

# Über die Modellierung der Direktivität statistischer Strahler

M. Sc., Dipl.-Ing. (FH) André Manicke<sup>1</sup>, [andre.manicke@tu-dresden.de](mailto:andre.manicke@tu-dresden.de)

Dipl.-Ing. Sophie Buchholz<sup>1</sup>, [andre.manicke@tu-dresden.de](mailto:andre.manicke@tu-dresden.de)

Prof. Dr. rer. nat. Hans Georg Krauthäuser<sup>1</sup>, [hans\\_georg.krauthaeuser@tu-dresden.de](mailto:hans_georg.krauthaeuser@tu-dresden.de)

1: TU Dresden, Professur für Theoretische Elektrotechnik und EMV

## 1 Motivation

Messmethoden der elektromagnetischen Verträglichkeit basieren auf zwei unterschiedlichen Ansätzen. Einerseits gibt es feldbasierte Methoden, normalerweise als die klassischen bezeichnet, wie die Freifeldmessung (OATS) bzw. Halb- oder Vollabsorberkammer (SAR; FAR) (z.B. [1]). Andererseits gibt es leistungsbasierte Methoden, gerne als alternative Methoden bezeichnet, wie die Modenverwirbelungskammer (MVK) oder die GTEM-Zelle (Gigahertz Transversal ElektroMagnetisch) ([2, 3]). Die Verbindung zwischen diesen beiden Ansätzen stellt die Direktivität dar, berechnet über<sup>1</sup>

$$D(\theta, \phi) = \frac{4\pi \cdot \Theta(\theta, \phi)}{P_T}, \quad (1)$$

wobei  $\Theta(\theta, \phi)$  die richtungsabhängig abgestrahlte Leistung ist und  $P_T$  die gesamt abgestrahlte Leistung. Mit Hilfe der Direktivität und der Beziehung [4]

$$U^2 = \frac{1}{AF^2} D \eta \frac{1}{4\pi R^2} P_T \quad (2)$$

aus [], mit AF als Antennenfaktor,  $\eta$  als Empfangseffektivität,  $D$  der Direktivität des EUT und  $R$  als Abstand zwischen EUT und Empfangsantenne, ist es möglich die gemessene Leistung in MVK oder GTEM ( $P_T$ ) mit der gemessenen Spannung an der Antenne in OATS, FAR und SAR ( $U$ ) zu korrelieren. Der Abstand zwischen EUT und Empfangsantenne wurde in diesem Beitrag entsprechend der üblichen Distanz in OATS-Messungen konstant auf 10 m gesetzt.

<sup>1</sup>Hier ist die winkelabhängige Direktivität angegeben. Im weiteren Verlauf ist bei Direktivität stets der Maximalwert dieser gemeint.

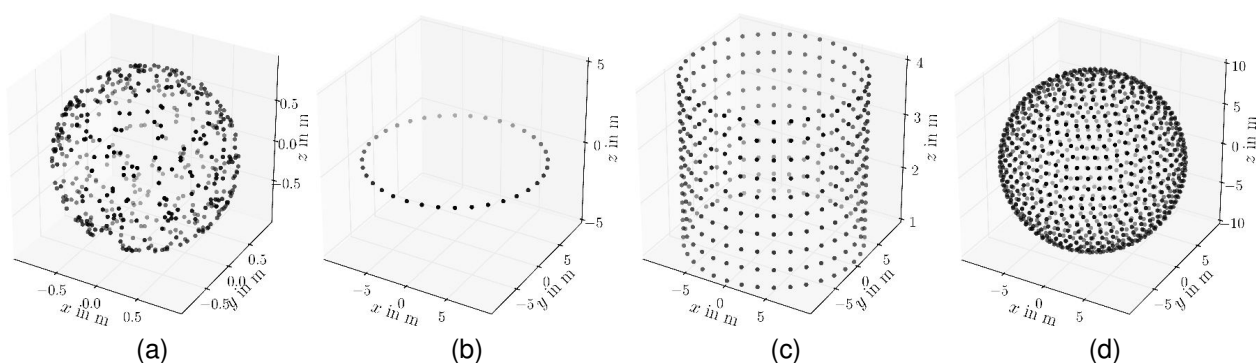


Abbildung 1: Verteilung der Quellpunkte und Aufpunkte: (a) Quellpunkte auf einer Kugeloberfläche; (b) Aufpunkte Ring; (c) Aufpunkte Kugel; (d) Aufpunkte Zylinder

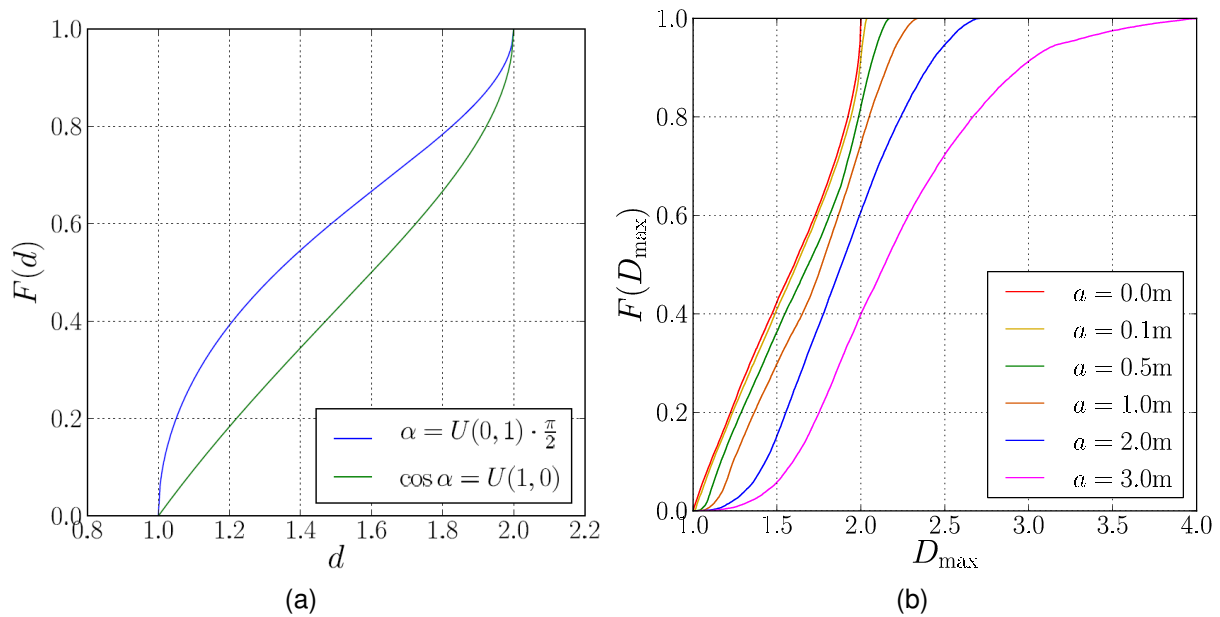


Abbildung 2: Verteilung der Direktivität für einen einzelnen Dipol bei Ringabtastung: (a) im Koordinatensprung; (b) exzentrisch platziert

Für beliebige EUTs ist die Direktivität im Normalfall unbekannt und da unbeabsichtigte Strahler in den meisten Fällen auch nicht von Bedeutung. Bei der Benutzung von alternativen Messmethoden gibt es aber Interesse sie zu kennen, um mit (2) das Messergebnis mit einer klassischen Messung abschätzen zu können. Es existieren bereits diverse Ansätze [5, 6, 7] die Ergebnisse der Messmethoden für beabsichtigte Strahler oder EUTs mit bekannter Direktivität zu korrelieren.

Dieser Beitrag präsentiert eine neuartige Methode die Direktivität und ihre Verteilung von unbeabsichtigten Strahlern mit einem statistischen Modell und mit Hilfe von Monte Carlo Simulationen vorherzusagen.

## 2 Modell statistischer Strahler

Bekannte Modelle von statistischen EUTs nutzen spärliche Wellenfunktionen [8] oder eine Monte Carlo Simulation von Punktquellen [9]. Diese besitzen teils unerwünschte Eigenschaften [10], weswegen wir die hier präsentierte neue Methode vorschlagen.

Das Modell besteht aus einer Anzahl  $N_D$  von Hertzischen Dipolen die auf einer Kugelschale platziert sind welche die elektrische Größe nach

$$ka = \frac{2\pi f}{c} a, \quad (3)$$

bestimmt. Dabei ist  $f$  die Frequenz,  $c$  die Lichtgeschwindigkeit und  $a$  der Radius der Kugel. Die Verteilung der Punkte auf der Oberfläche ist zufällig wie in Abbildung 1(a) gezeigt. Die maximale Direktivität eines Hertzischen Dipols ist 1,5. Aufgrund der Simulation von Messmethoden betrachten wir aber nicht notwendigerweise die Abstrahlung in alle Raumrichtungen. Bei der Simulation von FAR-Messungen tasten wir nur einen Ring an Aufpunkten um den Dipol ab wie in Abbildung 1(b) zu sehen. Wenn sich der Dipol im Mittelpunkt befindet und beliebig orientiert ist läßt sich die Direktivität analytisch beschreiben

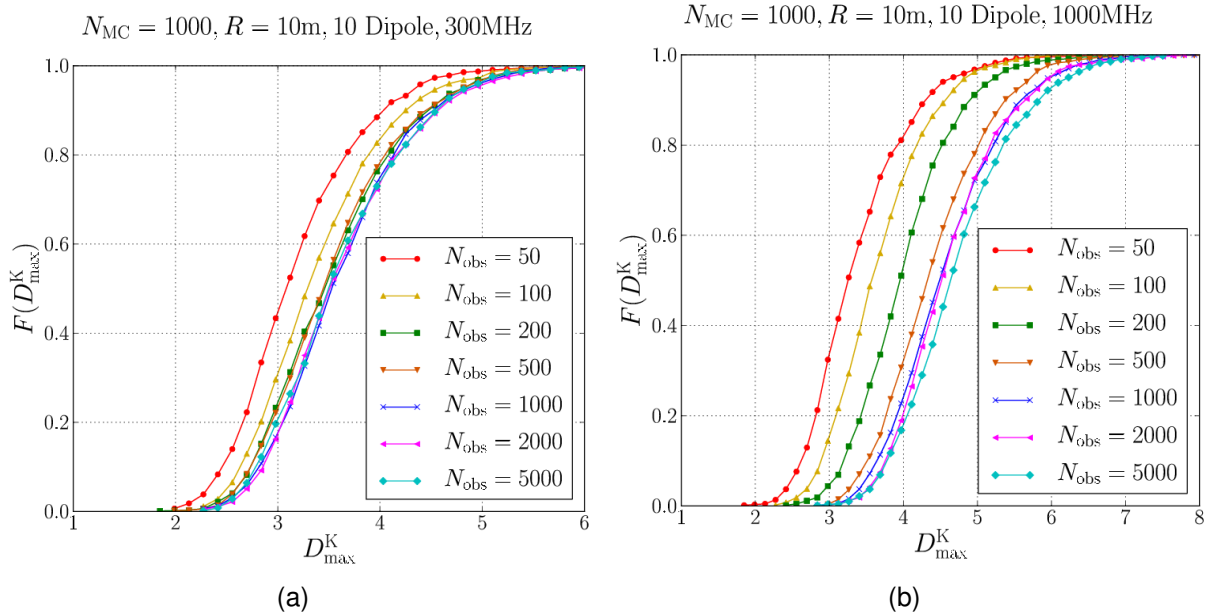


Abbildung 3: Verteilung der Direktivität für Kugelabtastung bei einem EUT mit 0.5 m Radius; (a) bei 300 MHz; (b) bei 1000 MHz

[10] und ergibt sich zu

$$F_{\alpha}(D) = \frac{2}{\pi} \arcsin \sqrt{2 \frac{D-1}{D}} \quad \text{bzw.} \quad F_{\cos \alpha}(D) = -\sqrt{1 - 2 \frac{D-1}{D}} + 1, \quad (4)$$

abhängig davon, ob der Polarwinkel  $\alpha$  gleichmäßig oder Cosinus-förmig verteilt wird. Abbildung 2(a) zeigt die Verteilung der Direktivität. Sie schwankt zwischen 1 bei vertikaler Platzierung des Dipols und 2 wenn die Dipolachse in der Ring-Ebene liegt. Der Unterschied in der Verteilung des Polarwinkels ist wichtig, da bei der gleichmäßigen Verteilung sich die Richtungen bzw. Punkte auf der Oberfläche der Kugel an den Polen akkumulieren. Bei Messungen nach OATS bzw. FAR werden Punkte auf einer Zylinderoberfläche abgetastet wie in Abbildung 1(d) zu sehen. Um die Messung in der Simulation komplett abzubilden muss die reflektierende Ebene berücksichtigt werden, die zu höhenabhängigen Interferenzen führt. Im Modell wird das gesamte EUT dafür an der  $z = 0$  Ebene gespiegelt, was zu

$$\vec{R}_S = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \vec{R} \quad \vec{r}_S = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \vec{r} \quad (5)$$

führt mit  $\vec{R}$  als Position und  $\vec{r}$  als Richtung des Dipols und das Indize S als Kennzeichnung für den gespiegelten Fall. Für Dipole außerhalb des Ursprungs ist es nicht möglich die Direktivität für Abtastpunkte auf einem Ring oder einem Zylinder analytisch zu berechnen [10]. Auch die analytische Berechnung der tatsächlichen Direktivität für solche Dipole schlägt fehl. Deswegen ist als 3. Abtastmethode eine Kugelabtastung realisiert, die bei genügend großer Anzahl an Punkten als tatsächliche Direktivität betrachtet wird. Die Simulation folgt folgendem Ablauf. Zuerst werden die Punkte auf der Kugeloberfläche zufällig ausgewählt und das Feld an den Aufpunkten für 3 Dipole berechnet, die entlang der  $x$ ,  $y$  und  $z$ -Achse orientiert sind. Das erfolgt für alle Abtastmethoden (Ring, Kugel, Zylinder), alle betrachteten Frequenzen und alle elektrischen Größen.

In der Auswertung wird die gewünschte Anzahl an Quellen aus allen berechneten Punkten ausgewählt, der  $x$ -,  $y$ - und  $z$ -Anteil für eine beliebige Orientierung zufällig überlagert und die Phase für jede Quelle ebenfalls zufällig gesetzt. Mit dieser Vorgehensweise ist es möglich, die Feldberechnungen nur ein mal für alle Quellpunkte durchzuführen und verschiedene Ergebnisse dann für eine bestimmte Parameterkombination zu erhalten. Somit werden für eine Messung eine große Anzahl an EUTs ( $N > 100$ ) simuliert und für diese die Direktivität jeweils berechnet. Diese Anzahl an Direktivitäten ergibt dann die gezeigten Verteilungen, wobei damit immer die kummulierten Verteilungen gemeint sind.

### 3 Simulationsergebnisse

**Validierung** In Abbildung 2(a) ist die Verteilung der Direktivität für einen einzelnen Dipol im Koordinatensprung zu sehen. Die simulierte Verteilung für einen exzentrisch platzierten Dipol zeigt Abbildung 2(b). Es ist erkennbar, dass bei Exzentrizität null die Ergebnisse mit denen des analytischen Ergebnisses übereinstimmen, was als Validierung der Simulation gewertet werden kann. Mit steigender Exzentrizität steigt auch die Direktivität, sowohl das Maximum als auch der Mittelwert, was auf die unterschiedlichen Abstände zwischen Dipol und Aufpunkten zurückzuführen ist.

**Einfluss der Abtastdichte** Hier wollen wir die Abhängigkeit der Abtastdichte zeigen, wobei die Ergebnisse der Kugelabtastung wie beschrieben als Referenz dienen. Für eine reale Größe eines EUTs, nimmt die elektrische Größe nach Gleichung 3 mit steigender Frequenz zu. Abbildung 3 zeigt die kummulierte Verteilung für ein EUT mit 0.5 m Radius bei Frequenzen von 300 MHz und 1000 MHz. Es ist ersichtlich, dass bei höheren Frequenzen, also auch größerem  $ka$ , eine höhere Abtastdichte benötigt wird um einen Grenzwert zu erreichen, den wir als tatsächliche Direktivität verstehen. Die gezeigten Kurven variieren großteils im Mittelwert, der mit größerem  $ka$  ansteigt. Im nächsten Schritt untersuchen wir deswegen genauer, wie sich der Mittelwert mit Abtastrate,  $ka$  und der verwendeten Methode verändert.

Die Variation des Mittelwertes zeigt Abbildung 4. Die Farbcodierung ist auf den mit der jeweiligen Methode berechneten Wert für große  $N$  normiert. Es zeigt sich, dass mit steigendem  $ka$  die Anzahl an Abtastpunkten steigen muss um die richtige Direktivität zu erhalten. Man erkennt, dass für die doppelte Größe des EUT sich die Anzahl an Abtastpunkten ebenfalls etwa verdoppeln muss. Der Zylinder ist hier ein Spezialfall, da er zwei unabhängige Abtastbereiche, die Höhenauflösung und die Winkelauflösung, hat. Es ist ersichtlich, dass die Höhe weit weniger Punkte benötigt als der Winkel für die gleiche Genauigkeit. Betrachtet man die 3 m Höhendifferenz bei typischen OATS Messungen und vergleicht sie mit 62 m Umfang bei einem Radius von 10 m ist das nicht überraschend. Die Genauigkeit der Winkelauflösung zeigt sich ähnlich bei Ring- und Zylinderabtastung. Hier nicht gezeigt ist der Einfluss der Anzahl an Quellen/Dipolen. Er ist verhältnismäßig klein und zeigt sich nur für kleine  $N$ . Bei  $N = 1$  ist eine Angabe der elektrischen Größe nicht mehr sinnvoll und es gibt keine Interferenz zwischen Quellen. Für sehr kleine  $N$  ist die Möglichkeit gegeben, dass sich die Quellen auf einer Seite der Kugel befinden und damit das vorgegebene  $ka$  verringern. Bei größeren  $N$  wird dieser Fall statistisch irrelevant.

**Einfluss der verwendeten Abtastmethode** Im vorigen Abschnitt haben wir die Methoden mit dem Grenzwert derselben verglichen. Hier sollen die Ergebnisse mit dem tatsächlichen Wert, also dem Grenzwert der Kugelabtastung mit sehr hoher Zahl an Abtastpunk-

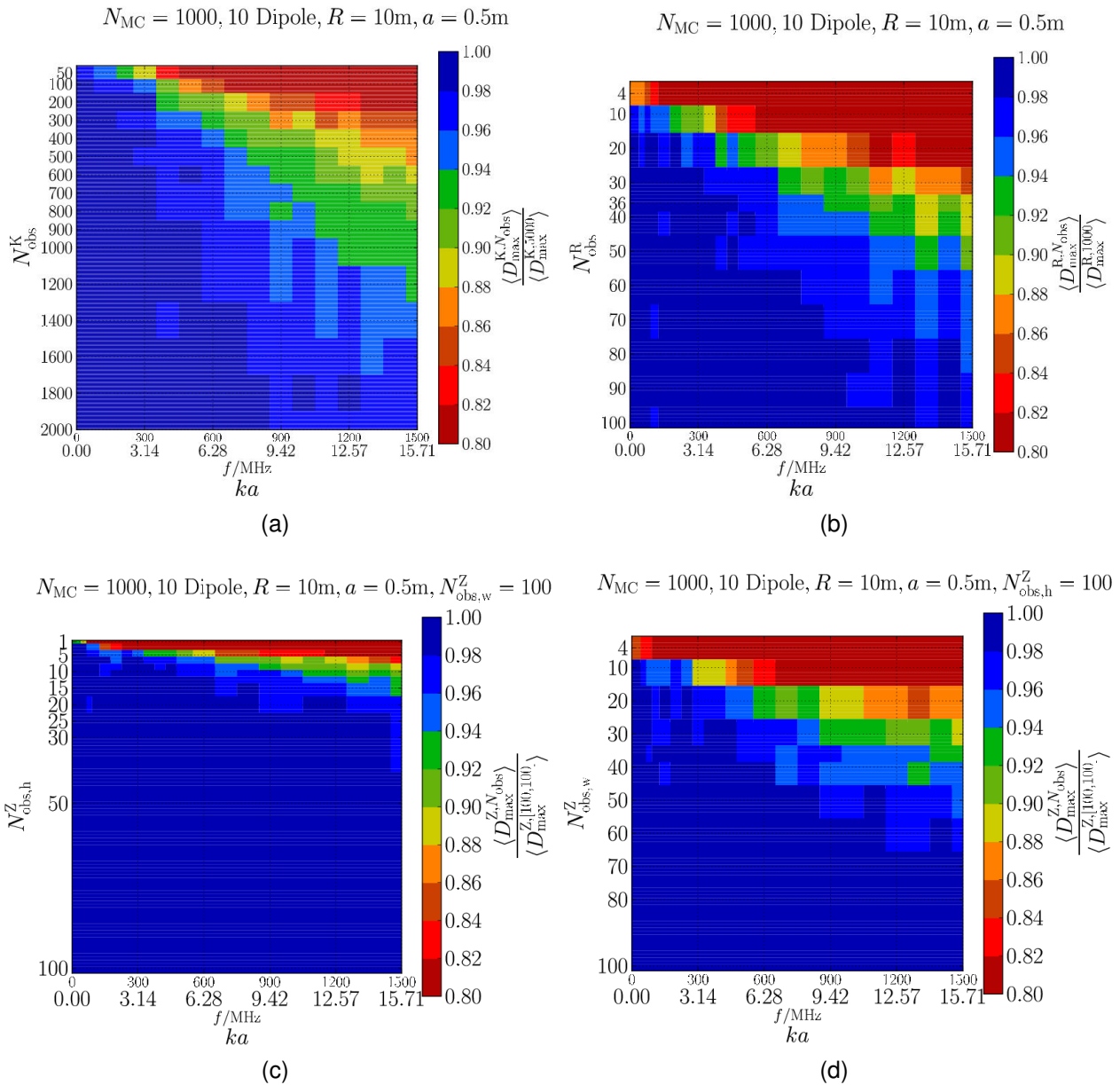


Abbildung 4: Abweichungen des Mittelwerts der Direktivitätsverteilung bei variierender Abtastdichte und Frequenz/elektrischer Größe  $ka$ ; (a) Kugel; (b) Ring; (c) Zylinder (Höhe); (d) Zylinder (Winkel)  
 (Graustufenhinweis: Die dunklen Werte links unten in den Diagrammen sind solche nahe 1, diejenigen rechts oben sind solche nahe 0.8)

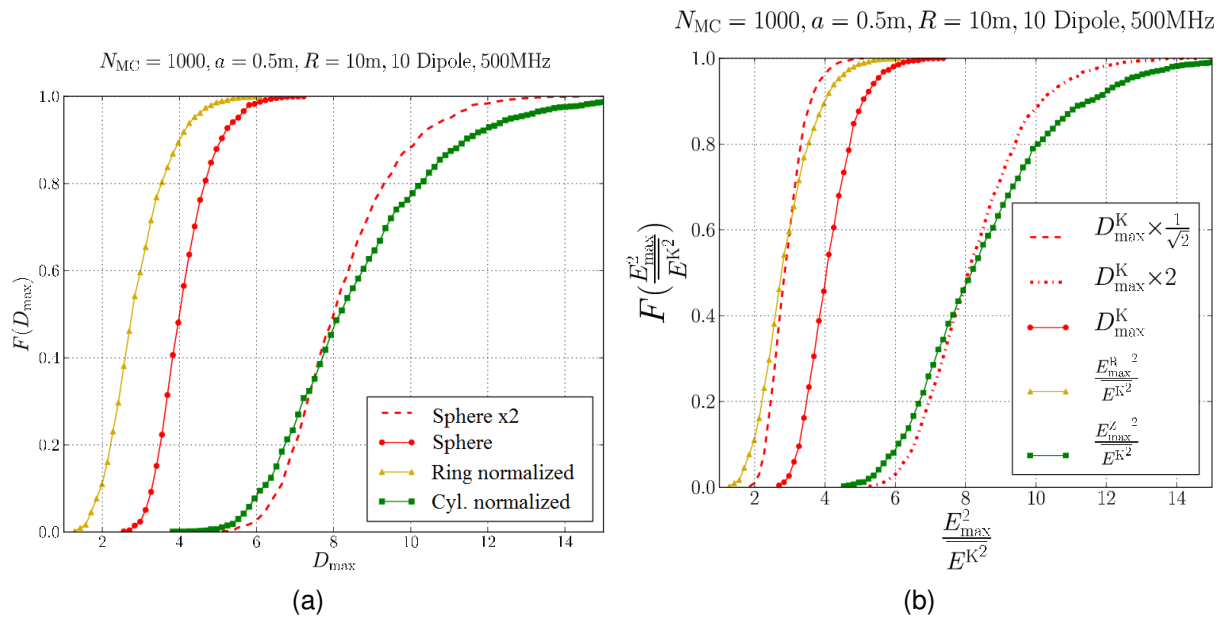


Abbildung 5: Vergleich der Verteilungsfunktion der Direktivität; (a) Berechnet mit dem Mittelwert der selben Methode; (b) Berechnet mit dem Mittelwert der Kugelmethode

ten, verglichen werden. Abbildung 5(a) zeigt die Verteilung der Direktivität wenn Maximum und Mittelwert beide mit der gleichen Methode berechnet werden. Da die Ringabtastung nicht notwendigerweise das Maximum detektiert ist die geschätzte Direktivität geringer als mit den beiden anderen Abtastungen. Die Zylinderabtastung führt zu den größten Direktivitäten, da die auftretenden Interferenzen die möglichen Maxima verdoppeln, der Mittelwert aber kaum beeinflusst wird.

Wird nun das Maximum der jeweiligen Abtastung auf den Mittelwert der Kugelabtastung bezogen zeigt sich das Ergebnis von Abbildung 5(b). Die Unterschiede der Methoden werden größer, was die Unterschiede im geschätzten Maximum der Direktivität noch deutlicher zeigt. Im Allgemeinen überschätzt die Zylindermethode das Maximum und die Ringmethode unterschätzt es. Zusätzlich eingetragen sind die Ergebnisse der verschobenen Kugelmethode, wobei zu sehen ist, dass Zylinder- und Ringmethode flachere Verteilungen zeigen, also höhere statistische Unsicherheit.

**Zusätzliche Einflüsse** wahrscheinlich weglassen wegen Platz...

#### 4 Analytische Verteilungsfunktion

Oben wurde erläutert, dass es für die Direktivität im nicht-trivialen Fall keine analytische Lösung gibt. Ziel dieses Abschnitts ist, eine analytische Verteilungsfunktion zu finden, die die Ergebnisse aus dem vorangegangenen Abschnitt möglichst genau abbildet und als universelle Beschreibung dienen kann.

Bei Betrachtung der Verteilungsfunktionen zeigt sich, dass das Maximum der Direktivität niemals kleiner als eins werden kann, nach oben aber nicht begrenzt ist. Als Funktionen bieten sich deshalb einseitig begrenzte Verteilungen an, wie die Exponential-, Gamma-, Weibull oder Chi<sup>2</sup>-verteilung. Für die gezeigten Ergebnisse liefert die Gammaverteilung die beste Übereinstimmung. Ein weiterer Vorteil sind die lediglich zwei Parameter der

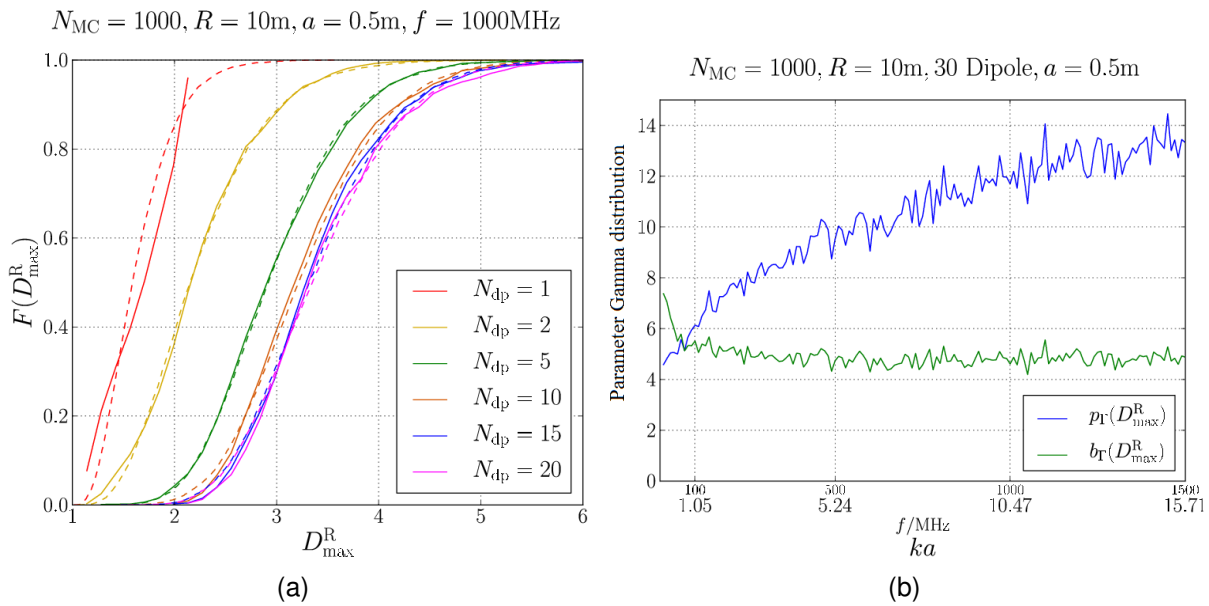


Abbildung 6: Gammaverteilung zur Darstellung der Direktivitätsverteilung; (a) Vergleich von simulierten Werten (durchgezogen) mit der Gamma-Verteilung (gestrichelt); (b) Parameter der Gammaverteilung für variierende  $ka$

Funktion, die aus dem Erwartungswert und der Varianz bestimmt werden können. Die Gammaverteilung ist gegeben durch

$$f(x|b_{\Gamma}, p_{\Gamma}) = \begin{cases} \frac{b_{\Gamma}^{p_{\Gamma}}}{\Gamma(p_{\Gamma})} x^{p_{\Gamma}-1} e^{-b_{\Gamma}x} & x \geq 0 \\ 0 & x < 0 \end{cases}, \quad (6)$$

wobei die Parameter mit Hilfe von

$$b_{\Gamma} = \frac{E(X)}{\text{var}(X)} \quad \text{und} \quad p_{\Gamma} = \frac{E(X)^2}{\text{var}(X)} \quad (7)$$

bestimmt werden. Da das Minimum der Verteilung bei 1 und nicht bei 0 liegen soll, wird  $E(X)$  der Verteilung im vorliegenden Fall mit  $E(D_{\max}) - 1$  ersetzt. Ein Beispiel wie gut die Gammaverteilung die im vorangegangenen Abschnitt gezeigten Ergebnisse repräsentiert gibt Abbildung 6(a). Es zeigt sich, dass es für  $N \geq 2$  eine sehr gute Übereinstimmung zwischen simulierten Werten und analytischer Verteilung gibt. Für  $N = 1$  gibt es keine Interferenz zwischen Quellen und somit passt die Verteilung hier auch nicht. Da ein EUT aber nicht mit nur einer Quelle modelliert werden sollte ist dies kein Nachteil.

Abbildung 6(b) zeigt den Trend der beiden Parameter für einen konkreten Fall. Der Parameter  $b_{\Gamma}$  tendiert gegen 5. Das bedeutet, dass sich Erwartungswert und Varianz in die gleiche Richtung verändern und ihr Verhältnis gleich bleibt. Der Parameter  $p_{\Gamma}$  ist proportional zum Quadrat des Erwartungswertes und bei konstantem  $b_{\Gamma}$  proportional zum Erwartungswert der Direktivität.

## 5 Zusammenfassung

Dieser Beitrag hat eine neue Methode vorgestellt um die Direktivität unbeabsichtigter statistischer Strahler mit Hilfe von Monte Carlo Simulationen zu beschreiben. Dafür wurden Hertzsche Dipole auf einer Kugeloberfläche verteilt und das Feld auf einem Ring, einer

Zylinderoberfläche und einer Kugeloberfläche berechnet. Der Einfluss der elektrischen Größe, der Anzahl an Quellen und der Abtastrate wurde diskutiert.

Wir haben die Gammaverteilung als passende Verteilungsfunktion vorgeschlagen und gezeigt wie simulierte und analytische Ergebnisse übereinstimmen. Mit Hilfe der Verteilungen können Konfidenzintervalle bei Umrechnung von OATS, FAR und SAR Messergebnissen zu solchen von MVK und GTEM-Zelle bzw. umgekehrt angegeben werden.

## Literatur

- [1] IEC 61000-4-22 Ed. 1. Electromagnetic Compatibility (EMC)-Part 4.22: Testing and Measurement Techniques - Radiated Emissions and Immunity Measurements in Fully Anechoic Rooms (FARs), November 2010.
- [2] IEC 61000-4-21 Ed. 2. Electromagnetic Compatibility (EMC)-Part 4.21: Testing and Measurement Techniques - Reverberation Chamber Test Methods. Geneva, Switzerland, February 2010.
- [3] IEC 61000-4-20 Ed. 2. Electromagnetic Compatibility (EMC)-Part 4.20: Testing and Measurement Technologies - Emission and Immunity Testing in Transverse Electromagnetic (TEM) waveguides. Geneva, Switzerland, September 2010.
- [4] H. Krauthäuser. *Grundlagen und Anwendungen von Modenverwirbelungskammern*. Number 17 in Res Electricae Magdeburgenses. Magdeburg, Germany, 1st edition, 2007.
- [5] S. Clay. Improving the Correlation Between OATS, RF Anechoic Room and GTEM Radiated Emission Measurements for Directional Radiators at Frequencies between Approximately 150 MHz and 10 GHz. *IEEE Int. Symp. Electromagn. Compat.*, 2:1119–1124, 1999.
- [6] L. Jansson and M. Backstrom. Directivity of Equipment and its Effects on Testing in Mode-Stirred and Anechoic Chamber. *IEEE Int. Symp. Electromagn. Compat.*, 1:17–22, 1999.
- [7] G. Freyer and M. Backstrom. Comparison of Anechoic and Reverberation Chamber Coupling Data as a Function of Directivity Pattern. *IEEE Int. Symp. Electromagn. Compat.*, 2:615–620, 2000.
- [8] J. Hansen, editor. *Spherical Near-Field Antenna Measurements*. Number 26 in IEE Electromagnetic Wave Series. London, U.K.: Peregrinus, 1988.
- [9] M. T. Ma. A Method of Determining the Emission and Susceptibility Levels of Electrically Small Objects Using a TEM Cell. Technical Report 1040, National Institute of Standards and Technology (NIST), Boulder, Colorado, 1981.
- [10] S. Buchholz. Einflussfaktoren bei der Messung und Modellierung der Direktivität statistischer Strahler. Diploma Thesis, TU Dresden, Germany, 2012.