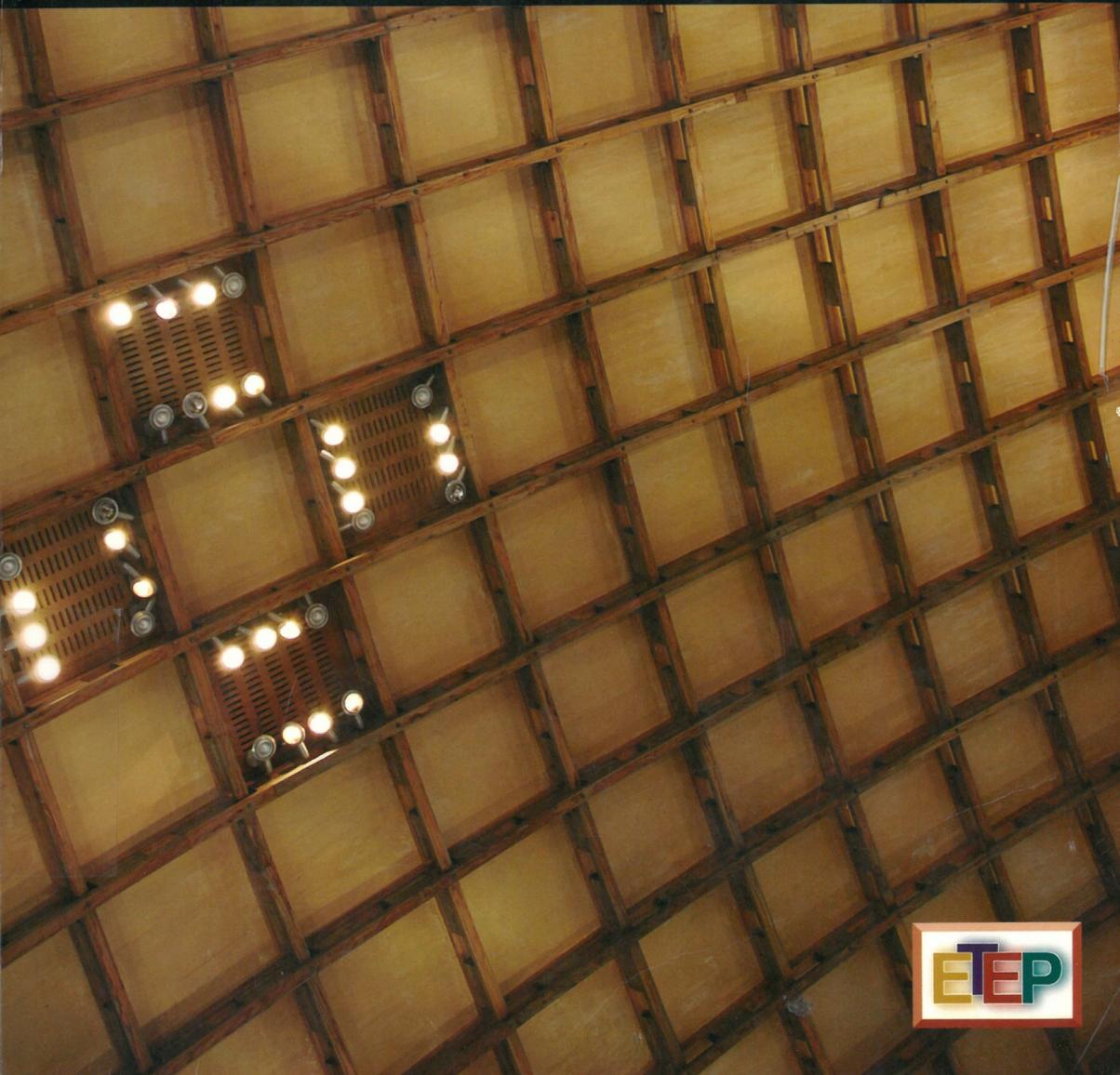


F. Teixeira-Dias
J. Pinho-da-Cruz
R.A. Fontes Valente
R. J. Alves de Sousa

Método dos Elementos Finitos

Técnicas de Simulação Numérica em Engenharia



Método dos Elementos Finitos

Técnicas de Simulação Numérica em Engenharia



CreativeTech

UA-SD



305623



DA MESMA EDITORA

-AUTOMAÇÃO INDUSTRIAL – 3.ª ed.

J. Norberto Pires

-AUTÓMATOS PROGRAMÁVEIS – 4.ª ed.

António Francisco

-CURSO DE AUTOMAÇÃO INDUSTRIAL

Paulo Oliveira

-CURSO DE ELECTRONICA INDUSTRIAL (EP)

Fernando Velez / Paulo Oliveira / Luís Borges / Ana Rodrigues

-MECÂNICA DOS FLUIDOS – 2.ª ed.

Luis Adriano Oliveira / António Gameiro Lopes

-MOTORES ELÉCTRICOS – 2.ª ed.

António Francisco

-SISTEMAS ELECTRONICOS COM MICROCONTROLADORES – 2.ª ed.

Victor Gonçalves

DISTRIBUIÇÃO



Lidel – edições técnicas, lda.

SEDE: Rua D. Estefânia, 183, r/c Dto. – 1049-057 Lisboa
Internet: 21 354 14 18 – livrarialx@lidel.pt
Revenda: 21 351 14 43 – revenda@lidel.pt
Formação/Marketing: 21 351 14 48 — formacao@lidel.pt / marketing@lidel.pt
Ensino Línguas/Exportação: 21 351 14 42 – depinternacional@lidel.pt
Fax: 21 357 78 27 - 21 352 26 84
Linha de Autores: 21 317 32 53 – editec@lidel.pt
Fax: 21 317 32 59

LIVRARIAS:

LISBOA: Av. Praia da Vitória, 14 – 1000-247 Lisboa – livrarialx@lidel.pt
Telef. 21 354 14 18 – Fax 21 317 32 59

PORTO: Rua Damião de Góis, 452 – 4050-224 Porto – delporto@lidel.pt
Telef. 22 557 35 10 – Fax 22 550 11 19



® Marca registada de LIVRIMPOR – Livros Técnicos, Lda.

Rua D. Estefânia, 183 – 1.º Esq. – 1000-154 Lisboa
Telef. 21 317 32 53 – Fax 21 317 32 59

Copyright © Fevereiro 2010

ETEP – EDIÇÕES TÉCNICAS E PROFISSIONAIS – Marca Registada de LIVRIMPOR

Impressão e acabamento: Rolo & Filhos II, S.A. – Indústrias Gráficas (Mafra)

ISBN: 978-972-8480-25-7

Depósito Legal: 304180/09

Capa: José Manuel dos Reis

Imagem: © Filipe Teixeira-Dias, 2007



Este pictograma merece uma explicação. O seu propósito é alertar o leitor para a ameaça que representa para o futuro da escrita, nomeadamente na área da edição técnica e universitária, o desenvolvimento massivo da fotocópia.

O Código do Direito de Autor estabelece que é crime punido por lei, a fotocópia sem autorização dos proprietários do *copyright*. No entanto, esta prática generalizou-se sobretudo no ensino superior, provocando uma queda substancial na compra de livros técnicos. Assim, num país em que a literatura técnica é tão escassa, os autores não sentem motivação para criar obras inéditas e fazê-las publicar, ficando os leitores impossibilitados de ter bibliografia em português.

Lembramos portanto, que é expressamente proibida a reprodução, no todo ou em parte, da presente obra sem autorização da editora.

*À Margarida
À Maria e à Leonor
Aos meus Pais
~ Filipe*

*Aos meus pais, Graça e Pinho
Aos meus irmãos, Nuno e Jorge
À Manuela
~ Alexandre*

*Aos meus Pais e Irmão, por estarem sempre presentes
À Sonia, pelo carinho, dedicação e apoio ao longo desta caminhada
~ Robertt*

*À Susana e à Íris,
pela alegria e pelo sentido que diariamente dão à minha vida
Aos meus pais, por tantas coisas
~ Ricardo*

Os Autores

Filipe Teixeira-Dias (ftd@ua.pt) obteve os graus de Licenciatura (1992), Mestrado (1995) e Doutoramento (2000) em Engenharia Mecânica na Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra, e a Agregação (2009) na Universidade de Aveiro. Actualmente, é docente da Universidade de Aveiro, leccionando aulas das disciplinas de Introdução à Engenharia Mecânica e Mecânica Computacional, das quais é regente, e ainda de Mecânica das Estruturas. A sua actividade de investigação centra-se na mecânica computacional, na dinâmica de estruturas e de impacto, nos materiais celulares e no desenvolvimento de materiais e sistemas de protecção.

J. Alexandre M. Pinho da Cruz (jpc@ua.pt) é docente e investigador no Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Aveiro, nas áreas da Mecânica Computacional, da Mecânica das Estruturas e do Cálculo Computacional Paralelo. Obteve a Licenciatura (1997) e o Mestrado (2001) em Engenharia Mecânica na Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra, e o Doutoramento (2007) também em Engenharia Mecânica na Universidade de Aveiro.

Robertt A. F. Valente (robertt@ua.pt) obteve os graus de Licenciatura (1997), Mestrado (1999) e Doutoramento em Engenharia Mecânica (2004) pela Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto. Desde 2001 é docente e investigador no Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Aveiro, onde actualmente coordena as disciplinas de Mecânica dos Sólidos e Placas e Cascas, e colabora nas disciplinas de Mecânica das Estruturas e Simulação de Processos Tecnológicos. Desde 1997, a sua actividade de investigação centra-se no Método dos Elementos Finitos e no desenvolvimento de software de simulação numérica para aplicações estruturais nas indústrias aeronáutica e de conformação plástica.

Ricardo Alves de Sousa (rsousa@ua.pt) doutorou-se em Engenharia Mecânica (2006) pela Universidade de Aveiro. A sua área de investigação principal é a Mecânica Computacional, com ênfase na utilização do Método dos Elementos Finitos em aplicações de carácter estrutural e na simulação de processos de conformação de chapa. Actualmente, no Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Aveiro, coordena a disciplina de Simulação de Processos Tecnológicos e lecciona as disciplinas de Mecânica dos Sólidos e Mecânica Aplicada.

Prefácio

O desafio de escrever o presente livro surgiu da paixão dos Autores pelas áreas da mecânica computacional e da simulação numérica, e das suas múltiplas implicações na generalidade dos fenómenos físicos do dia-a-dia. Adicionalmente, esta obra pretende colmatar uma lacuna que é a inexistência, em português europeu, de um livro que aborde — de forma concisa, mas ao mesmo tempo rigorosa — os fundamentos associados ao Método dos Elementos Finitos (MEF), uma das técnicas mais poderosas e versáteis de simulação computacional.

Esta obra tem por objectivo abranger os tópicos fundamentais mais relevantes para a compreensão do método dos elementos finitos, de uma forma acessível à generalidade dos estudantes de cursos superiores quer de engenharia quer de ciências. Em simultâneo, procurou-se apresentar estes conceitos através de uma abordagem prática que possa ser útil ao profissional de engenharia e de projecto que venha a ser confrontado com a necessidade da utilização ou do domínio de programas comerciais de simulação numérica baseados no MEF. Assim, a presente obra pretende despertar a curiosidade e o interesse dos leitores, alunos, professores ou profissionais da indústria pelo MEF e por todas as técnicas associadas de simulação numérica em engenharia.

Não obstante, e no sentido de atingir uma abrangência muito para além dos fundamentos da técnica, são também consideradas neste livro introduções a tópicos mais avançados, cuja leitura pode assim representar uma primeira abordagem por parte de leitores que desejem aprofundar os seus conhecimentos para além de um nível estritamente básico.

Procurou-se, tanto quanto possível, que os diversos capítulos deste livro fossem modulares em termos dos conceitos apresentados e, assim, que contivessem de forma independente toda a informação necessária à sua compreensão. Como

resultado, o livro poderá ser explorado e desfrutado de maneira sequencial do princípio ao fim, ou, em alternativa, através da consulta pontual dos diversos assuntos e temas expostos.

São apresentados vários exercícios resolvidos, de forma detalhada, que visam ilustrar a aplicação dos respectivos conceitos teóricos e teórico-práticos. Na sua globalidade, estes exercícios resolvidos, bem como os exercícios propostos, tentam reproduzir um percurso de aprendizagem com um grau de dificuldade crescente, permitindo uma compreensão gradual e sustentada da generalidade dos tópicos abordados. Cada capítulo contém uma lista extensiva de referências adicionais para os leitores interessados.

O público-alvo desta obra consiste em alunos e professores de cursos universitários e politécnicos, profissionais da indústria ligados às técnicas de simulação computacional, bem como profissionais com pouca ou nenhuma experiência na área da mecânica computacional, que pretendam um manual completo e de fácil leitura acerca do método dos elementos finitos.

Os Autores desta obra têm vindo a desenvolver trabalho há mais de uma década na área da investigação e do ensino de técnicas de simulação numérica em engenharia, tendo contribuído, na sua totalidade, com mais de uma centena de publicações em revistas internacionais e conferências científicas. Na eventualidade desta obra contribuir de forma humilde, mas positiva, para o estado-da-arte científico e para o ensino em engenharia, então o seu objectivo estará sobejamente cumprido.

Aveiro, 2009

Filipe Teixeira-Dias
J. Alexandre M. de Pinho da Cruz
Robertt A. Fontes Valente
Ricardo Alves de Sousa

Agradecimentos

Esta obra só se tornou uma realidade graças, em primeiro lugar, ao interesse e à confiança que, desde o primeiro momento, a editora LIDEL depositou nos Autores. O desafio lançado pela editora de elaborar uma obra de referência na área da simulação numérica — e em particular do Método dos Elementos Finitos — foi o factor decisivo e que muito honrou os Autores. Os Autores agradecem à editora LIDEL, na pessoa do Sr. Eng.º Frederico Annes, pela confiança neles depositada.

Tratando-se do culminar de uma experiência rica em termos quer científicos quer pedagógicos, os Autores expressam o seu agradecimento a todos os seus professores e alunos que constituíram fonte de inspiração e motivação para o estudo dos elementos finitos.

Os Autores agradecem ainda a todos os colegas, colaboradores e investigadores do grupo de investigação GRIDS, pelo espírito de equipa sempre manifestado. Em particular, os seus agradecimentos à Mariana Paulino, à Marisa Pinho Henriques, ao João Alexandre Oliveira, ao Victor Miranda, à Maria Ana Grilo, ao Daniel Gonçalves, ao Rodrigo Coelho, ao Daniel Afonso, ao Eduardo Santos, ao Mauro Simões e ao Miguel Mieiro por terem colaborado com a realização de algumas das simulações numéricas e alguns dos resultados que os Autores apresentam nos capítulos iniciais desta obra.

A todos, os Autores expressam o seu Muito Obrigado!

Índice Geral

Anexo a cores	xvii
---------------------	------

Parte I Introdução e Noções Fundamentais

1 Enquadramento	3
1.1 A origem do método dos elementos finitos	3
1.2 Guia de leitura	7
Referências Bibliográficas	11
2 Introdução à simulação numérica	15
2.1 Introdução	15
2.2 Simulação numérica	16
2.3 Método dos elementos finitos: O que é?	22
2.4 O ponto de vista do utilizador	27
2.4.1 Pré-processamento	31
2.4.2 Análise	32
2.4.3 Pós-processamento	32
2.5 O ponto de vista do programador	33
Referências Bibliográficas	35
3 Vectores e tensores: Conceitos básicos e notação	37
3.1 Introdução	37
3.2 Fundamentos de álgebra vectorial	40
3.3 Fundamentos de álgebra tensorial	48
3.4 Notação de Voigt	53
Referências Bibliográficas	56

4	Abordagem de engenharia	57
4.1	Introdução	57
4.2	Abordagem de engenharia	58
4.2.1	Generalização e definição do modelo	58
4.2.2	Discretização do modelo	58
4.2.3	Equações de equilíbrio	61
4.2.4	<i>Assemblagem</i>	63
4.2.5	Condições de fronteira e carregamentos	68
	Referências Bibliográficas	74

Parte II Análise de Sistemas Discretos

5	Análise matricial de sistemas discretos	77
5.1	Introdução	77
5.2	Sistemas discretos	78
5.2.1	Análise matricial de estruturas articuladas	79
5.2.2	Estruturas articuladas planas	87
5.2.3	Analogias com outros sistemas discretos	94
5.2.4	Estruturas reticuladas planas	100
	Referências Bibliográficas	111

Parte III Análise de Meios Contínuos

6	Generalização do método dos elementos finitos	115
6.1	Introdução	115
6.2	Problemas unidimensionais	118
6.2.1	Da formulação forte à formulação fraca	120
6.2.2	Continuidade	123
6.2.3	Generalização das condições de fronteira	125
6.2.4	Discretização em elementos finitos	128
6.3	Problemas bidimensionais	135
6.3.1	Discretização em elementos finitos	140
6.3.2	Extensão ao caso tridimensional	142
6.4	Elasticidade linear	144
	Problemas Propostos	152
	Referências Bibliográficas	156

7	Elementos finitos unidimensionais	157
7.1	Introdução	157
7.2	Princípio dos trabalhos virtuais (PTV)	158
7.3	Princípio da energia potencial mínima	161
7.4	Barra sujeita a carregamentos axiais	161
7.4.1	Elemento do tipo barra unidimensional	164
7.5	Discretização em múltiplos elementos lineares	170
7.6	Formulação matricial	179
7.6.1	Princípio dos trabalhos virtuais (PTV)	180
7.7	Elementos unidimensionais de grau superior	183
7.8	Integração numérica	186
	Referências Bibliográficas	189
8	Elementos finitos bidimensionais e axissimétricos	191
8.1	Introdução	191
8.2	Relações entre tensão e deformação	193
8.3	Estados planos de deformação e de tensão	194
8.4	Introdução aos elementos finitos bidimensionais	199
8.4.1	Elementos finitos triangulares	199
8.4.2	Funções de forma: Condições	203
8.4.3	Campo de deformações e de tensões elementares	208
8.4.4	Coordenadas de área	211
8.4.5	Elementos triangulares de ordem superior	212
8.4.6	Elementos finitos retangulares	219
8.5	Elementos isoparamétricos quadriláteros bidimensionais	223
8.5.1	Funções de forma para elementos lagrangianos	224
8.6	Integração analítica das matrizes elementares	234
8.7	Integração numérica em duas dimensões	238
8.8	Escolha da ordem de integração a utilizar	243
8.9	Determinação da rigidez e das forças nodais equivalentes em elementos bidimensionais	245
8.10	Elementos finitos axissimétricos	249
8.10.1	Campos de deslocamentos e de deformações	251
8.10.2	Campo de tensões	253
8.10.3	Matriz de rigidez e vector de forças	254
8.10.4	Elementos axissimétricos isoparamétricos	256
	Problemas Propostos	257
	Referências Bibliográficas	261

9	Elementos finitos tridimensionais	263
9.1	Introdução	263
9.2	Campo de deslocamentos	267
9.2.1	Elementos finitos hexaédricos	267
9.2.2	Elementos finitos tetraédricos	277
9.3	Campo de deformações	281
9.4	Campo de tensões	282
9.5	Vector de forças e matriz de rigidez	284
9.6	Integração Numérica	292
9.6.1	Elementos finitos hexaédricos	292
9.6.2	Elementos finitos tetraédricos	293
	Problemas Propostos	299
	Referências Bibliográficas	300

Parte IV Tópicos Complementares e Avançados

10	Elementos dos tipos placa e casca degenerados	305
10.1	Introdução	305
10.2	Sistemas de coordenadas	307
10.2.1	Sistema de coordenadas global	307
10.2.2	Sistema de coordenadas curvilíneo natural	309
10.2.3	Sistema de coordenadas local	310
10.2.4	Sistema de coordenadas local nodal	313
10.3	Cinemática dos elementos finitos	316
10.3.1	Geometria e campo de deslocamentos	316
10.3.2	Campo de deformações	317
10.4	Método das deformações naturais assumidas	325
10.4.1	Enquadramento	325
10.4.2	Formulação de base	327
10.4.3	Elemento finito do tipo casca linear	331
10.4.4	Elemento finito do tipo casca quadrático	332
10.5	Leis constitutivas e matriz de rigidez	337
	Problemas Propostos	338
	Referências Bibliográficas	343
11	Método das diferenças finitas	345
11.1	Introdução	345
11.2	Diferenças finitas a uma dimensão	346
11.3	Método das diferenças finitas a duas dimensões	354

11.3.1	Análise térmica	357
11.3.2	Análise estrutural	360
Problemas Propostos	369
Referências Bibliográficas	371
12	Introdução à análise não-linear	373
12.1	Enquadramento	373
12.2	Introdução	374
12.3	Análise não-linear: Por que razão?	375
12.4	Análises não-lineares e não-linearidades	376
12.4.1	Tipos de não-linearidade	376
12.4.2	Não-linearidade material	377
12.4.3	Não-linearidade geométrica	379
12.4.4	Não-linearidade nas condições de fronteira	382
12.4.5	Tipos de análise não-linear	384
12.5	Particularidades das não-linearidades	388
12.5.1	Não-linearidade material estática/quase-estática: Elastoplasticidade	388
12.5.2	O modelo da elastoplasticidade infinitesimal	393
12.5.3	Não-linearidade material dinâmica	400
12.5.4	Não-linearidade geométrica	401
12.5.5	Não-linearidades nas condições de fronteira	402
12.6	Modelação de análises não-lineares	403
12.6.1	Aspectos gerais da análise não-linear: Procedimentos incrementais e iterativos	403
12.6.2	Aspectos particulares e procedimentos da análise não-linear	404
12.7	Exemplos de modelação não-linear	408
12.7.1	Análise quase-estática: Elastoplasticidade infinitesimal ...	408
12.7.2	Análise dinâmica: Condução transitória de calor	430
Referências Bibliográficas	446
Índice Remissivo	449