál es el perímetro de la figura 9? ____
¿Cuál es el perímetro de la figura 10?____</td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>No</td>
<td>PREGUNTA
(Las preguntas constan de un enunciado o planteamiento de la pregunta y tres opciones o posibilidades de respuesta, entre las cuales el participante debe señalar la que considere correcta)</td>
<td>CRITERIO DE EVALUACIÓN

ASPECTO A EVALUAR</td>
<td>PERTINENCIA</td>
<td>CLARIDAD</td>
<td>PRECISIÓN</td>
<td>LENGUAJE</td>
<td>METODOLOGÍA</td>
<td>OBSERVACIONES (Agradecemos los comentarios que permitan mejorar cada pregunta)</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>6</td>
<td>En la figura 11 y la figura 12, las cuadrículas son del mismo tamaño.

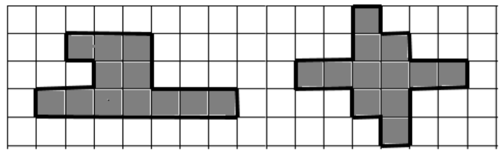
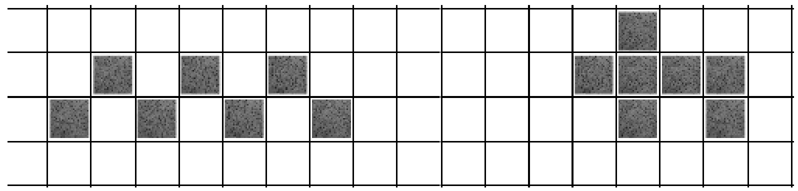


figura 11 figura 12

Si la unidad de área es el cuadrado de la cuadrícula, marca con una X, en el cuadro de la izquierda de cada afirmación, la opción correcta:
☐ La figura 11 tiene mayor área que la figura 12
☐ La figura 11 tiene menor área que la figura 12
☐ La figura 11 tiene igual área que la figura 12

¿Cuál es el área de la figura 11? ____

¿Cuál es el área de la figura 12? ______________________________________</td>
<td>Esta pregunta busca establecer si el estudiante identifica figuras equivalentes y aplica el concepto de área</td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>No</td>
<td>PREGUNTA
(Las preguntas constan de un enunciado o planteamiento de la pregunta y tres opciones o posibilidades de respuesta, entre las cuales el participante debe señalar la que considere correcta)</td>
<td>CRITERIO DE EVALUACIÓN
ASPECTO A EVALUAR</td>
<td>PERTINENCIA</td>
<td>CLARIDAD</td>
<td>PRECISIÓN</td>
<td>LENGUAJE</td>
<td>METODOLOGÍA</td>
<td>OBSERVACIONES (Agradecemos los comentarios que permitan mejorar cada pregunta)</td>
</tr>
</table>

7	En la **figura 13** y la **figura 14,** las cuadrículas son del mismo tamaño**.**  **figura 13** **figura 14** Si la unidad de área es el cuadrado de la cuadrícula, marca con una X, en el cuadro de la izquierda de cada afirmación, la opción correcta: ☐ La **figura 13** tiene mayor área que la **figura 14** ☐ La **figura 13** tiene menor área que la **figura 14** ☐ La **figura 13** tiene igual área que la **figura 14** ¿Por qué? R/ ____ ____ ¿Cuál es el área de la **figura 13**? ___________________________________ ¿Cuál es el área de la **figura 14**? ___________________________________	Esta pregunta busca establecer si el estudiante identifica figuras equivalentes y aplica el concepto de área						

<table>
<tr><th>No</th><th>PREGUNTA
(Las preguntas constan de un enunciado o planteamiento de la pregunta y tres opciones o posibilidades de respuesta, entre las cuales el participante debe señalar la que considere correcta)</th><th>CRITERIO DE EVALUACIÓN

ASPECTO A EVALUAR</th><th>PERTINENCIA</th><th>CLARIDAD</th><th>PRECISIÓN</th><th>LENGUAJE</th><th>METODOLOGÍA</th><th>OBSERVACIONES (Agradecemos los comentarios que permitan mejorar cada pregunta)</th></tr>
<tr><td>8</td><td>En la figura 15 y la figura 16, las cuadrículas son del mismo tamaño.

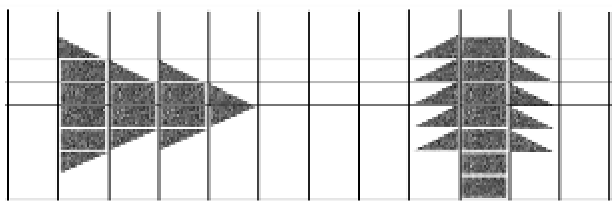


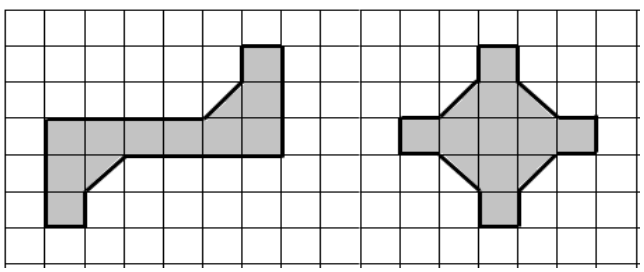
figura 15 figura 16

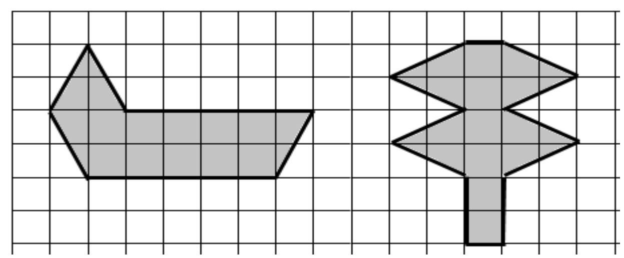
Si la unidad de área es el cuadrado de la cuadrícula, marca con una X, en el cuadro de la izquierda de cada afirmación, la opción correcta:
☐ La figura 15 tiene mayor área que la figura 16
☐ La figura 15 tiene menor área que la figura 16
☐ La figura 15 tiene igual área que la figura 16

¿Por qué? R/____

¿Cuál es el área de la figura 15? ____

¿Cuál es el área de la figura 16? ____</td><td>Esta pregunta busca establecer si el estudiante identifica figuras equivalentes y aplica el concepto de área.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

No	**PREGUNTA** (Las preguntas constan de un enunciado o planteamiento de la pregunta y tres opciones o posibilidades de respuesta, entre las cuales el participante debe señalar la que considere correcta)	**CRITERIO DE EVALUACIÓN** **ASPECTO A EVALUAR**	**PERTINENCIA**	**CLARIDAD**	**PRECISIÓN**	**LENGUAJE**	**METODOLOGÍA**	**OBSERVACIONES (Agradecemos los comentarios que permitan mejorar cada pregunta)**
9	En la **figura 17** y la **figura 18,** las cuadrículas son del mismo tamaño**.**  **figura 17** **figura 18** Si la unidad de área es el cuadrado de la cuadrícula, marca con una X, en el cuadro de la izquierda de cada afirmación, la opción correcta: ☐ La **figura 17** tiene mayor área que la **figura 18** ☐ La **figura 17** tiene menor área que la **figura 18** ☐ La **figura 17** tiene igual área que la **figura 18** ¿Por qué? ____ ____ ¿Cuál es el área de la **figura 17**? ______________________________ ¿Cuál es el área de la **figura 18**? ______________________________	Esta pregunta busca establecer si el estudiante identifica figuras equivalentes y aplica el concepto de área.						

No	**PREGUNTA** (Las preguntas constan de un enunciado o planteamiento de la pregunta y tres opciones o posibilidades de respuesta, entre las cuales el participante debe señalar la que considere correcta)	**CRITERIO DE EVALUACIÓN** **ASPECTO A EVALUAR**	**PERTINENCIA**	**CLARIDAD**	**PRECISIÓN**	**LENGUAJE**	**METODOLOGÍA**	**OBSERVACIONES (Agradecemos los comentarios que permitan mejorar cada pregunta)**
10	En la **figura 19** y la **figura 20,** las cuadrículas son del mismo tamaño**.**  **figura 19** **figura 20** Si la unidad de área es el cuadrado de la cuadrícula, marca con una X, en el cuadro de la izquierda de cada afirmación, la opción correcta: ☐ La **figura 19** tiene mayor área que la **figura 20** ☐ La **figura 19** tiene menor área que la **figura 20** ☐ La **figura 19** tiene igual área que la **figura 20** ¿Por qué? R/ ____ ____ ¿Cuál es el área de la **figura 19**? ______________________________ ¿Cuál es el área de la **figura 20**? ______________________________	Esta pregunta busca establecer si el estudiante identifica figuras equivalentes y aplica el concepto de área.						

Anexo L: Listado de actividades

INSTITUCIÓN EDUCATIVA TÉCNICA AGROPECUARIA JOSÉ ANOTONIO GALÁN

PLANEACIÓN DE CLASES

IDENTIFICACIÓN DEL CURSO: 8 Grado

ASIGNATURA: GEOMETRÍA

OBJETIVO GENERAL DEL CURSO: Al finalizar el año escolar los estudiantes deben saber comparar longitudes y áreas, establecer si dos figuras son isoperimétricas o si son equivalentes y aplicarlos en la solución de problemas de la vida diaria.

IDENTIFICACIÓN DE LA UNIDAD: CONSERVACIÓN DE MAGNITUDES

TEMA DE LA UNIDAD: CONSERVACIÓN DE PERÍMETRO Y ÁREA

ESTÁNDAR: Selecciono y uso técnicas e instrumentos para medir longitudes y áreas de superficies con niveles de precisión.

COMPETENCIAS: RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS, RAZONAMIENTO, COMUNICACIÓN.

PROCESOS DE PENSAMIENTO ARTICULADOS A LAS COMPETENCIAS:

- Resolución de problemas
- Razonamiento
- Visualización
- Comparación
- Estimación
- Disección

TÓPICO GENERATIVO: "LA EQUIDAD"

METAS DE COMPRENSIÓN PARA EL CURSO: Busco que mis estudiantes comprendan que a partir de la resolución de problemas que involucran la conservación de magnitudes en la vida cotidiana, se produce un entorno favorable para la apropiación de valores que facilitan la construcción de una sociedad más justa y equitativa.

METAS DE COMPRENSIÓN PARA LA UNIDAD: Busco que mis estudiantes comprendan que a partir de la resolución de problemas que involucran los conceptos de perímetro y área de superficies basados con su contexto, se favorecen valores de equidad.

ACTIVACIÓN DE CONOCIMIENTOS PREVIOS

ACTIVIDA 1. COLOREANDO CONTORNOS

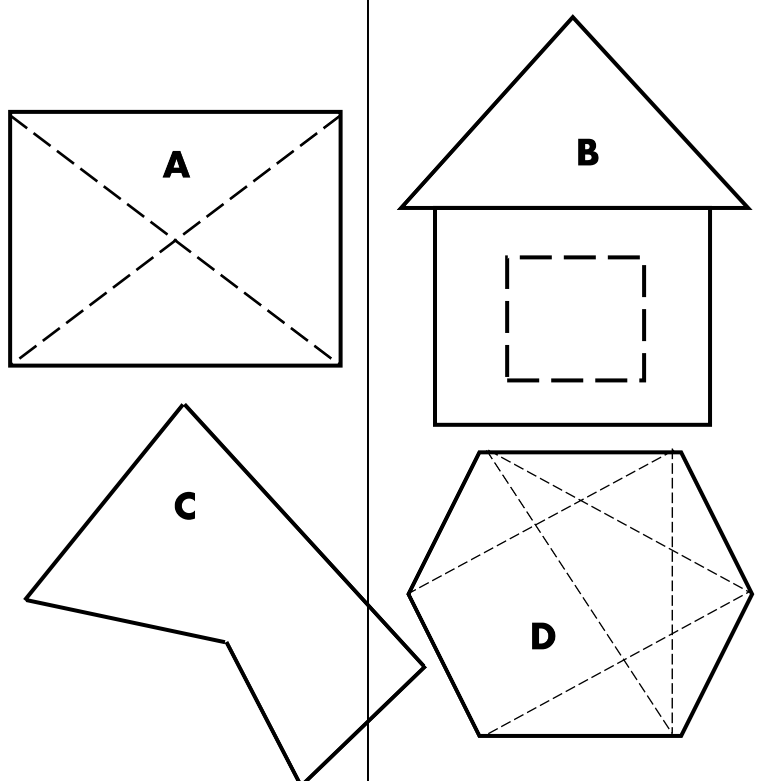
Medición *(Longitud como magnitud)*

Parte A

1. Colorea el contorno de cada figura y luego responde:

Parte B

2. En grupos de tres estudiantes. Seleccionen un objeto de tu entorno, señalen cuál es el contorno y cómo harían para determinar su longitud (Perímetro).



¿Dejaste líneas sin colorear en alguna figura? ¿Por qué?

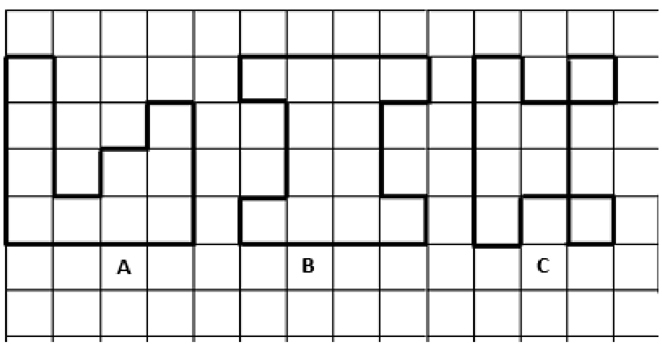
¿En qué piensas cuando hablamos de contorno de una figura? ¿Qué relación hay entre el contorno de una figura y el perímetro de la misma?	

PRESENTACIÓN DEL NUEVO CONOCIMIENTO

Actividad 2. Encerrando con palillos
Medición *(Longitud como magnitud)*

Parte A

Andrés construyó las figuras A, B y C en la clase de geometría.



Replica las figuras con la ayuda de los palillos y responde las siguientes preguntas:

1. ¿Cuantos palillos utilizó Andrés para construir cada figura?

Figuras	Cant. de Palillos
A	
B	
C	

2. **¿Qué tienen en común estos polígonos y en qué se diferencian?**

3. Si cada palillo representa una unidad de longitud, ¿Cuánto es el perímetro de cada figura?

Figuras	Perímetro
A	
B	
C	

Dos figuras son isoperimétricas si tienen el mismo perímetro.

¿Qué puedes afirmas de las figuras A, B, y C?

¿Por qué?

ACTIVIDAD 3: CERCANDO TERRENOS

Logro: Calcula el perímetro de figuras planas, empleando la unidad de longitud establecida.

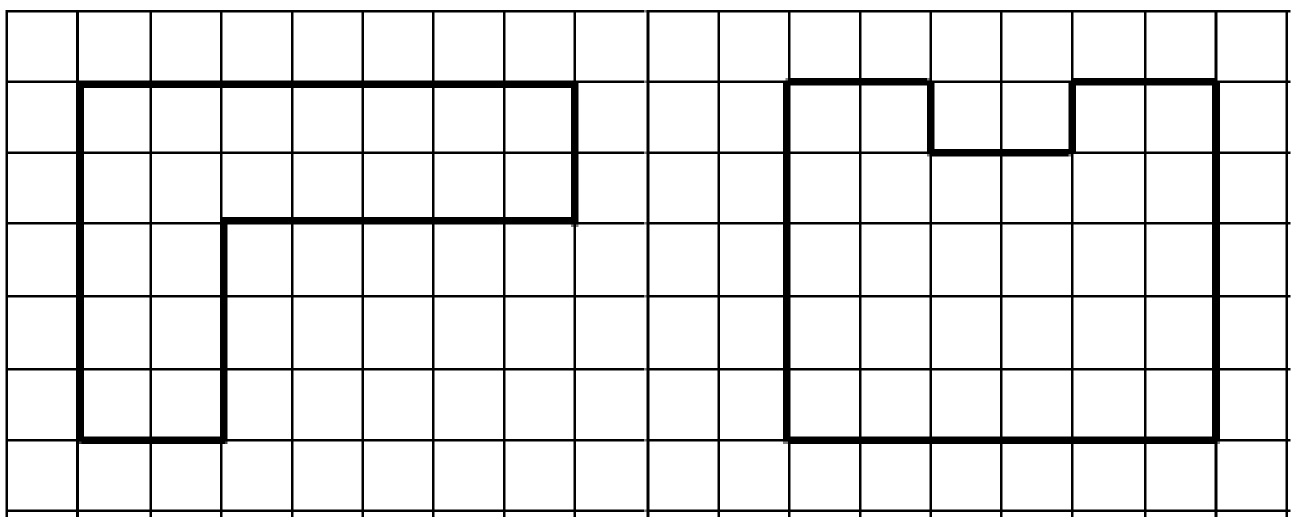
Materiales

- Lana o hilo
- Pegante

Situación:

1. El profesor de Técnicas Agropecuaria les ha encomendado a los estudiantes de 10° A y B, cercar dos terrenos que posteriormente serán cultivados con yuca y maíz por cada grupo respectivamente. Si los terrenos tienen la forma que se presenta a continuación.

TERRENO 1 TERRENO 2



Con la lana o hilo y el pegante recubre el contorno de cada figura y determina:

1. ¿Cuál de los dos terrenos tiene mayor longitud? ¿Por qué?
2. ¿Recibirá cada curso la misma cantidad de alambre para cercar el terreno que les corresponde? ¿Por qué?
3. Si cada lado de la cuadrícula representa una unidad de longitud (1 u), ¿cuántas u de longitud tiene cada terreno en su contorno?
4. Con respecto al número de cuadrículas que queda encerrado en cada terreno por la lana, ¿cuál de los dos tiene mayor número de cuadrículas?

ACTIVIDAD 4: EXPLORANDO CON MONOMINOS

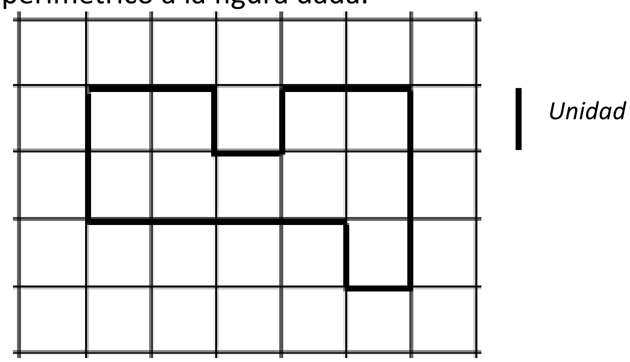
Logro: Calcula el perímetro de figuras planas, empleando la unidad de longitud establecida.

Materiales

- Monominos

Situación:

Reproduce con los monominos el polígono que se presenta a continuación. Luego construye otro que sea isoperimétrico a la figura dada.



1. ¿Crees que pueden existir distintas formas de construir el polígono?

2. ¿Cuál es el perímetro de los dos polígonos construidos con los monominos?

3. ¿Empleaste la misma cantidad de monominos en las dos figuras?

4. ¿Dos figuras que tengan igual perímetro pueden ocupar diferente cantidad de superficie? Justifica

5. ¿Qué podemos concluir de la situación anterior?

ACTIVIDAD 5: TRABAJANDO CON EL GEOPLANO

Materiales

- Geoplano

- Lana, hilo o ligas elásticas

Actividad: Cada estudiante en su geoplano construirá las figuras que aparecen a continuación.

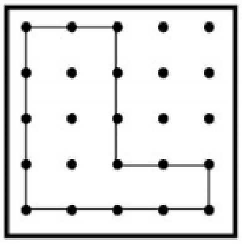


Fig. 1

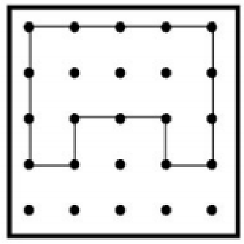


Fig. 2

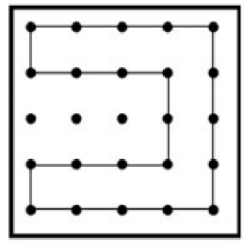


Fig. 3

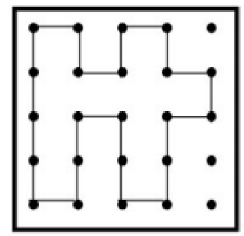


Fig. 4

1. ¿Cuál es el perímetro de cada figura? Figura 1: _____ Figura 2: ____ Figura 3: _____ Figura 4: ____
2. ¿Cuáles figuras tienen igual perímetro? ______________________________

3. ¿Tienen igual área las figuras anotadas en el punto anterior? ___________________
4. ¿Qué puedes concluir?
____
____

Nuevamente, construye las figuras en el geoplano y establece:

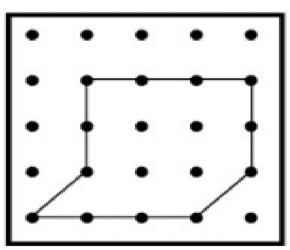


Fig. 1

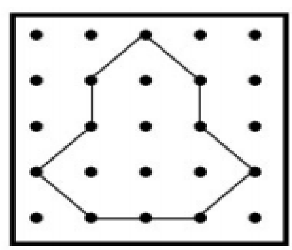


Fig. 3

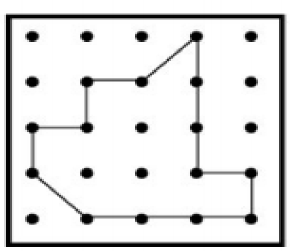


Fig. 2

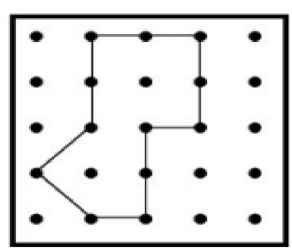


Fig. 4

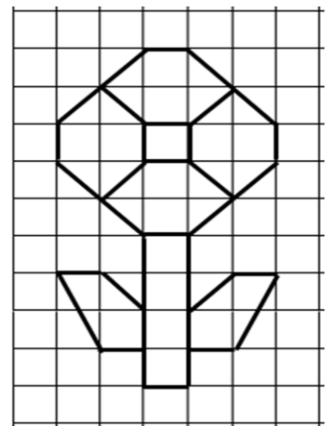
5. ¿Cuál de los siguientes polígonos son isoperimétricos? ¿Por qué?

ACTIVIDAD 6: ARMANDO ROMPECABEZAS

Logro: Estable el perímetro de una figura.
Materiales: Piezas para armar un rompecabezas (Una flor)

Situación

Se forman grupos de 3 estudiantes y a cada grupo se les suministran las piezas para armar un rompecabezas (La flor). El propósito de la actividad es que los estudiantes además de armar los rompecabezas puedan establecer cuál es el perímetro de la figura empleando material manipulable.



La flor del rompecabezas es un arreglo navideño que compró Marta y desea adornarlo con pequeñas bombillas de colores en su contorno. El lado del cuadrado que compone la cuadrícula es una unidad (u), por cada unidad es necesaria una pequeña bombilla de color, por cada $\sqrt{2}$ son necesarias 2 y por cada $\sqrt{5}$ son necesarias 3 de estas bombillas. ¿Cuántas pequeñas bombillas de color empleará Marta para decorar la figura?

1. ¿Cuál es la información más importante de este problema?
2. Con tus palabras menciona, ¿qué te está pidiendo el problema?
3. ¿Qué buscas resolver en este problema?
4. ¿Cuáles son las palabras claves de este problema?
5. ¿Qué se debe hacer para solucionar este problema?
6. ¿Cómo resolverías este problema? ¿Qué estrategia se va a emplear?

MONITOREO LOCAL:

7. ¿Cómo saben que la estrategia que van a emplear es la adecuada?
8. Resuelvan el problema:

MONITOREO GLOBAL:

9. ¿Cómo saben que resolvieron el problema correctamente?
10. ¿Cómo pueden estar seguros que la respuesta que obtuvieron es la correcta?

TRANSFERENCIA

ACTIVIDAD 7: PROTEGIENDO EL CULTIVO

Logro: Selecciona y usa técnicas e instrumentos para medir longitudes con niveles de precisión apropiados.

Materiales: Cuerdas, varas, metros y cualquier otro instrumento no convencional y convencional que nos pueda servir para medir.

El profesor de Técnicas Agropecuaria les ha encomendado a los estudiantes de 10° A y B, cercar dos terrenos que posteriormente serán cultivados con yuca y maíz por cada grupo respectivamente. ¿Cuál es la longitud del contorno del terreno a sembrar?

Los estudiantes harán grupos de tres integrantes y con los instrumentos destinados para medir, tomarán la medida del contorno del terreno que sembraran con yuca y maíz los estudiantes de 10° A y B. Ellos deberán determinar con el instrumento asignado la cantidad de malla necesaria para cercar el terreno.

COMPRENSIÓN:

¿Cuál es la información más importante del problema que van a resolver?

¿Podrían repetir el problema con sus palabras?

ANÁLISIS:

¿Qué busca resolver este problema?

¿Cuáles son las palabras claves de este problema?

¿Qué se debe hacer para solucionar este problema?

PLANEACIÓN:

¿Cómo resolverías este problema?

¿Qué estrategia se va a emplear?

IMPLEMENTACIÓN Y SOLUCIÓN:

Resolver el problema

MONITOREO LOCAL:

¿Cómo sabes que la estrategia que vas a emplear es la adecuada?

MONITOREO GLOBAL:

¿Cómo sabes que resolviste el problema correctamente?

Actividad 8. EL CARRITO QUE MANCHA

Estimación de cantidad y tamaño *(Área como cantidad de plano ocupado por la superficie)*

Parte A

Richard había estado jugando con su carrito, sin darse cuenta que este soltaba líquido que manchaba el piso (Fig 1).

Ahora está en serios problemas porque no sabe cómo limpiar semejante desorden antes de que llegue su mamá.

Ayúdale a Richard a solucionar el problema, para limpiar el piso debe utilizar un líquido muy costoso.

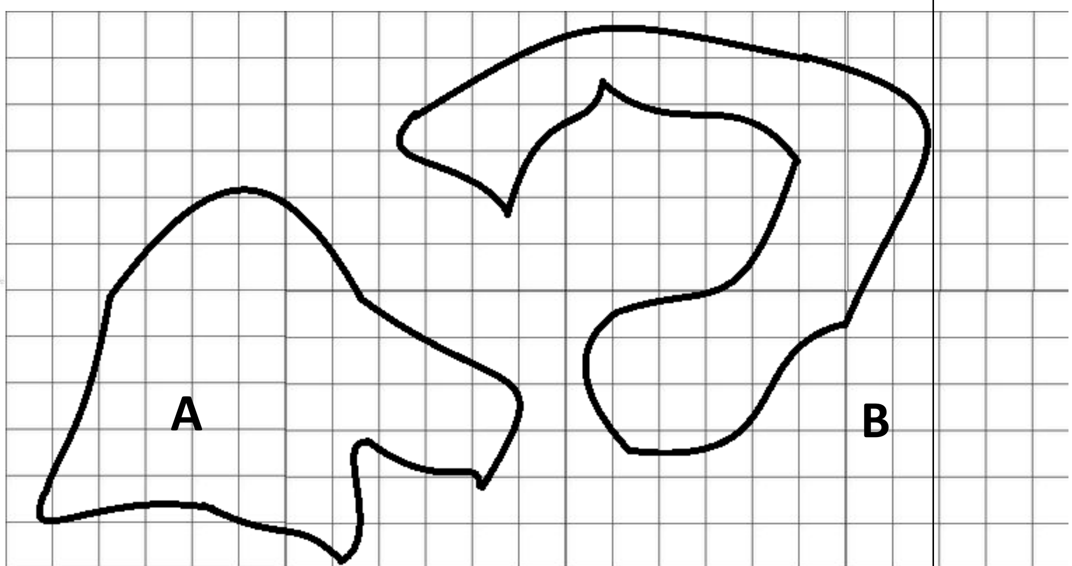


Fig. 1

1. ¿En cuál de las manchas se gastará mayor cantidad de líquido para limpiarlas? ¿Cómo hiciste para obtener esa respuesta?

2. Explica los procesos que puedes llevar a cabo para averiguar cuál de las manchas es más grande, pues un amigo de Richard le ayudará con el líquido para la mancha más pequeña si él hace la cuenta bien.

3. ¿Qué otra forma de solucionar el problema te imaginarias?

Actividad 9. EL CARRITO QUE MANCHA

Estimación de cantidad y tamaño *(Área como cantidad de plano ocupado por la superficie)*

Parte B

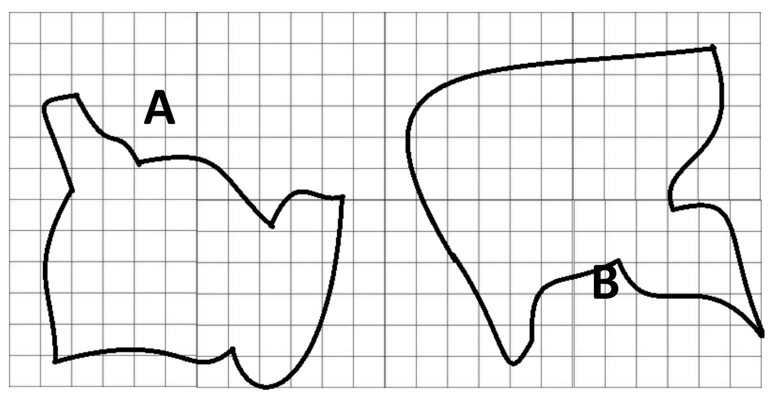


Fig. 2

La figura 2 muestra otras dos manchas, A y B, producidas por el carrito mientras Richard limpiaba las anteriores.

4. ¿Qué podrías decir acerca de sus tamaños?

5 ¿Qué procedimientos podrías utilizar para comparar los tamaños de las manchas A y B?

Actividad 10. Explorando con Monominos

Medición ***(Área como magnitud)***

Parte A

En una hoja cuadriculada Juanita Trazó las superficies A, B, C, D, Y E de la figura 1.

Replica las figuras con la ayuda de los monominós y responde las siguientes preguntas:

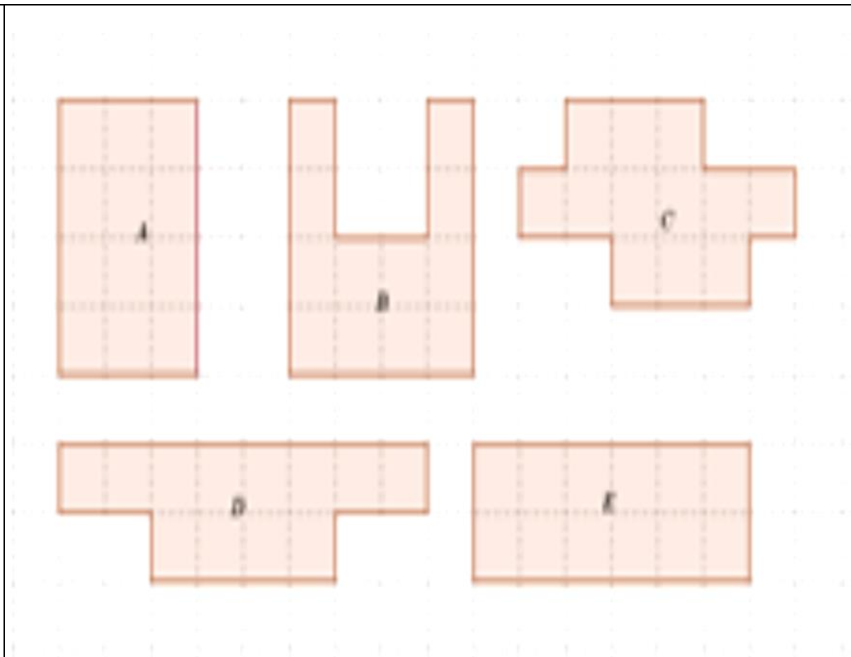


Fig. 1

1. ¿Cuantos Cuadrados utilizó para construir cada una de ellas?

2. ¿Qué tienen en común las superficies y en qué se diferencian?
3. ¿Qué puedes decir entonces del área y perímetro de las figuras?

Actividad 11. Explorando con Monominos
Medición *(Área como magnitud)*

<table>
<tr>
<td>Parte A

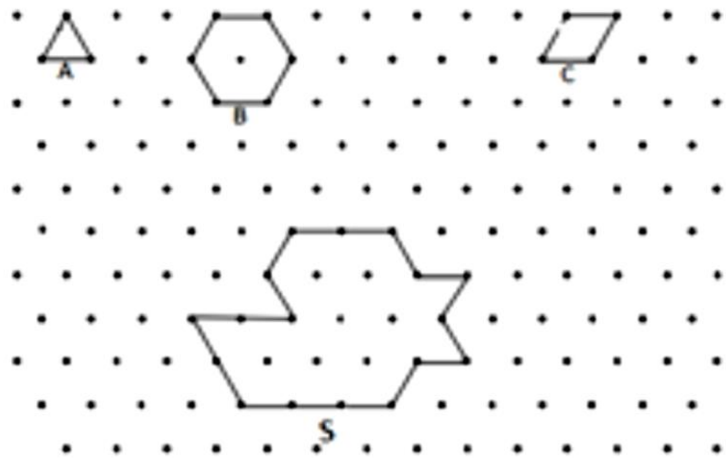
Ayuda a Natalia a responder las siguientes preguntas:</td>
<td>

Fig. 1

1. ¿Cuantas figuras del tipo A caben en la figura S sin dejar espacios en blanco?

2. ¿Cuantas figuras del tipo B caben en la figura S sin dejar espacios en blanco?

3. ¿Cuantas figuras del tipo C caben en la figura S sin dejar espacios en blanco

4. ¿Qué sucede con los anteriores resultados cuando utilizas las diferentes figuras?

5. ¿Qué sucedería con el número de figuras que caben en la superficie si se utiliza una figura de menor tamaño que la figura A u otra de mayor tamaño que la figura B?</td>
</tr>
</table>

Actividad 1. Reconociendo el tangram
Medición *(Área con unidades arbitrarias)*

Parte A

Con las piezas del tangram proporcionadas establece las siguientes relaciones. Primero separa las piezas y determina:

¿Cuántos triángulos grandes (Tg) hay? ________

¿Cuántos triángulos medianos (Tm)? ________

¿Cuántos triángulos pequeños (Tp)? ________

¿Cuántos cuadrados (C)? ______

¿Cuántos Romboides (R)? ______

Ahora compara las piezas y determina cuántas veces cabe sin que sobre espacio el Tp en:

a. Tm = _____ Tp
b. C = ______ Tp
c. R = _______ Tp
d. Tg = ______ Tp

La unidad de medida que utilizaste fue: ________

Parte B

Ahora con el tangram construye las siguientes figuras.

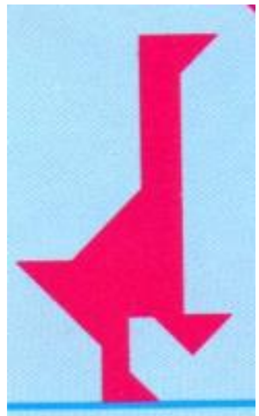


Fig. 1

Fig. 2

¿Cuál es el área de cada figura si empleas como unidad de medida el Tp y C?

Completa la tabla.

	Tp	C
Fig. 1		
Fig. 2		

Dos figuras son equivalentes cuando tiene la misma área.

¿Qué puedes afirmar de las figuras construidas con el tangram?

____

¿Por qué?_____________________________________

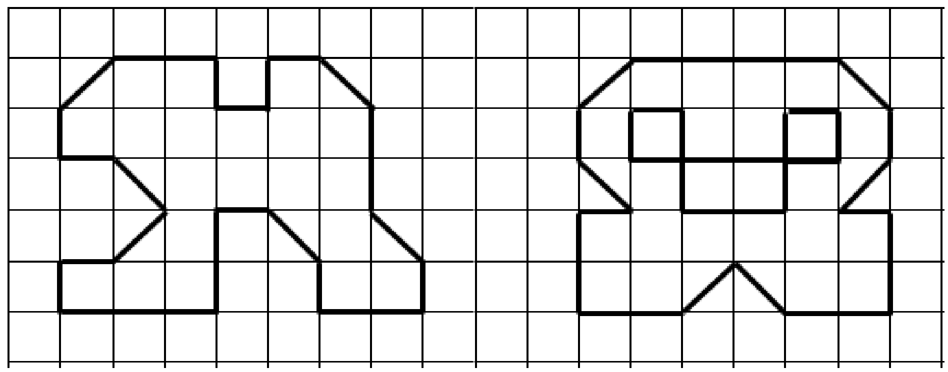
____

ACTIVIDAD 13: CONSTRUYAMOS EL LOGO DEL EQUIPO
TEMA: Calculando perímetro y área

Logro: Identifica la unidades de área y longitud determina cuando dos polígonos son equivalentes.

Materiales: Copia con las imágenes, monominos y el problema.

Situación: Para el campeonato de fútbol del colegio los estudiantes de 8°A han seleccionado un logo que será estampado en la parte posterior de sus camisetas. Los diseños son los que se presentan a continuación. El equipo femenino se hace llamar "*Las Panteras*" y el equipo masculino "*Los Fantasmas*".



Problema 1: Si los estudiantes han decidido recubrir con tela cada logo, utiliza como unidad el cuadrado de la cuadrícula para establecer, ¿cuánto es el área a recubrir en cada uno de los logos?

¿Se gasta la misma cantidad de tela? ¿Por qué?

¿Qué significado tiene lo que acabas de hallar?

Si cada 1 u^2 = 1 cm^2, ¿Cuántos cm^2 de tela se necesitarán para recubrir cada logo?

Problema 2: Si lo que quieren ahora los estudiantes es bordar el contorno del logo con hilo negro y blanco respectivamente, utiliza como unidad el lado del cuadrado de la cuadrícula y establece, ¿cuánto mide el contorno de cada figura?

¿Se gasta la misma cantidad de hilo negro y blanco? ¿Por qué?

¿Qué significado tiene lo que acabas de hallar?

Si cada 1 u = 1 cm, ¿Cuántos cm de hilo se emplearan en cada logo para bordarlo?

¿Dos figuras que tienen igual área, pueden tener distinto perímetro? ¿Por qué?

¿Qué puedes concluir a partir de la actividad realizada?

TRANSFERENCIA
ACTIVIDAD 14 (REPARTIENDO TERRENOS)

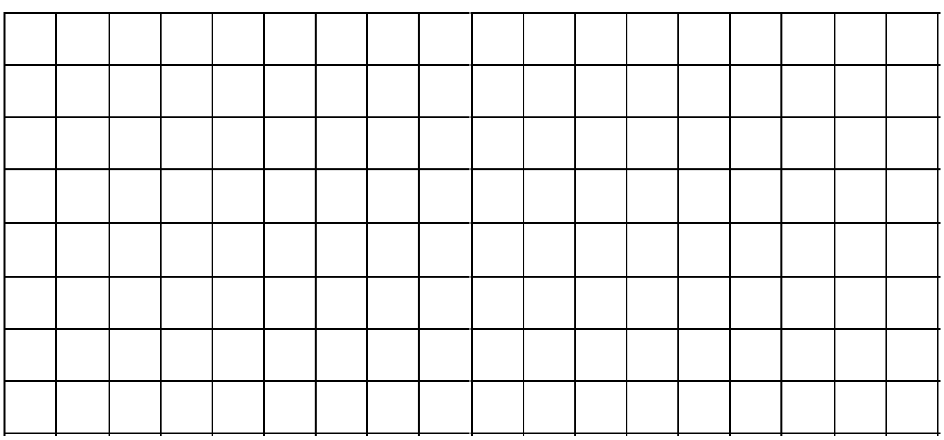
Logro: Establecer y utilizar diferentes procedimientos de cálculo para hallar medidas de superficies.

Situación: El señor Carlos tiene dos hijos a los cuales les ha regalado un terreno ubicado a las afueras de la población, este terreno tiene 21 u^2 de área y apropiado para apastar ganado. Ellos han decidido dividir en dos partes iguales dicho terreno, ya que ambos tienen ganado para pastar. Si un cuadrado de la cuadrícula corresponde a 1 u^2, ¿Que forma pueden tener cada uno de estos terrenos?

COMPRENSIÓN:
¿Cuál es la información más importante del problema que van a resolver?
¿Podrían repetir el problema con sus palabras?

ANÁLISIS:
¿Qué busca resolver este problema?
¿Cuáles son las palabras claves de este problema?
¿Qué se debe hacer para solucionar este problema?

PLANEACIÓN:
¿Cómo resolverían este problema?
¿Qué estrategia se va a emplear?
IMPLEMENTACIÓN Y SOLUCIÓN:
Resolver el problema:



MONITOREO LOCAL:
¿Cómo sabes que la estrategia que vas a emplear es la adecuada?
MONITOREO GLOBAL:
¿Cómo sabes que resolviste el problema correctamente?
.
Para la elaboración de las actividades propuestas se tuvieron en cuenta los siguientes supuestos

- En el aprendizaje de un concepto, es necesario que el individuo pueda relacionar en su estructura interna, el nuevo concepto con los conceptos ya aprehendidos (ya sea en un contexto matemático o cotidiano);
- Es necesario proponer experiencias que le faciliten la exploración, donde el estudiante pueda dar significado al concepto que se dispone a conocer.
- Una metodología basada en la resolución de problemas facilita el aprendizaje de las matemáticas y le permite al estudiante desarrollar procesos cognitivos y metacognitivos necesarios para el mundo de las matemáticas y la vida diaria.
- Para lograr un aprendizaje de un concepto en geometría es necesario desarrollar en los estudiantes niveles de razonamiento que van desde el Nivel 1 (de reconocimiento), pasando necesariamente por los niveles 2 (de análisis) y 3 (de clasificación), hasta llegar al nivel 4 (de deducción formal).
- Las actividades que se elaboren para enseñar un concepto en matemáticas específicamente en geometría, son elaboradas teniendo en cuenta los niveles de razonamiento de Van Hiele.

DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES

Actividad 1 (COLOREANDO CONTORNOS). La finalidad de esta actividad es la de indagar por el conocimiento previo de los estudiantes y saber si estos manejan correctamente el concepto de perímetro relacionándolo con el contorno de una figura geométrica (este es uno de los conceptos que emplearan a lo largo del módulo).

1. Se les entrega una hoja con distintas figuras, colores y se les pide que coloreen el contorno. Posteriormente se les pregunta, ¿Dejaste líneas sin colorear en alguna figura? ¿Por qué?, ¿En qué piensas cuando hablamos de contorno de una figura?, ¿Qué relación hay entre el contorno de una figura y el perímetro de la misma? Algunos estudiantes colorearon líneas que se encontraban al interior de la figura, en su gran mayoría los estudiantes relacionaron el contorno con el perímetro y definieron el perímetro como la suma de los lados.

2. Se les pide que en grupos de tres estudiantes, seleccionen un objeto que esté en su entorno, que señalen el contorno y que expliquen cómo harían para determinar la longitud de su contorno en ese preciso instante. Algunos seleccionaron el tablero, la puerta, un cuaderno, la pared del salón situada al frente (compuesta por un rectángulo y un triángulo), el piso del bohío del colegio que tiene forma octagonal y dos que el docente llevó a la clase (uno circular y otro distinto a un cuadrado o un rectángulo).

Actividad 2 (EMPLEANDO PALILLOS) La actividad se diseñó para trabajar el concepto de medición de longitud a partir de un patrón de medida.

1. Se les pide replicar mediante los palillos unos polígonos previamente elaborados por el docente. Se espera que ellos puedan entender que la longitud del palillo es una unidad de medida arbitraria con la cual se puede establecer el perímetro de los polígonos dados.
2. Se les pide establecer cuántos palillos utilizaron para construir cada figura y consignarlos en la tabla.

Figuras	Cant. de Palillos
A	
B	
C	

3. Se le pide que señalen qué tienen en común los polígonos y en qué se diferencian.
4. Se les pide que determinen el perímetro de cada polígono, tomando como unidad de medida la longitud de un palillo.

Figuras	Perímetro
A	
B	
C	

Se busca que los estudiantes además de tener claro el concepto de perímetro y que utilicen una unidad estándar no convencional, puedan comparar longitudes y comprender el concepto de polígonos o figuras isoperimétricos.

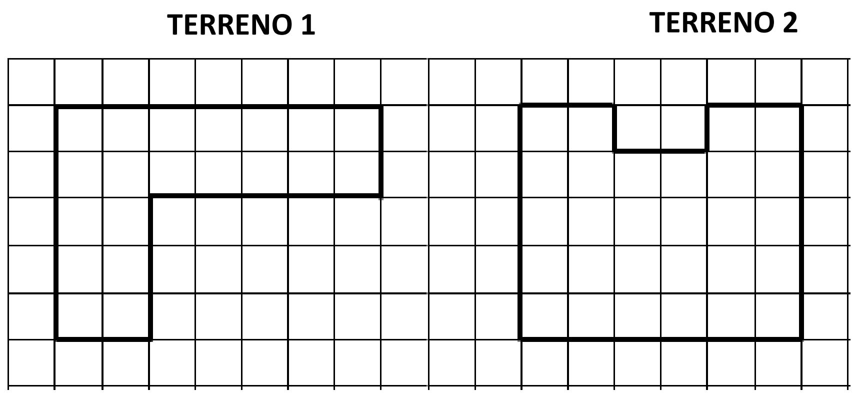
5. Finalmente se les proporciona el concepto de polígonos isoperimétricos y se les pide que explique cuál de las figuras dadas presentan esta características y que además justifiquen por qué.

Actividad 3 (CERCANDO TERRENOS) Para esta actividad se les planteó una situación propia de su contexto que tiene como propósito llevar a los estudiantes que comparen longitudes y separen el concepto de perímetro del concepto de área (Ellos pudieran establecer que necesita mayor cantidad de alambre el terreno que tiene mayor área).

1. Se les pide que recubran el contorno de cada terreno dibujado con la lana o hilo, y que a partir de esto digan cuál de los dos terrenos dibujados tiene mayor longitud.

2. Se les pide a partir de lo realizado en el punto anterior, que establezcan que terreno se llevará más o menor cantidad de alambre y que justifiquen por qué.

3. Se les pide que empleen una unidad para medir la longitud del terreno dibujado a partir de la longitud del lado de la cuadrícula y que lo relaciones con el perímetro.



4. Se les pide establecer cantidad de superficie encerrada y que las comparen. Se puede esperar que ellos entiendan que la cantidad de superficie que encierra una figura no depende de la longitud de sus lados.

Actividad 4 (EXPLORANDO CON MONOMINOS 1) Con esta actividad se busca que los estudiantes a partir del concepto de figuras isoperimétricas, establezcan comparaciones y exploren distintas formas de dibujar figuras con igual perímetro a otra ya establecida. Busca que entiendan que no hay una forma única de solución. Para el desarrollo de la actividad se realizó lo siguiente:

1. Se les pide a los estudiantes con la ayuda de los monominos reproducir inicialmente la figura establecida por el docente.

2. Se les pide que construyan otra que sea isoperimétrica a la que construyeron inicialmente. En esta parte se les entrega menor o mayor número de monominos, nunca se les dio igual cantidad con relación a la que estaba dibujada.

3. Luego, se les pide que respondan si creen que hay distintas formas de construir esa figura isoperimétrica a la dada.

4. Se les pide que establezcan comparaciones entre el perímetro de las figuras y la cantidad de monominos empleados en la construcción de cada una.

5. Se les pide que justifiquen la situación anterior, es decir, ¿dos figuras que tengan igual perímetro pueden ocupar diferente cantidad de superficie?
6. Finalmente, se les pide que elaboren una conclusión de todo lo planteado.

Actividad 5 (TRABAJANDO CON EL GEOPLANO) En esta actividad los estudiantes podrán profundizar a partir de la comparación de figuras, el concepto de perímetro y figuras isoperimétricas. Se espera que en esta parte ellos ya sepan calcular perímetro a partir de la reiteración de una unidad no convencional y que establezcan comparaciones entre las longitudes.

1. Se les pide a los estudiantes que con el geoplano y empleando lana, elaboren las figuras proporcionadas por el docente en la clase.

2. A partir de estas construcciones, se les pide que establezcan figuras que sean isoperimétricas y que elaboren una conclusión donde justifiquen sus repuestas.

3. Nuevamente se les pide que construyan otras figuras en el geoplano, proporcionadas por el docente, pero con la relevancia que estas tienen patrones distintos de medición de longitud, se emplean segmentos de 1 unidad y $\sqrt{2}$ unidad de longitud.

Actividad 6 (ARMANDO ROMPECABEZAS) Esta es una actividad que plantea solucionar un problema, en el cual hay que determinar el perímetro de una figura que tiene variaciones de unidad en su contorno (1, $\sqrt{2}$ y $\sqrt{5}$ unidades de longitud).

1. Se les proporciona a los grupos conformados por tres estudiantes las piezas de un rompecabezas (Una flor), para que lo armen y manipulen el material.

2. Luego que lo hayan armado se les pide leer la situación problema, que busca determinar la cantidad de bombillas necesarias para decorar la flor partiendo del perímetro de la misma.

3. Se les pide a los estudiantes, antes de solucionar el problema que respondan el protocolo de preguntas, con el fin de indagar por los procesos que emplean los estudiantes al momento de solucionar un problema.

Actividad 7 (PROTEGIENDO EL CULTIVO) En esta actividad se busca que el estudiante explore y relacione los aprendizajes con una situación de su contexto cotidiano. Esta actividad requiere que los estudiantes resuelvan un problema abierto, donde se calcula el perímetro de un terreno destinado a sembrar, empleando instrumentos de medición no convencionales (cuerdas, varas y hasta el pie) y convencionales (el metro).

1. Se les pide a los estudiantes que a partir de los grupos conformados (tres estudiantes), seleccione un instrumento para determinar la longitud del terreno que se va a encerrar con una malla y que será destinado a sembrar.

Actividad 8 (EL CARRITO QUE MANCHA 1) Con esta actividad se busca que los estudiantes a partir de la comparación, determinen empleando la estimación la cantidad de superficie que un ocupa en el plano las manchas.

1. Se les pide que comparen las dos manchas y que determinen cuál de las dos es mayor. Aquí se espera que el estudiante recorte y superponga las superficies para comparar, o que utilice la cuadrícula sobre la cual está para determinar por disección cuál es mayor, así mismo se tienen monominos pequeños los cuales también pueden utilizar si el estudiante los requiere).

Actividad 9 (EL CARRITO QUE MANCHA 2) Se trazó el mismo objetivo de la actividad 8, con la diferencia que aquí el estudiante profundiza sobre el concepto de superficie.

Actividad 10 (EXPLORANDO CON MONOMINOS 2) En esta actividad se busca que los estudiantes reconozcan el área de una superficie como una magnitud medible. Se busca además que ellos puedan determinar el área a partir de unidades no convencionales y que comparen las superficies, con el fin que entiendan que el área de una superficie va más allá de base por altura.

1. Se les pide a los estudiantes replicar las figuras planteadas por el docente con las piezas de monominos.

2. Se les pide que determinen cuántas piezas de monominos emplearon armando cada figura.

3. Se les pide comparar las superficies de todas las figuras estableciendo semejanzas y diferencias entre ellas.

4. Se les pide elaborar una conclusión a partir de lo ejecutado en los puntos anteriores.

Actividad 11 (EXPLORANDO CON MONOMINOS 3) En esta actividad se pretende que los estudiantes empleen distintas unidades para determinar el área de una superficie. Además se busca que los estudiantes sepan que a medida que la unidad de medición se hace más pequeña, se pueden estimar el área de una superficie con mayor precisión.

1. Se les pide a los estudiantes que a partir de la figura 1, determinen cuántas veces caben las A, B y C en dicha figura.

2. Se les piden que establezcan lo que sucede si se emplean unidades de medida más pequeñas o más grandes que las utilizadas.

Actividad 12 (RECONOCIENDO EL TANGRAM) Con esta actividad se pretende construir el concepto de figuras equivalentes. Así mismo se busca establecer distintos patrones de medida los cuales no interfieren con la equivalencia de superficies si ya se ha establecido que son equivalentes.

1. Se les pide a partir de las piezas del tangram suministradas por el docente que separen las piezas que son iguales y, luego determinen cuántas veces está contenido el triángulo pequeño en las demás.

2. Se les pide que con las piezas del tangram armen las figuras que se ilustran en la actividad de la parte B.

3. Se les pide determinar el área empleando como unidad de medida el triángulo pequeño y el cuadrado. Deben llenar la tabla que aparece a continuación en la que pueden comparar las superficies.

	Tp	C
Fig. 1		
Fig. 2		

A partir de la definición de figuras equivalentes, se les pide que elaboren una afirmación con relación a las superficies ocupadas por las figuras construidas con el tangram y que la justifiquen.

Actividad 13 (CONSTRUYAMOS EL LOGO DEL EQUIPO) Con esta actividad se busca que el estudiantes resuelva un problema abierto, empleando procesos fundamentales en la resolución de problemas y que además evidencie que reconoce cuando dos superficies son equivalentes.

1. Se les plantea la situación problema y se les pide que determine la cantidad de superficie a recubrir en cada figura si lo que se quiere es estampar el logo del equipo.

2. Se les pide que comparen las superficies de cada logo.

3. Se les pide que determine el perímetro si lo que se quiere ahora es bordar el contornos de cada logo.

4. Se les pide que comparen los contornos de cada logo.

5. Se les pide que elaboren una conclusión a partir de la cantidad de perímetro de cada logo y la cantidad de superficie que ocupan.

Actividad 14 (REPARTIENDO TERRENOS) En esta actividad se les proporciona un problema abierto, que busca conocer los procesos que emplean los estudiantes al momento de resolver un problema**.** Aquí el propósito es que ellos puedan dibujar dos figuras que sean equivalentes.

1. Se les proporciona el problema a los estudiantes y se les pide que dibujen la forma cómo quedaría repartido en terreno.

2. Se les pide que respondan el protocolo de preguntas para solucionar el problema.

Anexo M: Análisis de los procesos de resolución de problemas

Procesos de resolución de problemas grupo experimental pre test.

ESTUDIANTE	GRUPO EXPERIMENTAL	EXPLORA P1	LECTURA ATENTA	A Comprende el problema	B Identifica Datos	C Identif Variables/ Descompone	VISUALIZACIÓN	A Percepcion visual global	B Perc Elementos constitut	C Oper de Perc visual	CONCEPTO GEOMETRICO	A Conocimiento geométrico claro	B Conocimiento métrico claro	ADQU DE NUEV INFORMACIÓN	TRADUCCION	A Utiliza lenguaje matemático	B Plantea Expresiones matem	Estrategias	A Tanteo	B Suponer el prob Resuelto	C Consid Casos más simples	D Notac Simple Leng Convencional	E Repetir la figura	F Método de los dos caminos	G Disección	H Otras	IMPLEMENTACIÓN	MONITOREO LOCAL	A General	B Estrategia remedial	VERIFICA SOLUCIÓN	A General	B Estrategia Iterativa	RESPUESTA	A Correcta	B Incorrecta
AREA																																				
1		1		0	1	0		1	1	0		0	0	1		1	0		1	1	0	0	0	0	0	0	0		1	0		1	0		0	1
2		1		0	1	0		1	0	0		1	0	0		1	0		1	1	0	0	0	0	0	0	0		1	0		1	0		0	1
3		1		0	1	0		1	0	0		1	0	0		0	0		1	1	0	0	0	0	0	0	0		1	0		1	0		0	1
4		0		0	1	0		1	1	0		0	0	0		0	0		1	1	0	0	0	0	0	0	0		1	0		1	0		0	1
5		0		1	0	0		1	0	0		0	0	0		0	0		1	1	0	0	0	0	0	0	0		1	0		1	0		0	1
6		1		1	1	0		1	0	0		0	0	1		0	0		1	0	1	0	1	0	0	0	0		1	0		0	0		0	1
7		1		0	1	0		1	0	0		0	0	0		1	0		1	1	0	0	0	0	0	0	0		1	0		1	0		0	1
8		1		0	1	0		1	0	0		0	0	0		0	0		1	1	0	0	0	0	0	0	0		0	0		0	0		0	1
Σ		**6**		**2**	**7**	**0**		**8**	**2**	**0**		**2**	**0**	**2**		**3**	**0**		**8**	**7**	**1**	**0**	**1**	**0**	**0**	**0**	**0**		**7**	**0**		**6**	**0**		**0**	**8**
PERIMETRO																																				
1		1		0	1	1		1	0	0		0	0	1		0	0		1	1	0	0	0	0	0	0	0		1	0		1	0		0	1
2		1		0	1	0		1	0	0		0	0	0		0	0		1	1	0	0	0	0	0	0	0		1	0		1	0		0	1
3		1		0	1	0		1	0	0		1	0	0		0	0		1	1	0	0	1	0	0	0	0		1	0		1	0		0	1
4		0		1	1	0		1	1	0		0	0	0		0	0		1	1	0	0	0	0	0	0	0		1	0		1	0		0	1
5		0		1	0	0		1	0	0		0	0	0		0	0		1	1	0	0	1	0	0	0	0		1	0		0	0		0	1
6		1		0	1	0		0	0	0		0	0	0		0	0		0	0	0	0	0	0	0	0	0		0	0		0	0		0	1
7		0		0	1	0		1	0	0		0	0	0		0	0		1	1	0	0	0	0	0	0	0		0	0		0	0		0	1
8		1		0	1	0		1	0	0		0	0	0		0	0		1	1	0	0	0	0	0	0	0		0	0		0	0		0	1

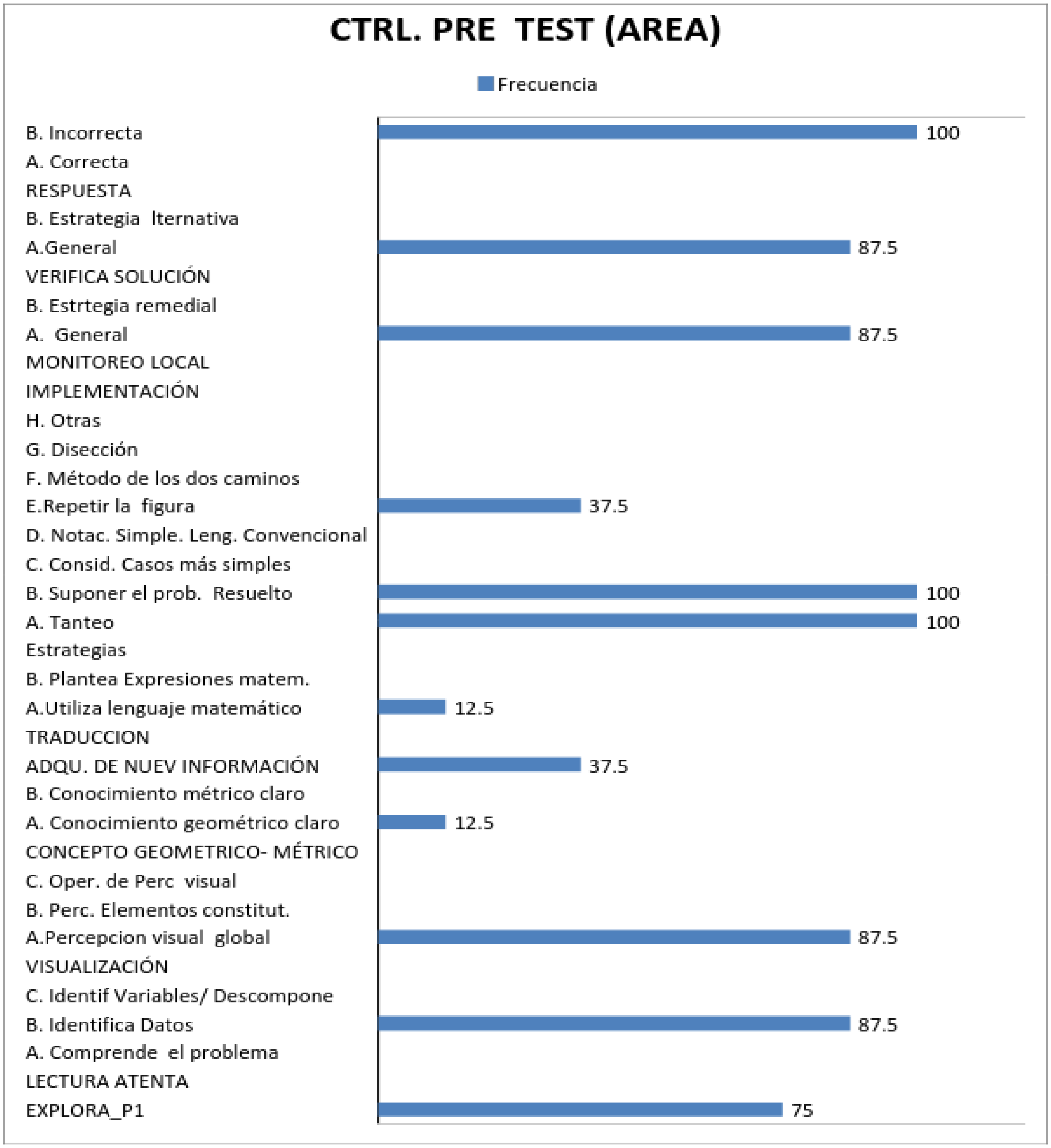
Σ		**5**		**2**	**7**	**1**		**7**	**1**	**0**	**0**	**1**	**0**	**1**		**0**	**0**		**7**	**7**	**0**	**0**	**2**	**0**	**0**	**0**	**0**		**5**	**0**		**4**	**0**		**0**	**8**

Procesos de resolución de problemas grupo control pre test.

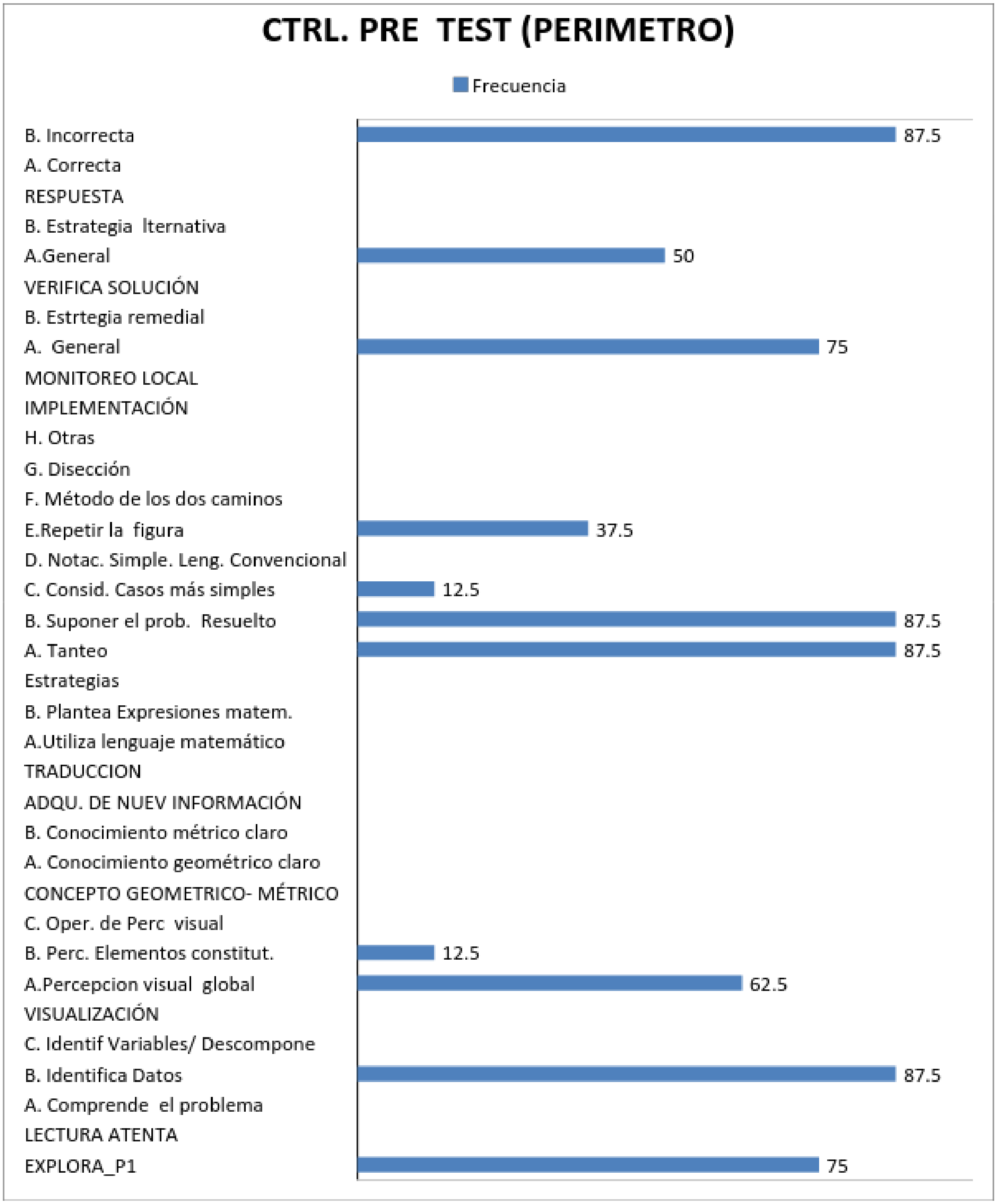
ESTUDIANTE	GRUPO CONTROL	EXPLORA P1	LECTURA ATENTA	A. Comprende el problema	B. Identifica Datos	C. Identif Variables/ Descompone	VISUALIZACIÓN	A.Percepcion visual global	B. Perc. Elementos constitut.	C. Oper. de Perc visual	CONCEPTO GEOMETRICO-	A. Conocimiento geométrico claro	B. Conocimiento métrico claro	ADOU. DE NUEV INFORMACIÓN	TRADUCCION	A.Utiliza lenguaje matemático	B. Plantea Expresiones matem.	Estrategias	A. Tanteo	B. Suponer el prob. Resuelto	C. Consid. Casos más simples	D. Notac. Simple. Leng. Convencional	E.Repetir la figura	F. Método de los dos caminos	G. Disección	H. Otras	IMPLEMENTACIÓN	MONITOREO LOCAL	A. General	B. Estrtegia remedial	VERIFICA SOLUCIÓN	A.General	B. Estrategia lternativa	RESPUESTA	A. Correcta	B. Incorrecta
	AREA																																			
1		1		0	1	0		1	0	0		0	0	0		0	0		1	1	0	0	1	0	0	0	0		1	0		1	0		0	1
2		0		0	1	0		1	0	0		0	0	0		0	0		1	1	0	0	0	0	0	0	0		1	0		1	0		0	1
3		1		0	0	0		1	0	0		0	0	0		0	0		1	1	0	0	1	0	0	0	0		0	0		0	0		0	1
4		1		0	1	0		1	0	0		0	0	0		0	0		1	1	0	0	1	0	0	0	0		1	0		1	0		0	1
5		1		0	1	0		1	0	0		0	0	1		0	0		1	1	0	0	0	0	0	0	0		1	0		1	0		0	1
6		1		0	1	0		1	0	0		1	0	1		0	0		1	1	0	0	0	0	0	0	0		1	0		1	0		0	1
7		1		0	1	0		1	0	0		0	0	0		1	0		1	1	0	0	0	0	0	0	0		1	0		1	0		0	1
8		0		0	1	0		0	0	0		0	0	1		0	0		1	1	0	0	0	0	0	0	0		1	0		1	0		0	1
Σ		**6**		**0**	**7**	**0**		**7**	**0**	**0**		**1**	**0**	**3**		**1**	**0**		**8**	**8**	**0**	**0**	**3**	**0**	**0**	**0**	**0**		**7**	**0**		**7**	**0**		**0**	**8**
	PERIMETRO																																			
1		1		0	1	0		1	0	0		0	0	0		0	0		1	1	0	0	1	0	0	0	0		1	0		1	0		0	1
2		1		0	1	0		1	0	0		0	0	0		0	0		1	1	0	0	1	0	0	0	0		1	0		1	0		0	1
3		1		0	0	0		1	0	0		0	0	0		0	0		1	1	0	0	1	0	0	0	0		0	0		0	0		0	1
4		0		0	1	0		0	0	0		0	0	0		0	0		1	1	0	0	0	0	0	0	0		1	0		1	0		0	1
5		0		0	1	0		1	0	0		0	0	0		0	0		1	1	1	0	0	0	0	0	0		1	0		0	0		0	1
6		1		0	1	0		1	1	0		0	0	0		0	0		1	1	0	0	0	0	0	0	0		1	0		1	0		0	1
7		1		0	1	0		0	0	0		0	0	0		0	0		1	1	0	0	0	0	0	0	0		1	0		0	0		0	1
8		1		0	1	0		0	0	0		0	0	0		0	0		0	0	0	0	0	0	0	0	0		0	0		0	0		0	0
Σ		**6**		**0**	**7**	**0**		**5**	**1**	**0**		**0**	**0**	**0**		**0**	**0**		**7**	**7**	**1**	**0**	**3**	**0**	**0**	**0**	**0**		**6**	**0**		**4**	**0**		**0**	**7**

Las siguientes gráficas muestran la frecuencia relativa para cada uno de los procesos observados durante la entrevista flexible, tanto para la conservación del área como para la conservación del perímetro en ambos grupos.

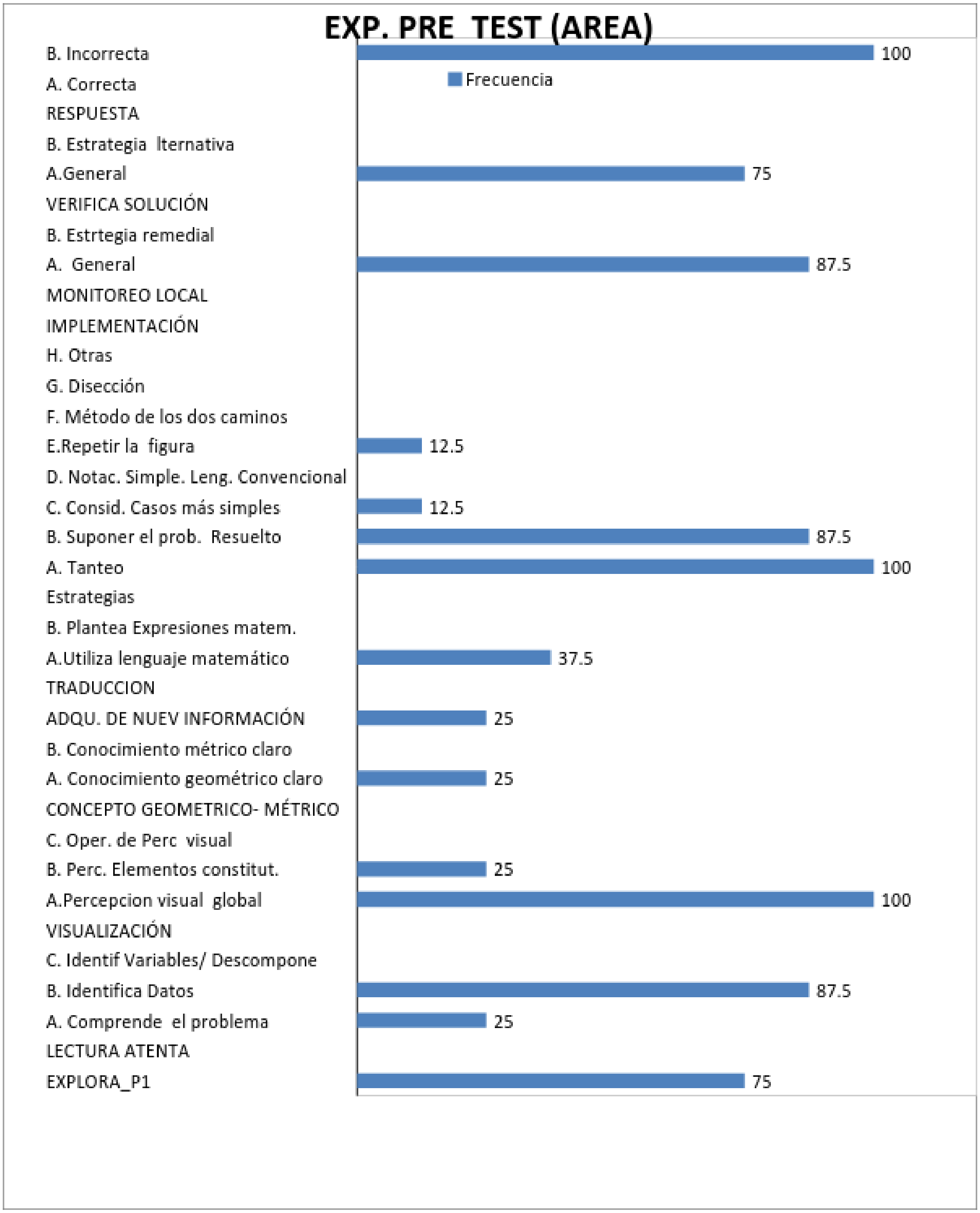
Frecuencia relativa de los procesos de resolución de problemas de área para el grupo control



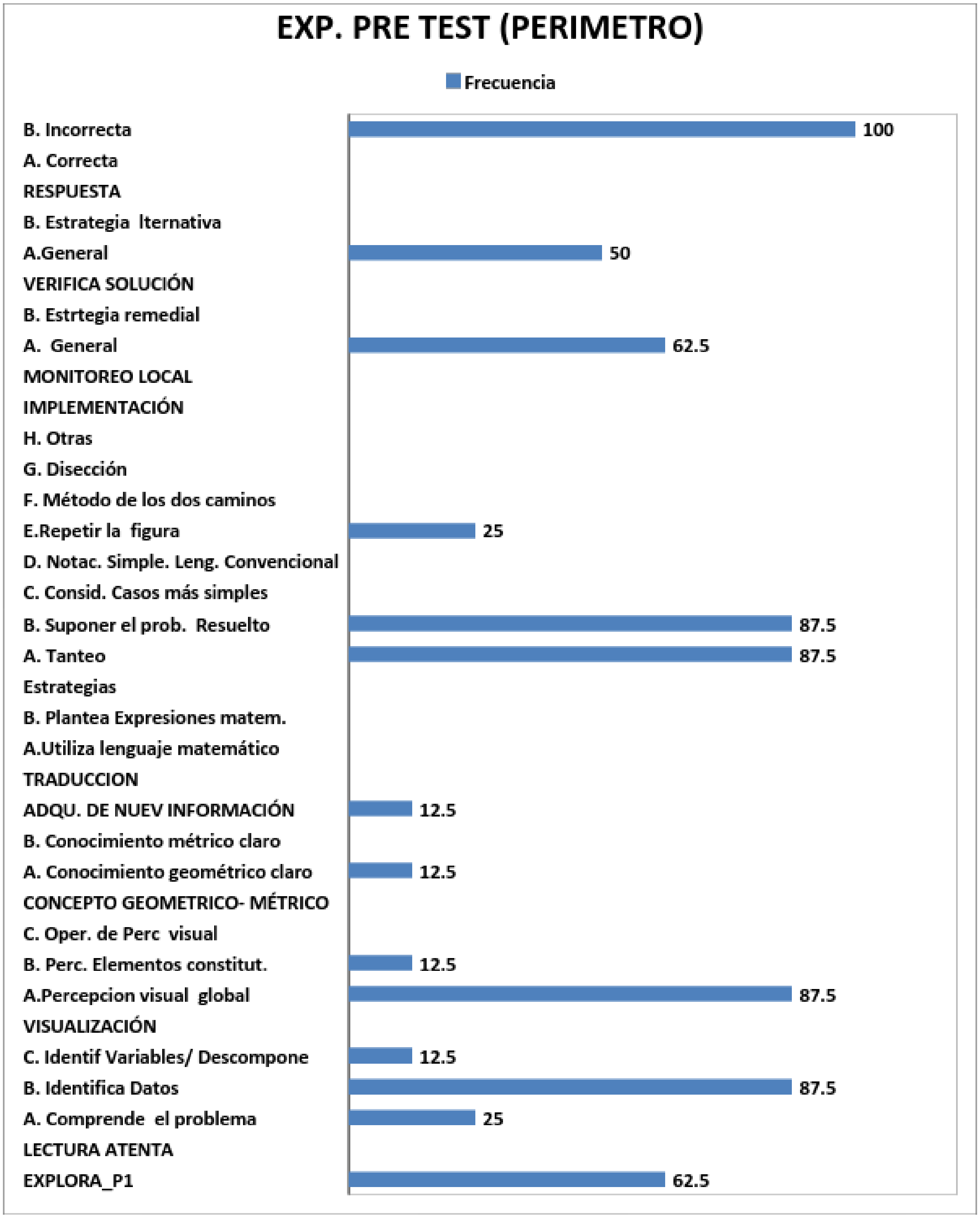
Frecuencia relativa de los procesos de resolución de problemas de perímetro para el grupo control


CTRL. PRE TEST (PERIMETRO)
Frecuencia
B. Incorrecta
87.5
A. Correcta
RESPUESTA
B. Estrategia lternativa
A.General
50
VERIFICA SOLUCIÓN
B. Estrtegia remedial
A. General
75
MONITOREO LOCAL
IMPLEMENTACIÓN
H. Otras
G. Disección
F. Método de los dos caminos
E.Repetir la figura
37.5
D. Notac. Simple. Leng. Convencional
C. Consid. Casos más simples
12.5
B. Suponer el prob. Resuelto
87.5
A. Tanteo
87.5
Estrategias
B. Plantea Expresiones matem.
A.Utiliza lenguaje matemático
TRADUCCION
ADQU. DE NUEV INFORMACIÓN
B. Conocimiento métrico claro
A. Conocimiento geométrico claro
CONCEPTO GEOMETRICO- MÉTRICO
C. Oper. de Perc visual
B. Perc. Elementos constitut.
12.5
A.Percepcion visual global
62.5
VISUALIZACIÓN
C. Identif Variables/ Descompone
B. Identifica Datos
87.5
A. Comprende el problema
LECTURA ATENTA
EXPLORA_P1
75

Frecuencia relativa de los procesos de resolución de problemas de área para el grupo experimental



Frecuencia relativa de los procesos de resolución de problemas de perímetro para el grupo experimental



En los cuadros siguientes se presentan los resultados de los procesos de resolución de problemas de conservación de perímetro y área para el pos test en cada grupo:

. Procesos de resolución de problemas grupo control pos test.

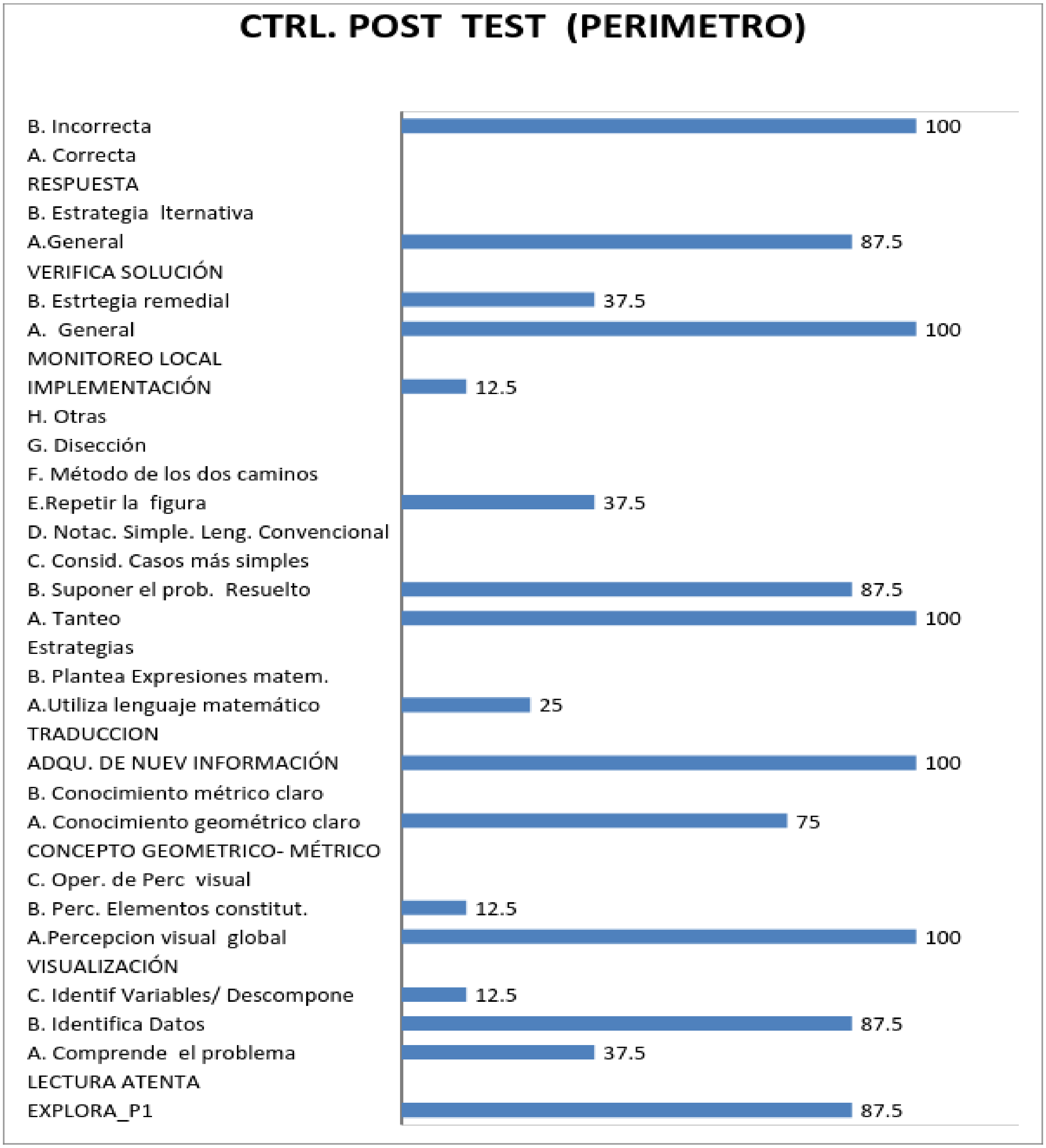
ESTUDIANTE	GRUPO CONTROL	EXPLORA P1	LECTURA ATENTA	A Comprende el problema	B Identifica Datos	C Identif Variables/ Descompone	VISUALIZACIÓN	A Percepcion visual global	B Perc Elementos constitut	C Oper de Perc visual	CONCEPTO GEOMETRICO_MÉTRICO	A Conocimiento geométrico claro	B Conocimiento métrico claro	ADQUI. DE NUEV INFORMACIÓN	TRADUCCION	A Utiliza lenguaje matemático	B Plantea Expresiones matem	Estrategias	A Tanteo	B Suponer el prob Resuelto	C Consid Casos más simples	D Notac Simple Leng Convencional	E Repetir la figura	F Método de los dos caminos	G Disección	H Otras	IMPLEMENTACIÓN	MONITOREO LOCAL	A General	B Estrategia remedial	VERIFICA SOLUCIÓN	A General	B Estrategia alternativa	RESPUESTA	A Correcta	B Incorrecta
AREA																																				
1		1		0	1	0		1	0	0		0	0	1		0	0		1	1	0	0	1	0	0	0	0		1	0		1	0		0	1
2		0		0	1	0		1	0	0		0	0	1		0	0		1	1	0	0	0	0	0	0	0		1	0		1	0		0	1
3		1		0	1	0		1	0	0		0	1	1		1	0		0	1	1	0	0	0	0	0	0		1	0		0	0		0	1
4		1		1	1	0		0	0	0		1	0	1		0	0		0	0	0	0	0	0	0	0	0		0	0		0	0		0	0
5		1		0	1	0		1	0	0		1	0	1		0	0		1	1	0	0	0	0	0	0	0		1	0		1	0		0	1
6		1		1	1	1		0	0	0		1	1	1		1	0		0	0	0	0	0	0	0	0	0		0	0		0	0		0	0
7		1		0	1	0		1	0	0		0	0	1		0	0		1	1	0	0	1	0	0	0	0		0	0		0	0		0	1
8		1		1	1	0		1	0	0		0	0	0		0	0		1	1	0	0	1	0	0	0	0		1	0		0	0		0	1
Σ		**7**		**3**	**8**	**1**		**6**	**0**	**0**		**3**	**2**	**7**		**2**	**0**		**5**	**6**	**1**	**0**	**3**	**0**	**0**	**0**	**0**		**5**	**0**		**3**	**0**		**0**	**6**
PERIMETRO																																				
1		1		1	0	0		1	0	0		1	0	1		0	0		1	1	0	0	0	0	0	0	0		1	0		1	0		0	1
2		0		0	1	0		1	0	0		1	0	1		0	0		1	0	0	0	0	0	0	0	0		1	0		0	0		0	1
3		1		0	1	0		1	0	0		1	0	1		0	0		1	1	0	0	1	0	0	0	0		1	1		1	0		0	1
4		1		1	1	0		1	1	0		1	0	1		1	0		1	1	0	0	0	0	0	0	1		1	1		1	0		0	1
5		1		0	1	0		1	0	0		1	0	1		0	0		1	1	0	0	0	0	0	0	0		1	0		1	0		0	1
6		1		1	1	1		1	0	0		1	0	1		1	0		1	1	0	0	0	0	0	0	0		1	0		1	0		0	1
7		1		0	1	0		1	0	0		0	0	1		0	0		1	1	0	0	1	0	0	0	0		1	0		1	0		0	1
8		1		0	1	0		1	0	0		0	0	1		0	0		1	1	0	0	1	0	0	0	0		1	1		1	0		0	1
Σ		**7**		**3**	**7**	**1**		**8**	**1**	**0**		**6**	**0**	**8**		**2**	**0**		**8**	**7**	**0**	**0**	**3**	**0**	**0**	**0**	**1**		**8**	**3**		**7**	**0**		**0**	**8**

Procesos de resolución de problemas grupo experimental pos test.

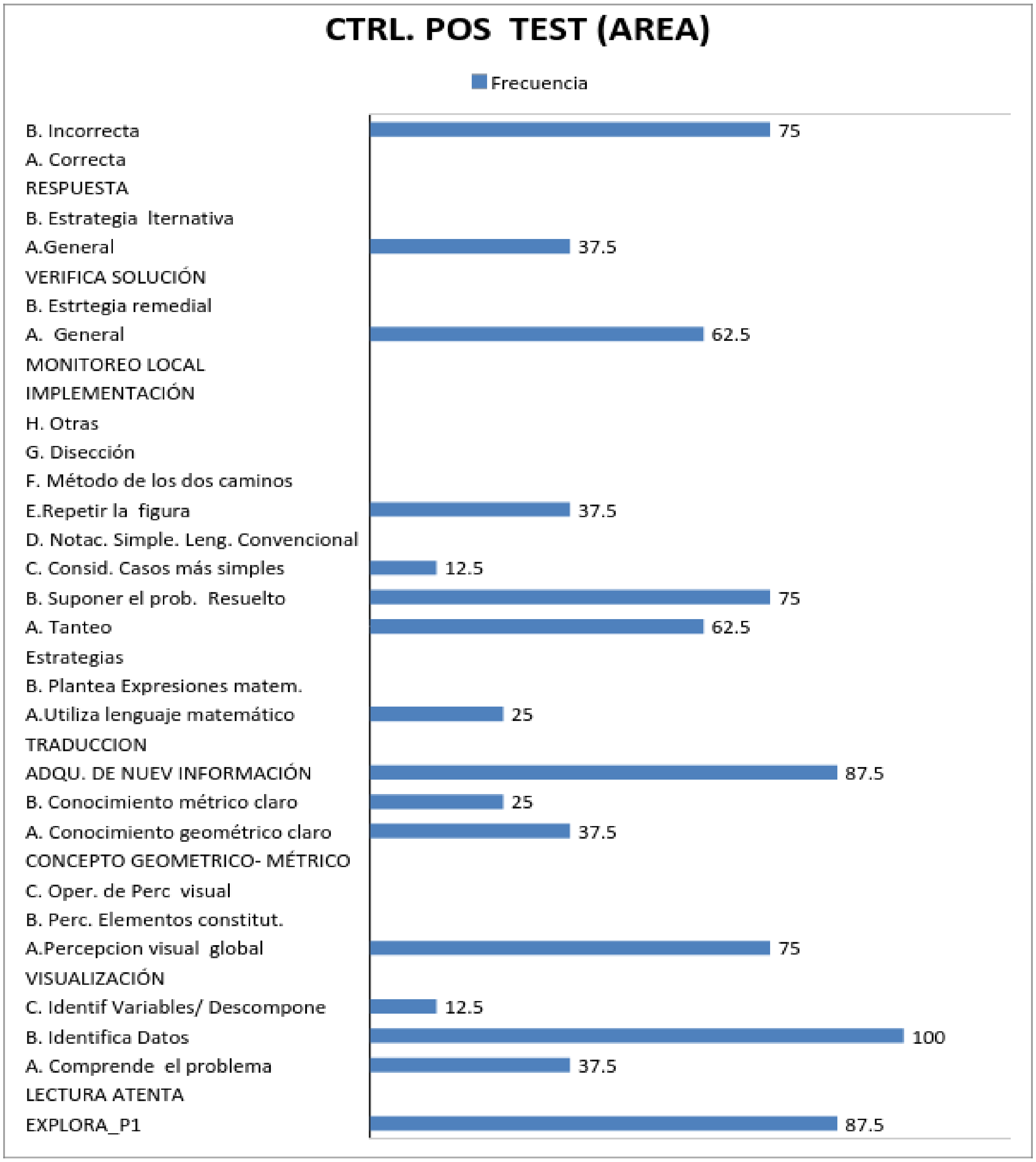
ESTUDIANTE	GRUPO EXPERIMENTAL	EXPLORA P1	LECTURA ATENTA	A Comprende el problema	B Identifica Datos	C Identif Variables/ Descompone	VISUALIZACIÓN	A Percepción visual global	B Perc Elementos constitut	C Oper de Perc visual	CONCEPTO GEOMETRICO_MÉTRICO	A Conocimiento geométrico claro	B Conocimiento métrico claro	ADQUI DE NUEV INFORMACIÓN	TRADUCCIÓN	A Utiliza lenguaje matemático	B Plantea Expresiones matem	Estrategias	A Tanteo	B Suponer el prob Resuelto	C Consid Casos más simples	D Notac Simple Leng Convencional	E Repetir la figura	F Método de los dos caminos	G Disección	H Otras	IMPLEMENTACIÓN	MONITOREO LOCAL	A General	B Estrategia remedial	VERIFICA SOLUCIÓN	A General	B Estrategia alternativa	RESPUESTA	A Correcta	B Incorrecta
AREA																																				
1		1		1	1	0		1	1	0		1	1	1		1	0		1	1	1	1	0	0	1	0	1		1	1		1	0		1	0
2		1		1	1	1		1	1	0		1	1	1		1	0		1	1	0	1	0	0	1	0	1		1	1		1	0		1	0
3		1		1	1	1		1	0	0		0	1	0		1	0		1	1	0	0	0	0	1	0	1		1	1		1	0		1	0
4		1		1	1	0		1	1	0		1	1	0		1	0		1	1	0	1	0	0	1	0	1		1	1		1	0		1	0
5		1		1	1	1		1	0	0		1	1	0		1	0		1	1	0	0	0	0	1	0	1		1	1		1	0		1	0
6		1		1	1	1		1	1	0		1	1	0		1	0		1	0	1	0	0	0	1	0	1		1	1		1	0		1	0
7		1		1	1	1		1	1	0		1	1	0		1	0		1	1	0	0	0	0	1	0	1		1	1		1	0		1	0
8		1		1	1	1		1	1	0		1	1	1		1	0		1	1	0	1	0	0	1	0	1		1	1		1	1		1	0
Σ		**8**		**8**	**8**	**6**	**0**	**8**	**6**	**0**	**0**	**7**	**8**	**3**	**0**	**8**	**0**	**0**	**8**	**7**	**2**	**4**	**0**	**0**	**8**	**0**	**8**	**0**	**8**	**8**	**0**	**8**	**1**	**0**	**8**	**0**
PERIMETRO																																				
1		1		1	1	1		1	1	0		1	1	1		1	0		1	1	0	0	0	0	1	0	1		1	1		1	0		1	0
2		1		1	1	1		1	1			1	1	0		1	0		1	1	1	0	0	0	1	0	1		1	1		1	1		1	0
3		1		1	1	1		0	1	0		1	1	0		0	0		1	1	0	0	0	0	1	0	1		1	1		1	0		1	0
4		1		1	1	1		1	1	0		1	1	0		1	0		1	1	0	0	0	0	1	0	1		1	1		1	0		1	0
5		1		1	1	0		1	1	0		1	1	0		1	0		1	1	0	0	0	0	1	0	1		1	1		1	1		1	0
6		1		1	1	1		1	1	0		1	1	0		1	1		1	1	1	0	0	0	1	0	1		1	1		1	1		1	0
7		1		1	1	1		1	1	0		1	1	0		1	0		1	1	0	0	0	0	1	0	1		1	1		1	0		1	0
8		1		1	1	1		1	0	0		1	1	0		1	0		1	1	1	0	0	0	1	0	1		1	1		1	1		1	0
Σ		**8**	**0**	**8**	**8**	**7**	**0**	**7**	**7**	**0**	**0**	**8**	**8**	**1**	**0**	**7**	**1**	**0**	**8**	**8**	**3**	**0**	**0**	**0**	**8**	**0**	**8**	**0**	**8**	**8**	**0**	**8**	**4**	**0**	**8**	**0**

Las gráficas siguientes muestran las frecuencias relativas para cada uno de los procesos de resolución de problemas en cada grupo al aplicársele el pos test

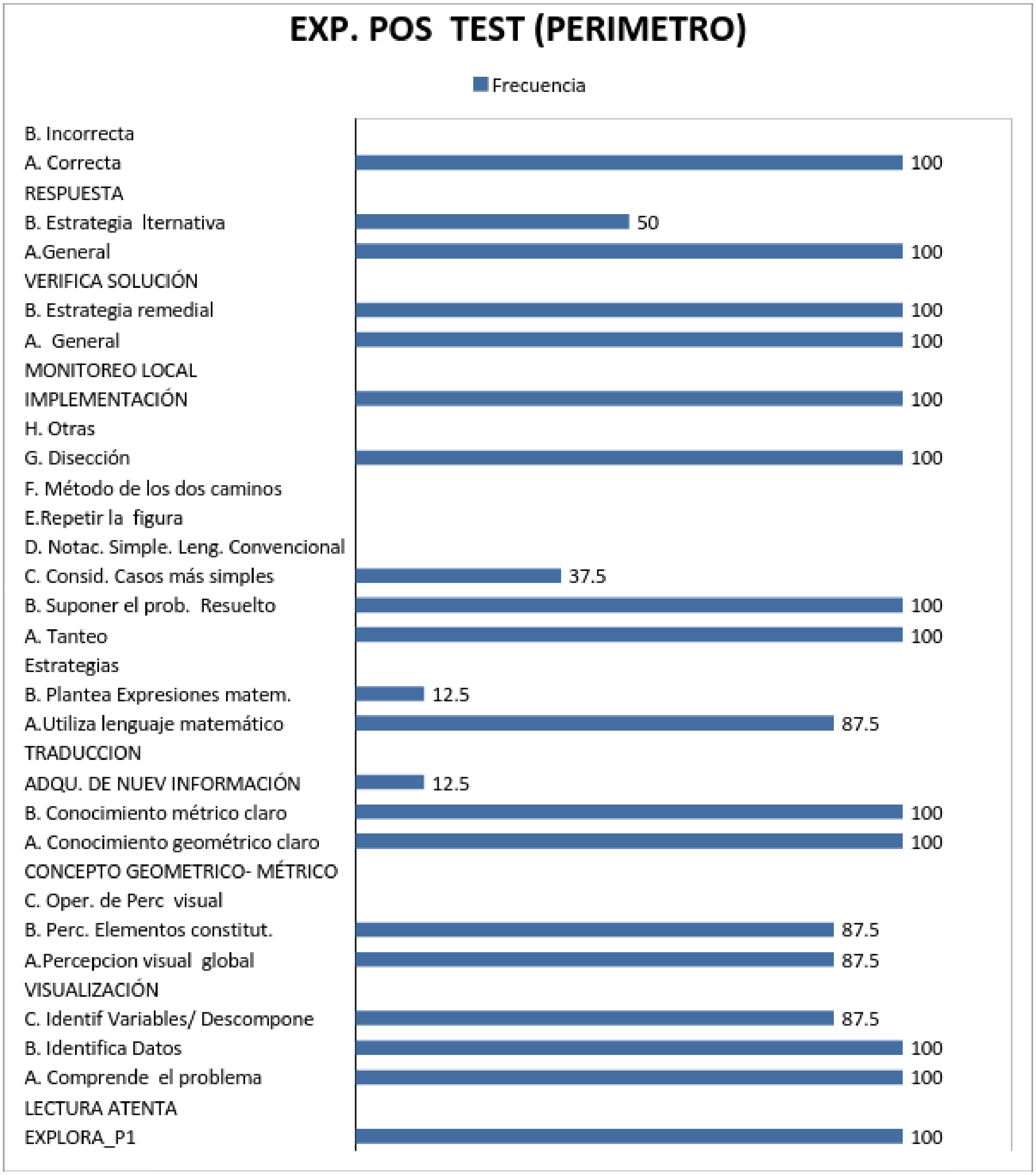
Frecuencia relativa de los procesos de resolución de problemas de perímetro para el grupo control



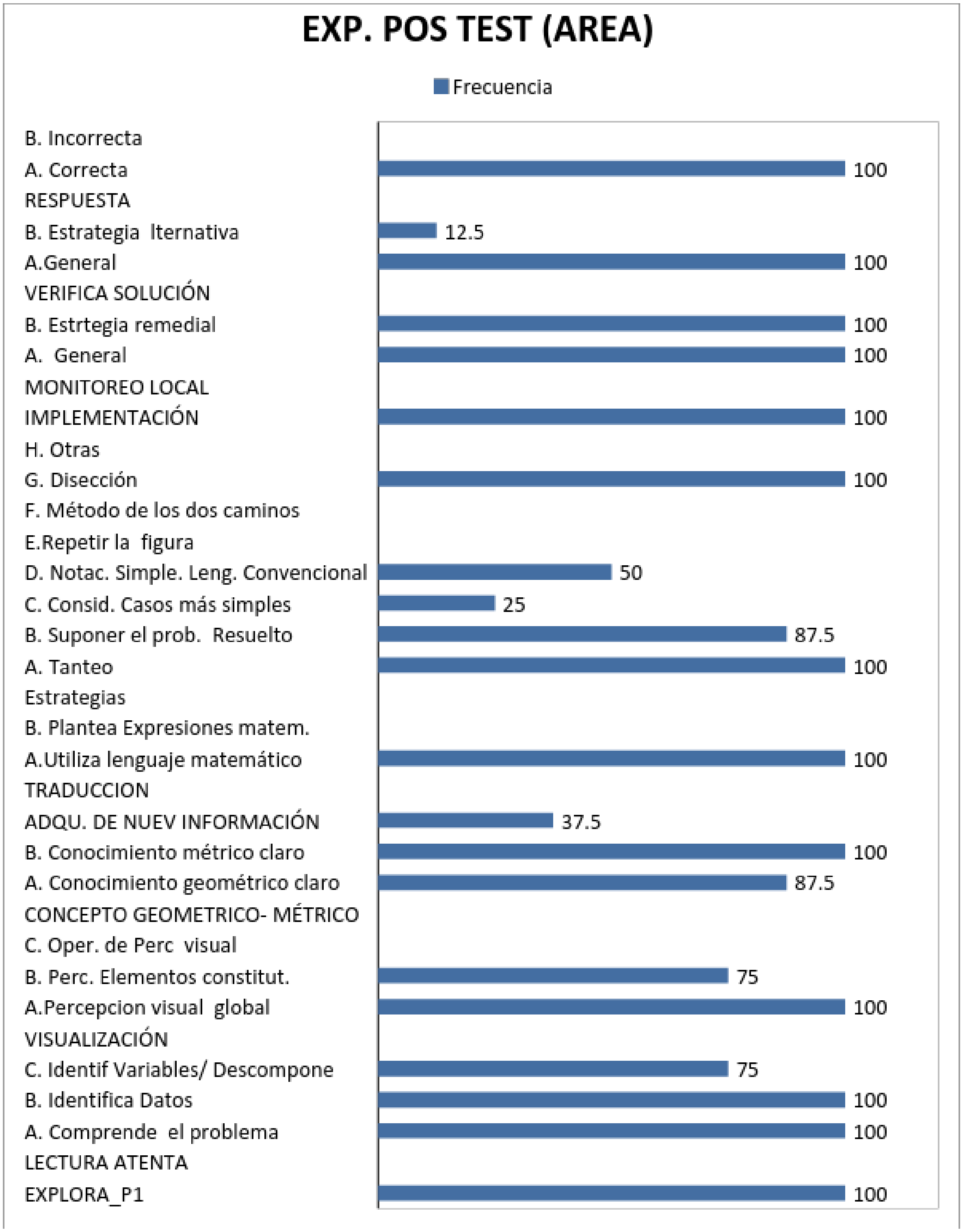
Frecuencia relativa de los procesos de resolución de problemas de área para el grupo control



Frecuencia relativa de los procesos de resolución de problemas de perímetro para el grupo experimental



Frecuencia relativa de los procesos de resolución de problemas de área para el grupo experimental.



El cuadro siguiente muestra el comparativo entre pre y pos test a través de las diferencias entre las frecuencias totales de los procesos observados en ambos problemas tanto para los estudiantes del grupo control como para el experimental.

Diferencias entre las frecuencias totales del pre test- pos test para el grupo experimental y control

DIFERENCIAS PRE TEST/ POS TEST																																			
PROCESOS	***EXPLORA_P1***	***LECTURA ATENTA***	***A. Comprende el problema***	***B. Identifica Datos***	***C. Identif Variables/ Descompone***	***VISUALIZACIÓN***	***A.Percepcion visual global***	***B. Perc. Elementos constitut.***	***C. Oper. de Perc visual***	***CONCEPTO GEOMETRICO- MÉTRICO***	***A. Conocimiento geométrico claro***	***B. Conocimiento métrico claro***	***ADQU. DE NUEV INFORMACIÓN***	***TRADUCCION***	***A.Utiliza lenguaje matemático***	***B. Plantea Expresiones matem.***	***Estrategias***	***A. Tanteo***	***B. Suponer el prob. Resuelto***	***C. Consid. Casos más simples***	***D. Notac. Simple. Leng. Convencional***	***E.Repetir la figura***	***F. Método de los dos caminos***	***G. Disección***	***H. Otras***	***IMPLEMENTACIÓN(Cálculos)***	***MONITOREO LOCAL***	***A. General***	***B. Estrategia remedial***	***VERIFICA SOLUCIÓN***	***A.General***	***B. Estrategia lternativa***	***RESPUESTA***	***A. Correcta***	***B. Incorrecta***
GRUPO EXPERIMENTAL																																			
X	11	0	4	14	1	0	15	3	0	0	3	0	3	0	3	0	0	15	14	1	0	3	0	0	0	0	0	12	0	0	10	0	0	0	16
Y	16	0	16	16	13	0	15	13	0	0	15	16	4	0	15	1	0	16	15	5	4	0	0	16	0	16	0	16	16	0	16	5	0	16	0
Y-X	5	0	12	2	12	0	0	10	0	0	12	16	1	0	12	1	0	1	1	4	4	-3	0	16	0	16	0	4	16	0	6	5	0	16	-16
GRUPO CONTROL																																			
X	12	0	0	14	0	0	12	1	0	0	1	0	3	0	1	0	0	15	15	1	0	6	0	0	0	0	0	13	0	0	11	0	0	0	15
Y	14	0	6	15	2	0	14	1	0	0	9	2	15	0	4	0	0	13	13	1	0	6	0	0	0	1	0	13	3	0	10	0	0	0	14
Y-X	2	0	6	1	2	0	2	0	0	0	8	2	12	0	3	0	0	-2	-2	0	0	0	0	0	0	1	0	0	3	0	-1	0	0	0	-1

Anexo N: Procesos de resolución de problemas evidenciados en las entrevistas

Entrevista 1 (Grupo experimental- Pre test)

Proceso: Exploración

E: Estudiante P: Profesor

(El estudiante y el profesor leen el problema juntos)

E: ¿Tengo que dibujar las banderas?

P: Si claro si tu quieres.

(el estudiante toma el lápiz, la regla y el papel cuadriculado y comienza a diseñar las banderas)

E: ¿Cuáles son las figuras que no pueden ser?

P: Ni triángulos, ni círculos, ni cuadrados, ni rectángulos.

(El estudiante borra y sigue dibujando sus banderas con la regla.) termina y señala las banderas.

P: Antes de darme tu respuesta respóndeme ¿En algún momento de tu vida has estado en una similar a esta?

E:No, nunca

P: ¿Nunca habías tenido que diseñar una bandera o algo similar en tu vida?

E: Si, pero hicimos unas cometas. Utilizamos papel para cometa

Proceso: Comprensión

P: Cuando te estaba leyendo el problema, ¿Qué hiciste para entenderlo? ¿En qué pensaste?

E: Como usted dijo que ganaría la bandera más bonita pues quise hacerlas un poquito más creativas

P: Oh ya veo, un poquito más creativas.

P: Del problema que te leí,¿ qué crees que es lo más importante, que datos del problema te ayudaron a resolverlo?

E: No se

P: ¿Que identificaste como más importante que te ayudo a hacer tus banderas?

(El estudiante se detiene y piensa. No me acuerdo)

P: ¿Cuándo te leí el problema identificaste alguna palabra , algo que te quedara en la mente y que dijeras mmm esto lo necesitaré?.

E: No, no sé.

P: Bueno, ¿te repetías el problema en la mente, tal vez con otras palabras que te llevaran a entenderlo mejor?

E: mmm.. que la figura no fuera ni triangular, ni circular, ni cuadrado ni rectángulos.

Proceso: Implementación (Realiza Cálculos)

- P:¿Está bien, entonces cuéntame ahora como hiciste para dibujar esas banderas que tienes ahí? (señala la hoja)
- E:Esta figura me la invente primero. (señala la primera figura). La hice como estrella porque me gusta y más o menos la calcule con la regla.
- P: ¿Qué calculaste con la regla?
- E: Los centímetros de los lados
- P: ¿De esta? (Y señala la primera bandera)

- E: Si y de las otras también.
- P: ¿y para qué calculaste los centímetros?
- E: Para que me saliera bien. Bien cuadrada
- P:¿ Para qué te saliera bien cuadrada. ..?
- E: Si, para que las dos me dieran lo mismo

Proceso: Monitoreo local

- P: Esta bien. Y mientras las dibujabas, ibas viendo si lo que estabas haciendo estaba bien o mal?
- E: Si, la primera la hice, la segunda ya me salió un poquito mejor.
- P: ¿Y cómo supiste eso?
- E: Midiendo
- P: Ah midiendo. Y ahora que ya tenemos estas dos banderas, piensas que con esto hemos resuelto el problema? ¿Crees que pueden participar para el concurso?
- E: Si porque, no creo que nadie más haga unas banderas más bonitas que estas. Pueden ganar.
- P: ¿Osea que ganan porque son las más bonitas?
- E: (Asienta con la cabeza)

Proceso: Verificación

- P: Verificaste entonces que esto que hiciste está bien? Las vistes y dijiste si, quedaron así bien.
- E: La primera no la verifique. El otro si la vi y me pareció que así están bien.

Entrevista 2 (Grupo Control- post test) :

Procesos: Comprensión

- P: ¿Tú reconociste cuáles eran los datos más importantes de este problema?
- E: Si
- P: ¿Cuáles son?
- E: Eh, primero, este leer bien el problema, enterarme más de las cosas básicas, de lo más básico, de reconocer las figuras, de los rectángulos, de los

triángulos, de los círculos y de triángulos, darme cuenta de otras figuras que he visto que recuerde pero que no sean esas.

- P: ¿O sea que tú dibujaste una figura diferente a un triángulo, un cuadrado, un circulo y un rectángulo…?
- E: Si
- P: Antes de resolver el problema, ¿tú ideaste una estrategia para solucionar, seguiste unos pasos o pensaste en lo que ibas hacer?
- E: Pues como yo me acordé fue de esa, pensé en esa figura.
- P: ¿Nada más se te vino a la mente esa figura?
- E: Aja

Proceso: implementación

- P: ¿Y lo puedes hacer?
- E: Es que esta, esta no (señala las figura dibujadas en su hoja) no me acuerdo cómo es que se halla el área de ésta, ésta (señalando la otra figura en su hoja) también tiene su, su…
- P: su… ¿Su ecuación?, ¿su fórmula?
- E: Aja, su ecuación para hacer su… Eh. Si pero ahora yo no…
- P: O sea, ¿qué me estás diciendo entonces?, ¿qué necesitas la ecuación para poder hallar el área?
- E: Aja
- P: ¿Eso es lo que tú crees que necesitas?
- E: Y…
- P: ¿Y sin ecuación no lo podemos hacer?
- E: Creo que no, porque para que tenga el área exacta... Y como los dos deben tener la misma área… Una figura diferente y otra diferente pero con la misma área… Y distinta forma (Ella lee el problema nuevamente)
- P: ¿No crees que eso pueda tener otra forma de

solucionarse?

- E: Yo creo que no

Proceso: Análisis

- P: Entonces que me dices, ¿no podemos solucionar el problema número dos ahora? ¿O sí?
- E: Pero para hacer eso entonces hay que buscar otra figura y buscar que la figura primera tenga la misma área que la otra también.
- P: Aja, o sea que sí entendiste el problema, ¿y cómo lo harías?
- E: Si necesitaría… pero no pueden ser estas dos… esas no pueden ser, tendría que buscar otra figura, hallar el área…
- P: ¡Entonces que me dices?, ¿qué podemos hacer?
- E: Yo lo entendí así…
- P: O sea tú lo entendiste de una manera, ¿y tú crees que la manera en que lo entendiste, lo puedes hacer ahora?
- E: Si, pero yo si necesitaría…
- P: ¿necesitarías qué?
- E: Para hallar el área.
- P: ¿Qué necesitarías?
- E: La ecuación
- P: ¿Y no te sabes la ecuación?
- E: Yo me la aprendí, pero como la dejé de practicar…

Entrevista 3 (Grupo experimental- pos test):

P: Profesor, E: estudiante.

Proceso: Exploración

P: Muy buenos días, estas aquí nuevamente porque necesito que nos ayudes con una situación que se nos está presentando. ¿Me quieres ayudar?

E: Si.

P: Listo, vamos a leer juntas esta situación. "*En el patio del colegio hay un terreno que está destinado para un sembrado*"….¿ Cómo harías tú los dos terrenos?"

E: mmmm (pensativa, se queda mirando la hoja de papel, toma el lápiz, la regla y comienza a dibujar las figuras, toma el borrador, corrige varias veces y sigue dibujando)

E: listo, terminé.

P: bueno, antes que me digas si está bien o mal lo que hiciste respóndeme, ¿ alguna vez habías estado en una situación similar a esta?

E: si, en el salón de clases hice muchas cosas parecidas a esta.

P: ¿Cómo cuáles?

E: La seño nos puso a calcular el perímetro y el área y a hacer nuestras propias figuras.

Proceso: Comprensión, Identifica variables/ descompone el problema

P: Interesante, en este caso ¿Qué identificaste como más importante para resolver este problema?

E: se queda callada

P: ¿Qué tuviste en cuenta para resolverlo?

E: Que fueran de diferente forma pero con el mismo perímetro.

P: ¿Podrías repetirme el problema con tus propias palabras?

E: que son dos terrenos que hay que hacer diferentes, no pueden ser ni círculos, ni cuadrados, ni rectángulos y con el mismo perímetro.

Proceso: Implementación

P :¿ y antes de resolver el problema te ideaste alguna estrategia para resolverlo ?

E: Bueno antes de dibujar los terrenos pensé que no podían ser ni cuadrados, ni triángulos, ni círculos ni rectángulos , intente primero hacer una "**L"** en la primera figura, para la segunda hice una parecida pero no me sirvió entonces comencé a hacerlo un poco diferente.

P: ¿Entonces primero hiciste una **"L"** y luego…?

E: hice otra al revés pero comencé completar los cuadritos hasta que me dio esta (señala la figura dibujada)

P: ¿Por qué se te ocurrió hacerla así?

E: Porque primero hice está así (señala la primera figura), luego la segunda la hice al revés pero como no me dio el mismo perímetro entonces la hice en otra forma.

Proceso: Monitoreo

P: Ah entiendo, ¿ósea que mientras hacías los terrenos ibas verificando lo que estabas haciendo?

E: Si

P: ¿sabes entonces si esos terrenos que están ahí están bien hechos?

E: Si

P: ¿Cómo lo sabes?

E: ¿me puedes repetir la pregunta?

P: ¿cómo sabes que esos terrenos que dibujaste están bien hechos?

E: porque contaba el perímetro

P: ¿cómo contabas el perímetro?

E:Contando los lados de la cuadrícula

P: ¿y cómo se relaciona eso con el problema?

E: porque decía que tenían que ser diferentes y con el mismo perímetro.

P: ¿y tienen el mismo perímetro?

E: Si

Anexo O: Patrones de respuestas en el cuestionario de conocimientos sobre conservación de área y perímetro.

Los siguientes cuadros muestran las respuestas dadas por los estudiantes a algunas preguntas del pre test y pos test. Las casillas sombreadas sugieren regularidades observadas en las respuestas.

Respuestas del grupo control para la pregunta 1 del pre test.

	Perímetro		**Área**		**Respuesta**	
	Fig1	**Fig2**	**Fig1**	**Fig2**	**Fig1**	**Fig2**
1	14	14	6	8	5	8
2	14	14	6	8	12	8
3	14	14	6	8	36	37
4	14	14	6	8	2	2
5	14	14	6	8	6	8
6	14	14	6	8	4	3
7	14	14	6	8	12	8
8	14	14	6	8	12	9
9	14	14	6	8	6	8
10	14	14	6	8	12	8
11	14	14	6	8	10	8
12	14	14	6	8	6	8
13	14	14	6	8	N.R	N.R
14	14	14	6	8	12	8
15	14	14	6	8	12	8
16	14	14	6	8	12	7
17	14	14	6	8	12	7
18	14	14	6	8	12	8
19	14	14	6	8	11	8
20	14	14	6	8	4	4
21	14	14	6	8	9	8
22	14	14	6	8	12	8

Respuestas del grupo control para la pregunta 2 del pre test.

	Perímetro		Área		Respuesta	
	Fig3	**Fig4**	**Fig3**	**Fig4**	**Fig3**	**Fig4**
1	18	18	12	8	12	8
2	18	18	12	8	12	16
3	18	18	12	8	50	55
4	18	18	12	8	11	14
5	18	18	12	8	11	8
6	18	18	12	8	12	16
7	18	18	12	8	12	16
8	18	18	12	8	12	16
9	18	18	12	8	12	10
10	18	18	12	8	12	16
11	18	18	12	8	12	16
12	18	18	12	8	12	8
13	18	18	12	8	11	14
14	18	18	12	8	12	16
15	18	18	12	8	12	16
16	18	18	12	8	12	15
17	18	18	12	8	12	16
18	18	18	12	8	12	17
19	18	18	12	8	12	16
20	18	18	12	8	N.R	N.R
21	18	18	12	8	9	12
22	18	18	12	8	12	16

Respuestas del grupo experimental para la pregunta 1 del pre test.

	Perímetro		Área		Respuesta	
	Fig1	**Fig2**	**Fig1**	**Fig2**	**Fig1**	**Fig2**
1	14	14	6	8	14	14
2	14	14	6	8	45	60
3	14	14	6	8	4	4
4	14	14	6	8	N.R	N.R
5	14	14	6	8	6	8
6	14	14	6	8	N.R	8
7	14	14	6	8	1	1
8	14	14	6	8	10	12
9	14	14	6	8	6	8
10	14	14	6	8	N.R	N.R
11	14	14	6	8	12	8
12	14	14	6	8	6	8
13	14	14	6	8	12	8
14	14	14	6	8	6	8
15	14	14	6	8	6	N.R

Respuestas del grupo control para la pregunta 4 del pre test.

	Perímetro		Área		Respuesta	
No	**Fig7**	**Fig8**	**Fig7**	**Fig8**	**Fig7**	**Fig8**
1	$12+6\sqrt{2}$	$12+6\sqrt{2}$	15	23	13	13
2	$12+6\sqrt{2}$	$12+6\sqrt{2}$	15	23	13	13
3	$12+6\sqrt{2}$	$12+6\sqrt{2}$	15	23	65	65
4	$12+6\sqrt{2}$	$12+6\sqrt{2}$	15	23	13	13
5	$12+6\sqrt{2}$	$12+6\sqrt{2}$	15	23	13	13
6	$12+6\sqrt{2}$	$12+6\sqrt{2}$	15	23	13	13
7	$12+6\sqrt{2}$	$12+6\sqrt{2}$	15	23	13	13
8	$12+6\sqrt{2}$	$12+6\sqrt{2}$	15	23	13	13
9	$12+6\sqrt{2}$	$12+6\sqrt{2}$	15	23	12	15
10	$12+6\sqrt{2}$	$12+6\sqrt{2}$	15	23	13	13
11	$12+6\sqrt{2}$	$12+6\sqrt{2}$	15	23	13	13
12	$12+6\sqrt{2}$	$12+6\sqrt{2}$	15	23	13	13
13	$12+6\sqrt{2}$	$12+6\sqrt{2}$	15	23	8	7
14	$12+6\sqrt{2}$	$12+6\sqrt{2}$	15	23	13	13
15	$12+6\sqrt{2}$	$12+6\sqrt{2}$	15	23	13	13
16	$12+6\sqrt{2}$	$12+6\sqrt{2}$	15	23	13	13
17	$12+6\sqrt{2}$	$12+6\sqrt{2}$	15	23	13	13
18	$12+6\sqrt{2}$	$12+6\sqrt{2}$	15	23	13	13
19	$12+6\sqrt{2}$	$12+6\sqrt{2}$	15	23	10	10
20	$12+6\sqrt{2}$	$12+6\sqrt{2}$	15	23	4	5
21	$12+6\sqrt{2}$	$12+6\sqrt{2}$	15	23	13	13
22	$12+6\sqrt{2}$	$12+6\sqrt{2}$	15	23	13	13

Respuestas del grupo control para la pregunta 4 del post test.

	Perímetro	Área	Respuesta

No	Fig7	Fig8	Fig7	Fig8	Fig7	Fig8
1	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$	8	7	12	11
2	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$	8	7	10	7
3	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$	8	7	11	10
4	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$	8	7	10	10
5	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$	8	7	8	7
6	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$	8	7	10	7
7	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$	8	7	8	7
8	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$	8	7	8	7
9	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$	8	7	8	7
10	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$	8	7	7	5
11	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$	8	7	10	10
12	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$	8	7	8	7
13	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$	8	7	10	9
14	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$	8	7	10	7
15	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$	8	7	8	7
16	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$	8	7	15	15
17	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$	8	7	10	8
18	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$	8	7	4	4
19	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$	8	7	5	6
20	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$	8	7	10	6
21	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$	8	7	10	7
22	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$	8	7	10	7

Respuestas del grupo experimental para la pregunta 4 del pos test.

	Perímetro		**Área**		**Respuesta**	
	Fig7	**Fig8**	**Fig7**	**Fig8**	**Fig7**	**Fig8**

1	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$	8	7	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$
2	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$	8	7	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$
3	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$	8	7	$2+8\sqrt{2}$	$2+5\sqrt{2}+\sqrt{8}$
4	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$	8	7	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$
5	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$	8	7	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$
6	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$	8	7	$2+\sqrt{8}$	$11+\sqrt{2}$
7	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$	8	7	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$
8	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$	8	7	$6+8\sqrt{2}$	$7+7\sqrt{2}$
9	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$	8	7	$18+2\sqrt{2}$	$18+2\sqrt{2}$
10	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$	8	7	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$
11	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$	8	7	6	8
12	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$	8	7	$10+4\sqrt{2}$	$10+6\sqrt{2}$
13	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$	8	7	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$
14	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$	8	7	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$
15	$2+8\sqrt{2}$	$2+8\sqrt{2}$	8	7	2	$2+\sqrt{2}$

Anexo P: Capacitación entrevista flexible y formato de entrevista flexible para la resolución de problemas geométrico – métrico

Primer Encuentro

Fecha: 10 de Abril de 2015

Hora: 4:00 p.m. – 8:00 p.m.

Lugar: Universidad del Norte

A cargo de: Melina Ávila

Participantes: Estudiantes Maestría en Educación Promoción 50, Énfasis Pensamiento Matemático.

Observaciones: En esta primera sesión se realizó una revisión bibliográfica del Capítulo 2 del libro La Clase Para Pensar, de López (2011). Con esto se pretendía que los docentes investigadores se involucraran en un marco proyecto de investigación que tiene como propósito dotar de herramientas pedagógicos a los docentes de las distintas áreas del saber, y en este de las matemáticas. Se explicó detalladamente cómo se estaba llevando a cabo este proyecto y en qué consistía la Metodología de La Clase Para Pensar.

Segundo Encuentro

Fecha: 24 de Abril de 2015

Hora: 2:00 p.m. – 4:00 p.m.

Lugar: Universidad del Norte

A cargo de: Melina Ávila

Participantes: Estudiantes Maestría en Educación Promoción 50, Énfasis Pensamiento Matemático.

Observaciones: El objetivo de este encuentro fue presentar un video modelo de entrevista flexible, utilizado en La Clase Para Pensar. Se trató la dinámica de la entrevista flexible y se dieron las pautas para la ejecución de este instrumento.

Tercer Encuentro

Fecha: 22 de Mayo de 2015

Hora: 2:00 p.m. – 4:00 p.m.

Lugar: Universidad del Norte

A cargo de: Melina Ávila

Participantes: Estudiantes Maestría en Educación Promoción 50, Énfasis Pensamiento Matemático.

Observaciones: El objetivo de este encuentro fue entregar a los participantes un problema para realizar un video piloto de entrevista flexible. Se explicó la forma cómo se debe llevar la entrevista flexible y se les pidió a los asistentes, con el problema que se les entregó, elaborar para el próximo encuentro un video de entrevista flexible en cada una de las instituciones donde laboraban, esto con el fin que se fueran familiarizaran con este instrumento.

Cuarto Encuentro

Fecha: 5 de Junio de 2015

Hora: 2:00 p.m. – 4:00 p.m.

Lugar: Universidad del Norte

A cargo de: Melina Ávila

Participantes: Estudiantes Maestría en Educación Promoción 50, Énfasis Pensamiento Matemático.

Observaciones: Este encuentro tuvo como objetivo principal socializar los videos pilotos realizados por los participantes en cada una de las escuelas en las que laboran. Se realizaron algunas recomendaciones y se aclararon algunas dudas sobre la forma cómo llevar la entrevista.

Quinto Encuentro

Fechas: 3 de Julio de 2015

Hora: 4:00 p.m. – 8:00 p.m.

Lugar: Universidad del Norte

A cargo de: Melina Ávila

Participantes: Estudiantes Maestría en Educación Promoción 50, Énfasis Pensamiento Matemático.

Observaciones: El objetivo de este encuentro fue desarrollar el módulo de entrevista flexible, se trató cada uno de los procesos que intervienen en la resolución de un problema matemático, se habló de la importancia de la pregunta abierta y de los tipos de preguntas que permiten desarrollar procesos en la resolución de un problema. Así mismo, se compartieron experiencias y se aclararon dudas.

Sexto Encuentro

Fecha: 3 de agosto de 2015

Hora: 4:00 p.m. – 8:00 p.m.

Lugar: Universidad del Norte

A cargo de: Diana Echavarría

Participantes: Estudiantes Maestría en Educación Promoción 50, Énfasis Pensamiento Matemático.

Observaciones: El objetivo de este encuentro fue socializar el formato de elaboración de una clase para pensar, se hizo énfasis en los momentos de la clase, la implementación de la pregunta abierta en cada uno de estos momentos y las características del docente en el desarrollo de una Clase Para Pensar.

Séptimo Encuentro

Fecha: 11 de Diciembre de 2015

Hora: 4:00 p.m. – 8:00 p.m.

Lugar: Universidad del Norte

A cargo de: Diana Echavarría

Participantes: Estudiantes Maestría en Educación Promoción 50, Énfasis Pensamiento Matemático.

Observaciones: El objetivo de este encuentro fue socializar el formato de elaboración de una clase para pensar, se hizo énfasis en los momentos de la clase, la implementación de la pregunta abierta en cada uno de estos momentos y las características del docente en el desarrollo de una Clase Para Pensar.

Octavo Encuentro

Fecha: 22 de Enero de 2016

Hora: 4:00 p.m. – 8:00 p.m.

Lugar: Universidad del Norte

A cargo de: Melina Ávila

Participantes: Estudiantes Maestría en Educación Promoción 50, Énfasis Pensamiento Matemático.

Observaciones: El objetivo de este encuentro fue presentar el formato de recolección de procesos de resolución de problemas, empleado en la entrevista flexible semiestructurada. Se entregaron las pautas para su adecuado diligenciamiento, atendiendo a cada uno de los procesos de tipo cognitivo o metacognitivo.

Noveno Encuentro

Fecha: 29 de Enero de 2015

Hora: 4:00 p.m. – 8:00 p.m.

Lugar: Universidad del Norte

A cargo de: Melina Ávila

Participantes: Laura Álvarez Ricardo y Luz Daris Escorcia

Observaciones: El objetivo de este encuentro fue presentar un video piloto de entrevista flexible, que diera cuenta de las destrezas adquiridas por el docente en la ejecución de este instrumentos, así mismo, se evidenciara cómo el docente diligenciaba el formato de recolección de procesos de entrevista flexible.

Anexo Q: Encuesta de percepción de la metodología

ENCUESTA DE PERCEPCION DE LA METODOLOGÍA

CURSO:

FECHA:

Instrucciones: Responda las siguientes preguntas teniendo en cuenta la metodología trabajada en la clase de geometría en el tema de perímetro y área. ***Sea claro y conciso a la hora de responder.***

1. ¿Qué piensas de la metodología aplicada para el perímetro y el área? Justifica tu respuesta.

2. ¿La metodología aplicada te permitió comprender mejor el perímetro y el área? ¿Por qué?

3. ¿Qué te pareció interesante? ¿Por qué?

4. ¿Qué te pareció aburrido? ¿Por qué?

5. ¿Qué sugerencias harías para mejorar la metodología?