



Universidad
Tecnológica
de Pereira

1

Aportes didácticos del uso y creación de un texto escolar, con uso de TIC, para la enseñanza de la parábola con estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa Liceo de Occidente del municipio de La Celia, Risaralda.

Gonzalo Harvey Díaz López

2018

Universidad Tecnológica de Pereira

Facultad de Ciencias Básicas

Maestría en Enseñanza de la Matemática

Proyecto de aula presentado como requisito para optar al
título de Magíster en Enseñanza de la Matemática

Contenido

Introducción	4
1. Problema educativo.	6
1.1. Pregunta de Investigación.	6
1.2. Justificación.	6
1.3. Objetivos Específicos.	10
1.4. Objetivo General.	10
2. Estado del arte	11
2.1. Textos escolares	11
2.2. El uso del libro de texto de matemáticas en el aula	12
2.3. Seminario internacional de textos escolares	13
2.4. Una propuesta didáctica para la enseñanza de la parábola como lugar geométrico en el grado décimo de la institución educativa Luis López de mesa del municipio de Medellín	15
2.5. Guía didáctica para el aprendizaje de la parábola con el uso del software Geogebra en el tercer año de bachillerato general unificado	16
2.6. Exploración de la parábola con Geogebra	17
3. Marco Teórico.	18
3.1. Modelo Pedagógico Socio Constructivista.	18
3.1.1. La Evaluación en el Socioconstructivismo.	23
3.2. Conocimiento Didáctico del Contenido.	30
3.2.1. Conocimiento Tecnológico, Pedagógico y de Contenido.	31
3.3. Teorías de aprendizaje.	32
3.3.1. Aprendizaje Autónomo.	32
3.3.2. Aprendizaje Colaborativo.	35
3.3.3. Aprendizaje Basado en Problemas.	39
3.4. Registro de Representación Semiótica.	42
3.4.1. Los Sistemas de Representación Semiótica y las TIC.	44
3.5. Características del Texto Escolar.	45
3.6. Programa Geogebra en la enseñanza de la matemática.	46
3.7. Códigos de respuesta rápida QR	47

3.8. La Parábola	48
4. Metodología.	56
4.1. Investigación Cualitativa	56
4.2. Investigación Descriptivo-Interpretativa	56
4.3. Diseño de la metodología	57
5. Análisis e interpretaciones.	59
5.1. Creación del texto escolar, interpretación y análisis.	59
5.2. Creación de la secuencia didáctica.	69
5.3. Aplicación del Texto Escolar.	72
6. Conclusiones.	79
7. Recomendaciones.	82
8. Bibliografía.	84

Anexos

Anexo 1. Texto Escolar: La Parábola.

Anexo 2. Secuencia Didáctica.

Anexo 3. Desarrollo de actividades del texto por parte de estudiantes.

Anexo 4. Proyectos en Geogebra.

Introducción

En este trabajo de investigación se busca mostrar los resultados didácticos de la creación de un texto escolar y su posterior aplicación en grupo de estudiantes de grado 9°. El texto escolar fue diseñado basado en información teórica sobre la elaboración de textos escolares, y posee componentes en Socioconstructivismo, la teoría didáctica de Sistemas de Representación Semiótica y teorías de aprendizaje como lo son: Aprendizaje Colaborativo, Aprendizaje Autónomo y Aprendizaje Basado en Problemas.

El texto está fundamentado en la enseñanza de la Parábola y su ecuación canónica, llevando al estudiante desde un repaso de temas previos, aprendizaje teórico, ejercicios de práctica y ejercicios evaluativos. El texto también cuenta con un acompañamiento del programa Geogebra, el cuál sirve de base para la comprensión de la teoría de la Parábola, en el aprendizaje teórico.

Por último, se realiza un análisis del proceso de aplicación del texto con estudiantes, desde su presentación, desarrollo y conclusiones finales, para determinar la pertinencia del texto diseñado y los aportes que puede brindar a la enseñanza y aprendizaje.

La Institución Educativa Liceo de Occidente, es un colegio de carácter urbano ubicado en el municipio de La Celia Risaralda, acoge a 632 estudiantes de diversos estratos primando los estratos 1 y 2. Los estudiantes son de procedencia urbana y rural, por lo cual se encuentra una gran variedad de contextos sociales y económicos. La institución dispone de los grados sexto a once y por la cantidad de grupos, dispone de 3 docentes que conforman el área de matemáticas.

El grupo seleccionado para la aplicación de la investigación, es uno de los dos grados noveno con los que cuenta la institución, específicamente el grupo 901. Este grupo cuenta

con 25 estudiantes, 11 mujeres y 14 hombres con edades entre los 14 y 16 años, estos pertenecen a diferentes estratos económicos, lo cual hace un grupo de variado nivel socio-económico, pero aún así, muestra una convivencia sana y de buen nivel de tolerancia. Se presenta un estudiante reportado en el SIMAC con necesidades educativas especiales a nivel cognitivo, pero de nivel leve, lo que implica que el estudiante, requiera un acompañamiento docente más activo que los demás estudiantes, pero que, por su compromiso, dedicación y responsabilidad, implicaba pocas adaptaciones curriculares. La asistencia del grupo a nivel general, era en su mayoría de tiempo, completa, pocos estudiantes faltaban o presentaban retardos injustificados, generalmente, las faltas de asistencia se daban por participación en actividades deportivas o musicales.

1. Problema Educativo

Se presenta un constante inconveniente a la hora de utilizar elementos no dinámicos como tableros o libros, para mostrar conceptos matemáticos que podrían ser más claros y comprensibles si se pudieran mostrar de forma diferente. A la hora de enseñar conceptos de componentes geométricos, como la Parábola, los estudiantes pueden encontrar dificultad cuando solo se basan en dibujos de tablero o de libros, que no dan mucha claridad a la hora de tratar de ver variaciones de esta.

Al buscar una ayuda dinámica que apoye herramientas como los libros o textos escolares, se puede lograr que los estudiantes perciban de forma más clara, los diferentes conceptos que se quieren enseñar, así como también, las diferentes variaciones que se pueden encontrar en el tema de la Parábola.

1.1. Pregunta de investigación

¿Qué aportes didácticos ofrece el uso de los Textos Escolares con Apoyo de las TIC en la enseñanza de la Parábola con estudiantes de grado noveno de educación media secundaria en lo referente a uso y creación de material educativo, adaptación de recursos educativos al contexto y estrategias comunicativas en el aula de clase?

1.2. Justificación

La matemática tiene su importancia en el desarrollo de la civilización humana al convertirse en una herramienta que ha ayudado a resolver problemas y dar soluciones a situaciones que, sin estas, serían inmanejables. “La matemática puede ser tenida como la reina de las ciencias. Impregna cada día nuestras actividades, y está en la base de todos los desarrollos técnicos

actuales” (Escorza, 2005). La matemática ha estado presente en el desarrollo del ser humano desde sus inicios y tal ha sido su relevancia, que hasta la actualidad sigue siendo de gran importancia, influyente y necesaria en los avances actuales y futuros de la sociedad. “No cabe duda que en la actualidad la matemática es más importante que nunca. El mundo tecnológico que nos rodea depende de ella. Cada vez más personas son usuarias de las matemáticas (Escorza, 2005).

La notabilidad del conocimiento matemático ha llevado inevitablemente a su evolución. El saber matemático se ha subdividido en diferentes ramas y representaciones, todas con el fin de buscar la mejor forma de ser utilizada para el fin que se necesite. Una de estas representaciones ha sido la visual. En matemáticas, visualización no se refiere al simple acto de ver, “es la habilidad para representar, generar, comunicar, documentar y reflejar información visual en el pensamiento y el lenguaje del que aprende” (Oropeza, UNAM). El ser humano es visual por naturaleza, la mayor cantidad de información que diariamente se procesa proviene de una gran carga visual del entorno, por ello una persona se familiariza más con los dibujos o las gráficas, se les puede dar más sentido inmediato que un conjunto de símbolos. En la matemática las gráficas de funciones pueden dar una información más puntual y acertada que su representación algebraica.

En el campo educativo, es de gran importancia enseñar a los estudiantes a elaborar gráficas con ayuda del Plano Cartesiano. El Plano Cartesiano es una poderosa herramienta diseñada por René Descartes que con el uso de parejas ordenadas, las cuales muestran la relación que se quiere expresar en una función entre dos valores, pueden generar un gráfico que al ojo humano parece tener “sentido”, es decir, muestra una figura que presenta características de orden, ese orden caracterizado por la simetría, la secuencia, el patrón, la regularidad, características a las

cuales estamos acostumbrados; bajo estas se crean las estructuras o se pueden realizar predicciones.

Una regularidad que se puede encontrar en muchos aspectos humanos es la Parábola, desde el visual con diversas construcciones hasta el analítico en diferentes fenómenos, la Parábola se muestra como un patrón con comportamiento predecible “Durante muchos siglos, las cónicas fueron descartadas en los trabajos de los matemáticos hasta que volvieron súbitamente a la vida, al comprobarse que el mundo que nos rodea está lleno de secciones cónicas” (Alegría, 2017). Visualmente lleva a los estudiantes a un reconocimiento rápido de esta, generando más empatía a la hora de realizar actividades con su uso.

Debido a la importancia implícita, enseñar la gráfica de la función cuadrática y por medio de esta poder reconocer sus principales características y propiedades, tiene una gran ventaja a la hora en que los estudiantes puedan asimilarla y comprenderla con más facilidad, este puede ser un punto de partida o complemento para otro tipo de representaciones igualmente importantes.

Este proceso con el uso de las TIC llegaría a una comprensión más amplia del tema, las posibilidades visuales y dinámicas de las nuevas herramientas que las creaciones tecnológicas ofrecen, permiten que los estudiantes puedan entrar a un nuevo sistema de entendimiento y brindan al docente un mejor material para desarrollar en momentos más cortos una gran variedad de subtemas y aclaraciones sobre las características y propiedades de la parábola.

Un programa multimedial interactivo puede convertirse en una poderosa herramienta pedagógica y didáctica que aproveche nuestra capacidad multisensorial. La combinación de textos, gráficos, sonido, fotografías, animaciones y videos permite transmitir el conocimiento de manera mucho más natural, vívida y dinámica, lo cual resulta crucial para el aprendizaje. Este

tipo de recursos puede incitar a la transformación de los estudiantes, de recipientes pasivos de información a participantes más activos de su proceso de aprendizaje (Altablero, 2004).

También permite la implementación de ambientes educativos colaborativos en donde el conocimiento se construya de forma más autónoma logrando en los estudiantes avancen en cuanto a su rol social y el de las demás personas de su entorno.

Esta investigación fue concretada para realizarse en el grado 901 de la Institución Educativa Liceo del Occidente del municipio de La Celia. Esta selección se realizó teniendo en cuenta diversas características del grupo como lo fueron, su diversidad, en donde se encuentran estudiantes con rendimientos académicos variados en matemáticas y estilos de aprendizaje diversos, desde los que necesitan explicaciones adicionales, los que gustan del trabajo en grupo, los que gustan del trabajo individual, por otro lado, es un grupo que muestra mejoramiento progresivo durante los años, por lo cual, se tiene como una apuesta institucional a futuro para obtener buenos resultados en pruebas externas, algo que la institución ha ido logrando en los últimos años. Además, por las características del grupo, es de gran atractivo para este tipo de investigaciones, por lo que se puede encontrar una colaboración activa en estos proyectos. Por otro lado, la institución ha recibido recientemente herramientas tecnológicas con las que no contaba, como lo son portátiles exclusivos para el área de matemáticas y los docentes han comenzado a estructurar sus clases, en forma progresiva, usando estos utensilios para mostrar la matemática en forma dinámica, además, se prestan para que los estudiantes conozcan programas de uso matemático, llevándolos a nuevas formas de aprender.

Desde el punto de vista normativo, la investigación se sustenta desde los DBA: “Explora y describe las propiedades de los lugares geométricos y de sus transformaciones a partir de diferentes representaciones.” Desde los Estándares Básicos, el trabajo se sustenta en: “Uso

representaciones geométricas para resolver y formular problemas en las matemáticas y en otras disciplinas”.

La Parábola, como un concepto matemático de componentes numéricos y visuales-geométricos, se presta para ser usado en los aspectos antes mencionados, mejorar el conocimiento matemático del grupo 901 desde el uso de herramientas tecnológicas.

1.3. Objetivos Específicos

2. Diseñar un modelo pedagógico para la enseñanza de la Parábola en el aula de clase.
3. Crear un texto escolar a partir del modelo pedagógico diseñado para la enseñanza de la Parábola con el apoyo de las TIC
4. Elaborar y aplicar una unidad didáctica para la enseñanza de la Parábola con uso del texto escolar creado para valorar sus aportes didácticos.

1.4. Objetivo General

Determinar los aportes didácticos que ofrece el uso del texto escolar con apoyo de las TIC en la enseñanza de la Parábola con estudiantes de secundaria en lo referente al uso y creación de material educativo, adaptación de recursos educativos al contexto y estrategias comunicativas en el aula de clase.

2. Estado del arte

2.1 Textos Escolares

Los libros de texto han sido usados a lo largo de la historia como una herramienta adecuada para la transmisión del conocimiento. Esto ha hecho que la educación siempre esté ligada al uso de los textos escolares sea como un instrumento para el docente y para el estudiante.

Por lo anterior, los textos escolares son una parte importante en el ámbito educativo y sus actualizaciones van en función de la redacción, la presentación, la forma y se le añaden otros elementos externos ligados con los avances tecnológicos como son los elementos multimedia. Así los textos escolares se adaptan a los nuevos escenarios y teorías sin dejar de ser una parte importante de la educación. Las estadísticas sobre la producción de libros confirman que es un medio que sigue en vigencia, ya que su producción ha aumentado.

La elaboración de textos escolares es significativa debido al apoyo tan importante que brinda a los docentes y estudiantes, por lo tanto, a las instituciones educativas, son una herramienta que permite ampliar la teoría de un tema específico, puede complementarlo con el uso de actividades, historia, aplicaciones y gráficos. Los libros de texto deben ser elaborados teniendo en cuenta estas circunstancias y todas aquellas que ameriten que el tema que va a ser tratado, quedará bien aprendido para el estudiante, pero obviamente, con la guía del profesor.

Los textos escolares son entonces un instrumento básico para el docente y para el alumno que facilita el proceso de enseñanza aprendizaje, no sustituye al profesor, ayuda al estudiante al trabajo libre y productivo, “el texto es un instrumento básico, tanto para el maestro como para el alumno, en cuanto a que su función es la de facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje. Es decir, debe estar hecho para hacer más sencillo, fácil y eficiente el trabajo del profesor y del alumno” (Moya, 2008)

Esto a su vez implica, que los textos escolares deben ser actualizados teniendo en cuenta las circunstancias sociales y tecnológicas, es decir, los textos escolares deben cambiar constantemente para mostrar a los estudiantes realidades actuales y usando los nuevos avances tecnológicos que vinculen al estudiante con su contexto inmediato y global.

2.2 El uso del libro de texto de matemáticas en el aula

En el artículo de Antonio García Martín se realiza un análisis a estudios sobre la importancia en la construcción de textos escolares, visto desde las perspectivas de los estudiantes y los docentes. Por medio de un sistema de selección de textos escolares de matemáticas, se analizan estudios sobre libros de diversos niveles educativos.

Los análisis destacan los usos, ayudas e influencias que estos presentan desde tiempos antiguos y que en una u otra medida, forman parte de las actividades escolares. Pueden ser usados en mayor parte por los estudiantes para reforzar sus conocimientos, lo puede usar el docente como herramienta de extracción de ejercicios o problemas o guía explicativa, se usa como pauta curricular en las instituciones, es un puente entre el docente y los estudiantes. “El libro de texto de matemáticas lo selecciona el profesor en respuesta a los procesos cognitivos de los estudiantes o lo elige por una razón meramente social o por costumbre” (García, 2014).

Se concluye en el artículo, la importancia de los textos de matemáticas, a pesar de tener ciertos reparos, es una herramienta usada en un gran porcentaje en todos los ámbitos de una clase y como, este genera reflexiones en el docente a la hora de establecer su forma de uso. “Los futuros maestros, en general, tienen la idea preconcebida de que el libro de texto de matemáticas es un recurso que hay que evitar, pero a la hora de analizarlo y ver el juego que le puede dar a la

hora de planificar e impartir sus clases de matemáticas cambia esa idea preconcebida de instrumento malo a otra más abierta, al considerarlo un recurso importante” (García, 2014).

2.3 Seminario Internacional de Textos Escolares

En el Seminario Internacional de Textos Escolares realizado en Santiago de Chile, se destacan opiniones que apoyan la creación de material didáctico por parte de los docentes, ya que esto le permite crecer profesionalmente al ser esto una actividad significativa que implica una cercanía con los estudiantes al crear material con un fin específico en contexto, permite la comunicación entre docentes al intercambiar ideas y conceptos didácticos y motiva al profesor a recurrir a la investigación y consulta. “El proceso de elaboración de los materiales didácticos será enriquecido en el momento en que tenga lugar de modo grupal, ya que permitirá que tanto profesores como alumnos puedan ser copartícipes de la significatividad del proceso” (Ajagan, 2007).

También se presenta en el seminario, las diferentes ideas históricas que se planteaban a la hora de crear un texto escolar, llevando progresivamente a que el texto, más que enseñar conceptos o definiciones, debía tratar de enseñar a pensar. “Las metas educacionales en el siglo XXI incluyen enseñar a pensar y para que los libros de texto enseñen, deben facilitar, justamente, la instrucción en el arte del pensar” (Ajagan, 2007). Esto llevó a que los libros debían ser creados o asesorados por personas idóneas en el campo de la pedagogía y la didáctica, implementando en estos modelos y teorías, “las editoriales deberían emplear diseñadores especialistas en pedagogía como consultores. Lo que sabemos acerca de cómo se produce el aprendizaje a partir de los textos debe incorporarse en los diseños de nuevos textos de estudio” (Ajagan, 2007).

Por otro lado, se debe especializar los textos, es decir, un texto de matemáticas, sea creado para que el estudiante piense desde una perspectiva matemática, esta diferenciación ayuda a estimular el pensamiento de los estudiantes en conocimientos específicos. “Los libros de texto deben diseñarse pensando en dominios específicos. Las características pedagógicas de los libros de texto deben ser diferentes de un dominio a otro” (Ajagan, 2007). El texto escolar, una vez creado, necesita un guía idóneo que es el docente. Una vez el libro ha sido construido con los aportes teóricos que lo moldearon, el docente es el encargado de mostrarle el camino al estudiante en el uso de esta herramienta, debe aclarar dudas, corregir errores y generar los ambientes educativos propios que permitan aplicar las teorías y didácticas del texto. “Deben realizarse investigaciones sobre cuáles son las estrategias más idóneas para enseñar a usar los textos escolares que enseñan a pensar, de modo que los educandos puedan recibir instrucciones precisas acerca del uso de sus libros de texto como herramientas para profundizar su propia comprensión” (Ajagan, 2007).

El vínculo de las TIC a los textos escolares, representa una mejora adicional que está permitida por los avances tecnológicos actuales, los cuales se han convertido en parte del diario vivir y esto las hace necesarias en la escuela. En términos de apoyo a los textos escolares, los recursos digitales pueden ser utilizados con varios propósitos genéricos, uno de ellos es el complementar la información del texto escolar con otro tipo de explicaciones o representaciones del contenido que apunten a una mejor comprensión. “El material digital fortalece varios aspectos en el texto matemático, como son, Interactividad al poder manipular en forma voluntaria gráficos que le permiten aclarar conceptos, Representación Común, en donde el estudiante puede observar en un ambiente diferente al tablero rígido, representaciones gráficas movibles” (Ajagan, 2007).

Independiente de las teorías, cambios y ajustes a las nuevas tecnologías de los textos de matemáticas, lo importante es tener en cuenta que estos son una herramienta muy importante en la enseñanza y aprendizaje de la matemática, ya que son una conexión entre el docente y los estudiantes, a su vez y de la forma en que se establezca este vínculo, es que se puede llevar a un buen desarrollo del concepto matemático que se quiera enseñar.

También es de gran utilidad a la hora de que el docente lleve progresivamente a un aprendizaje más autónomo y activo del estudiante, en donde el docente sea una guía y no el que direcciona constantemente al estudiante en el objetivo.

2.4 Una propuesta didáctica para la enseñanza de la parábola como lugar geométrico en el grado décimo de la institución educativa Luis López de mesa del municipio de Medellín

En este trabajo se plantea enseñar la Parábola como lugar geométrico, usando el concepto teórico de Unidades de Enseñanza Potencialmente Significativas, el cual es un derivado más profundo de la teoría de aprendizaje significativo. En el trabajo, se muestra a los estudiantes diversas situaciones relacionadas con la Parábola como los movimientos parabólicos, las secciones cónicas, construcción de parábola con materiales didácticos y preguntas, que los estudiantes responden a lo largo de las actividades, relacionándolas con lo realizado.

La investigación, está basada en el componente teórico de la Teoría del Aprendizaje Significativo y a partir de este, se llega al concepto de Unidades de Enseñanza Potencialmente Significativas (UEPS), el cual consta de una serie de características, donde se destacan las situaciones problema y una serie de pasos para su consecución.

Esta metodología de aprendizaje UEPS, es muy recomendada en el trabajo, ayuda a que se logren mejores resultados en el aula, ayuda a que el estudiante se convierta en alguien más activo en su aprendizaje y al docente lo convierte en una guía, llevando a que el conocimiento deje de ser algo árido sin fundamentación alguna. “La aplicación de la UEPS en la enseñanza de este concepto como herramienta pedagógica contribuyó a que el aprendizaje de los estudiantes fuera significativo y esto se evidencia en los resultados obtenidos del trabajo realizado por cada uno y además en la oportunidad del docente para cambiar su práctica pedagógica tradicional” (Ruiz, 2013).

2.5 Guía didáctica para el aprendizaje de la parábola con el uso del software

Geogebra en el tercer año de bachillerato general unificado

En este trabajo, se pretende enseñar la Parábola con ayuda del programa Geogebra, se busca investigar si al usar este programa, la comprensión y rendimiento de los estudiantes mejora en comparación con el no uso de ayudas TIC.

Bajo la guía teórica del Aprendizaje Significativo y Aprender haciendo, se pretende lograr el objetivo. Con el Aprendizaje significativo, el trabajo busca conectar lo teórico con lo práctico, logrando que el conocimiento antiguo, el nuevo y el uso de la tecnología, mejoren el proceso de aprendizaje. El Aprender haciendo, se basa en la premisa de que el aprendizaje se logra cuando alguien quiere aprender, no cuando alguien quiere enseñar y que es muy importante la prueba y error para aprender.

El trabajo, dio como conclusión la importancia del uso de aplicativos para la enseñanza, es una necesidad de los tiempos modernos, ya que permite alcanzar mejores resultados y es más aceptado por los estudiantes. “El uso de las TIC junto a una guía didáctica es una buena opción

para mejorar el proceso educativo de los estudiantes, porque muchos de ellos tienen una percepción positiva de estos elementos” (Chalco, 2017).

2.6 Exploración de la Parábola con GeoGebra

Este artículo, plantea mostrar las bondades del uso del programa Geogebra, en la visualización y comprensión de diferentes conceptos vinculados al objeto matemático denominado Parábola. Se exploran conceptos como directriz, foco, lado recto, tangentes a la parábola, ecuación de la parábola con eje paralelo al eje x y al eje y .

Se explica como Geogebra permite mostrar diversas representaciones del objeto matemático, la posibilidad de dinamizar la representación gráfica con el objetivo de visualizar diferencias, pero sin desvincularlas de sus representaciones algebraicas o ecuaciones.

En este documento, se concluye la importancia de Geogebra en la enseñanza de la matemática, ya que es un sistema que vincula y puede mostrar en forma simultánea, diferentes tipos de representación matemática que ayudan a la comprensión de diversos temas. “De acuerdo con Duval, un estudiante comprende un concepto matemático, cuando es capaz representarlo en al menos dos registros de representación. Una de las características del GeoGebra es integrar tres diferentes registros de representación, estos son: algebraico y algo más, gráfico y hoja de cálculo” (Mercado, 2013).

3. Marco Teórico

El desarrollo de la presente investigación en enseñanza de la matemática, estará basado en el Modelo Pedagógico Socioconstructivista, el Conocimiento Didáctico del Contenido, los Sistemas de Representación Semiótica y las teorías de aprendizaje: Aprendizaje Colaborativo, Aprendizaje Basado en Problemas y Aprendizaje Autónomo.

3.1 Modelo Pedagógico Socio Constructivista.

Según Lev Vygotsky, este modelo plantea que la obtención de un conocimiento se fundamenta en los saberes previos y la interacción social del individuo. “Los nuevos conocimientos se forman a partir de los propios esquemas de la persona producto de su realidad, y su comparación con los esquemas de los demás individuos que lo rodean” (Salazar, 2017). Para el saber matemático, así como para cualquier saber, la interacción entre los individuos ayuda a que las diferentes opiniones e ideas sobre un tema determinado lleven a consolidar un conocimiento conjunto, el cual podrá llegar a ser más completo que el que se adquiere en forma individual. “Podemos afirmar entonces que el aprendizaje es activo, significativo, con pertinencia cultural y se adecúa al nivel de desarrollo de los estudiantes” (González, 2012). Por otro lado, los saberes previos son muy necesarios y son una base que ayuda a que se conformen nuevos conocimientos. Los saberes previos le dan al docente un punto de partida para enseñar, puede mostrar el nuevo conocimiento de forma relacionada con aspectos que al estudiante no se le hacen extraños y así poder lograr mayor aceptación por parte de estos.

El estudiante puede sentir, imaginar, recordar o construir un nuevo conocimiento, si tiene un conocimiento previo donde se ancle; el cual es determinante para adquirir cualquier aprendizaje. El docente desarrolla el papel de mediador, su tarea principal será la de amplificar

conocimientos, habilidades y actitudes a partir de las que cada estudiante tiene almacenadas y lo apoya para que logre conectarlos con los nuevos aprendizajes, facilitando la construcción colaborativa de conocimientos y valores socialmente respaldados (González, 2012).

Así, tanto el docente como el estudiante, son factores claves para que el Socioconstructivismo pueda desarrollarse de acuerdo a sus planteamientos. En el constructivismo social es claro que el reto del docente está en que el estudiante logre avanzar con el apoyo de la relación social con sus pares y la ayuda necesaria hacia nuevas zonas de desarrollo próximas, ampliando cada vez más su zona de desarrollo potencial.

Un proceso pedagógico Socioconstructivista, debe llevar ciertas características para que pueda lograr sus objetivos de enseñanza-aprendizaje

- El docente debe desarrollar el nuevo concepto matemático, a partir de los conocimientos previos que deben tener los estudiantes, por ello se realizan acciones de repaso para que el estudiante recuerde lo aprendido, este proceso ayuda también al estudiante, ya que prepara su mente para aprender, y en el proceso que desarrolle el docente en el aula, se comienzan a modificar los esquemas mentales que se tenían y se imponen los nuevos aprendizajes, para luego crear un nuevo esquema de conocimiento.

En los procesos de enseñanza y aprendizaje es necesario considerar los conocimientos previos de nuestros estudiantes, para que de este modo logren enlazar lo que conoce con lo que está conociendo y darle un significado a su aprendizaje. En esta teoría, el conocimiento es activamente construido por el sujeto, partiendo de los previos, para así dar origen a uno nuevo. Dándose procesos involucrados como lo son la adaptación, acomodación, asimilación y equilibrio. Al referirse al proceso de adaptación, la misma está siempre

presente a través de dos elementos básicos: la asimilación y la acomodación (Regader, Psicología y Mente).

Estos elementos referenciados por Piaget, dan pautas a los docentes de matemáticas sobre cómo aprenden las personas y al tener que enseñar un conocimiento como el matemático que es abstracto, ayudan a desarrollar mecanismos que vinculen lo abstracto con la enseñanza.

- El docente debe comprender que los estudiantes son seres sociales por naturaleza y que el desarrollo del ser humano, se ha dado gracias a la interacción y colaboración mutua, por ello, si el aprendizaje tiene en cuenta este fundamento, se puede dar con mayor naturalidad.

Según Vygotsky: Cada función en la cultura el desarrollo del niño aparece dos veces: primero, en el plano social, y más tarde, en el nivel individual, primero entre las personas (inter-psicológico) y luego dentro del niño (intrapicológico). Esto se aplica igualmente a la atención voluntaria, a la memoria lógica, y a la formación de conceptos. Todas las funciones superiores se originan como relaciones reales entre los individuos (Herrera, 2008).

- Cuando el docente encuentra un medio o herramienta que le pueda dar confianza al estudiante, ya sea por su facilidad de manejo o por la familiaridad que le crea, se dará podrá llevar al estudiante a un nuevo conocimiento matemático de una forma más acertada para lograr el objetivo del aprendizaje.

Selección de un andamiaje o mediación que facilite la construcción colaborativa de conocimientos. La Mediación del aprendizaje es vista principalmente como una relación que existe entre el docente, el contenido y el estudiante, donde el primero interviene como mediador del conocimiento entre los otros dos, a medida que el estudiante vaya alcanzando las competencias, el apoyo del docente irá disminuyendo. Este andamiaje permite intervenir

en la ZDP, ya que el docente crea situaciones de enseñanza que facilitan la internalización de los contenidos que el estudiante debe aprender (Peña, Educación inicial).

El docente debe incluir en sus prácticas pedagógicas, las teorías que buscan explicar cómo aprende el ser humano, al tenerlas en cuenta puede aprender la forma de lograr mejores resultados a la hora de enseñar.

Otro concepto característico de esta teoría es la Nueva Zona de Desarrollo Próximo: Cuando se crea ZDP en los estudiantes, mediado por la ayuda del profesor o de un compañero "recorre" esa zona construyendo conocimiento, se establecen nuevos niveles de desarrollo real y potencial, que delimitan una nueva ZDP. Con la mediación del docente, en la ZDP los estudiantes pueden lograr ciertos aprendizajes que antes solamente eran potenciales. Esto permite un nuevo nivel de desarrollo real y alcanzar un nuevo nivel de desarrollo potencial que posibilita una nueva y más avanzada ZDP, en la que antes no se lograba realizar actividades ni solas ni acompañadas (Peña, Educación inicial).

- Al momento de enseñar cualquier temática matemática, es importante que el docente reconozca la interacción que se da entre los estudiantes, esta interacción les genera mayor confianza y les permite desenvolverse en forma más abierta con sus pares, por lo cual, usar esta realidad, ayuda a afianzar el conocimiento.

Otra característica es el aprendizaje cooperativo que sucede cuando el niño/a representa, comunica o intercambia los significados que ha construido de manera que el estudiante aprende más eficazmente cuando lo hace en forma cooperativa. Escuchar al niño/a y pedirle que represente, comunique o intercambie los significados que ha construido, el estudiante aprende más eficazmente cuando lo hace en forma cooperativa (Salazar, 2017).

- Cuando el docente quiere dar a conocer un nuevo concepto, debe tener en cuenta la abstracción propia de la matemática, por ello, cualquier herramienta creada, buscan que este ajustada a la realidad de sus estudiantes y a la expectativa de ellos.

Ayuda y ajuste de la ayuda: Una ayuda es ajustada cuando se adapta a las características y necesidades del alumno, ya sea a través del diálogo como por medio de la presentación de materiales. Una ayuda no es ajustada si la intervención docente apunta a capacidades ya adquiridas o que exceden su ZDP (Peña, Educación inicial).

- Para el docente de matemáticas, es importante, pero a la vez, también un reto, darle sentido a lo que enseña, buscar que los estudiantes no sean apáticos a lo que aprenden por la sola razón de no encontrarlo en su diario vivir.

Este proceso de construcción del conocimiento conlleva conflictos cognitivos, reflexión y reorganización conceptual, donde el interés por la aproximación constructivista ha estado inspirado en Vygotsky; en su pensamiento sobre la importancia de los factores sociales en el desarrollo cognitivo. Esta forma de aprendizaje no es sino una construcción en común en el proceso de las actividades compartidas por el niño y el adulto, que en este caso es el profesor de la asignatura de matemática (Gómez, 1998).

- El uso de un modelo pedagógico que tenga en cuenta al estudiante como ser humano social, donde la interacción de las personas, es lo que las lleva a ser lo que son, caracteriza el aprendizaje como un factor igualmente humano, inmerso en el proceso social.

Se puede cotejar entre los diferentes estudios, que las consecuencias de adoptar un modelo constructivista en la educación matemática se manifiestan tanto en el estudiante, el cual pasaría a ser dinámico, cuestionador, analista, investigador, responsable y consciente, ya que se convierte en el agente principal que actúa para alcanzar los conocimientos; y en lo

referente al docente, llevar una pedagogía constructivista, le exige mayor entrega a su profesión, mayor responsabilidad, mayor conocimiento del estudiante y su entorno (Jostim, SCRIBD).

Las teorías de aprendizaje ayudan al profesor a crear estrategias para la enseñanza de las matemáticas, esto es, basado en unas características propias de cada teoría, que muestran unas pautas para el diseño de secuencias didácticas que llevan a los estudiantes a adquirir un conocimiento matemático.

3.1.1 La Evaluación en el Socioconstructivismo

Uno de las partes más importantes del proceso educativo es la parte evaluativa. Esta ha sido polémica en los últimos años debido a la dificultad de responder ¿Qué es lo que se quiere evaluar? debido a esto se han generado teorías, ideas, propuestas y reflexiones que tratan de darle un nuevo enfoque a la evaluación, más acorde a las características del estudiante y de la sociedad actual.

Aun así, la evaluación es un método que permite dar al docente y al estudiante, información sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje, con el fin de buscar acciones que permitan corregir o mejorar procesos en el aula y en la persona que son el profesor y el alumno.

La evaluación escolar asumida como proceso constructivo y formador, se incluye dentro de las ayudas dadas por el maestro, y de la construcción de significados y atribución de sentido hechas por los estudiantes; dicho de otra forma, la evaluación es parte constitutiva de los procesos de enseñanza y aprendizaje y debe incluirse de principio a fin como elemento constitutivo de este proceso, de tal forma que se convierta en un factor decisivo para la cualificación y, por supuesto, para el logro de las competencias definidas (Gutiérrez, 2011).

Dentro de las teorías que se han propuesto para llevar el proceso evaluativo a un nivel más acorde a la actualidad, se plantea que los procesos de aula tienen dos componentes fundamentales, que son: alumno y maestro. Ambos forman parte del proceso y los cambios o ajustes implican que se hagan por parte de ambos, ya no se plantea que el estudiante debe acomodarse a las exigencias del docente, sino que un correcto desarrollo de enseñanza-aprendizaje debe tener componentes cambiantes de ambos lados.

En el encuentro entre el docente y el estudiante como protagonistas del proceso educativo emergen los conceptos de evaluación formativa y evaluación formadora. El primero, alude al maestro y tiene como principal propósito la regulación interactiva del proceso de enseñanza y aprendizaje que le da la oportunidad de hacer seguimiento a sus estudiantes y apoyarlos en el logro y utilización de competencias de regulación. El segundo, se refiere al estudiante y tiene como finalidad el logro de su máxima autonomía y responsabilidad, de tal forma que sea capaz de autorregular sus procesos de aprendizaje, fortaleciendo los triunfos alcanzados y planteando maneras de gestión de los errores que puedan aparecer (Gutiérrez, 2011).

La evaluación formativa y evaluación formadora, son dos conceptos que permiten llevar a que los procesos de aula, sean analizados desde los puntos de vista del docente y el estudiante, comprendiendo que ambos tienen una relación necesaria para que se preste la enseñanza y el aprendizaje.

En la convergencia de estos dos tipos de evaluación, se identifican dos elementos fundamentales: la necesidad y la acción. De un lado, el profesor tiene la necesidad de obtener información en cuanto al proceso de aprendizaje del estudiante; de igual manera, con referencia a la acción, el profesor debe devolver los resultados y tomar decisiones que le permitan cualificar el desempeño de los estudiantes (Gutiérrez, 2011).

En un modelo Socioconstructivista, acorde a sus características, los estudiantes van adquiriendo cierto nivel de autonomía, van siendo más conscientes de sus capacidades y sus limitaciones, con esto pueden tomar las decisiones que ellos consideran más pertinentes y optan por actuar más libremente, permitiéndoles abarcar, adicional al conocimiento que intentan comprender, un proceso de autoconocimiento sobre las acciones que deben tomar al momento de lograr aprender.

La regulación como criterio definitorio de los procesos de evaluación, se lee en la capacidad de decisión y actuación de los estudiantes para lograr la autorregulación, situados en contextos socioculturales particulares en los que reflexionan los contenidos estudiados, los relacionan y aplican a su realidad, otorgándoles la posibilidad de construir significados compartidos (Gutiérrez, 2011).

También el docente cuenta con este beneficio de lograr conocer su proceso de enseñanza y en función de lo evaluado, tomar decisiones para mejorar su labor. “La regulación se lee, también, en la capacidad docente para planificar y desarrollar procesos de enseñanza en perspectiva de la realidad de los estudiantes y de asumir la evaluación como parte del acompañamiento y la ayuda para que ellos puedan construir el conocimiento escolar” (Gutiérrez, 2011).

Para complementar, según Vygotsky, el concepto de autorregulación se caracteriza por dos aspectos fundamentales: el primero porque atiende a la implicación del sujeto en la actividad y en la tarea; la que asume de manera tranquila y reflexiva, y en la que identifica expresiones de la realidad que relaciona con la teoría estudiada. El segundo, por la preeminencia que asigna al lenguaje, en especial al diálogo, y al lenguaje interno como aspecto de autorregulación de las actuaciones (Gutiérrez, 2011).

Otra particularidad de la evaluación, es el de ser permanente, no se tiene en cuenta solamente a la hora de emitir un juicio, lo que se logró, sino que también se valora el cómo se logró, cual fue el proceso que llevó a los resultados finales, qué tanto se mejoró en el recorrer del tiempo y que diferencias notables se pueden evidenciar al comparar un principio con un final. “Es necesaria una nueva visión de la evaluación escolar incluidos los procesos de enseñanza y aprendizaje, para que se reconozca el proceso constructivo vivenciado por los docentes y los estudiantes con relación a las ayudas y a los aprendizajes propios de la actividad escolar” (Gutiérrez, 2011).

Destacando que la evaluación, permite dar información de todo el recorrer de un proceso y que por lo tanto debe ser permanente, la evaluación debe llevar varios momentos, así puede dar en forma más eficiente, los datos necesarios para conocer los avances parciales de una actividad de enseñanza-aprendizaje. Estos momentos se clasifican en:

- Evaluación diagnóstica: Busca mostrar cómo están los estudiantes en cuanto a sus saberes previos, en cuanto a sus habilidades y en cuanto a conocer la información que poseen sobre lo que se les va a enseñar. También es de información para el docente, en cuanto a sus metodologías y estrategias de clase, ya que puede planear su clase en torno a una realidad conocida.

Incluye la planificación del proceso educativo a desarrollar y la valoración inicial de los conocimientos de los estudiantes. La primera, corresponde al momento en el cual el docente proyecta el trabajo con relación a los objetivos y a las competencias que se pretenden alcanzar. La segunda, se refiere a la valoración de los conocimientos previos de los estudiantes con relación a los contenidos a trabajar (Gutiérrez, 2011).

- Evaluación formativa o de proceso: Se realiza en el recorrer de la propuesta didáctica del docente, en este proceso, se da una evaluación constante que permite realizar ajustes, modificar procesos, evidenciar aciertos y falencias, y tanto el docente como el estudiante, pueden tomar decisiones en busca de mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje. “Este tipo de evaluación se hace visible a lo largo del proceso de enseñanza – aprendizaje y se constituye como una estrategia en sí misma, ya que permite la regulación y autorregulación” (Gutiérrez, 2011).
- Evaluación sumativa o terminal: Es el tipo de evaluación que generalmente se maneja, con el que se sacan los resultados de un proceso ya realizado y que es la más viable de arrojar resultados numéricos. “Su condición de terminal, no le da menor valor en el proceso de enseñanza y aprendizaje, siempre y cuando se tenga también un referente de evaluación formativa” (Gutiérrez, 2011).

Otro aspecto importante en la evaluación, es la posibilidad de generar momentos de reflexión para los actores del proceso educativo en el aula, siendo estos, los alumnos y el docente. Ambos deben observar todo el proceso desarrollado, para lograr interiorizar lo ocurrido y tomar decisiones sobre futuros procesos con el fin de siempre estar en un mejoramiento continuo. Así, se encuentran tres tipos de evaluación:

- Autoevaluación: El docente, busca llevar a los propios estudiantes a realizar un proceso reflexivo en cuanto a lo que van a ejecutar, su ejecución y lo ejecutado en un ambiente de aprendizaje, esto les permite conocerse, identificar sus propias habilidades y restricciones, con esto, cómo construir acciones propias y grupales para potenciar las habilidades y corregir sus restricciones, todo con el fin de que el proceso de aprendizaje no sea solo de

conocimientos, sino también de mejora en las estrategias y habilidades para aprender. Este proceso lleva el autoconocimiento y la autorregulación.

El primero, es un diálogo del estudiante consigo mismo que le permite tomar conciencia de sus competencias y para el maestro es una posibilidad para cualificar su accionar docente. El segundo, es la intervención sistemática y deliberada con el fin de orientar la construcción de los propósitos y las competencias planteadas (Gutiérrez, 2011).

- Heteroevaluación: El docente analiza todo el proceso llevado a cabo por el estudiante en el desarrollo del aprendizaje en el aula, observa aspectos como la evolución en el conocimiento, el trabajo realizado en forma individual y grupal, el manejo de las herramientas didácticas, su comunicación con sus compañeros y el docente, es decir, todas aquellas actividades que realice en función del concepto para aprender. “En este momento, para el maestro la evaluación es un proceso de comprensión, el cual, desde la complejidad, le implica hacer parte del proceso, involucrarse, colocarse en el lugar del estudiante sin perder su lugar social como maestro” (Gutiérrez, 2011).
- Coevaluación: En su actividad docente, el profesor debe buscar que los estudiantes reflexionen como grupo, teniendo en cuenta que el socioconstructivismo plantea esta situación, en donde la construcción del conocimiento compartido, lleva a mejores resultados de conocimiento. “Corresponde a la valoración mutua que realizan estudiantes entre sí y con los profesores en relación con el proceso de enseñanza y aprendizaje. En ella se antepone el diálogo y la negociación como una forma de construcción de significados” (Gutiérrez, 2011).

La forma de abordar los resultados que la evaluación puede brindar al docente, depende de crear un sistema que permita en forma clara, evidenciar los logros obtenidos.

Es importante destacar, que el actuar dentro del aula de clase debe brindar a los estudiantes un vínculo con la realidad, con su entorno, algo que es mucho más relevante en el conocimiento matemático, debido a su nivel de abstracción.

Según Coll y su equipo, refieren a la necesidad de abordar lo pedagógico a partir de la presentación y resolución de casos que demanden al estudiante la superación de dificultades en situaciones realistas y trascendentales desde el punto de vista de los contenidos y del contexto social; diseñando indicadores que den cuenta de la autorregulación lograda por los estudiantes a través del proceso (Gutiérrez, 2011).

Al tener claridad sobre la forma de usar la evaluación y comprendiendo que esta se realiza en forma constante, se llegan a establecer indicadores, que sirven como señales que ayudarán al docente a visualizar lo conseguido en el proceso desarrollado en el aula. De acuerdo a los planteamientos de Coll y colaboradores con los de Álvarez Valdivia, se identifican los siguientes indicadores:

- “En la orientación de la tarea: Conocimientos y experiencias previas, motivación por la tarea, expectativas de logro y acciones o estrategias de resolución prevista” (Gutiérrez, 2011). Con lo cual el docente analiza los resultados de los estudiantes en función de la orientación inicial dada en el proceso del aula.
- “En la ejecución del plan de acción: acciones desarrolladas, logro de competencias comunicativas orales y escritas, la rigurosidad en el desarrollo del trabajo, apoyos utilizados, obstáculos y dificultades, proceso de grupo y cooperación, esfuerzos, habilidades comprometidas, profundización, dominios alcanzados, dedicación, motivación” (Gutiérrez, 2011). Con lo cual el docente analiza en forma constante, el proceso de aula que ha establecido y ejecuta acciones de ajustes al observar la evolución de los estudiantes.

- “En la autoevaluación del proceso y de respuesta de la tarea: autorreflexión sobre el proceso de aprendizaje, alcances y limitaciones, perspectiva de cambio y de transformación” (Gutiérrez, 2011). Con lo cual el docente analiza los resultados finales y da razón de la efectividad del plan de clase establecido, de los ajustes realizados y brinda información hacia un futuro, para establecer mejoras a su unidad didáctica en función de un mejoramiento continuo.

3.2 Conocimiento Didáctico del Contenido

Esta teoría planteada por Lee Shulman, plantea que el docente debe manejar un conjunto de saberes que ayudan a desarrollar sus actividades en el aula, “debe existir un conocimiento base para la enseñanza» esto es, un conjunto codificado o codificable de conocimientos, destrezas, comprensión y tecnología, de ética y disposición, de responsabilidad colectiva, al igual que un medio para representarlo y comunicarlo” (Velásquez 2013).

Estos saberes que el docente debe tener, se desglosan en las siguientes clases:

- “Conocimiento del contenido, la disciplina a enseñar, en este caso las matemáticas” (Velásquez 2013). El docente de matemáticas debe tener un nivel de comprensión del objeto matemático que va a enseñar, esto le permite elaborar sus pautas de clase.
- “Conocimiento didáctico general, relacionado con la gestión de la clase, control de normas sociales, relaciones con los niños, estrategias de motivación y organización de la clase” (Velásquez 2013). El docente de matemáticas debe darle un manejo a sus estudiantes con el fin de lograr que el saber que quiere enseñar, pueda llegar a su comprensión, ya que este es un paso necesario para la comprensión de temas abstractos.

- “Conocimiento del currículo, organización de las temáticas, secuenciación de los contenidos, utilización de los materiales y recursos, planeaciones, evaluación y seguimiento del proceso de enseñanza y aprendizaje” (Velásquez 2013). El dominio del saber matemático permite al docente, establecer una secuencia o un desarrollo que progresivamente, lleve a los estudiantes a la meta del conocimiento del objeto matemático.
- “Conocimiento de los alumnos, del contexto, de sus necesidades, intereses, expectativas y de sus características” (Velásquez 2013). Este aspecto es importante, ya que ligar las matemáticas con situaciones que llamen la atención a los estudiantes o por lo menos, que le da una utilidad, puede alentarlos más a aprender.
- “Conocimiento de los aspectos teleológicos (fines u objetivos) de la institución educativa donde desempeña su labor docente” (Velásquez 2013). El docente debe tener en cuenta las expectativas de la institución educativa, la cual a su vez, está basada en las expectativas estatales.
- “Conocimiento pedagógico del contenido, entramado entre la disciplina de estudio y la pedagogía; tiene que ver con la didáctica, el uso de estrategias de aprendizaje y los mediadores del proceso de enseñanza y aprendizaje. Nuestro interés se centra en este conocimiento, que es propio del educador matemático” (Velásquez 2013). En este punto, el docente de matemáticas tiene que crear procesos de clase que reúnan aspectos pedagógicos y de conocimientos matemáticos.

3.2.1 Conocimiento Tecnológico, Pedagógico y de Contenido

Se puede tomar esta teoría como un complemento a la teoría de Lee Shulman sobre

Conocimiento Didáctico del Contenido. Se basa en que los avances modernos en sistemas

comunicativos, obligan a que los profesores de matemáticas incluyan en sus clases la ayuda de las TIC para llevar la teoría de Shulman a un nuevo nivel moderno.

Esta teoría ampliada del Conocimiento Didáctico del Contenido, cuenta se compone de cuatro partes para las cuales, el docente debe adquirir habilidad:

- “Tecnológico TK: los profesores deben tener conocimientos de cómo se usan las TIC tanto de forma general como específica, además de saber en qué emplearlas” (Barajas & Cuevas 2017)
- “Pedagógico PK: señala que debe poseer un conocimiento referente a cómo enseñar eficazmente” (Barajas & Cuevas 2017).
- “Contenido CK: debe contar con los conocimientos sobre la disciplina o materia que debe enseñar” (Barajas & Cuevas 2017).
- La última parte, corresponde a que el docente debe tener la capacidad de vincular los tres anteriores. “Lo relevante del modelo es para que un profesor se encuentre capacitado para la incorporación de las TIC no basta con la comprensión de estos tres componentes de forma aislada (TK, CK, PK), sino la interrelación entre ellos que da paso a otro tipo de conocimientos más complejos” (Barajas & Cuevas 2017).

3.3 Teorías de aprendizaje.

En este trabajo, se plantean tres teorías del aprendizaje, las cuales son:

3.3.1 Aprendizaje Autónomo.

El aprendizaje autónomo permite a la persona conocer su propia forma de aprender matemáticas, es un proceso de auto descubrimiento, una manera personal de aprender, “la persona se

desarrolla independientemente, es autora de su propio desarrollo, eligiendo los caminos, las estrategias, las herramientas y los momentos que considere pertinentes para aprender y poner en práctica de manera autónoma lo que ha aprendido” (Salazar, 2017).

Los procesos diseñados para el aprendizaje deben estar acordes a estos principios, para que el saber matemático que se desea adquirir sea conseguido.

Características del Aprendizaje Autónomo:

- El docente busca que el estudiante conforme una estructura de aprendizaje propia para el saber matemático, con el fin de que, en su futuro desarrollo educativo, pueda contar no solo con conocimientos numéricos, sino también con formas propias de enfrentarse con conocimientos matemáticos nuevos. “Es adecuado establecer procedimientos para que el estudiante reflexione sobre el proceso en el que está inmerso, de manera que, en el futuro, cuando su trabajo sea completamente autónomo, tenga criterios para planificarlo y gestionarlo” (Salazar, 2017).
- La herramienta que se utilice para enseñar un objeto matemático, debe estar creada de tal forma que lleve en forma progresiva al estudiante a la comprensión del concepto, teniendo en cuenta los saberes previos y la conformación del nuevo conocimiento en forma correcta. “Se debe garantizar que el estudiante adquiera unas habilidades que le permitan ir desarrollando actividades con un grado de autonomía creciente. La forma de conseguirlo consiste en exigir al alumno que desarrolle un proceso de reflexión para que sea consciente de su propia forma de aprender” (Salazar, 2017).
- El docente de matemáticas debe establecer en el aula parámetros, que ayuden al estudiante a entrar en un estado de autorregulación, también la herramienta que use para el concepto matemático, debe ayudar con este objetivo. El otro actor importante en la autorregulación, es

el propio estudiante, ya que su disposición puede garantizar que se logren los objetivos de un aprendizaje autónomo. “La autorregulación se entiende como la capacidad de generar pensamientos, sentimientos y actuaciones por parte del estudiante, orientados a conseguir objetivos. La autorregulación más que una capacidad mental o una habilidad académica” (Salazar, 2017).

Se definen para el aprendizaje autónomo, ciertas pautas que ayudan a que el estudiante desarrolle procesos propios de aprendizaje, el docente de matemáticas los debe tener en cuenta a la hora de establecer un proceso de aula y usar una herramienta o mecanismo de enseñanza. Estas pautas son: la Enseñanza estratégica para la autonomía y los Elementos del aprendizaje estratégico, este último compuesto de procesos cognitivos, metacognitivos y afectivo emocionales.

De acuerdo a lo que se lee en la Tesis de Salazar (2017):

- La Enseñanza Estratégica para la autonomía: Consiste en ceder o transferir progresivamente el control de la estrategia, que en un primer momento ejerce de manera absoluta el profesor, al estudiante, a fin de que se apropie de ella y pueda empezar a utilizarla de manera autónoma.
- Elementos del aprendizaje estratégico: Se refiere a aquellos procesos internos constituidos por los procesos cognitivos, procesos metacognitivos y los afectivo emocionales los cuales definimos:
- Procesos cognitivos: Son procesos internos que permiten la activación sináptica a través de la cual se procesa la información y el conocimiento. El desarrollo de estrategias cognitivas, favorecer el conocimiento y el análisis de las condiciones en que se produce la resolución de un determinado tipo de tareas o el aprendizaje.

- Procesos metacognitivos: Vienen a ser los procesos mediante los cuales el sujeto es capaz de analizar y comprender cómo ocurren sus propios procesos y productos cognitivos. La adquisición de estrategias metacognitivas permite desarrollar la toma de conciencia y control de los procesos y productos cognitivos.
- Procesos afectivos emocionales: Están referidos a todos aquellos procesos motivacionales, el querer aprender; los sentimientos afectivos, placer por aprender; orientados a favorecer una predisposición emocional para optimizar la calidad del aprendizaje. El control de respuestas afectivo emocionales favorables hacia el aprendizaje, permite aumentar la conciencia del estudiante sobre su estado afectivo motivacional.

3.3.2 Aprendizaje Colaborativo.

El aprendizaje colaborativo permite que un grupo de personas se ayuden conjuntamente para comprender y aprender un objeto matemático, estas “establecen un compromiso mutuo para desarrollar una tarea en la que, sólo la coordinación y relación de sus intercambios les permite alcanzar un logro común” (Salazar, 2017).

El diseño de una secuencia didáctica en algún tema matemático, debe estar encaminada a lograr que los estudiantes aporten, se comprometan y coordinen las actividades de la secuencia para que todos logren la meta del aprendizaje.

Características del Aprendizaje Colaborativo:

- El docente de matemáticas aprovecha el trabajo en grupo como un mecanismo colaborativo para que los estudiantes se apoyen en la comprensión de un concepto. La guía del docente es importante, pero los trabajos grupales dan confianza a los estudiantes, se ayudan, se comunican y se corrigen. Esto además, genera un proceso de aprendizaje más

efectivo ya que los estudiantes al colaborar entre sí, sienten la tranquilidad de estar intercambiando ideas entre pares, lo cual en ocasiones, no se logra con el profesor.

La construcción de aprendizaje colaborativo surge como aquel conjunto de mediaciones pedagógicas, digitales o no digitales, a través de las cuales se pretende aunar los esfuerzos de un grupo determinado hacia el objetivo de que juntos puedan aprender; escenario en el que aparece la tecnología para la generación de nuevos espacios o entornos que conduzcan a la construcción del conocimiento y el aprendizaje. El aprendizaje colaborativo se produce en un entorno conversacional como acto mediado por la palabra y el discurso, o sea, los participantes tienen que intentar establecer diálogos, negociaciones, explicaciones (Salazar, 2017).

Diseño, de actividades para el aprendizaje colaborativo:

Para enseñar un concepto matemático, la herramienta que sea utilizada debe estar conducida de tal forma, que los objetivos del aprendizaje colaborativo, se puedan alcanzar y que estos lleven al aprendizaje, por ello, de acuerdo a Salazar (2017) se pueden referir tres dimensiones en el diseño del trabajo colaborativo:

- La propiedad de las actividades: Se basa en el hecho de que las actividades tienen dos actores principales que son el docente y los estudiantes, y estas se establecen para que el aula se convierta en un ambiente de aprendizaje. Se basa en dos principios fundamentales:
 - ✓ La responsabilidad individual: la cual es la que debe adquirir el estudiante para que las actividades del aprendizaje colaborativo, surtan su efecto. Depende en gran medida de que el estudiante esté motivado en la realización de las actividades.
 - ✓ La interdependencia positiva: la cual consiste en el trabajo en grupo de los estudiantes, estableciendo aspectos como una meta, una responsabilidad compartida, estrategias para

la solución de las actividades, colaboración mutua y roles de cada integrante. Todos están comprometidos con todos.

- El carácter de las actividades: El docente debe crear actividades que promuevan la colaboración entre los estudiantes, lo cual implica en muchos casos, una buena creatividad, ya que depende mucho de las características del grupo que desarrolle las actividades.
- El control de las actividades: Dada con más énfasis en el docente, el cual debe dictar los parámetros sobre los cuales las actividades serán realizadas y estará en constante alerta para que se lleven a cabo y se mantenga un ambiente continuo de intención de aprendizaje.

Diseño y desarrollo de sistemas de aprendizajes colaborativos. Se tienen en cuenta para el diseño y desarrollo, 7 aspectos que son:

1. Control de las interacciones colaborativas: el docente de matemáticas, busca que los estudiantes establezcan una comunicación adecuada entre ellos, teniendo en cuenta un lenguaje matemático que esté al nivel de ellos, basado en los conocimientos previos. “Por ejemplo, las formas de estructuración de las actividades, la posibilidad de espacios grupales para el trabajo, el uso de sistemas de comunicación sincrónica y asincrónica, el proceso de comunicación con el profesorado” (Salazar, 2017).
2. Los dominios de aprendizaje colaborativo: el docente busca que los grupos se sincronicen para aprender, es decir, que actúen como equipo más que como grupo, tomando decisiones en conjunto y estableciendo pautas de comportamiento en conjunto. “Los dominios de conocimiento en el aprendizaje colaborativo son de orden complejo necesitan que los grupos adquieran habilidades para: planear juntos, categorizar, memorizar y la distribución de tareas” (Salazar, 2017).

3. Tareas en el aprendizaje colaborativo: a pesar de que el docente busca siempre establecer actividades que promuevan el aprendizaje colaborativo, se le debe dar un espacio a los intereses individuales, por lo tanto, el docente también deberá estar al tanto del desarrollo de los integrantes del grupo.

En un entorno colaborativo, los participantes se enfrentan a diferentes tipos de tareas, pero, en todos los casos, una de las principales ejecuciones hace referencia a la resolución de tareas de tipo procedimental. No obstante, es un error establecer todas las actividades a partir de procesos colaborativos ya que también hay que conceder importancia a las dimensiones individuales del aprendizaje (Salazar, 2017).

4. Los entornos colaborativos de aprendizaje: es aconsejable que el docente establezca grupos de trabajo que se complementen entre sí. Es común encontrar diferentes niveles de comprensión matemática entre los estudiantes y es aconsejable tener esto en cuenta, para establecer los grupos de trabajo. “Se ha de entender entorno o ambiente colaborativo de aprendizaje, el conjunto de elementos en interrelación que constituyen un sistema que favorece el aprendizaje” (Salazar, 2017).

5. Roles en el entorno colaborativo: si los grupos de trabajo son establecidos en forma que los estudiantes se complementen, entonces, cada estudiante en función de sus habilidades matemáticas, pueden desarrollar diferentes roles que ayuden a que se dé un trabajo colaborativo efectivo, pero sin que esto implique, que algún estudiante quede rezagado del aprendizaje. “El rol de cada estudiante puede cambiar durante el proceso, pero es necesario establecer ciertas responsabilidades para asegurar que los estudiantes aprenden a trabajar en grupo, en situaciones colaborativas, donde cada uno es responsable de su propio trabajo” (Salazar, 2017).

6. Tutorización en el aprendizaje colaborativo: en este aspecto, se complementan los aspectos anteriormente descritos, en los grupos de trabajo, es importante que el docente permita que existan estudiantes con diferentes habilidades matemáticas, por otro lado, también se pueden utilizar estudiantes que apoyen a otros grupos, logrando una interacción más eficiente entre estudiantes y docente. “Hay numerosos métodos de tutorización que pueden apoyar el aprendizaje colaborativo: tutorización entre iguales, aprender enseñando, aprendizaje a través de la negociación” (Salazar, 2017).
7. Colaboración mediante apoyo tecnológico: el cual, en la actualidad, está muy al alcance de las instituciones, docentes de matemáticas y con la posibilidad de encontrar recursos matemáticos para crear ambientes de aprendizaje colaborativo. “El uso de la tecnología como medio de aprendizaje colaborativo ha tenido cambios muy sustanciales en las dos últimas décadas. Ya sea de comunicación sincrónica o asincrónica, haciendo uso de chat, correo electrónico o foros de discusión” (Salazar, 2017).

3.3.3 Aprendizaje Basado en Problemas.

El aprendizaje basado en problemas utiliza como principio el planteamiento de casos o situaciones en contexto para que un tema matemático pueda ser aprendido y esto a su vez, dándole una aplicación en la vida diaria. “Es un método de aprendizaje basado en el principio de usar problemas como punto de partida para la adquisición e integración de los nuevos conocimientos” (Salazar, 2017).

Esta teoría lleva al profesor a contar con una disponibilidad de problemas que el estudiante debe tratar de solucionar con la ayuda de un saber matemático a enseñar, y esta solución estará

guiada por el profesor para que se logre el objetivo de entender y aprender lo que se desea enseñar en matemáticas.

Características del Aprendizaje Basado en Problemas:

Métodos del ABP

La metodología consiste en una colección de problemas del contexto, cuidadosamente contruidos por grupos de profesores de materias afines que se presentan a pequeños grupos de estudiantes auxiliados por un tutor donde confluyen las diferentes áreas del conocimiento que se ponen en juego para dar solución al problema (Salazar, 2017).

Esta teoría de aprendizaje se basa en 7 pasos para su consecución:

1. Aclarar conceptos y términos: “Se trata de aclarar posibles términos del texto del problema que resulten difíciles (técnicos) o vagos, de manera que todo el grupo comparta su significado” (Salazar, 2017). El docente debe dar un refuerzo a los estudiantes del objeto matemático que va a enseñar, así los estudiantes comienzan a entrar en el contexto del problema.
2. Definir el problema: “Es un primer intento de identificar el problema que el texto plantea. Posteriormente, tras los pasos 3 y 4, podrá volverse sobre esta primera definición si se considera necesario” (Salazar, 2017). Se le da la oportunidad a los estudiantes para que reflexionen sobre el problema que está ligado al concepto matemático y así, darles un primer vistazo de la relevancia en situaciones reales.
3. Analizar el problema: “En esta fase, los estudiantes aportan todos los conocimientos que poseen sobre el problema tal como ha sido formulado, así como posibles conexiones que podrían ser plausibles” (Salazar, 2017). La reflexión ayuda a que el estudiante proponga

ideas y exponga sus opiniones, siendo guiado por el docente para que se mantenga el carácter matemático.

4. Realizar un resumen sistemático con varias explicaciones al análisis del paso anterior: “Una vez generado el mayor número de ideas sobre el problema, el grupo trata de sistematizarlas y organizarlas resaltando las relaciones que existen entre ellas” (Salazar, 2017). Aquí el trabajo se vuelve grupal, los estudiantes comparten sus ideas para ir consolidando una idea principal y general, que debe tener conexión matemática.
5. Formular objetivos de aprendizaje: “En este momento, los estudiantes deciden qué aspectos del problema requieren ser indagados y comprendidos mejor, lo que constituirá los objetivos de aprendizaje que guiarán la siguiente fase” (Salazar, 2017). Cuando se aceptan ideas conjuntas después de haber sido socializadas, se puede establecer un proceso a seguir en el aula que lleve al conocimiento matemático que se quiere enseñar.
6. Buscar información adicional fuera del grupo o estudio individual: “Con los objetivos de aprendizaje del grupo, los estudiantes buscan y estudian la información que les falta” (Salazar, 2017). El docente motiva a los estudiantes para que complementen su conocimiento, con otra información que esté conectada con el problema y en lo posible que también tenga un componente matemático.
7. Síntesis de la información recogida y elaboración del informe sobre los conocimientos adquiridos: “La información aportada por los distintos miembros del grupo se discute, se contrasta y, finalmente, se extraen las conclusiones pertinentes para el problema” (Salazar, 2017). En esta parte, la socialización de los conocimientos matemáticos adquiridos, enriquece el trabajo realizado por todos los estudiantes.

De acuerdo a Salazar (2017), las ventajas del Aprendizaje Basado en Problemas son:

- Compromete activamente a los estudiantes como responsables de una situación problemática.
- Organiza el plan de estudios alrededor de problemas holísticos que generan aprendizajes significativos e integrados.
- Crea un ambiente en el que los docentes alientan a los estudiantes a pensar críticamente y los guían en su investigación. orientándolos hacia el logro de niveles más profundos de indagación.
- Estimula su motivación intrínseca.
- Promueve el interés por el autoaprendizaje.
- Estimula la producción de estructuras de pensamiento complejo.
- Involucra a los estudiantes a trabajar en colaboración.
- Activa el conocimiento previo.
- Estimula la creatividad

El aprendizaje basado en problemas, ayuda a que los estudiantes adquieran un conocimiento matemático pero ligado a un contexto o a una situación real, esto limita la mala imagen de las matemáticas, ya que por lo general los estudiantes cuestionan su uso y dado el carácter abstracto de este saber, en muchas ocasiones se le dificulta a los profesores dar satisfacción a las expectativas de los alumnos.

3.4 Registro de Representación Semiótica

Es la teoría planteada por Raymond Duval en donde el aprendizaje de la matemática es un campo de estudio propicio para el análisis de actividades cognitivas importantes como la conceptualización, el razonamiento, la resolución de problemas y la comprensión de textos.

Enseñar y aprender matemáticas conlleva que estas actividades cognitivas requieran además del lenguaje natural o el de las imágenes, la utilización de distintos registros de representación y de expresión (Oviedo & Kanashiro 2012)

La representación semiótica es diferente a la representación mental que pueda tener una persona sobre un objeto matemático. Si una persona tiene que solucionar un problema lo visualiza en su mente con imágenes, pero para aplicar las matemáticas, debe usar la representación semiótica de los símbolos que le permiten resolver el problema.

Según la teoría de las representaciones semióticas, para obtener el concepto matemático, se usan dos de sus características:

- El uso de más de un registro de representación semiótica.
- La creación y el desarrollo de sistemas semióticos nuevos se constituye en símbolo de progreso de conocimiento.

El docente de matemáticas debe ayudar a que los estudiantes interioricen los símbolos matemáticos usadas en diferentes conceptos, así ellos pueden crear un vínculo entre la abstracción matemática y la comprensión del objeto matemático.

Un Sistema Semiótico debe tener:

- 1) “La presencia de una representación identificable” (Oviedo & Kanashiro 2012).
- 2) “El tratamiento de una representación, que es la transformación de la representación dentro del mismo registro donde ha sido formulada” (Oviedo & Kanashiro 2012).
- 3) “La conversión de una representación, que es la transformación de esa representación en otra forma de representación de otro registro en la que se conserva la totalidad o parte del significado de la representación inicial” (Oviedo & Kanashiro 2012).
- 4) “Considerar el análisis de la producción de los estudiantes” (D’Amore 2006)

3.4.1 Los Sistemas de Representación Semiótica y las TIC

En la actualidad el uso de las TIC a permitido impulsar la Teoría de Duval, ya que, por medio de las herramientas tecnológicas como los computadores, tablet, aplicativos matemáticos, es posible visualizar las diferentes representaciones matemáticas que permiten dar una mejor comprensión de los diferentes temas.

Por representaciones se entiende, en el ámbito de las matemáticas, notaciones simbólicas o gráficas, o bien manifestaciones verbales, mediante las que se expresan los conceptos y procedimientos en esta disciplina, así como sus características y propiedades más relevantes (Gruszycki 2015)

En la enseñanza de la matemática, los docentes disponen de muchas opciones de representación de los diferentes conceptos, como pueden ser “gráficas, las representaciones semióticas ayudan a llevar el concepto a una mejor comprensión para el estudiante, la noción de función, existe un registro gráfico, uno algebraico o analítico y uno tabular, y aunque hay otros, estos han sido lo más usados en enseñanza hasta hoy” (Gruszycki 2015).

Según la Revista Educativa Al Tablero, el uso de las TIC tiene diferentes beneficios a la hora de ser usados para la enseñanza de diversos temas matemáticos, tales como son:

- Es una herramienta pedagógica y didáctica que aprovecha nuestra capacidad multisensorial.
- Este tipo de recursos puede provocar la transformación de los estudiantes de receptáculos pasivos de información a partícipes más activos de su proceso de aprendizaje
- Permiten al maestro revelar al alumno nuevas dimensiones de sus objetos de enseñanza, como también permite que privilegie su rol como facilitador del aprendizaje.

- El docente puede variar y enriquecer los contenidos académicos aprovechando las múltiples fuentes de internet y fomentar la capacidad de trabajo colaborativo mediante herramientas como el correo electrónico o el chat.
- Es parte integral de la educación moderna ya que se convierte en una herramienta de uso comunitario que facilita el desarrollo de actividades escolares colaborativas, desde cualquiera de las áreas temáticas del currículo.
- La actividad tecnológica implica el desarrollo y crecimiento del talento humano como un proceso cooperativo, espontáneo y efectivo.
- Las opciones pedagógicas y didácticas apoyadas en las TIC estimulan y ofrecen condiciones para el aprendizaje exploratorio.

3.5 Características del texto escolar

A la hora de diseñarse un texto de matemáticas, se deben tener en cuenta algunas características que ayudarán a que este sea pertinente para lograr la meta del conocimiento en el estudiante. A la hora de crear un texto sobre un tema matemático, es importante tener en cuenta:

- Una relación estrecha con las pautas curriculares y programáticas: el texto debe estar creado de forma tal, que contenga los requerimientos legales y propuestos por las entidades del Estado (Moya 2008).
- Un lenguaje escrito, idiomáticamente correcto y adaptado al usuario: específicamente, brindar un lenguaje comprensible en vocabulario, edad de los estudiantes, sintaxis, estilo sencillo, facilidad de lectura, uso regulado de terminología técnica (Moya 2008).

- Un lenguaje gráfico apropiado: para el saber matemático, es importante usar gráficos, tablas, diagramas, desarrollos numéricos y ayudas móviles generadas por las TIC (Moya 2008).
- Un conjunto de valores positivos, que contribuya a la formación del educando: los textos deben buscar estimular en el estudiante diversas sensaciones como valores, convivencia, curiosidad, pensamiento crítico e investigativo (Moya 2008).
- Un contenido suficiente, actualizado y con validez científica para el respectivo grado escolar: lo que corresponde a segmentar en forma adecuada las diferentes hojas del texto, teniendo en cuenta una secuencia y la cantidad de información que se quiera relacionar al objeto de enseñanza para reforzarla o complementarla (Moya 2008).

3.6 Programa Geogebra en la enseñanza de la matemática:

El uso de programas para la enseñanza de la matemática, es un recurso que se está comenzando a volver parte de las labores educativas debido por dos factores, primero la tendencia a surtir a las instituciones educativas de herramientas tecnológica que ayuden a la enseñanza y segundo, la tendencia de los cambios en las prácticas docentes a la hora de enseñar. Una de las ayudas que se adaptan a estos dos factores es el programa matemático Geogebra.

Geogebra es un programa que contiene una gran cantidad de menús, con los que se puede tratar diversos temas matemáticos en diferentes representaciones, muestra gran cantidad de posibilidades, no sólo a nivel matemático, sino también, de presentaciones en otros formatos, convirtiéndolo en un programa amplio y flexible, estimulante de la creatividad, “GeoGebra es una herramienta que motiva el trabajo colaborativo y constructivista basado en interacción entre

los diferentes grupos de trabajo y el docente a través de procesos de inter aprendizaje”

(Barahona, 2015).

En Geogebra se pueden trabajar aspectos gráficos, numéricos, aspectos variados sobre funciones, movimientos en el plano, representaciones gráficas dinámicas, simulaciones, entre otras muchas. Todas estas posibilidades, hacen que la enseñanza de la matemática pueda darse en forma más eficiente.

El aprendizaje cooperativo es el contexto adecuado para un curso de matemáticas. Para las actividades de docencia tradicionales deben ser sustituidas, por un aula interactiva que permita orientar las tareas. La función principal de la enseñanza no es dar una conferencia, explicar, o tratar de "transferencia" del conocimiento matemático, sino crear situaciones para los estudiantes que fomenten la toma de las construcciones mentales necesarias (Barahona, 2015).

El programa Geogebra cuenta con una presentación muy cómoda en forma visual y tras unas breves explicaciones, se puede adaptar a los estudiantes para realizar ciertas actividades sencillas. Cuenta en su pantalla con una sección de presentación algebraica-numérica, posee otra sección gráfica y una sección adicional de entrada de datos. A parte de esto, cuenta con íconos que permiten desarrollar diversas construcciones gráficas y además con menús desplegables que brindan la posibilidad de desarrollar más funciones (algebraicas, numéricas, gráficas) o para modificaciones de presentación.

Esto hace de Geogebra una herramienta muy completa y pertinente a la hora de enseñar conceptos matemáticos.

3.7 Códigos de Respuesta Rápida QR

Los códigos QR (QuickResponse) se presentan como un código de barras de reconocimiento visual por medio de celulares con pantalla.

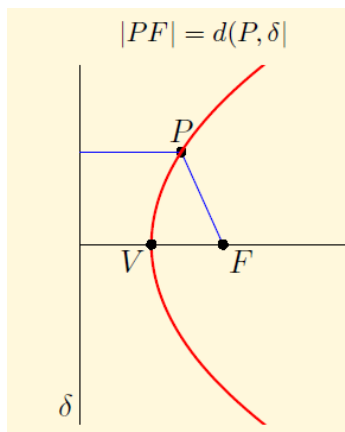
Estos códigos son un reemplazo de los códigos de barra anteriores, ya que, por su disposición horizontal y vertical, permiten guardar una mayor cantidad de información. “Dentro de las características técnicas de estos códigos es que pueden contener mucha más información que los antiguos códigos de barras. Concretamente, pueden contener hasta 4.296 caracteres alfanuméricos, 7.089 caracteres numéricos, 2.953 caracteres codificados como byte y 1.817 caracteres japoneses” (Dipucadiz).

Dada la practicidad de estos códigos QR, se utilizan en diversos aspectos sociales como lo son publicidad, educación, ventas, instructivos, escarapelas, entre otros. Para el aspecto educativo, permite dar complemento a herramientas educativas al brindar la posibilidad de remitir estudiantes, en forma rápida, a otros espacios virtuales educativos, y ayudan a su vez a clarificar o complementar los conocimientos.

3.8 La Parábola

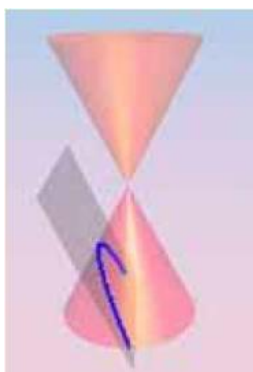
La Parábola es la gráfica que se obtiene de la función cuadrática $f(x) = x^2$. Al ubicar todos los puntos de una función cuadrática en el plano cartesiano, se obtiene una curva que se llama **Parábola**, la palabra que proviene del griego *παράβολή* que se refiere a “lanzar algo”, esto es ya que un objeto al ser lanzado, tiene una trayectoria parecida a la gráfica formada por una parábola.

“También se define la Parábola como un lugar geométrico de los $P(x, y)$, que equidistan de una recta fija δ llamada directriz y un punto fijo F llamado foco” (González 2004).



Tomado de *Las Cónicas. Proyecto MATEX. Pág. 21 (González 2004)*

La Parábola es una de las 4 secciones cónicas definidas por Apolonio de Pérgamo (262-190 a.C), presentadas en su obra “Las Cónicas”, en la cual se estudia los diferentes cortes planos que se le pueden realizar a un cono. “Depende de cómo se corten, las secciones resultantes serán círculos, elipses, hipérbolas o parábolas. Aunque estos conceptos no tuvieron la posibilidad de ser aplicados a la ciencia de su época, su importancia ha quedado plenamente justificada con el paso del tiempo” (González 2004). La Parábola surge de un corte plano transversal realizado en el cono.



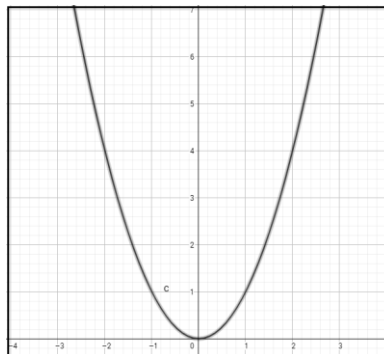
Tomado de *Las Cónicas. Proyecto MATEX. Pág. 3 (González 2004)*

La función cuadrática de la cual se obtiene la Parábola tiene diferentes formas de representación:

Forma Polinómica de la Función Cuadrática:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

En la forma polinómica, a (Término Cuadrático), b (Término Lineal) y c (Término Independiente) son números reales con $a \neq 0$



Parábola en su posición básica, cuando $a=1$ y $b=c=0$

La variación de valores en los reales de a, b y c llevan a que la parábola tome diferentes posiciones en el plano cartesiano:

- $a > 0 \Rightarrow$ La parábola abre hacia arriba.
- $a < 0 \Rightarrow$ La parábola abre hacia abajo.
- $0 < |a| < 1 \Rightarrow$ La parábola se abre.

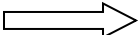
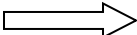
- $|a| > 1 \Rightarrow$ La parábola se cierra.
- $c > 0 \Rightarrow$ La gráfica se desplaza hacia arriba.
- $c < 0 \Rightarrow$ La gráfica se desplaza hacia abajo.
- Si a y b tienen el mismo signo, la gráfica se desplaza hacia la izquierda.
- Si a y b tienen distinto signo, la gráfica se desplaza hacia la derecha.

Cortes de la parábola en los ejes

Los cortes de la parábola con los ejes están dados por la ecuación:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Para la solución de esta ecuación, se pueden usar varios métodos como son el uso del procedimiento de **factorización** en el cual el término cuadrático desaparece y se pueden obtener dos valores posibles de x .

Ecuación Cuadrática		Factorización		Soluciones
$ax^2 + bx + c = 0$		$(x \pm a)(x \pm b) = 0$		$(x \pm a) = 0$ $(x \pm b) = 0$

Otra forma de solución está dada por la **fórmula general**:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

La fórmula general contiene el llamado **Discriminante**: $b^2 - 4ac$

Con ayuda del discriminante, se puede conocer que diferentes soluciones se obtienen:

$b^2 - 4ac > 0$ Se obtienen dos soluciones

$b^2 - 4ac = 0$ Se obtienen una solución

$b^2 - 4ac < 0$ Se obtienen soluciones con números complejos

Se establece de lo anterior, que el cálculo de estos cortes puede llevar a soluciones que indican cortes en dos puntos, cortes en un punto o corte en ningún punto.

Forma Canónica de la Función Cuadrática:

$$f(x) = a(x - h)^2 + k$$

En esta forma $a \neq 0$, h y k pueden tomar cualquier valor real. Cada uno de estos representa:

Si $a > 0$:

- Las ramas de la parábola se orientan hacia la y positiva (hacia arriba).
- La función decrece en el intervalo $(-\infty, 0)$ y crece en $(0, +\infty)$.

Si $a < 0$:

- Las ramas de la parábola se orientan hacia la y negativa (hacia abajo).
- La función crece en el intervalo $(-\infty, 0)$ y decrece en $(0, +\infty)$.

Si $h > 0$

- La parábola se desplaza sobre el eje x , hacia la x positiva (a la derecha).

Si $h < 0$

- La parábola se desplaza sobre el eje x , hacia la x negativa (a la izquierda).

Si $h > 0$

- La parábola se desplaza sobre el eje y , hacia la y positiva (hacia arriba).

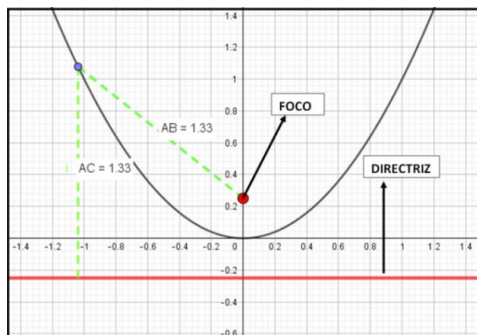
Si $k < 0$

- La parábola se desplaza sobre el eje y , hacia la y negativa (hacia abajo).

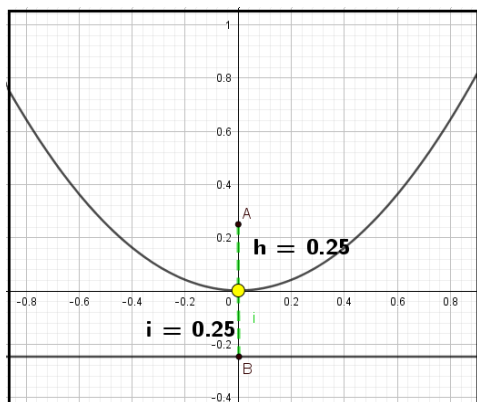
Con la ayuda de despejes algebraicos se puede llegar de la forma polinómica de la función cuadrática, a la forma canónica.

Elementos de la Parábola:

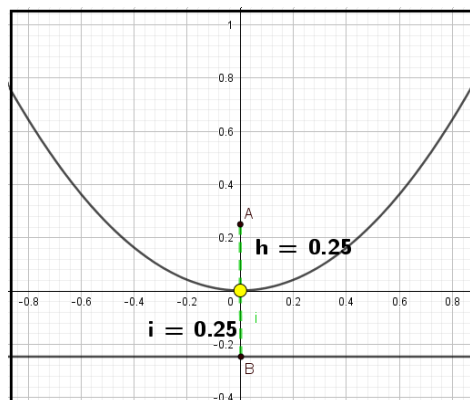
Foco (F) y Directriz (D): Punto y Recta cuyas distancias a cualquier punto de la parábola son iguales.



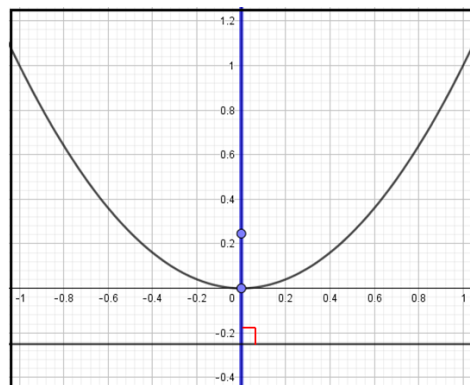
Vértice (V): Punto que establece el eje de simetría de la parábola. El vértice queda a la mitad de distancia entre el foco y la directriz.



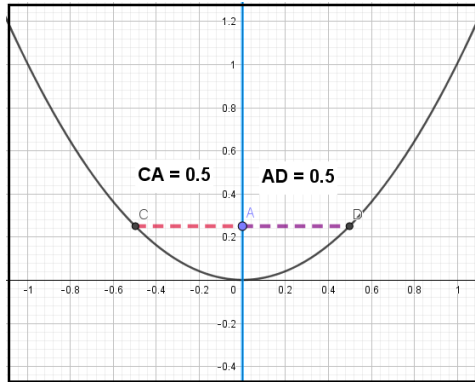
Distancia Focal (p): Es la distancia entre el Foco y el vértice y entre la directriz y el vértice.



Eje de Simetría: Recta que pasa por el Foco y es perpendicular a la Directriz.



Lado Recto: Recta que pasa por el Foco y es perpendicular al Eje de Simetría.



4. Metodología

4.1 Investigación Cualitativa

El presente trabajo está elaborado bajo una metodología de carácter cualitativo. Se busca entender la influencia que se da en los procesos de enseñanza, el diseño y aplicación de un texto escolar en un grupo de estudiantes. Por medio de la observación, se analizará el desarrollo y ajustes realizados en la aplicación del texto, llegando a profundizar en las influencias que este depara en el docente. “El enfoque cualitativo se selecciona cuando el propósito es examinar la forma en que los individuos perciben y experimentan los fenómenos que los rodean, profundizando en sus puntos de vista, interpretaciones y significados” (Hernández, 2014).

4.2 Investigación Descriptivo-Interpretativa

El proceso de observación, lleva a dar una redacción detallada sobre lo que el observador percibe en el ambiente que se está investigando, qué ocurre en los diferentes momentos de la investigación, esto es con el fin, de poder redactar a los lectores de la investigación, los detalles notados que se perciben como relevantes, pero aun así, implica ser muy preciso y en lo máximo, no ignorar momentos que puedan parecer poco importantes, pero que teóricamente, pueden ser de gran valor . “La descripción del ambiente es una interpretación detallada de casos, seres vivos, personas, objetos, lugares específicos y eventos del contexto, y debe transportar al lector al sitio de la investigación” (Hernández, 2014).

El proceso de redacción de la observación, está acompañado de una interpretación de lo que sucede, es decir, junto con la descripción, se dan una formulación de opiniones sustentadas teóricamente, sobre lo que ocurre en el proceso investigativo, es de aclarar, que estos detalles deben tener una sustentación en investigaciones previas, con el fin de no caer en dictámenes

sesgados y que puedan resultar poco objetivos. “La literatura es útil para detectar conceptos claves y nutrirnos de ideas sobre análisis, así como entender mejor los resultados, evaluar las categorías relevantes y profundizar en las interpretaciones” (Hernández, 2014).

4.3 Diseño de la Metodología

Las experiencias previas en la enseñanza del tema de la representación gráfica de la función cuadrática, ha llevado a establecer las diferentes dificultades que los estudiantes muestran a la hora de identificar la relación de los diversos componentes de la parábola, esto debido a la limitación que presentan los recursos de aula como son los tableros, carentes de dinamismo, colorido e interacción con los estudiantes, en este punto, se ha podido identificar una dificultad de enseñanza reflejado en la poca comprensión del tema y el tiempo requerido en poder llegar a resultados aceptables en la enseñanza del concepto.

Una vez identificado el problema de enseñanza, se hace el diseño del modelo pedagógico y el diseño del libro de texto, para después hacer la construcción de una unidad de texto orientada al problema de aprendizaje identificado, esta unidad se soporta con las teorías que guían la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Las teorías usadas son las Teorías del Aprendizaje Colaborativo (AC), Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) y el Aprendizaje Autónomo (AA). El texto se soportará con las Didácticas de las Representaciones Semióticas (RS) y el Conocimiento Didáctico del Contenido (CDC) y el enfoque pedagógico Socioconstructivista. Para la creación del libro de texto se tiene en cuenta el componente TIC, el cual es soporte del aprendizaje de la temática de la unidad.

Una vez creada la unidad de del libro de texto, se elaborará una unidad didáctica con el fin de aplicar el texto creado a un grupo de estudiantes, se recolectará información extraída de las

actividades realizadas por los estudiantes en el texto y se analizará dicha información para establecer los beneficios de este en la enseñanza de la representación gráfica de la función cuadrática.

Por pacto con el asesor del trabajo, se decidió que el diseño del texto, estuviera fundamentado con diversas teorías didácticas mostradas en el Marco Teórico. El “esqueleto” o diseño inicial del texto, está basado en la teoría de las Representaciones Semióticas de Duval, en donde las páginas de este, tratan de mostrar diversas representaciones de la Parábola: visual, algebraico, argumentativo.

Dentro de este diseño, el texto se divide en portada (1 página), portadilla (1 página), teoría (6 páginas), ejercitación (8 páginas), evaluación (6 páginas). Se aclara, que por situaciones de diseño e información la cantidad de páginas variaron.

Se pactó otras características del texto, como letra calibri tamaño 10, con flexibilidad en su tamaño según necesidades del diseño. Según el marco teórico, se maneja un tipo de lenguaje sencillo y corto, actividades con características vinculadas a las teorías de aprendizaje y para dar actualidad y contexto al texto, se muestra desde los DBA versión 2, planteados por Ministerio de Educación en el año 2016.

5. Análisis e interpretaciones

5.1 Creación del texto escolar, interpretación y análisis

No	Análisis	Interpretación
I1	Se crea el texto escolar para la enseñanza de la Parábola , los elementos de la parábola, la ecuación canónica de la parábola y problemas de aplicación teniendo en cuenta varias partes para conformar el texto como son: portada, portadilla, teoría, ejercicios de práctica y evaluación. Se tienen en cuenta diferentes aspectos teóricos para el diseño del texto como son el Socioconstructivismo, Representaciones Semióticas, Aprendizajes autónomo, colaborativo y basado en problemas, uso de las TIC.	Lo que significa que el docente, tuvo en cuenta para la creación del texto, una secuencia temática, conectividad entre temas y estructuras que permitieran llevar este texto a un ambiente escolar tal como se indica en el conocimiento didáctico general relacionado con la gestión de la clase, control de normas sociales, relaciones con los niños, estrategias de motivación y organización de la clase y conocimiento del currículo organización de las temáticas, secuenciación de los contenidos, utilización de los materiales y recursos, planeaciones, evaluación y seguimiento del proceso de enseñanza y aprendizaje (Velásquez 2013).
I2	Se buscó una imagen para ubicarse en la portada que fuera representativa del tema de la Parábola en el texto escolar. Las temáticas sobre el mismo tema que son los elementos de la parábola, la ecuación canónica de la Parábola y problemas de aplicación. Estos temas serán relacionados con la imagen en el desarrollo del texto.	Lo que significa que el docente busca mostrar una representación inicial y acorde a la intención del texto escolar tal como se indica el tener la presencia de una representación identificable y usar más de un registro de representación (Oviedo 2012), además de que desde el Socioconstructivismo se requiere de un entorno social ya que es un proceso social (Salazar 2017).
I3	Se escribió en la portada uno de los DBA estipulados por el MEN y que se relaciona con la enseñanza y aplicaciones de la Parábola . Los elementos de la Parábola que en el texto trabajan varios pensamientos como son el numérico, geométrico y variacional.	Lo que significa que el docente que el docente debe dar un carácter normativo a la elaboración del texto escolar, tal como se indica Basado en los lineamientos curriculares, desarrollo de competencias, estándares propuestos por el MEN (Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos, Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos, Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos y Analíticos y DBA)
I4	Se mostró en la portadilla un ejemplo de graficación de una Parábola con el uso de la ecuación cuadrática, mostrando una tabla de valores obtenidas de la ecuación y se muestra la imagen de la Parábola, esto para que los estudiantes reproduzcan y repasen el concepto gráfico de la Parábola, previo a la introducción de los nuevos temas.	Lo que significa que el docente usa los saberes previos para comenzar el aprendizaje de los nuevos conocimientos tal como se plantea en el socioconstructivismo sobre los saberes previos del niño/a que le permiten realizar nuevas tareas o construir nuevos conocimientos (Salazar 2017). Los conocimientos de los que ya disponen los alumnos deben ser suficientes y les ayudarán a construir los nuevos aprendizajes que se proponen en el problema (Salazar 2017). Se brinda la posibilidad de recrear

conceptos previos y asimilarlos con los nuevos que va adquiriendo (**Salazar 2017**).

15	<p>El ejercicio propuesto en la portadilla, lleva unas preguntas de reflexión sobre el origen de los valores del X y Y en la ecuación de la Parábola, al igual que sobre la forma de la gráfica, que los estudiantes responderán después de realizar el ejercicio y que posteriormente, les permitirá darse una calificación sobre el nivel de su conocimiento clasificadas en: NO COMPRENDO, ENTIENDO POCO, COMPRENDO BIEN.</p>	<p>Lo que significa que el docente busca conocer qué nivel tienen los estudiantes y así poder tomar decisiones sobre el trabajo en equipo que ellos realizarán tal como se expresa en que surgen debates y preguntas que acabarán siendo usados como objetivos de aprendizaje (Salazar 2017).</p>
16	<p>Se escribe en la portadilla una pregunta donde la palabra Parábola no se menciona pero que tiene relación con la aplicación de la Parábola, está pregunta será leída por los estudiantes y este se complementará con un vínculo a un video que tendrá la dirección o un código QR para complementar la pregunta.</p>	<p>Lo que significa que el docente busca que el estudiante le vea una intención al conocimiento que va a adquirir y cómo este, no es ajeno a su entorno, tal como se indica en que surgen debates y preguntas que acabarán siendo usados como objetivos de aprendizaje (Salazar 2017). Favorece la posibilidad de interrelacionar distintas materias o disciplinas académicas (Salazar 2017).</p>
17	<p>Se diseña en la teoría 4 temas de repaso sobre ubicación de puntos en el plano cartesiano, medidas de segmentos en el plano cartesiano, propiedad distributiva, productos notables y definición de diámetro. Estos conceptos se necesitarán para los nuevos temas del texto sobre la Parábola y que los estudiantes desarrollarán directamente en el texto con ayuda de ejemplos explicativos. Los estudiantes podrán clasificar la dificultad o facilidad para la solución de los ejercicios.</p>	<p>Lo que significa que el docente busca recordar en los estudiantes, saberes previos que permitan crear nuevos conocimientos que deben estar disponibles, deben ser suficientes y ayudarán a construir nuevos aprendizajes que se proponen en el problema (Salazar 2017). Surgen debates y preguntas que acabarán siendo usados como objetivos de aprendizaje (Salazar 2017).</p>
18	<p>En la teoría se dan las diferentes definiciones que el texto quiere enseñar a los estudiantes, estas son, definición de Parábola, Foco, Directriz, Vértice, Distancia Focal, Eje de Simetría y Lado Recto.</p>	<p>Lo que significa que el docente quiere mostrar a los estudiantes definiciones que puedan comprenderse en forma adecuada tal como lo indica: Lenguaje claro y comprensible. Lenguaje escrito idiomáticamente correcto y adaptado al usuario (Moya 2008).</p>
19	<p>La forma de presentación de los temas en la teoría se da en varias formas, una definición formal en donde los elementos de la Parábola tienen una descripción matemática de lo que son y se muestran gráficamente, un ejemplo explicativo-gráfico y una aclaración numérica con ejercicios cortos, señalando así diferentes representaciones de los diversos conceptos.</p>	<p>Lo que significa que el docente quiere dar al estudiante distintas formas de comprensión del tema tal como se indica en dar una presentación de la información en diferentes formas: gráficos, tablas, diagramas, etc. (Moya 2008). Usar más de un registro de representación (Oviedo 2012).</p>

I10	Cada definición de la Parábola y los elementos de la parábola en la teoría, va ligada a una ayuda móvil creada con el programa Geogebra para dar uso a las TIC, para que el estudiante se dirija a ella una vez leído cada uno de las definiciones de los elementos de la Parábola en la parte teórica. Estas ayudas a su vez se culminan con ejercicios cortos en cada concepto que se quiere definir, para reforzar el concepto.	Lo que significa que el docente quiere consolidar la comprensión del concepto por medio del uso de las TIC tal como se indica de que es una herramienta pedagógica y didáctica que aprovecha nuestra capacidad multisensorial, este tipo de recursos puede provocar la transformación de los estudiantes de receptáculos pasivos de información a partícipes más activos de su proceso de aprendizaje, permiten al maestro revelar al alumno nuevas dimensiones de sus objetos de enseñanza, como también permite que privilegie su rol como facilitador del aprendizaje, es parte integral de la educación moderna ya que se convierte en una herramienta de uso comunitario que facilita el desarrollo de actividades escolares colaborativas, desde cualquiera de las áreas temáticas del currículo, la actividad tecnológica implica el desarrollo y crecimiento del talento humano como un proceso cooperativo, espontáneo y efectivo. Las opciones pedagógicas y didácticas apoyadas en las TIC estimulan y ofrecen condiciones para el aprendizaje exploratorio (Altablero 2004).
I11	Finalizando las definiciones en la teoría, se pasa a un ejercicio corto de ubicar nombres de elementos de la Parábola , donde los estudiantes resumirán las definiciones anteriormente vistas correspondientes a Foco, Directriz, Vértice, Distancia Focal, Eje de Simetría y Lado Recto.	Lo que significa que el docente quiere que el estudiante afiance y comprenda si los conocimientos fueron adquiridos en forma adecuada tal como se indica en proponer situaciones de aprendizaje significativas para complementar, profundizar o poner en práctica el conocimiento (Moya 2008).
I12	Se crea en la teoría la parte correspondiente a la ecuación canónica de la Parábola , se da la definición formal numérica y se muestran varias representaciones gráficas con diferentes posiciones en el plano cartesiano. Un ejemplo explicativo-gráfico que podrá graficarse en Geogebra, desde el punto de vista de la solución numérica en la ecuación canónica y su expresión gráfica. Adicional dos ejercicios similares que el estudiante resolverá en el mismo texto.	Lo que significa que el docente quiere que el estudiante reproduzca los ejercicios en forma escrita y en el PC, para así dar mayor claridad a la explicación tal como se indica el dar un tratamiento pedagógico de los temas presentados. Un conjunto de valores positivos, que contribuya a la formación del educando. Adicional se busca Lenguaje claro y comprensible. Presentación de la información en diferentes formas: gráficos, tablas, diagramas, etc. (Moya 2008). Este tipo de recursos puede provocar la transformación de los estudiantes de receptáculos pasivos de información a partícipes más activos de su proceso de aprendizaje. Permiten al maestro revelar al alumno nuevas dimensiones de sus objetos de enseñanza, como también permite que privilegie su rol como facilitador del aprendizaje (Altablero 2004).
I13	Dentro de la teoría, se muestra la definición de Paraboloide el cual es una definición que será	Lo que significa que el docente quiere dar un nuevo concepto necesario para los siguientes aprendizajes y

<p>necesaria para la comprensión de los ejercicios aplicativos vinculados a las Antenas Parabólicas. Se da una definición formal, se dan ayudas visuales con figuras y ayuda de Geogebra para su comprensión, usando así el apoyo de las TIC.</p>	<p>trata de darlo de forma clara y comprensible tal como se indica en dar un lenguaje claro y comprensible. Presentación de la información en diferentes formas: gráficos, tablas, diagramas, etc. (Moya 2008). Un tratamiento pedagógico de los temas presentados. Un conjunto de valores positivos, que contribuya a la formación del educando (Moya 2008).</p>
<p>I14 Por último en la teoría, se muestran dos ejemplos de ejercicios aplicativos en donde la Parábola y las antenas parabólicas tienen una relación, llevando así la temática a otra representación. El estudiante debe leer, analizar y relacionar los conceptos antes vistos, así como también comprender a que se refería los inicios del texto en cuanto a las preguntas y lecturas que se daban en la portadilla.</p>	<p>Lo que significa que el docente quiere dar un sentido al aprendizaje para que este sea comprendido como algo usado en la realidad y tiene un propósito tal como lo indica, que sea un lenguaje claro y comprensible. Presentación de la información en diferentes formas: gráficos, tablas, diagramas, etc. Usar más de un registro de representación (Moya 2008). Un lenguaje gráfico apropiado. Un contenido suficiente, actualizado y con validez científica para el respectivo grado escolar. Un tratamiento pedagógico de los temas presentados (Moya 2008).</p>
<p>I15 En la ejercitación del texto, llamada Gimnasio Matemático, se establecen 6 diferentes ejercicios sobre la Parábola, estos son basados en los elementos de la parábola, el uso de la ecuación canónica y aplicaciones con antenas parabólicas. Los ejercicios son para resolverse entre pares en el mismo texto y los cuales tratan de abarcar todos los conocimientos vistos en la parte teórica. Así se quiere lograr que los estudiantes practiquen desde el aprendizaje autónomo, colaborativo y basado en problemas.</p>	<p>Lo que significa que el docente busca que los estudiantes utilicen los conocimientos adquiridos para practicarlos y consolidar el conocimiento, tal como se indica el que se requiere un entorno social. Escuchar al estudiante y pedirle que comunique los significados construidos (Salazar 2017). Usar más de un registro de representación. (Oviedo 2012).</p>
<p>I16 En la ejercitación, se busca que los estudiantes se roten la solución de los ejercicios sobre la Parábola para que estos no sean resueltos por una sola persona, generando un ambiente socioconstructivista. Esto permite lograr que todos practiquen y se colaboren de diferente forma, por lo cual se crea una manera de indicar quien es el responsable de realizar la escritura de solución por medio de caras en las cuales marcarán sus nombre y señalarán en cada ejercicio que se resuelva, indicando quién es el autor principal de la solución.</p>	<p>Lo que significa que el docente quiere dar participación a todos los estudiantes con el fin de que todos logren consolidar los conocimientos, tal como se indica en tener Interactividad entre pares, reflexión común, intercambio de ideas, análisis de un tema en común (Salazar 2017).</p>
<p>I17 Los dos primeros ejercicios de la ejercitación, en donde se tratan los elementos de la Parábola y la ecuación canónica, se establecen desde el Aprendizaje Autónomo, guiando al estudiante</p>	<p>Lo que significa que el docente busca que los estudiantes trabajen como equipo buscando la solución por sí mismos, tal como se indica en diseñar una actividad concreta, el alumno debe trabajar de</p>

dentro del mismo texto para que deba recurrir al docente en la forma más mínima posible.

forma guiada para conseguir un determinado objetivo de aprendizaje. El alumno tendrá un margen de movimiento en su respuesta, pero siempre dentro de unos límites preestablecidos. Sin embargo, a la vez, debemos garantizar que adquiera unas habilidades que le permitan ir desarrollando esas actividades con un grado de autonomía creciente. La forma de conseguirlo consiste en exigir al alumno que desarrolle un proceso de reflexión para que sea consciente de su propia forma de aprender (**Salazar 2017**)

I18

Se plantean en la ejercitación, tres preguntas reflexivas en cuanto al Foco, el Vértice y la Directriz, los estudiantes deberán discutir y responder una vez terminado el primer ejercicio.

Lo que significa que el docente busca que los estudiantes realicen procesos cognitivos y metacognitivos que les permita llevar los ejercicios a un nivel de análisis y autoanálisis tal como se indica en los procesos cognitivos que son procesos internos que permiten la activación sináptica a través de la cual se procesa la información y el conocimiento. El desarrollo de estrategias cognitivas, favorecer el conocimiento y el análisis de las condiciones en que se produce la resolución de un determinado tipo de tareas o el aprendizaje. Procesos metacognitivos son los procesos mediante los cuales el sujeto es capaz de analizar y comprender cómo ocurren sus propios procesos y productos cognitivos. La adquisición de estrategias metacognitivas permite desarrollar la toma de conciencia y control de los procesos y productos cognitivos (**Salazar 2017**).

I19

En la ejercitación los dos primeros ejercicios están elaborados para que los estudiantes manejen tiempos, hablen entre ellos, realicen las actividades conforme a las indicaciones y usen las herramientas que tienen a la mano para desenvolverse adecuadamente, estas herramientas incluyen principalmente la parte teórica del texto referente a todas las definiciones y ejercicios explicados sobre la **Parábola**.

Lo que significa que el docente busca que los estudiantes se autorregulen en sus acciones y se motiven a desarrollar estrategias para solucionar los ejercicios tal como lo plantea la capacidad de generar pensamientos, sentimientos y actuaciones por parte del estudiante, orientados a conseguir objetivos. La autorregulación más que una capacidad mental o una habilidad académica, es un proceso de autodirección mediante el cual los estudiantes transforman sus capacidades en habilidades académicas. Citado por (**Salazar 2017**). El desarrollo de estrategias cognitivas, favorecer el conocimiento y el análisis de las condiciones en que se produce la resolución de un determinado tipo de tareas o el aprendizaje (**Salazar 2017**). Los procesos motivacionales, el querer aprender; los sentimientos afectivos, placer por aprender; orientados a favorecer una predisposición emocional para optimizar la calidad del aprendizaje. El control de respuestas afectivo emocionales

favorables hacia el aprendizaje, permite aumentar la conciencia del estudiante sobre su estado afectivo motivacional (**Salazar 2017**).

I20	<p>Los dos siguientes ejercicios de la ejercitación, referentes a la ecuación canónica, foco y lado recto, se establecen desde el Aprendizaje Colaborativo, buscando que los estudiantes adquieran roles diferentes y se ayuden entre sí para resolver las actividades.</p>	<p>Lo que significa que el docente busca que los estudiantes realicen diferentes funciones en forma responsable, con el fin de solucionar los ejercicios tal como se indica en considerar que para que el aprendizaje colaborativo se produce en un entorno conversacional como acto mediado por la palabra y el discurso, o sea, los participantes tienen que intentar establecer diálogos, negociaciones, explicaciones. Como base para que haya un intercambio debe haber experiencias previas compartidas, estrategias para obtener información, maneras de argumentar las ideas y propuestas, formas de evaluar las aportaciones de los demás, repetir y reformular lo que dicen los otros (Salazar 2017). Hace referencia a la preparación que desarrolla el estudiante en relación con su responsabilidad en la actividad que hay que realizar. Este aspecto es especialmente importante para la motivación del que aprende (Salazar 2017).</p>
-----	---	--

I21	<p>En la ejercitación, los roles desde el aprendizaje colaborativo que se dan a los estudiantes, son los de manipulador del texto en su parte teórica en todo lo referente a la Parábola especialmente el uso de la ecuación canónica, el que soluciona el ejercicio en los espacios disponibles en el texto y el que administra tiempos y realiza preguntas al docente. Estos roles son especificados en el mismo texto, dando libertad a los estudiantes para que seleccionen cuales quieren realizar.</p>	<p>Lo que significa que el docente busca crear en los estudiantes la interdependencia positiva, tratar de dar dominios a la ayuda colaborativa, resolución de tipo procedimental y cambio de roles tal como es indicado en la interdependencia positiva como la que consiste en suscitar la necesidad de que los miembros de un grupo tengan que trabajar juntos para realizar el trabajo encomendado. Para ello el docente propone una tarea clara y un objetivo grupal para que los alumnos sepan que se hundirán o saldrán a flote juntos. pero hay que tomar decisiones sobre la responsabilidad de la ejecución de la tarea, los dominios de conocimiento en el aprendizaje colaborativo son de orden complejo necesitan que los grupos adquieran habilidades para: planear juntos, categorizar, memorizar y la distribución de tareas (Salazar 2017). En un entorno colaborativo, los participantes se enfrentan a diferentes tipos de tareas, pero, en todos los casos, una de las principales ejecuciones hace referencia a la resolución de tareas de tipo procedimental. El análisis y la resolución de problemas son fundamentales. Sin embargo, este hecho no quiere decir que las tareas tengan que centrarse de forma exclusiva en este tipo de</p>
-----	---	--

actividades (**Salazar 2017**).

<p>I22</p> <p>Esta parte de la ejercitación es creada teniendo en cuenta diversas consideraciones de tipo colaborativo como medio para llegar a resultados esperados en cuanto al uso de la ecuación canónica de la Parábola y diferentes valores que se pueden extraer de esta, vinculándolo a algunas definiciones como el foco y la directriz.</p>	<p>Lo que significa que el docente crea un ambiente colaborativo en donde tenga control de la actividad, crea un modo de comunicación entre los estudiantes, crea los roles de los estudiantes y permite que existan tutoriales entre grupos tal como se indica al controlar las tareas, hace referencia al tipo de interacción y participación del profesorado y de los estudiantes. Si bien es necesario planificar y dejar claro el lugar donde se sitúa el control mencionado, a menudo dependerá mucho del tipo de interacción que se dé entre los estudiantes, el nivel de la responsabilidad asumido, las capacidades comunicativas. Se refiere al modo de establecer un sistema de apoyo a la comunicación entre los participantes. Un sistema de aprendizaje colaborativo puede tener una parte activa en el análisis y el control de la colaboración. El diseño de un entorno de aprendizaje colaborativo necesita considerar el tamaño del grupo, las formas de participación, así como la distribución de los roles. El rol de cada estudiante puede cambiar durante el proceso, pero es necesario establecer ciertas responsabilidades para asegurar que los estudiantes aprenden a trabajar en grupo, en situaciones colaborativas, donde cada uno es responsable de su propio trabajo (Salazar 2017). Son las diversas interacciones que apoyan el aprendizaje, entre alumnos en el mismo nivel, entre el alumno y el alumno experto y entre el alumno y el maestro (Salazar 2017).</p>
<p>I23</p> <p>Los dos últimos ejercicios de la ejercitación, se establecen desde el Aprendizaje Basado en Problemas llevando a los estudiantes a ejercicios aplicados a situaciones de la realidad en donde los elementos de la Parábola y la ecuación canónica son usados, aquí se usan las antenas parabólicas para explicar las aplicaciones, se brinda información adicional en cuanto a las antenas parabólicas y cómo se relaciona con los elementos de la parábola, específicamente con el foco y se dan también esquemas que sirvan de guía en la solución de los problemas.</p>	<p>Lo que significa que el docente busca que los estudiantes usen los conocimientos adquiridos para resolver un problema que puede ser relacionado con una creación visible en el diario vivir como son las antenas parabólicas, tal como se indica en un método de aprendizaje basado en el principio de usar problemas como punto de partida para la adquisición e integración de los nuevos conocimientos (Salazar 2017). Se trata de aclarar posibles términos del texto del problema que resulten difíciles (técnicos) o vagos, de manera que todo el grupo comparta su significado (Salazar 2017).</p>
<p>I24</p> <p>Estos ejercicios de la ejercitación, llevan conceptos de los elementos de la Parábola y procedimientos numéricos de la ecuación canónica antes vistos por los estudiantes, serán</p>	<p>Lo que significa que el docente busca que los estudiantes comprendan nuevos conocimientos con ayuda de los anteriormente vistos y se generen intercambio de ideas entre ellos tal como es indicado</p>

usados por ellos en la solución de los problemas que se les plantean, enfocados en hallar la ubicación del foco o el diámetro adecuado de una antena parabólica.

por tener conocimientos disponibles de los estudiantes ayudan a construir nuevos conocimientos propuestos en un problema. Surgen debates y preguntas que se usan como objetivo de aprendizaje (Salazar 2017).

-
- | | | |
|-----|--|---|
| I25 | <p>Los últimos problemas de la ejercitación, tienen una secuencia que lleva información del problema a resolver sobre antenas parabólicas, preguntas necesarias sobre diferentes conceptos de la Parábola y que son necesarios, además preguntas reflexivas sobre la utilidad de los conceptos de los elementos de la parábola, procedimiento de solución en procesos numéricos de la ecuación canónica y preguntas finales de análisis.</p> | <p>Lo que significa que el docente quiere construir un proceso basado en la metodología de los pasos de un Aprendizaje basado en problemas tal como se explica en definir el problema, Analizar el problema, realizar un resumen sistemático con varias explicaciones al análisis del paso anterior, formular objetivos de aprendizaje, buscar información adicional fuera del grupo y síntesis de la información recogida (Salazar 2017).</p> |
| I26 | <p>Como última parte del texto escolar, se crea lo correspondiente a la evaluación, la cual consta de ejercicios similares a los presentados en la teoría y la ejercitación en el Gimnasio Matemático en cuanto a los elementos de la Parábola, la ecuación canónica y las aplicaciones con las antenas parabólicas, tratando de abarcar todos las variaciones vistas como son conceptos, ubicación de los elementos de la parábola en el plano cartesiano, procesos numéricos con la ecuación canónica de la parábola. Igualmente cada ejercicio se complementa con preguntas que serán respondidas por los estudiantes relacionados con el análisis de sus propios logros en cuanto a los conceptos enseñados de la Parábola.</p> | <p>Lo que significa que el docente quiere que el texto abarque la importancia de la evaluación como una forma de que el estudiante reflexione para sí mismo el proceso realizado tal como se muestra en que la evaluación es parte constitutiva de los procesos de enseñanza y aprendizaje y debe incluirse de principio a fin como elemento constitutivo de este proceso, de tal forma que se convierta en un factor decisivo para la cualificación y, por supuesto, para el logro de las competencias definidas. En este escenario, las competencias se consideran como un saber hacer en contexto; es decir, son “capacidades demostradas con suficiencia” y flexibilidad (Gutiérrez 2011).</p> |
| I27 | <p>La evaluación del texto se crea con ejercicios para resolver por los estudiantes, estos ejercicios están acompañados de preguntas que les permiten a los estudiantes evaluar su propio desempeño en la solución de las actividades planteadas. Las preguntas son estándar y se realizan en cada uno de los ejercicios de la evaluación, buscan revisar qué tanto la teoría y ejercicios sobre los diferentes temas de la Parábola les sirvieron para solucionar los puntos de la evaluación, a qué información de conceptos de la Parábola o de procesos numéricos de las ecuaciones canónica se remitieron más para buscar ayuda, cómo fue el desempeño del grupo desde las diferentes propuestas de los aprendizajes autónomo,</p> | <p>Lo que significa que el docente busca que la evaluación sea formativa y formadora, así como la obtención de información (necesidad) y valorar lo realizado por los estudiantes (acción) en el desarrollo del texto tal como se indica en que el primero, alude al maestro y tiene como principal propósito la regulación interactiva del proceso de enseñanza y aprendizaje que le da la oportunidad de hacer seguimiento a sus estudiantes y apoyarlos en el logro y utilización de competencias de regulación. El segundo, se refiere al estudiante y tiene como finalidad el logro de su máxima autonomía y responsabilidad, de tal forma que sea capaz de autorregular sus procesos de aprendizaje, fortaleciendo los triunfos alcanzados y planteando</p> |

colaborativo y basado en problemas. Estos resultados permitirán al docente analizar la comprensión que los estudiantes alcanzaron a desarrollar en el proceso y cómo su trabajo conjunto ayudó en este objetivo.

maneras de gestión de los errores que puedan aparecer formadora (Gutiérrez 2011). De un lado, el profesor tiene la necesidad de obtener información en cuanto al proceso de aprendizaje del estudiante; de igual manera, con referencia a la acción, el profesor debe devolver los resultados y tomar decisiones que le permitan cualificar el desempeño de los estudiantes identifican (Gutiérrez 2011).

I28 El diseño de la evaluación, está dado para que los estudiantes busquen la solución de los ejercicios con la ayuda del texto en su parte teórica y en la ejercitación realizada, buscando en ambas, definiciones de los elementos de la **Parábola** o de los procesos con las ecuaciones canónicas de la Parábola. No se les da una opción de gestión para la solución, sino que depende de sus propias decisiones y de los conocimientos que recuerden, para que observen que tanto aprendieron de lo estudiado.

Lo que significa que el docente quiere lograr que los estudiantes por su propia cuenta y con una ayuda mínima del docente resuelvan los ejercicios, respondan las preguntas bajo su propio criterio y regulación tal como se indica en los planteamientos sobre la educación escolar, la evaluación le permite a los estudiantes autonomía para la gestión de sus aprendizajes así como de los métodos y los medios que utiliza en el desarrollo de su proceso de aprendizaje (Gutiérrez 2011). El concepto de autorregulación se caracteriza por dos aspectos fundamentales: el primero porque atiende a la implicación del sujeto en la actividad y en la tarea; la que asume de manera tranquila y reflexiva, y en la que identifica expresiones de la realidad que relaciona con la teoría estudiada. El segundo, por la preeminencia que asigna al lenguaje, en especial al diálogo, y al lenguaje interno como aspecto de autorregulación de las actuaciones (Gutiérrez 2011).

I29 Cada pregunta de la evaluación, tiene al final un grupo de preguntas con los espacios para que los estudiantes respondan de acuerdo a su criterio y también con el docente en el caso de ellos requerirlo, pero el docente siempre manifiesta que para este espacio cualquier respuesta es igualmente válida, no está enfocada tanto en el conocimiento sino en la percepción de los estudiantes. Las preguntas son referidas especialmente a qué tanto la teoría y el gimnasio matemático sirvió, sobre los diferentes temas de la **Parábola**, para solucionar los puntos de la evaluación, a qué información de conceptos de la Parábola o de proceso numéricos de las ecuaciones canónica se remitieron más para buscar ayuda, cómo fue el desempeño del grupo desde las diferentes propuestas de los aprendizajes autónomo, colaborativo y basado en problemas.

Lo que significa que el docente busca que el texto genere un ambiente de autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación tal como se indica en Autoevaluación: Los estudiantes valoran de manera reflexiva su proceso de aprendizaje, teniendo en cuenta la construcción de conocimiento, las destrezas, habilidades, las responsabilidades, las relaciones, la aplicación en contexto. Heteroevaluación: El docente valora el proceso de aprendizaje de los estudiantes, teniendo en cuenta los propósitos y las competencias involucradas. Incluye aspectos cognitivos, afectivos, relacionales y de aplicación en contexto. En este momento, para el maestro la evaluación es un proceso de comprensión, el cual, desde la complejidad, le implica hacer parte del proceso, involucrarse, colocarse en el lugar del estudiante sin perder su lugar social como maestro. Coevaluación: Corresponde a la valoración mutua que realizan estudiantes entre sí y con los profesores en relación con el proceso de enseñanza y

aprendizaje. En ella se antepone el diálogo y la negociación como una forma de construcción de significados. (Gutiérrez 2011)

I30	<p>En la evaluación, no se incluyen guías para que el estudiante busque la solución en forma precisa, ellos deben recordar lo anteriormente realizado en cuanto a Elementos de la Parábola, ecuación canónica y aplicaciones en las antenas parabólicas, basados en esto, buscar la mejor manera de resolver cada uno de los ejercicios propuestos, pero aún así, son ejercicios fácilmente relacionables con actividades anteriores debido a su parecido.</p>	<p>Lo que significa que el docente espera que los estudiantes por sí mismos, busque cómo solucionar los ejercicios y se ayuden mutuamente para lograrlo, con poca ayuda del docente, tal como se señala en que la regulación se lee, también, en la capacidad docente para planificar y desarrollar procesos de enseñanza en perspectiva de la realidad de los estudiantes y de asumir la evaluación como parte del acompañamiento y la ayuda para que ellos puedan construir el conocimiento escolar. Así, la evaluación le permite al maestro, “analizar de manera habitual y sistemática las formas de enseñanza desarrollada y facilita el ajuste de la enseñanza a las características del proceso de aprendizaje de sus estudiantes” (Gutiérrez 2011)</p>
I31	<p>En la evaluación, se da poca ayuda del docente a los estudiantes, una vez realizados los procesos de solución de los diferentes ejercicios sobre la Parábola, se debe revisar cuales fueron sus alcances, sus estrategias, sus errores y aciertos para analizar desde un ámbito amplio todo lo que alcanzaron a conseguir.</p>	<p>Lo que significa que el docente quiere analizar en los estudiantes el proceso más que el resultado final, así tendrá una visión de los logros y de los aspectos a mejorar para llegar a otros resultados tal como se plantea en una evaluación, centrada más en los procesos que en los resultados, en la que sea el estudiante con la ayuda docente y de los compañeros, quien asuma progresivamente la responsabilidad de su aprendizaje y que para ello comprenda y utilice la evaluación como un medio para el logro de las metas y propósitos (Gutiérrez 2011)</p>
I32	<p>Los ejercicios sobre conceptos de la Parábola que se plantean en la evaluación, buscan que los estudiantes perciban qué aprendieron y además, que no deben recurrir a sus compañeros, docente o texto para solucionar, así mismo, que aprendizajes no quedaron tan claras que necesiten una revisión y qué deben volver a releer para comprender, así cada ejercicio es relacionable con otros muy parecidos. Solo un ejercicio busca que con los conceptos de los elementos de la Parábola, se observe la comprensión conceptual al relacionar gráficas con ecuaciones canónicas de la Parábola.</p>	<p>Lo que significa que el docente busca que el texto genere indicadores de qué tan viable es el uso del texto con poco acompañamiento o qué debe tener especial atención del docente para guiar al estudiante así como se refiere a la necesidad de abordar lo pedagógico a partir de la presentación y resolución de casos que demanden al estudiante la superación de dificultades en situaciones realistas y trascendentales desde el punto de vista de los contenidos y del contexto social; diseñando indicadores que den cuenta de la autorregulación lograda por los estudiantes a través del proceso. Los indicadores pueden definirse a partir de tres momentos: la orientación de la tarea, la ejecución del plan de acción y la autoevaluación del proceso y de respuesta de la tarea (Gutiérrez 2011).</p>

La evaluación lleva al final de cada ejercicio sobre elementos de la **Parábola**, ecuación canónica y aplicaciones en las antenas parabólicas, 3 tipos de preguntas como son la dificultad del ejercicio, la utilidad de los recursos disponibles y el trabajo en grupo, todas las preguntas serán respondidas desde la percepción de los estudiantes.

I33

Lo que significa que el docente quiere buscar indicadores que muestren aspectos como la orientación, ejecución y evaluación tal como es indicado en identificar indicadores para cada uno de los momentos enunciados -En la orientación de la tarea: Conocimientos y experiencias previas, motivación por la tarea, expectativas de logro y acciones o estrategias de resolución prevista, -En la ejecución del plan de acción: acciones desarrolladas, logro de competencias comunicativas orales y escritas, la rigurosidad en el desarrollo del trabajo, apoyos utilizados, obstáculos y dificultades, proceso de grupo y cooperación, esfuerzos, habilidades comprometidas, profundización, dominios alcanzados, dedicación, motivación. -En la autoevaluación del proceso y de respuesta de la tarea: autorreflexión sobre el proceso de aprendizaje, alcances y limitaciones, perspectiva de cambio y de transformación (**Gutiérrez 2011**).

El proceso de evaluación como un componente de aplicación constante en el aula, parte desde los conocimientos previos sobre gráficas de la **Parábola**, el desarrollo de los nuevos conceptos de la Parábola y la consecución de procesos finales, por lo tanto todo el texto desde la portada hasta la parte evaluativa, lleva al docente a permanecer en continua atención de cómo van los estudiantes en su desarrollo.

I34

Lo que significa que el docente en el texto aplica conceptos de evaluación diagnóstica, evaluación de proceso y evaluación terminal, teniendo un propósito y un momento tal como se indica en evaluación diagnóstica: Incluye la planificación del proceso educativo a desarrollar y la valoración inicial de los conocimientos de los estudiantes. Este tipo de evaluación proporciona información importante para implementar estrategias que ayuden a los estudiantes a superar sus limitaciones, además de entrada puede reorientar el proceso con relación a la propuesta planificada. Evaluación de proceso: Este tipo de evaluación se hace visible a lo largo del proceso de enseñanza – aprendizaje y se constituye como una estrategia en sí misma, ya que permite la regulación y autorregulación. La evaluación formativa es permanente y continua, permite tomar decisiones sobre la marcha y de esta forma cualifica el proceso que se desarrolla.

Evaluación terminal: Hace relación a la evaluación de los procesos terminados para identificar el logro de los objetivos y competencias propuestas (**Gutiérrez 2011**).

5.2 Creación de la secuencia didáctica

No	Análisis	Interpretación
----	----------	----------------

I35	<p>La secuencia comienza con un primer momento de explicación a los estudiantes del manejo del texto en forma general, se les habla que corresponde al elemento matemático de la Parábola, el uso del PC con el programa Geogebra para representar la Parábola en el plano cartesiano y las diferentes partes de esta vistas en el programa, al igual que las temáticas como los elementos de la parábola, la ecuación canónica y las antenas parabólicas, además los objetivos que se quieren obtener del texto.</p>	<p>Lo que significa que el docente utiliza el texto escolar como una herramienta de enseñanza sobre el tema de la Parábola y los subtemas que el mismo texto planea, tal como indica Selección de un andamiaje o mediación que facilite la construcción colaborativa de conocimientos. La Mediación del aprendizaje es vista principalmente como una relación que existe entre el docente, el contenido y el estudiante, donde el primero interviene como mediador del conocimiento entre los otros dos; es decir, es el docente quien promueve y emplea todas las acciones necesarias para que el contenido sea aprendido y comprendido por el estudiante apoyándolo para que pueda alcanzar y desarrollar su potencial, el cual no lograría sin recibir dicho apoyo; a medida que el estudiante vaya alcanzando las competencias, el apoyo irá disminuyendo (Peña, Educación Inicial)</p>
I36	<p>Se explica en forma más detallada la parte correspondiente a portada y portadilla (primera y segunda hojas), las cuales contienen una figura de una antena parabólica, los ejes temáticos sobre la Parábola, un DBA relacionado, un ejercicio de graficación de una ecuación cuadrática para la obtención de la parábola y unas preguntas de reflexión. Se habla sobre la lectura de estas dos partes del texto, manejo y solución de los ejercicios o actividades propuestas en el texto.</p>	<p>Lo que significa que el docente comienza a darle uso al texto por partes según la creación de este, teniendo en cuenta la intención en el proceso de aprendizaje basado en teorías Socio Constructivistas tal como se indica teoría es la Nueva Zona de Desarrollo Próximo: Cuando se crea ZDP en los estudiantes, mediado por la ayuda del profesor o de un compañero "recorre" esa zona construyendo conocimiento, se establecen nuevos niveles de desarrollo real y potencial, que delimitan una nueva ZDP. Ayuda y ajuste de la ayuda. En esta teoría, el conocimiento es activamente construido por el sujeto, partiendo de los previos, para así dar origen a uno nuevo. Asimilación y la acomodación (Peña, Educación Inicial)</p>
I37	<p>Se indica al grupo el modo de trabajar por parte del grupo, conformando grupos de 3 personas con roles específicos para buscar que todos participen. Se les da instrucciones de lectura por turnos y realizar las actividades directamente en el texto. Este proceso será desarrollado en todo el proceso de texto escolar, conservándose los mismos grupos con variaciones leves. Todo esto enfocado en las diferentes propuestas socioconstructivistas y de aprendizajes autónomo, colaborativo y basado en problemas.</p>	<p>Lo que significa que el docente quiere crear un entorno social y cooperativo para que los estudiantes construyan los nuevos conocimientos como se indica Se requiere de un entorno social ya que es un proceso social. el aprendizaje cooperativo que sucede cuando el niño/a representa, comunica o intercambia los significados que ha construido de manera que el estudiante aprende más eficazmente cuando lo hace en forma cooperativa (Peña, Educación Inicial)</p>
I38	<p>Se explica en forma más detallada la parte correspondiente a la Teoría sobre la Parábola (página 2), los elementos de la Parábola como el foco, directriz, vértice, distancia focal, eje de simetría, lado recto (páginas 2 a la 5), ecuación canónica (páginas 6 y 7) y aplicaciones en las antenas parabólicas (páginas 8 a la 10). Se explica la lectura del texto, manejo y solución de los ejercicios o actividades propuestas en el texto, el cual tiene aspectos teóricos, diversas representaciones y uso de TIC con el programa Geogebra.</p>	<p>Lo que significa que el docente comienza a darle uso al texto por partes según la creación de este, teniendo en cuenta la intención en el proceso de aprendizaje basado en teorías Socio Constructivistas tal como se indica teoría es la Nueva Zona de Desarrollo Próximo: Cuando se crea ZDP en los estudiantes, mediado por la ayuda del profesor o de un compañero "recorre" esa zona construyendo conocimiento, se establecen nuevos niveles de desarrollo real y potencial, que delimitan una nueva ZDP. Ayuda y ajuste de la ayuda. En esta teoría, el conocimiento es activamente construido por el</p>

<p>I39</p> <p>Se explica en forma más detallada la parte correspondiente a los Ejercicios del Gimnasio Matemático (Páginas 11 a la 17). Se explica la lectura de los ejercicios, manejo y solución de las actividades propuestas en el texto, correspondientes a ubicación de elementos de la Parábola en el plano cartesiano, procesos numéricos con la ecuación canónica de la Parábola para encontrar diversos valores relacionados con los elementos, problemas de aplicación en donde se usan la ecuación canónica y algunos elementos de la parábola en las antenas parabólicas.</p>	<p>sujeto, partiendo de los previos, para así dar origen a uno nuevo. Asimilación y la acomodación (Peña, Educación Inicial)</p> <p>Lo que significa que el docente comienza a darle uso al texto por partes según la creación de este, teniendo en cuenta la intención en el proceso de aprendizaje basado en teorías Socio Constructivistas tal como se indica teoría es la Nueva Zona de Desarrollo Próximo: Cuando se crea ZDP en los estudiantes, mediado por la ayuda del profesor o de un compañero "recorre" esa zona construyendo conocimiento, se establecen nuevos niveles de desarrollo real y potencial, que delimitan una nueva ZDP. Ayuda y ajuste de la ayuda. En esta teoría, el conocimiento es activamente construido por el sujeto, partiendo de los previos, para así dar origen a uno nuevo. Asimilación y la acomodación (Peña, Educación Inicial)</p>
<p>I40</p> <p>Se explica en forma más detallada la parte correspondiente a los Ejercicios de la Evaluación (Páginas 18 a la 27), se explica la lectura de estos, manejo y solución de los ejercicios o actividades propuestas en el texto los cuales están encaminados a ubicación de elementos de la Parábola en el plano cartesiano, procesos numéricos con la ecuación canónica de la Parábola para encontrar diversos valores relacionados con los elementos, problemas de aplicación en donde se usan la ecuación canónica y algunos elementos de la parábola en las antenas parabólicas. También lo que corresponde a las respuestas de las preguntas de cada ejercicio que buscan reflexionar sobre aspectos del texto.</p>	<p>Lo que significa que el docente comienza a darle uso al texto por partes según la creación de este, teniendo en cuenta la intención en el proceso de aprendizaje basado en teorías Socio Constructivistas tal como se indica teoría es la Nueva Zona de Desarrollo Próximo: Cuando se crea ZDP en los estudiantes, mediado por la ayuda del profesor o de un compañero "recorre" esa zona construyendo conocimiento, se establecen nuevos niveles de desarrollo real y potencial, que delimitan una nueva ZDP. Ayuda y ajuste de la ayuda. En esta teoría, el conocimiento es activamente construido por el sujeto, partiendo de los previos, para así dar origen a uno nuevo. Asimilación y la acomodación (Peña, Educación Inicial)</p>
<p>I41</p> <p>La última parte de las preguntas de la evaluación, buscan tener opiniones de los estudiantes en cuanto a la utilidad del texto en el desarrollo de conocimiento de la Parábola, sus elementos, la ecuación canónica y las aplicaciones en las antenas parabólicas, la pertinencia del trabajo en grupo desde un aspecto socioconstructivista y la percepción del texto como una herramienta válida para aprender desde las diferentes representaciones y el uso de las TIC.</p>	<p>Lo que significa que el docente busca con la ayuda de la parte evaluativa del texto tener una idea general de qué tanto aprendieron los estudiantes, qué tanto el texto sirvió como herramienta para lograr este objetivo, qué tanto sirve el trabajo en grupo y qué tan necesario es la asesoría del docente tal como se indica La construcción de conocimientos se producirá como el resultado del intercambio de significados entre los estudiantes que intervienen en el proceso de aprendizaje. Se requiere de un entorno social ya que es un proceso social. Selección de un andamiaje o mediación que facilite la construcción colaborativa de conocimientos, Este andamiaje permite intervenir en la ZDP, ya que el docente crea situaciones de enseñanza que facilitan la internalización de los contenidos que el estudiante debe aprender. Escuchar al niño/a y pedirle que represente, comunique o intercambie los significados que ha construido. Construcción en común en el proceso de las actividades compartidas por el niño y el adulto, que en este caso es el profesor de la asignatura de matemática. 19. Se puede cotejar entre los diferentes estudios, que las consecuencias de</p>

adoptar un modelo constructivista en la educación matemática se manifiestan tanto en el estudiante, el cual pasaría a ser dinámico, cuestionador, analista, investigador, responsable y consciente, ya que se convierte en el agente principal que actúa para alcanzar los conocimientos; y en lo referente al docente, llevar una pedagogía constructivista, le exige mayor entrega a su profesión, mayor responsabilidad, mayor conocimiento del estudiante y su entorno. **(Peña, Educación Inicial)**

5.3 Aplicación del Texto Escolar

No	Análisis	Interpretación
I42	Las preguntas de la portadilla con respecto a la gráfica de la Parábola fueron respondidas en casi toda su totalidad con respuestas consistentes y correctas. Los estudiantes en 5 ocasiones respondieron una comprensión a medias y en 3 ocasiones, una comprensión correcta del ejercicio. El docente en la mayoría de oportunidades debió asesorar a los estudiantes sobre la solución del ejercicio y la comprensión de las preguntas, aunque estos se podían trabajarlas inmediatamente sin muchas complicaciones.	Lo que significa que el docente no debe profundizar mucho en esta parte introductoria a la temática y que los estudiantes puedan continuar con la intención del texto, tal como se plantea en los conocimientos de los que ya disponen los alumnos deben ser suficientes y les ayudarán a construir los nuevos aprendizajes que se proponen en el problema (Salazar 2017) .
I43	En la teoría, la parte correspondiente a los temas de repaso que serán usados para los nuevos conceptos sobre la Parábola , se observa que la mayoría de los estudiantes lo resuelven con cierta facilidad o después de una guía del docente, se aproximan a la solución en forma correcta. Solo unos pocos grupos encuentran dificultad en una de las partes de solución geométricas y en la parte numérica, en donde se detectan algunos errores en la solución.	Lo que significa que el docente utiliza estos temas de repaso para lograr que los estudiantes recuerden conceptos que serán aplicables en algún momento del desarrollo del texto tal como se indica Saberes previos que permitan crear nuevos conocimientos (Salazar 2017) y surgen debates y preguntas que acabarán siendo usados como objetivos de aprendizaje (Salazar 2017) .
I44	En la teoría, la parte correspondiente a los elementos de la parábola , los ejercicios cortos planteados no fueron resueltos en su totalidad, en todos los grupos siempre faltaron algunos por ser solucionados. La participación en su mayoría fueron activos con el fin de buscar guía por parte del docente, el trabajo con las ayudas de Geogebra no creó demasiada confusión en los estudiantes, en algunos pocos casos, el trabajo en grupo no fue el adecuado pero se notó un trabajo positivo en la mayoría.	Lo que significa que el docente pudo obtener participación por parte de los estudiantes con la ayuda de diferentes sistemas de representación tal como se indica en Presentación de la información en diferentes formas: gráficos, tablas, diagramas, etc. (Moya 2008) y usar más de un registro de representación (Oviedo 2012) . Así mismo, el docente logra con ayuda del programa Geogebra, hacer que los estudiantes relacionen la teoría con las ayudas TIC buscando mayor claridad a lo aprendido, en forma grupal y cooperativa tal como se indica Este tipo de recursos puede provocar la transformación de los estudiantes de receptáculos pasivos de información a partícipes más activos de su proceso de aprendizaje, Es parte integral de la educación moderna ya que se convierte en una herramienta de uso comunitario que facilita el desarrollo de actividades escolares colaborativas, desde cualquiera de las áreas temáticas del currículo

		<p>y La actividad tecnológica implica el desarrollo y crecimiento del talento humano como un proceso cooperativo, espontáneo y efectivo (Altablero 2004). Por último, el docente usa sus conocimientos para poder guiar a los diferentes grupos en la comprensión de los diferentes conceptos a aprender según SCHULMANN en el conocimiento pedagógico del contenido, se vincula la matemática con la pedagogía, uso de didáctica, estrategias de aprendizaje y mediadores del proceso de enseñanza aprendizaje (Velásquez 2013).</p>
I45	<p>En la teoría, la parte correspondiente a la ecuación canónica de la parábola, se observa que todos los grupos, en forma separada, recurrieron a la ayuda del docente para la explicación de este tema. El tema tenía una parte de interpretación geométrica y otra teórica numérica, las cuales debieron ser explicadas por el docente y posterior a esto, los estudiantes pudieron desenvolverse más activamente en el tema, en ejercicios propuestos y en gráficos en Geogebra. De todos modos, se encontraron dificultades a la hora de extraer datos de gráficos y de soluciones numéricas básicas, como en la multiplicación de signos.</p>	<p>Lo que significa que el docente se ayudó con el texto para que los estudiantes pudieran combinar diferentes formas de representación del tema, usando la información necesaria tal como se indica en Presentación de la información en diferentes formas: gráficos, tablas, diagramas, etc. (Moya 2008) y Usar más de un registro de representación (Oviedo 2012). Así mismo, el docente logra con ayuda del programa Geogebra, ver como la teoría propuesta tiene un vínculo en el programa y se logran objetivos esperados como observar la gráfica tal como se indica Las opciones pedagógicas y didácticas apoyadas en las TIC estimulan y ofrecen condiciones para el aprendizaje exploratorio (Altablero 2004). Por último, el docente usa sus conocimientos para poder guiar a los diferentes grupos en la comprensión de los diferentes conceptos a aprender según SCHULMANN en el conocimiento pedagógico del contenido, se vincula la matemática con la pedagogía, uso de didáctica, estrategias de aprendizaje y mediadores del proceso de enseñanza aprendizaje (Velásquez 2013).</p>
I46	<p>En la teoría, la parte correspondiente al Paraboloide, requiere algunos conceptos antes vistos como el vértice y el de la parábola. También se necesita la explicación del docente, el cual en cada grupo da la explicación respectiva y lo complementa con la ayuda de Geogebra, así establece una conexión entre Parábola, Paraboloide y Antena Parabólica.</p>	<p>Lo que significa que el docente utiliza la información del texto para vincular la aplicación con la teoría matemática, con el fin de dar un uso al tema que se está enseñando tal como se indica Lenguaje claro y comprensible (Moya 2008) y Usar más de un registro de representación (Oviedo 2012). Usa la expectativa del estudiante para dar profundidad al concepto según SCHULMANN en el conocimiento de los alumnos, del contexto de sus necesidades, interés, expectativas y de sus características (Velásquez 2013).</p>
I47	<p>En la teoría, la parte correspondiente a los ejercicios aplicativos, en donde la Parábola se vincula con el Paraboloide, se debe dar a cada grupo la aclaración del vínculo entre Foco y Antena Parabólica, el cual es el tema de estos ejercicios. La parte que corresponde a los datos extraídos de gráficos (geométrico), no necesita mayor explicación en la mayoría de los grupos. La parte de los despejes (numérico), es donde debe darse un apoyo más claro a los estudiantes que buscan asesoría, ya que el desarrollo mostrado en el texto, no es muy claro para algunos.</p>	<p>Lo que significa que el docente debe dar ayuda en estos conceptos a los estudiantes ya que se les dificulta vincular los conocimientos adquiridos con nuevas situaciones y deben ser guiados por el docente tal como se indica en: Usar más de un registro de representación. Un lenguaje gráfico apropiado. Un contenido suficiente, actualizado y con validez científica para el respectivo grado escolar. Un tratamiento pedagógico de los temas presentados (Moya 2008).</p>

- I48 En la ejercitación, con una intención de **Aprendizaje Autónomo** (páginas 11 a la 13), se da una constante ayuda del docente para la solución de los ejercicios sobre los elementos de la **Parábola** y la ecuación canónica, los estudiantes poco recurren a las ayudas dadas en el texto. Las ayudas del docente más pedidas son las correspondientes a procesos numéricos y en algunas pocas, a explicaciones geométricas. El uso de puntos (x,y) del plano cartesiano en los procesos debió ser explicado completamente por el docente, se esperaba que los estudiantes lo solucionaran, pero no se dio. Ningún grupo realizó la solución completa de los ejercicios. El segundo ejercicio, fue con poca guía del docente, lo que generó varios errores y mucha incompletitud en este. Las preguntas reflexivas sobre foco negativo, vértice con $(h,k)=(0,0)$ y directriz, fueron resueltas con algunos errores, especialmente en lo numérico.
- I49 En la ejercitación, con una intención de **Aprendizaje Colaborativo** (páginas 14 a la 15), se da poca ayuda por parte del docente a los estudiantes por iniciativa de los propios escolares, se nota una interpretación de la parte geométrica de la **Parábola** en el plano cartesiano más acertada y en la parte numérica, se nota mejoría pero todavía se presentan algunos errores. El error más notable se da en la parte c) del ejercicio 4) (página 15) ya que el uso de la ecuación canónica es incorrecto, los estudiantes usan la que venían utilizando y no notan el cambio de la dirección (error geométrico). Se presentaron, 3 de los 8 grupos que no actuaron acorde a las indicaciones del aprendizaje colaborativo, lo cual llevó a que los ejercicios no sean terminados.
- Lo que significa que el docente escucha las dudas de los estudiantes para saber cómo actuar y guiarlos conjuntamente en el aprendizaje tal como lo dice Escuchar al estudiante y pedirle que comunique los significados construidos (Salazar 2017). Interactividad entre pares, reflexión común, intercambio de ideas, análisis de un tema en común (Salazar 2017). El docente también motiva al estudiante a recurrir al texto antes de esperar que se le brinde todas las herramientas, se le ayuda a buscar estrategias para que se desenvuelvan solos tal como se indica en generar pensamientos, sentimientos y actuaciones por parte del estudiante, orientados a conseguir objetivos. La autorregulación más que una capacidad mental o una habilidad académica, es un proceso de autodirección mediante el cual los estudiantes transforman sus capacidades en habilidades académicas (Salazar 2017). El desarrollo de estrategias cognitivas, favorecer el conocimiento y el análisis de las condiciones en que se produce la resolución de un determinado tipo de tareas o el aprendizaje (Salazar 2017). El docente también busca que el estudiante se conozca a sí mismo para el logro de objetivos con lo que tiene disponible como se menciona en La adquisición de estrategias metacognitivas permite desarrollar la toma de conciencia y control de los procesos y productos cognitivos. (Salazar 2017) y según SCHULMANN el conocimiento didáctico general relacionado con la gestión de clase, control de normas sociales, relacionales, estrategias de motivación y organización de la clase (Velásquez 2013).
- Lo que significa que el docente sigue siendo un factor necesario para que los estudiantes lleguen al desarrollo correcto de los requerimientos de los ejercicios tal como se indica Escuchar al estudiante y pedirle que comunique los significados construidos (Salazar 2017). Interactividad entre pares, reflexión común, intercambio de ideas, análisis de un tema en común (Salazar 2017). El docente aún debe guiar al estudiante con ayuda del texto y estar activo en el desarrollo que estos hacen, así como se indica el aprendizaje colaborativo se produce en un entorno conversacional como acto mediado por la palabra y el discurso, o sea, los participantes tienen que intentar establecer diálogos, negociaciones, explicaciones (Salazar 2017). A pesar de esto, el docente nota problemas en el desarrollo de los ejercicios por lo que esto influye en los resultados tal como se muestra Hace referencia al tipo de interacción y participación del profesorado y de los estudiantes. Si bien es necesario planificar y dejar claro el lugar donde se sitúa el control mencionado, a menudo dependerá mucho del tipo de interacción que se dé entre los estudiantes, el nivel

	<p>de la responsabilidad asumido, las capacidades comunicativas (Salazar 2017). Son las diversas interacciones que apoyan el aprendizaje, entre alumnos en el mismo nivel, entre el alumno y el alumno experto y entre el alumno y el maestro (Salazar 2017) y según SCHULMANN el conocimiento didáctico general relacionado con la gestión de clase, control de normas sociales, relacionales, estrategias de motivación y organización de la clase (Velásquez 2013).</p>
<p>I50</p> <p>En la ejercitación, con una intención de Aprendizaje Basado en Problemas (páginas 16 a la 17), la ayuda del docente volvió a ser necesaria para los grupos que llegaron hasta esta parte, pero también pudieron recurrir al aprendizaje adquirido y a una comprensión de la teoría sobre la Parábola y las antenas parabólicas, presentándose intercambio de ideas. Se presenta mejor desempeño en la selección de los datos numéricos para aplicarse en la ecuación canónica pero con algunas falencias. También en los procesos numéricos de la ecuación canónica se dan con algunas falencias, pero en general, unas acciones adecuadas. La parte geométrica ubicando la Parábola en el plano cartesiano sigue siendo de correcta interpretación. Los grupos manifiestan que la teoría y lo aprendido sirvió de guía para la solución, pero aún así el docente es requerido en varias oportunidades. Del ejercicio 5 en el literal c, se da una falta de datos para su solución, aún así los grupos trataron de resolverlo sin notar este error. Se presentaron, 3 de los 8 grupos que no actuaron acorde a las indicaciones del aprendizaje basado en problemas, lo cual llevó a que los ejercicios no sean terminados.</p>	<p>Lo que significa que el docente vuelve a participar más activamente en estos ejercicios ya que el cambio de enfoque en los problemas, necesitan que el estudiante sea asesorado por el docente, pero también recordándole a los grupos como el texto puede cumplir esta función tal como se indica en Aclarar conceptos y términos: Se trata de aclarar posibles términos del texto del problema que resulten difíciles (técnicos) o vagos, de manera que todo el grupo comparta su significado. Analizar el problema: En esta fase, los estudiantes aportan todos los conocimientos que poseen sobre el problema tal como ha sido formulado, así como posibles conexiones que podrían ser plausibles (Salazar 2017) y según SCHULMANN el conocimiento didáctico general relacionado con la gestión de clase, control de normas sociales, relacionales, estrategias de motivación y organización de la clase (Velásquez 2013).</p>
<p>I51</p> <p>En la evaluación, el primer punto (páginas 18 y 19) en donde deben relacionarse gráficos de Parábolas con ecuaciones canónicas, es clasificado por la mayoría de los grupos como de una dificultad media y pocos lo clasificaron como muy fácil, le dan mayor validez a la ayuda dada por el Gimnasio Matemático, pero la parte de la Teoría también es referenciada por algunos grupos. El trabajo en grupo es resaltado por todos los grupos con unas calificaciones altas. De los grupos, 2 no respondieron esta parte.</p>	<p>Lo que significa que el docente puede encontrar en el texto muchos conceptos y procedimientos que los estudiantes, en sus diversas formas de aprendizaje, pudieron comprender e interpretar llevando al concepto de evaluación formativa y formadora tal como se indica En el encuentro entre el docente y el estudiante como protagonistas del proceso educativo emergen los conceptos de evaluación formativa y evaluación formadora (Gutiérrez 2011).</p>
<p>I52</p> <p>En la evaluación, el segundo punto (páginas 20 y 21) en donde se calculan valores y se ubican en el plano cartesiano elementos de la Parábola, es clasificado por la mayoría de los grupos como de una dificultad media y pocos lo clasificaron como muy fácil, un grupo lo clasificó como dificultoso. Se recalca mucho la dificultad de los procesos numéricos, pero también la ayuda que da la teoría, ejemplos o Gimnasio para solucionar este inconveniente. Se da un equilibrio entre la Teoría</p>	<p>Lo que significa que el docente en el texto debe dar más apoyo y aclaración a los estudiantes en la parte de los ejercicios del Gimnasio, ya que se generan algún tipo de olvidos que hace que los estudiantes no se desenvuelvan correctamente tal como se indica en la convergencia de estos dos tipos de evaluación (formativa y formadora), se identifican dos elementos fundamentales: la necesidad y la acción. De un lado, el profesor tiene la necesidad de obtener información en cuanto al proceso de aprendizaje del</p>

	y el Gimnasio como base para la guía en solución de problemas. Se da una buena referencia al trabajo en grupo.	estudiante; de igual manera, con referencia a la acción, el profesor debe devolver los resultados y tomar decisiones que le permitan cualificar el desempeño de los estudiantes (Gutiérrez 2011).
I53	En la evaluación, el tercer punto (páginas 22 y 23) similar al anterior pero la Parábola abre sobre el eje x, es clasificado por la mayoría de los grupos como de una dificultad media y pocos lo clasificaron como muy fácil, un grupo lo clasificó como difícil. Este ejercicio era similar al anterior pero cambiaba la dirección de la Parábola por lo cual debí cambiar también la ecuación canónica de esta, a lo cual solo un grupo notó esta diferencia. Aún así, los grupos se notaron más confiados ya que tenían un referente de solución y destacaron equilibradamente, la ayuda de la Teoría o del Gimnasio para la ayuda de solución. Hubo un grupo que no resolvió este ejercicio.	Lo que significa que el docente puede usar el texto como guía para el estudiante pero siempre recalando en este, tener en cuenta los pequeños detalles que hacen que los ejercicios puedan tener cambios leves, pero que no ser detectados, llevan al estudiante al error tal como se muestra La regulación se lee, también, en la capacidad docente para planificar y desarrollar procesos de enseñanza en perspectiva de la realidad de los estudiantes y de asumir la evaluación como parte del acompañamiento y la ayuda para que ellos puedan construir el conocimiento escolar (Gutiérrez 2011).
I54	En la evaluación, el cuarto punto (páginas 24 y 25) en donde se trabajan de la Parábola el foco, directriz y lado recto con la ayuda de la ecuación canónica y el plano cartesiano, es clasificado por la mayoría de los grupos como de una dificultad media y lo clasificaron como muy fácil. Este ejercicio tenía procesos iguales a los anteriores pero con preguntas nuevas relacionadas, a lo cual los estudiantes se desarrollaron con más facilidad pero aún así, cometieron algunos errores y no respondieron completamente lo solicitado por el ejercicio. Destacan en general la ayuda del texto como guía en la solución y comprensión del ejercicio y que la colaboración grupal fue mejor. De los grupos, 2 no respondieron esta parte.	Lo que significa que el docente debe usar el texto en forma que los estudiantes tengan en cuenta qué se les solicita y puedan resolver en forma correcta lo que se les pide, que sean operativos pero también reflexivos tal como se indica En el marco de la propuesta Vigotskiana, el concepto de autorregulación se caracteriza por dos aspectos fundamentales: el primero porque atiende a la implicación del sujeto en la actividad y en la tarea; la que asume de manera tranquila y reflexiva, y en la que identifica expresiones de la realidad que relaciona con la teoría estudiada (Gutiérrez 2011).
I55	En la evaluación, el quinto punto (páginas 26 y 27) en donde se trabajan conceptos de la Parábola como el foco, la ecuación canónica y las antenas parabólicas, es clasificado por la mayoría de los grupos como de una dificultad media o difícil. En este ejercicio se reproducía un ejercicio aplicativo, pero a pesar de las ayudas que el texto presentaba y los ejercicios realizados en el Gimnasio, todos los grupos recurrieron al docente para una explicación activa o moderada. Aún así, la mayoría de los grupos, comprendieron la solución, pudieron entender la relevancia de los conceptos y entender el ejercicio. La ayuda del Gimnasio o de la Teoría fue muy equilibrada en general para los grupos. De los grupos, 2 no respondieron esta parte.	Lo que significa que el docente es necesario para los estudiantes en la comprensión de lo que se debe hacer y en la guía del uso de las herramientas que tiene disponibles. Los cambios de enfoque de los ejercicios, les generan confusión a los estudiantes y deben recurrir siempre al docente tal como se indica Es necesaria una nueva visión de la evaluación escolar incluidos los procesos de enseñanza y aprendizaje, para que se reconozca el proceso constructivo vivenciado por los docentes y los estudiantes con relación a las ayudas y a los aprendizajes propios de la actividad escolar. Se trata de una evaluación, centrada más en los procesos que en los resultados (Gutiérrez 2011).
I56	En la evaluación, desde la participación grupal Sociocconstructivista, cada grupo se dio una calificación por encima de 4 en casi todos los aspectos. El Grupo 1 calificó mejor los conocimientos adquiridos y en menor proporción el trabajo en equipo. El Grupo 2 destacó el trabajo en equipo y el compromiso, pero los	Lo que significa que el docente puede vislumbrar la percepción de los estudiantes en el comportamiento de cada grupo en cuanto a sus actuares en el desarrollo del texto, con esto puede tomar decisiones de la forma en que el texto debe manejarse para ser más apto a los estudiantes tal como se muestra Relacionando los planteamientos de identificar

conocimientos adquiridos con menor calificación. El Grupo 3 dio mayor calificación a los conocimientos adquiridos, pero el trabajo en grupo y compromiso, calificación más baja. El Grupo 4 mayor al trabajo en equipo y menor a los conocimientos y al compromiso, esto a pesar de no resolver algunos ejercicios. El Grupo 5 mayor calificación al compromiso y menos a los conocimientos adquiridos. El Grupo 6 dio una calificación igual a todos, esto a pesar de no resolver algunos ejercicios. El Grupo 7 mayor calificación al compromiso y a los conocimientos, y menos al trabajo en equipo. El Grupo 8 mayor al compromiso y conocimientos, menos al trabajo en equipo.

indicadores para cada uno de los momentos: Orientación, ejecución y autoevaluación (**Gutiérrez 2011**).

I57

En la evaluación, en general desde el Socioconstructivismo, el trabajo en equipo fue el menor calificado y el compromiso el mayor calificado, en el punto medio, se encuentra los conocimientos adquiridos.

Lo que significa que el docente puede tener una visión general del proceso llevado por el texto y como fue su relevancia para obtener resultados de aprendizaje en el grupo completo, tal como se indica la necesidad de abordar lo pedagógico a partir de la presentación y resolución de casos que demanden al estudiante la superación de dificultades en situaciones realistas y trascendentales desde el punto de vista de los contenidos y del contexto social (**Gutiérrez 2011**).

I58

Una vez aplicado el texto escolar en los estudiantes, estos manifestaron diversas opiniones sobre el texto, como el hecho de que, al realizar ejercicios, era de gran ayuda haber visto anteriormente, ejemplos en el texto que les servían de base para recordar y realizar un proceso análogo. Igualmente, las guías del texto como lo fueron el dar la guía de las páginas a las que podían remitirse, les daba más seguridad sobre lo que debían hacer. El haber una constante referencia gráfica de la temática, les permitía mantener igualmente, estar relacionando en forma permanente, las diferentes representaciones del concepto matemático, pasando del gráfico al numérico y viceversa.

Lo que significa que el docente obtuvo información de los estudiantes del proceso realizado al aplicar el texto diseñado, observando posibles aciertos y falencias que le permitan generar ajustes constructivos para un mejor texto, tal como se indica en que otro aspecto importante en la evaluación, es la posibilidad de generar momentos de reflexión para los actores del proceso educativo en el aula, siendo estos, los alumnos y el docente, para ello se establece la Autoevaluación, Heteroevaluación y Coevaluación (Gutierrez 2011)

Por otro lado, los estudiantes dijeron, que a pesar de que el texto trataba de no ser muy extenso en las explicaciones verbales, en varias ocasiones no se entendía lo que quería expresar y tocaba llamar al docente para aclarar, por lo tanto, el docente sigue siendo una figura importante en el proceso de aprendizaje, ya que, por muy explícito que un texto intente ser, se presentan dudas en cuanto a que, si se va a comprender o si se interpreta de forma correcta, siempre los estudiantes buscan una aprobación del docente en cuanto lo que están haciendo.

Comentaron que la ayuda de Geogebra era una herramienta muy pertinente, pero que, así como está en la teoría del texto y ayuda a darle

	<p>comprensión a los conceptos, también sería muy acertado que existieran proyectos creados en el aplicativo que estuvieran ligados a los ejercicios y actividades, para que se siga manteniendo esta interacción que ayuda a comprender mejor lo que se quiere enseñar.</p>	
159	<p>La Parábola, como un concepto matemático básico en la enseñanza, tiene un componente gráfico geométrico muy importante, que debe ser mostrado en forma reiterativa al enseñarse. El uso de recursos tecnológicos, permite realizar esta acción, a la vez que muestra aspectos gráficos que el uso de otras herramientas como los tableros o los textos sin soporte de las TIC, no permite desarrollar con la misma eficacia.</p> <p>Por otro lado, las nuevas generaciones están más acostumbradas a recursos como los computadores, tablet o celulares, son más visuales y su interacción con las tecnologías, es más activa, por lo tanto, el desarrollo de un conocimiento o un concepto, en este caso, el concepto matemático de la Parábola, llevará a mejores resultados de comprensión, cuando se usan utensilios a los que están más habituados.</p>	<p>Lo que significa que el docente busca dar un soporte tecnológico al texto escolar en busca de unos mejores resultados, tal como se indica en los beneficios de los recursos tecnológicos pueden provocar la transformación de los estudiantes de receptáculos pasivos de información a partícipes más activos de su proceso de aprendizaje, permiten al maestro revelar al alumno nuevas dimensiones de sus objetos de enseñanza, como también permite que privilegie su rol como facilitador del aprendizaje, es parte integral de la educación moderna ya que se convierte en una herramienta de uso comunitario que facilita el desarrollo de actividades escolares colaborativas, desde cualquiera de las áreas temáticas del currículo (Al Tablero 2004).</p>
160	<p>En cuanto a las partes o elementos que conforman la Parábola, se comprendió la necesidad de dar una diferenciación clara al momento de presentarse. Se pueden observar confusiones en los estudiantes cuando se les habla, por ejemplo, del vértice y del foco, ya que, en ciertas ocasiones, pueden crearse errores en la ubicación del lugar geométrico (gráfico), pero al darse una diferenciación más clara, usando colores diferentes o usando movimientos con ayudas visuales, los estudiantes recuerdan más fácilmente la diferencia de estas. Igualmente, en definiciones como las del eje de simetría, directriz o lado recto.</p> <p>En cuanto a la ecuación canónica, el uso de los parámetros (h,k) son fácilmente reconocidos por los estudiantes en la gráfica, pero al ser introducidos en la ecuación, presenta confusión sobre los procesos matemáticos a realizar, como los son la multiplicación de signos y el despeje de la distancia focal (p). Este proceso, fue más claro cuando, el vértice de la parábola se encontraba ubicado en el origen del plano cartesiano $(h,k = 0,0)$, por ello, cuando a algunos estudiantes se les ayudó en su comprensión bajo esta explicación, se logró mayor avance en el proceso de despeje de la distancia focal (p).</p>	<p>Lo que significa que el docente observa la necesidad de usar herramientas tecnológicas para poder llevar el conocimiento, en el caso puntual, el conocimiento de la Parábola, a nuevas formas de enseñar ayudado de recursos con los que antes no se contaban y que a su vez dan mayor abanico de posibilidades creativas para mostrar clases más eficientes, esto según la teoría de las representaciones semióticas de Duval, el cual afirma para obtener el concepto matemático, se usan dos de sus características: el uso de más de un registro de representación semiótica y la creación y el desarrollo de sistemas semióticos nuevos se constituye en símbolo de progreso de conocimiento.</p> <p>El docente de matemáticas debe ayudar a que los estudiantes interioricen los símbolos matemáticos usadas en diferentes conceptos, así ellos pueden crear un vínculo entre la abstracción matemática y la comprensión del objeto matemático (Oviedo & Kanashiro 2012).</p>

6. Conclusiones

- 1) Al diseñar un modelo pedagógico que permitiera desarrollar procesos de enseñanza de la Parábola, sus elementos y el uso de la ecuación canónica en el aula, con uso del texto escolar y aplicaciones TIC, el docente adquirió conocimiento didáctico del contenido, didáctico general, del currículo, y el pedagógico. Debido a que el enfoque pedagógico, las teorías de aprendizaje y didáctica específica exigieron al docente relacionar sus conocimientos acerca de la parábola, de su ubicación en el currículo y de los saberes previos necesarios para su aprendizaje. Con este diseño pedagógico el docente enfrentó las acciones y actividades de enseñanza de este tema. Adquiriendo destrezas y habilidades en la planeación y diseño de situaciones educativas al tenor de la creación de un texto escolar de apoyo a la enseñanza de la parábola.
- 2) La creación del texto escolar para la enseñanza de la Parábola su foco, directriz, vértice, distancia focal, eje de simetría y lado recto, posibilitó al docente reconocer diversas maneras de representar este conocimiento en un documento escrito con propósitos de apoyar su aprendizaje. También se encontró que al escribir un texto el docente debió analizar y pensar en las diferentes maneras de expresar este conocimiento teniendo en cuenta el contexto, el lenguaje y los saberes previos de sus estudiantes. Así, como, las maneras como se iban a desarrollar las actividades desde el diseño del modelo pedagógico. Atendiendo que el docente diseñó espacios de interacción en el texto escolar.

De otro lado, hizo comparaciones y análisis de la manera como está diseñado el currículo y la relación que hay entre el texto escolar y las aplicaciones tecnológicas que refiere en él, para que sean coherentes con el propósito de aprender sobre la parábola. Esto aportó al docente conocimiento del currículo, tecnológico y didáctico, lo cual le llevó a reconocer su

papel de orientador en el aula de clase. Además, de experimentar con otras maneras de evaluar desde ejercicios creados por el mismo docente. Crear este texto escolar permitió al docente visualizar su capacidad creativa, literaria, de diseño gráfico especializada en el conocimiento matemático de la parábola, y su responsabilidad de reeditar este texto escolar para otros momentos de enseñanza.

- 3) El docente encontró que debe tener en cuenta cuando desarrolla una secuencia didáctica, hacer un análisis de los tiempos, ya que se pueden surgir imprevistos que hacen que dilaten las actividades y no se realice lo planeado con el texto escolar. Se aprendió también que al organizar grupos de trabajo, es necesario determinar roles diferentes a los integrantes para que logren vincularse con el proceso de aprendizaje, además vincular en la unidad didáctica las guías escritas acerca de la parábola lleva a que el docente profundice su conocimiento de este contenido, le exige ser creativo a la hora de utilizar las ayudas TIC y de elaborar ejercicios matemáticos que tengan unas metas específicas, esto es acudir a otras formas de representar el conocimiento, a otras maneras de comunicarse con los estudiantes y a otras maneras de organizarlos en clase a la hora de utilizar el texto escolar. El docente encontró que lo planeado y lo realizado en clase muestra diferencias que le permiten valorar sus conocimientos didácticos tecnológicos de la parábola.
- 4) Para la enseñanza de la Parábola, el haber creado un texto escolar vinculado con las TIC, permitió al docente tener otra perspectiva en cuanto al desarrollo de clases en el aula, ayudó a que se comprendiera la importancia de unir los saberes matemáticos con los saberes pedagógicos, y para estar más inmerso en la actualidad, unir también a estos dos, las herramientas tecnológicas como el procesador de palabras, el editor de páginas, el presentador de diapositivas, los graficadores, la hoja de cálculo, navegadores web y

especializadas de la matemática, como lo es el uso del programa Geogebra. Como docente se entiende y aprende que las técnicas de enseñanza de hace algunos años deben ajustarse a estos tiempos.

El docente comprendió que el saber matemático es adaptable, y que así, es posible vincular el conocimiento a situaciones de contexto, en el caso preciso del texto escolar, el aprendizaje aplicado a situaciones reales, como lo son, las antenas parabólicas. Así, el docente aprendió que, bajo la base de un contexto, el saber matemático puede ser enseñado y comprendido.

Con la creación del texto escolar, el docente adquirió nuevos conocimientos sobre la elaboración de material didáctico. También acerca de la importancia de los conocimientos previos a la hora de establecer una teoría, de ejercicios y evaluación que tengan una secuencia y un vínculo, que le dé sentido al proceso de enseñar el saber matemático. Y el complemento que le da a este material didáctico, los apoyo TIC, que ayudan al docente a mostrar aspectos de la matemática en forma dinámica, mejorando su entendimiento.

7. Recomendaciones

Es de aclarar que, la ayuda TIC es de mucha importancia, pero aun así fue un poco subutilizada, solo fue usada en la parte teórica, y pudo estar inmersa en todo el recorrido del texto, como por ejemplo en el primer ejercicio de la ejercitación, en donde se presentaron muchas dudas por parte de los estudiantes en los procesos numéricos de los ejercicios a pesar de tener una guía en el mismo ejercicio, el haber creado un proyecto en Geogebra exclusivo para este punto, hubiera dado a los estudiantes mayor autonomía y más opciones para tratar de resolver el ejercicio, recurriendo al docente con menor frecuencia de lo presentado, usar este mismo sistema en varios de los ejercicios planteados, posiblemente hubiera hecho del texto, una herramienta completa y de más de ayuda para el estudiante.

Es recomendable, ubicar los equipos de trabajo dentro del aula en una distribución ordenada que permita la interacción de los grupos sin la influencia de otros grupos, esto con el fin de evidenciar mejor el desarrollo del modelo pedagógico, así también, establecer mayores tiempos para el desarrollo de los diferentes momentos en la ejecución del texto escolar. También es recomendable, establecer un sistema de selección de estudiantes que lleve a conformar grupos de trabajo que se complementen entre sí.

Las TIC son de mucha importancia en la actualidad, están presentes en todos los aspectos de la vida cotidiana y el que un texto escolar ignore este aspecto, lo puede dejar relegado, por ello se observa como algunos textos ya plantean actividades con programas matemáticos. Pero, estas actividades no son creadas con exclusividad para aspectos propios del texto, no tienen un fin específico, sino que son más de carácter complementario, esto lleva a que es recomendable que los aplicativos TIC que se usen en los textos, sean creados como una parte directamente conectada a las intenciones de aprendizaje, y esto a su vez, implica una libertad

en los diseños de estas ayudas, teniendo en cuenta que los nuevos sistemas de comunicación globalizan los contextos, es decir, permiten acercarse a contextos diferentes en muchos rincones del planeta y no debe ser limitado a contextos locales.

Como último aparte de recomendaciones, aún es común que algunos estudiantes, no acepten un método educativo en el cual ellos sean más activos y partícipes, todavía existe una costumbre a la guía constante del docente y a no hacer el esfuerzo de interpretar lecturas, que los ayuden a aprender en forma más autónoma con el fin de ser más autosuficientes, por ello, los textos escolares creados con complementos TIC y que busquen autonomía en los estudiantes, pueden no reflejar resultados o aprobaciones inmediatas, porque se corresponde con un proceso progresivo, al cambio de paradigma educativo en el que aún, estamos muy inmersos.

8. Bibliografía

- Ajagan, L., (2007), *El texto escolar. Apuntes para una didáctica crítica*. Primer Seminario internacional de textos escolares. Santiago de Chile. Chile
- Alegría, P., *Las cónicas y sus aplicaciones*.
Recuperado de <http://www.ehu.es/~mtpalezp/conicas.pdf>
- Altablero (2004), *Una llave maestra Las TIC en el aula*. Ministerio de Educación Nacional, Colombia, (29) <https://www.mineducacion.gov.co/1621/article-87408.html>
- Barahona, F., Barrera O., Vaca B., Hidalgo B., (2015), *Geogebra para la enseñanza de la matemática y su incidencia en el rendimiento académico estudiantil*. Revista tecnológica ESPOL, (28), p.121-132. Ecuador
- Chalco, F. G., (2017), *Guía didáctica para el aprendizaje de la parábola con el uso del software geogebra en el tercer año de bachillerato general unificado*. Universidad de Cuenca. Ecuador
- D'Amore, B., (2006), *Objetos, significados, representaciones semióticas y sentido*. Revista Relime, (580), p. 177-196
- Diputación de Cadiz, *Códigos QR*. Servicio de Sociedad de la información. Madrid. España
- Escorza, F. J., (2005), *Matemáticas, sociedad y desarrollo humano*. Tercer Seminario “Didáctica de las ciencias” Logroño. España
- García, A., (2014), *El uso del libro de texto de matemáticas en el aula*. Universidad de Granada. España
- Gómez, I. M., (1998), *Matemáticas y contexto Enfoques y estrategias para el aula*. Madrid, España, Narcea S.A. de Ediciones

- Gruszycki, A. E., Oteiza, L., Maras P., Gruszycki L., Ballés, H. (2015), *Geogebra y los sistemas de representación semiótico*. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa (p. 2169-2176). Ciudad de México, México
- González, C. M., (2012), *Aplicación del Constructivismo Social en el Aula*. Ciudad de Guatemala, Guatemala, IDIE
- González, F., (2004), *Las Cónicas*. Proyecto MATEX, Ciencias. Canarias, España
- Gutiérrez, M. C., Buriticá, O. C., Rodríguez, Z. E., (2011), *El socioconstructivismo en la enseñanza y el aprendizaje escolar*. Pereira, Colombia, Publiprint Ltda
- Hernández, R., (2014), *Metodología de la investigación*. Mc Graw Hill. Sexta edición. México D.F.
- Herrera, R., *La teoría del aprendizaje de vygotski*. Revista de innovación pedagógica y curricular, <https://innovemos.wordpress.com/2008/02/16/la-teoria-del-aprendizaje-de-vygotski/>
- Jostim, *El modelo constructivista en la enseñanza de la matemática*. ESCRIBD, <https://es.scribd.com/doc/22331757/EL-MODELO-CONSTRUCTIVISTA-EN-LA-ENSEÑANZA-DE-LA-MATEMATICA>
- Moya, C., (2008), *Aproximación al concepto y tratamiento de texto escolar*. Cuadernos de Lingüística Hispánica, (11), p. 133-152
- Oropeza, C., *La visualización, como estrategia de estudio en el concepto de dependencia e independencia lineal*. CICATA -IPN. Ciudad de México, México
- Recuperado de <http://www.soarem.org.ar/Documentos/35%20Oropeza.pdf>
- Oviedo, L. M., Kanashiro, A. M., (2012), *Los registros semióticos de representación en matemática*. Revista Aula Universitaria, (13), p. 29-36

Peña, D., *La teoría socio histórica (Vigotsky)*. Educación inicial,

<https://www.educacioninicial.com/c/000/365-teoria-socio-historica-vigotsky/>

Pico, A. L., (2016), *Recomendaciones para el uso de normas APA. Guía para la presentación de trabajos académicos*. Colegio de estudios superiores de administración CESA. Bogotá. Colombia

Regader, B., *La Teoría del Aprendizaje de Jean Piaget*. Psicología y Mente,

<https://psicologiaymente.com/desarrollo/teoria-del-aprendizaje-piaget>

Revolución Educativa Altablero, (2004), *Las TIC en el aula*. Revista Al Tablero, (29), p. 5-6

Ruiz, J. F., (2013), *Una propuesta didáctica para la enseñanza de la parábola como lugar geométrico en el grado décimo de la institución educativa Luis López de mesa del municipio de Medellín*. Universidad Nacional de Colombia. Medellín. Colombia

Salazar, S. I., (2017), *Ayudas hipermediáles dinámicas (AHD) para la enseñanza de expresiones algebraicas, en la iniciación al álgebra con estudiantes de octavo grado de la institución educativa san pablo de Pueblo Rico Risaralda* (Tesis de Maestría). Universidad Tecnológica de Pereira. Pereira, Colombia

Velásquez, H. Cisneros J. W., (6-8 de noviembre 2013), *Conocimiento didáctico-matemático del maestro que enseña matemáticas*. I Congreso de educación matemática de América Central y del Caribe, Simposio llevado a cabo en el congreso I CEMACYC. Santo Domingo, República Dominicana Barajas, L. Cuevas, O., (20-24 de noviembre 2017), *Adaptación del modelo TPACK para la formación del docente universitario*. Congreso Nacional de investigación educativa, Simposio llevado a cabo en el congreso COMIE. San Luis Potosí, Mexico