



Université  
de Toulouse

# THÈSE

En vue de l'obtention du

## DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE

**Délivré par :**

Institut National Polytechnique de Toulouse (Toulouse INP)

**Discipline ou spécialité :**

Génie Mécanique, Mécanique des Matériaux

---

**Présentée et soutenue par :**

M. MONDHER NASRI

le vendredi 23 novembre 2018

**Titre :**

Analyse numérique et expérimentale de la mise en forme par estampage  
des renforts composites pour applications aéronautiques

---

**Ecole doctorale :**

Mécanique, Energétique, Génie civil, Procédés (MEGeP)

**Unité de recherche :**

Laboratoire de Génie de Productions de l'ENIT (E.N.I.T-L.G.P.)

**Directeur(s) de Thèse :**

M. OLIVIER DALVERNY

M. ALI ZGHAL

**Rapporteurs :**

M. DAMIEN SOULAT, ENSAIT

M. FAKHREDDINE DAMMAK, ECOLE NALE D'INGENIEUR DE SFAX TUNISIE

**Membre(s) du jury :**

M. AMINE AMMAR, ENSAM CER ANGERS, Président

M. ALI ZGHAL, ECOLE SUP SCIENCES ET TECHNIQUES TUNIS, Membre

M. CHRISTIAN GARNIER, ECOLE NATIONALE D'INGENIEUR DE TARBES, Membre

M. FETHI ABBASSI, AMERICAN UNIVERSITY OF THE MIDDLE EAST, Membre

Mme FEDERICA DAGHIA, ECOLE NORMALE SUPERIEURE DE CACHAN, Membre

M. OLIVIER DALVERNY, ECOLE NATIONALE D'INGENIEUR DE TARBES, Membre

## Résumé

### Analyse numérique et expérimentale de la mise en forme par estampage des renforts composites pour applications aéronautiques

Ces travaux de thèse s'inscrivent dans un thème de recherche portant sur l'optimisation de la phase de conception et la préparation de la fabrication par estampage de pièces de formes complexes. Le préformage des renforts tissés secs est un enjeu important pour plusieurs procédés de production de pièces en matériaux composites tel que, par exemple, le procédé RTM (*Resin Transfer Molding*). Au cours de cette phase, la préforme est soumise à des déformations importantes. La connaissance du comportement du tissu sec est alors un enjeu majeur en vue de l'optimisation des procédés de mise en forme. Pour mettre en œuvre les renforts tissés, il est nécessaire de tenir compte de leurs caractéristiques intrinsèques aux différentes échelles, de leurs très grandes déformations en cisaillement et du comportement fortement orienté de ces matériaux. Un point important réside dans la détermination des orientations des renforts après formage. Face à la complexité de mise au point expérimentale de la mise en forme des renforts tissés, la simulation est un outil important pour l'optimisation de conception de pièces composites. Dans ce travail, une nouvelle approche hybride discrète non linéaire, basée sur l'association d'éléments continus hypoélastiques (comportement en cisaillement non linéaire) avec des connecteurs spécifiques de comportement non linéaire a été abordée. Elle permet de prédire les contraintes au niveau des fibres et de déterminer avec plus de précision, les angles de cisaillement en se basant sur la modification de l'orientation en grande déformation. En outre, elle permet d'analyser et de prévoir le comportement global du tissu à partir de sa structure interne. Le nombre de paramètres à identifier est faible et le temps de calcul est raisonnable. Cette approche a été programmée via une routine VUMAT et implémentée dans le code de calcul élément fini ABAQUS/Explicit. L'identification et la validation du modèle ont été effectuées en utilisant des essais de caractérisation standard des tissus. Les résultats de mise en forme des renforts tissés ont été comparés à des résultats expérimentaux.

**Mots clés :** composite, renfort tissé, mise en forme, simulation numérique, hybride discrète hypoélastique, biais extension test, stéréo-corrélation d'images, suivi de marqueurs.

## **Abstract**

### **Numerical and experimental analysis of the stamping forming of composite reinforcements for aeronautics parts applications**

This thesis is part of a research theme dealing with the optimization of the design process and the preparation for a manufacturing process by stamping of complex shaped parts. The preforming of dry woven reinforcements is one of the most important steps during production of complex composite material parts such as RTM (*Resin Transfer Molding*) process. In this stage, the deformation of preform (fabric) is quite important. Understand the woven behavior is an essential step in the study of shaping processes. In order to use woven reinforcements to produce industrial parts, it is compulsory to take into account their intrinsic characteristics at different scales, their very large shear deformations and the high oriented behavior of these materials. Furthermore, the determination of the reinforcement orientations after forming is an important task. The complexity of the experimental development of the shaping of woven reinforcements makes simulation an important tool for optimizing the design of composite parts.

This work presented a new non-linear discrete hybrid approach, based on the association of hypoelastic continuous elements (non-linear shear behavior) with specific non-linear behavior connectors. This approach able to predict the stresses at the level of the fiber to determine with more precision, the shear angles based on the modification of the orientation in large deformation. In addition, it allows the overall behavior of the tissue to be analyzed and predicted from its internal structure. The number of parameters to be identified is limited and the calculation time is reasonable. This approach was implemented in the Finite element code ABAQUS/Explicit via a VUMAT routine code. The identification and validation of the model was performed using standard fabric characterization tests. The woven reinforcement forming results were compared with experimental results.

**Keywords** : composite, woven reinforcement, shaping, numerical simulation, discrete hypoelastic hybrid, bias extension test, stereo-correlation of images, tracking of markers.

# Liste des abréviations

Liste des symboles et abréviations fréquemment utilisés dans le manuscrit.

<b>Symbole</b>	<b>Description</b>
$\nabla$	opérateur nabla (gradient d'une fonction vectorielle)
$\underline{\underline{\sigma}}$	tenseur des contraintes de Cauchy
$\underline{\underline{\sigma}}^\nabla$	dérivée objective de $\underline{\underline{\sigma}}$
$\sigma_{New}$	tenseur des contraintes recalculé
$GN_{1,2}^0$	base initiale de Green-Naghdi
$GN_{1,2}$	base de Green-Naghdi
$F_{1,2}^0$	base matérielle initiale
$\underline{\underline{F}}$	tenseur gradient de la transformation
$\underline{\underline{U}}$	tenseur d'élongation pure à droite
$\underline{\underline{C}}$	tenseur d'élasticité
$\underline{\underline{D}}$	tenseur taux de déformation
$E_{11}$	module d'élasticité sens chaîne
$E_{22}$	module d'élasticité sens trame
$G_{12}$	module de cisaillement
$T_{1,2}$	matrice de passage
$d\varepsilon_{F_{1,2}}$	incrément de déformation
$d\sigma_{1,2}$	incrément de contrainte
$\gamma$	angle de cisaillement
$\theta_{1,2}$	angle entre la chaîne ou la trame et la base Green-Naghdi
$F_b$	force normale
$F_{sh}(\gamma)$	force de cisaillement normalisée
$F_c$	force de connecteur
$U_c$	déplacement de connecteur

$e$	épaisseur
$K(u)$	rigidité non-linéaire du connecteur
$K_0$	rigidité constante du connecteur
$N$	nombre de connecteur dans la direction x
$n$	nombre de connecteur dans la direction y
$l_0$	taille du connecteur, taille unitaire de l'élément ou de la cellule unitaire

# Table des matières

<b>Table des figures</b>	<b>vii</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>xiv</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>1 État de l’art</b>	<b>5</b>
1.1 Introduction . . . . .	6
1.2 Généralité sur les matériaux composites . . . . .	6
1.3 Les renforts tissés . . . . .	7
1.3.1 Les tissus 2D . . . . .	8
1.3.2 Les tissus 2,5D : interlocks . . . . .	9
1.3.3 Les tissus 3D . . . . .	10
1.4 Contexte de la mise en forme des matériaux composites . . . . .	11
1.4.1 Les principaux procédés LCM . . . . .	11
1.4.2 Défauts de mise en forme des composites tissés . . . . .	13
1.5 Étude du comportement des renforts tissés . . . . .	15
1.5.1 Comportement en tension . . . . .	16
1.5.2 Comportement en cisaillement plan . . . . .	18
1.5.3 Comportement en flexion . . . . .	27
1.5.4 Comportement en compaction . . . . .	27
1.6 Modélisation et Simulation du comportement des tissus . . . . .	28
1.6.1 Simulation à l’échelle microscopique . . . . .	29
1.6.2 Simulation à l’échelle mésoscopique . . . . .	30
1.6.3 Simulations à l’échelle macroscopique . . . . .	32
1.6.3.1 Approche géométrique . . . . .	32

1.6.3.2	Approche mécanique	33
1.6.4	Synthèse modélisation	44
1.7	Conclusion	47
<b>2</b>	<b>Caractérisation expérimentale d'un sergé 2x2</b>	<b>49</b>
2.1	Introduction	50
2.2	Matériau, protocoles et techniques expérimentales	50
2.2.1	Matériau d'étude	50
2.2.2	Géométrie des éprouvettes	51
2.2.3	Préparation des éprouvettes	52
2.2.4	Extensométrie optique : techniques de mesures de grandeurs mécaniques	54
2.2.4.1	Corrélation d'images	54
2.2.4.2	Stéréo-corrélation d'images	56
2.2.4.3	Suivi de marqueurs	57
2.3	Essais de traction : chaîne / trame	60
2.3.1	Procédure d'essai	60
2.3.2	Résultats	61
2.4	Essais de cisaillement : biais extension test	62
2.4.1	Procédure d'essai	62
2.4.2	Résultats	64
2.4.3	Normalisation de l'effort de cisaillement	68
2.4.4	Détermination de module de cisaillement	70
2.5	Conclusion	72
<b>3</b>	<b>Développement et implémentation de modèles hybrides pour les renforts tissés</b>	<b>73</b>
3.1	Introduction	74
3.2	Cadre scientifique général de l'étude	74
3.2.1	Référentiel, repère, configuration	75
3.2.2	Mesure des déformations	76
3.2.3	Mesures des contraintes	78
3.2.4	Lois de comportement, objectivité	80
3.3	Cadre numérique	81
3.3.1	Outils de développement dans Abaqus/Explicit	81

3.3.2	Schémas d'intégration temporelle . . . . .	82
3.3.2.1	Schéma implicite . . . . .	82
3.3.2.2	Schéma explicite . . . . .	83
3.3.3	Stratégie numérique d'optimisation des calculs . . . . .	84
3.3.3.1	Profil de vitesse . . . . .	84
3.3.3.2	Facteur d'amortissement . . . . .	85
3.3.3.3	Densité du matériau . . . . .	85
3.3.4	Orientation des éléments, conditions de contacts . . . . .	86
3.4	Modélisation numérique . . . . .	86
3.4.1	Démarche de modélisation . . . . .	86
3.4.2	Modèle Hybride discret élastique isotrope . . . . .	87
3.4.2.1	Concept du modèle . . . . .	87
3.4.2.2	Comportement d'une cellule élémentaire . . . . .	89
3.4.2.3	Tests de élémentaires de validation de VUMAT-HEIL . . . . .	93
3.4.2.4	Identification des paramètres des connecteurs . . . . .	97
3.4.2.5	Identification inverse des paramètres de élément continu . . . . .	103
3.4.2.6	Synthèse pur le modèle hybride discret élastique isotrope . . . . .	107
3.4.3	Modèle hybride discret hypoélastique . . . . .	108
3.4.3.1	Concept du modèle . . . . .	108
3.4.3.2	Développement de l'approche hybride hypoélastique . . . . .	108
3.4.4	Implémentation de la routine VUMAT : approche hybride hypoélastique . . . . .	115
3.4.4.1	Validation de l'implémentation numérique dans Abaqus pour l'élément continu . . . . .	117
3.4.4.2	Tests élémentaires de l'élément hybride discret . . . . .	119
3.5	Conclusion . . . . .	125
<b>4</b>	<b>Identification et tests de mise en forme</b> . . . . .	<b>127</b>
4.1	Introduction . . . . .	128
4.2	Stratégie d'optimisation des calculs pour la mise en forme . . . . .	128
4.2.1	Contact de type cinématique . . . . .	129
4.2.2	Contact de type pénétration . . . . .	130
4.3	Identification des paramètres du modèle hybride proposé . . . . .	131
4.3.1	Identification de la loi de comportement en traction . . . . .	131

4.3.2	Identification de la loi de comportement en cisaillement . . . . .	131
4.4	Estampage d'un hémisphère . . . . .	131
4.4.1	Paramètres et démarche de mise en forme . . . . .	132
4.4.2	Estampage à 0°/90° . . . . .	134
4.4.2.1	Angles locaux de cisaillement à 0°/90° . . . . .	134
4.4.2.2	Avalement maximal 0°/90° . . . . .	135
4.4.3	Estampage à ± 45° . . . . .	137
4.4.3.1	Angles locaux de cisaillement à ± 45° . . . . .	139
4.4.3.2	Avalement à ± 45° . . . . .	139
4.4.3.3	Effort d'emboutissage à ± 45° . . . . .	140
4.5	Comparaison VUMAT-HEIL et VUMAT-HHNL . . . . .	141
4.6	Analyse de sensibilité du modèle proposé . . . . .	143
4.6.1	Influence de l'effort de serre-flan . . . . .	145
4.6.2	Influence de la vitesse du poinçon . . . . .	145
4.6.3	Influence de la variation du coefficient de frottement . . . . .	146
4.7	Conclusion . . . . .	147
	<b>Conclusions et Perspectives</b>	<b>149</b>
	<b>A</b>	<b>153</b>
A.1	Caractéristiques de 48600 C 1300 . . . . .	153
A.2	Implémentation de la formulation Hypo-élastique dans Abaqus . . . . .	153
	<b>Bibliographie</b>	<b>158</b>

# Table des figures

1	Croissance de l'emploi de pièces de structure en composites pour les avions [brandt j, 2004] . . . . .	2
1.1	Structure des pièces composites . . . . .	8
1.2	Schéma illustrant le principe de fonctionnement d'un métier à tisser [Vilfayeau, 2014]. . . . .	9
1.3	Les différents motifs de tissage 2D : a) Taffetas (b) Sergé 2x2 (c) Satin . . . . .	10
1.4	Définition de l'embuvage, longueur du fil et du tissu . . . . .	10
1.5	Structure géométrique du composite tissé 2.5D [Lu et al., 2018] . . . . .	10
1.6	Principe du procédé RTM [Boisse, 2004] . . . . .	12
1.7	Principe de l'infusion sous vide [Charmetant, 2011] . . . . .	12
1.8	Apparition des défauts lors de la mise en forme de renfort tissé [Ouagne et al., 2011] . . . . .	14
1.9	(a) Non-glissement entre les mèches de chaîne et de trame;(b) Glissement entre mèches lors de la mise en forme d'un double dôme . . . . .	15
1.10	Aspect multi échelle de la structure du renfort tissé [Buet Gautier, 1998] . . . . .	16
1.11	Résultats de traction de taffetas de verre [Buet Gautier, 1998] . . . . .	17
1.12	Essai de traction biaxiale de la mèche [Buet Gautier, 1998] . . . . .	18
1.13	Mécanisme de déformation au cours du cisaillement plan [Sherwood et al., 2012] . . . . .	19
1.14	Test de cisaillement selon KES-F . . . . .	21
1.15	Cinématique et paramétrage d'une éprouvette de biais extension test . . . . .	22
1.16	Hypothèse cinématique du cadre [Gherissi et al., 2016] . . . . .	23
1.17	Résultats des biais test :comparaison des angles de cisaillement théoriques et mesurés en fonction du déplacement machine [De Luycker, 2009] . . . . .	23
1.18	Essai de Picture frame des renforts de carbone [Florimond, 2013] . . . . .	25
1.19	Définition de Fsh . . . . .	25

1.20	Comportement en cisaillement d'un renfort de fibre de verre, avec des prises de vue mésoscopique, [Daghia et al., 2011]. . . . .	26
1.21	a) Essai de flexion, b) Dispositif expérimental : Flexomètre standard à plan incliné fixe [Badel, 2008] . . . . .	27
1.22	Dispositif d'écrasement et courbes d'écrasements successifs d'un taffetas de verre [Charmetant, 2011] . . . . .	28
1.23	Simulation de cisaillement sur une armure sergé 2 x 2 [Durville, 2010] . . . . .	30
1.24	Modèle analytique de Kawabata [Kawabata et al., 1973] . . . . .	31
1.25	Définition du contour des sections de la mèche [Hivet and Boisse, 2005] . . . . .	31
1.26	Exemples de renforts 2D et 3D obtenus par TexGen . . . . .	31
1.27	Simulation de Gatouillat [Gatouillat et al., 2013] . . . . .	32
1.28	Principe de la méthode géométrique [Lim and Ramakrishna, 2002] . . . . .	33
1.29	Méthode du filet : détermination de la position du point connaissant celles de A et B [Aimene, 2007] . . . . .	33
1.30	Exemple de simulation du drapage d'une pièce fortement non développable [Hamila, 2007] . . . . .	34
1.31	Principe de la méthode géométrique [Boisse, 2010] . . . . .	36
1.32	Simulation du drapage d'un double dôme obtenue avec le modèle hypoélastique de Khan, (a) expérimentation, (b) simulation [Khan et al., 2010] . . . . .	37
1.33	Discrétisation et orientation du fil, coordonnées global /local, et déformation de tissage : (a) avant déformation, (b) après déformation, (c) composantes de la contrainte d'un élément isolé [Xue et al., 2003]. . . . .	37
1.34	Modèle semi discret de chargement sur une CER et résultantes en effort, a) tensions), b) cisaillement dans le plan, c) moments de flexion [Wang et al., 2012] . . . . .	40
1.35	Première composante permettant la production des segments homogène . . . . .	41
1.36	Position d'un nœud O au sein de son voisinage (a) et ressorts modélisant les différentes rigidités du renfort (b, c, d) [Sze and Liu, 2005] . . . . .	41
1.37	Modélisation discrète de Cherouat [Cherouat and Billoët, 2000] . . . . .	42
1.38	Modélisation discrète par jauffres [Jauffrès et al., 2010] . . . . .	42
1.39	Modèle discret coques plus connecteurs, a tissus ,b élément de modélisation [Najjar, 2012] . . . . .	43

1.40 (a) Modélisation discrète (membrane, barres) par Harrison et al. [Harrison, 2016]	43
1.41 Exemples des différentes formes géométriques utilisés pour la mise en forme du composite : (a) hémisphérique [Abbassi et al., 2011], (b) tétraèdre [Ouagne et al., 2011], (c) pièce aéronautique [Chen et al., 2009], (d) casque pilote [Long et al., 2006], (e) carré [Boisse et al., 2009], (f) double-dôme [Badel et al., 2009], (g) partie d'hélicoptère [Dumont et al., 2008], (h) capot de voiture [Cherouat and Borouchaki, 2009], (i) multi-cavité [Cherouat and Borouchaki, 2009]. . . .	46
1.42 Simulation de l'emboutissage hémisphère, observation de l'asymétrie et comparaison des angles de cisaillement, en fonction de l'effort sur le serre-flan [Yu et al., 2005]	47
1.43 Simulation de l'emboutissage hémisphère, déformation de cisaillement logarithmique, comparaison entre les temps de calcul CPU [Sadough et al., 2006]	47
2.1 Photo de la surface d'une éprouvette de 48600 C 1300	51
2.2 Dimensions des éprouvettes	52
2.3 Découpe des éprouvettes et orientations associées pour les formes X et Y ((1,2) représente le repère des éprouvettes et (G1, G2) le repère principal du tissu . . .	53
2.4 Préparation des éprouvettes : (a) fixation de l'éprouvette sur la machine, (b) vérification de la perpendicularité des chaînes et des trames à l'aide du gabarit	54
2.5 Images de référence et déformée [Fazzini, 2009]	55
2.6 Principe de la corrélation d'images [Abbassi, 2008]	56
2.7 Principe de la stéréo-corrélation d'images [Fazzini et al., 2007]	57
2.8 Stéréo-corrélation d'images : (a) principe général [Fazzini et al., 2007], (b) système d'acquisition Gom ATOS	58
2.9 (a) Marquage du renfort «zone semi-cisaillée», (b) marquage du renfort «zone de cisaillement pur»	59
2.10 Implémentation des moyens d'essais	60
2.11 Moyennes des essais de traction dans les sens chaîne et trame du tissu d'étude	62
2.12 Vérification et contrôle de la mise en place de l'éprouvette	63
2.13 Dispositif expérimental de l'essai de traction biais : (a) vue d'ensemble, (b) échantillon d'étude	64

2.14	Evolution de la force en fonction du déplacement de la traverse pour un essai biais du tissu 48600 C1300 . . . . .	65
2.15	Visualisation des zones de cisaillement sur une éprouvette de traction biais . . . . .	66
2.16	Comparaison entre angle théorique et angle mesuré expérimentalement . . . . .	67
2.17	Zones où le glissement de mèches peut intervenir . . . . .	67
2.18	Evolution de l'angle de cisaillement dans les zones purement cisailée, semi-cisailée et les zones d'attaches : traction biais sur le 48600 C1300 . . . . .	68
2.19	Force de cisaillement normalisée en fonction de l'angle de cisaillement du renfort tissé 48600 C 1300 . . . . .	70
2.20	Evolution du module de cisaillement en fonction de l'angle de cisaillement pour un essai de traction biais du tissu 48600 C1300 . . . . .	71
3.1	Représentation des configurations : (a) initiale $C^0$ , (b) actuelle déformée $C^1$ . . . . .	75
3.2	Schéma illustrant l'état de contrainte s'exerçant entre deux sous domaines ( $D$ ) d'un solide $\Omega$ . . . . .	79
3.3	Structuration et schéma de mise en œuvre d'un modèle numérique dans le code de calcul Abaqus. . . . .	82
3.4	Principe de la modélisation mésoscopique hybride discrète utilisant une combinaison d'éléments 1-D et 2-D : (a) renfort tissé, (b) modèle numérique . . . . .	88
3.5	Démarche de modélisation et différents modèles hybrides discrets étudiés . . . . .	88
3.6	Modèles simplifiés de deux cellules : (a) traction ; (b) cisaillement . . . . .	89
3.7	Modèle de cellule élémentaire en tension, conditions aux limites . . . . .	94
3.8	Évolution de la tension en fonction du déplacement . . . . .	94
3.9	Modèle de cellule élémentaire en cisaillement, conditions aux limites . . . . .	96
3.10	Réponse force fonction du déplacement pour une cellule élémentaire sollicitée en cisaillement pur. . . . .	97
3.11	Analyse de sensibilité du comportement en cisaillement d'un cellule élémentaire en fonction de la raideur des connecteurs . . . . .	97
3.12	Validation de VUMAT HEIL : (a) modèle numérique, (b) Résultat VUMAT hybride élastique, (c) Modèle de Najjar [Najjar, 2012] . . . . .	98
3.13	Validation de VUMAT HEIL : (a) Résultat VUMAT hybride élastique, (b) Modèle de Najjar [Najjar, 2012] . . . . .	98

3.14	Validation de VUMAT HEIL : (a) modèle numérique, (b) Résultat VUMAT hybride élastique, (c) Modèle de Téphany [Tephany, 2014] . . . . .	99
3.15	Validation de VUMAT HEIL : (a) Résultat VUMAT hybride élastique, (b) Modèle de Tephany [Tephany, 2014] . . . . .	99
3.16	Décomposition de l'éprouvette de traction . . . . .	101
3.17	Modèle numérique de l'essai de traction, (a) configuration générale et conditions aux limites, (b) Maillage et mise en position des connecteurs . . . . .	102
3.18	Essai de biais, courbe de force-déplacement : sensibilité par rapport à la taille des éléments . . . . .	102
3.19	Courbe de Force-déplacement : expérimentale et numérique de l'essai de traction . . . . .	104
3.20	Courbe caractéristique d'un connecteur ( $F_c-U_c$ ) . . . . .	104
3.21	Sensibilité de la courbe $F(d)$ en fonction de la taille de maille : pour le cas d'une rigidité linéaire . . . . .	105
3.22	Effet de la variation du module d'Young ( $E$ ) sur la courbe Force/déplacement pour le biais test . . . . .	106
3.23	Effet de la variation de l'épaisseur ( $e$ ) sur la courbe force/déplacement pour le Biais test. . . . .	106
3.24	Biais test : effet de l'augmentation de la densité de matériau . . . . .	107
3.25	Dérivée objective du contrainte . . . . .	109
3.26	Base de Green-Naghdi et base matérielle, avant et après transformation . . . . .	111
3.27	Organigramme simplifié de VUMAT-HHP . . . . .	116
3.28	Cinématique des tests élémentaires pour un élément continu . . . . .	118
3.29	Test N°1 : Cisaillement simple sur élément membrane hypoélastique . . . . .	119
3.30	Test N°2 : Traction suivie d'un cisaillement simple sur élément membrane hypoélastique . . . . .	120
3.31	Test N°3 : Traction suivie d'une rotation rigide sur élément membrane hypoélastique . . . . .	120
3.32	Cinématique du test élémentaire de cisaillement simple pour la cellule hybride discrète . . . . .	121
3.33	Test N°1 : Traction suivie d'un cisaillement simple un élément hybride . . . . .	122

3.34	Modèle numérique de l'essai de Biais test, géométrie, maillage et conditions aux limites . . . . .	123
3.35	Évolution de l'angle de cisaillement pour un essai de biais . . . . .	123
3.36	Évolution de la force en fonction de l'angle de cisaillement dans la zone utile pour un essai de biais . . . . .	124
3.37	Comparaison de la force normalisée par rapport à l'angle de cisaillement (rigidité de cisaillement non linéaire), pour différentes valeur d'épaisseur du modèle . . . . .	124
4.1	Principe de contact cinématique (simple maître /esclave) [ABAQUS, 2014] . . . . .	130
4.2	Géométrie du dispositif d'emboutissage du laboratoire Gemtex . . . . .	133
4.3	Orientation des fibres pour le préformage . . . . .	133
4.4	Modèle éléments finis de la mise en forme hémisphérique . . . . .	134
4.5	Vue de dessus du renfort après mise en forme : (a) simulation, (b) expérimental . . . . .	135
4.6	Comparaison entre la déformée simulée et le contour mesuré pour l'orientation $0^\circ/90^\circ$ : (a) superposition de l'éprouvette et de la simulation, (b) Valeurs numériques de l'angle de cisaillement, (c) Valeurs expérimentales de l'angle de cisaillement . . . . .	136
4.7	Résultat global du modèle HHNL pour l'orientation $0^\circ/90^\circ$ . . . . .	137
4.8	Résultat numérique et expérimental des contours d'un quart de l'emboutie à $-0^\circ-90^\circ$ . . . . .	138
4.9	Résultat numérique du cisaillement : a) approche non linéaire et b) approche linéaire . . . . .	139
4.10	Vue de dessus du renfort après mise en forme : (a) simulation, (b) expérimental . . . . .	140
4.11	Comparaison entre la déformée simulée et la contour mesuré pour orientation $\pm 45^\circ$ : (a) superposition de l'éprouvette et de la simulation, (b) comparaison expérimentale et numérique sur 4 points de mesure, (c) évolution de l'angle de cisaillement selon le trajet de mesure . . . . .	141
4.12	Résultat global du modèle HHNL pour l'orientation $\pm 45^\circ$ . . . . .	142
4.13	Résultat numérique et expérimental des contours d'un quart de l'emboutie à $\pm 45^\circ$ . . . . .	142
4.14	Évolution de la force d'emboutissage en fonction du déplacement du poinçon pour l'orientation $\pm 45^\circ$ . . . . .	143

4.15	Résultat numérique et expérimental : (a) hybride discrète élastique, (b) hybride discrète hypoélastique . . . . .	144
4.16	Évolution des angles de cisaillement HEIL, HHNL, Expérimental) . . . . .	144
4.17	Variations des angles de cisaillement au sein du renfort pour différentes valeurs d'effort de serre-flan . . . . .	145
4.18	Variation des angles de cisaillement au sein du renfort pour différentes vitesses du poinçon . . . . .	146
4.19	Variation des angles de cisaillement au sein du renfort pour différentes vitesses du poinçon . . . . .	147
4.20	Variation des angles de cisaillement au sein du renfort pour différents coefficients de frottement . . . . .	148

# Liste des tableaux

1.1	Différents modèles de simulation de préformage des renforts secs . . . . .	45
2.1	Dimensions des éprouvettes . . . . .	51
2.2	Caractéristiques des éprouvettes étudiées . . . . .	52
3.1	Paramètres numérique du modèle . . . . .	94
3.2	Paramètres numérique du modèle de cisaillement élémentaire . . . . .	96
3.3	Traction en biais : Paramètres identifiés par Najjar, pour le renfort G1151 [Najjar, 2012] . . . . .	100
3.4	Traction en biais : Paramètres identifiés par Téphany, pour le renfort lin [Téphany, 2014] . . . . .	100
3.5	Paramètres optimisés pour la simulation avec des connecteurs non linéaires . . . . .	106
3.6	Résultats numériques pour les tests élémentaires sur l'élément continu . . . . .	119
3.7	Résultats calculés pour des tests élémentaires sur une seule cellule de la méthode hybride discrète. . . . .	121
4.1	Données de la simulation : cisaillement non linéaire . . . . .	133
4.2	Comparaison du cisaillement expérimental et numérique mesuré pour une orientation $0^\circ/90^\circ$ . . . . .	135
4.3	Comparatif de l'avalement maximal expérimental et numérique pour $0^\circ/90^\circ$ . . . . .	136
4.4	Données de la simulation : cisaillement linéaire . . . . .	138
A.1	Renfort textile pour composite Hautes Performances 48600 C 1300 [Hexcel, 2015] . . . . .	153

# Introduction générale

Depuis plusieurs décennies, les matériaux composites sont utilisés de manière croissante dans de nombreux secteurs (industriel, aéronautique, marine et loisirs) [Mrazova, 2013]. Leurs spécificités techniques, telles que leur rapport résistance/poids, et leur résistance à la corrosion, permettent des avancées technologiques majeures : réduction du poids des structures, amortissement vibratoire des structures. D'autres qualités sont leur excellente résistance à la fatigue et leur bonne résistance aux chocs [Garnier, 2011]. Dans le secteur aéronautique, les composites sont déjà utilisés à grande échelle, et les dernières générations d'avions de ligne comportent plus de 50% en masse de matériaux composites [Terekhina, 2011]. L'A380 est le premier avion qui bénéficie pour le caisson central d'un matériau polymère à renfort en fibre de carbone ou CFRP (*Carbon Fiber Reinforced Plastic*), représentant une économie de poids pouvant atteindre une tonne et demie par rapport à la nuance d'alliage d'aluminium la plus avancée [Mrazova, 2013]. La figure 1 présente la croissance de l'utilisation de pièces en composite dans les avions au cours des 40 dernières années. À l'avenir, le "marché composite" total devrait quadrupler avec un taux de croissance annuel de 7,3%, atteignant 30 milliards de dollars d'ici 2026. Les pièces en composites ont aussi l'avantage d'avoir une bonne flexibilité de conception permettant une bonne adaptation aux charges, auxquelles elles doivent résister.

Actuellement, pour des applications à hautes performances, la mise en forme des composites tissés est largement utilisé en raison de la bonne formabilité des tissus et la possibilité d'obtenir des pièces de forme complexe. Les procédés de mise en forme des composites à renforts tissés peuvent être classifiés en deux catégories : les procédés moulés sous voie liquide et les procédés utilisant des demi-produits (préimprégnés, compound). Pour un industriel, le choix du procédé est gouverné par la vitesse de production et la qualité des pièces finies. Les procédés de moulage des composites par voie liquide sont très variés : moulage au contact, projection simultanée, moulage par compression, ... Le procédé RTM (*Resin Transfert Moulding*), basé sur l'injection de résine sous pression, a permis la production d'éléments de structures com-

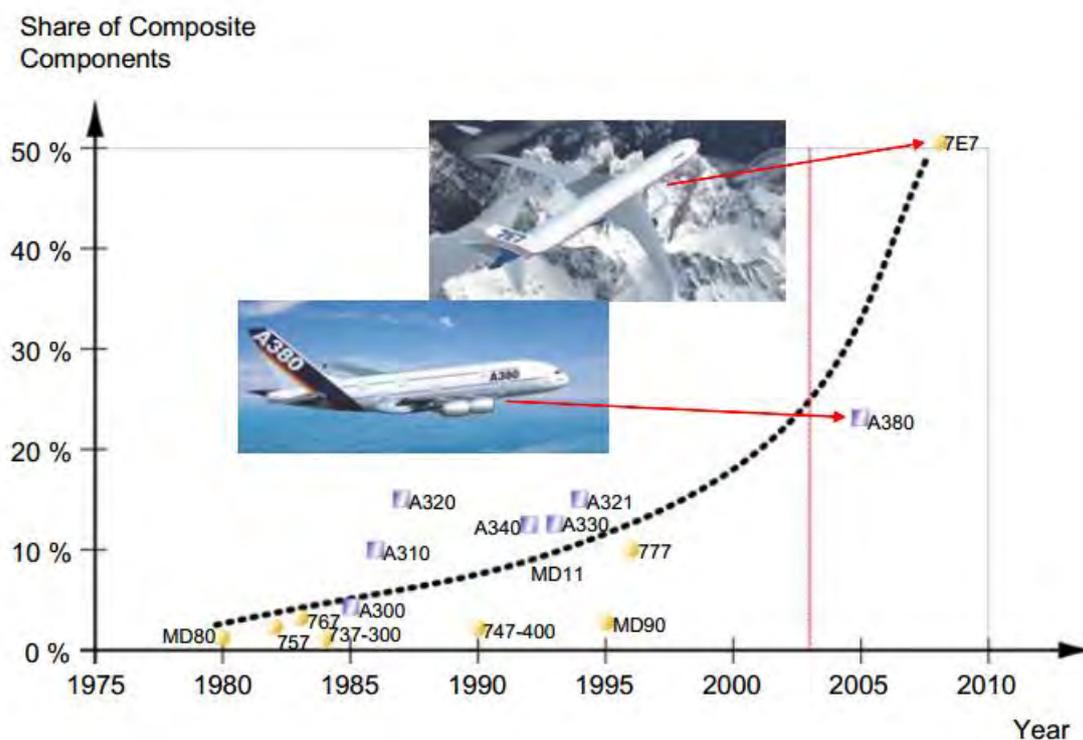


FIGURE 1 – Croissance de l'emploi de pièces de structure en composites pour les avions [brandt j, 2004]

posites, en moyennes séries, répondant, en partie aux besoins industriels [Garnier, 2011] [Han et al., 2015]. La mise en œuvre de ce procédé nécessite essentiellement deux phases : le préformage du renfort sec et l'injection de la résine. La première étape est primordiale. En effet, c'est elle qui conditionne l'intégrité structurelle de la pièce finale [Launay et al., 2007, Soulat et al., 2009]. Cette technologie présente plusieurs inconvénients à différents points de vue : difficulté de maîtrise des formes réalisées et des propriétés mécaniques effectives, coûts de mise en œuvre élevés, faibles cadences de production. La mise en forme par estampage, bien connue pour les matériaux métalliques, peut être une réponse à ces difficultés. Cependant, ce procédé entraîne plusieurs problèmes physiques et technologiques liés à la déformation des préformes drapées à plat : non-homogénéité de l'armure du tissu, tensions entre fibres sens long et sens travers, frottement entre les plis, moins aussi l'apparition de défauts comme les boucles, la dé-cohésion et le dé-tissage [Ouagne et al., 2011]. Ces phénomènes amènent des défauts de divers types qui sont pour l'instant rédhibitoires à une mise en œuvre industrielle des pièces composites par ce procédé. Un moyen d'investigation intéressant concerne la modélisation numérique de la phase de préformage, qui peut être efficace et fiable mais nécessite la maîtrise et l'optimisation de ses

paramètres. Ainsi, la recherche concernant la modélisation de ce procédé se développe de plus en plus.

Les ambitions de cette thèse sont de mettre en œuvre une stratégie numérique conduisant à une modélisation et une simulation efficace du comportement mécanique des renforts tissés lors de la mise en forme par estampage. On voudrait, par l'utilisation de cet outil, limiter les problèmes liés à la répétabilité de préforme drapée dans les structures réalisées. Ces travaux faciliteront la conception et la préparation de fabrication par estampage de pièces à forme complexe pour des applications aéronautiques. Ils permettront une aide à la mise en production à fortes cadences de pièces pour le domaine aéronautique. Ce manuscrit s'articule autour de quatre chapitres dont voici l'architecture :

- Le premier chapitre est une étude bibliographique permettant de donner un aperçu du contexte actuel de l'étude de la déformabilité des composites fibreux textiles. Dans cette partie, nous serons amenés à nous intéresser au comportement mécanique de ces matériaux à l'échelle mésoscopique et à l'échelle macroscopique. Les défauts de mise en forme des renforts tissés générés aux différentes échelles seront ensuite présentés. Les mécanismes physiques pouvant apparaître au sein du renfort seront explicités. À l'issue de ce chapitre, les modèles et lois de comportement permettant à l'heure actuelle de simuler le comportement mécanique des tissus secs aux différentes échelles seront présentés. L'étude de la capacité des modèles numériques à chacune des échelles permettra ensuite d'envisager au mieux une nouvelle approche, qui sera développée par la suite.
- Au second chapitre, les caractérisations expérimentales des renforts, nécessaires à toutes les phases de développement numérique, feront l'objet d'investigations importantes. En effet, la mise en place de modèles de simulation et donc la détermination de lois de comportement nécessitent une caractérisation expérimentale du matériau considéré. Des campagnes d'essais de caractérisation du renfort tissé afin d'identifier les phénomènes et comportements mis en jeu seront présentées. Des explications concernant la méthode optique utilisée sont ensuite données pour calculer les angles de blocage d'un tissu. Cette partie permettra d'analyser les limites des technologies de réalisation des préformes issues du renfort sergé  $2 \times 2$  (48600 C 1300). Les résultats obtenus, que ce soit à l'échelle de la mèche ou du renfort, en fonction des différents protocoles expérimentaux utilisés seront également discutés.
- Dans le troisième chapitre, nous présentons le développement des modèles numériques

qui nous permettront de prédire et limiter les défauts détectés, de connaître la position et l'orientation des renforts dans la préforme, ainsi que les contraintes au niveau des mèches. Cela nous permettra d'anticiper la phase d'injection et de connaître les caractéristiques finales du composite. Ce chapitre présente une formulation générale des modèles hybrides basés sur des cellules élémentaires. Ces modèles ont été intégrés dans le logiciel de simulation par éléments finis ABAQUS/Explicit au travers d'un sous-programme utilisateur VUMAT. L'introduction de ce sous-programme dans ABAQUS/Explicit a été validée pour des essais de traction et de cisaillement à vitesse de déformation constante. Les capacités prédictive du modèle ont été évaluées sur deux essais issus de la littérature en grande de déformations pour le préformage des renforts tissés.

- Au cours de quatrième chapitre, nous re-situerons ce travail dans son contexte industriel et montrerons l'intérêt présenté par la simulation numérique du préformage de renforts textiles. Des préformes expérimentales hémisphériques sont utilisées pour évaluer les modèles développés. Nous présenterons par ailleurs une étude de sensibilité du modèle hybride hypoélastique par rapport aux différents paramètres du procédé. Enfin nous conclurons et dresserons un bilan et des perspectives à ce travail.

# Chapitre 1

## État de l'art

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>6</b>
<b>1.2</b>	<b>Généralité sur les matériaux composites</b>	<b>6</b>
<b>1.3</b>	<b>Les renforts tissés</b>	<b>7</b>
1.3.1	Les tissus 2D	8
1.3.2	Les tissus 2,5D : interlocks	9
1.3.3	Les tissus 3D	10
<b>1.4</b>	<b>Contexte de la mise en forme des matériaux composites</b>	<b>11</b>
1.4.1	Les principaux procédés LCM	11
1.4.2	Défauts de mise en forme des composites tissés	13
<b>1.5</b>	<b>Étude du comportement des renforts tissés</b>	<b>15</b>
1.5.1	Comportement en tension	16
1.5.2	Comportement en cisaillement plan	18
1.5.3	Comportement en flexion	27
1.5.4	Comportement en compaction	27
<b>1.6</b>	<b>Modélisation et Simulation du comportement des tissus</b>	<b>28</b>
1.6.1	Simulation à l'échelle microscopique	29
1.6.2	Simulation à l'échelle mésoscopique	30
1.6.3	Simulations à l'échelle macroscopique	32
1.6.4	Synthèse modélisation	44
<b>1.7</b>	<b>Conclusion</b>	<b>47</b>

---

## 1.1 Introduction

La mise en œuvre des procédés de mise en forme des composites renforcés est délicate, en raison de l'activation de mécanismes de déformations complexes. Dans certains procédés, ces renforts sont encore mal maîtrisés et peuvent engendrer des défauts sur la forme finale de la pièce. Seules une connaissance fine et une maîtrise des mécanismes physiques mis en jeu permettront d'optimiser la phase de préformage des renforts. Dans ce chapitre nous nous focalisons plus particulièrement sur l'étude de la mise en forme des renforts tissés, et les défauts qui peuvent être générés au cours du procédé. Nous décrivons ensuite les différentes approches numériques et leurs aptitudes à décrire les défauts de mise en forme des renforts.

## 1.2 Généralité sur les matériaux composites

Un matériau composite est un matériau hétérogène, formé d'au moins deux constituants (matrice et renfort) qui composent ces différentes phases. Le renfort représente une part importante de la rigidité et de la résistance du composite. Il apporte au matériau composite ses performances mécaniques élevées. Le rôle principal de la matrice est d'assurer le transfert de charges entre les fibres, et de les protéger vis-à-vis des agressions extérieures.

Les matériaux composites développés à l'heure actuelle sont généralement classés en deux catégories :

- les composites à matrice minérale (céramiques, métaux, graphite), utilisée pour des applications de pointe et lorsque l'environnement est hostile aux matrices organiques (hautes températures, hygrométrie défavorable).
- les composites à matrices organiques (résines thermoplastiques, thermodurcissables ou élastomères) qui sont les plus utilisés dans l'industrie, que ce soit à destination de produits grand public ou de produit de haute technicité. Elles sont utilisées industriellement grâce à leurs faibles coûts et à la facilité de leur mise en œuvre [Maldonado, 2016]. Les résines thermoplastiques présentent un aspect réversible. Elle peuvent être mises en forme, puis sous l'action simultanée de la température et de la pression, prendre une forme différente, moyennant une perte de propriétés mécaniques. Les résines thermodurcissables, quant à elles, n'ont pas ce caractère réversible et ne peuvent être "recyclées" que par broyage, en étant incorporées comme charge dans un nouveau composite.

Les composites à base d'élastomères sont utilisés pour la réalisation de pneumatiques, tuyaux d'alimentation d'essence ou d'air conditionné, etc, [Serré, 1970].

Les renforts sont, quant à eux, généralement classés en fonction de leur géométrie. On distingue notamment :

- les fibres longues, dont on a la possibilité de choisir leur orientation, ce qui permet de renforcer les propriétés mécaniques de la structure dans les directions renforcées par les fibres,
- les fibres courtes, c'est-à-dire de longueur faible devant les dimensions de la pièce. Ces fibres ont un diamètre de quelques micromètres. Elles sont utilisées pour charger la matrice ou pour l'élaboration de mats et de nappes,
- les particules : il s'agit généralement d'inclusions granulaires (craie), lamellaires (talc, mica) ou aciculaires (wallostonite), dispersées dans la matrice. Les composites à renforts particuliers sont peu utilisés à des fins structurelles, mais plutôt pour des applications spécifiques ou des produits de grande consommation. Par exemple, le verre, associé à des matrices est utilisé sous forme de microbilles pour réaliser des plastiques renforcés ou des coques des bateaux [Berthelot, 1999].

Les fibres, longues ou continues, peuvent être issues de nombreux matériaux : verre, carbone, métaux, ou encore matériaux d'origine végétale (cellulose, lignine) ou animale (collagène). Les composites à fibres longues ont une rigidité et une résistance aux chocs plus grandes que les composites à fibres discontinues, mais un potentiel de mise en forme plus limité [Guzman-Maldonado, 2016]. Le renfort peut se trouver sous la forme unidimensionnelle, bidimensionnelle ou tridimensionnelle. La figure 1.1 résume les différentes structures de composites renforcés.

Dans le cadre de notre travail, nous nous intéressons aux renforts à fibres continues tissés, présents dans diverses applications modernes de haute technologie : aérospatiale, aéronautique, etc. Ces renforts sont caractérisés à l'échelle mésoscopique (mèche/cellules élémentaires) et à l'échelle macroscopique (préforme).

### 1.3 Les renforts tissés

Les renforts sont obtenus par l'assemblage des mèches par le procédé de tissage. Ce procédé est défini comme étant « l'art d'entrelacer deux séries de fils pour produire des tissus, ces deux

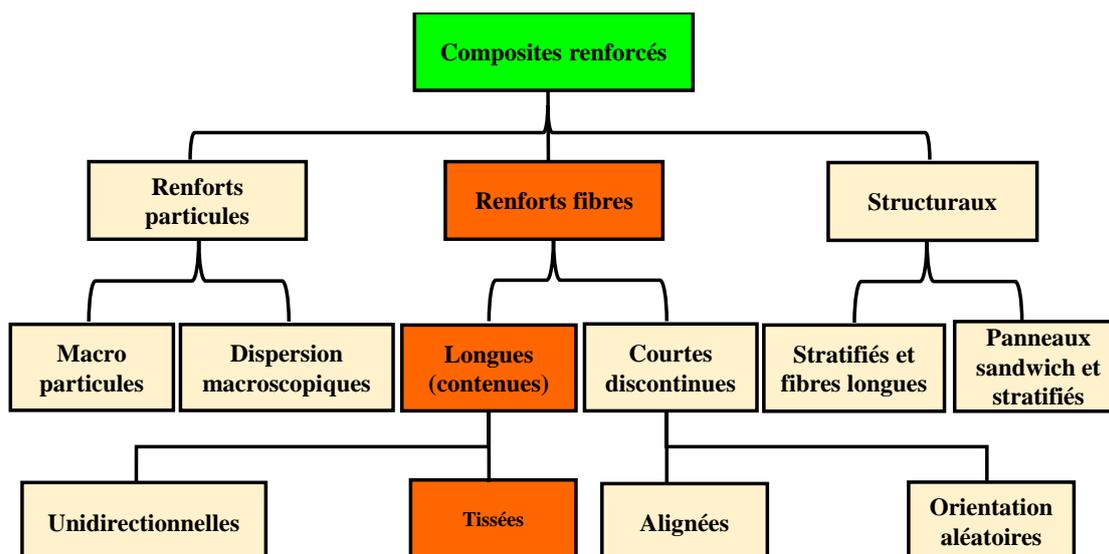


FIGURE 1.1 – Structure des pièces composites

séries de fils sont perpendiculaires entre elles » [Dridi, 2010]. Il existe plusieurs catégories de renforts tissés : 2D, 2,5 ; 3D.

### 1.3.1 Les tissus 2D

Les tissus 2D sont réalisés sur des métiers à tisser par entrelacement de deux mèches de directions différentes (chaîne et trame). Deux opérations principales sont réalisées dans une zone située entre deux rouleaux (appel et ensouple de chaîne)(figure 1.2). La première opération est la sélection des fils de chaîne, la deuxième est une opération d'insertion des fils de trame. Un motif d'entrecroisement des fils définit « l'armure » du tissu. Les propriétés mécaniques du tissu dépendent en grande partie de cette armure. Il existe trois grandes familles taffetas, sergé, satin. Le taffetas est entrelacé alternativement et répété d'une manière régulière comme le montre la figure 1.3. Ce type de tissage est symétrique avec une bonne planéité. Il présente une meilleure stabilité géométrique. Cependant, il est difficile à mettre en œuvre en raison de sa faible déformabilité. Pour le sergé, chaque mèche de chaîne flotte au-dessus de plusieurs mèches (n) de trame et chaque mèche de trame flotte au-dessus de (m) mèches de chaîne. Ce type de tissage à une plus grande souplesse que le taffetas tout en ayant une bonne densité de mèches (figure 1.2-b). Pour le satin, chaque mèche de chaîne flotte au-dessus de plusieurs mèches ( $n - 1$ ) de trame et réciproquement. Ces tissus ont des aspects différents sur chacune des faces. Ils sont assez souples et adaptés à la mise en forme de pièces présentant des formes complexes. La combinaison des armatures, des mèches et la nature de leurs constituants donne

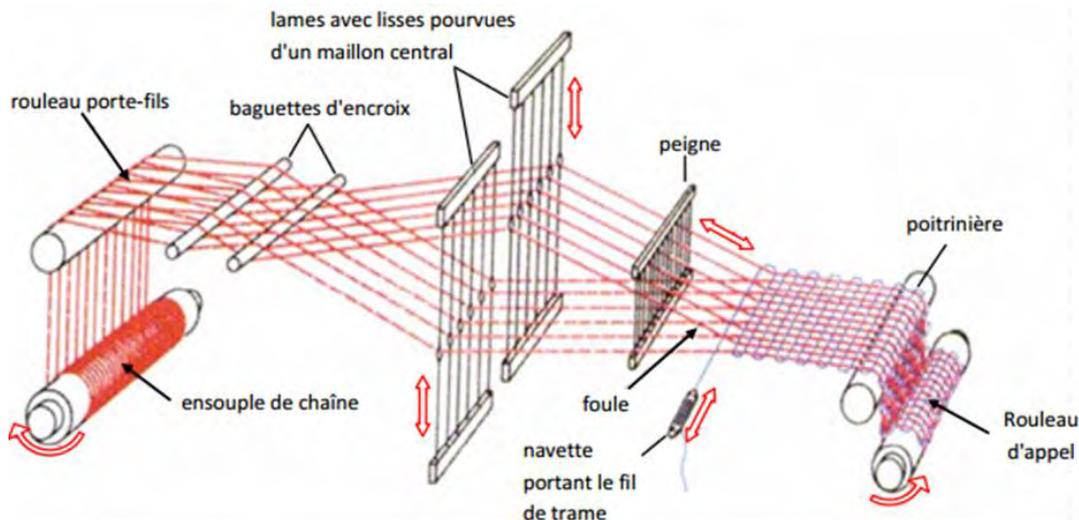


FIGURE 1.2 – Schéma illustrant le principe de fonctionnement d'un métier à tisser [Vilfayeau, 2014].

des tissus aux caractéristiques différentes. Le tissu est équilibré quand les mèches de chaîne et de trame sont semblables et que les armatures sont symétriques. Dans le cas où la densité de mèches est différente dans les deux directions chaîne et trame, on parle de tissus déséquilibrés. Le comportement de renfort tissé dépendant fortement des constituants et de leur agencement, on le caractérise par :

- l'armature,
- le type de mèche,
- la contexture du tissu pour chaque direction (densité, mèches/mm),
- l'embuvage E (ou le retrait r).

Ce caractère est défini par l'équation suivante :

$$E \text{ ou } r = \frac{\text{Longueur du fil} - \text{Longueur du tissu}}{\text{Longueur du tissu}} \times 100 \quad (1.1)$$

avec les différentes longueurs présentés (figure 1.4).

### 1.3.2 Les tissus 2,5D : interlocks

Ce type de tissage est obtenu en imbriquant plusieurs épaisseurs de chaîne avec celles des épaisseurs de trame (figure 1.5). Cette structure permet d'obtenir des tissés très épais qui possèdent de très bonnes caractéristiques mécaniques, tout en limitant les problèmes d'endommagement et de délaminage, qui peuvent apparaître dans les matériaux multicouches et les

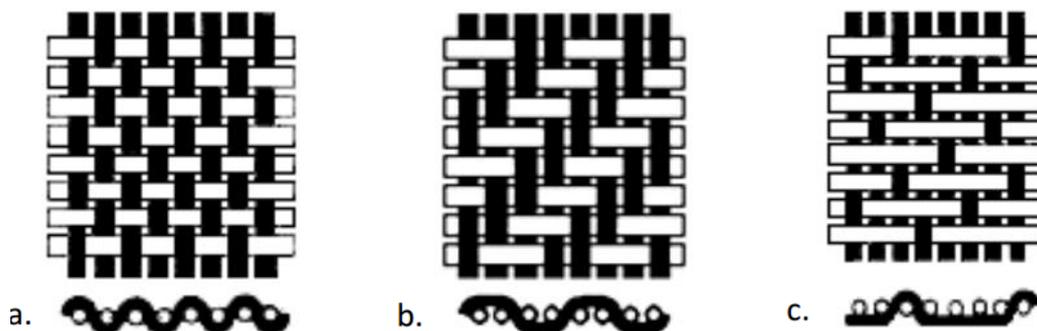


FIGURE 1.3 – Les différents motifs de tissage 2D : a) Taffetas (b) Sergé 2x2 (c) Satin

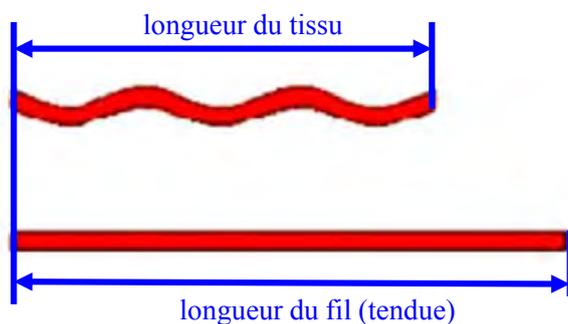


FIGURE 1.4 – Définition de l'embuvage, longueur du fil et du tissu

empilements dans les renforts 2D.

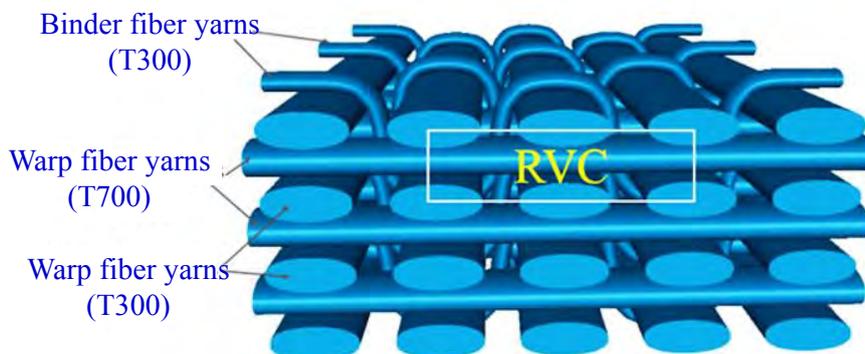


FIGURE 1.5 – Structure géométrique du composite tissé 2.5D [Lu et al., 2018]

### 1.3.3 Les tissus 3D

Un tissu 3D est un renfort tissé qui présente des fibres entrelacées non seulement dans les deux directions du plan (chaîne et trame), mais aussi un troisième type de fil évoluant dans l'épaisseur, apportant ainsi une cohésion à l'ensemble du renfort. Les principaux défauts qui peuvent apparaître dans les tissus 3D sont l'abrasion des fibres, leurs ruptures, la distorsion des

fil dans le plan et dans l'épaisseur. Les endommagements des fibres sont courants au cours d'un tissage 3D et sont difficilement évitables [Gokarneshan and Alagirusamy, 2009].

## 1.4 Contexte de la mise en forme des matériaux composites

Les procédés de mise en forme des matériaux composites à renfort tissés sont nombreux et variés [Wendling, 2013]. Parmi ceux-ci, les procédés de type LCM (Liquid Composite Moulding) permettent de mettre en forme des pièces composites à renforts tissés et matrice polymère. Cette famille comprend plusieurs procédés. Nous nous intéresserons ici au RTM (Resin Transfer Moulding) et à l'infusion sous vide [Boisse, 2004].

### 1.4.1 Les principaux procédés LCM

#### Procédé RTM (Resin Transfer Moulding)

Le procédé RTM fait parti des procédés les plus courants, actuellement en plein essor et déjà exploité pour des résines thermodurcissables avec des formes de plus en plus complexes [Boisse, 2004]. Ce procédé comporte trois phases. Une première étape de préforme consiste à mettre en forme le renfort. La mise en forme de la matière peut se faire d'une seule étape ou en plusieurs passes jusqu'à constituer l'architecture complète du produit. La préforme subit aussi une pression de compactage jusqu'à obtenir le taux volumique de renfort souhaité (on parle aussi de drapage quand l'opération est manuelle). Afin d'éviter la formation de plis pendant l'emboutissage, des serre-flancs peuvent être utilisés en ajoutant une légère tension dans les mèches [Maldonado, 2016]. La seconde étape est l'injection de résine au sein du milieu fibreux. Finalement, après polymérisation de la résine (réticulation ou cuisson), la pièce est démoulée [Cao et al., 2008] (figure 1.6). Cette étape consiste à retirer la pièce du moule après solidification de la matrice.

#### Procédé d'Infusion sous vide

Ce procédé consiste à déposer le renfort et la résine entre un moule et une membrane étanche. Il permet d'utiliser simultanément l'effet du vide et de la pression atmosphérique. Une pompe à vide est utilisée pour créer une dépression permettant de faciliter la distribution de la résine dans le renfort (figure 1.7) [Charmetant, 2011].

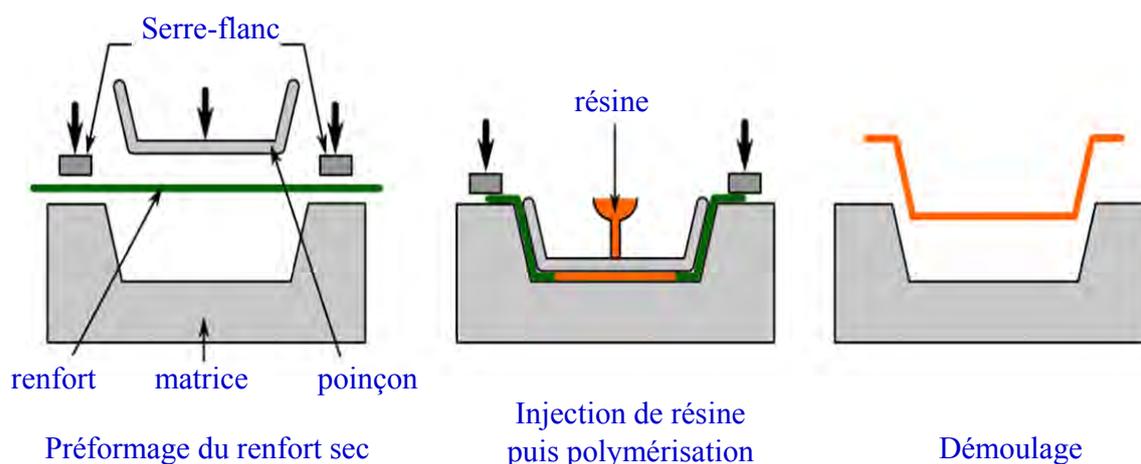


FIGURE 1.6 – Principe du procédé RTM [Boisse, 2004]

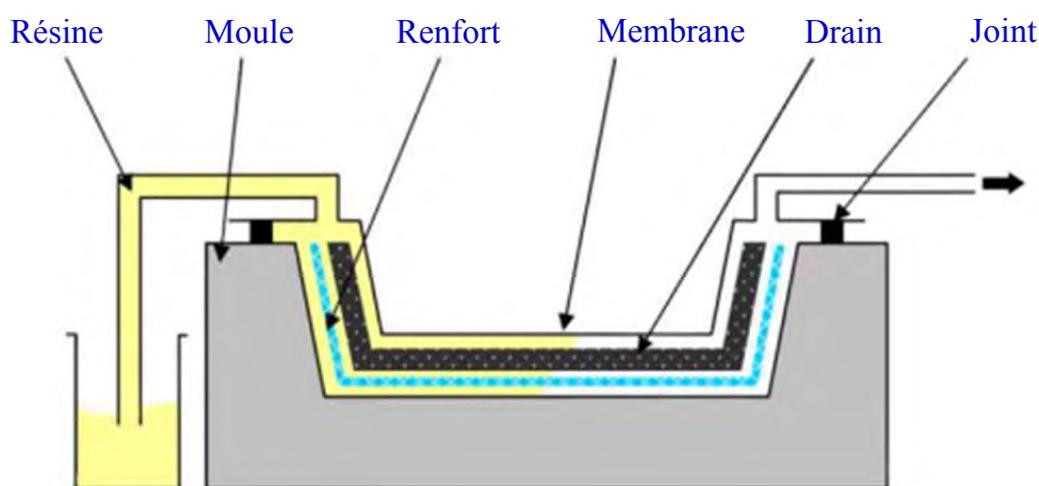


FIGURE 1.7 – Principe de l'infusion sous vide [Charmetant, 2011]

La mise au point des procédés d'infusion nécessite un grand nombre de variables de conception pour améliorer la performance de ces procédés, comme la température du moule, la pression d'entrée, la déformation du renfort, la position des points d'injection, la viscosité de la résine, la perméabilité du tissu [Ruiz and Trochu, 2005].

Ces procédés (LCM) connaissent un fort développement avec pour objectif d'être utilisés pour des pièces en grande série. En effet, ils permettent une maîtrise du taux volumique de fibre, un bon état de surface, la création de géométries complexes et des cadences de fabrication soutenues et automatisées. Cependant, malgré leur utilisation dans l'industrie, ces procédés ne sont pas totalement maîtrisés lorsqu'il s'agit de pièces de formes complexes ou de grandes tailles. Que ce soit pour le procédé RTM ou pour l'infusion sous vide, deux problématiques sont à

résoudre :

- la détermination des propriétés mécaniques des renforts secs et la prédiction des défauts détectés (simulation de leur mise en forme, préformage),
- la détermination de la perméabilité des renforts en fonction de leur déformation.

Ces éléments conduisent aujourd'hui les industriels des secteurs aéronautique et automobile à porter un grand intérêt aux développements numériques et expérimentaux et à la recherche associé aux procédés.

### 1.4.2 Défauts de mise en forme des composites tissés

Comme tous les procédés de mise en forme, la réalisation de pièces composites peut conduire à des défauts. De nombreux travaux réalisés portent sur l'analyse de la déformabilité des renforts tissés. Les formes développées sont majoritairement hémisphériques [Najjar, 2012, Gherissi et al., 2016], mais on trouve aussi d'autres géométries plus complexes parmi lesquelles, le double dôme de Khan et al. [Khan et al., 2010], ou le tétraèdre et le prisme d'Allaoui et al. [Soulat et al., 2009]. Toutes ces études ont mis en évidence plusieurs défauts pouvant survenir sur la pièce finale :

- déformations hors plan (flambements), comme des formations de boucles en raison d'une compression exagérée [Ouagne et al., 2011]. Ce phénomène a également été observé par Duong pour les renforts tissés de carbone (G1151) [Duong, 2008], et par Ouagne pour les renforts de lin [Ouagne et al., 2011],
- localisation de plis gérés par des angles de cisaillement trop importants [Prodromou and Chen, 1997, Boisse et al., 2011, Hagege, 2004],
- rupture des renforts, dans le cas où les efforts des mèches dépassent leurs résistances maximales en tension [De Luycker, 2009],
- perte de cohésion de la structure tissée (glissements du réseau de mèches) constatée par Gatouillat sur géométrie hémisphérique [Gatouillat et al., 2013]. Cherouat, dans [Cherouat and Billoët, 2001] explique cela par une hypothèse de non-glissement entre les mèches de chaîne et les mèches de trame lors de la mise en forme des renforts tissés [Boisse et al., 1997]. Cette hypothèse a été validée par des essais expérimentaux dans lesquels des lignes droites tracées dans les directions chaîne et trame sont restées continues (figure 1.8). D'autres travaux montrent que cette hypothèse n'est pas toujours vraie, comme par exemple lors de la mise en forme de double dômes, où les glissements entre

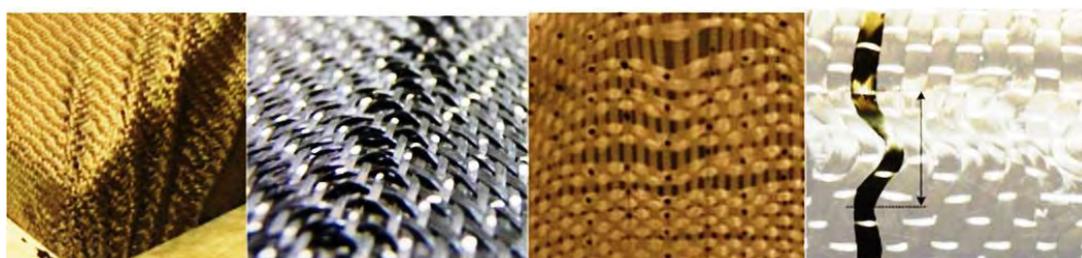
les mèches apparaissent (figure 1.9),

- inhomogénéité de la préforme en termes de la répartition de fraction volumique de renforts, existence de zones plus denses [De Luycker, 2009].

Ces défauts provoquent une réduction significative des propriétés mécaniques des pièces composites. Potter a montré que l'apparition des plis pouvait conduire à une diminution des efforts à rupture de plusieurs dizaines de pourcents [Potter et al., 2008]. Des phénomènes de concentration de contrainte peuvent être à l'origine de l'initiation d'autres défauts comme l'endommagement prématuré. Le désalignement des mèches peut conduire aussi à une réduction de la rigidité et de la résistance des pièces [El-Hajjar and Petersen, 2011]. Pour le Boeing 787, l'apparition de ce type de défaut sur la peau du fuselage nécessite des corrections pour consolider les structures. Ces défauts sont principalement liés :

- au comportement mécanique des tissus utilisés (rigidités, déformabilité),
- à la géométrie de forme de la pièce à obtenir,
- aux paramètres de procédé à utiliser : forme et dimension, pression de serre flan, déplacement et vitesse de poinçon, coefficient de frottement (tissu/outils).

La compréhension et la limitation des différents défauts mis en jeu lors des procédés de mise en forme passent par une étude approfondie de leur comportement. La complexité et le coût de caractérisation des renforts nécessitent le développement d'outils numériques pour permettre de prévoir le comportement des renforts, et optimiser la phase de pré-formage. Ces études seront l'objet des deux paragraphes suivants.



Plis

Boucles

Décohésion

Ondulation dans le plan

FIGURE 1.8 – Apparition des défauts lors de la mise en forme de renfort tissé [Ouagne et al., 2011]

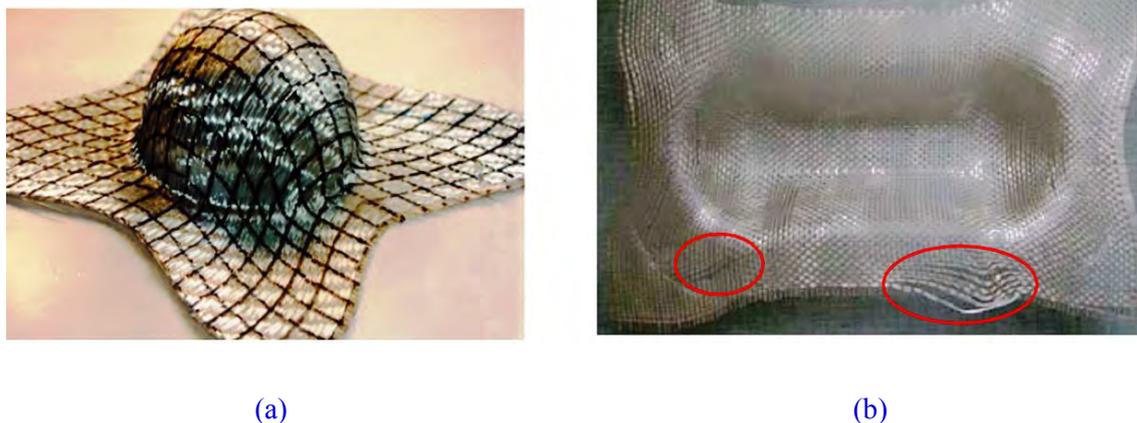


FIGURE 1.9 – (a) Non-glissement entre les mèches de chaîne et de trame ; (b) Glissement entre mèches lors de la mise en forme d'un double dôme [Boisse et al., 1997, Cherouat and Billoët, 2001]

## 1.5 Étude du comportement des renforts tissés

Les renforts tissés secs ont initialement été caractérisés via des essais spécifiques qui permettent de comprendre les modes de déformations macroscopiques et les mécanismes de déformations élémentaires associés. Le comportement mécanique macroscopique du tissu hérite de son comportement à l'échelle inférieure. Le renfort peut être caractérisé à trois échelles d'observation différentes (figure 1.10) :

- l'échelle macroscopique, qui est celle de la pièce complète s'étend du centimètre au mètre. À cette échelle, le renfort peut être assimilé à un milieu continu bidimensionnel. Elle permet une étude de la déformation du renfort dans sa globalité, afin de caractériser l'apparition de plissements, de glissements de mèches, et plus généralement la formabilité d'une pièce complète.
- l'échelle mésoscopique, qui est celle la mèche, est de l'ordre du millimètre. Elle permet la mise en évidence des motifs de tissages périodiques sous forme de cellules unitaires ou de mailles élémentaires.
- l'échelle microscopique est celle des filaments constituant les mèches.

Le comportement de la pièce composite finale est fortement influencé par la densité de renforts, leur répartition ou leur orientation. Ces paramètres résultent de la déformation du renfort sous l'effet des différentes sollicitations imposées (traction, cisaillement, compression, flexion) [Aimene, 2007]. La maîtrise de la drapabilité des renforts secs passe par la détermination des caractéristiques importantes telles que la rigidité, l'angle de cisaillement ou la compaction du

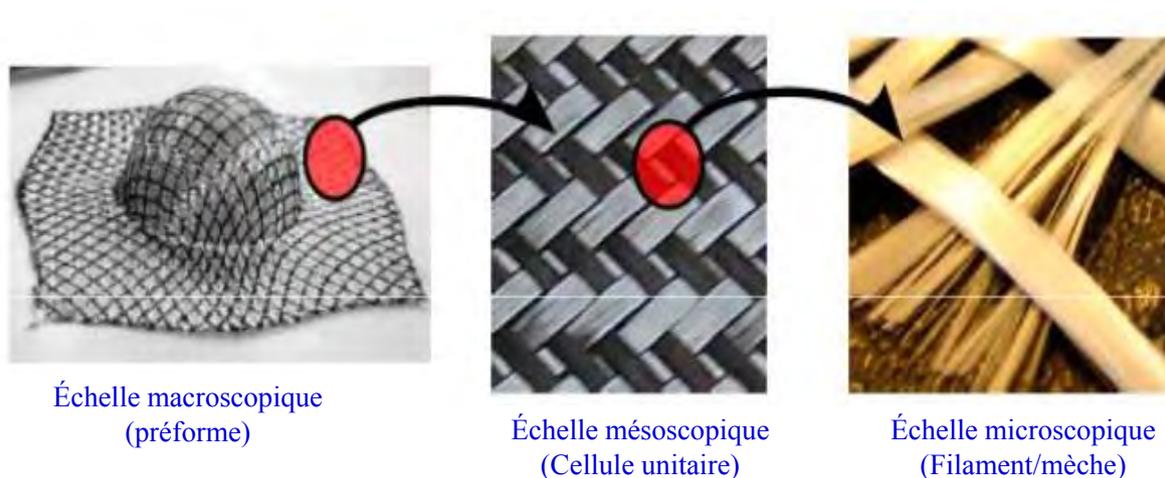


FIGURE 1.10 – Aspect multi échelle de la structure du renfort tissé [Buet Gautier, 1998]

renfort [Boisse, 2004]. L'accès à ces caractéristiques résulte d'essais statiques.

### 1.5.1 Comportement en tension

Le caractère 2D des renforts tissés et l'embuvage du tissu impliquent une dépendance du comportement en traction dans une direction en fonction de la direction perpendiculaire. C'est pourquoi le comportement en traction peut être caractérisé en traction uniaxiale ou biaxiale.

#### Traction uni axiale

Les propriétés en traction des renforts tissés sont l'une des caractéristiques les plus connues qui influencent la performance mécanique des structures tissées lors de l'utilisation dans les applications techniques. Le principe de l'essai de traction du renfort tissé consiste à imposer un déplacement sur l'une ou l'autre des deux directions chaîne et trame. Les travaux réalisés sur les renforts tissés montrent que les tests de traction visent à caractériser deux phénomènes qui se produisent successivement [Cao et al., 2008, Gatouillat, 2010]. Tout d'abord la réduction de l'embuvage dans la direction chaîne ou trame, diminution qui est suivie d'une forte augmentation dans la direction orthogonale. Lorsque l'embuvage de la direction parallèle à celle du chargement tend vers zéro, l'élongation des mèches commence [Youssef, 2005]. Ces deux mécanismes induisent une forte non linéarité du comportement du renfort en traction [Tephany, 2014]. L'apparition du comportement non linéaire du renfort de carbone est identifiée par une augmentation progressive de la rigidité tangente avec l'accroissement de la charge appliquée [Beetz Jr and Budd, 1983]. Plusieurs auteurs font apparaître que ces phénomènes entraînent

une modification du comportement du tissu comparativement à celles des fils constitutifs [Tephtany, 2014] et [Buet Gautier, 1998]. Au démarrage de l'essai, la rigidité est faible en raison du simple réalignement des mèches. Par la suite, la raideur augmente pour correspondre à la somme des rigidités des mèches en tension [Mathieu, 2014]. Le résultat de traction sur le taffetas de verre montre la succession du comportement non linéaire, et linéaire [Buet Gautier, 1998] (figure 1.11).

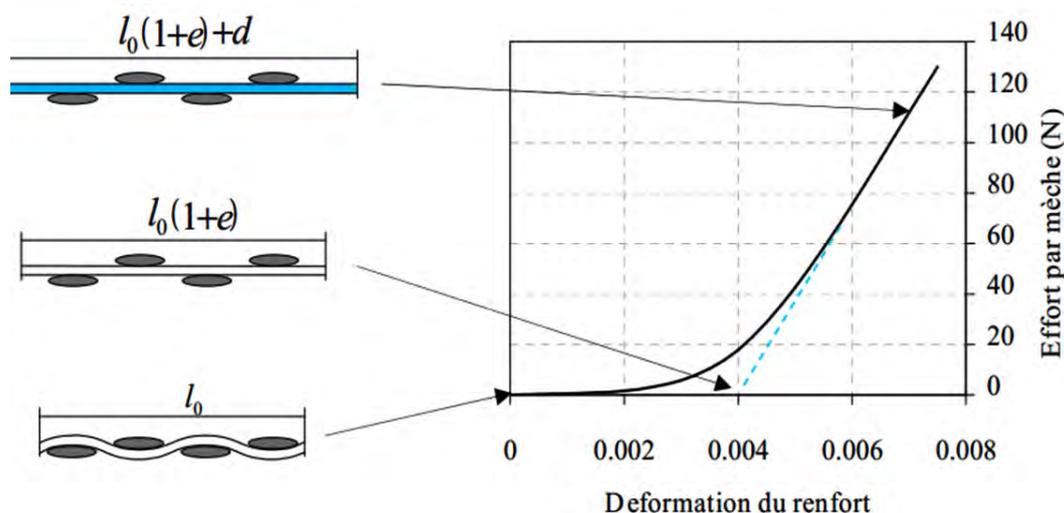


FIGURE 1.11 – Résultats de traction de taffetas de verre [Buet Gautier, 1998]

### Traction Biaxiale

L'essai de traction biaxiale se réalise sur des dispositifs spécifiques, qui permettent une tension simultanée selon les deux directions principales du tissu. D'après les travaux de Boisse [Boisse, 2004], cet essai a la particularité de tenir compte du couplage entre les déformations, dans les sens chaîne et trame. Un dispositif expérimental utilisé est composé de deux ensembles qui peuvent fournir indépendamment des déplacements avec des vitesses différentes selon les deux directions de chargement [Boisse, 2004, Cao et al., 2008, Alruhban, 2013]. Ces essais permettent de réaliser des caractérisations à différents rapports de biaxialité imposés  $k$ . Ce coefficient est défini comme le rapport entre les élongations dans les directions du renfort par la relation 1.2.

$$k = \frac{\epsilon_{chaîne}}{\epsilon_{trame}} \quad (1.2)$$

Le comportement en traction biaxiale est fortement non linéaire, et cette non-linéarité dépend, entre autre, du coefficient  $k$ . Les mécanismes de déformation du tissu changent lorsque ce coefficient varie. En traction équi-biaxiale  $k = 1$ , c'est principalement la compaction de la mèche

qui accommode la déformation, mais lorsque  $k = 0$  ou  $k = +\infty$ , c'est la réduction de l'embuage (et donc le cisaillement transverse de la mèche) qui accommode la plus grande partie de la déformation (figure 1.12). La figure 1.12 montre le comportement non linéaire du tissu, bien

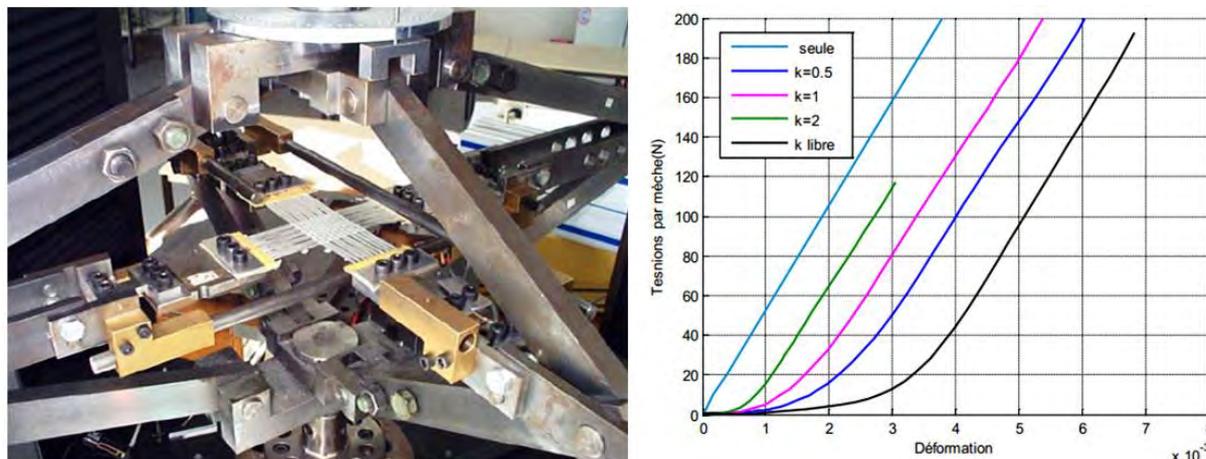


FIGURE 1.12 – Essai de traction biaxiale de la mèche [Buet Gautier, 1998]

que celui des mèches seules soit linéaires. Les non linéarités sont observées aux faibles valeurs de la tension et les linéarités apparaissent aux charges plus importantes. La partie linéaire du comportement est caractérisée par une rigidité proche de celle des mèches seules en traction (apparition de deux droites parallèles).

### 1.5.2 Comportement en cisaillement plan

Le mécanisme de cisaillement se présente par une rotation des mèches au niveau des entrecroisements qui s'appelle "effet treillis" et qui apparait au début du processus de déformation. Ce mode de déformation est considéré comme étant le principal mécanisme durant la mise en forme d'un renfort sur une géométrie non développable. Cela provient du fait que la rigidité du tissu en cisaillement est faible par rapport à la rigidité des fibres en tension. La caractérisation de ce mode de déformation est donc nécessaire pour développer un modèle de comportement pour les renforts secs. Au début de la déformation les angles de cisaillement sont faibles. Les mèches pivotent librement les unes par rapport aux autres avec une faible résistance due au frottement entre elles. Puis, progressivement, les mèches rentrent en contact latéral : la compaction transverse s'ajoute au frottement et l'effort monte graduellement [Sherwood et al., 2012]. La compression des mèches est suivie d'un blocage jusqu'à attendre un angle seuil appelé l'angle de blocage ( $\gamma_{blocage}$ ). L'angle de blocage est défini comme étant l'angle avant lequel le renfort

flambe [Youssef, 2005]. Au-delà de cette valeur, on assiste à la formation de plis locaux qui représentent un défaut de mise en forme [Gatouillat et al., 2013]. Cette valeur correspond généralement, à la valeur de l'angle de cisaillement située au passage de la configuration I et II (figure 1.13). Finalement, les efforts dus à la compression transverse deviennent très importants lorsque l'on se rapproche de la limite de compaction des mèches et, par conséquent, la rigidité en cisaillement augmente très rapidement (figure 1.13) [Alruhban, 2013]. Il n'existe pas

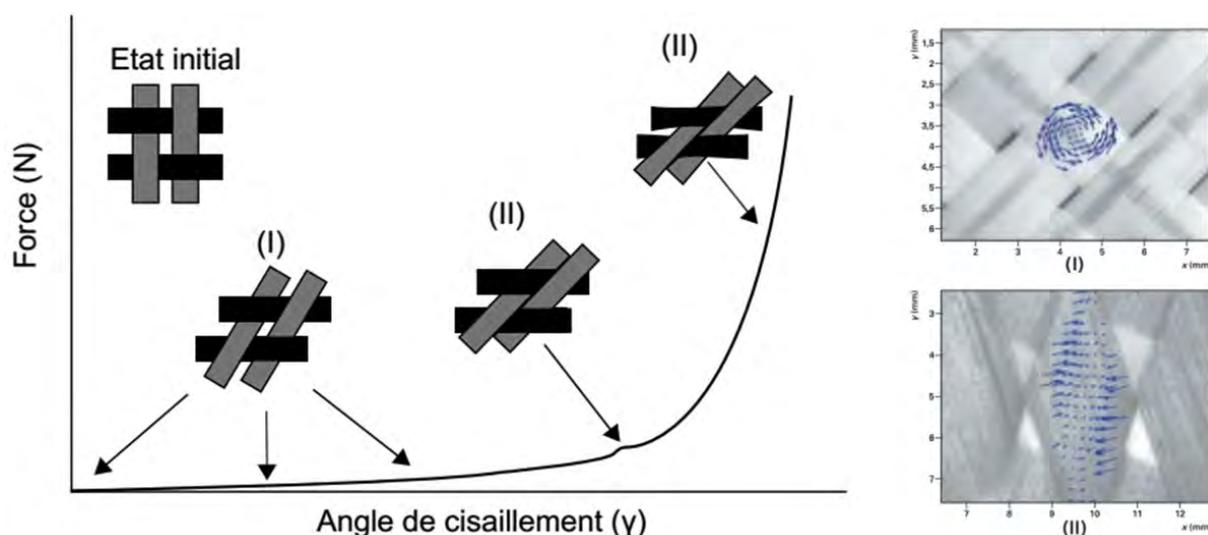


FIGURE 1.13 – Mécanisme de déformation au cours du cisaillement plan [Sherwood et al., 2012]

une relation explicite pour calculer cette valeur, car elle dépend directement de la géométrie du renfort. Cependant, elle peut être estimée à partir du rapport entre l'espacement des mèches et sa largeur initiale [Maldonado, 2016]. Du fait de la grande rigidité des mèches dans leur direction longitudinale dont la déformation est faible, le cisaillement plan est avec la flexion un mécanisme de déformation privilégié des renforts tissés. Ils permettent en effet aux tissus de prendre des formes variées et complexes. Afin de maîtriser au mieux leur mise en œuvre, il est indispensable de caractériser le plus précisément possible le comportement en cisaillement des renforts. Il existe trois moyens expérimentaux destinés à l'étude de ce type de déformation de cisaillement (le dispositif Kawabata, essai de traction biais, le cadre de cisaillement)

### Description de l'essai de KES-F

L'essai KES-F ou Kawabata Evaluation System for Fabrics, à consiste à solliciter un tissu de forme rectangulaire fixé par deux arrêtes opposées en appliquant l'un des cotés une vitesse constante. Ce type de test est similaire à un test de cisaillement manuel qui est souvent utilisé pour déterminer qualitativement l'angle de blocage. Cependant, en raison de la présence de

coins et de tension, l'éprouvette n'est pas tout à fait sujet à un cisaillement pur [Hu and Zhang, 1997]. Cette méthode ne permet pas d'avoir des résultats satisfaisants pour les renforts tissés, car ce dispositif ne permet pas d'obtenir des grands angles de cisaillement. Lors de l'essai de cisaillement, l'éprouvette est déposée à plat entre deux pinces horizontales distantes de 5 cm, l'une de l'autre et toutes les deux mobiles (figure 1.14). La première en translation suivant son axe central et la seconde en rotation autour de son axe. La première pince se déplace parallèlement à la seconde qu'un mécanisme libère pour quelle puisse tourner librement autour d'un axe longitudinal afin de favoriser une tension constante de l'éprouvette (tout le long de l'essai) dans la direction perpendiculaire à celle du cisaillement, lorsque un barreau pesant est accroché à la seconde pince. La vitesse de déplacement de la première pince (vitesse de cisaillement) est de  $0,417 \text{ mm s}^{-1}$  en déformation et en recouvrement. L'angle de cisaillement varie de  $-8^\circ$  à  $+8^\circ$  [Dalal, 2012].

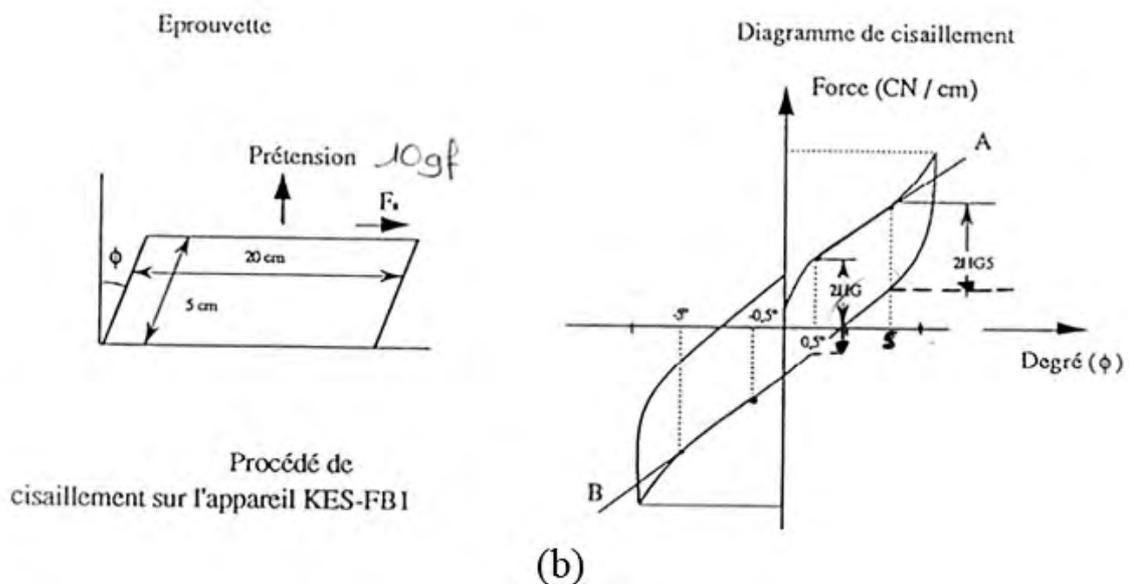
### Description de l'essai de traction biais (Bias extension test)

L'essai d'extension biais est utilisé afin de caractériser le comportement en cisaillement des tissus. Il permet l'évaluation de l'angle de blocage. Une éprouvette rectangulaire de tissu orienté à  $45^\circ$  de longueur H et de largeur W, est sollicitée en tension, en utilisant une machine conventionnelle de traction [Wang et al., 1998]. L'éprouvette est découpée de telle sorte que le rapport longueur sur largeur soit supérieur ou égal à 2 [Wang et al., 2012]. L'essai de traction biais permet d'obtenir une zone de cisaillement pur mais non homogène sur l'ensemble de l'échantillon [Hamila, 2007]. Il est simple à mettre en œuvre mais, quelques précautions sont à prendre lors de la préparation de l'éprouvette, par exemple veiller à la bonne orientation des mèches. Si l'on suppose la rigidité en tension des mèches infinie et la rigidité en cisaillement du tissu nulle, et si l'hypothèse de non-glissement entre les réseaux est vérifiée, trois zones de cisaillement sont présentes sur (figure 1.15). Dans les zones au contact des mors A, il n'y a pas de cisaillement. Dans la zone B, le cisaillement est maximal, tandis que, dans les zones C, le cisaillement est la moitié du cisaillement de la zone B. La zone B est considérée pour la mesure des angles de cisaillement. Cette zone représente la zone centrale de l'éprouvette qui est constitué de deux réseaux libres à leurs deux bords. L'hypothèse de non-glissement dans la zone centrale lors de la mise en forme a été vérifiée par Boisse [Boisse et al., 1995]. Au cours des essais de traction biais, l'angle, entre la chaîne et la trame, diminue progressivement.

À l'aide de la géométrie déformée de l'éprouvette, l'angle de cisaillement théorique  $\gamma$  dans



(a)



(b)

FIGURE 1.14 – (a) cisaillement sur l'appareil KES, (b) Procédé de cisaillement sur l'appareil KES [Dalal, 2012]

la zone centrale est défini par :

$$\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{(H+d) - W}{2(H-W)\cos\left(\frac{\alpha_0}{2}\right)} = \cos\left(\frac{\alpha_0}{2}\right) + \frac{d}{(H-W)\cos\left(\frac{\alpha_0}{2}\right)} \quad (1.3)$$

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \alpha = \frac{\pi}{2} - 2\text{arc}\cos\left(\frac{D+d}{\sqrt{2}D}\right) \quad (1.4)$$

où  $D$  est la longueur de diagonale de la zone centrale, et  $d$  le déplacement du mors mobile de la machine de traction. De Luycker détermine l'angle de cisaillement à partir d'une cadre de cisaillement fictif  $L_c$  autour de la zone centrale de l'éprouvette [De Luycker, 2009]. L'expression de l'angle de cisaillement théorique est donnée en fonction des dimensions initiales de

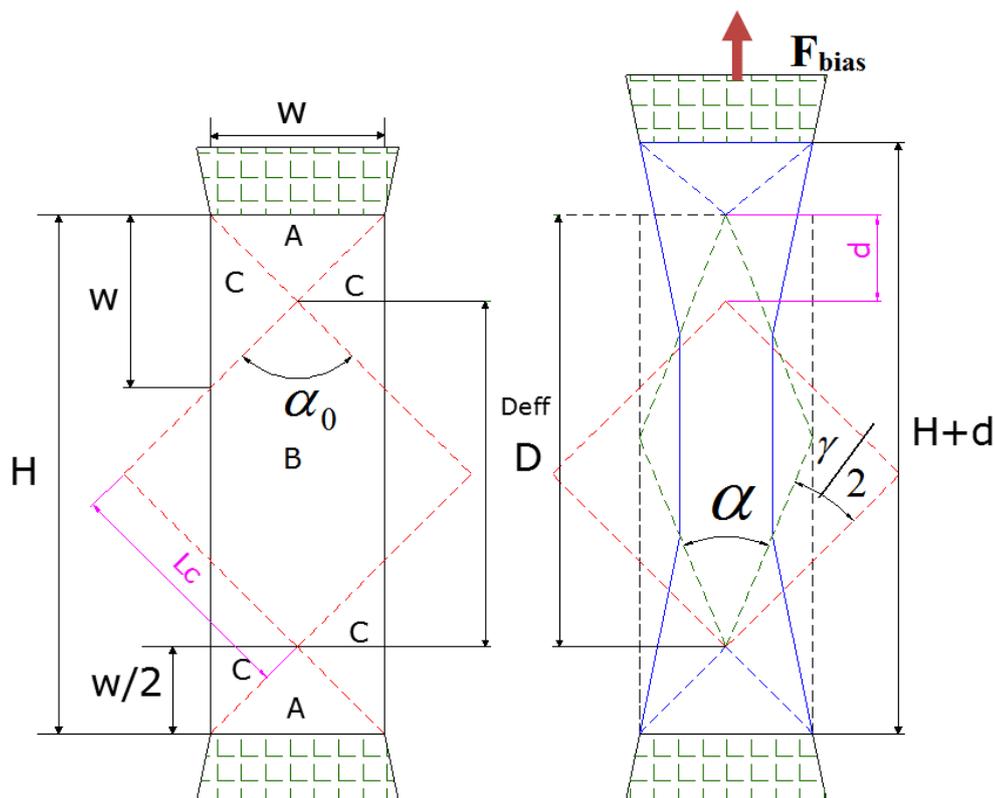


FIGURE 1.15 – Cinématique et paramétrage d'une éprouvette de biais extension test

l'éprouvette et de ses allongements  $d$  (figure 1.15) :

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \alpha = \frac{\pi}{2} - 2 \arccos \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \left( 1 + \frac{d}{L_c - l} \right) \right) \quad (1.5)$$

Le comportement en cisaillement a pu être étudié par mesure optique. La géométrie de la préforme et l'orientation conditionnent la répartition et les valeurs des angles mesurés. La corrélation d'images permet de mesurer les déformations principales du cadre dans la zone B (figure 1.16), qui sont liées à l'angle de cisaillement par l'équation suivante :

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - 2 \tan^{-1} \left( \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right) \quad (1.6)$$

$L_i$  et  $L'_i$  sont les longueurs des diagonales et  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  les déformations principales. Une autre méthode dite de « suivi de marqueurs » consiste à repérer préalablement des renforts secs avec des points de peinture réguliers. Ces points permettent de déterminer les déplacements ou les déformations des mèches.

La figure 1.17 présente un exemple de résultat de mesure des angles de cisaillement par la méthode de suivi de marqueurs. Pour des angles de cisaillement importants, le détissage apparaît et les mèches glissent les unes par rapport aux autres, ce qui entraîne d'une part une sur-évaluation

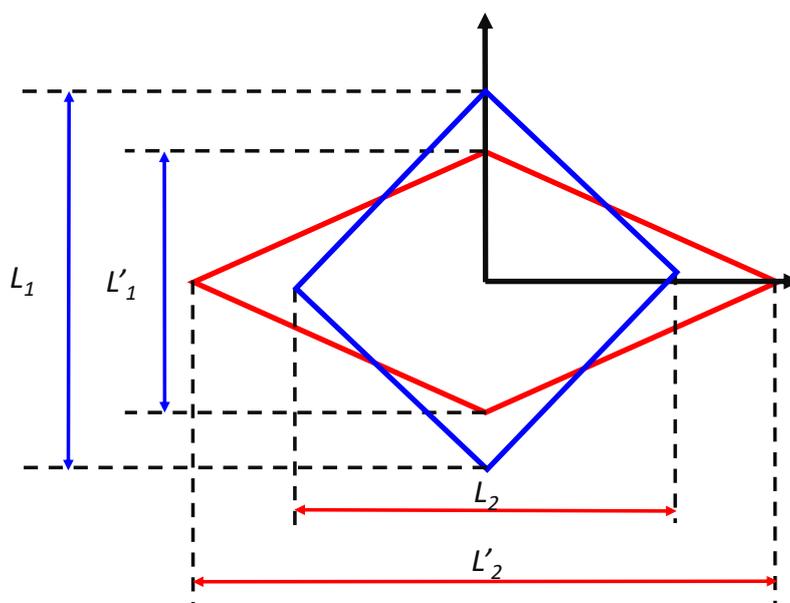


FIGURE 1.16 – Hypothèse cinématique du cadre [Gherissi et al., 2016]

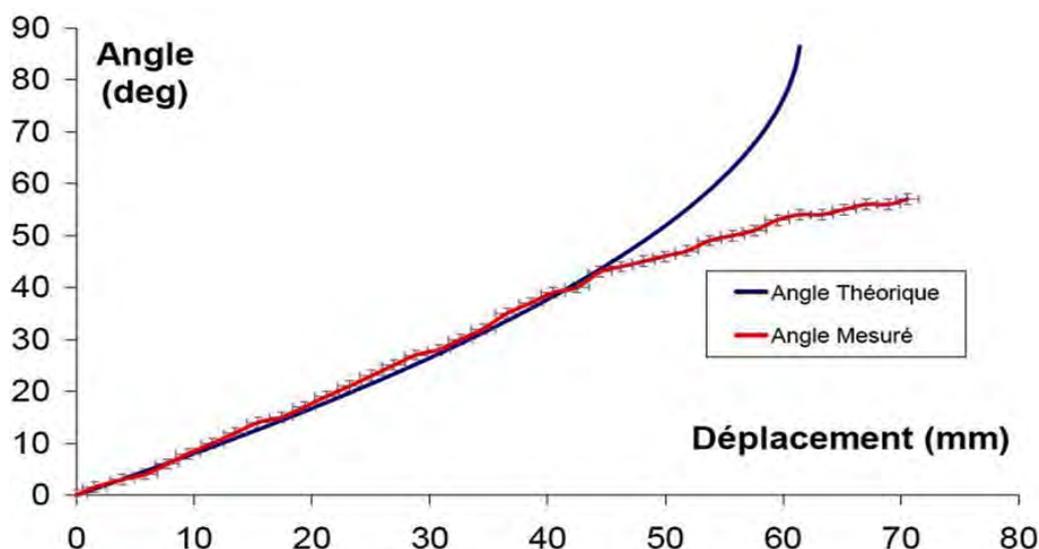


FIGURE 1.17 – Résultats des biais test : comparaison des angles de cisaillement théoriques et mesurés en fonction du déplacement machine [De Luycker, 2009]

de l'angle de cisaillement et d'autre part un non-respect des hypothèses de cet essai. Une normalisation de l'effort de cisaillement est nécessaire pour décrire le comportement à la déformation de cisaillement pur dans la zone centrale. En supposant que les angles de cisaillement sont uniformes dans la zone B, la normalisation est réalisée selon Cao [Cao et al., 2008], en utilisant la relation 1.7 :

$$F_{sh}(\gamma) = \frac{1}{(2H - 3H) \cos \gamma} \left[ \left( \frac{H}{W} - 1 \right) \times F \times \left( \cos \left( \frac{\gamma}{2} \right) - \sin \left( \frac{\gamma}{2} \right) - W \times F_{sh} \left( \frac{\gamma}{2} \right) \right) \cos \left( \frac{\gamma}{2} \right) \right] \quad (1.7)$$

Etant donné l'absence d'une norme qui exige un seul mode opératoire et une seule dimension

de l'éprouvette à tester, il était important de standardiser la réponse de cisaillement en biais test pour. Plusieurs chercheurs ont proposé des méthodes d'adimensionnement. Johnson a préconisé de calculer une déformation et une contrainte juste au niveau de la zone centrale de l'éprouvette tout en négligeant les zones demi cisailées [Johnson, 1995]. Une autre méthode se base sur une approche énergétique et en introduit la notion de couple de cisaillement au lieu de la force de cisaillement pour adimensionner l'essai de traction biais (équation 1.8) [De Luycker, 2009].

$$C_S(\varphi) = \frac{1}{2S_1} \left( F_b \sqrt{D^2 - d^2 - 2dD} - S_2 C_S \left( \frac{\varphi}{2} \right) \right) \quad (1.8)$$

$C_S(\varphi)$  et  $C_s(\frac{\varphi}{2})$  sont respectivement les couples surfaciques de cisaillement dans la zone cisailée et demi cisailé, alors que  $F_b$  est la force appliquée à l'éprouvette.  $S_1$  et  $S_2$  sont respectivement les surfaces des zones  $A$  et  $B$  (non cisailé et purement cisailé).

### Description de l'essai de traction de cadre (Picture frame test)

Cet essai consiste à appliquer une tension selon sa diagonale à un cadre articulé à ses quatre coins, dans lequel l'éprouvette de tissu est positionnée en croix (Figure 1.18). La force appliquée au cadre articulé induit la variation d'angle entre les mèches. La cinématique de cisaillement pur est imposée par le cadre. Ce test donne une large zone de cisaillement pur, théoriquement homogène [Alruhban, 2013, Dridi, 2010, Youssef, 2005].

L'angle de cisaillement est donc défini comme la variation d'angle entre les deux réseaux de mèches et peut être directement relié au déplacement  $d$  du cadre de manière géométrique :

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - 2 \cdot \text{arc cos} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{d}{L} \right) \quad (1.9)$$

Pour déterminer l'effort de cisaillement tangent au côté du cadre (figure 1.19), Cao et al. ont proposé une expression donnée par [Cao et al., 2008] :

$$F_{sh}(\gamma) = \frac{F}{2 \cos \left( \frac{\theta}{2} \right)} \quad (1.10)$$

où  $F$  est l'effort global appliqué au cadre,  $F_{sh}$  la composante parallèle à un bord, et  $\theta$  le demi-angle de fermeture de cadre. Un calcul plus précis de la force de cisaillement  $F_{sh}$  a été par la suite proposé par Daghia en utilisant le couple de cisaillement surfacique  $C_s$  [Daghia et al., 2011].

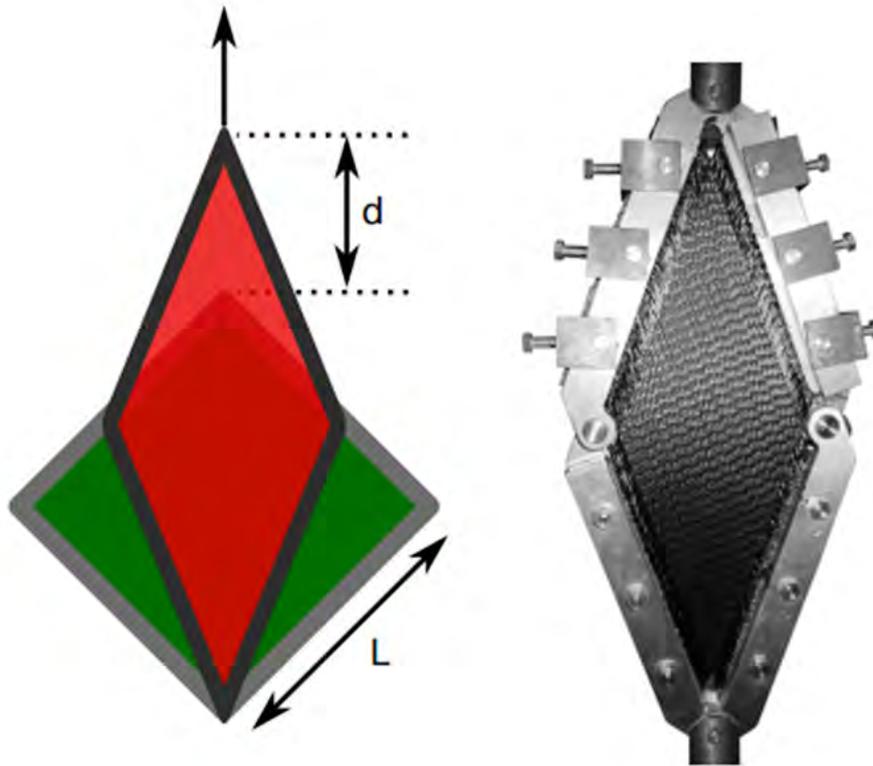
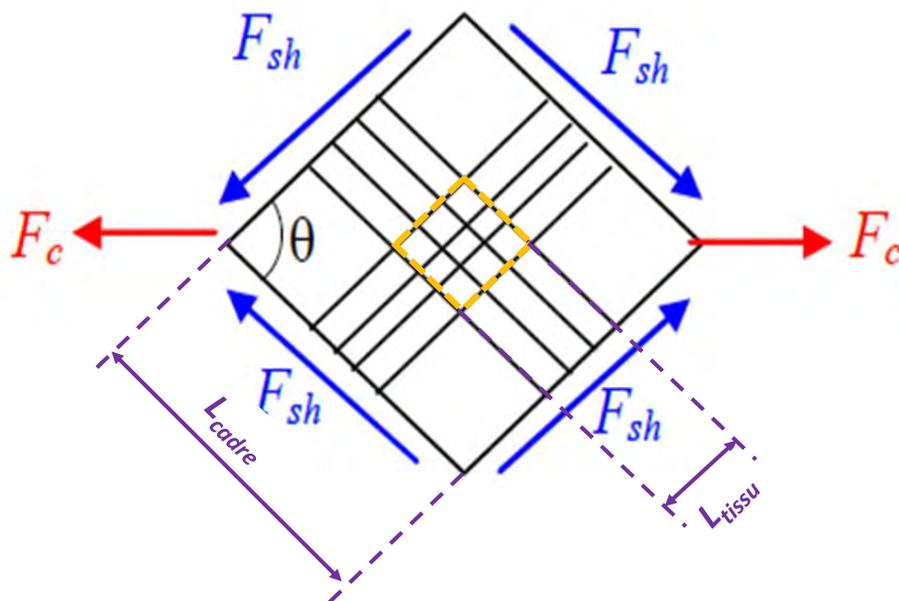


FIGURE 1.18 – Essai de Picture frame des renforts de carbone [Florimond, 2013]

FIGURE 1.19 – Définition de la composante  $F_{sh}$  de l'essai cadre

$$F_{sh}(\gamma) = \frac{C_s}{2 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)} \quad (1.11)$$

Avec  $C_s$  le couple surfacique de cisaillement défini par :

$$C_s = F_C \frac{L_{cadre}}{L_{tissu}^2} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (1.12)$$

$L_{cadre}$  est arête du cadre et  $L_{tissu}$  est la dimension du tissu.

A l'aide d'une technique de mesure aux échelles macro et méso, une courbe de comportement en cisaillement présentée par Dumont (figure 1.20) montre la cinématique réelle mesurée à la surface de l'éprouvette [Daghia et al., 2011]. Cette courbe présente trois phases. La première phase représente le début de l'essai où les mèches initialement perpendiculaires tournent. La seconde représente la mise en contact des mèches et le début de l'augmentation de l'effort. La dernière représente la compaction latérale des mèches.

L'essai de cadre présente plusieurs difficultés. Tout d'abord, une difficulté de mise en œuvre

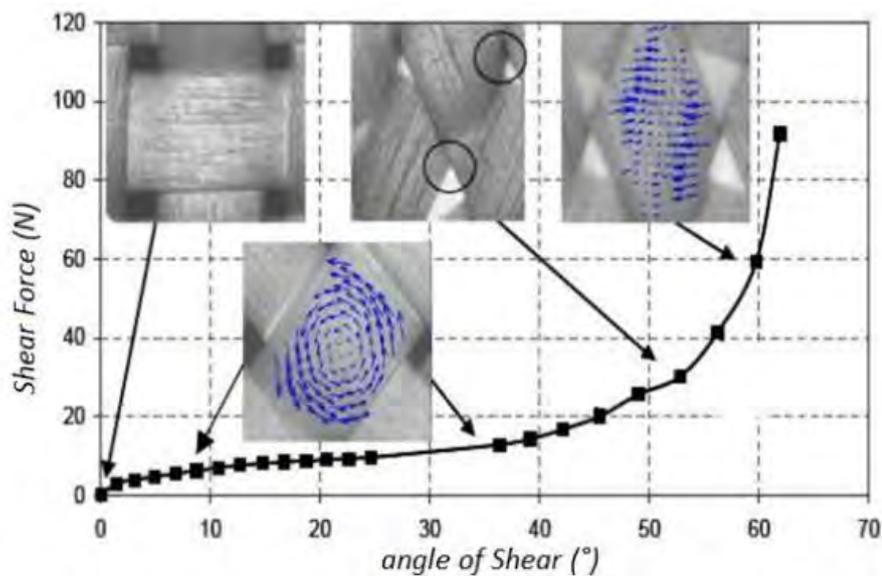
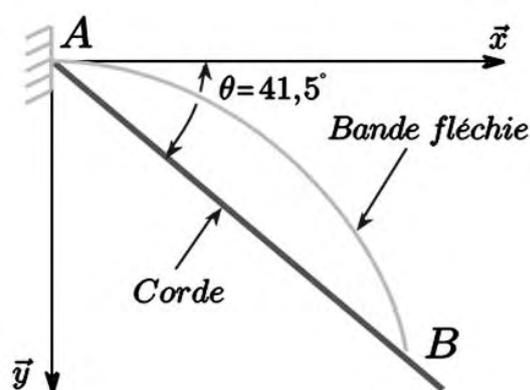


FIGURE 1.20 – Comportement en cisaillement d'un renfort de fibre de verre, avec des prises de vue mésoscopique, [Daghia et al., 2011].

existe, principalement lors du placement du tissu dans la cadre. Les mèches doivent être parfaitement parallèles aux bords du cadre. Lomov et al., montrent que, la tension dans les mèches apparaît nécessairement lors de la mise en place de l'éprouvette dans le cadre et influence énormément les résultats de l'essai [Lomov et al., 2008].

### 1.5.3 Comportement en flexion

Le principe de la détermination de la rigidité en flexion est basé sur un essai de flexion libre, l'éprouvette étant uniquement soumise à son poids propre. Plusieurs dispositifs expérimentaux permettent d'obtenir la relation entre la courbure et le moment fléchissant. Parmi ces dispositifs, le Flexomètre proposé par Pierce [Peirce, 1930], qui a été simplifié et a donné lieu à une version standardisée par l'ASTM [Bilbao, 2008]. Ce dispositif est constitué de deux plans, l'un horizontal et l'autre incliné à  $41,5^\circ$  (figure 1.21). Pour tester le renfort en flexion, on pose une bande sur le plan horizontal en vérifiant que ses bords sont bien alignés avec ceux du support. Une plaque transparente de masse assez faible est alors posée sur l'éprouvette. Au niveau de l'intersection des deux plans inclinés, on considère le renfort encasté. L'étape suivante consiste à faire glisser l'éprouvette et la planche jusqu'à ce que le renfort soit en contact avec le plan incliné. La distance dont a été translattée la planche correspond à la longueur de surplomb  $l$ . La relation entre la courbure  $\chi$  et le moment fléchissant  $M$  est donnée par  $M = b\chi$ . Tous les détails de calcul sont présentés dans [Badel, 2008]. Il est à noter que la rigidité en flexion des tissus 2D



a)



b)

FIGURE 1.21 – a) Essai de flexion, b) Dispositif expérimental : Flexomètre standard à plan incliné fixe [Badel, 2008]

est bien inférieure à leur rigidité en traction [Boisse et al., 2006, Daghia et al., 2011].

### 1.5.4 Comportement en compaction

L'essai de compaction permet de mettre en évidence le comportement non linéaire des matériaux fibreux. Il consiste à poser le renfort entre deux plateaux, et à le comprimer. Dans les travaux de Charmetant, des essais ont été effectués sur tissu taffetas, les résultats correspondant

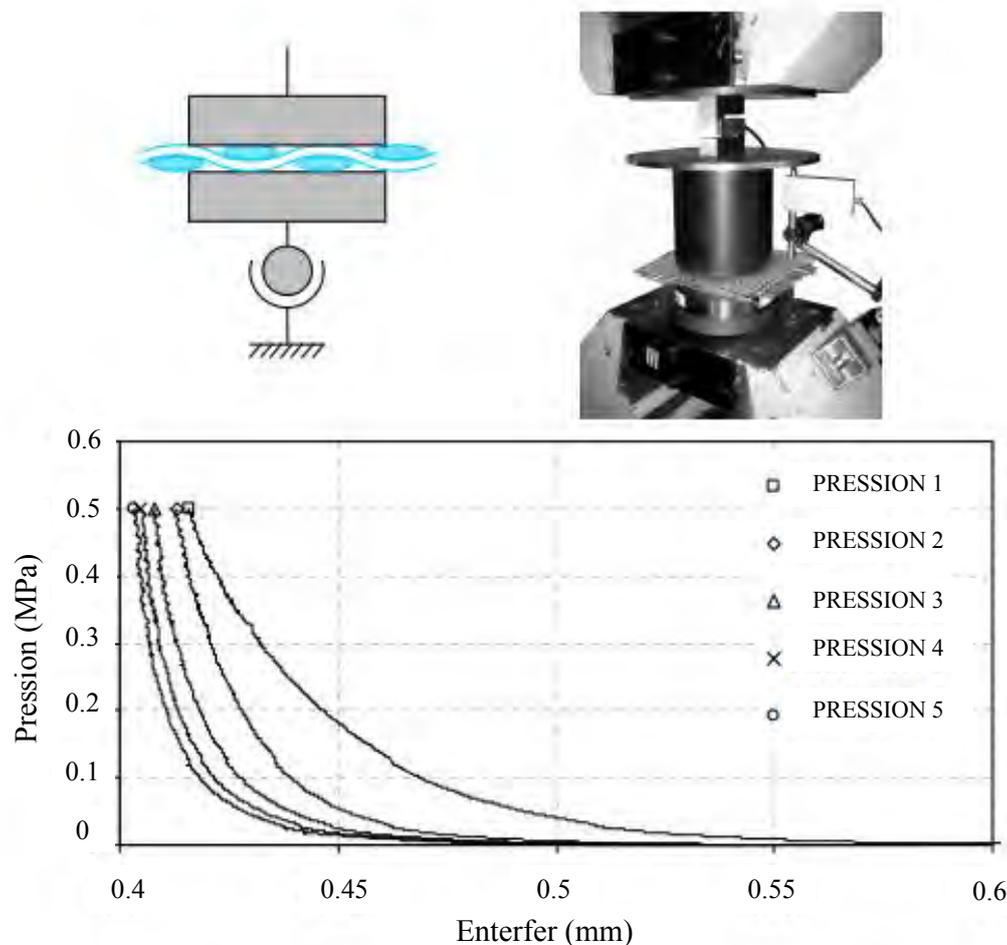


FIGURE 1.22 – Dispositif d'écrasement et courbes d'écrasements successifs d'un taffetas de verre [Charmetant, 2011]

aux graphes (figure 1.22) [Charmetant, 2011]. Cet essai met en évidence des réarrangements qui apparaissent au sein du matériau au niveau du tissage et à l'intérieur des mèches. De plus, les frottements internes conduisent à une configuration d'équilibre du matériau différente de sa configuration initiale. C'est une première source d'anélasticité et de dissipation d'énergie sur les renforts tissés.

## 1.6 Modélisation et Simulation du comportement des tissus

Les renforts tissés sont des matériaux dont la mise en forme est délicate. Il est donc nécessaire de tenir compte des caractéristiques intrinsèques aux différentes échelles, des très grandes déformations au cisaillement, et du comportement fortement orienté. Nous avons vu qu'il existe plusieurs échelles d'observation : échelle macroscopique et échelle mésoscopique.

La simulation numérique est un outil précieux pour mettre au point les gammes de fabrica-

tion. Elle permettrait de les optimiser numériquement et ainsi d'éviter une phase d'essai-erreur très onéreuse lors de la conception de pièces en composites à renforts tissés. Actuellement, il n'existe pas une approche unifiée et complètement descriptive de la réalité physique du comportement du tissu permettant de prédire les défauts apparaissant lors de la phase de préformage. Cela est en grande partie dû aux différentes échelles de la structure qui rendent difficile la modélisation. Un effort de recherche important est donc consacré au comportement du renfort sec et à la simulation de sa déformation. L'objectif est de prédire les modifications géométriques et mécaniques susceptibles d'apparaître au cours de la mise en forme comme :

- la variation de l'angle de cisaillement,
- la formation des plis,
- la décohésion des fils,
- la formation des boucles et le désalignement des fils,
- le désalignement des fils,
- les contraintes au niveau des fils.

Dans les paragraphes suivants des approches de modélisation aux différentes échelles sont présentés.

### 1.6.1 Simulation à l'échelle microscopique

Dans un modèle à l'échelle microscopique, le constituant élémentaire est la fibre. Le diamètre des fibres varie de  $5 \mu m$  à  $50 \mu m$  selon le type de matériau. La difficulté de ce type d'approche réside dans la gestion des nombreux corps constituant le modèle, et notamment dans la gestion des contacts entre eux. Certains modèles existants, réalisés à cette échelle sur les tissus, fournissent des résultats importants qui permettent de visualiser au cours d'une sollicitation, le réarrangement des fibres au sein de la mèche, et les contraintes dans chaque fibre (figure 1.23) [Durville, 2010]. Cependant, compte tenu des capacités de calcul actuellement disponibles, ces modèles sont limités à quelques dizaines de fibres par mèche et à quelques cellules tissées [Durville, 2010]. La limitation principale de l'approche microscopique est le temps de calcul inhérent au nombre de fibres à modéliser [Zhou et al., 2004]. Pour cette raison, des groupes de fibres sont modélisés dans les mèches, réduisant le nombre de fibres virtuelles à quelques dizaines au lieu des milliers de fibres réelles. Par conséquent, la simulation de la mise en forme d'une pièce à grandes dimensions avec cette approche n'est pas envisageable dans l'état actuel des recherches.

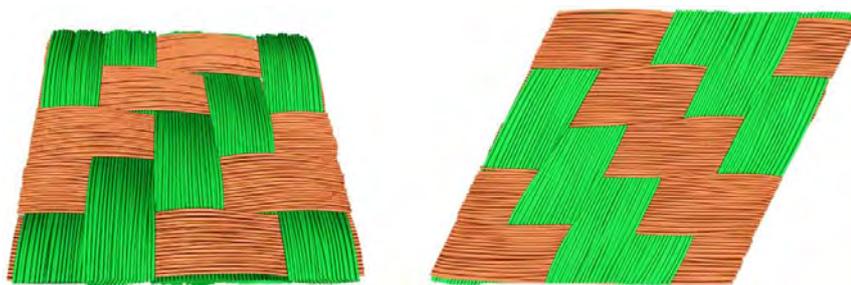


FIGURE 1.23 – Simulation de cisaillement sur une armure sergé 2 x 2 [Durville, 2010]

### 1.6.2 Simulation à l'échelle mésoscopique

Dans un modèle à l'échelle mésoscopique, le constituant élémentaire n'est plus la fibre mais la mèche. Celle-ci est considérée comme un matériau continu. A cette échelle, l'armature de tissu pourra donc être prise en compte de manière explicite dans la modélisation. L'objectif d'un modèle mésoscopique est de déterminer le comportement du renfort modélisé à partir de la connaissance du comportement des mèches. La description du renfort à l'échelle mésoscopique nécessite 3 données principales : la description de la géométrie, les conditions aux limites à appliquer au modèle et la loi de comportement de la mèche [Badel, 2008]. Plusieurs modèles mésoscopiques sont proposés dans la littérature. Le premier modèle de renfort a été développé par Kawabata [Kawabata et al., 1973]. Ce modèle considère les mèches comme composées de segments de droite articulées (figure 1.24) dont le comportement en traction est élastique linéaire et éventuellement non linéaire. Les interactions entre les mèches aux points de croisement sont modélisées par des ressorts. Ce modèle permet de calculer analytiquement le comportement en traction uniaxiale et biaxiale du renfort. Cependant, il reste géométriquement trop pauvre pour la prédiction du comportement en cisaillement du renfort pour lequel le changement de forme des mèches a une importance considérable. Un autre modèle analytique a été envisagé par Hivet [Hivet and Boisse, 2005]. Ce modèle est basé sur une analyse détaillée de la géométrie des renforts tissés 2D (taffetas, sergé, satin). Ce modèle analytique est plus fidèle à la géométrie réelle, notamment l'épaisseur, largeur de mèches et la forme de sa section, mais aussi pour les trajectoires des mèches et les zones de contact qui assurent leur non-interpénétration (Figure 1.25). Il existe aussi des modèles de représentation 3D mésoscopiques à section variable mis en œuvre dans le logiciel TexGen. Ce logiciel permet de générer automatiquement tout type de renforts 2D et 3D (figure 1.26).

Un autre modèle de simulation a été développé par Gatouillat [Gatouillat et al., 2013], basé

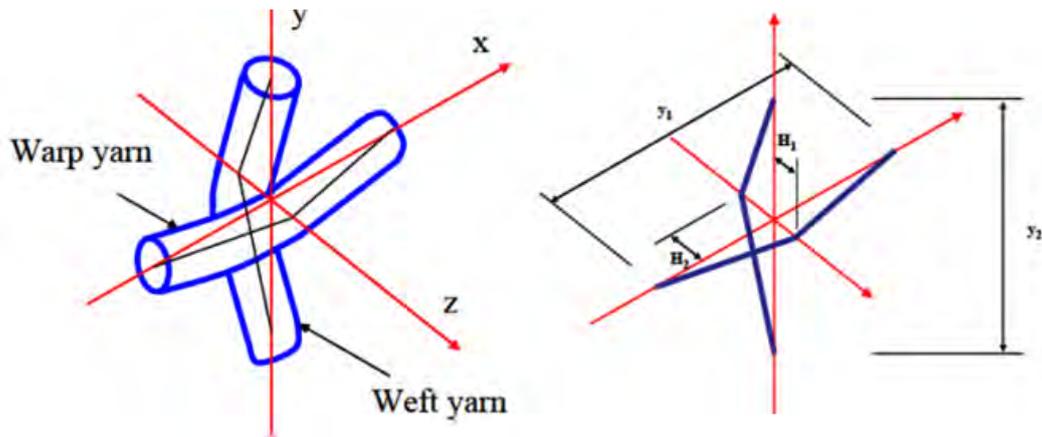


FIGURE 1.24 – Modèle analytique de Kawabata [Kawabata et al., 1973]

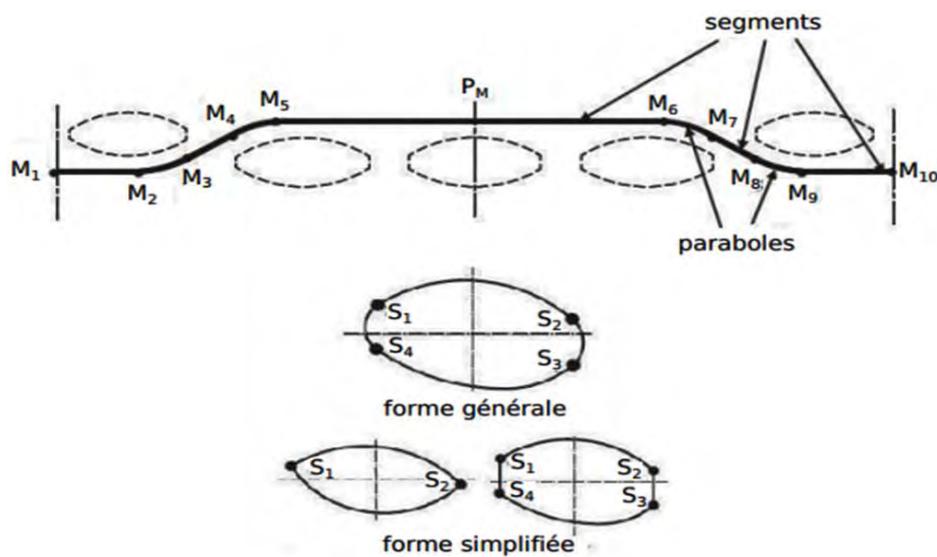


FIGURE 1.25 – Définition du contour des sections de la mèche [Hivet and Boisse, 2005]

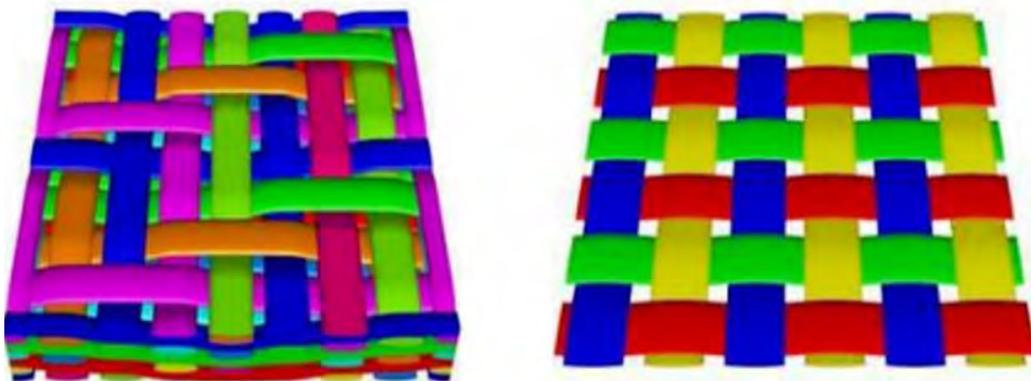


FIGURE 1.26 – Exemples de renforts 2D et 3D obtenus par TexGen

sur une description mésoscopique des renforts permettant la simulation de la mise en forme de pièces à l'échelle macroscopique. Ce modèle permet de décrire le comportement de cisaillement des renforts et de prédire les plissements de mèches. Il reste limité aux architectures de renforts simples 2D (figure 1.27). Ce type de modèle offre une première approche de la méca-

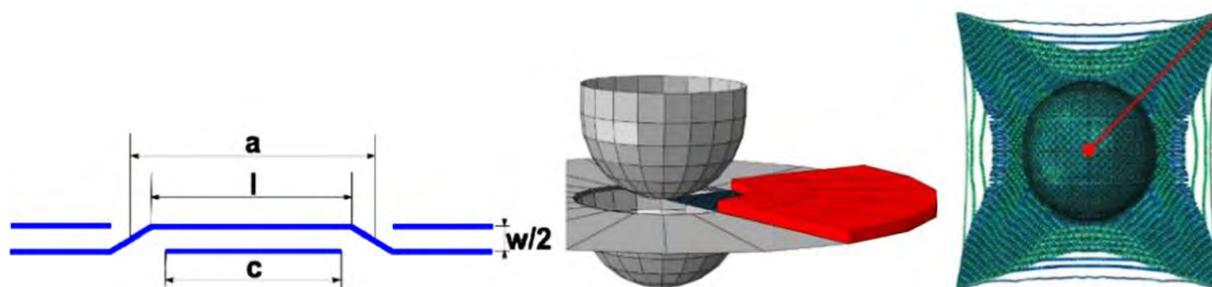


FIGURE 1.27 – Simulation de Gatouillat [Gatouillat et al., 2013]

nique des renforts tissés mais présente des hypothèses fortes sur la géométrie et la physique de déformation des renforts pour permettre une modélisation réaliste avec des formes complexes.

### 1.6.3 Simulations à l'échelle macroscopique

#### 1.6.3.1 Approche géométrique

L'approche géométrique est la première technique de modélisation pour suivre l'orientation des fibres pendant la phase de préformage. Elle est basée exclusivement des considérations géométriques et ne tient pas compte des phénomènes physiques lors de la mise en forme du composite. Le tissu est modélisé par un réseau de nœuds décrivant l'entrecroisement des chaînes et des trames. D'après Tchebychev [Tchebychev, 1962], les points d'intersection du réseau plan chaîne et trame paramétré en coordonnées cartésiennes  $[(x_1, x_2), (x_1 + dx_1, x_2)]$  se transforment dans l'espace au niveau de la surface courbe à draper en  $(\delta_\alpha, \delta_\beta), (\delta_\alpha + \frac{\partial \delta_\alpha}{\partial x_1} dx_1, \delta_\beta + \frac{\partial \delta_\beta}{\partial x_1} dx_1)$  et  $(\delta_\alpha + \frac{\partial \delta_\alpha}{\partial x_1} dx_2, \delta_\beta + \frac{\partial \delta_\beta}{\partial x_2} dx_2)$  (figure 1.28). La méthode géométrique a été modifiée par la suite par Mark et Taylor qui ont transformé le problème physique de mise en forme en une formulation mathématique [Mack and Taylor, 1956]. Cette méthode consiste à placer un maillage sur une surface le long de lignes géodésiques. Le tissu est modélisé comme un maillage articulé, avec des fils supposés inextensibles et fixés aux croisements, de sorte qu'ils sont libres de tourner l'un sur l'autre sans glisser. Le contact du tissu avec la surface de l'outil se fait sans glissement. La position d'un nœud C peut être déterminée à partir de ces nœuds voisins A et B. La

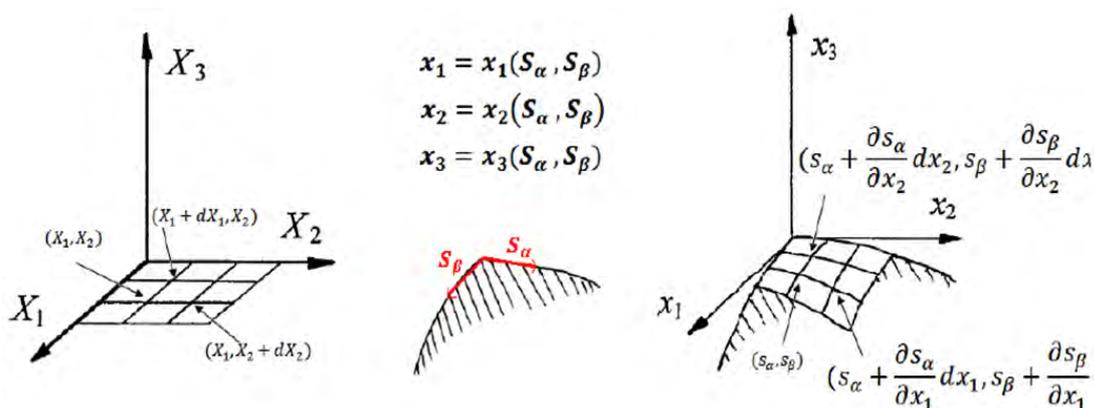


FIGURE 1.28 – Principe de la méthode géométrique [Lim and Ramakrishna, 2002]

position de ces derniers sur le maillage est déjà connue, et les segments AB et AC ont des longueurs connues. Le nœud C est défini alors comme l'intersection des deux géodésiques issues de A et B, qui se coupent en C en vérifiant ces longueurs (figure 1.29). Cela consiste alors en un problème, en général non linéaire, qui est formulé comme un problème de minimisation de distance entre deux points. Les hypothèses utilisées restreignent l'utilisation de cette méthode.

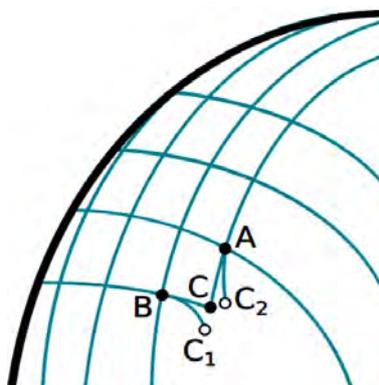


FIGURE 1.29 – Méthode du filet : détermination de la position du point connaissant celles de A et B [Aimene, 2007]

En effet, le résultat est identique quel que soit le matériau utilisé, ce qui est bien souvent inexact. En effet, le résultat de la mise en forme dépend des caractéristiques mécaniques du renfort. De plus, les conditions aux limites en efforts ne sont pas pris en compte tels par exemple les efforts créés par les outils (serre-flan en particulier) (figure 1.30).

### 1.6.3.2 Approche mécanique

L'approche mécanique regroupe plusieurs variantes appelées : les approches continues, semi discrètes ou discrètes.

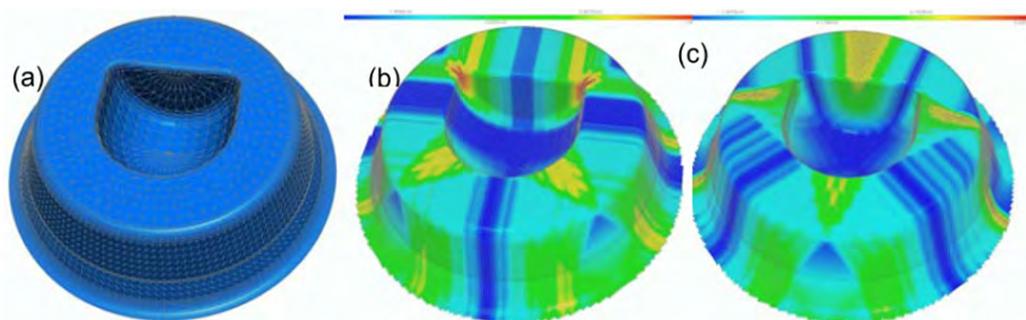


FIGURE 1.30 – Exemple de simulation du drapage d’une pièce fortement non développable [Hamila, 2007]

### Approche continue

L’approche continue considère le renfort comme un solide continu à l’échelle macroscopique. Ce type de modèle est dit macroscopique puisqu’il prend en compte un comportement global homogénéisé du renfort. Cela permet l’utilisation d’éléments finis standards (typiquement coque ou membrane) pour effectuer la modélisation. La précision de la simulation dépend principalement de la caractérisation des matériaux et du modèle constitutif utilisé pour le tissu homogénéisé. Ces modèles supposent également qu’il n’y a pas de glissement significatif entre les fibres et négligent généralement le comportement hors plan. Plusieurs études mettent l’accent sur le suivi et la mise à jour des orientations des fibres lorsque le tissu se déforme, en utilisant des formulations non orthogonales ou anisotropes. Ces mises à jour des lois de comportement matériel montrent ensuite des résultats améliorés par rapport à des méthodes orthogonales simples [Charmetant, 2011]. Par exemple, le cisaillement est appliqué sur les renforts tissés, les mèches ne resteront pas orthogonales, mais tourneront dans le plan l’une par rapport à l’autre, avec une amplitude de rotation déterminée par l’angle de cisaillement. La difficulté de ces approches réside dans le choix de la loi de comportement associée aux éléments. Actuellement, plusieurs codes éléments finis utilisant cette approche sont basés sur des lois de comportement développées à l’aide de modèles hyperélastiques [Peng and Cao, 2005] ou hypoélastiques [De Luycker, 2009, Jauffrès et al., 2010, Khan et al., 2010].

L’approche hyperélastique considère le renfort comme un matériau hyperélastique pour lequel il existe une énergie de déformation  $W$  qui ne dépend que de la déformation actuelle [Hamila, 2007, Charmetant, 2011]. Le matériau hyperélastique ne dissipe pas d’énergie, ce qui a par conséquent que, le premier et le second principe de la thermodynamique se réduisent à la satisfaction de l’inégalité de Clausius-Duhem. Dans le cas purement mécanique,  $W$  est l’énergie

de déformation et  $E$  est le tenseur Green Lagrange. Le modèle décrit le comportement de renfort tissés dans la configuration déformée par le tenseur de contrainte de Cauchy qui dérive du second tenseur de Piola Kirchhoff.

$$\underline{\underline{S}} = 2 \frac{\partial W(E)}{\partial \underline{\underline{C}}} \quad (1.13)$$

où  $\underline{\underline{S}}$  est le tenseur de Piola Kirchhoff et  $\underline{\underline{C}}$  le tenseur de Cauchy-Green droit. Cette approche énergétique vise à définir une fonction de potentiel énergétique et à reproduire le comportement mécanique non linéaire d'un matériau tissé. Cette fonction sera décomposée en la somme de trois termes correspondant respectivement à :

- l'énergie de déformation selon la première direction principale de tissu,
- l'énergie de déformation selon la seconde direction,
- l'énergie de cisaillement.

L'approche est basée sur un découplage entre la tension et le cisaillement. Le potentiel proposé est une fonction des invariants du tenseur de Cauchy-Green :

$$W = \overline{W}_1(I_1) + \overline{W}_2(I_2) + \overline{W}_s(I_{12}) \quad (1.14)$$

$I_i$  sont les invariants qui mesurent les allongements relatifs aux directions 1 et 2.  $I_{12}$  est l'invariant mesurant le glissement dans le plan : c'est-à-dire la variation d'angle entre les deux directions chaîne et trame. Dans [Boisse, 2010, Orliac, 2012], une étude a été effectuée sur le comportement d'un renfort tissé de composite en fonction de différents modes de déformations. Les tenseurs structuraux  $L_{\alpha\beta}$  sont définis à partir des deux vecteurs unitaires dans le sens chaîne et trame respectivement  $\underline{f}_{10}$  et  $\underline{f}_{20}$  dans la configuration de référence (figure 1.31) .

$$\underline{\underline{L}}_{\alpha\beta} = \underline{f}_{\alpha 0} \otimes \underline{f}_{\beta 0} \quad (1.15)$$

Les invariants ( $I_1; I_2; I_{12}$ ) du potentiel  $W$  sont définis par :

$$\begin{aligned} I_1 &= Tr(\underline{\underline{C}} \cdot \underline{\underline{L}}_{11}) = \lambda_1^2 \\ I_2 &= Tr(\underline{\underline{C}} \cdot \underline{\underline{L}}_{22}) = \lambda_2^2 \\ I_{12} &= \frac{1}{l_1 l_2} Tr(\underline{\underline{C}} \cdot \underline{\underline{L}}_{11} \cdot \underline{\underline{C}} \cdot \underline{\underline{L}}_{22}) = \cos^2 \theta \end{aligned} \quad (1.16)$$

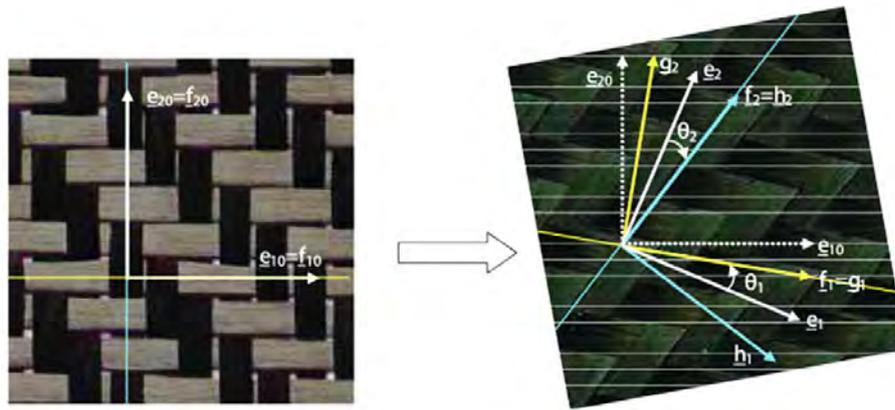


FIGURE 1.31 – Principe de la méthode géométrique [Boisse, 2010]

Une autre approche consiste à considérer le renfort comme un matériau hypo-élastique, reliant le tenseur dérivé objective des contraintes de Cauchy, au tenseur de déformation.

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\sigma}}^\nabla &= \underline{\underline{C}} : \underline{\underline{D}} \\ \underline{\underline{\sigma}}^\nabla &= \underline{\underline{Q}} \cdot \left( \frac{d}{dt} \left( \underline{\underline{Q}}^T \cdot \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{Q}} \right) \right) \cdot \underline{\underline{Q}}^T \end{aligned} \quad (1.17)$$

$\underline{\underline{C}}$  est le tenseur d'élasticité,  $\underline{\underline{\sigma}}^\nabla$  et  $\underline{\underline{D}}$  sont respectivement la dérivé objective du tenseur des contraintes associé à la rotation  $\underline{\underline{Q}}$  et le tenseur de déformation.  $\underline{\underline{Q}}$  représente le référentiel initialement orthogonal. Les dérivés objectives les plus utilisés sont celles de Green Naghadi (intégrées dans Abaqus/Explicit) et de Jaumann (intégrées dans Abaqus/Standard). Le Tenseur de rotation  $\underline{\underline{R}}$  n'est autre que la composante de rotation du gradient de déformation :

$$\underline{\underline{F}} = \underline{\underline{R}} \cdot \underline{\underline{U}} \quad (1.18)$$

L'opérateur  $\underline{\underline{R}}$  capte la rotation de corps rigide dans le cas des grandes déformations pour les métaux, mais il n'est pas capable de le faire dans le cas des structures tissées. La solution proposée dans la littérature, pour le cas spécifique des renforts est de substituer à  $\underline{\underline{R}}$  le tenseur de rotation des mèches. Khan et al., dans [Khan et al., 2010], ont montré que l'approche continue prédit les caractéristiques mécaniques du composite à renfort tissé lors de la mise en forme. Le modèle hypoélastique basé sur le tenseur d'orientation peut alors décrire correctement le comportement spécifique des matériaux tissés. L'application de cette méthode sur double dôme est présentée sur la figure 1.32.

Une autre loi de comportement pouvant être utilisée est une loi « non orthogonale ». C'est un

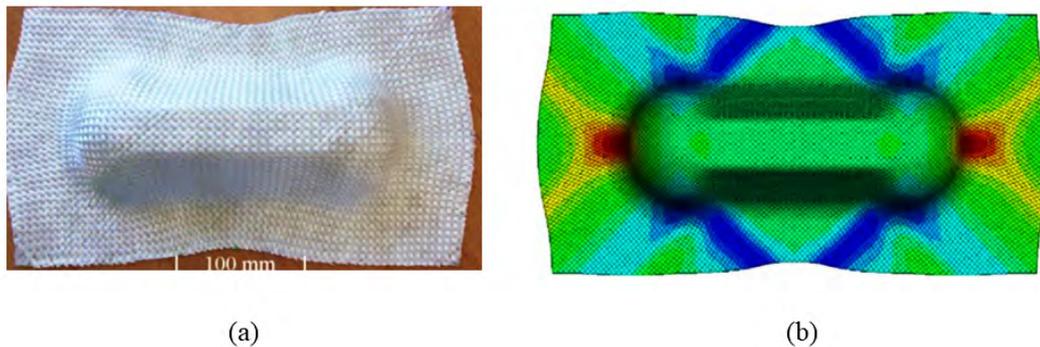


FIGURE 1.32 – Simulation du drapage d'un double dôme obtenue avec le modèle hypoélastique de Khan, (a) expérimentation, (b) simulation [Khan et al., 2010]

modèle élastique non linéaire développé pour les matériaux ayant deux directions orthogonales de forte anisotropie et qui sont soumis à de petites déformations selon les directions principales, mais à de grandes déformations en cisaillement. C'est entre autre le cas des renforts à fibre de carbone ou de verre. Ce modèle a été utilisé pour l'analyse du comportement des tissés secs, et imprégnés. Ce modèle est appelé « non-orthogonal », et peut être utilisé puisque la loi de comportement décrit le cisaillement pur, et s'exprime dans le repère covariant lié aux directions des mèches. Dans ce contexte Pu Xue et al. [Xue et al., 2003], ont développé un modèle qui d'écrit le comportement du composite tissé avec un système de coordonnées non orthogonal (figure 1.33). Les systèmes de coordonnées de ce modèle et donné respectivement par :

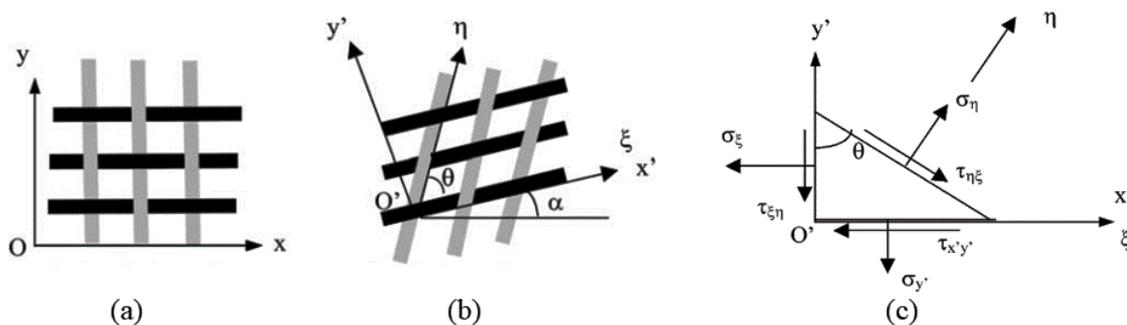


FIGURE 1.33 – Discrétisation et orientation du fil, coordonnées global /local, et déformation de tissage : (a) avant déformation, (b) après déformation, (c) composantes de la contrainte d'un élément isolé [Xue et al., 2003].

- $(O, x, y)$  : système de coordonnées orthogonal global,
- $(O', x', y')$  : système de coordonnées local orthogonal avec  $x'$  coïncident avec la direction actuelle de la direction de la chaîne,
- $(O', \xi, \eta)$  : système de coordonnées matériel, les axes sont orthogonaux dans la configuration initiale mais ne le restent pas pendant la déformation de cisaillement.

Ce modèle non orthogonal découple le comportement en tension et en cisaillement. La première partie prend en compte la rigidité en tension du matériau, découplée selon ses axes principaux (directions des fibres). La deuxième partie du modèle prend en compte la rigidité en cisaillement en référence à un état de cisaillement pur. Dans le système de coordonnées locales orthogonales ( $O', x', y'$ ) les contraintes sont données par :

$$\begin{pmatrix} \sigma_{x'} \\ \sigma_{y'} \\ \sigma_{z'} \end{pmatrix} = T_2 \begin{pmatrix} \sigma_\xi \\ \sigma_\eta \\ \tau_{\eta\xi} \end{pmatrix} \quad (1.19)$$

$$T_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\cot \theta & -\cot \theta \\ -\cot \theta & \cot \theta & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.20)$$

où  $\theta$  est l'angle entre les deux axes ( $\xi, \eta$ ) ;  $T_2$  est la matrice de transformation des composantes du tenseur de contrainte du repère ( $O', \zeta, \eta$ ) (coordonnées non orthogonales) au repère orthogonal ( $O', x', y'$ ). Le tenseur de déformation est défini comme suit :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_\xi \\ \varepsilon_\eta \\ \gamma_{\xi\eta} \\ \gamma_{\eta\xi} \end{bmatrix} = T_3 \begin{bmatrix} \varepsilon_{x'} \\ \varepsilon_{y'} \\ \gamma_{x'y'} \end{bmatrix} \quad (1.21)$$

Avec  $T_3$ , la matrice de transformation des composantes du tenseur de déformations du repère ( $O', \xi, \eta$ ) (coordonnées non orthogonales) au repère orthogonal ( $O', x', y'$ ). La relation entre les contraintes et les déformations peut être exprimé par :

$$\begin{bmatrix} \sigma_\xi \\ \sigma_\eta \\ \tau_{\xi\eta} \\ \tau_{\eta\xi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 & 0 \\ D_{21} & D_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta D_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (2 - \beta) D_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_\xi \\ \varepsilon_\eta \\ \gamma_{\xi\eta} \\ \gamma_{\eta\xi} \end{bmatrix} = [D] \begin{bmatrix} \varepsilon_\xi \\ \varepsilon_\eta \\ \gamma_{\xi\eta} \\ \gamma_{\eta\xi} \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

où  $\beta$  est le coefficient de contribution à la propriété totale de cisaillement de chaque contrainte de cisaillement et  $D$  correspond à la matrice de rigidité dans le repère non orthogonal ( $O', \xi, \eta$ ).

$\tau_{\xi\eta}$  et  $\tau_{\eta\xi}$  doivent satisfaire l'équation suivante :

$$\tau_{\xi\eta} + \tau_{\eta\xi} = \beta \cdot D_{33} \cdot \gamma_{\xi\eta} + (2 - \beta) \cdot D_{33} \cdot \gamma_{\eta\xi} = 2 \cdot D_{33} \cdot \gamma_{\xi\eta} \quad (1.23)$$

Ainsi, les relations entre les contraintes et les déformations dans le repère  $(x', y', z')$  seront :

$$[\sigma]_{x'y'} = \bar{D}[\varepsilon]_{x'y'} \quad (1.24)$$

$$\bar{D} = T_2 \cdot D \cdot T_3 \quad (1.25)$$

Donc :

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = R \cdot \bar{D} \cdot R^T \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = R \cdot T_2 \cdot D \cdot T_3 \cdot R^T \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (1.26)$$

avec :

$$R = \begin{pmatrix} \cos^2 \alpha & \sin^2 \alpha & -2 \sin \alpha \cos \alpha \\ \sin^2 \alpha & \cos^2 \alpha & 2 \sin \alpha \cos \alpha \\ \sin \alpha \cos \alpha & -\sin \alpha \cos \alpha & \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \end{pmatrix} \quad (1.27)$$

### Modèles semi discrets

Le principe de cette approche repose sur le fait que les mèches ou les cellules du renfort sont prises en compte directement, sans qu'un milieu continu soit utilisé (figure 1.34). Cette approche est basée sur le principe des travaux virtuels, qui met en relation les travaux internes, extérieurs et d'accélération dans les champs de déplacement virtuel  $\eta$  :

$$W_{ext}(\underline{\eta}) - W_{int}(\underline{\eta}) = W_{acc}(\underline{\eta}) \quad (1.28)$$

Dans le renfort textiles 2D, le travail interne se décompose selon trois types de déformations (tension biaxiale, cisaillement plan, flexion). Le comportement mécanique d'une cellule élémentaire représentative (CER) du tissu sera décrit par les déplacements relatifs possibles entre les mèches et les déplacements relatifs entre les fibres à l'intérieur de ces mèches.

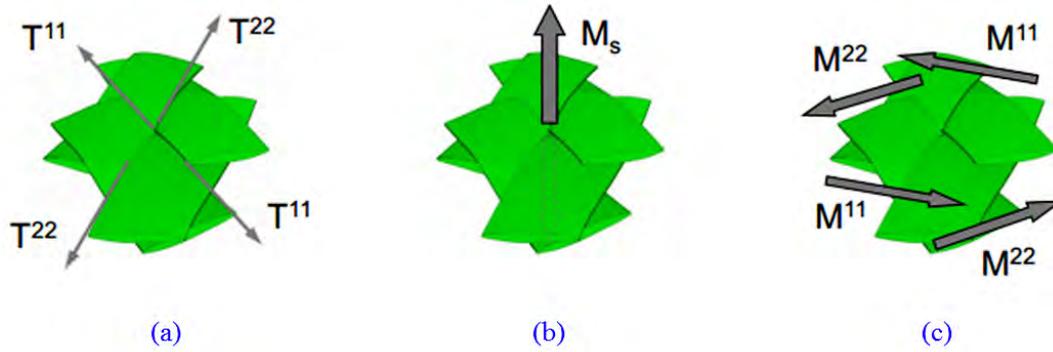


FIGURE 1.34 – Modèle semi discret de chargement sur une CER et résultantes en effort, a) tensions), b) cisaillement dans le plan, c) moments de flexion [Wang et al., 2012]

$$\begin{aligned}
 W_{int}(\eta) &= W_{int}^{ten}(\eta) + W_{int}^{cis}(\eta) + W_{int}^{flex}(\eta) \\
 W_{int}^{cis}(\eta) &= \sum_{p=1}^{n_{cell}} \gamma(\eta)^p M^S W_{int}^{ten}(\eta) = \sum_{p=1}^{n_{cell}} \varepsilon_{11}(\eta)^p - T_{11}^p L_1 + \varepsilon_{22}(\eta) T_{22}^p L_2 \quad (1.29) \\
 W_{int}^{flex}(\eta) &= \sum_{p=1}^{n_{cell}} \chi_1(\eta)^p M_1^p L_1 + \chi_2(\eta)^p M_2^p L_2
 \end{aligned}$$

L'approche semi-discrète représente les chargements sur une cellule unitaire de tissu dont les paramètres sont :

- $T_{11}$  et  $T_{22}$  : les résultantes des tensions respectivement sur les mèches de chaîne et de trame, dues aux déformations dans la direction  $f_1$  et  $f_2$ ,
- $L_1$  et  $L_2$  : les longueurs de la cellule unitaire dans les deux directions de mèche,
- $\varepsilon_{11}(\eta)$  et  $\varepsilon_{22}(\eta)$  : les déformations axiales virtuelles dans les deux directions de mèches,
- $\gamma(\eta)$  : angle virtuel entre les directions chaînes et trames,
- $\chi_1(\eta)$  et  $\chi_2(\eta)$  : les courbures virtuelles dans les deux directions de mèche,
- $M^S$  : Le moment dans le plan de cisaillement qui représente le moment au centre de la CER selon la normale à la surface du tissu,
- $M_1$  et  $M_2$  : les moments de flexion sur la chaîne et la trame

Cette approche a été étendue aux renforts 3D. De Luycker et al. ont proposé un modèle de renfort interlock associant des éléments de barre pour décrire les phénomènes de tension des mèches et des éléments finis des solides représentant les phénomènes de cisaillement et de compaction transverse [De Luycker, 2009]. Ce type de modélisation est également utilisée dans [Hamila and Boisse, 2008].

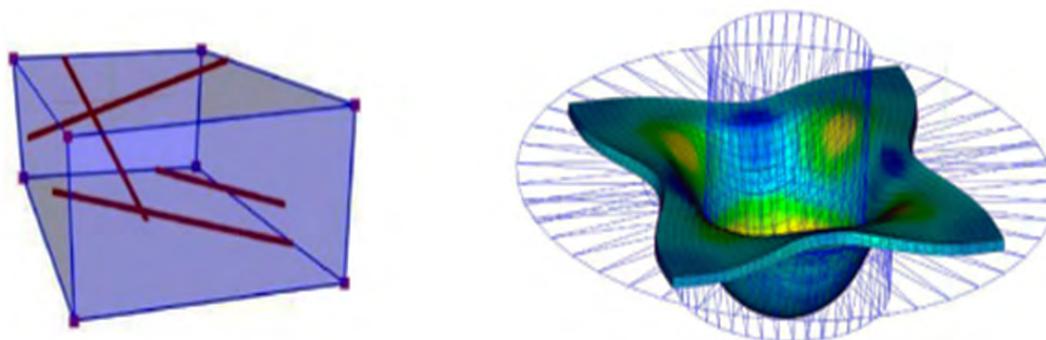


FIGURE 1.35 – Simulation de l’emboutissage d’un tissu avec renfort interlock obtenue avec approche semi discrète [De Luycker, 2009]

### Modèles discrets

La modélisation numérique par l’approche discrète représente le renfort comme une cellule physique élémentaire, qui utilise des éléments finis de types structure (barres, poutres, membranes ou coque). L’avantage de cette approche est de pouvoir justifier certain comportement globaux du tissu à partir de sa structure interne. Dans les travaux de Sze et al. les nœuds sont reliés entre eux par des barres dans les directions des chaînes et des trames [Sze and Liu, 2005]. Cette méthode permet aussi de décrire le comportement d’un tissu dans les directions de traction bi axiale. Les jonctions des barres aux noeuds étant libres, des ressorts linéaires sont ajoutés pour modéliser les phénomènes de cisaillement (figure 1.36).

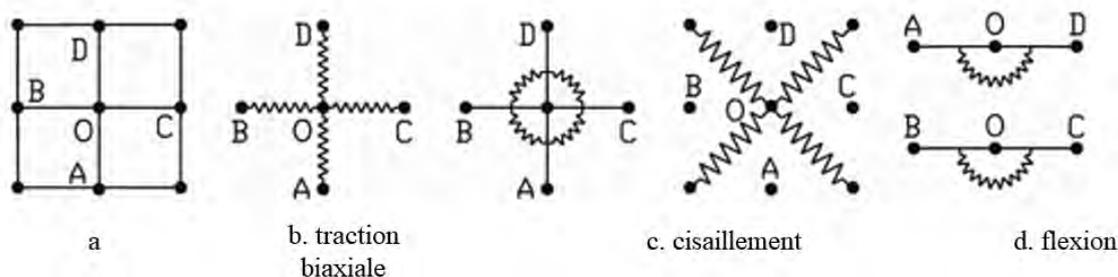


FIGURE 1.36 – Position d’un nœud O au sein de son voisinage (a) et ressorts modélisant les différentes rigidités du renfort (b, c, d) [Sze and Liu, 2005]

La première application de cette méthode sur les problèmes de mise en forme d’un tissu pré-imprégné a été développée par Cherouat au début de l’année 2000 [Cherouat and Billoët, 2000]. Leur modèle utilise des éléments barres pour d’écrire les chaînes et les trames, et le comportement de la résine est pris en charge par des éléments membranes (figure 1.37). En 2010 une modélisation discrète a été utilisée par Jauffrès et al., pour modéliser deux types de tissus (taf-

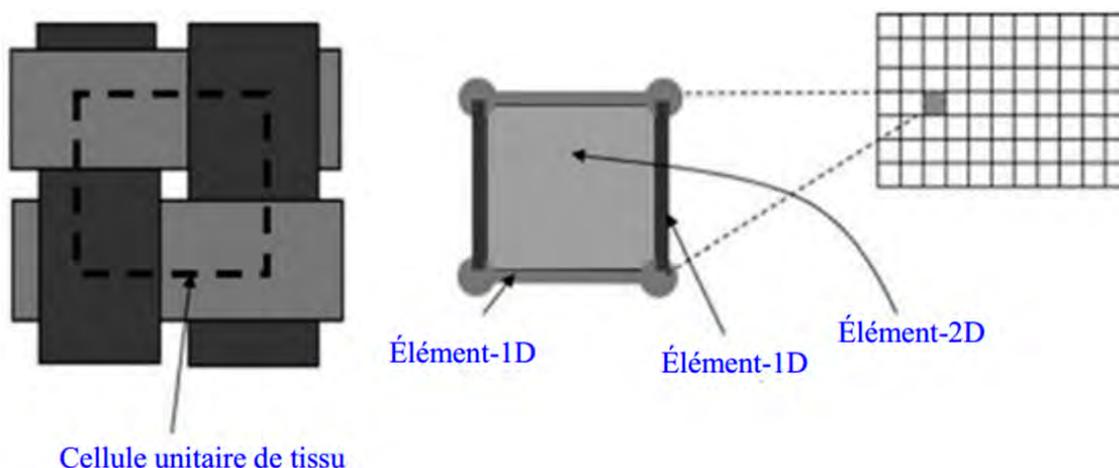


FIGURE 1.37 – Modélisation discrète de Cherouat [Cherouat and Billoët, 2000]

fetas de verre et sergé 2x2) (figure 1.38) [Jaufrès et al., 2010]. Un autre modèle discret, basé

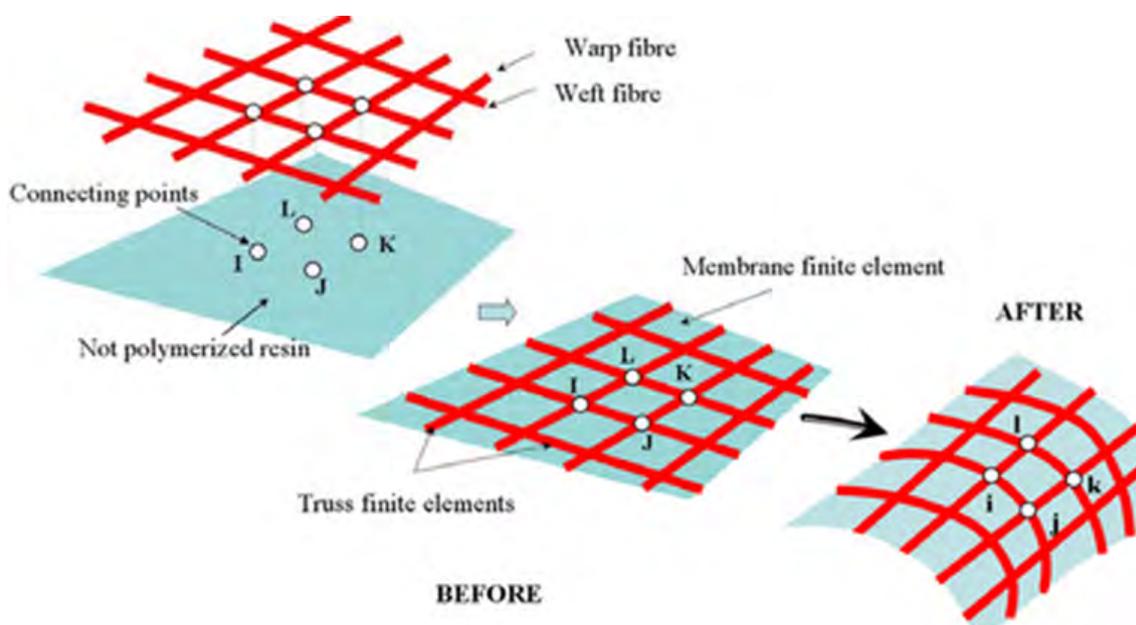


FIGURE 1.38 – Modélisation discrète par Jaufrès [Jaufrès et al., 2010]

essentiellement sur l'association d'élément continu élastique (comportement en cisaillement) avec des connecteurs spécifiques (rigidité de tension linéaire et non linéaire), a été proposé à partir de l'approche méthodologique de Jaufrès [Jaufrès et al., 2010]. Ce modèle a été exploité par Najjar et Téphany (figure 1.39) [Najjar et al., 2012, Tephany, 2014]. Il permet de suivre l'évolution de l'angle de cisaillement sur le renfort lors de la mise en forme de tissu. L'identification des différents paramètres du modèle est explicitée. Leur pertinence a été analysée sur des tests de références en traction uniaxiale et traction bias. Ce modèle comporte les paramètres suivant :

- $l_0$  : dimension du connecteur,
- $K_0$  : rigidité des connecteurs dans le cas d'approche linéaire,
- $F_c = f(u_c)$  : loi force/déplacement associée aux connecteurs, dans le cas d'approche non linéaire,
- $(E, \nu)$  : loi de comportement de l'élément coque,
- $e$  : épaisseur.

L'utilisation des connecteurs ou d'éléments barre se justifie par le fait qu'ils permettent de s'assurer du bon suivi des directions matérielles des mèches. Ils permettent de plus, de définir une mobilité axiale gouvernée par une loi de type force fonction du déplacement. Le modèle peut être enrichi par la prise en compte d'amortissement. Un autre modèle discret a été déve-

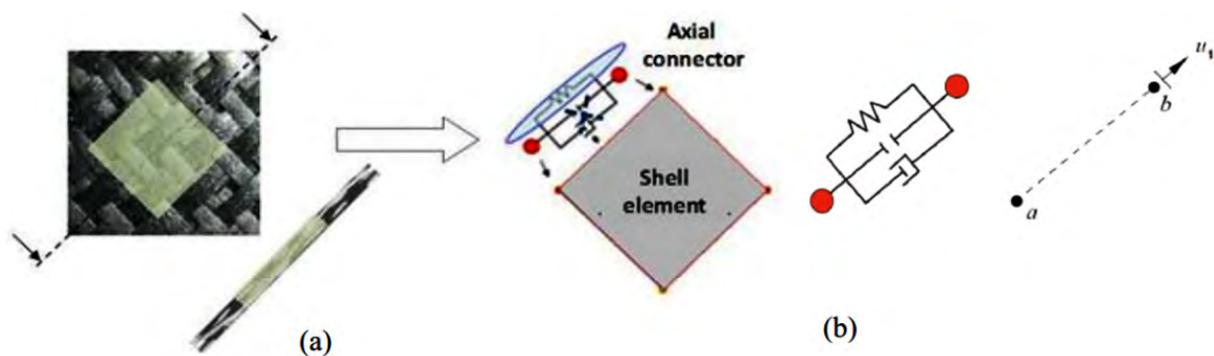


FIGURE 1.39 – Modèle discret coques plus connecteurs, a tissu, b élément de modélisation [Najjar, 2012]

loppé en 2015 par Harrison et al. [Harrison, 2016]. Il est basé sur combinaison d'une approche non-orthogonale pour gérer le cisaillement dans un élément coque et de barres pour décrire le comportement des mèches en tension (figure 1.40).

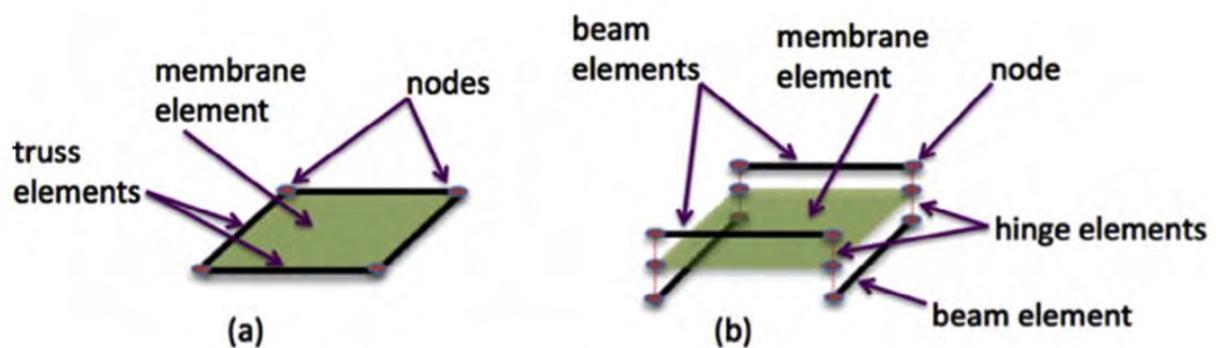


FIGURE 1.40 – (a) Modélisation discrète (membrane, barres) par Harrison et al. [Harrison, 2016]

### 1.6.4 Synthèse modélisation

Un effort de recherche important est consacré pour minimiser les étapes essai-erreur pendant la phase de conception de pièces en composites. Dans ce but, de nombreux modèles ont été développés dans la littérature concernant la déformation des renforts. Leur objectif est de prédire les caractéristiques géométrique et les différents défauts susceptibles d'apparaître pendant la phase de préformage. Ces modèles doivent permettre de tenir compte de différents phénomènes physiques et posséder diverses caractéristiques essentielles :

- description des grandes transformations,
- prise en compte d'un comportement fortement directionnel,
- prise en compte des comportements à différentes échelles,
- aptitude à décrire des préformes 2,5 et 3D.

En raison de la nature multi-échelle du composite, différentes approches existent pour modéliser le comportement des renforts lors du procédé de mise en forme. Le tableau 1.1 répertorie les différents principes de modélisation et leurs grandes caractéristiques. Dans plusieurs études bibliographiques la mise en forme est simulée selon différentes approches et sur plusieurs formes. Plusieurs applications, ont été utilisées, telles qu'un hémisphère [Lin et al., 2007, Vidal-Sallé et al., 2011, Boisse et al., 2011, Abbassi et al., 2011, Duhovic et al., 2011], un tétraèdre [Ouagne et al., 2011, Tephany, 2014], un double-dôme [Badel et al., 2009, Khan et al., 2008], un casque de pilote [Long et al., 2006], un poinçon cylindrique [Allaoui et al., 2011], un capot de voiture [Cherouat and Borouchaki, 2009], un carré [Boisse et al., 2009], des pièces aéro [Dumont et al., 2008], et multi-cavité [Duhovic et al., 2011]. Toutes les géométries contiennent des courbures doubles fournissant des études de cas utiles pour explorer le potentiel et les limites des différents modèles constitutifs dans différentes conditions de mise en forme (figure 1.41). Plusieurs chercheurs ont étudié l'effet de la déformation locale de cisaillement sur plusieurs géométries non développables avec une variété plus ou moins prononcée lors de la mise en forme des renforts tissés. Plusieurs auteurs ont utilisé un modèle continu à équations non orthogonales basé sur un renfort modélisé avec des éléments triangulaires, à 3 nœuds, pour simuler le drapage d'un hémisphère (matrice et poinçon) [Lin et al., 2007, Badel et al., 2009, Yu et al., 2003, Yu et al., 2005]. Une comparaison entre expérimentation et simulation est faite sur la mesure des angles de cisaillement entre mèches. Ils ont constaté qu'il y avait une différence significative entre les résultats en déformation et en cisaillement sur une certaine position de l'hémisphère. Les problèmes numériques de contact sont évités en utilisant le solveur explicite d'Abaqus. Une

Modèles	Principales hypothèses
Continu	Echelle : Macroscopique, Principe : Modéliser le tissu en membrane/coque, Loi de comportement : - Hypo-élastique (suivre l'orientation des fils), - Hyper-élastique (approche énergétique), - Non-orthogonal (suivre l'orientation des fils)
Semi-discret	Echelle : Macroscopique, Principe : Modéliser le tissu en élément coque triangulaire, Objectif : - Calculer l'énergie de différent type de déformation au niveau de la cellule unitaire - Trouver le champs de déformation des noeuds en fonction des déformations générés au niveau de la cellule unitaire
Discret	Echelle : Mésoscopique, Principe : Modéliser les composants des fils en élément coque (l'entrelacement des fils est représenté) Loi de comportement : - Hypo-élastique pour simuler le comportement isotopique transverse du fil et le frottement entre fils
Discret sur cellule unitaire	Echelle : Mésoscopique, Principe : désassocier le comportement de la cellule unitaire au éléments, Modèle hybride de la cellule unitaire.

Tableau 1.1 – Différents modèles de simulation de préformage des renforts secs

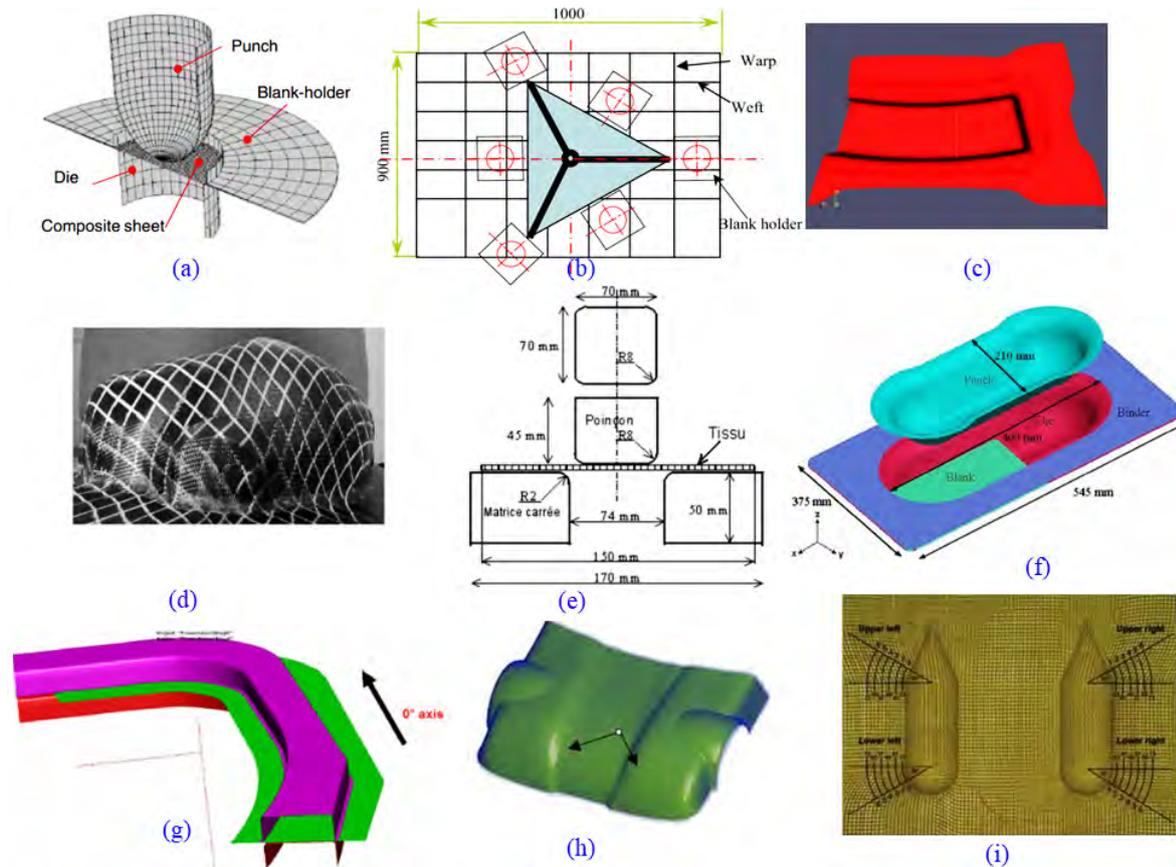


FIGURE 1.41 – Exemples des différentes formes géométriques utilisés pour la mise en forme du composite : (a) hémisphérique [Abbassi et al., 2011], (b) tétraèdre [Ouagne et al., 2011], (c) pièce aéronautique [Chen et al., 2009], (d) casque pilote [Long et al., 2006], (d) carré [Boisse et al., 2009], (f) double-dôme [Badel et al., 2009], (g) partie d'hélicoptère [Dumont et al., 2008], (h) capot de voiture [Cherouat and Borouchaki, 2009], (i) multi-cavité [Cherouat and Borouchaki, 2009].

autre étude comparative est faite entre éléments de coque et de membrane. L'utilisation est quasi identique avec un effort de serre-flan non nul. Le coût de calcul est multiplié par 3 en utilisant des éléments de coque. La comparaison entre les essais expérimentaux et les essais de la simulation est faite sur la mesure des angles de cisaillement entre mèches. La figure 1.42 montre la dépendance de la mise en forme à l'effort du serre-flan, à la forme du renfort non déformé et au coefficient de frottement entre le renfort et l'outil. D'autre étude sont effectuées par Sadough, et al [Sadough et al., 2006]. Cette étude est basée sur le modèle constitutif non orthogonal de peng et Cao [Peng and Cao, 2005], pour caractériser le comportement du matériau anisotrope des composites tissés en grandes déformations. Cette étude montre l'influence du choix d'un schéma de résolution explicite ou implicite lors de la simulation numérique des renforts tissés. Les résultats de la simulation numérique de deux routines VUMAT et UMAT sont identiques mais le temps CPU requis pour la simulation à l'aide du routine UMAT (dynamique implicite)

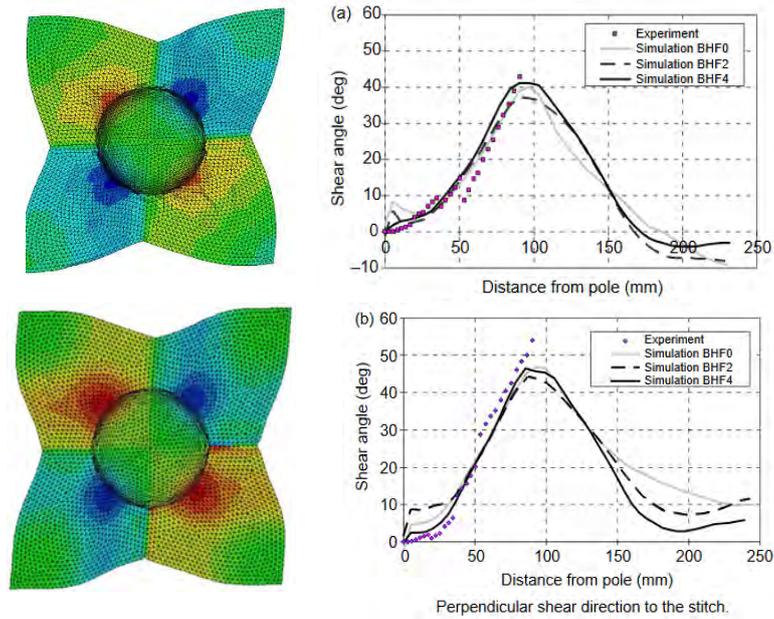


FIGURE 1.42 – Simulation de l’emboutissage hémisphère, observation de l’asymétrie et comparaison des angles de cisaillement, en fonction de l’effort sur le serre-flan [Yu et al., 2005]

est environ vingt fois plus important que le temps CPU requis pour la simulation utilisant la routine VUMAT (dynamique explicite), figure 1.43.

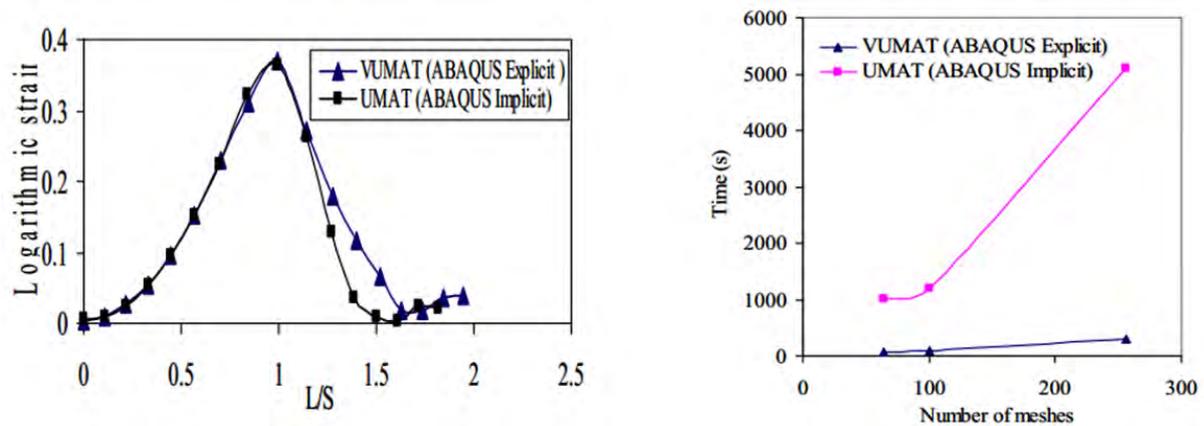


FIGURE 1.43 – Simulation de l’emboutissage hémisphère, déformation de cisaillement logarithmique, comparaison entre les temps de calcul CPU [Sadough et al., 2006]

## 1.7 Conclusion

Dans ce chapitre, les renforts textiles ont été présentés dans leur globalité : structure, armure, mise en œuvre. Dans un premier temps, une description des différents problèmes physiques et

technologiques liés à la déformation des préformes a été faite. Les essais utilisés pour décrire le comportement mécanique du renfort ont été présentés : tension uniaxiale et biaxiale, picture frame test, biais extension test, flexion, compaction. Dans un second temps, un état de l'art des différentes approches utilisées pour la simulation de la mise en forme des renforts tissés a été réalisée. Des modèles de la littérature à l'échelle mésoscopiques et macroscopiques ont été étudiés. Ils permettent de simuler la déformation du renfort à différentes échelles. Utilisant les éléments présentés dans la première partie de la bibliographie nous allons dans le chapitre suivant présenter les essais de caractérisation d'un tissu sergé 2x2 servant de support à ce travail. Sur le volet numérique nous avons choisi de développer une nouvelle approche hybride discrète utilisant une loi de comportement hypoélastique. Les développements feront l'objet du chapitre 3.

# Chapitre 2

## Caractérisation expérimentale d'un sergé 2x2

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>50</b>
<b>2.2</b>	<b>Matériau, protocoles et techniques expérimentales</b>	<b>50</b>
2.2.1	Matériau d'étude	50
2.2.2	Géométrie des éprouvettes	51
2.2.3	Préparation des éprouvettes	52
2.2.4	Extensométrie optique : techniques de mesures de grandeurs mécaniques	54
<b>2.3</b>	<b>Essais de traction : chaîne / trame</b>	<b>60</b>
2.3.1	Procédure d'essai	60
2.3.2	Résultats	61
<b>2.4</b>	<b>Essais de cisaillement : biais extension test</b>	<b>62</b>
2.4.1	Procédure d'essai	62
2.4.2	Résultats	64
2.4.3	Normalisation de l'effort de cisaillement	68
2.4.4	Détermination de module de cisaillement	70
<b>2.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>72</b>

---

## 2.1 Introduction

La caractérisation expérimentale des propriétés mécaniques des renforts composites est primordiale pour la bonne compréhension de leur comportement lors des procédés de mise en forme. Dans ce second chapitre seront présentés les spécificités du comportement mécanique d'un renfort tissé sergé 2x2 en fibre de carbone 48600 C 1300 et les différents essais expérimentaux mis en place pour les caractériser. En effet, l'identification des paramètres matériaux définis pour une loi de comportement ne peut se faire qu'à l'aide de données expérimentales. Afin de préparer la phase de simulation numérique du préformage des renforts tissés, il est nécessaire de connaître le comportement du renfort. Dans ce but, nous avons conduit deux types de tests expérimentaux portant sur l'évaluation de la rigidité du tissu, suivant les directions chaîne et trame, et sur le cisaillement, moyennant la technique de mesure optique par suivi de marqueurs. L'objectif de ce chapitre est donc d'observer les mécanismes de déformations mis en jeu et de mesurer quelques grandeurs caractéristiques telles que les variations angulaires, entre les directions chaîne et trame du renfort. Il s'agit d'un renfort tissé sergé 2x2, 48600 C1300 (Hexcel). Les premiers essais effectués sont les essais de traction suivant les deux directions chaîne et trame. Ensuite, nous détaillons plus en profondeur les essais de cisaillement : une méthode de détermination optique de module de cisaillement pour l'essai de traction biais sera présentée. Cet essai met en évidence des phénomènes qui sont amplifiés lors de l'estampage du renfort tissé.

## 2.2 Matériau, protocoles et techniques expérimentales

### 2.2.1 Matériau d'étude

Le renfort utilisé dans le cadre de ce travail est un tissu carbone commercialisé par la société Hexcel composite sous la référence HexForce (composite Hautes Performances) : le 48600 C 1300 est présenté sur la figure 2.1. Il s'agit d'un tissu 2D où l'épaisseur est de 0,62 mm. Il présente les caractéristiques suivantes :

- armure : sergé 2x2,
- contexture chaîne : 3,7 fils/cm,
- fil de chaîne : T700SC 12K 50C,
- contexture trame : 3,7 fils/cm,

- fil de trame : T700SC 12K 50C,
- densité de filament 1,8 g/cm<sup>2</sup>.

Les données concernant ce renfort sont disponibles dans le tableau A.1 en annexe. Ces données sont issues de [Hexcel, 2015]. Ce renfort est équilibré. Il n'existe pas, dans la littérature, de travaux qui caractérisent la rigidité dans les deux directions et le cisaillement dans le plan de ce renfort. Ainsi, des essais de traction et de cisaillement seront effectués sur ce renfort afin d'évaluer ses caractéristiques (figure 2.1).



FIGURE 2.1 – Photo de la surface d'une éprouvette de 48600 C 1300

### 2.2.2 Géométrie des éprouvettes

Pour réaliser des essais de caractérisation sur les fibres tissées de carbone, il n'existe pas de modèle de géométrie standard de l'éprouvette. Plusieurs travaux dans la littérature considèrent les dimensions des éprouvettes de manière à ce que le rapport de la longueur utile et de la largeur  $\lambda$  soit au moins égal à deux [Cao et al., 2008, Gatouillat, 2010]. Cela permet de mettre en évidence les trois zones distinctes de déformation pour l'essai de cisaillement. Dans cette étude, ce rapport est 3. Pour ces essais, la géométrie retenue est donnée par la figure 2.2, avec les dimensions données dans le tableau 2.1 :

<b>L</b>	Longueur de de l'éprouvette	$270 \pm 0,5 \text{ mm}$
<b>L1</b>	Distances entre les talons	$150 \pm 0,5 \text{ mm}$
<b>L3</b>	Longueur des talons	$60 \text{ mm}$
<b>b</b>	Largeur de l'éprouvette	$50 \pm 0,5 \text{ mm}$
<b>c</b>	Épaisseur des talons	$5 \text{ mm}$
<b>h</b>	Épaisseur de l'éprouvette	$0,62 \text{ mm}$

Tableau 2.1 – Dimensions des éprouvettes

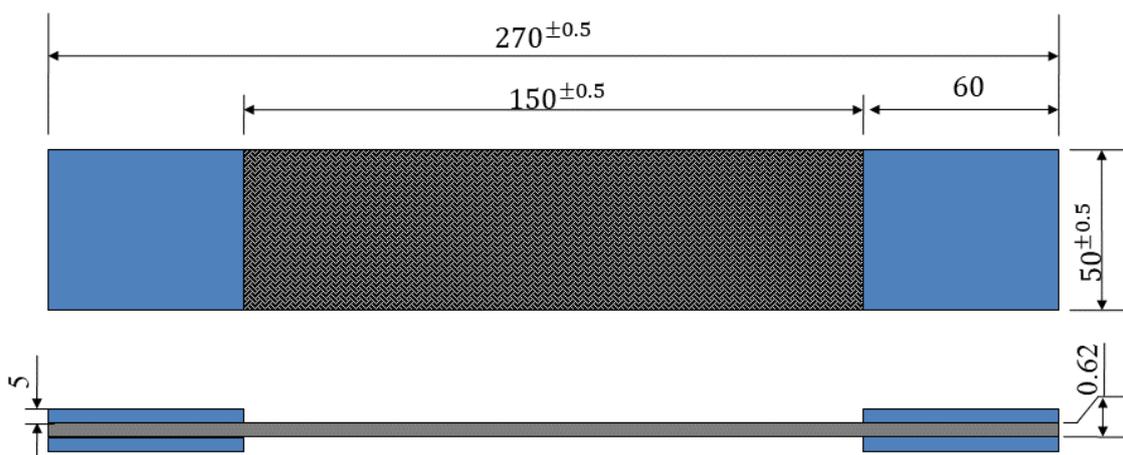


FIGURE 2.2 – Dimensions des éprouvettes

### 2.2.3 Préparation des éprouvettes

Afin d'éviter le glissement entre l'éprouvette et les mors, nous avons utilisé des talons en acier de dimensions  $60\text{ mm} \times 50\text{ mm}$ . Ils sont collés à la préforme à l'aide de la colle structurale bi-composants *Hysol EA9394*, de base époxyde. Afin de réaliser les essais de traction et de cisaillement, les directions de découpe des tissus déterminent l'orientation des éprouvettes et donc leur direction de sollicitation. Les tissus 48600 C 1300 ont été découpés selon deux directions (Figure 2.3) : à  $0^\circ$ , formant des éprouvettes de type X et à  $45^\circ$ , formant des éprouvettes de type Y (voir tableau 2.2). Les étapes de préparation des éprouvettes sont plus détaillées en annexe.

	Forme X	Forme Y
Matière des talons	acier	acier
Tissu utilisé	48 600 C 1300	48 600 C 1300
Épaisseur des éprouvettes	0,62 mm	0,62 mm
Orientation	$0^\circ$	$45^\circ$
Nombre d'éprouvettes	4	4

Tableau 2.2 – Caractéristiques des éprouvettes étudiées

Il est à noter que des tests préliminaires ont été effectués afin de valider l'absence de glissement entre les mors de la machine d'essai et les talons, lors de l'utilisation des talons en acier. L'hypothèse d'absence de glissement est ainsi validée. Les difficultés expérimentales qui accompagnent la préparation des éprouvettes sont nombreuses : découpe suivant l'angle théorique, alignement et parallélisme des fibres du tissu, conservation de la perpendicularité des fibres chaîne et trame. De façon à obtenir une répétabilité des essais, la conservation de la perpendicularité des fils est primordiale. Tout préchargement, lors de la mise en position, a une

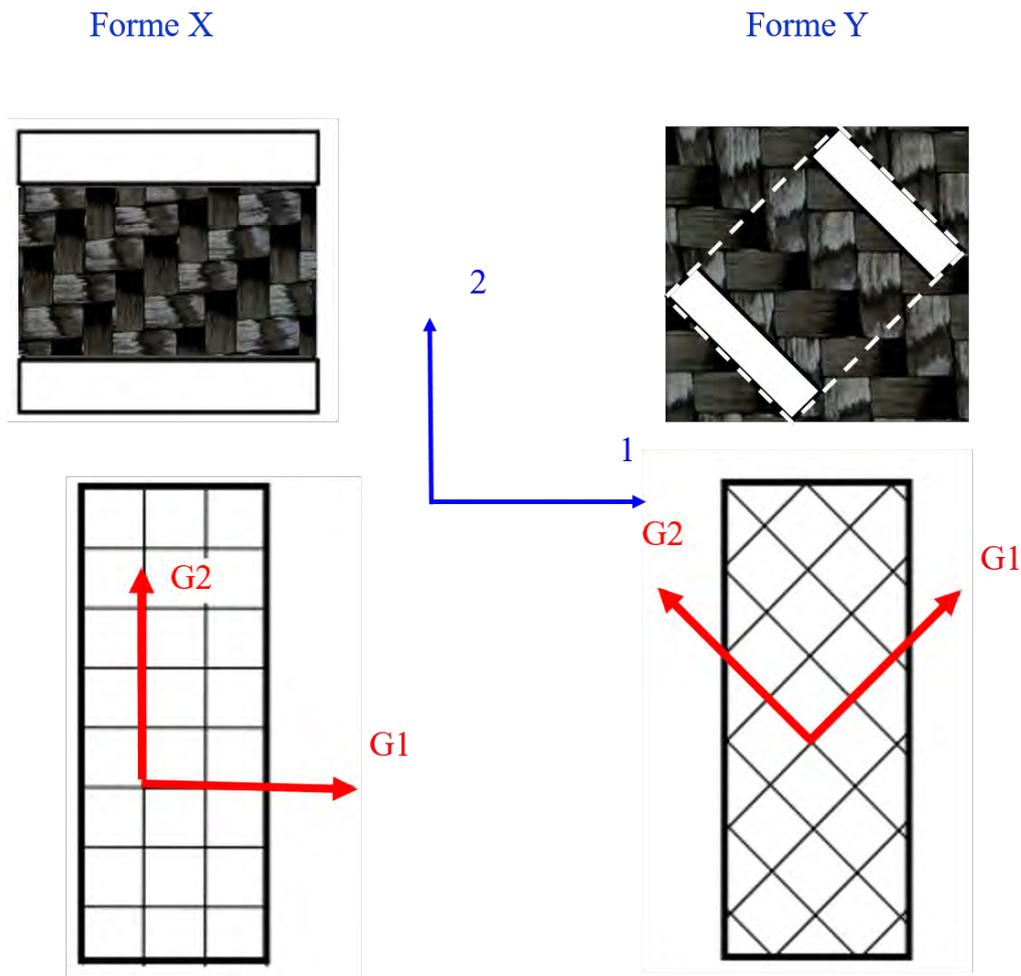


FIGURE 2.3 – Découpe des éprouvettes et orientations associées pour les formes X et Y ((1,2) représente le repère des éprouvettes et  $(G1, G2)$  le repère principal du tissu

influence importante sur le comportement du tissu. Pour résoudre le problème de préchargement, nous avons solidarisé les deux talons par l'intermédiaire d'une plaque rigide de façon à éviter tout mouvement relatif de l'éprouvette jusqu'à installation dans le mors supérieur de la machine d'essai. Ensuite, nous ajustons la distance entre les deux traverses jusqu'à ce que la partie centrale de l'éprouvette soit correctement localisée et nous fermons le mors du bas en ajustant le déplacement de la traverse afin de s'affranchir de toute tension induite par la fermeture du mors. Pour vérifier la position des fibres, après le retrait de la plaque rigide, nous avons utilisé un gabarit en plastique. Après vérification, la position de l'éprouvette, sans aucune pré-tension est figée (figure 2.4). C'est le point « 0 » des forces et des déplacements.

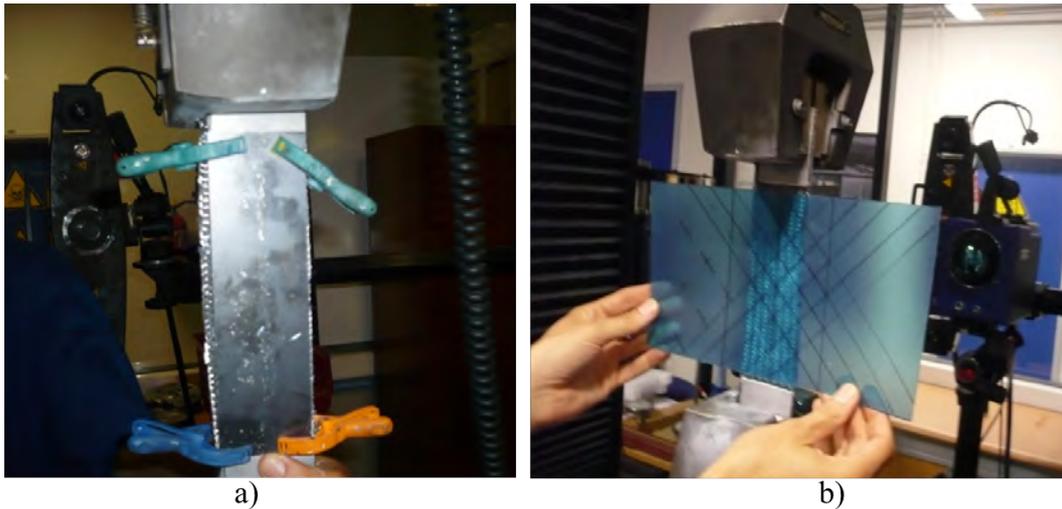


FIGURE 2.4 – Préparation des éprouvettes : (a) fixation de l'éprouvette sur la machine, (b) vérification de la perpendicularité des chaînes et des trames à l'aide du gabarit

### 2.2.4 Extensométrie optique : techniques de mesures de grandeurs mécaniques

Pour l'identification du comportement des renforts, il existe plusieurs techniques de mesure optique sans contact sur la base de données surfacique ou volumique : parmi celles-ci, la mesure de champs cinématiques, la stéréo-corrélation d'images et le suivi de marqueurs. Ces techniques de mesure optique sans contact peuvent être distinguées suivant leur dimension de mesure : mesures surfaciques ( $2D$ ), mesures surfaciques et hors plan ( $2D\frac{1}{2}$ ), et mesures volumiques ( $3D$ ).

La méthode de suivi de marqueurs, présentée brièvement au chapitre 1, est la méthode de mesure surfacique des déplacements qui a été retenue dans ce travail. Elle permet la détermination des champs de déplacement et de déformation dans les trois directions, à partir des acquisitions réalisées par le logiciel de traitement des images. Les paragraphes suivants expliquent plus en détail cette technique.

#### 2.2.4.1 Corrélation d'images

La technique de corrélation d'images numériques notée (DIC) est une technique optique qui fournit des informations quantitatives et qualitatives sur la déformation en tout point de la surface d'un objet. Elle consiste à mettre en correspondance deux images numériques de la surface plane observée à deux états distincts de déformation : une image de référence de l'objet à

l'état initial et l'autre après la déformation mécanique. L'objectif est de comparer la corrélation locale de ces deux images (figure 2.5). Cette technique nécessite de déposer un mouchetis sur la surface de la pièce d'étude. La mesure de déplacement par corrélation d'images consiste à rechercher, dans l'image de l'éprouvette déformée, le même mouchetis que dans l'image de référence. Il s'agit de rechercher les champs des déplacements homogènes bilinéaires de chacun des motifs de la zone d'intérêt. Soit un motif pixels (2x2) subissant un déplacement, l'état initial  $P$  est représenté par le motif gauche (centré sur une singularité du mouchetis avant la déformation) et l'état déformé  $P^*$  est représenté par le motif droit (figure 2.6). Le champ de déplacement de  $P^*$  est défini par l'expression 2.1 :

$$\begin{bmatrix} u(x,y) = a_u \cdot x + b_u \cdot y + c_u \cdot x \cdot y + du \\ v(x,y) = a_v \cdot x + b_v \cdot y + c_v \cdot x \cdot y + dv \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

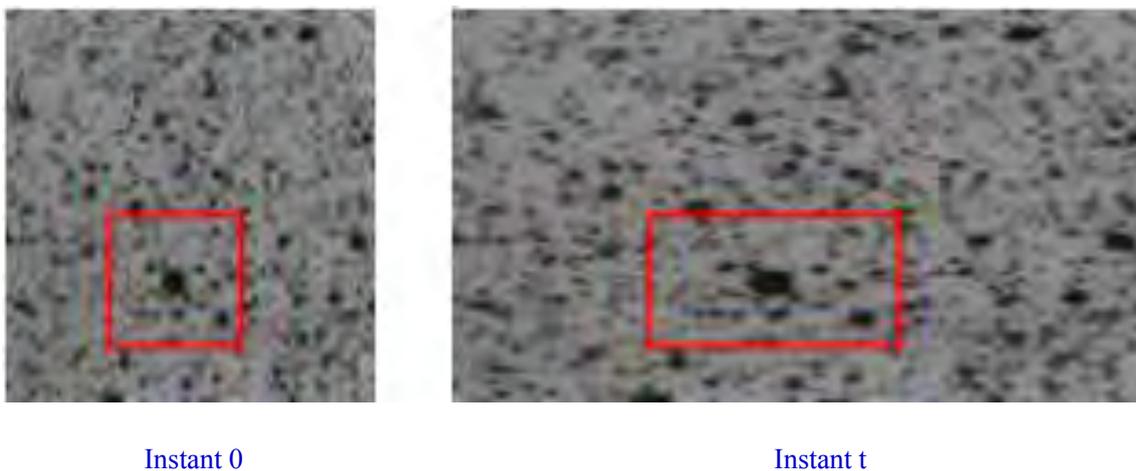


FIGURE 2.5 – Images de référence et déformée [Fazzini, 2009]

Soit deux fonctions discrètes décrivent les deux états de déformations  $f(x,y)$  et  $f^*(x^*,y^*)$ . Ces fonctions représentent les niveaux de gris dans l'image de référence et la déformée. Les coordonnées  $(x^*)$  et  $(y^*)$  sont calculées en fonction de son homologue par :

$$\begin{aligned} x^* &= x + u(x,y) \\ y^* &= y + v(x,y) \end{aligned} \quad (2.2)$$

Bien que cette méthode soit largement utilisée pour les caractérisations des matériaux, cet extensomètre possède certaines limitations :

- sa restriction reste uniquement en 2D,

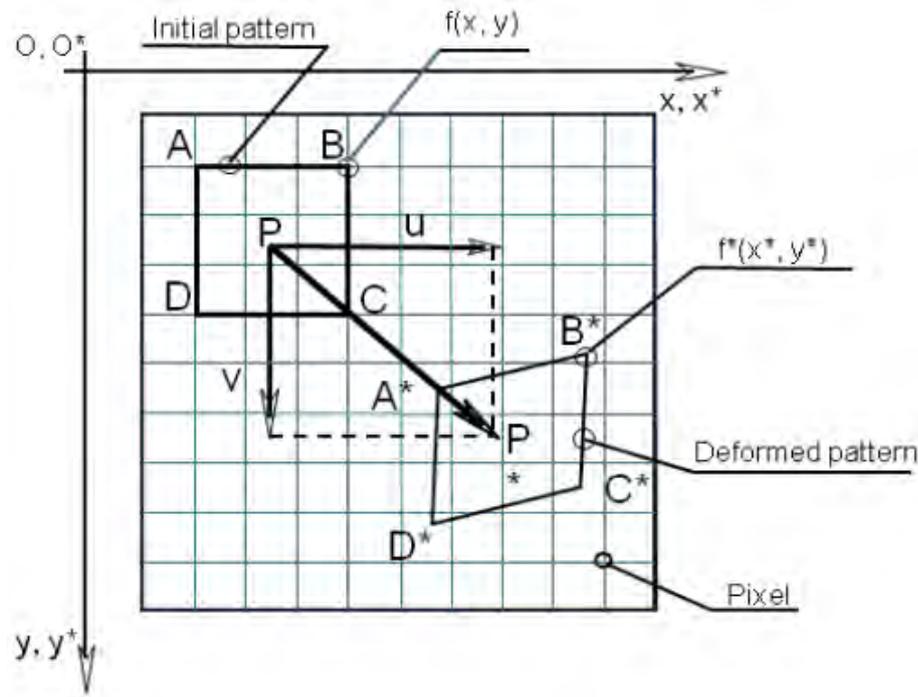


FIGURE 2.6 – Principe de la corrélation d'images [Abbassi, 2008]

- une limite expérimentale représentée par la nécessité du parallélisme entre le plan de déformation et le plan image de la caméra qui est difficile à effectuer.

#### 2.2.4.2 Stéréo-corrélation d'images

La technique stéréo-corrélation d'images est la plus utilisée pour la détermination de grandeurs tridimensionnelle : elle combine l'extensomètre bidimensionnel et la stéréovision, toutes deux exécutées par corrélation d'images [Fazzini, 2009]. La stéréovision nécessite de déterminer l'homologue d'un pixel de la première image dans la seconde, puis de calculer l'intersection des deux droites projectives (figure 2.7). Une caméra (CCD) acquiert des images en niveaux de gris d'un objet au cours du chargement : on calcule un champ de déplacement tangent à la surface de l'objet en comparant avec les images précédemment acquises, puis le champ de déformation est dérivé à partir des gradients de déplacements. Cao et al. ont appliqué cette méthode pour l'étude la déformabilité des renforts [Cao et al., 2008]. L'application de cette technique donne de bons résultats pour mesurer les champs de déplacement de traction et de cisaillement. Elle a permis en particulier, avec des objectifs adaptés, de bien mettre en évidence les orientations locales des mèches pour des essais de cisaillement et l'apparition de l'angle de blocage conduisant à l'apparition de plis. Cependant lorsque les déplacements deviennent trop grands,

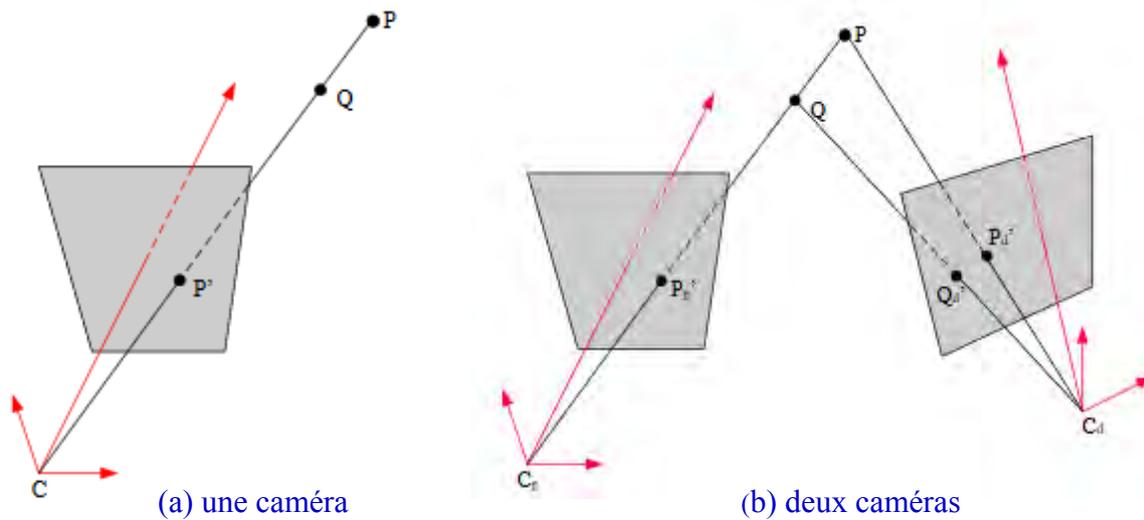


FIGURE 2.7 – Principe de la stéréo-corrélation d'images [Fazzini et al., 2007]

comme dans notre cas, le mouchetis se dégrade et ne permet plus le calcul des déformations en se référant à l'image initiale. Pour cela une méthode appelée « suivie de marqueurs » sera utilisée pour caractériser le comportement en cisaillement le tissu sergé 48 600 C 1300.

### 2.2.4.3 Suivi de marqueurs

Le principe de la méthode de suivi de marqueurs consiste à marquer préalablement des renforts secs de points de peinture en des endroits stratégiques, comme illustré sur la figure 2.9. Le diamètre de ces points doit être inférieur à la largeur des mèches pour éviter leur détérioration pendant l'essai. On peut utiliser des points, des tâches, des lignes ou des cercles [Bretagne et al., 2005]. Cette méthode permet d'avoir une vue globale sur les déformations locales à l'échelle macroscopique. L'objectif d'un tel appareil est de suivre, en temps réel, le comportement des fils en traçant des repères. Deux caméras CCD sont positionnées pour mesurer et enregistrer systématiquement deux ou plusieurs configurations (initiale, intermédiaire et finale). En fait, le calcul des positions des marqueurs 3D est effectué à partir d'un réseau standard de marqueurs dont les positions de la caméra gauche  $(x_g, y_g, z_g)$  sont connues dans la caméra droite de référence  $(X_g, Y_g, Z_g)$ . La mesure des positions pendant le chargement est effectuée par un système de stéréo corrélation d'images ou Digital Image Correlation (DIC). Le système utilisé est le système GOM ATOS avec le logiciel Aramis 3D. Ce logiciel d'acquisition et de traitement d'image (Aramis 3D) est disponible au laboratoire. Ses performances ont été étudiées dans [Bornert et al., 2009]. L'image numérique est de 1392x1040 *pixels* et la résolution spatiale

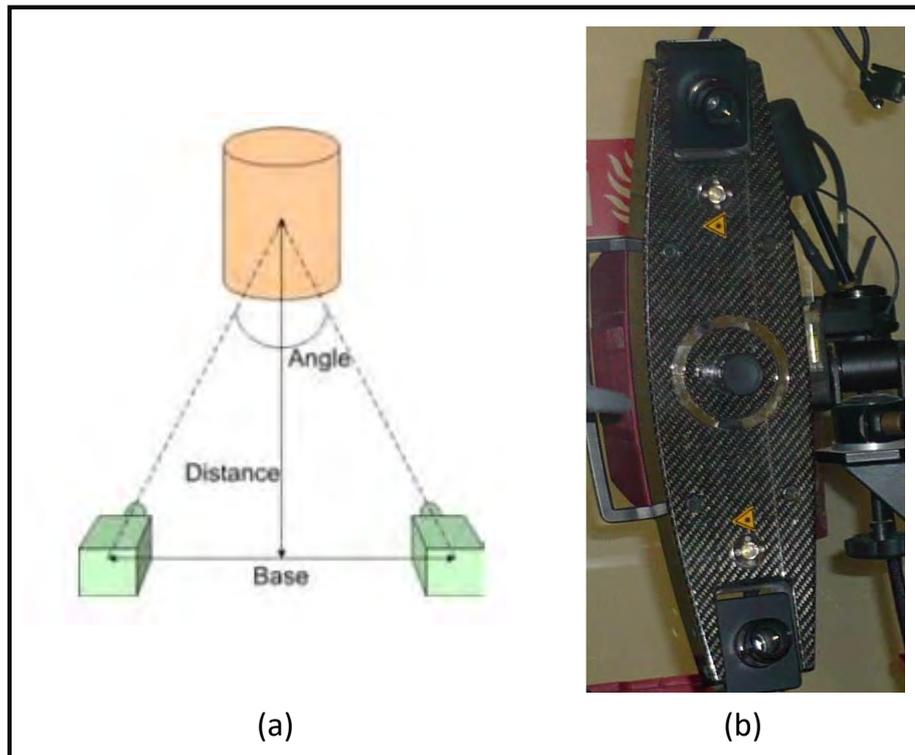


FIGURE 2.8 – Stéréo-corrélation d'images : (a) principe général [Fazzini et al., 2007], (b) système d'acquisition Gom ATOS

est inférieure à  $15 \mu m$ . Les images sont enregistrées pendant le test et analysées par le logiciel Aramis, développé par GOM, afin de déterminer les déplacements complets des marqueurs sur le renfort. Le calibrage est une étape fondamentale qui sert à déterminer tous les paramètres géométriques nécessaires au calcul de la transformation colinéaire : la distance et l'angle entre les caméras, la distance foyer/objectif (figure 2.8-a). Il permet de quantifier les aberrations optiques afin qu'elles puissent être prises en compte dans les calculs. On utilise une plaque de calibrage de dimensions équivalentes à la surface à mesurer, que l'on place à une distance fixe. Au cours de ce processus, plusieurs images de la plaque sont prises 13 positions différentes.

La phase de calibrage est nécessaire pour déterminer les paramètres intrinsèques de chacune des caméras (longueur focale de l'objectif, taille des pixels de la matrice CCD, coefficients pour tenir compte de la distorsion des images induite par l'objectif), ainsi que la position et l'orientation relative des deux caméras. Une plaque de calibrage est constellée de points blancs dont l'éloignement est connu. Une fois les 13 positions prises, le logiciel Aramis calcule la calibration : le niveau de calibration à atteindre est compris entre  $0,01 \text{ pixel}$  et  $0,04 \text{ pixel}$ . La

précision ( $p$ ) en mm est donnée par l'expression suivant :

$$p(mm) = \frac{E \times L}{N} \quad (2.3)$$

Avec :

- E, l'écart de calibration (pixels),
- L, la longueur de la surface de mesure (mm),
- N, le nombre de pixel (pixels).

La précision obtenue au cours du calibrage est inférieure au pixel, ce qui correspond à une erreur de l'ordre du micron. La distance focale des objectifs utilisés est de 35 mm pour les essais à 0° et de 12 mm pour les essais à 45°, ce qui permet un suivi précis des marqueurs. Il permet de remonter à la position instantanée de chaque tâche marquée sur le tissu puis aux orientations locales (figure 2.10). On peut également jouer sur la nature du marqueur et l'éclairage. La mesure des déformations sur les tissus 48600 C1300 de carbone, très brillants, est délicate. Nous avons utilisé des marqueurs blancs, et un produit de resuage pour éviter le problème de brillance lors des mesures par stéréo-corrélation d'images. L'utilisation d'un mouchetis classique n'est pas possible dans ce cas.

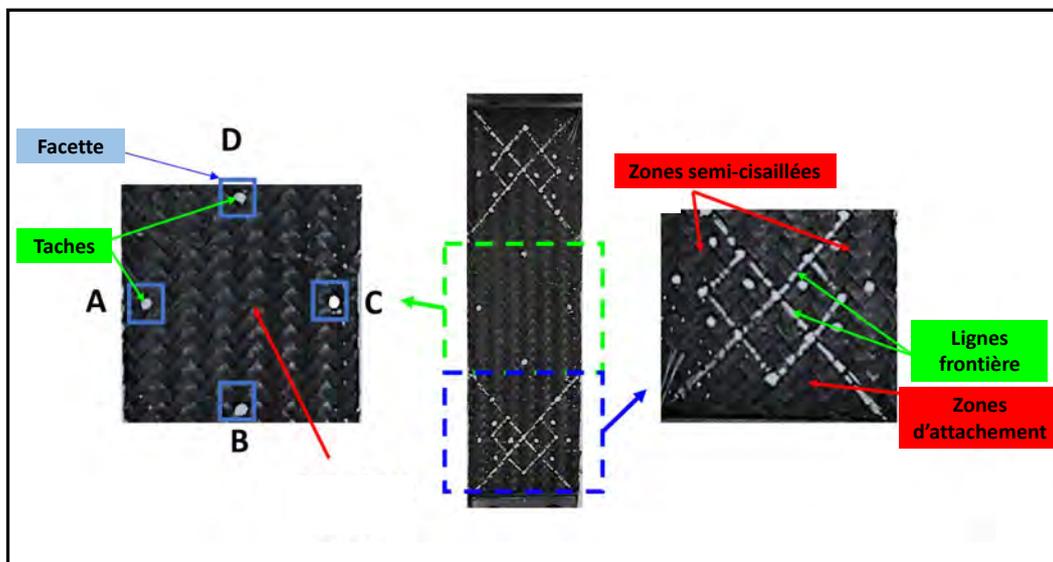


FIGURE 2.9 – (a) Marquage du renfort «zone semi-cisaillée », (b) marquage du renfort «zone de cisaillement pur»

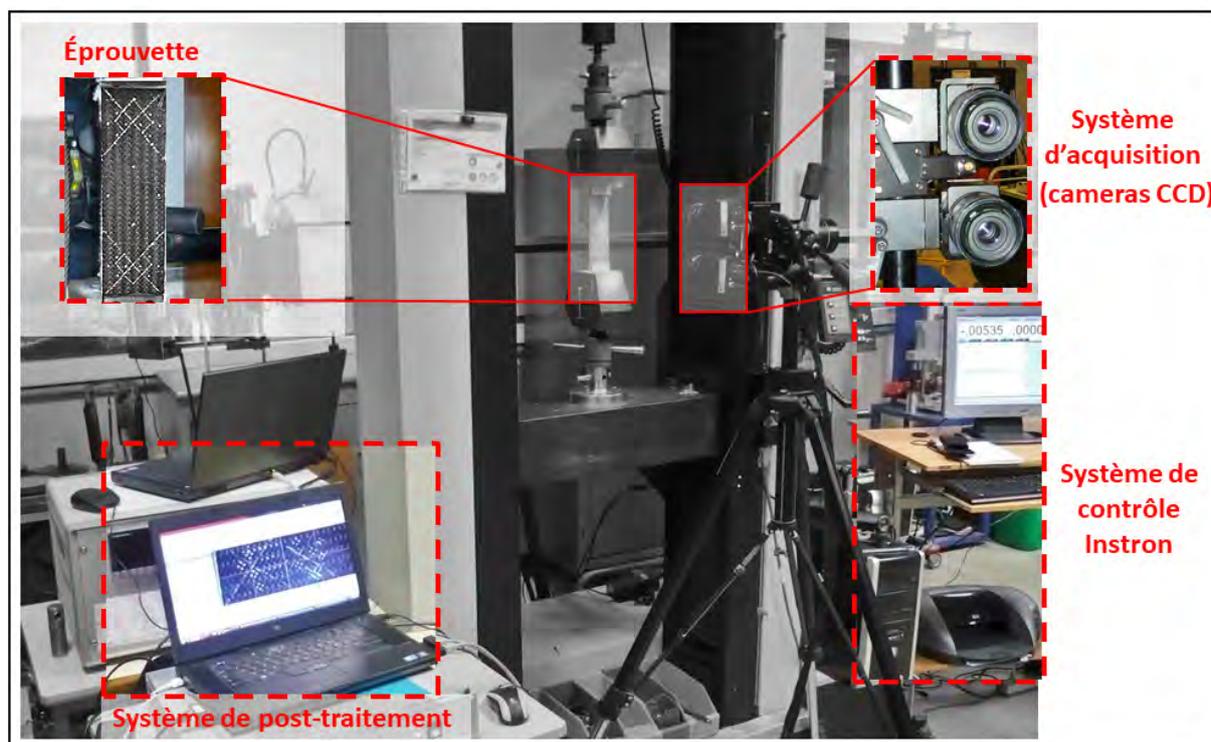


FIGURE 2.10 – Implémentation des moyens d'essais

## 2.3 Essais de traction : chaîne / trame

### 2.3.1 Procédure d'essai

Des campagnes d'essais de traction, suivant les directions des chaînes et des trames, ont été effectuées afin de déterminer les composantes élastiques souhaitées du tissu, qui sont, elles-mêmes, introduites dans la simulation numérique. En effet, un essai de traction consiste à imposer une sollicitation mécanique sur une éprouvette et à enregistrer les évolutions des efforts et des déformations de l'éprouvette jusqu'à rupture. Tous les essais sont effectués sur une machine de traction Instron 550R au sein du Laboratoire Génie de Production (Tarbes). Elle est équipée d'une cellule de charge de 100 kN, les essais sont réalisés à température ambiante. Un capteur de déplacement LVDT, de 100 mm de course, est utilisé. La machine d'essai est équipée de deux mors mécaniques auto-serrants. Le pilotage de l'essai se fait en déplacement à une vitesse de  $2 \text{ mm min}^{-1}$ . Tous les réglages de la machine sont pilotés par l'intermédiaire d'un ordinateur et du logiciel Bluehill 3. Les échantillons ont été découpés à la fois dans les orientations à  $0^\circ$  et à  $90^\circ$  pour s'assurer que les directions des renforts de chaîne et de trame ont été testées. Cela doit aussi permettre de vérifier l'équilibre du tissu étudié. Les essais de traction selon les

directions des chaînes et des trames sont réalisés sur des échantillons de longueur 270 mm et de largeur de 50 mm et d'épaisseur 0,62 mm (figure 2.2). La distance entre les mors de la machine est d'environ 170 mm. Pour ces essais, la course des mors a été limitée à 50 mm. Les éprouvettes sont équipées de marqueurs, sur une face, de façon à mesurer le déplacement à l'aide de la tête de mesure de stéréo-corrélation GOM ATOS et du logiciel de triangulation GOM Aramis. La figure 2.10 montre les détails du dispositif mis en place pour l'essai de traction du tissu 48600 C1300.

### 2.3.2 Résultats

Les courbes moyennes des essais en sens chaîne et trame sont superposées sur la figure 2.11. Elles représentent chacune la réponse moyennée sur 4 éprouvettes. L'ensemble de ces courbes de réponses des tissus montrent trois parties. La première est non linéaire jusqu'au déplacement de 1,61 mm pour les trames et 1,60 mm pour les chaînes. Cette étape correspond à la mise en place du tissu. Du fait de sa structure, le tissu peut être caractérisé par son embuvage, ondulation du fil de chaîne au croisement des fils de trame. Or, dans cette première partie de courbe, les fils de chaînes se tendent, sans prise de charge, de façon à s'affranchir de l'embuvage. Il est illustratif de la réorganisation du tissu. La seconde partie est linéaire, elle correspond à la mise en charge du tissu jusqu'à atteindre la charge maximale, de l'ordre de 10,3 kN qui correspond à un déplacement de l'ordre de 3,6 mm pour les chaînes. Pour le sens trame, l'effort maximal est de l'ordre de 10,4 kN et le déplacement correspondant à environ 3,5 mm. La dernière partie correspond à la détérioration progressive de l'éprouvette jusqu'au détissage complet du tissu. La rigidité de tissu  $K_t$  est calculée à partir de l'essai de traction selon les directions chaînes et trames. Ces essais nous permettent aussi de déterminer la rigidité  $K_c$ , qui est introduite dans la simulation numérique au niveau des connecteurs. Les valeurs moyennes des rigidités du tissu sont données par la pente moyenne dans la partie 2 du graphe Force / déplacement. Les résultats obtenus sont :  $K_{t(0^\circ)} = 4897 \text{ N mm}^{-1}$  ;  $K_{t(90^\circ)} = 4786 \text{ N mm}^{-1}$ .

Les essais de traction chaîne et trame menés permettent de mettre en évidence un certain nombre de caractéristiques du comportement en tension du renfort 48 600 C1300 étudié :

- nous observons un comportement initial non linéaire du renfort, puis un comportement linéaire, jusqu'à défaillance du tissu,
- les rigidités en traction valent respectivement, pour le sens chaîne et trame  $4897 \text{ N mm}^{-1}$  et  $4786 \text{ N mm}^{-1}$ ,

- nous observons la rupture progressive du matériau. Les fibres cassent les unes après les autres et l'effort décroît progressivement,
- nous avons constaté que le renfort 48600 C 1300 ne présente pas de différences importantes de rigidité dans les deux directions, ceci dû à la structure interne des mèches : cet aspect sera pris en compte dans la modélisation.

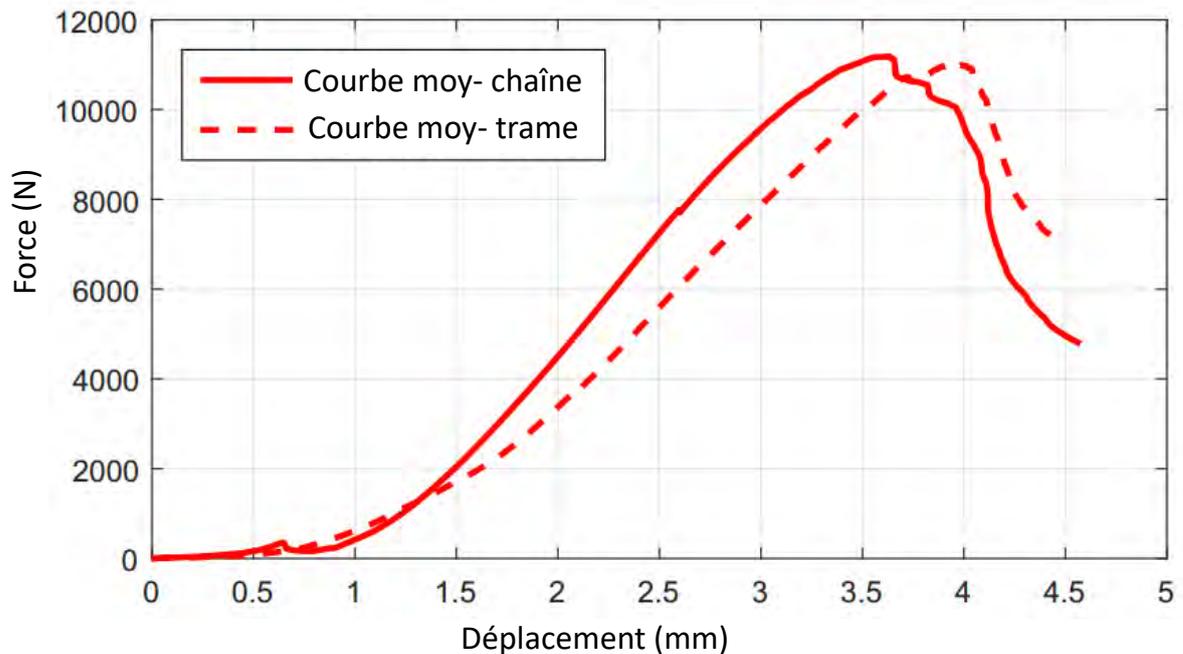


FIGURE 2.11 – Moyennes des essais de traction dans les sens chaîne et trame du tissu d'étude

## 2.4 Essais de cisaillement : biais extension test

### 2.4.1 Procédure d'essai

Pour déterminer et analyser expérimentalement la rigidité en cisaillement des renforts tissés, l'essai de traction biais apparaît comme une méthode simple et efficace. Il consiste à encaster une éprouvette de tissu de forme rectangulaire, orienté à plus ou moins  $\pm 45^\circ$  et à la solliciter en traction. La cinématique induite permet de produire sur l'échantillon un cisaillement pur qui exclut tout allongement des fibres jusqu'à l'apparition de mécanismes de glissement. L'avantage de ce dispositif d'essai est qu'aucun renfort n'est sollicité en traction. En effet comme l'énergie de tension dans le sens des fibres est très grande devant celle en cisaillement, une moindre ten-

sion dans les mèches peut rendre les résultats de l'essai erronés ou imprécis [Daghboudj et al., 2008]. Compte tenu des faibles valeurs des forces mises en jeu lors de cet essai, une cellule de charge de 500 N est utilisée sur une machine de traction Instron 550 R. Elle dispose d'une capacité bien supérieure à ce dont nous avons besoin pour tester des éprouvettes de biais, mais son avantage réside dans l'espace de travail disponible important. Les essais sont effectués à température ambiante (22 °C) et la vitesse de déplacement de traverse est de 10 mm/min. Les éprouvettes sont découpées avec un ratio  $\lambda=3$  pour bénéficier d'une zone d'étude suffisamment importante. Quatre essais sont réalisés sur le tissu 48600 C 1300 d'armature sergé 2×2 (figure 2.13). Les mesures des paramètres de cisaillement souhaités sont réalisées avec le système de stréro-corrélation d'image GOM ATOS.

L'essai permet de déterminer l'angle de blocage du tissu. Deux caméras CCD ont été placées perpendiculairement à la surface mesurée de façon à enregistrer simultanément deux configurations, initiale et finale, des mèches (figure 2.13). Pour s'assurer d'un montage correct de l'éprouvette sur la machine pour la mesure de l'angle de cisaillement à différentes échelles, mésoscopique et macroscopique, des vérifications sont nécessaires : parallélisme des mèches à 45° et planéité du tissu. La mise en place des deux caméras se fait à 120 mm de l'éprouvette. Les deux images fournies, une par chaque caméra, doivent être au centre de l'éprouvette. La figure 2.12 montre la vérification et le contrôle de la mise en place de l'éprouvette.

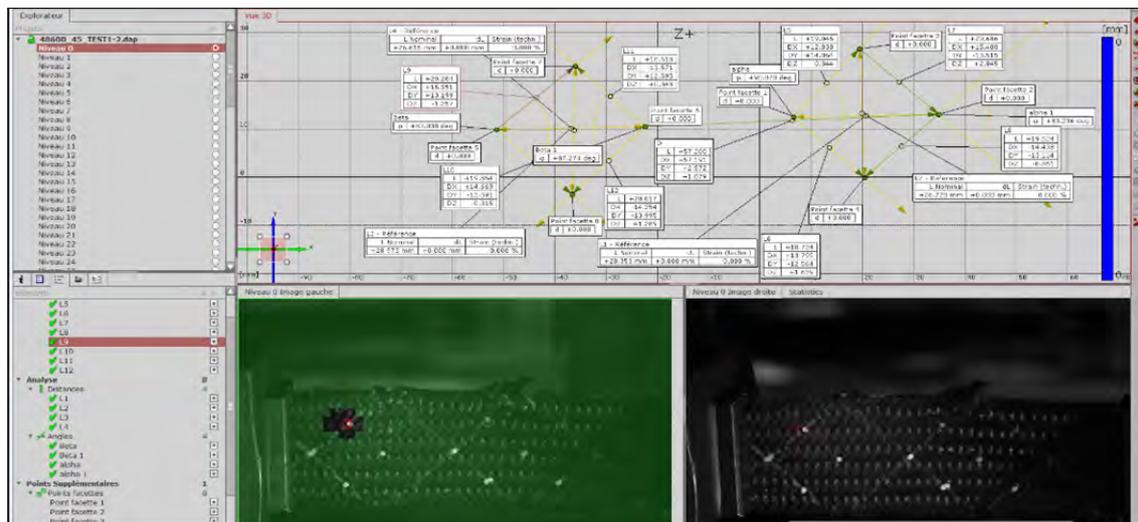


FIGURE 2.12 – Vérification et contrôle de la mise en place de l'éprouvette

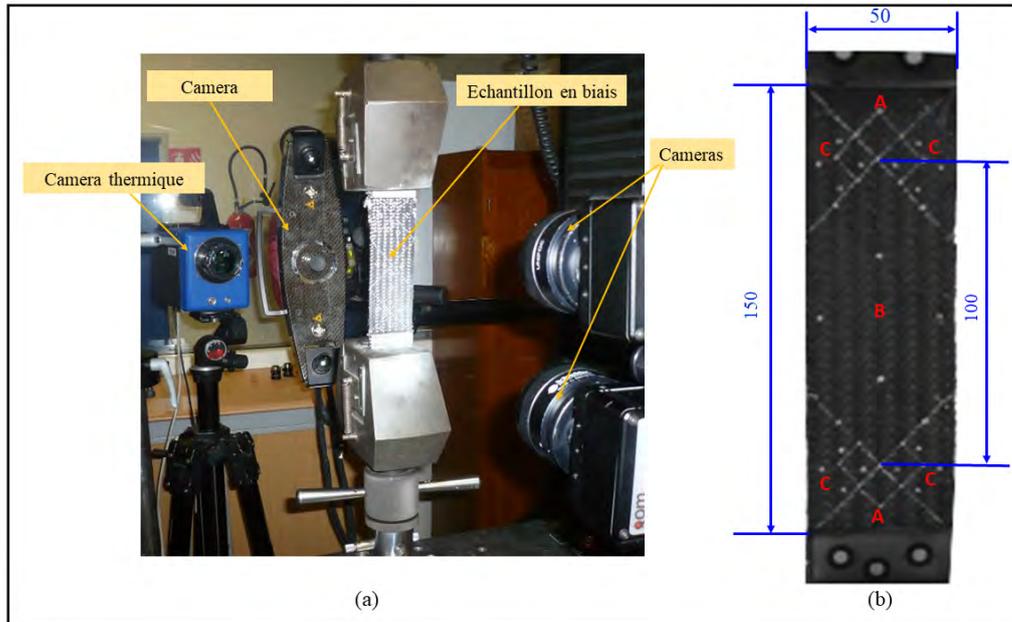


FIGURE 2.13 – Dispositif expérimental de l’essai de traction biais : (a) vue d’ensemble, (b) échantillon d’étude

## 2.4.2 Résultats

Les réponses de la déformation globale de tissu 48 600 C 1300 selon la direction  $45^\circ$  sont présentées sur la figure 2.14. Les efforts mesurés sont faibles, ils augmentent jusqu’à une valeur maximale de l’ordre de 5 à 6 N puis décroissent progressivement. Le déplacement résultant de l’éprouvette est en revanche très important, et avoisine les 50 mm lorsque la charge maximale est atteinte.

Dans ses travaux, G. Lebrun observe le même type de comportement en cisaillement du polypropylène renforcé par des fibres de verre avec de faibles efforts mis en jeu pour les essais biais [Lebrun et al., 2003]. Les essais sont assez répétables, cependant, une variation d’environ  $\pm 10 N$  du maximum de force est à noter. Cela est probablement dû aux différences dans la configuration initiale de chaque échantillon. Il est en effet difficile de s’assurer que chaque échantillon soit parfaitement non déformé à l’état initial.

Pour ces essais, trois zones apparaissent clairement sur l’éprouvette (Figure 2.15), ce qui est compatible avec les observations de Cao et al, [Cao et al., 2008]. La première zone correspond à la zone d’accroche de l’éprouvette qui reste non cisailée (Zone A). La seconde zone, située au centre de l’éprouvette correspond à la zone de cisaillement pur (Zone B). Enfin, plusieurs zones semi-cisailées correspondent à des parties contenant des mèches de chaîne et de trame dont les deux extrémités sont libres (Zone C). Dans la zone centrale, l’angle de cisaillement théorique

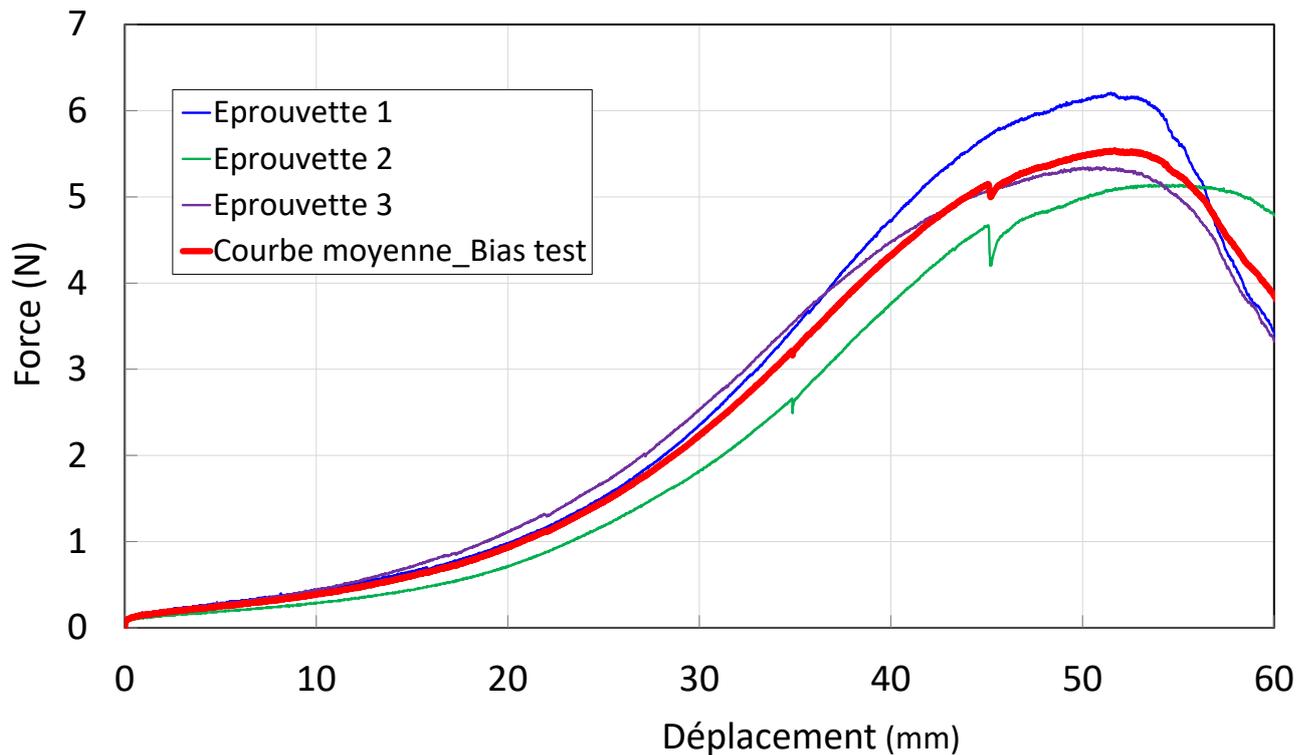


FIGURE 2.14 – Evolution de la force en fonction du déplacement de la traverse pour un essai bias du tissu 48600 C1300

sera calculé à partir de l'angle de cisaillement global.

L'équation 2.4 donne l'expression de l'angle de cisaillement dans la zone cisailée (B) en fonction des dimensions de l'éprouvette.

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - 2 \cos^{-1} \left( \frac{D+d}{\sqrt{2D}} \right) \quad (2.4)$$

L'angle de cisaillement au sein du tissu peut alors être évalué par la différence de rotation des réseaux chaîne et trame. L'évolution de l'angle de cisaillement mesuré au cours de l'essai en fonction du déplacement machine, dans la zone centrale de l'éprouvette, est comparée avec celle des valeurs théoriques calculées, comme le montre la figure 2.16.

Une bonne correspondance est observée jusqu'à une valeur de l'angle de cisaillement de 23°. Au-delà, nous constatons une divergence avec le modèle théorique, en raison du glissement à la frontière entre les trois zones, figure 2.17. Cela illustre la fin du domaine de validité de l'hypothèse cinématique. L'apparition de glissements à la frontière des trois zones implique l'arrêt du cisaillement dans la zone centrale. Tout le déplacement généré par la machine d'essai sera seulement restitué à l'éprouvette sous forme de glissement.

Afin de valider la théorie des 3 zones de cisaillement, la méthode de suivi de marqueurs

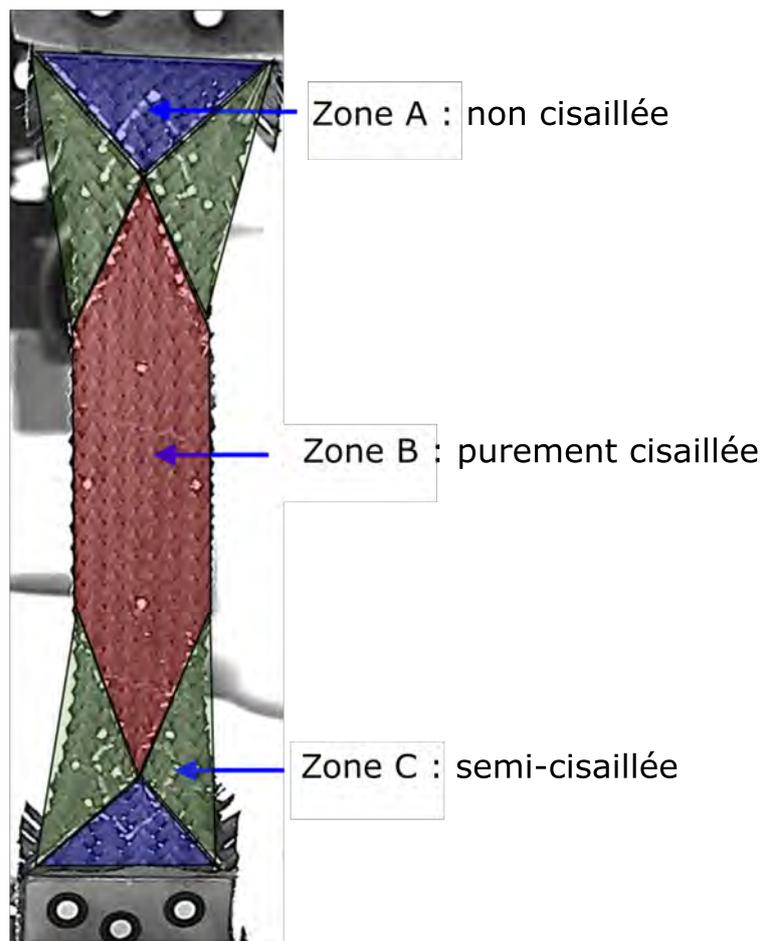


FIGURE 2.15 – Visualisation des zones de cisaillement sur une éprouvette de traction biais

permet de calculer l'angle de cisaillement dans les zones A, B et C. La vérification de la validité de l'hypothèse cinématique est alors réalisée. Les différents angles globaux sont nommés respectivement comme suit :  $\alpha_1$  et  $\beta_1$  pour les angles globaux dans la zone centrale,  $\beta$ ,  $\alpha_2$  et  $\alpha_3$  pour les angles globaux dans les deux frontières fictives B-C ;  $\alpha_4$  et  $\alpha_7$ , les angles globaux des zones semi-cisailées ;  $\alpha_5$  et  $\alpha_6$ , les angles globaux dans les zones d'accroche de l'éprouvette. Dans la figure 2.18, nous constatons, tout d'abord, que la valeur de l'angle de cisaillement dans la zone théoriquement non-cisailée n'est pas nulle. Cette valeur non-nulle indique une déformation de l'éprouvette par glissement relatif des réseaux et par cisaillement, dès le début de l'essai. Beaucoup des travaux ont été effectués concernant le phénomène de glissement lors de l'essai de traction biais [Zhu et al., 2007, Bel et al., 2012].

Pour un déplacement de 20 mm, l'angle de cisaillement dans la zone de cisaillement pur est d'environ 25°. Pour cette même valeur de déplacement, l'angle de cisaillement, dans la zone

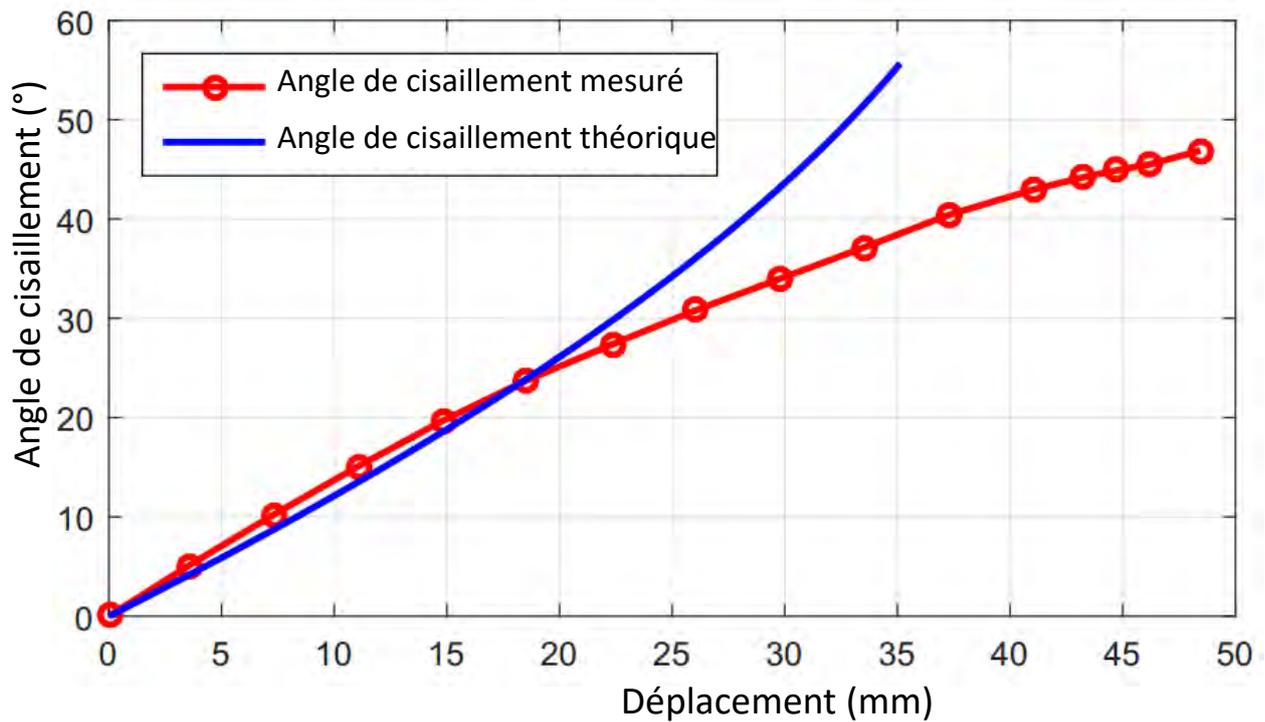


FIGURE 2.16 – Comparaison entre angle théorique et angle mesuré expérimentalement

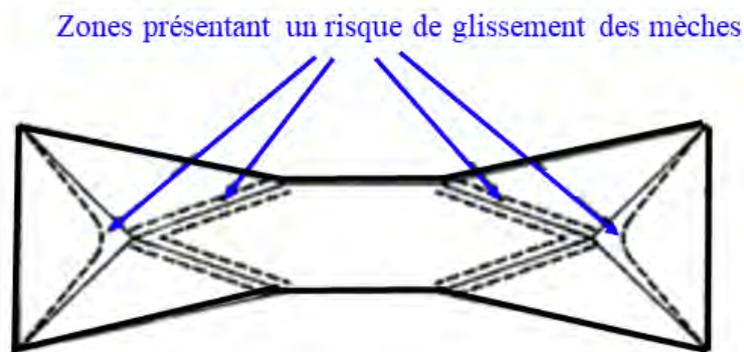


FIGURE 2.17 – Zones où le glissement de mèches peut intervenir

semi-cisaillée, est de  $12^\circ$  pour  $\alpha_4$  et de  $9^\circ$  pour  $\alpha_7$ . Nous pouvons considérer que ces angles sont de l'ordre de grandeur de la moitié de l'angle de cisaillement de la zone purement cisaillée : l'hypothèse de la zone semi-cisaillée est respectée. Il faut quand même noter, qu'il y a une variation importante des angles de la zone C. Il faut aussi noter que l'hypothèses des 3 zones de cisaillement reste théorique et dépend fortement de la mise en œuvre de l'essai. Au vu des résultats expérimentaux, cette hypothèse sera quand même retenue pour les développements et validations numériques.

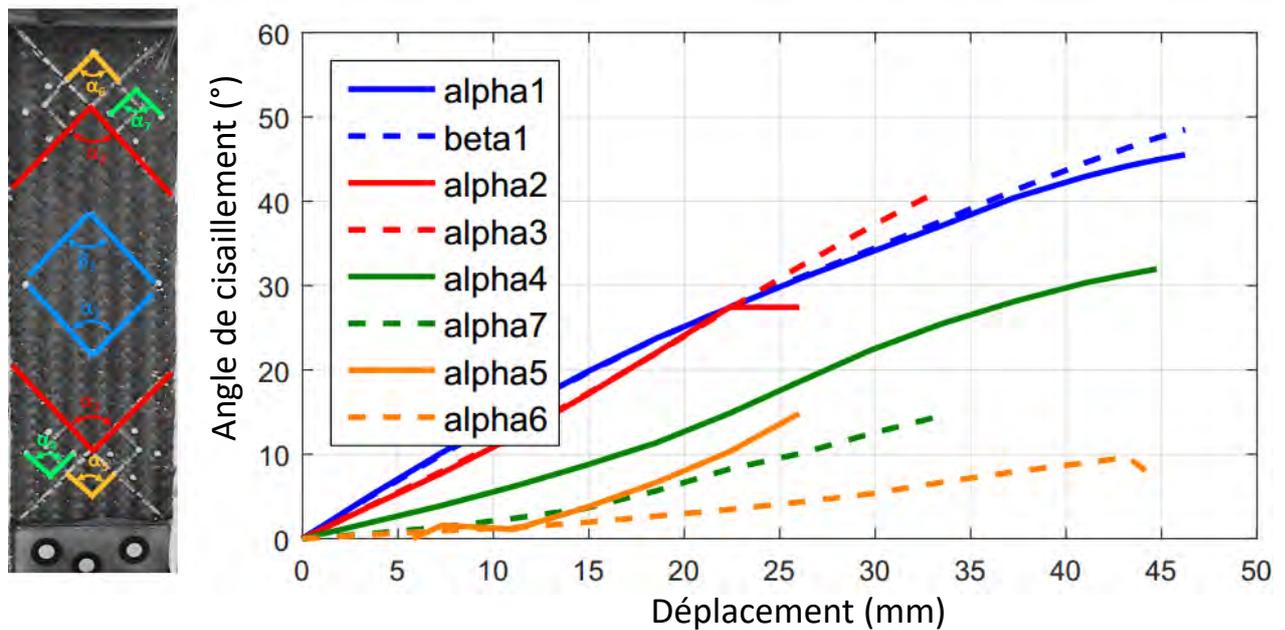


FIGURE 2.18 – Evolution de l'angle de cisaillement dans les zones purement cisailée, semi-cisailée et les zones d'attaches : traction biais sur le 48600 C1300

### 2.4.3 Normalisation de l'effort de cisaillement

Le calcul de la force de cisaillement mesurée pendant l'essai de traction biais par unité de longueur, peut être approximée en utilisant la théorie de la normalisation, en utilisant les relations entre le couple de cisaillement unitaire  $C_s$  et la force de cisaillement normalisée  $F_{sh}$ .

$$C_s(\gamma) = F_{sh}(\gamma) \cdot \cos(\gamma) \quad (2.5)$$

et

$$C_s\left(\frac{\gamma}{2}\right) = F_{sh}\left(\frac{\gamma}{2}\right) \cdot \cos(\gamma) \quad (2.6)$$

Sur la base des récentes revues de la littérature [Cao et al., 2008], la force de cisaillement normalisée peut être calculée comme suit :

$$F_{sh}(\gamma) = \frac{1}{(2H - 3W) \cdot \cos(\gamma)} \left[ \left( \frac{H}{W} - 1 \right) \cdot F \cdot \left( \cos \frac{\gamma}{2} - \sin \frac{\gamma}{2} \right) - W \cdot F_{sh}\left(\frac{\gamma}{2}\right) \cdot \cos \frac{\gamma}{2} \right] \quad (2.7)$$

Ensuite, nous supposons que :

$$F_{sh}(\gamma) = x \cdot [y - z] \quad (2.8)$$

avec :

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{(2H-3W)\cos(\gamma)} \\ y &= \left(\frac{H}{W} - 1\right) \cdot F \cdot \left(\cos\left(\frac{\gamma}{2}\right) - \sin\left(\frac{\gamma}{2}\right)\right) \\ z &= W \cdot F_{sh}\left(\frac{\gamma}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\gamma}{2}\right) \end{aligned} \quad (2.9)$$

Nous supposons également que la fonction  $F_{sh}$  peut être approximée par un polynôme du cinquième degré :

$$F_{sh}(\gamma) = a_5 \cdot \gamma^5 + a_4 \cdot \gamma^4 + a_3 \cdot \gamma^3 + a_2 \cdot \gamma^2 + a_1 \cdot \gamma + a_0 \quad (2.10)$$

Par conséquent, pour cinq valeurs différentes de l'angle de cisaillement  $\gamma$ , nous pouvons déterminer les coefficients du polynôme, en considérant  $F_{sh}(0) = 0$

$$\begin{aligned} F_{sh}(\gamma) &= a_5 \cdot \gamma^5 \cdot \left(\frac{xz}{32} + 1\right) + a_4 \cdot \gamma^4 \cdot \left(\frac{xz}{16} + 1\right) + a_3 \cdot \gamma^3 \cdot \left(\frac{xz}{8} + 1\right) \\ &\quad + a_2 \cdot \gamma^2 \cdot \left(\frac{xz}{4} + 1\right) + a_1 \cdot \gamma \cdot \left(\frac{xz}{2} + 1\right) + a_0 \end{aligned} \quad (2.11)$$

Pour le 48600 C 1300 tissé, la force de cisaillement normalisée est exprimée par l'équation suivante :

$$F_{sh}(\gamma) = 2,8450 \cdot \gamma^5 - 3,7092 \cdot \gamma^4 + 1,8683 \cdot \gamma^3 - 0,4169 \cdot \gamma^2 + 0,0514 \cdot \gamma \quad (2.12)$$

La figure 2.19 montre que les efforts de cisaillement mesurés augmentent exponentiellement avec l'angle de cisaillement. La variation de cet angle est obtenue avec les marqueurs placés dans la zone centrale (zone B sur la figure 2.13). Cette courbe représente la moyenne des résultats obtenus et elle peut être subdivisée en trois parties. Dans la première partie, appelée étape de mise en place, la charge de cisaillement est relativement faible et augmente linéairement jusqu'à 21°, où la raideur est de l'ordre de 0,01  $Nmm^{-1}$ . Au cours de cette étape la mèche tourne et se déplace librement. Dans la deuxième partie (zone de transition), la rigidité en cisaillement du tissu et la charge externe augmentent fortement, et les fibres consécutives commencent à être en contact. Avec l'augmentation du déplacement, elles se compactent. Il en résulte une augmentation de l'effort de cisaillement. Dans la troisième partie (blocage), la limite de l'angle de cisaillement est atteinte. Plusieurs études de caractérisation des tissus indiquent, à

la suite de la compression de la mèche, que la résistance au cisaillement augmente significativement au-delà de l'angle de blocage [Boisse et al., 1995, Daghia et al., 2011]. Dans ces essais, l'angle de cisaillement critique moyen vaut  $38^\circ$ . Ces résultats sont tout à fait comparables à ceux de la bibliographie [Cao et al., 2008].

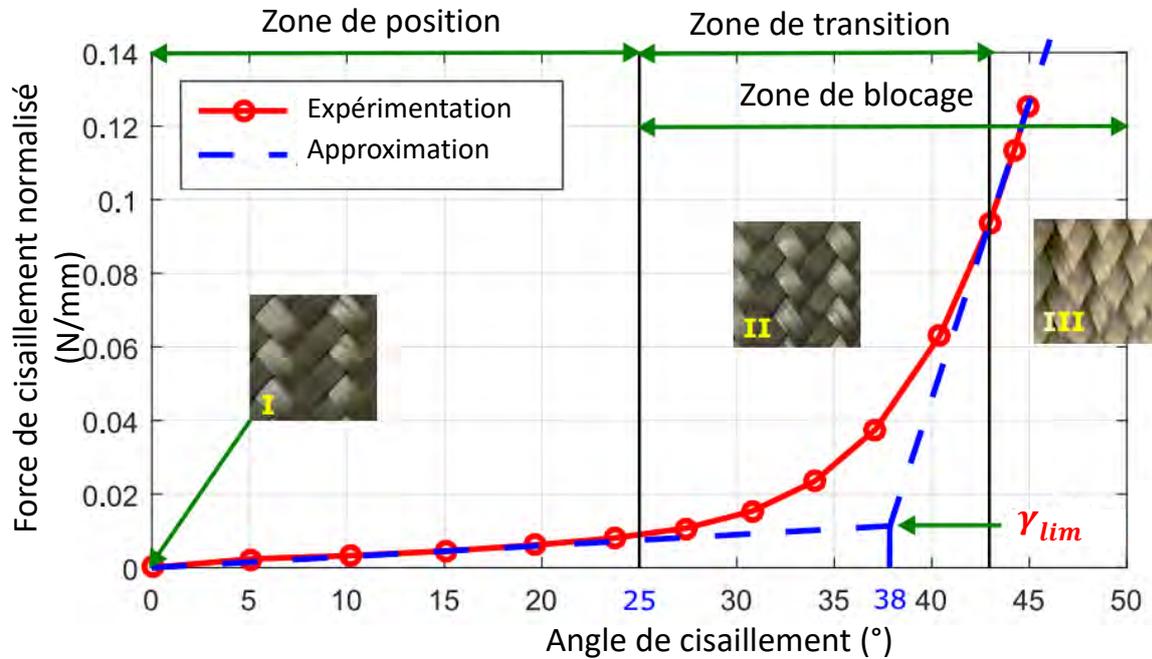


FIGURE 2.19 – Force de cisaillement normalisée en fonction de l'angle de cisaillement du renfort tissé 48600 C 1300

#### 2.4.4 Détermination de module de cisaillement

Le module de cisaillement ou module de rigidité en cisaillement du tissu, noté généralement  $G_{12}$  est une grandeur caractéristique très importante. Son expression peut être donnée comme une fonction de l'angle de cisaillement  $\gamma$ . Pour identifier ce paramètre, nous avons procédé à une régression par la méthode des moindres carrés sur forme polynomiale. La forme de la courbe de la force normalisée  $F_{sh}$  en fonction de l'angle de cisaillement  $\gamma$  est donnée par l'équation 2.12 (figure 2.19). Ensuite, la contrainte de cisaillement est obtenue par division directe des différentes valeurs de la force de cisaillement normalisée par l'épaisseur du tissu  $e$ . L'évolution de la contrainte de cisaillement en fonction de l'angle  $\gamma$  est donnée par la relation 2.13 :

$$\tau(\gamma) = 4,5888 \cdot \gamma^5 - 5,9826 \cdot \gamma^4 + 3,0133 \cdot \gamma^3 - 0,6724 \cdot \gamma^2 + 0,0830 \cdot \gamma \quad (2.13)$$

Enfin, pour déterminer le module de cisaillement  $G_{12}(\gamma)$ , nous avons procédé à la dérivation de l'équation polynomiale de  $\tau(\gamma)$  (relation 2.13) par rapport à la variable  $\gamma$  [Harrison et al., 2004]. L'expression du module de cisaillement est alors donnée par :

$$G_{12}(\gamma) = 22,9439 \cdot \gamma^4 - 23,9305 \cdot \gamma^3 + 9,0399 \cdot \gamma^2 - 1,3448 \cdot \gamma + 0,0830 \quad (2.14)$$

La figure 2.20 représente la variation du module de rigidité en cisaillement en fonction de

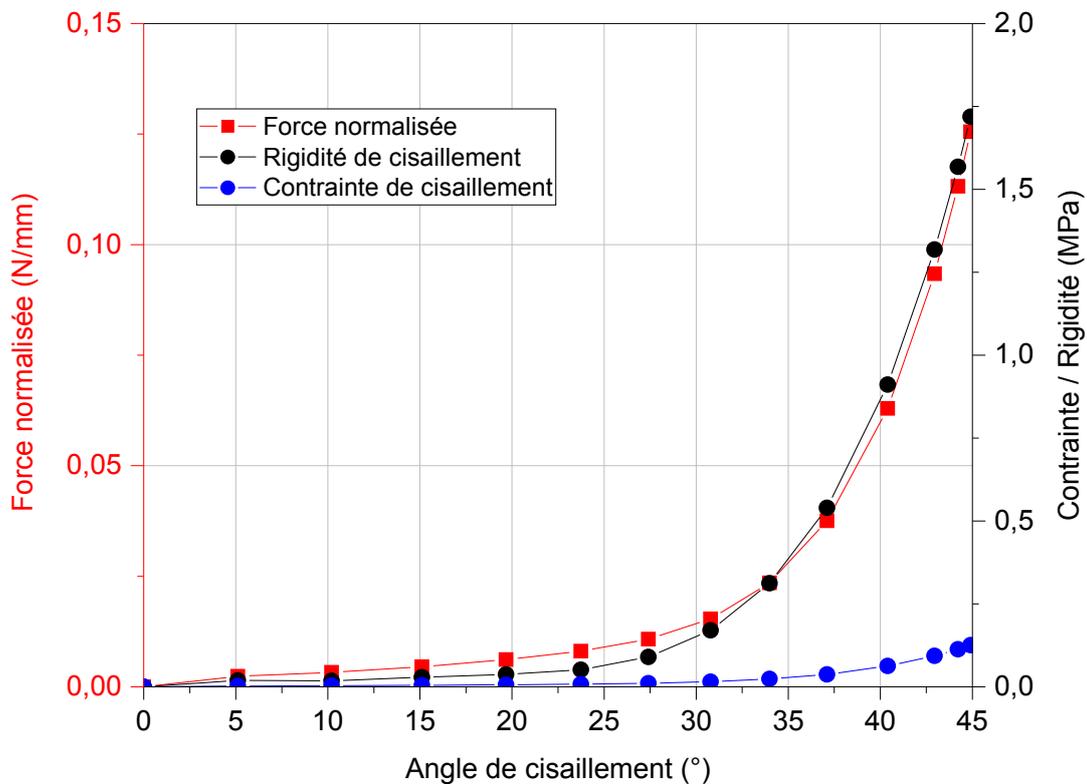


FIGURE 2.20 – Evolution du module de cisaillement en fonction de l'angle de cisaillement pour un essai de traction biais du tissu 48600 C1300

l'angle  $\gamma$ . Que ce soit pour les contraintes de cisaillement, la rigidité en cisaillement ou les forces de cisaillement, les courbes présentent une première phase qui est linéaire avec l'augmentation de l'angle de cisaillement. Nous constatons que la valeur des coefficients directeurs de ces trois courbes sont quasiment nuls ce qui montre une faible dépendance du début de l'essai vis-à-vis de l'évolution de ces variables. A partir d'un angle d'environ  $25^\circ$ , il y a une forte augmentation de ces trois variables avec un fort caractère non-linéaire de la réponse. Passé cette première, l'essai montre l'importance du cisaillement et donc son aptitude à caractériser le cisaillement

des tissus.

## 2.5 Conclusion

La caractérisation expérimentale du comportement du renfort tissé sergé  $2 \times 2$  de tissu 48600 C1300 a été présentée au cours de ce chapitre, et en particulier les comportements en tension et en cisaillement. Les essais de traction suivant les deux directions chaînes et trames, ont été effectués afin de déterminer la rigidité du tissu, qui sera elle-même introduite dans la simulation numérique. La courbe force en fonction du déplacement dans les deux directions  $0^\circ$  et  $90^\circ$ , nous a permis d'observer le comportement non linéaire du renfort tissé au début de l'essai, puis un comportement linéaire dû à une rigidification progressive, qu'il faut le tenir compte au niveau de modélisation. Pour les essais de cisaillement, tel que les essais de traction en biais, sont réalisés pour déterminer les propriétés en cisaillement du tissu étudié. La courbe de traction, effort de cisaillement normalisé en fonction de l'angle de cisaillement, nous a permis de déterminer l'angle de blocage de tissu. Lors des essais, une chaîne de mesure basée sur la méthode de suivi de marqueurs 3D, a été mise en place et permet d'évaluer les angles de cisaillement du tissu. Cette méthode nous a permis aussi d'avoir une idée sur l'évolution des déformations locales du tissu.

Les données matériaux ainsi déterminées serviront de données d'entrée des modélisations et développements réalisés chapitre 3 et 4.

# Chapitre 3

## Développement et implémentation de modèles hybrides pour les renforts tissés

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>74</b>
<b>3.2</b>	<b>Cadre scientifique général de l'étude</b>	<b>74</b>
3.2.1	Référentiel, repère, configuration	75
3.2.2	Mesure des déformations	76
3.2.3	Mesures des contraintes	78
3.2.4	Lois de comportement, objectivité	80
<b>3.3</b>	<b>Cadre numérique</b>	<b>81</b>
3.3.1	Outils de développement dans Abaqus/Explicit	81
3.3.2	Schémas d'intégration temporelle	82
3.3.3	Stratégie numérique d'optimisation des calculs	84
3.3.4	Orientation des éléments, conditions de contacts	86
<b>3.4</b>	<b>Modélisation numérique</b>	<b>86</b>
3.4.1	Démarche de modélisation	86
3.4.2	Modèle Hybride discret élastique isotrope	87
3.4.3	Modèle hybride discret hypoélastique	108
3.4.4	Implémentation de la routine VUMAT : approche hybride hypoélastique	115
<b>3.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>125</b>

---

## 3.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons deux modèles hybrides discrets qui associent des éléments 1D tels des connecteurs à 1 élément 2D surfacique. Le premier modèle est élastique isotrope tandis que le second est hypoélastique. Ils permettent la modélisation de renforts à deux directions matérielles telles les structures tissées. Les éléments de renforts sont des connecteurs linéaires ou non linéaire. Le premier modèle hybride se ramène à un modèle linéaire élastique isotrope. Ce modèle est basé sur une cellule élémentaire constituée d'un élément membrane de comportement linéaire en cisaillement, et des connecteurs axiaux entre les nœuds situés le long de ces bords, pour gérer le comportement en extension du tissu. Le second modèle est hybride discret hypoélastique basé sur une cellule élémentaire composée d'une membrane avec un comportement hypoélastique pour gérer le comportement non linéaire en cisaillement, et des connecteurs pour gérer le comportement en traction du tissu. Ce modèle permet de prédire les contraintes au niveau des fibres et de déterminer avec plus de précision, les angles de cisaillement en se basant sur la modification de l'orientation des fibres en grande déformation. De plus, il prend en compte les matériaux fibreux présentant deux directions structurelles qui peuvent ne pas être orthogonales avant et/ou après déformation. Ce modèle est applicable à des renforts tissés équilibrés et non équilibrés. Une méthodologie d'implémentation de ce modèle dans le code de calcul Abaqus/Explicit a été développée. Ce modèle est pour l'instant évalué dans le cas de sollicitations dans le plan.

## 3.2 Cadre scientifique général de l'étude

Au cours des opérations de mise en forme, les renforts fibreux qui possèdent un comportement fortement orienté se déforment généralement en grande déformation. À l'échelle macroscopique les fils peuvent néanmoins être considérés comme un matériau continu. La modélisation du comportement des renforts tissés nécessite alors de mettre en place des lois de comportement en grandes déformations équivalentes à un matériau fibreux. D'autre part, ces lois de comportement nécessitent une description des mouvements dans un référentiel permettant de décrire les grandes transformations. Dans ce cas, nous rappelons brièvement les grandes lignes et les grandeurs de bases de la mécanique des milieux continus en grande transformation. Ensuite, nous présenterons la modélisation des milieux fibreux par des cellules élémentaires

mixant différentes lois de comportement, et donc le passage, d'une échelle mésoscopique vers une échelle macroscopique.

### 3.2.1 Référentiel, repère, configuration

La caractérisation d'un mouvement d'un corps déformable nécessite le repérage d'un point donné. Il existe principalement deux types de description : une eulérienne et l'autre lagrangienne. La description eulérienne cherche à déterminer, à un instant  $t$  donné, la vitesse de particule  $\vec{v}$  pour une position  $m$  de coordonnées  $(x_1, x_2, x_3)$ . Par conséquent, elle utilise les variables  $x_1, x_2, x_3$  et  $t$  comme coordonnées. Ces coordonnées sont indépendantes. La description lagrangienne permet de suivre dans le temps les particules d'un corps le long de leurs trajectoires. Les variables de Lagrange sont les coordonnées de la position initiale du point  $m_0$  à l'instant  $t$  ( $X_1 = x_1^0, X_2 = x_2^0, X_3 = x_3^0$ ). Pratiquement, pour la description eulérienne, la configuration de référence est la configuration actuelle déformée, alors qu'en description lagrangienne, la configuration de référence est celle initiale non déformée. Le corps déformable occupe deux configurations, initiale  $C^0$  à  $t^0$  et actuelle déformée  $C^1$  à  $t^1$  (figure 3.1).

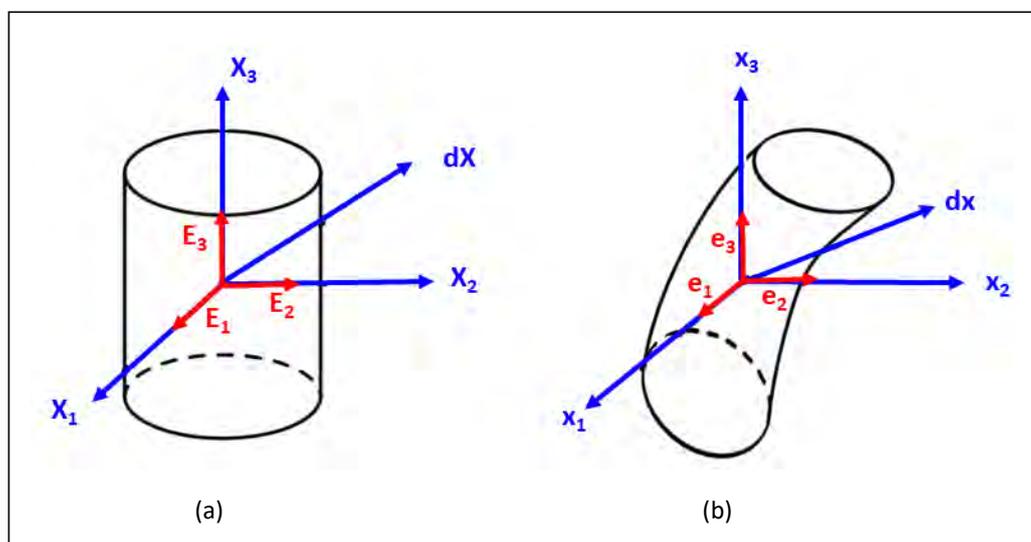


FIGURE 3.1 – Représentation des configurations : (a) initiale  $C^0$ , (b) actuelle déformée  $C^1$

A la configuration  $C^0$  correspondent les coordonnées lagrangiennes ou matérielles associées à l'état initial du solide non déformé, tandis qu'à la configuration actuelle  $C^1$  correspondent les coordonnées eulériennes ou spatiales. Les deux configurations sont initialement combinées dans

le même système d'axes. Les hypothèses de continuité imposent l'existence d'une fonction  $\psi$  bijective entre ces deux configurations. Le mouvement d'un corps est donc décrit en tout point par la fonction bijective suivante :

$$x = \psi(X, t) \quad (3.1)$$

La fonction 3.1 définit, à un instant  $t$  fixé, la déformation en tout point entre ces deux configurations. Sous la forme différentielle, elle s'écrit :

$$dx = \frac{\partial \psi}{\partial X} dX \quad (3.2)$$

Cette relation nous permet de mettre en évidence les composantes d'un tenseur de transformation  $F$ , appelé aussi « tenseur gradient » ou encore tenseur d'application linéaire, qui permet de caractériser les différentes transformations. Il donne une description locale au premier ordre, de la transformation du solide.  $F$ , le gradient de la transformation, est défini par :

$$F = \frac{\partial \psi}{\partial X} \quad (3.3)$$

où  $F$  est la fonction qui transforme un vecteur matériel élémentaire  $dX$  en un vecteur eulérien  $dx$ . La transformation d'un élément de volume élémentaire entre les deux configurations  $C^0$  et  $C^0$  est donné par :

$$dv = JdV, \text{ avec } J = \det(F) \quad (3.4)$$

où  $J$  est le jacobien du tenseur gradient de la transformation. L'application  $\psi$  étant bijective, son jacobien exige d'être toujours strictement positif. La transformation d'un élément de surface  $dS$  de normale  $N$  en configuration initiale, en un élément  $ds$  de normale  $n$ , est définie par :

$$n.ds = J(F^{-1})^T N.dS \quad (3.5)$$

### 3.2.2 Mesure des déformations

Dans les deux descriptions eulérienne ou lagrangienne, la transformation se décompose en trois types de mouvements (translation de corps rigide, rotation de corps rigide et déformation). La translation de corps rigide est directement éliminée dans le sens où elle est équivalente à un simple changement d'origine du référentiel. La décomposition polaire du gradient de la

transformation donne une décomposition de ces transformations en une rotation de corps rigide et une déformation de la matière.

$$F = R.U = V.R \quad (3.6)$$

où  $R$  est le tenseur rotation (orthogonal direct) qui représente les rotations de corps rigide tel que :

$$R^{-1} = R^T \text{ et } R.R^T = R^T.R = I \quad (3.7)$$

$U$  et  $V$  sont les tenseurs de déformation pure droite et gauche. Ils sont symétriques définis positifs. Le produit scalaire de deux vecteurs élémentaires en configuration déformée  $dx$  et  $dX$  de la représentation 3.1, permet de définir les deux tenseurs supplémentaires, respectivement le tenseur de Cauchy-Green droit, ou tenseur des dilatations  $C$ , et le tenseur des déformations de Green-Lagrange  $E$  :

$$C = F^T.F = U^2 \quad (3.8)$$

$$E = \frac{1}{2}(F^T F - 1) = \frac{1}{2}(C - 1) \quad (3.9)$$

Les deux tenseurs  $C$  et  $E$  sont définis dans la configuration initiale dite "lagrangienne". La décomposition polaire de  $F$  définit les deux tenseurs  $A$  et  $B$  dans la configuration eulérienne par :

$$B = F.F^t = V^2 \quad (3.10)$$

$$A = \frac{1}{2}(1 - B^{-1}) \quad (3.11)$$

Ces deux tenseurs sont respectivement le tenseur de Cauchy-Green et le tenseur d'Euler-Almansi. Ils sont eulériens, symétriques. L'écriture du principe des puissances virtuelles, ainsi que certaines lois de comportement (hypoélastiques, viscoélastiques), nécessite de définir la notion de vitesse de déformation. La différenciation par rapport au temps de la relation 3.2 donne ainsi :

$$\begin{aligned} \dot{dx} &= \dot{F}.dX = \dot{F}.F^{-1}.dx \\ \dot{dx} &= \mathbf{L}.dx \end{aligned} \quad (3.12)$$

où  $\mathbb{L}$  est le tenseur gradient de vitesse. Ce tenseur est classiquement décomposé en deux termes symétriques  $D$  (taux de déformation) et antisymétrique  $\Omega$  (taux de rotation) :

$$\mathbb{L} = D + \Omega \quad (3.13)$$

Avec :

$$\begin{aligned} D &= (\mathbb{L} + \mathbb{L}^T) \\ \Omega &= (\mathbb{L} - \mathbb{L}^T) \end{aligned} \quad (3.14)$$

Le taux de déformation  $D$  décrit la vitesse de déformation du solide considéré. Cette mesure est associée à la configuration actuelle. Pour que cette vitesse de déformation soit mesurée dans la configuration initiale,  $D$  est transporté et l'on obtient alors :

$$\dot{E} = F^T . D . F \quad (3.15)$$

où  $\dot{E}$  correspond à la vitesse de déformation lagrangienne.

### 3.2.3 Mesures des contraintes

Considérons un milieu continu, solide  $\Omega$ , coupé en deux sous-domaines  $D$ , avant et après la déformation comme illustrée par la figure 3.2. Les forces internes appliquées aux zones de frontière sont nécessaires à l'équilibre de ces deux domaines. La résultante des forces  $df$  s'exerce entre les deux sous domaines à travers un élément de surface  $ds$ . Elle permet de définir le vecteur contrainte  $t$  dans la configuration actuelle.

$$t = \frac{df}{ds} \quad (3.16)$$

D'après le théorème de Cauchy, le vecteur contrainte  $t$  ne dépend linéairement, au point considéré, que de la normale  $n$  à la surface élémentaire  $ds$ . Il existe donc un tenseur d'ordre deux, appelé tenseur des contraintes de Cauchy  $\sigma$ , donné par :

$$t = \sigma . n \quad (3.17)$$

Ce tenseur est symétrique. La symétrie est explicitée à partir de l'équation des moments du principe fondamental de la dynamique.

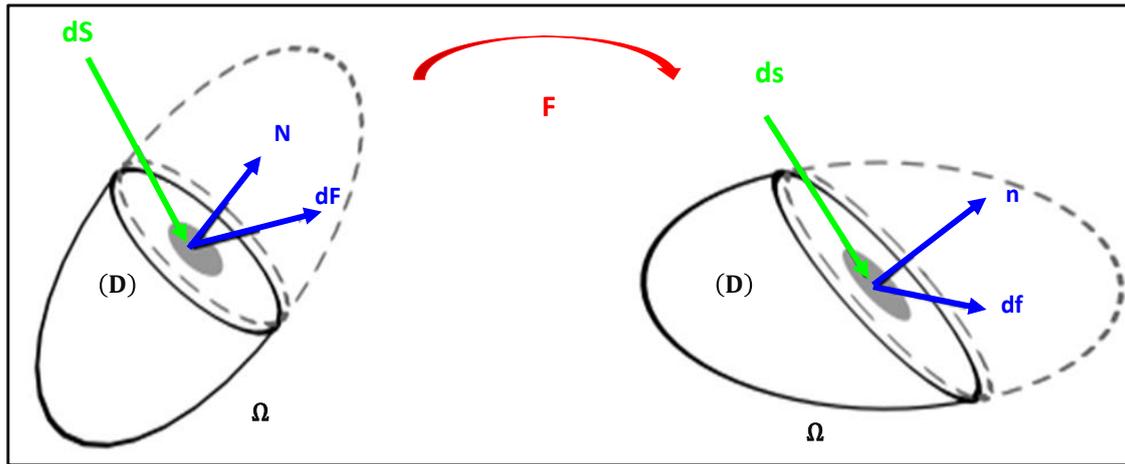


FIGURE 3.2 – Schéma illustrant l'état de contrainte s'exerçant entre deux sous-domaines ( $D$ ) d'un solide  $\Omega$

Les équations 3.16 et 3.17 permettent d'exprimer l'effort exercé sur la surface élémentaire :

$$df = \sigma \cdot n \cdot ds \quad (3.18)$$

De même, pour les différentes mesures de déformations établies précédemment, il existe d'autres tenseurs de contraintes qui peuvent s'exprimer à l'aide de l'effort  $df$ , de la surface élémentaire  $ds$  et de la normale ramenée en configuration initiale  $N$  :

$$\begin{aligned} df &= P \cdot N \cdot dS \\ dF &= S \cdot N \cdot dS \\ df &= \tau \cdot F^{-T} \cdot N \cdot dS \end{aligned} \quad (3.19)$$

$P$ ,  $S$  et  $\tau$  sont respectivement appelés premier tenseur de Piola-Kirchhoff, second tenseur de Piola-Kirchhoff et tenseur des contraintes de Kirchhoff.  $\tau$  est un tenseur eulérien symétrique qui joue un rôle important pour la formulation variationnelle des problèmes en grande déformation.

Les liens entre ces différents tenseurs sont :

$$\begin{aligned} \tau &= J\sigma = F \cdot S \cdot F^T = P \cdot F^T \\ S &= F^{-1} \cdot P = F^{-1} \cdot \tau \cdot F^{-T} = JF^{-1} \cdot \sigma \cdot F^{-T} \end{aligned} \quad (3.20)$$

Le tenseur  $\sigma$  est dit eulérien (i.e défini dans la configuration actuelle), tandis que le second tenseur de Piola-Kirchhoff  $S$  est dit lagrangien (i.e défini dans configuration initiale). Les tenseurs  $P$  et  $\tau$  sont ni eulérien ni lagrangien.

### 3.2.4 Lois de comportement, objectivité

La modélisation du comportement des renforts peut être élastique linéaire et non linéaire selon la structure interne de ce dernier. D'autre part une approche hypoélastique qui permet de tenir compte de la non-linéarité géométrique et matérielle peut être adoptées. Ces non-linéarités ont pour origine les grands déplacements et grandes déformations des mèches au cours de l'opération de mise en forme. La mise en place d'un modèle de comportement du tissu nécessite de rappeler certaines grandeurs de base de la mécanique des milieux continus. Les lois de comportement définissent les relations entre les contraintes et les déformations subies par le matériau [Sidoroff, 1980, Mathieu, 2014]. Parmi les modèles courants, on peut distinguer :

- les lois hypoélastiques : ces lois sont largement utilisées pour décrire le comportement des mèches ou des renforts suivant les différentes échelles. Elles sont également faciles à mettre en place en terme de résolution numérique et d'implémentation dans des codes de calcul. Dans ces lois, la vitesse de déformation est liée au taux de contrainte, où les énergies de déformation dépendent de l'historique de la déformation,
- les lois élastiques : ces lois sont peu utilisées dans le cas des grandes transformations. Elles mesurent directement les déformations en fonctions des contraintes. Elles sont indépendantes de l'historique de déformation.
- les lois hyperélastiques : ces lois sont largement utilisées pour décrire le comportement des milieux fibreux. Dans ces lois, la densité d'énergie de déformation est définie comme étant un potentiel des contraintes. Dans ce cas, les contraintes et les énergies de déformations sont indépendantes de l'historique de déformation.

La loi de comportement exige la vérification de l'indifférence matérielle, ou objectivité. En effet, l'objectivité est un principe qui assure que certaines grandeurs sont invariantes ou dites indépendantes de l'observateur, quel que soit le changement de référentiel en termes de rotations et/ou de translations. Ainsi, on comprend bien la nécessité de travailler avec des grandeurs objectives. Parmi celles-ci, on peut citer :

- tout scalaire  $M$  :

$$\tilde{M} = M \quad (3.21)$$

- tout tenseur de premier ordre peut s'écrire dans la configuration de référence  $C^0$  :

$$\tilde{\underline{M}} = \underline{Q} \cdot \underline{M} \quad (3.22)$$

À titre d'exemple, les tenseurs de Green-Lagrange  $E$  et le second tenseur des contraintes de Piola-Kichhoff  $S$  sont des tenseurs objectifs,

- toute dérivée temporelle d'un tenseur défini dans la configuration de référence  $C^0$  :

$$\underline{\underline{\tilde{M}}} = \underline{\underline{Q}} \cdot \underline{\underline{M}} \cdot \underline{\underline{Q}}^T \quad (3.23)$$

Cependant, les dérivées temporelles des grandeurs définies dans la configuration actuelle déformée  $C^t$  ne sont pas objectives. À titre d'exemple, la dérivé du tenseur des contraintes de Cauchy n'est pas objectif. Cependant, d'autres dérivées temporelles existent, qui permettent de respecter le principe d'objectivité. Les dérivés de Jaumann et de Green-Naghdi sont des grandeurs objectives [Sidoroff, 1980].

L'objectivité est un principe qui assure que certaines grandeurs soient fondamentalement les mêmes pour tout observateur. Ceci revient à exprimer l'indépendance de ces grandeurs devant le choix de l'observateur. Le principe d'objectivité au sens large, se ramène à définir l'invariance de grandeurs devant les rotations.

## 3.3 Cadre numérique

### 3.3.1 Outils de développement dans Abaqus / Explicit

Les différentes simulations des renforts tissés seront effectuées à l'aide du code de calcul éléments finis ABAQUS. Dans cette section, nous rappelons brièvement les différents outils de ce code, ainsi que les stratégies de résolution numérique pour résoudre les nombreux problèmes, simples ou complexes, linéaires ou non linéaires. Ce code de calcul nécessite trois étapes pour élaborer une simulation (figure 3.3). La première est le pré-traitement (Abaqus / CAE), dont le résultat est l'obtention d'un fichier de données appelé "input file". Il est caractérisé par son extension en ".inp". Dans ce fichier sont présentés toutes les données du problème et le choix du schéma de résolution. Deux façons permettent de créer ce fichier : soit par l'utilisation de l'interface directe du code, soit par l'utilisation d'un script en langage "Python". Cette méthode est plus compliquée mais plus rapide pour générer plusieurs éléments ou des conditions géométriques non standard, tel que dans notre cas. La seconde étape consiste en la résolution du problème à l'aide d'un des deux solveurs proposés : Abaqus / standard pour traiter les problèmes quasi statiques et Abaqus / explicit pour résoudre les problèmes dynamiques. La troisième étape

représente le traitement des résultats (visualisation) stockés le fichier ".odb" (output data base). Ces résultats peuvent être post-traités au moyen de scripts "Python".

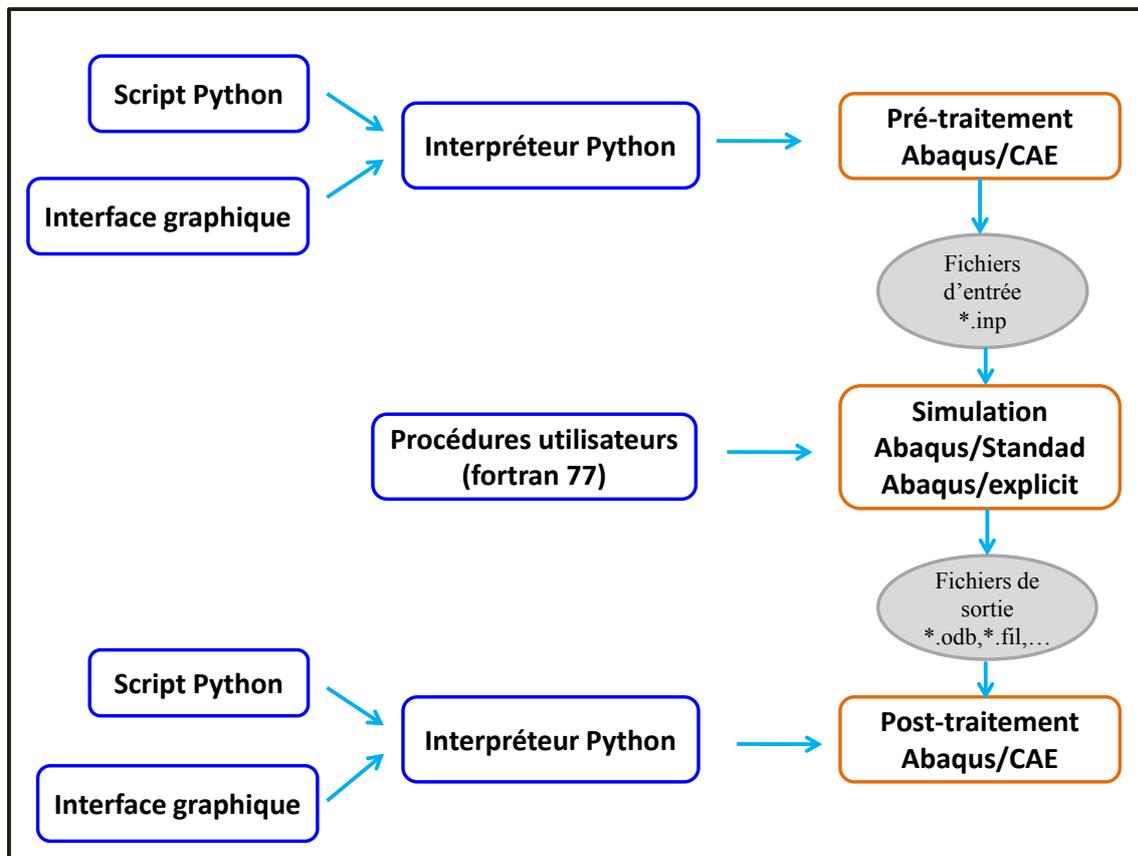


FIGURE 3.3 – Structuration et schéma de mise en œuvre d'un modèle numérique dans le code de calcul Abaqus.

### 3.3.2 Schémas d'intégration temporelle

La résolution d'un problème mécanique par la méthode des éléments finis nécessite une discrétisation temporelle. Elle correspond à la façon de définir les vecteurs inconnus et définit le type de schéma d'intégration numérique que l'on peut employer. Le code Abaqus présente deux schémas d'intégration numérique : l'un de formulation implicite, l'autre explicite.

#### 3.3.2.1 Schéma implicite

Ce schéma est utilisé lorsque les effets d'inertie sont négligeables (hypothèse quasi statique). Il permet de prendre en compte les non-linéarités géométriques grâce aux grands déplacements. Il est possible de rendre compte de l'effet de la variation de vitesse, ou de couplage avec un

champ de température. Les temps physique et numérique sont dissociés.

### 3.3.2.2 Schéma explicite

Ce schéma permet de résoudre les problèmes en considérant les effets d'inertie. Pour cette méthode, le déplacement et la vitesse sont calculés au début de chaque incrément. Par conséquent. Il est inutile de calculer et d'inverser la matrice jacobienne comme pour le cas de la méthode dynamique implicite. La plupart des codes développés utilisent les calculs dynamiques explicites pour les procédés de mise en forme des matériaux et en particulier pour la simulation des renforts. Ce schéma est implémenté au sein du code Abaqus, il conduit à des temps de calcul plus faibles comparativement au schéma implicite nommé Abaqus/Standard. Il met en œuvre un schéma d'intégration par différences finies centrées, fournies exprimé par les équations :

$$\dot{u}^{t+\frac{\Delta t}{2}} = \dot{u}^{t-\frac{\Delta t}{2}} + \left( \frac{\Delta t^{t+\Delta t} + \Delta t^t}{2} \right) \ddot{u}^t \quad (3.24)$$

$$u^{t+\Delta t} = u^t + \Delta t^{t+\Delta t} \dot{u}^{t+\frac{\Delta t}{2}} \quad (3.25)$$

où  $\dot{u}^t$  et  $\ddot{u}^t$  sont respectivement les composantes en des matrices de vitesse  $[\dot{U}]$  et l'accélération  $[\ddot{U}]$ . L'équation d'équilibre à résoudre, à tout instant, est donnée par :

$$[M]\{\ddot{U}\} + [\tilde{C}]\{\dot{U}\} + \{F_{int}\} - \{F_{ext}\} = 0 \quad (3.26)$$

où  $[M]$  représente la matrice de masse diagonale,  $\{F_{int}\}$  les charges internes,  $\{F_{ext}\}$  les charges externes,  $[\tilde{C}]$  la matrice d'amortissement exprimé par :

$$[\tilde{C}] = \alpha [M] + \beta [K] \quad (3.27)$$

Avec  $[K]$ , la matrice de rigidité et  $\alpha$  et  $\beta$ , les coefficients d'amortissement.

Le calcul des accélérations s'effectue à chaque incrément de temps  $t$  donnant une solution en vitesse à l'instant  $t + \frac{\Delta t}{2}$  et une solution en déplacement à l'instant  $t + \Delta t$ . Remarquons que la méthode explicite est conditionnellement stable [Bathe et al., 1997, Smolinski et al., 1996]. La stabilité est toujours liée au pas de temps qui est imposé et qui doit être toujours inférieure à une limite appelée critère courant.

La démonstration de stabilité de cette méthode a été faite par Friedrichs-Lewy dans [Euvrard, 1994]. Le temps critique  $\Delta t_c$  dépend de la vitesse de propagation d'une onde élastique ( $c_b$ ) dans

le matériau considéré. Pour un élément de taille  $l_0$ , le temps critique au delà duquel la stabilité de l'algorithme n'est plus assurée se définit par :

$$\Delta t_c = \frac{l_0}{c_b} \quad (3.28)$$

Compte tenu du lien entre vitesse de propagation, masse volumique et module élastique  $C_e = \sqrt{E/\rho}$ . Nous obtenons alors la relation 3.29. Un coefficient variant de 0,38 à 0,8 permet de prendre en compte les non linéarités éventuelles dues notamment aux comportements élastoplastiques ou visco-élastiques.

$$\Delta t_c \simeq \frac{l_0}{\sqrt{\frac{E}{\rho}}} \quad (3.29)$$

A titre d'exemple d'un élément d'acier dont la masse volumique  $\rho = 7800 \text{ kg m}^{-3}$ , le module d'Young est  $E = 200 \text{ GPa}$ , et la taille caractéristique  $l_0 = 0,01 \text{ m}$ , le temps critique est de l'ordre de  $2 \cdot 10^{-6} \text{ s}$ . Cela induit un grand nombre d'incrément de calcul ( $\sim 5000$ ) dans le cas de la simulation d'un temps d'opération de l'ordre de  $0,01 \text{ seconde}$ . L'efficacité numérique sera assurée par le fait que les incréments de temps doivent être aussi proches que possible de la limite de stabilité, sans la dépasser.

### 3.3.3 Stratégie numérique d'optimisation des calculs

Dans le cas de nos essais de simulation des renforts, plusieurs stratégies peuvent être mises en œuvre pour optimiser les calculs :

- adaptation du profil des vitesses,
- adaptation des facteurs d'amortissement,
- adaptation de la masse.

#### 3.3.3.1 Profil de vitesse

Une solution pour réduire le temps de calcul est d'augmenter la vitesse de sollicitation, avec pour conséquence éventuelle, l'augmentation de façon inconsidérée des effets d'inertie [Rebelo et al., 1992]. Une autre conséquence peut être la génération d'oscillations numériques à haute fréquence. Pour contrôler ces oscillations, une petite quantité d'amortissement artificiel est introduite dans l'analyse dynamique. Les effets de l'amortissement lors de la simulation de la mise en forme des renforts seront discutés dans le chapitre 4, consacré à la simulation de

l'estampage des renforts composites.

Plusieurs auteurs considèrent que le changement de vitesse de l'outil de mise en forme n'a pas d'influence significative sur la validité de la solution, mais le problème n'est pas toujours conforme à la réalité [Rebelo et al., 1992, Wright, 1998]. Par exemple le profil de vitesse lissé d'Abaqus, appelé "Smooth" permet de gérer l'accélération initiale et la stabilité finale. Ce type de profil de vitesse a une influence notable sur le pilotage des degrés de libertés. Après avoir validé le profil de vitesse imposé, plusieurs critères sont à vérifier, le contrôle et la stabilité du calcul. Cela se traduit, en dynamique explicite, par de faibles oscillations pour éviter les distorsions des éléments. Il faut aussi, surveiller le rapport entre l'énergie cinétique et l'énergie de déformations des éléments. Le ratio  $E_c/E$  de déformation doit rester strictement inférieur à 10% de l'énergie de déformations [Wendling, 2013].

### 3.3.3.2 Facteur d'amortissement

Les facteurs d'amortissement  $\alpha$  et  $\beta$  présentés dans la relation 3.27 peuvent permettre l'optimisation des calculs : dans Abaqus, l'amortissement de type RAYLEIGH, permet de définir la matrice d'amortissement  $[\tilde{C}]$  comme combinaison linéaire des matrices de rigidité et de masse. Le facteur d'amortissement  $\alpha$  est proportionnel à la masse. Il introduit des efforts d'amortissement engendrés par la vitesse absolue du modèle et simule l'idée d'un modèle évoluant dans un fluide visqueux. Le second facteur  $\beta$  est proportionnel à la rigidité. Il est présenté comme définissant un amortissement de matériau visqueux créant une contrainte d'amortissement supplémentaire, proportionnelle à la déformation totale. Ces facteurs sont intégrés dans l'étape de définition des propriétés des matériaux appelée « damping ».

### 3.3.3.3 Densité du matériau

L'équation 3.29 montre que le pas de temps des calculs  $\Delta t$  est proportionnel à la masse volumique du matériau. Le choix d'une faible masse volumique provoque donc une réduction du pas de temps, mais avec une durée de résolution plus longue. L'augmentation de la vitesse de calcul passe, soit vitesse maximale à imposer (profil de vitesse « step »), ou par la masse volumique. La première solution présente le risque de faire diverger les calculs, tandis que la deuxième solution amène à la modification de la matrice d'amortissement. Par conséquent l'augmentation artificielle de la masse des éléments, peut améliorer l'efficacité des calculs tout en conservant la précision. D'après plusieurs références bibliographiques, cette augmentation

n'a pas d'influence sur la validité de la solution [Mamalis et al., 1997, Wendling, 2013].

### 3.3.4 Orientation des éléments, conditions de contacts

Pour pouvoir suivre la direction des fibres au cours de la simulation, il est important de définir une orientation pour chaque élément. Dans le cadre de notre étude, la direction des fibres est toujours confondue avec les arêtes des éléments équivalents, ce qui permet une orientation simple de ceux-ci.

## 3.4 Modélisation numérique

### 3.4.1 Démarche de modélisation

Les modèles hybrides à développer reviennent à discrétiser le renfort en cellules élémentaires numériques régies par des propriétés équivalentes. Chaque cellule élémentaire est la combinaison d'un élément  $2D$  et d'éléments  $1D$ . L'approche est souvent appelée "hybride discrète" (figure 3.4). Dans cette section nous présentons l'étude de modélisation par deux approches hybrides discrètes.

Chacune des approches fait appel à une superposition de l'approche discrète et continue. La première approche est appelée « hybride discrète élastique isotrope ». Elle est basée sur une cellule unitaire construite en utilisant des éléments de membrane de comportement élastique isotrope et des connecteurs axiaux entre les nœuds le long des bords de l'élément. Elle s'apparente à la méthodologie proposée par Sherwood et Jauffrès, utilisant des éléments de barre pour décrire le comportement des mèches, [Sherwood et al., 2012, Jauffrès et al., 2010]. Elle ne modélise pas nécessairement le comportement d'une mèche mais plutôt un comportement équivalent suivant la taille de décomposition. Notons que cette approche a été récemment développée dans les travaux de Najjar et Tephany, pour la modélisation des renforts tissés par le modèle hybride avec un comportement élastique isotrope linéaire [Najjar, 2012, Tephany, 2014]. Dans notre cas, la démarche suivie est analogue à celle proposée par ces deux derniers travaux pour la modélisation des tissus mais avec une loi de comportement différente dans les éléments continus. Une nouvelle approche hybride discrète sera proposée et a pour objectif l'amélioration des modèles discrets existants. Le modèle proposé doit satisfaire aux exigences des grandes transformations : les phénomènes à modéliser incluent des non-linéarités géométriques en raison des

grands déplacements et des grandes déformations des fibres. En plus, il doit tenir compte du comportement non linéaire en cisaillement, et prédire les contraintes au niveau des fibres. Elle doit permettre de déterminer avec plus de précision les angles de cisaillement en se basant sur la modification de l'orientation des fibres en grande déformation avec des temps de calcul raisonnablement courts. Il est fait le choix, dans cette étude, de nous placer dans le cas d'un modèle hybride discret hypoélastique qui permet de répondre à ces différentes exigences tout en restant proche de la physique du problème. Les différentes approches seront modélisées, dans les deux cas, avec un comportement linéaire et non linéaire comme vue figure 3.5. Nous cherchons à développer un modèle efficace avec un nombre de paramètres limité, facile à implémenter dans le code Abaqus. D'autre part, la méthode doit permettre de gérer un comportement en cisaillement plus réaliste que les modèles existants.

Dans la première partie de cette section nous présentons tout d'abord le modèle hybride discret élastique isotrope, puis son implémentation via la routine VUMAT notée VUMAT-HEIL. Dans la seconde partie, une méthodologie de développements du modèle hybride discrète hypoélastique non linéaire sera présentée. Le modèle sera implémenté dans une routine notée VUMAT-HHNL. L'application de ce travail concerne le tissu 48600 C 1300 dont les études expérimentales servent à calibrer les modèles. Différentes hypothèses ont été formulées concernant le comportement des renforts tissés secs :

- **H1** : les rigidités en tension des renforts sont importantes,
- **H2** : la rigidité en cisaillement est faible,
- **H3** : les variations angulaires entre mèches sont grandes,
- **H4** : le tissu 48600 C 1300 étudié a pour épaisseur  $e = 0,62 \text{ mm}$ , ce qui permet de le considérer comme un tissu  $2D$ .
- **H5** : la rigidité en flexion est négligeable face aux autres rigidités.

## 3.4.2 Modèle Hybride discret élastique isotrope

### 3.4.2.1 Concept du modèle

Le modèle hybride discret élastique isotrope est basé sur la discrétisation du renfort tissé sous forme des cellules élémentaires. Chaque cellule élémentaire est représentée comme une entité continue d'un élément coque ou élément membrane renforcé par des éléments linéiques. L'élément continu gère d'une part, le comportement en cisaillement, et d'autre par le contact

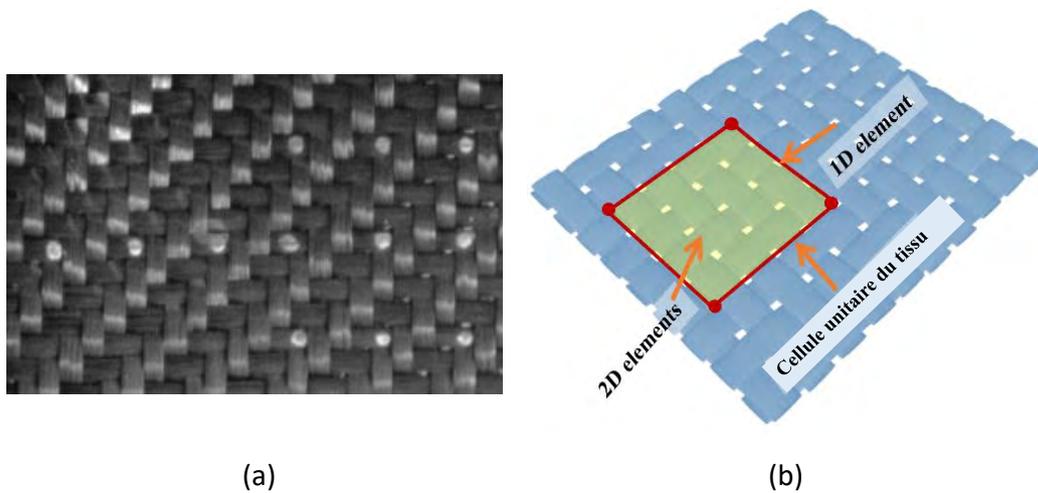


FIGURE 3.4 – Principe de la modélisation mésoscopique hybride discrète utilisant une combinaison d'éléments 1-D et 2-D : (a) renfort tissé, (b) modèle numérique

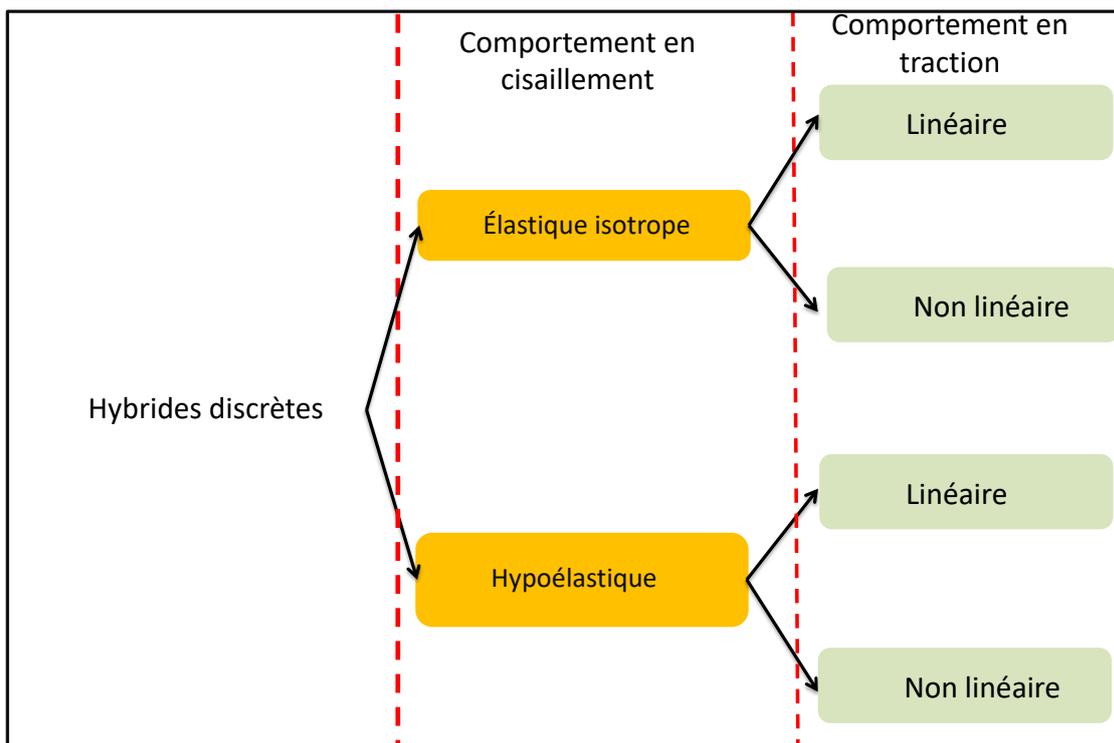


FIGURE 3.5 – Démarche de modélisation et différents modèles hybrides discrets étudiés

entre les différents éléments lors de la simulation de mise en forme. Les éléments linéaires sont modélisés par des connecteurs axiaux, pour gérer le comportement en tension du tissu. Les lois de comportement associées aux différentes entités sont élastiques linéaire isotrope. Cette

approche comporte les paramètres suivants :

- $l_0$  : dimension du connecteur,
- $K_c$  : rigidité des connecteurs dans le cas de l'approche linéaire,
- $F_c = f(uc)$  : loi force/déplacement associée aux connecteurs, dans le cas d'approche non linéaire,
- $(E, \nu)$  : propriétés élastiques de l'élément continu,
- $e$  : épaisseur de l'élément continu.

### 3.4.2.2 Comportement d'une cellule élémentaire

Afin de valider la faisabilité de modèle hybride et dans le but de prédire la déformation globale du renfort tissé, deux essais sur une cellule élémentaire de dimension  $(l_0 \times l_0)$  seront réalisés. Les deux essais correspondent au cas de la traction et du cisaillement d'un élément continu de comportement élastique isotrope renforcé par des connecteurs axiaux entre les nœuds (figure 3.6).

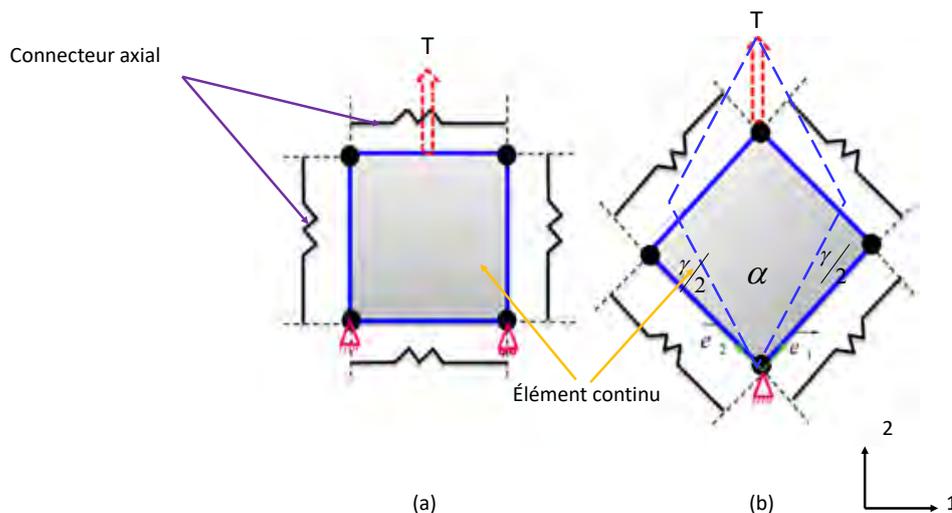


FIGURE 3.6 – Modèles simplifiés de deux cellules : (a) traction ; (b) cisaillement

#### Cas de la tension

Une cellule élémentaire soumise à une charge suivant la direction 2 a été étudiée (figure 3.6-a). L'effort total appliqué  $T$  est décomposé en deux : les charges supportées par les connecteurs

notés  $t_t$  et la charge supportée par l'élément continu notée  $t_{sh}$ .

$$T = t_t + t_{sh} \quad (3.30)$$

avec

$$t_t = K \cdot \Delta l \quad (3.31)$$

$K$  est la somme de rigidité des deux connecteurs suivant la direction 2 :

$$K = 2 \cdot K_c \quad (3.32)$$

Pour calculer  $t_{sh}$ , on considère l'élément plan continu est de comportement élastique isotrope :

$$\left\{ \sigma \right\} = \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \end{Bmatrix} \quad (3.33)$$

Où :  $C_{ij} = C_{ji}$  sont les coefficients du tenseur d'élasticité :

$$\begin{aligned} C_{11} &= \frac{E}{(1-\nu^2)}; C_{22} = \frac{E}{(1-\nu^2)}; C_{33} = \frac{E \cdot (1-\nu)}{2(1-\nu^2)} \\ C_{12} = C_{21} &= \frac{E \cdot \nu}{(1-\nu^2)}; C_{13} = C_{31} = 0; C_{23} = C_{32} = 0 \end{aligned} \quad (3.34)$$

Pour le cas de la traction, la présence des connecteurs rigides dans la direction 1, rendent la rétraction de cellule négligeable ( $\varepsilon_{11} \approx 0$ ). De plus, aucun effet du cisaillement n'est à noter ( $\varepsilon_{12} \approx 0$ ). Le champ des contraintes dans la direction 2 s'écrit :

$$\sigma_{22} = C_{22} \varepsilon_{22} = \frac{E}{1-\nu^2} \varepsilon_{22} \quad (3.35)$$

avec  $\varepsilon_{22} = \frac{\Delta l}{l_0}$  et  $\sigma_{22} = \frac{t_{sh}}{e \cdot l_0}$

D'où :

$$\frac{t_{sh}}{l_0 \cdot e} = \frac{E}{(1-\nu^2)} \cdot \frac{\Delta l}{l_0} \quad (3.36)$$

Finalement, la somme totale des deux efforts de tension appliqués aux connecteurs et à l'élément

membrane s'écrit :

$$T = t_t + t_{sh} = \left( K + \frac{E.e}{(1-\nu^2)} \right) . \Delta l \quad (3.37)$$

Où :

$E$  est le module d'élasticité,  $\nu$  le coefficient de poisson, et  $e$  l'épaisseur de l'élément.

Le rapport entre l'effort total appliqué à l'élément et la part supportée par les connecteurs est définie comme suit :

$$\frac{T}{t_t} = 1 + \frac{E.e}{K.(1-\nu^2)} = 1 + \delta \quad (3.38)$$

Le comportement en traction est totalement pris en charge par les connecteurs lorsque le terme  $\delta$  tend vers 0. Compte tenu des hypothèses **H1** et **H5**, la valeur  $(E \times e)$  est très faible devant  $K$ . Par conséquent, la rigidité de l'élément hybride en tension est prise en charge par la somme des rigidités des connecteurs.

### Cas du cisaillement

Pour le cas de cisaillement, l'élément hybride a été évalué dans une configuration de cisaillement pur. Compte tenu des hypothèses **H1** et **H3**, on considère tout d'abord l'élément continu de comportement élastique isotrope est dans l'état de déformation principale illustré figure 3.6-b. Le modèle respecte les expressions suivantes :

- l'angle de cisaillement est donné en fonction du déplacement  $d$  et de la longueur du connecteur  $l_0$ ,

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \alpha = \frac{\pi}{2} - \cos^{-1} \left( \frac{d + l_0 \cdot \sqrt{2}}{2.l_0} \right) \quad (3.39)$$

- une expression de l'effort de cisaillement proposé par Harrison et Cao [[Cao et al., 2008](#)], en introduisant l'effort de cisaillement  $F_{sh}$  tangent au côté du cadre exprimé par :

$$F_{sh} = \frac{T}{2 \cdot \cos \left( \frac{\alpha}{2} \right)} = \frac{T}{2 \cdot \cos \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\gamma}{2} \right)} \quad (3.40)$$

- en utilisant la relation 3.40, l'effort de cisaillement  $t_{sh}$  est donnée par :

$$t_{sh} = \frac{T.l_0}{d + l_0 \cdot \sqrt{2}} \quad (3.41)$$

- la contrainte de cisaillement  $\tau$  introduite par  $t_{sh}$  est donné par :

$$\tau = \frac{t_{sh}}{e.l_0} \cdot \sin \alpha = \frac{T}{e} \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{d + l_0\sqrt{2}}{2l_0}\right)^2}}{(d + l_0\sqrt{2})} \quad (3.42)$$

- la loi de comportement en cisaillement pour un comportement élastique en grande déformation, est donnée par :

$$\tau = G \cdot \gamma^L \quad (3.43)$$

Où  $G$  est le module de cisaillement, et  $\gamma^L$  la déformation logarithmique de cisaillement telle que :

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (3.44)$$

La déformation logarithmique de cisaillement peut être calculée à partir des déformations logarithmiques dans les directions principales du cercle de Mohr de déformation à 45° [Jaufrès et al., 2010], Ainsi :

$$\gamma^L = \varepsilon_I^L - \varepsilon_{II}^L = -\ln\left(\tan\left(\frac{\pi}{4} - \gamma/2\right)\right) \quad (3.45)$$

Ou exprimée différemment :

$$\gamma_4^L = 2 \cdot \varepsilon_{12} \quad (3.46)$$

$$\gamma^L = -\ln\left(\tan\left(\cos^{-1}\left(\frac{d + l_0 \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot l_0}\right)\right)\right) \quad (3.47)$$

Avec  $\varepsilon_{12}$  la déformation de cisaillement

La contrainte de cisaillement  $\tau = f(d)$ , s'exprime en fonction du déplacement  $d$  par :

$$\tau(d) = -G \cdot \ln\left(\frac{1 - \left(\frac{d + l_0 \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot l_0}\right)^2}{\frac{d + l_0 \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot l_0}}\right) \quad (3.48)$$

- Et finalement, l'effort exercé sur un élément en cisaillement  $T$  en fonction de déplace-

ment est donné par :

$$T(d) = \frac{-G.l_0.e \ln \left( \frac{\sqrt{1 - \left( \frac{d + l_0 \cdot \sqrt{2}}{2.l_0} \right)^2}}{\frac{d + l_0 \cdot \sqrt{2}}{2.l_0}} \right)}{2 \cdot \left( 1 - \left( \frac{d + l_0 \cdot \sqrt{2}}{2.l_0} \right)^2 \right) \cdot \frac{d + l_0 \cdot \sqrt{2}}{2.l_0}} \quad (3.49)$$

L'angle de cisaillement maximal est déterminé à partir de la déformation logarithmique de l'élément continu 3.45. Il représente aussi l'angle réalisé entre deux connecteurs, caractérisant chacun une direction de mèches. Afin de déterminer cet angle, une routine (VUMAT-HEIL) a été implémentée dans le code Abaqus. Cette sous routine est écrite en langage FORTRAN, et pour plus de détails d'implémentation Cf. Annexe. Nous proposons par la suite d'utiliser les relations établis ci-dessus pour valider l'implémentation de la sous routine (VUMAT-HEIL). Deux essais numériques sur cellule élémentaire sollicitée en traction et en cisaillement sont comparés à des essais issus de la bibliographie.

### 3.4.2.3 Tests de élémentaires de validation de VUMAT-HEIL

#### Cas de la tension

Le premier test numérique consiste à solliciter en traction un élément hybride de dimension  $l_0$  (1 mm  $\times$  1 mm) pour lequel les connecteurs sont parallèles aux côtés de l'élément. Le déplacement imposé est de 0,55 mm. L'élément continu de membrane renforcé par quatre connecteurs de rigidité  $K_c = 20 \text{ Nmm}^{-1}$ . La masse volumique de l'élément hybride est de  $9,766 \cdot 10^{-10} \text{ Tmm}^{-3}$ . L'élément membrane possède un comportement élastique isotrope de module d'élasticité  $E = 20 \text{ MPa}$ , un coefficient de poisson  $\nu = 0,3$  et une épaisseur  $e = 0,1 \text{ mm}$ . Les conditions aux limites et les rigidités imposées sont illustrées figure 3.7. Le tableau 3.1 récapitule les données numériques utilisées pour le test. La résolution s'effectue en quelques secondes (15 s). La figure 3.8 représente la réponse de  $F = f(d)$  correspondant à l'équation 3.37 et la réponse numérique donnée par la routine VUMAT-HEIL. Comme attendu, la courbe est linéaire et correspond en tout point à la solution analytique d'une force totale maximale de l'ordre de 11,6 N. Dans un second temps, nous avons réalisé le même test que le premier pré-

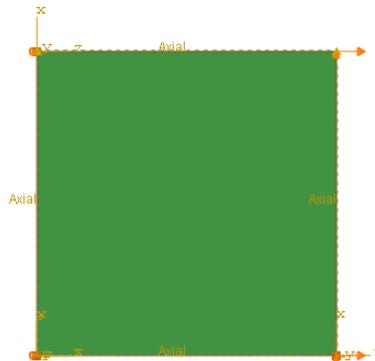


FIGURE 3.7 – Modèle de cellule élémentaire en tension, conditions aux limites

Taille d'élément	masse volumique	$E$	$\nu$	$e$	$K_c$
1 mm	$9,766 \cdot 10^{-10} T mm^{-3}$	20 MPa	0,3	0,1 mm	$20 N mm^{-1}$

Tableau 3.1 – Paramètres numérique du modèle

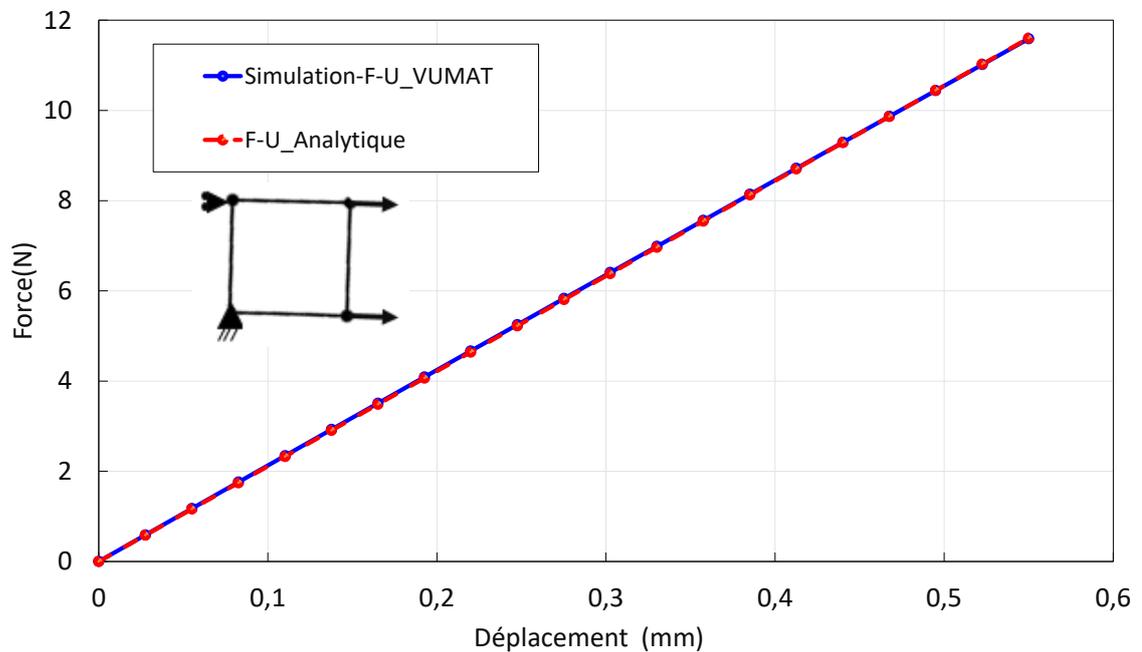


FIGURE 3.8 – Évolution de la tension en fonction du déplacement

senté ci-dessus, mais cette fois-ci sans connecteurs. Le but est d'abord de montrer la cohérence entre les résultats donnés par Abaqus et ceux donnés par la routine VUMAT-HEIL. En terme de

valeur de contrainte calculée :

Approche EF (élastique, explicite) :

$$\sigma_{f=} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 13,83 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \text{ MPa} \quad (3.50)$$

Approche Hybride élastique (VUMAT-HEIL, explicite) :

$$\sigma_{f=} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 13,83 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \text{ MPa} \quad (3.51)$$

Les contraintes de tension obtenues correspondent exactement à la solution attendue dans le cas d'une loi reliant les contraintes de Cauchy et les déformations logarithmiques. Les résultats obtenus sont justes et cohérents.

### Cas du cisaillement

Nous simulons ici une configuration analogue à l'essai de cadre décrit dans le chapitre 1. Nous appliquons une cinématique similaire à une cellule de dimension  $l_0$ , de  $1 \text{ mm} \times 1 \text{ mm}$ , et d'épaisseur  $e = 0,1 \text{ mm}$  (figure 3.9). Le tableau 3.2 récapitule les données numériques utilisées pour ce test. Le déplacement imposé suivant la direction 2 est de  $0,55 \text{ mm}$ . Nous comparons les résultats donnés par Abaqus (élastique, explicite) et les résultats donnés par VUMAT-HEIL est décrite dans la figure 3.10. Les deux approches correspondent parfaitement. Une étude de sensibilité a été effectuée sur la valeur de la rigidité. Elle montre dans le cas du cisaillement pur, que le comportement de l'élément est pris en charge par l'élément continu, et est indépendant des connecteurs même pour des valeurs élevées de  $K_c$  (rigidité de chaque connecteur)(figure 3.11 ). la réponse de la force en fonction du déplacement reste indépendante de la rigidité des connecteurs. Dans ce cas, le cisaillement est pris seulement en charge par l'élément continu de comportement élastique isotrope. Pour les contraintes calculées les deux approches donnent des résultats similaires. Approche EF, élastique, explicite :

$$\sigma_{f=} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -10,47 \\ -10,47 \\ 10,66 \end{Bmatrix} \text{ MPa} \quad (3.52)$$

Approche Hybride élastique VUMAT-HEIL, explicite :

$$\sigma_f = \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -10,47 \\ -10,47 \\ 10,66 \end{Bmatrix} \text{ MPa} \quad (3.53)$$

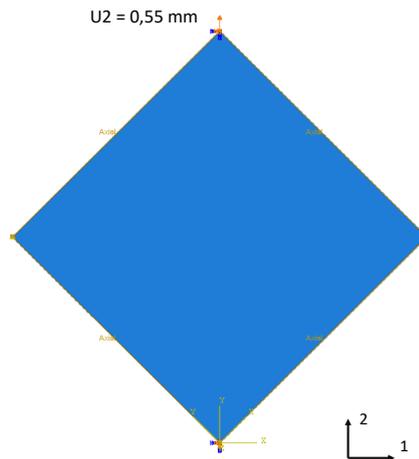


FIGURE 3.9 – Modèle de cellule élémentaire en cisaillement, conditions aux limites

Taille d'élément	masse volumique	$E$	$\nu$	$e$	$K_c$
1 mm	$9,766 \cdot 10^{-10} \text{ T mm}^{-3}$	20 MPa	0,3	0,1 mm	$500 \text{ N mm}^{-1}$

Tableau 3.2 – Paramètres numérique du modèle de cisaillement élémentaire

### Test de traction biais "Bias test"

Pour la validation du modèle hybride discret élastique en traction biais, une étude comparative a été effectuée en utilisant les dimensions et les paramètres des travaux de Najjar et de Téphany [Najjar, 2012, Tephany, 2014], respectivement pour un renfort G1151 et un renfort lin. Dans les deux cas, les essais sont effectués pour un déplacement linéaire de 50 mm. Les différents résultats de validation de VUMAT-HEIL sont présentés par les figures 3.12 et 3.13, pour le renfort G1151, et les figures 3.14 et 3.15 pour le renfort de lin. Dans les deux cas les valeurs des angles de cisaillement et de déformations, donnée par le modèle numérique sont très proche des valeurs de la bibliographie. Par exemple, pour le renfort G1151, l'écart relatif pour la valeur maximale est de 0,07%. Le même constat peut être faite pour l'évolution de la force en fonction du déplacement.

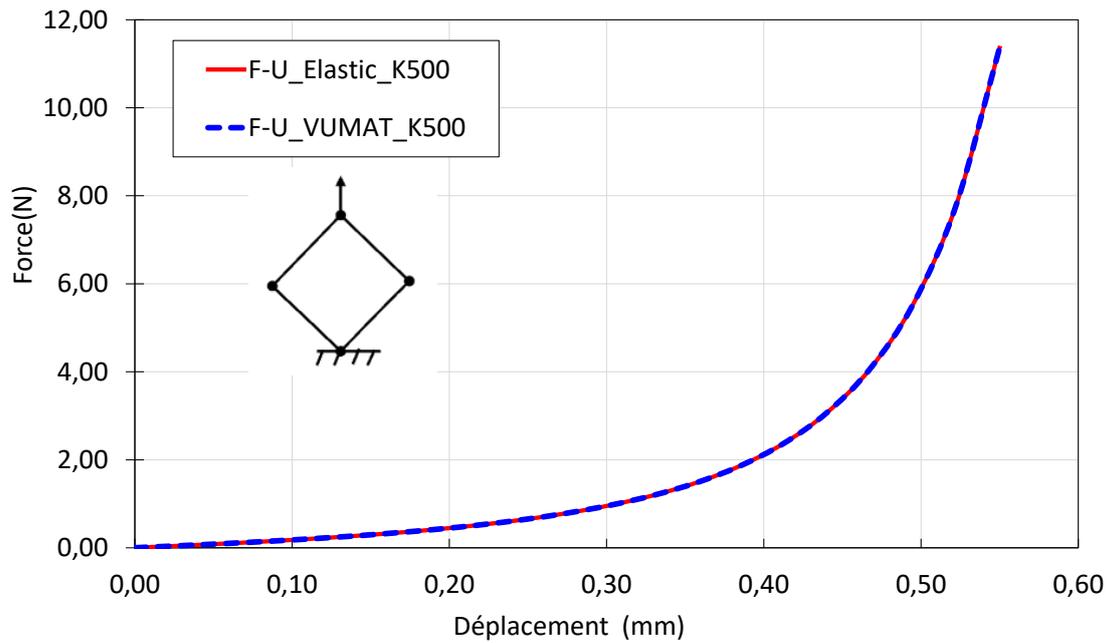


FIGURE 3.10 – Réponse force fonction du déplacement pour une cellule élémentaire sollicitée en cisaillement pur.

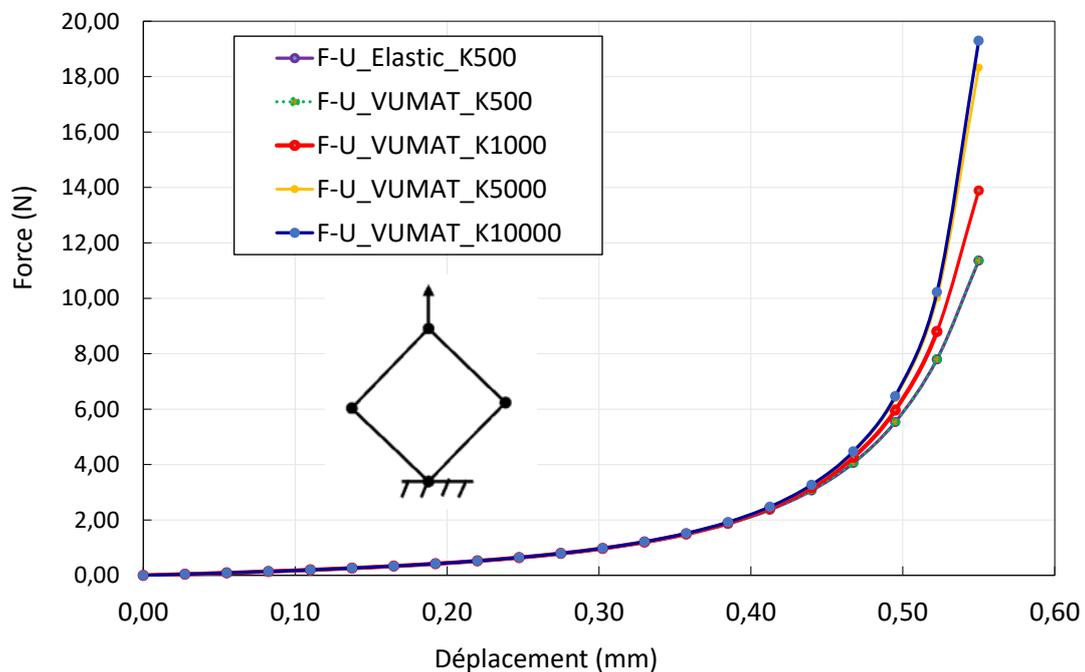


FIGURE 3.11 – Analyse de sensibilité du comportement en cisaillement d'une cellule élémentaire en fonction de la raideur des connecteurs

#### 3.4.2.4 Identification des paramètres des connecteurs

Dans cette partie, nous nous intéressons à l'identification des paramètres des éléments du modèle hybride discret pour le cas du renfort objet de l'étude 48600 C 1300.

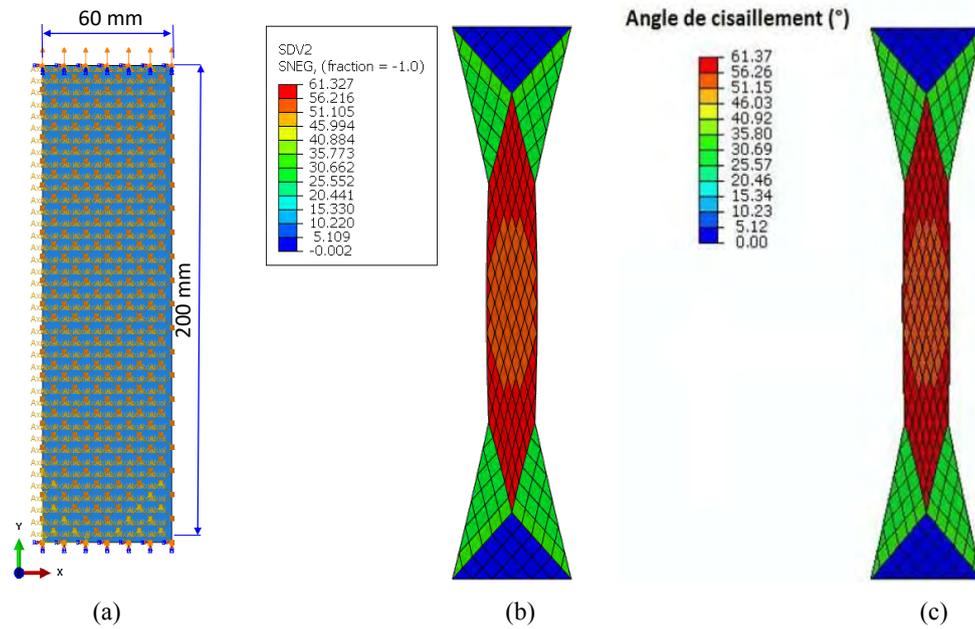


FIGURE 3.12 – Validation de VUMAT HEIL : (a) modèle numérique, (b) Résultat VUMAT hybride élastique, (c) Modèle de Najjar [Najjar, 2012]

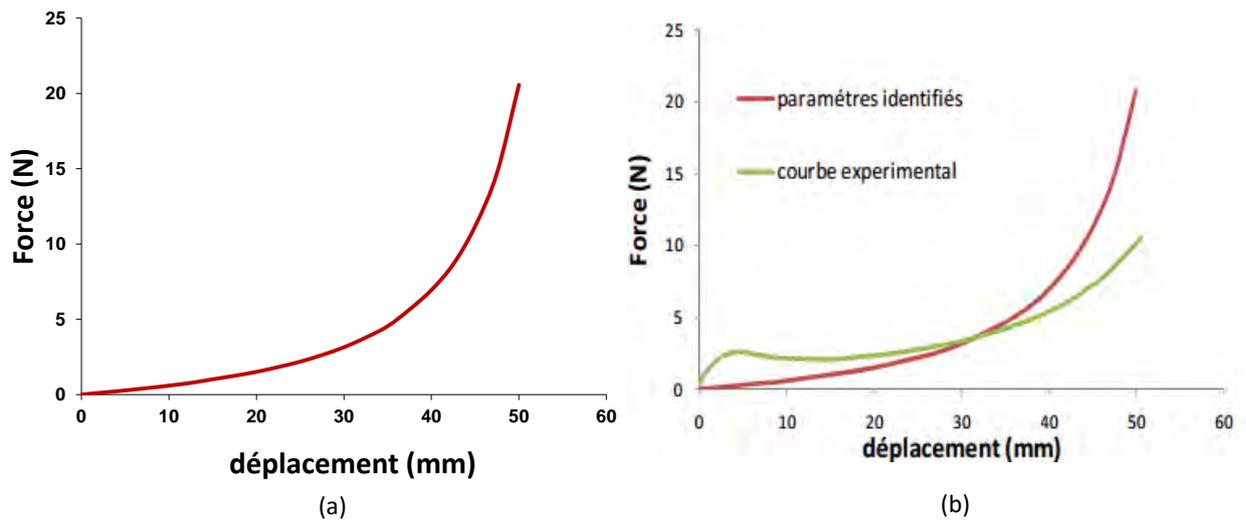


FIGURE 3.13 – Validation de VUMAT HEIL : (a) Résultat VUMAT hybride élastique, (b) Modèle de Najjar [Najjar, 2012]

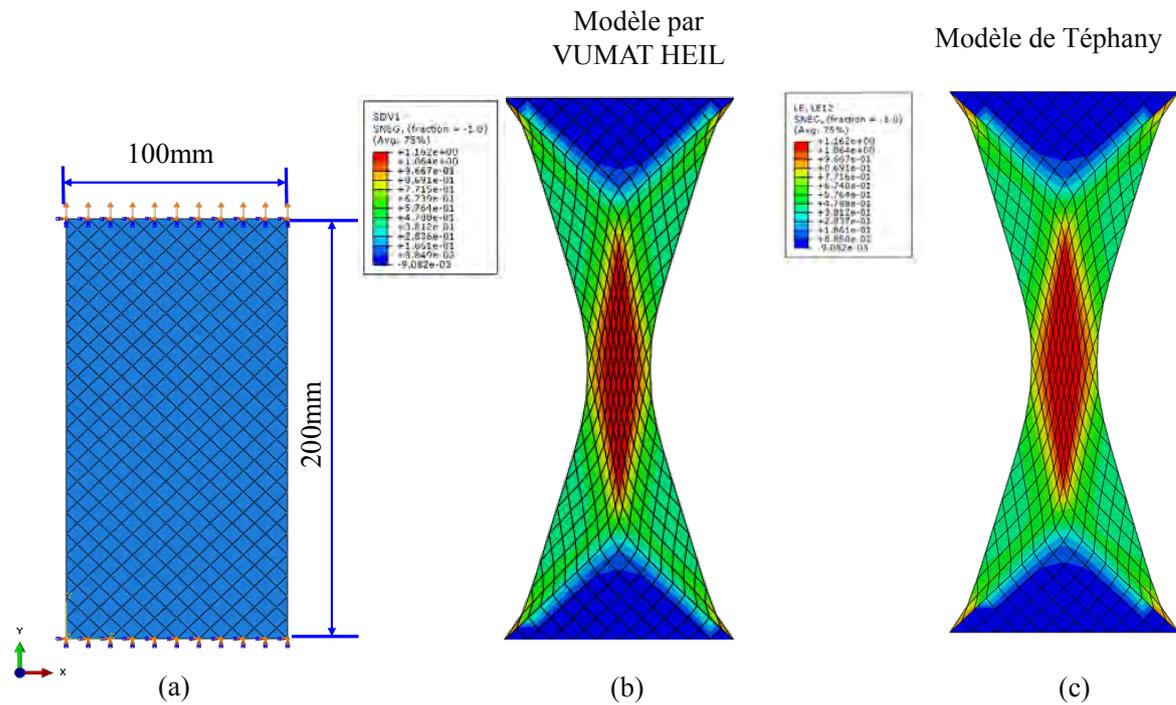


FIGURE 3.14 – Validation de VUMAT HEIL : (a) modèle numérique, (b) Résultat VUMAT hybride élastique, (c) Modèle de Téphany [Téphany, 2014]

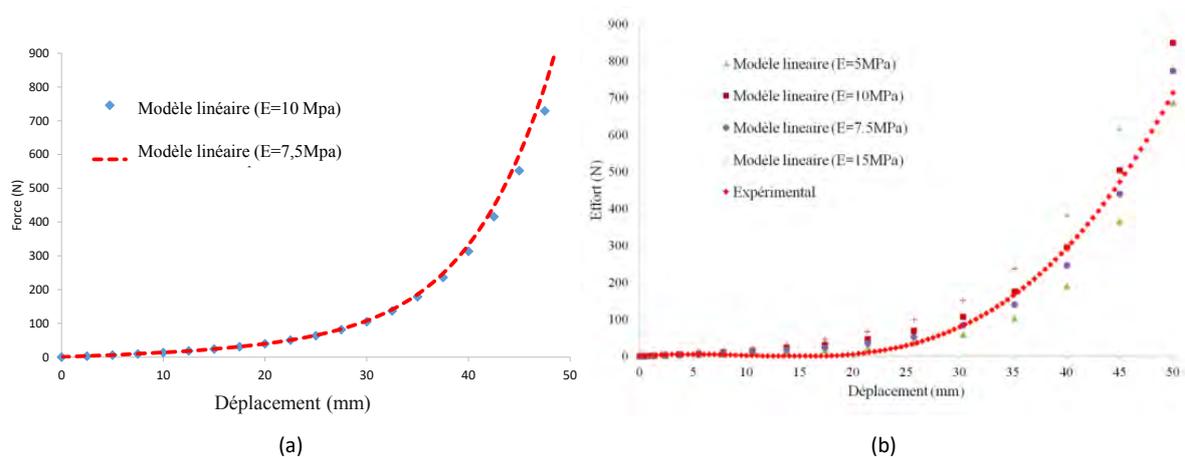


FIGURE 3.15 – Validation de VUMAT HEIL : (a) Résultat VUMAT hybride élastique, (b) Modèle de Téphany [Téphany, 2014]

Taille d'élément	masse volumique	$E$	$\nu$	$e$	$K_c$
7,07 mm	$9,766 \cdot 10^{-10} T mm^{-3}$	12,5 MPa	0,16	0,005 mm	$20003 N mm^{-1}$

Tableau 3.3 – Traction en biais : Paramètres identifiés par Najjar, pour le renfort G1151 [Najjar, 2012]

Taille d'élément	masse volumique	$E$	$\nu$	$e$	$K_c$
7,07 mm	$8 \cdot 10^{-10} T mm^{-3}$	7,5 MPa	0,3	0,1 mm	$608 N mm^{-1}$

Tableau 3.4 – Traction en biais : Paramètres identifiés par Téphany, pour le renfort lin [Téphany, 2014]

### Cas linéaire

L'essai de traction uniaxiale à  $0^\circ$  et à  $90^\circ$  vise à identifier la rigidité du tissu  $K_t$ . La raideur du tissu  $K_t$  est déterminé en utilisant la pente moyenne de la partie linéaire de la courbe de traction du tissu. Après la discrétisation par élément fini de l'échantillon (figure 3.16), nous déduisons la raideur locale  $K_c$  en fonction du nombre de connecteurs longitudinaux et transversaux de l'éprouvette. Elle peut être également exprimée en fonction des dimensions d'échantillon, et de la taille de l'élément  $l_0$  comme suit :

$$K_c = K_t \cdot \frac{N}{n+1} = K_t \cdot \frac{X}{Y+l_0} \quad (3.54)$$

Avec :

$N$ , le nombre de connecteurs dans la direction  $x$ ,

$n$ , le nombre de connecteurs dans la direction  $y$ ,

$l_0$ , la taille du connecteur et du côté de la cellule unitaire,

$X$ , la longueur de l'échantillon de traction,

$Y$ , la largeur de l'échantillon.

Le modèle numérique a été réalisé à l'aide de script python (voir annexe 2) et est conçu pour être exécuté via l'interface de commande Abaqus. Pour cela les étapes suivantes sont exécutées :

- création d'une surface selon les dimensions initiales de l'échantillon,
- création d'une partition qui subdivise la surface en sous-surfaces ayant la même taille que l'élément hybride,
- création des connecteurs entre les nœuds selon l'orientation des tissus,
- génération d'un maillage (membrane ou coque).

Pour le cas de tissu 48 600 C 1300, la rigidité calculée pour le tissu est de  $K_t = 4897 N mm^{-1}$  en fonction de toutes les caractéristiques présentées dans la section 4 du chapitre 2. Intéressons

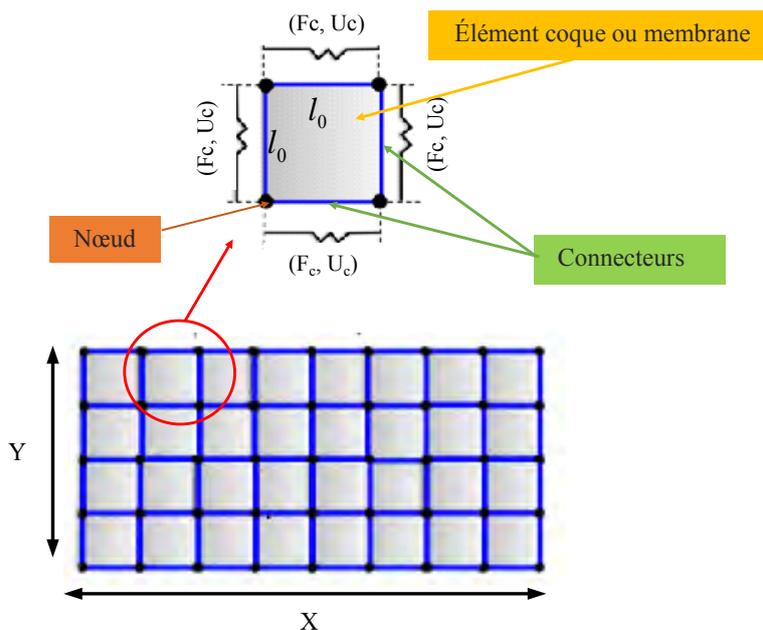


FIGURE 3.16 – Décomposition de l'éprouvette de traction

nous maintenant à l'identification de la rigidité du connecteur  $K_c$ . Un modèle numérique de traction a été élaboré avec 15 200 *connecteurs* (figure 3.17-b). Les conditions aux limites sont données sur la figure 3.17-a). La taille des éléments est de  $l_0 = 1 \text{ mm}$ . La rigidité du connecteur est de  $K_c = 14402 \text{ N mm}^{-1}$ . Une étude de sensibilité de la taille des éléments a été effectuée dans le cas linéaire. Trois valeurs ont été évaluées ( $l_0 = 1, 2 \text{ et } 5 \text{ mm}$ ). On constate que les réponses numériques sont quasiment parallèles à la partie linéaire de la réponse expérimentale du tissu (figure 3.18). Nous en déduisons que la réponse en traction de la structure est indépendante de la taille de l'élément. Néanmoins, l'approche linéaire semble insuffisante pour caractériser le comportement en tension du renfort 48600 C1300. En effet la courbe de traction de ce renfort montre une forte non-linéarité au début de l'essai de traction. Afin de tenir compte de ce phénomène, un modèle polynomial du comportement des connecteurs sera adopté pour décrire de comportement initial de tissu.

### Cas non linéaire

Cette approche consiste à prendre en considération le début de la courbe force-déplacement identifié expérimentalement par l'intermédiaire d'une fonction polynomiale adaptée. Nous avons utilisé la méthode des moindres carrés pour recalculer le modèle sur la courbe expérimentale. Une méthodologie essai / erreur nous a permis d'évaluer comme suffisant le choix d'un ordre 4 pour

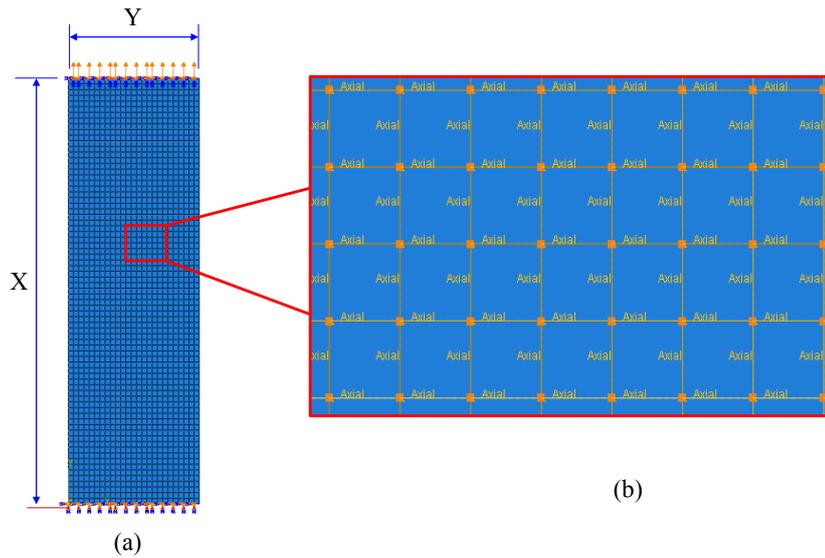


FIGURE 3.17 – Modèle numérique de l'essai de traction, (a) configuration générale et conditions aux limites, (b) Maillage et mise en position des connecteurs

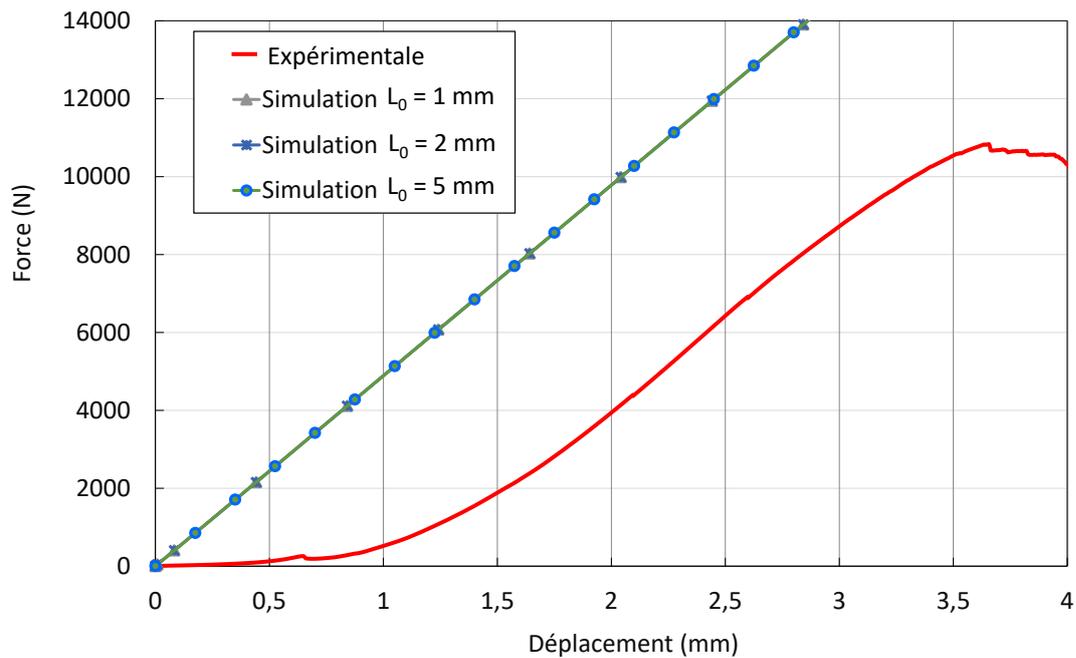


FIGURE 3.18 – Essai de biais, courbe de force-déplacement : sensibilité par rapport à la taille des éléments

le modèle de comportement. Il aura donc pour forme générale :

$$F_t = a_0 + a_1 \cdot u_t + a_2 \cdot u_t^2 + a_3 \cdot u_t^3 + a_4 \cdot u_t^4 \quad (3.55)$$

La rigidité non linéaire associée au connecteur est calculée à partir du comportement globale en tension de l'éprouvette  $F_t$ . Le lien entre les grandeurs globales ( $F_t, u_t$ ) et locale ( $F_c, u_c$ ), pour chacun des connecteurs sont définies à partir des formulations suivantes :

$$u_c = \frac{1}{N}u_t ; F_c = \frac{1}{n+1}F_t ; N = \frac{X}{l_0} \text{ et } n = \frac{Y}{l_0} \quad (3.56)$$

où  $X$  est la longueur de l'éprouvette de traction et  $Y$  sa largeur.

$N$  et  $n$  sont les nombres des connecteurs respectivement dans les deux directions  $x$  et  $y$ .

$l_0$  est la taille du connecteur et de l'élément unitaire.

Pour nos essais de traction les coefficients polynomiaux sont :

$$a_0 = -3446 ; a_1 = 19,75 ; a_2 = 123,13 ; a_3 = 573 ; a_4 = -170,85.$$

Ainsi, le comportement global de l'éprouvette s'écrit sous la forme :

$$F_t = -3,446 + 19,75u_t + 123,13u_t^2 + 573u_t^3 - 170,85u_t^4 \quad (3.57)$$

Dans ce cas, les essais de traction uniaxiale ont été simulés en implémentant les paramètres non linéaires identifiés, pour une éprouvette de dimensions ( $150 \text{ mm} \times 50 \text{ mm}$ ) et une dimension de l'élément  $l_0 = 1 \text{ mm}$ . En dynamique explicite, on impose un déplacement  $U = 3,9 \text{ mm}$ , revenant à une vitesse de déplacement constante. Le nombre de connecteurs selon les directions  $Y$  et  $X$  sont respectivement  $N = 150$  et  $n = 50$ . La figure 3.19 présente les résultats entre les deux réponses numériques et expérimentales. Nous observons une bonne concordance ces résultats. La courbe de réponse non linéaire d'un connecteur est alors donnée figure 3.20.

### 3.4.2.5 Identification inverse des paramètres de élément continu

Le comportement de cisaillement dans le plan est géré par les paramètres du membrane. Pour le cas du comportement élastique isotrope, ces paramètres se décomposent en :

- les paramètres du matériau élastique isotrope ( $E, \nu$ )
- le paramètre de la section, i-e l'épaisseur de la membrane ( $e$ )

L'identification des paramètres du membrane a été réalisé par une méthode inverse, en recalant de la courbe force-déplacement obtenu par l'essai numérique biais et de la partie de courbe expérimentale limitée à la joue chargement maximal défini. L'identification des trois paramètres du membrane est réalisée pour le cas non linéaire de comportement des connecteurs, suivant le

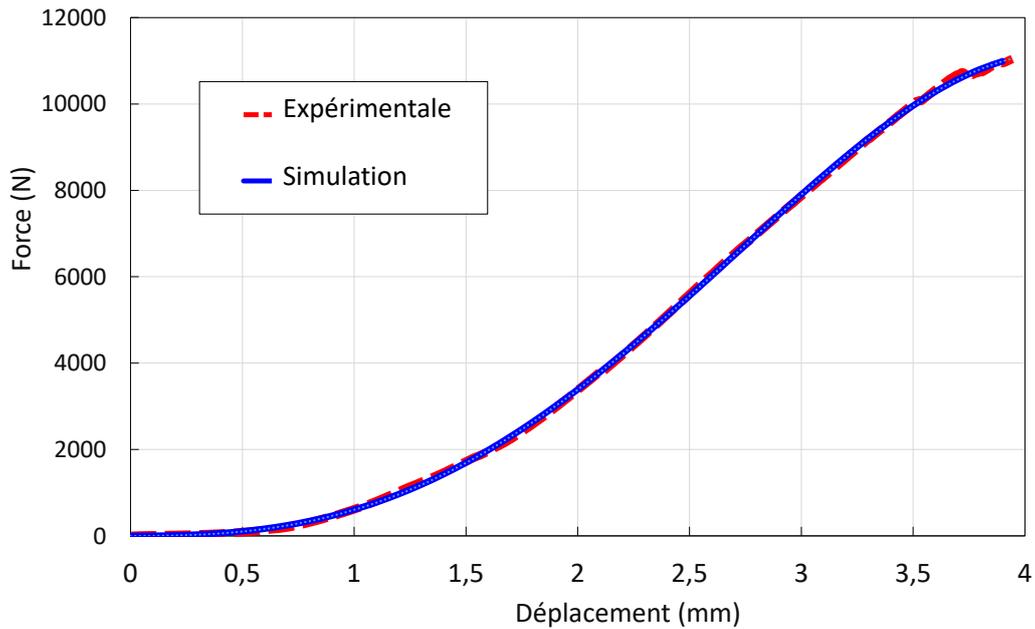


FIGURE 3.19 – Courbe de Force-déplacement : expérimentale et numérique de l’essai de traction

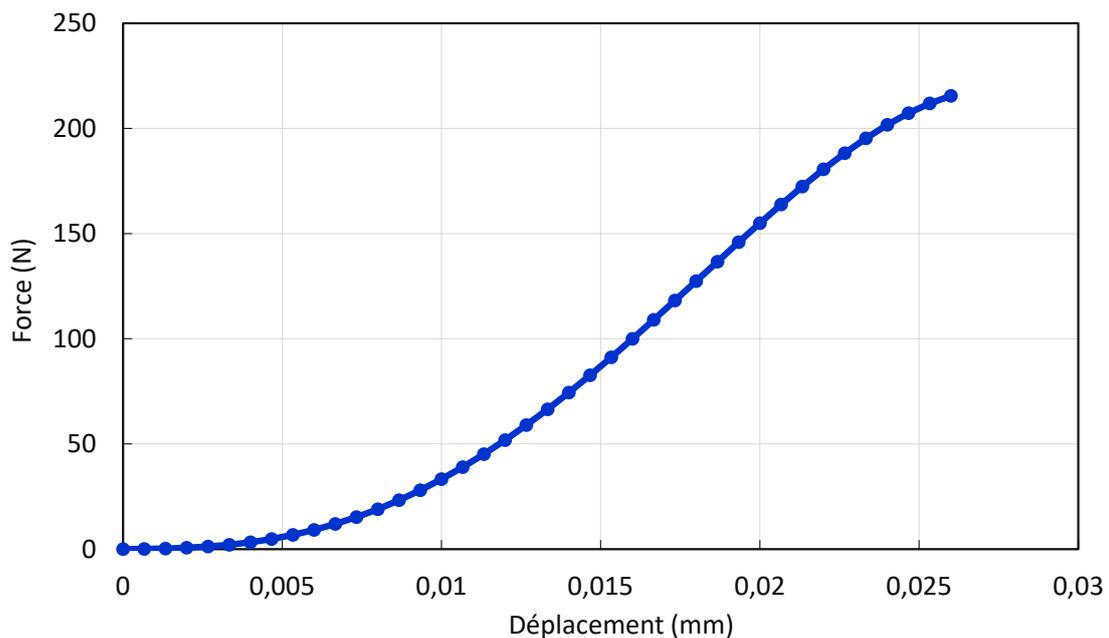


FIGURE 3.20 – Courbe caractéristique d’un connecteur (Fc-Uc)

modèle considéré (équation 3.57).

Une étude de sensibilité des paramètres de simulation numérique a été effectuée. En premier lieu, la sensibilité à la taille d’élément a été évaluée dans le cas de rigidité linéaire (figure 3.21). Deux simulations de l’essai de traction avec des maillages différents ont été réalisées. Le

premier maillage est composé d'éléments de dimension  $1\text{ mm} \times 1\text{ mm}$ , tandis que le second concerne des dimensions de  $5\text{ mm} \times 5\text{ mm}$ . Cette analyse montre que le maillage influe sur le comportement en tension. Le choix d'un maillage plus fin permet d'observer le comportement en tension de manière plus précise et localisée. Pour le cas d'une rigidité non linéaire des connecteurs, le temps de calcul est très important. Pour des raisons d'optimisation de temps de calcul, la taille de l'élément retenu est  $2\text{ mm} \times 2\text{ mm}$ , pour la procédure d'identification. Dans un

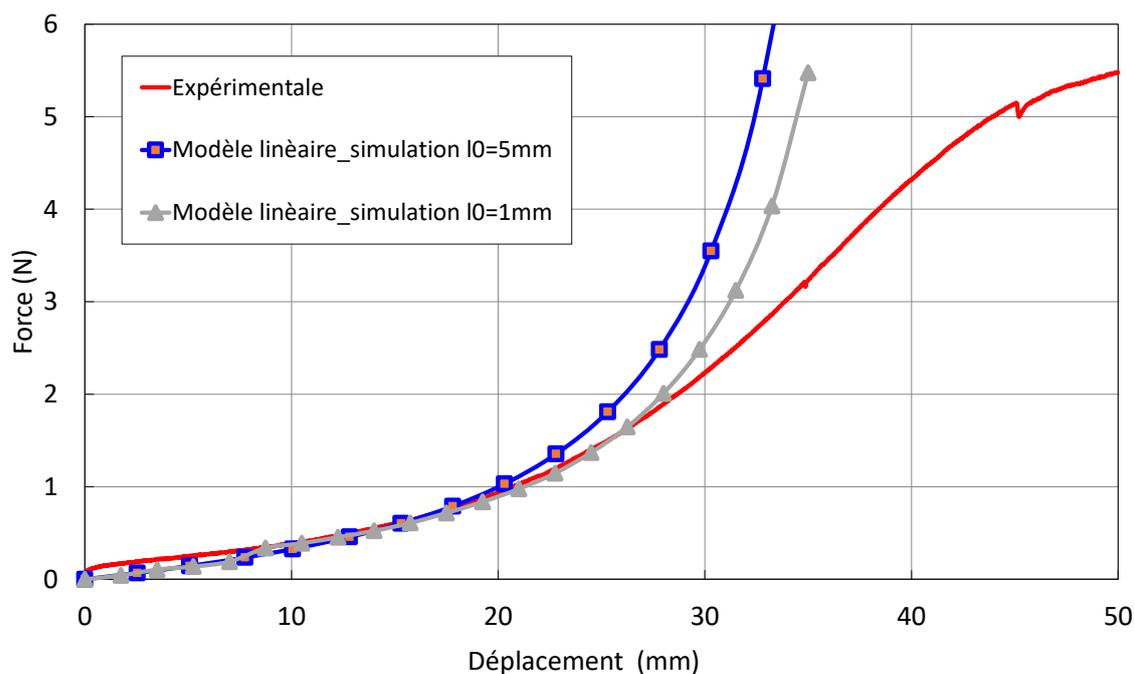


FIGURE 3.21 – Sensibilité de la courbe  $F(d)$  en fonction de la taille de maille : pour le cas d'une rigidité linéaire

second temps la sensibilité vis à vis des du module d'Young a été évaluée. La figure 3.22 donne la réponse force en fonction du déplacement de l'éprouvette. Ces résultats montrent l'effet significatif de la valeur du module  $E$  sur le cisaillement de l'élément continu. L'augmentation du module d'élasticité conduit donc à une contribution de plus en plus significative pour l'élément continu.

Le troisième cas correspond à l'étude de la sensibilité vis à vis de l'épaisseur l'élément continu. La figure 3.23 montre un effet significatif de l'épaisseur pour ce modèle. Enfin le dernier test correspond à l'étude de l'influence de la masse volumique (figure 3.24). Il apparait qu'elle n'a pas d'influence significative sur le résultat global. Néanmoins, ce paramètre a une influence majeure sur les temps de calcul. Enfin, les valeurs optimisés pour la simulation avec les connecteurs non linéaires sont récapituler dans le tableau 3.5 :

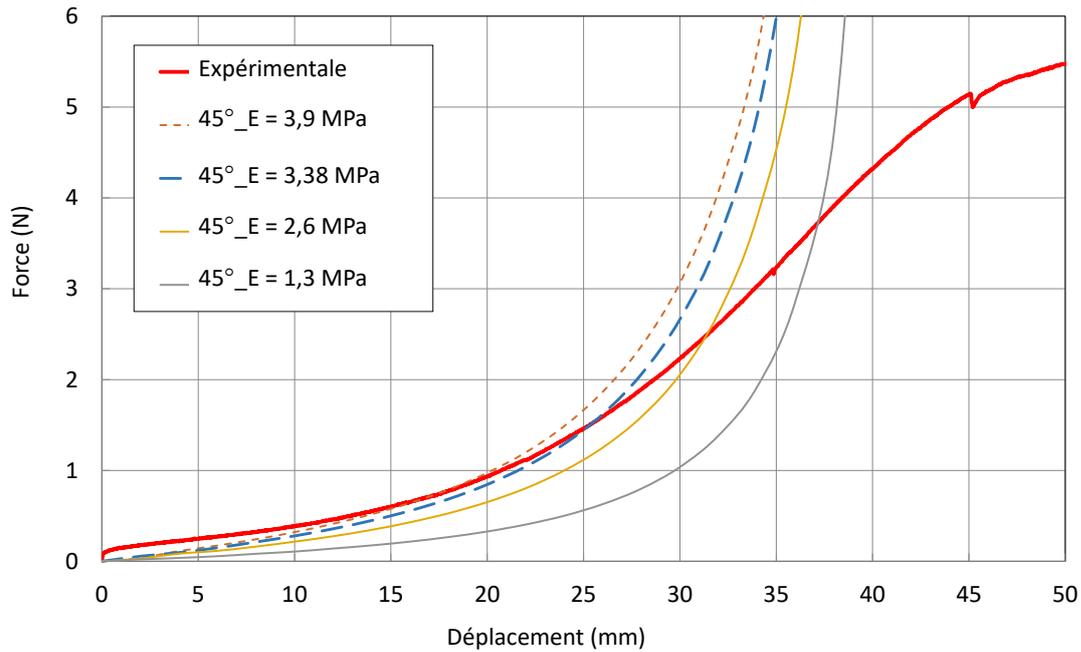


FIGURE 3.22 – Effet de la variation du module d’Young (E) sur la courbe Force/déplacement pour le bias test

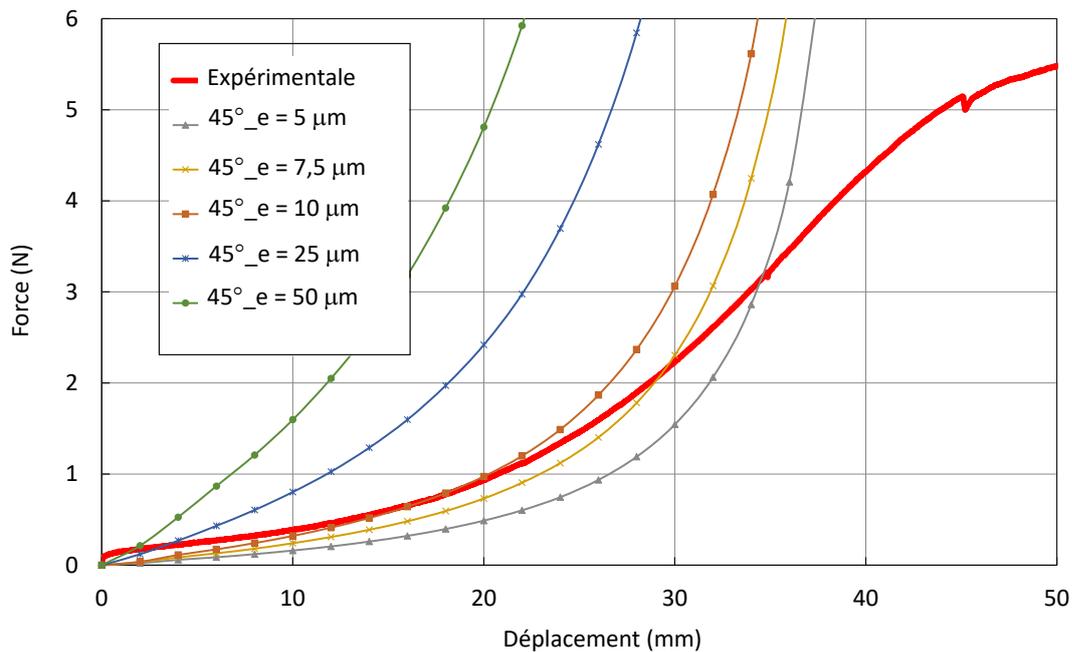


FIGURE 3.23 – Effet de la variation de l’épaisseur (e) sur la courbe force/déplacement pour le Biais test.

Taille d’élément	masse volumique	$E$	$\nu$	$e$	$K_c$
2 mm	$9,766 \cdot 10^{-6} T mm^{-3}$	3,9 MPa	0,3	0,01 mm	$K = f(u_c)$ (eq.3.57)

Tableau 3.5 – Paramètres optimisés pour la simulation avec des connecteurs non linéaires

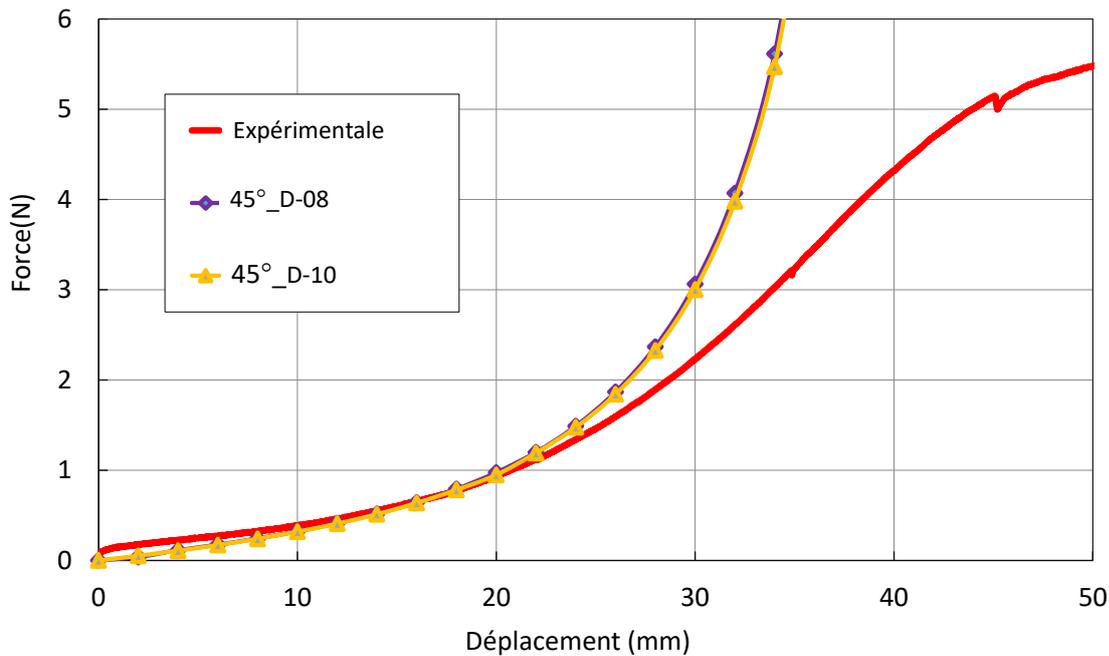


FIGURE 3.24 – Biais test : effet de l'augmentation de la densité de matériau

### 3.4.2.6 Synthèse pur le modèle hybride discret élastique isotrope

Le modèle hybride discret est essentiellement basé sur l'association d'élément continu élastique isotrope (cisaillement) et des connecteurs spécifiques (rigidité en tension linéaire ou non linéaire). Après la validation numérique de ce modèle, nous constatons la non robustesse du modèle avec les trois paramètres à travers la courbe Force/déplacement dans le cas d'essai de cisaillement. Par ailleurs, l'épaisseur identifiée n'a de signification physique, ce qui pose à priori un problème.

Dans la suite nous allons chercher à développer un modèle permettant de :

- considérer une loi de comportement hypoélastique pour suivre l'orientation des fibres en grande déformation et traiter les non-linéarités matérielles,
- tenir compte de la rigidité non linéaire en cisaillement (voir chapitre 2 : détermination de module de cisaillement), dont l'objectif est de gérer un comportement en cisaillement plus réaliste que celui approché par un polynôme,
- optimiser le temps de calcul.

Nous avons fait le choix dans cette étude, d'implémenter un comportement hypoélastique pour la coque, ce qui permet de limiter les paramètres du modèle discret élastique isotrope tout en restant proche de la physique du problème.

### 3.4.3 Modèle hybride discret hypoélastique

#### 3.4.3.1 Concept du modèle

Le modèle hybride hypoélastique discret du tissu est construit à l'aide d'un maillage de connecteurs non linéaires et d'éléments membrane. L'élément non linéaire représente la contribution des fils en traction. La loi de comportement associée est élastique non linéaire de raideur  $K(u)$ . Les éléments membranes tiennent compte uniquement de la résistance au cisaillement du tissu et ont une rigidité à la traction nulle. L'idée est de conserver la contribution des connecteurs pour le cas de tension des fibres, et d'ajouter le comportement hypoélastique pour le suivi de leurs orientations, et la détermination des contraintes. Le modèle proposé comprend respectivement les paramètres suivants : la dimension de l'élément, la rigidité des connecteurs  $(F_c, U_c)$ , la rigidité dans le plan  $(E_{11}, E_{22})$ , le module de cisaillement,  $G_{12}$  et l'épaisseur des éléments continus  $e$ .

#### 3.4.3.2 Développement de l'approche hybride hypoélastique

Dans un premier temps, nous rappelons les notions de bases des modèles hypoélastiques. La formulation de l'hypoélasticité repose sur une dérivée objective du tenseur des contraintes de Cauchy. C'est une fonction de l'état actuel des contraintes et du taux de déformation  $\underline{\underline{D}}$ . Elle est couramment utilisée pour tous les types de comportement non linéaire de matériau (cf. chapitre 1). Il faut définir la forme du tenseur de comportement du quatrième ordre  $\underline{\underline{C}}$  et garantir l'objectivité de  $\underline{\underline{\sigma}}^\nabla$ . Autrement dit, il faut calculer dans un repère lié à la matière, le tenseur des contraintes de Cauchy. L'équation 3.25 est traduite par la situation décrite figure 3.25 : au début, le tenseur  $\underline{\underline{\sigma}}$  est renversé vers le point de vue du repère tourné avec la rotation opposée  $\underline{\underline{Q}}^T$ , puis dérivé. Finalement, la configuration est à nouveau renversée par la rotation  $\underline{\underline{Q}}$ . La dérivée est objective car elle correspond à un observateur animé de la rotation  $\underline{\underline{Q}}$  [Badel et al., 2009]. En mécanique des milieux continus en grandes transformations, il existe différentes alternatives pour suivre rigoureusement la matière. Parmi elles les dérivées de Green-Naghdi et de Jaumann sont très largement utilisées dans les codes de calcul. Elles utilisent les éléments suivants :

- pour Green Naghdi, la rotation polaire  $\underline{\underline{R}}$  issue de la décomposition polaire du gradient de la transformation  $\underline{\underline{F}} = \underline{\underline{R}} \cdot \underline{\underline{U}}$
- pour Jaumann, la rotation  $\underline{\underline{R}}_s$  du repère corotationnel. Ce repère est défini par son taux de rotation instantané  $\underline{\underline{\Omega}}$  issue de la décomposition du gradient des vitesses données

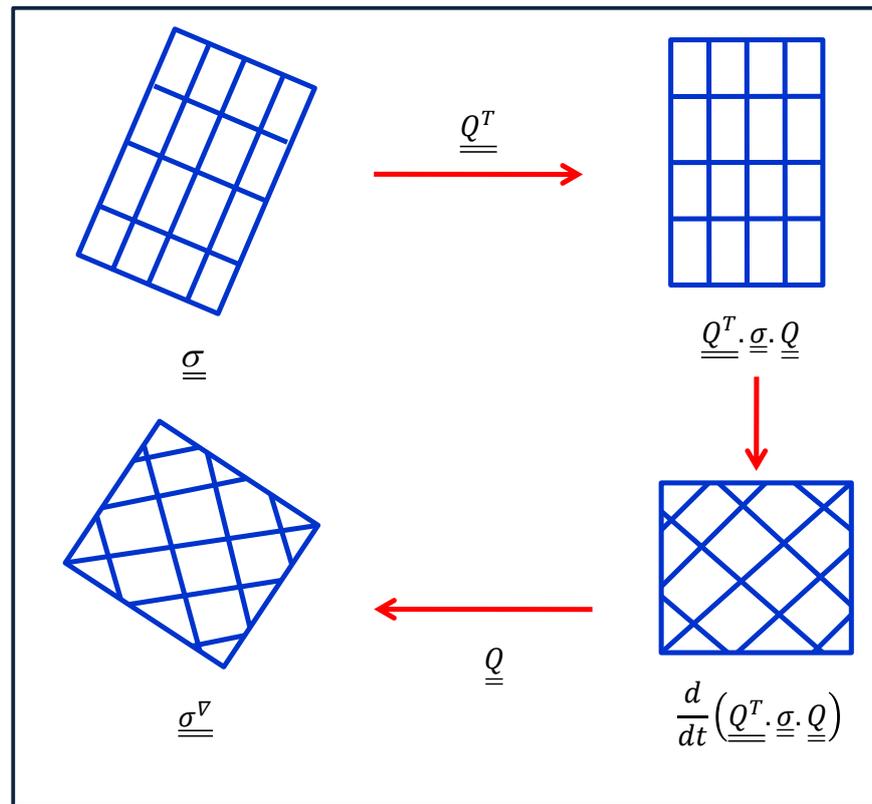


FIGURE 3.25 – Dérivée objective du contrainte

par l'équation 3.13. Il permet de considérer un repère de dérivation tournant à la même vitesse moyenne que la matière.

Le code ABAQUS propose, l'une au l'autre des deux dérivées, Green-Naghdi ou de Jaumann. Une adaptation est nécessaire pour utiliser une dérivée liée à la direction des fibres. La dérivée objective utilisée est une dérivée en rotation de Green-Naghdi (GN).

$$\underline{\underline{Q}} = \underline{\underline{R}} \quad (3.58)$$

Nous resterons dans le cadre général d'une dérivée objective  $\underline{\underline{\sigma^V}}$  basé sur une rotation  $R$  avec la base associée  $\{GN_{1,2}\}$  : le principe consiste à utiliser la formule d'actualisation des contraintes en prenant soin de fournir le tenseur de comportement en projection dans la base  $\{GN_{1,2}\}$ . Pour cela une manipulation est nécessaire car celui-ci n'est de forme connue qu'en projection dans  $\{F_{1,2}\}$  [Hagege, 2004]. Le tenseur constitutif  $\underline{\underline{C}}$  est orienté le long de la direction de la fibre. Il est recommandé de mettre à jour les directions de la fibre actuelle de sorte que les lois de comportement soit écrites correctement. Une fois les directions de la fibre mises à jour, il

devient possible de transformer la déformation de la base Green-Naghdi  $\{GN_{1,2}\}$  (la base de travail d'ABAQUS / explicit est utilisé dans ce travail).

Le point de départ est le tenseur du gradient de la transformation  $\underline{\underline{F}}$  et le tenseur d'élongation pure à droite  $\underline{\underline{U}}$  qui sont fournis par Abaqus. Il est alors possible de calculer le tenseur de rotation polaire  $\underline{\underline{R}}$ . Ce tenseur est la partie orthogonale de  $\underline{\underline{F}}$  dans la décomposition polaire. Il est, d'autre part, unique et représente la rotation moyenne de la matière, autrement dit, la moyenne des rotations de chaque fibre matérielle passant par le point matériel considéré. À chaque point, la décomposition polaire  $\underline{\underline{F}}$  donne :

$$\underline{\underline{R}} = \underline{\underline{F}} \cdot \underline{\underline{U}}^{-1} \quad (3.59)$$

Nous écrivons l'équation 3.59 sous la forme matricielle dans la base initiale par :

$$[\underline{\underline{R}}]_{\{GN_i^0 \otimes GN_i^0\}} = [\underline{\underline{F}}]_{\{GN_i^0 \oplus GN_i^0\}} \cdot [\underline{\underline{U}}]_{\{GN_i^0 \otimes GN_i^0\}}^{-1} \quad (3.60)$$

Pour inverser U nous avons utilisé la formule classique suivante :

$$[\underline{\underline{U}}]_{\{GN_i^0 \otimes GN_i^0\}}^{-1} = \det \underline{\underline{U}} \cdot \begin{bmatrix} U_{22} & -U_{12} \\ -U_{21} & U_{11} \end{bmatrix} \quad (3.61)$$

Avec :

$$\det \underline{\underline{U}} = U_{11} \cdot U_{22} - U_{12} \cdot U_{21} \quad (3.62)$$

La base de Green-Naghdi noté  $\underline{\underline{GN}}_{1,2}$  est mise à jour par le transport de la base initiale  $\underline{\underline{GN}}_{1,2}^0$  :

$$\underline{\underline{GN}}_{1,2} = \underline{\underline{R}} \cdot \underline{\underline{GN}}_{1,2}^0 \quad (3.63)$$

Avec :

$$\underline{\underline{GN}}_1^0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \underline{\underline{GN}}_2^0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.64)$$

Les directions des fibres  $\underline{\underline{F}}_{1,2}$  dans les deux directions de tissu sont obtenues à partir du gradient de la transformation  $\underline{\underline{F}}$ .

$$\underline{\underline{F}}_{1,2} = \frac{\underline{\underline{F}} \cdot \underline{\underline{G}}_{1,2}^0}{\left\| \underline{\underline{F}} \cdot \underline{\underline{G}}_{1,2}^0 \right\|} \quad (3.65)$$

Ou encore :

$$\underline{F}_1 = \frac{\underline{F} \cdot \underline{F}_1^0}{\|\underline{F} \cdot \underline{F}_1^0\|} = \frac{\underline{F} \cdot \underline{GN}_\alpha^0}{\|\underline{F} \cdot \underline{F}_\alpha^0\|}; \quad \underline{F}_2 = \frac{\underline{F} \cdot \underline{F}_2^0}{\|\underline{F} \cdot \underline{F}_2^0\|} = \frac{\underline{F} \cdot \underline{GN}_\alpha^0}{\|\underline{F} \cdot \underline{F}_\alpha^0\|} \quad (3.66)$$

Où  $\alpha = 1, 2$

Avec :

$$\underline{F}_1 = \begin{pmatrix} F_{1,1} \\ F_{1,2} \end{pmatrix}; \quad \underline{F}_2 = \begin{pmatrix} F_{2,1} \\ F_{2,2} \end{pmatrix} \quad (3.67)$$

$$\underline{F}_{1,1} = \frac{F_{11}}{\sqrt{F_{11}^2 + F_{21}^2}}; \quad \underline{F}_{1,2} = \frac{F_{21}}{\sqrt{F_{11}^2 + F_{21}^2}}; \quad (3.68)$$

$$\underline{F}_{2,1} = \frac{F_{12}}{\sqrt{F_{12}^2 + F_{22}^2}}; \quad \underline{F}_{2,2} = \frac{F_{22}}{\sqrt{F_{12}^2 + F_{22}^2}}$$

En admettant que les axes des directions initiales des fibres matérielles  $\underline{F}_{1,2}$  coïncident à l'origine avec l'orientation initiale de Green-Naghdi  $G_{1,2}^0$  (figure 3.26). Une fois, les deux direc-

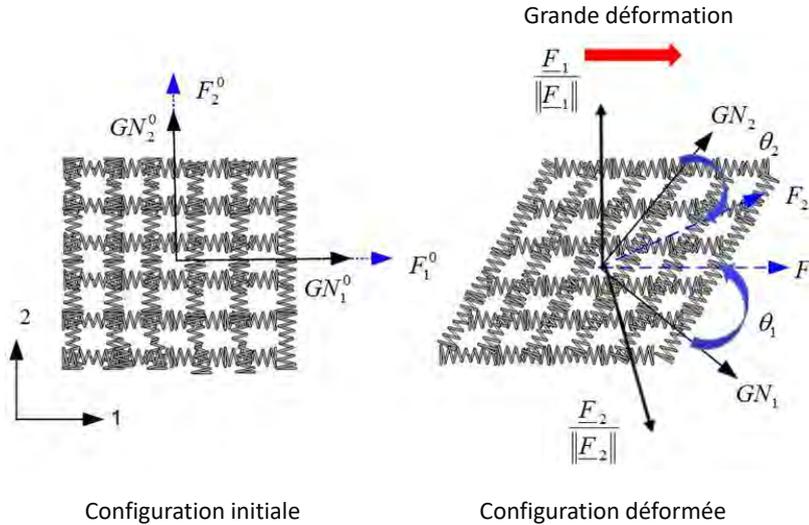


FIGURE 3.26 – Base de Green-Naghdi et base matérielle, avant et après transformation

tions des axes des fibres déterminées, il est alors possible de calculer les incréments de déformation et de contrainte dans les deux directions, puisque les directions des axes des deux fibres ne restent pas orthogonales après déformation. Par conséquent, il est nécessaire de construire deux bases orthogonales, où chacun des axes est défini sur l'une des directions des deux fibres (chaîne ou trame). La première base est  $\left( \underline{F}_1, \frac{\underline{F}_2}{\|\underline{F}_2\|} \right)$  qui forme un angle  $\theta_1$  avec la base de Green

Naghdi ( $\theta_1 = (\underline{GN}_1, \underline{F}_1)$ ). De même la seconde base est  $(\underline{F}_2, \frac{\underline{F}_1}{\|\underline{F}_1\|})$  qui forme un angle  $\theta_2$  avec la base de Green Naghdi tel que  $\theta_2 = (\underline{GN}_2, \underline{F}_2)$ .

La figure 3.26 montre les bases de Green-Naghdi et matérielles avant et après transformation. Les angles entre les deux fibres indépendantes et les axes orthogonaux  $GN$  peuvent être déterminés à partir des définitions trigonométriques :

$$\cos \theta_{1,2} = \frac{GN_{1,2} \cdot \underline{F}_{1,2}}{\|\underline{GN}_{1,2}\| \cdot \|\underline{F}_{1,2}\|} \quad (3.69)$$

et

$$\sin \theta_{1,2} = \frac{GN_{1,2} \times \underline{F}_{1,2}}{\|\underline{GN}_{1,2}\| \cdot \|\underline{F}_{1,2}\|} \quad (3.70)$$

Avec :

$$\underline{GN}_1 = \begin{pmatrix} \underline{GN}_{1,1} \\ \underline{GN}_{1,2} \end{pmatrix}; \underline{F}_1 = \begin{pmatrix} \underline{F}_{1,1} \\ \underline{F}_{1,2} \end{pmatrix} \quad (3.71)$$

$$\underline{GN}_2 = \begin{pmatrix} \underline{GN}_{2,1} \\ \underline{GN}_{2,2} \end{pmatrix}; \underline{F}_2 = \begin{pmatrix} \underline{F}_{2,1} \\ \underline{F}_{2,2} \end{pmatrix}$$

Et donc,

$$\cos(\theta_1) = \frac{\underline{GN}_1 \cdot \underline{F}_1}{\|\underline{GN}_1\| \cdot \|\underline{F}_1\|} = \frac{GN_{1,1} \cdot \underline{F}_{1,1} + GN_{1,2} \cdot \underline{F}_{1,2}}{\sqrt{GN_{1,1}^2 + GN_{1,2}^2} \sqrt{F_{1,1}^2 + F_{1,2}^2}} \quad (3.72)$$

$$\sin(\theta_1) = \frac{\underline{GN}_1 \times \underline{F}_1}{\|\underline{GN}_1\| \cdot \|\underline{F}_1\|} = \frac{GN_{1,1} \cdot \underline{F}_{1,1} - GN_{1,2} \cdot \underline{F}_{1,2}}{\sqrt{GN_{1,1}^2 + GN_{1,2}^2} \sqrt{F_{1,1}^2 + F_{1,2}^2}}$$

$$\cos(\theta_2) = \frac{\underline{GN}_2 \cdot \underline{F}_2}{\|\underline{GN}_2\| \cdot \|\underline{F}_2\|} = \frac{GN_{2,1} \cdot \underline{F}_{2,1} + GN_{2,2} \cdot \underline{F}_{2,2}}{\sqrt{GN_{2,1}^2 + GN_{2,2}^2} \sqrt{F_{2,1}^2 + F_{2,2}^2}} \quad (3.73)$$

$$\sin(\theta_2) = \frac{\underline{GN}_2 \times \underline{F}_2}{\|\underline{GN}_2\| \cdot \|\underline{F}_2\|} = \frac{GN_{2,1} \cdot \underline{F}_{2,1} - GN_{2,2} \cdot \underline{F}_{2,2}}{\sqrt{GN_{2,1}^2 + GN_{2,2}^2} \sqrt{F_{2,1}^2 + F_{2,2}^2}}$$

L'angle de cisaillement est exprimé en radian par :

$$\gamma = \tan^{-1} 2(\sin \theta_1, \sin \theta_1) - \tan^{-1} 2(\sin \theta_2, \sin \theta_2) \quad (3.74)$$

Ces angles conduisent à la construction de deux matrices de transformation  $[T_1]_{(\underline{GN}_1, \underline{F}_1)}$  et

$[T_2]_{(GN_2, E_2)}$  entre la base matérielle et celle de Green-Naghdi :

$$[T_1]_{(GN_i, E_1)} = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 \end{bmatrix} \quad (3.75)$$

$$[T_2]_{(GN_i, E_2)} = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 \end{bmatrix} \quad (3.76)$$

Dans la suite, les incréments de déformation sont fournis par Abaqus à la fin de chaque boucle, ce qui permet de calculer les incréments de déformation par rapport à la première base,  $\left(\underline{E}_1, \frac{E_2}{\|E_2\|}\right)$ , en utilisant la première matrice de transformation  $[T_1]_{(GN_1, E_1)}$ . De même, les incréments de déformation sont calculés sur la deuxième base (deuxième direction matérielle)  $\left(\underline{E}_2, \frac{E_1}{\|E_1\|}\right)$  :

$$[d\varepsilon]_{E_1} = [T_1]^T \cdot [d\varepsilon]_{GN} \cdot [T_1] \quad (3.77)$$

$$[d\varepsilon]_{E_2} = [T_2]^T \cdot [d\varepsilon]_{GN} \cdot [T_2] \quad (3.78)$$

La loi de comportement peut être appliquée pour chaque direction de chaîne et de trame,  $C^{E_{1,2}}$  et résolue pour déterminer les incréments de contraintes  $[d\sigma]_{F_{1,2}}$  dans les fibres par rapport aux deux bases considérées à l'aide de l'équation :

$$[d\sigma^{E_1}] = [C^{E_1}] \cdot [d\varepsilon^{E_1}] = [C^{E_1}] \cdot \begin{bmatrix} d\varepsilon_{22}^{E_1} \\ d\varepsilon_{22}^{E_1} \\ d\varepsilon_{12}^{E_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d\sigma_{22}^{E_1} \\ d\sigma_{22}^{E_1} \\ d\sigma_{12}^{E_1} \end{bmatrix} \quad (3.79)$$

Et

$$[d\sigma^{E_2}] = [C^{E_2}] \cdot [d\varepsilon^{E_2}] = [C^{E_2}] \cdot \begin{bmatrix} d\varepsilon_{22}^{E_2} \\ d\varepsilon_{22}^{E_2} \\ d\varepsilon_{12}^{E_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d\sigma_{22}^{E_2} \\ d\sigma_{22}^{E_2} \\ d\sigma_{12}^{E_2} \end{bmatrix} \quad (3.80)$$

Avec :

$$[C^{E_1}] = \begin{bmatrix} E_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix} \quad (3.81)$$

Et,

$$[C^{F_2}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_{22} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix} \quad (3.82)$$

$E_{11}$  et  $E_{22}$  sont respectivement les modules d'Young sens chaîne et trame de tissu et  $G_{12}$  est le module de cisaillement. Ces seules valeurs nécessaires pour constituer le tenseur constitutif car elles sont considérées comme indépendantes. De plus, ce sont les seules valeurs modifiables pour introduire le comportement linéaire ou non-linéaire en cisaillement. La précision de cette loi de comportement repose alors sur une caractérisation correcte de ces propriétés (discutée expérimentalement au chapitre 2). Au niveau de l'implémentation de la routine VUMAT, quatre variables d'état sont utilisées pour suivre et stocker les valeurs de l'état de contrainte et de déformation entre les incréments de temps :

- l'angle de cisaillement exprimé en degré  $\gamma$ ,
- les contraintes dans la direction chaîne des fibres  $\sigma_{11}^{F_1}$ ,
- les contraintes dans la direction trame des fibres  $\sigma_{22}^{F_2}$ ,
- les contraintes de cisaillement  $\sigma_{12}^F$ .

Les incréments de contraintes sont ensuite cumulés selon la formulation classique de Hughes et Winget,[?], couramment utilisée dans le code de calcul Abaqus. Pour calculer les nouvelles contraintes dans les fibres à la fin de chaque incrément de temps, dans la configuration actuelle,  $((\sigma_{11}^{F_1})^{n+1}, (\sigma_{22}^{F_2})^{n+1}, (\sigma_{12})^{n+1})$ , la méthode d'intégration du point milieu a été appliquée. Les incréments de contraintes des fibres, donnés par les équations 3.79 et 3.80, sont ajoutés aux contraintes de la fibre à l'incrément précédent,  $(\sigma_{11}^{F_1})^n, (\sigma_{22}^{F_2})^n, (\sigma_{12}^n)$ . L'objectif est d'évaluer l'état de contrainte au pas de temps  $t_n + 1$  en connaissant  $t_n$ . Les incréments de contraintes dans les formules 3.83 sont exprimés au temps  $t = n + 1/2$ . A l'état initial, les valeurs des anciennes contraintes sont mises à zéro, puis, à la fin de chaque incrément de la nouvelle position de fibre, les contraintes sont stockées comme des variables d'états. Ces variables d'états seront utilisées comme des anciennes contraintes de fibres pour l'incrément de temps suivant.

$$\begin{aligned} (\sigma_{11}^{F_1})^{n+1} &= (\sigma_{11}^{F_1})^n + d\sigma_{11}^{F_1} \\ (\sigma_{22}^{F_2})^{n+1} &= (\sigma_{22}^{F_2})^n + d\sigma_{22}^{F_2} \\ (\sigma_{12}^F)^{n+1} &= (\sigma_{12}^F)^n + \frac{1}{2} (d\sigma_{12}^{F_1} + d\sigma_{12}^{F_2}) \end{aligned} \quad (3.83)$$

Finalement, les contraintes des deux bases des fibres sont calculées à partir des relations 3.83 ,

puis projetées dans la première base de Green-Naghdi avec les deux matrices de passages. Ces nouvelles contraintes, à l'état actuel, doivent être projetées dans la base GN pour que le code Abaqus puisse poursuivre l'analyse :

$$[\sigma_{ij}]_{GN}^{n+1} = [T_1] \cdot [\sigma_{ij}^{F_1}]^{n+1} \cdot [T_1]^T + [T_2] \cdot [\sigma_{ij}^{F_2}]^{n+1} \cdot [T_2]^T \quad (3.84)$$

Ou encore :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix}_{GN}^{n+1} &= \begin{bmatrix} T_1^1 & T_2^1 \\ T_3^1 & T_4^1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{11}^{F_1} & \sigma_{12}^{F_1} \\ \sigma_{12}^{F_1} & \sigma_{22}^{F_1} \end{bmatrix}^{n+1} \left( E_1, \frac{E_2}{\|E_2\|} \right) \cdot \begin{bmatrix} T_1^1 & T_3^1 \\ T_2^1 & T_4^1 \end{bmatrix} + \\ &\begin{bmatrix} T_1^2 & T_2^2 \\ T_3^2 & T_4^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{11}^{F_2} & \sigma_{12}^{F_2} \\ \sigma_{12}^{F_2} & \sigma_{22}^{F_2} \end{bmatrix}^{n+1} \left( E_2, \frac{E_1}{\|E_2\|} \right) \cdot \begin{bmatrix} T_1^2 & T_3^2 \\ T_2^2 & T_4^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.85)$$

Avec :

$$T_1^1 = \cos(\theta_1), T_2^1 = -\sin(\theta_1), T_3^1 = \sin(\theta_1), T_4^1 = \cos(\theta_1) \quad (3.86)$$

$$T_1^2 = \cos(\theta_2), T_2^2 = -\sin(\theta_2), T_3^2 = \sin(\theta_2), T_4^2 = \cos(\theta_2)$$

Nous avons implémenté une routine VUMAT-HHP écrite en langage FORTRAN dans le code de calcul ABAQUS dont l'objectif de gérer le comportement de cisaillement et de suivre les orientations des fibres. L'organigramme de la routine est présenté figure 3.27. Les deux cases jaunes définissent respectivement les directions initiales des vecteurs de la base de Green Naghdi et les paramètres de la loi de comportement, directions définies par l'utilisateur dans le code. Le petit cadre (Abaqus/Explicit solver), représente la phase d'avancement des calculs effectués par Abaqus.

### 3.4.4 Implémentation de la routine VUMAT : approche hybride hypoélastique

Le modèle hybride hypoélastique que nous proposons a été défini dans le cadre de la méthode des éléments finis et adopté au code commercial Abaqus comme discuté précédemment. Celui-ci propose plusieurs fonctionnalités, ainsi que les deux formulations de résolutions im-

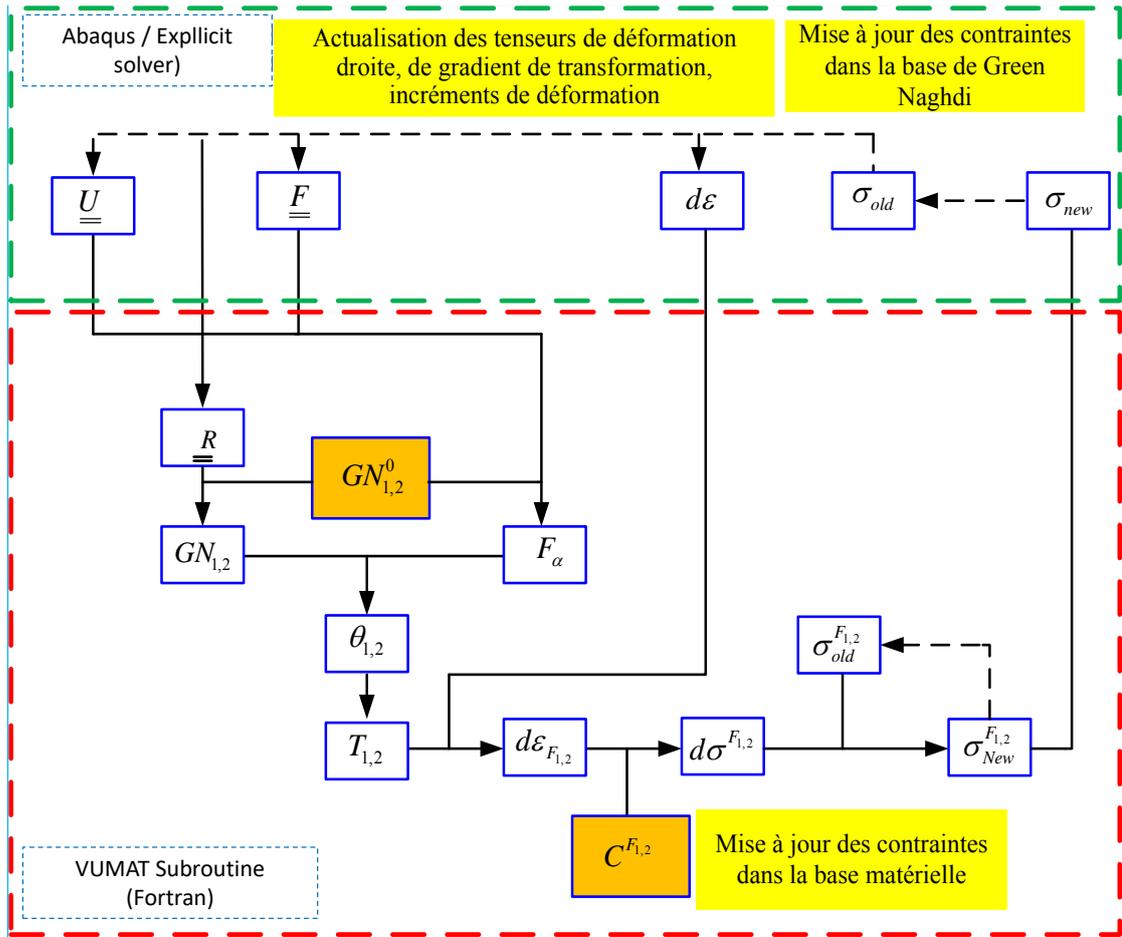


FIGURE 3.27 – Organigramme simplifié de VUMAT-HHP

plicité et explicite. Nous travaillons ici avec le schéma explicite qui permet, de simplifier le problème pour lequel la formulation implicite nécessiterait une étape coûteuse de calcul de la matrice jacobienne. Les simulations seront réalisées en dynamique. Pour prendre en compte les orientations des fibres, les angles de cisaillement, et les composantes du tenseur des contraintes de Cauchy projetées dans la base de Geen Naghdi, une routine utilisateur VUMAT sera programmée (langage FORTRAN). Dans l'annexe 1 sont détaillées les informations relatives au développement de la routine VUMAT, ainsi que les détails des équations développées dans la section précédente.

L'algorithme de la routine VUMAT peut se résumer par les différentes étapes suivantes :

À chaque étape de temps  $n$ , le code fournit les matrices suivantes :

$$[F^{n+1}]_{GN_i^0} ; [U^{n+1}]_{GN_i^0} ; [\sigma^n]_{GN_i^n} ; [d\epsilon]_{GN_i^{n+1/2}}$$

- calcul de la matrice inverse du tenseur des déformations pure à droite  $U_{\{GN_i^0 \otimes GN_i^0\}}^{-1}$ ,
- calcul des composantes du tenseur de rotation  $R$  par la décomposition polaire de  $F$  (l'équation 3.60),

- actualisation de la base de Green Nagdhi (l'équation 3.63),
- calcul des directions matérielles  $\underline{F}_{1,2}^{n+1}$  grâce aux relations 3.65,
- calcul des valeurs de  $\cos(\theta)$  et de  $\sin(\theta)$  entre les deux les directions matérielles et les axes GN grâce aux relations 3.72 et 3.73,
- calcul de l'angle de cisaillement exprimé en radian ou en degré par la relation 3.74
- calcul des deux matrices de transformation  $[T_1]_{(GN_1, E_1)}$  et  $[T_2]_{(GN_2, E_2)}$  grâce aux relations 3.75 et 3.76,
- calcul des incréments de déformation dans la base matérielle par les relations 3.77 et 3.78
- actualisation des composantes des incréments de contraintes dans la base matérielle avec les équations 3.79 et 3.80,
- projection des nouvelles contraintes dans les deux directions des fibres dans la base de Green-Naghdi grâce à la relation 3.84,
- stockage les variables d'état.

#### 3.4.4.1 Validation de l'implémentation numérique dans Abaqus pour l'élément continu

Cette section présente la validation de l'implémentation de la VUMAT de la loi proposée, à partir de tests élémentaires de comportement de l'élément continu. Pratiquement, nous avons réalisé une étude comparative avec les résultats de A. Khan, [Khan et al., 2010], sur des éléments de membranes quadrilatères avec intégration réduite (M3D4R). Trois tests élémentaires ont été réalisés sur un seul élément de dimension  $1\text{ mm} \times 1\text{ mm}$  avec des fibres bidirectionnelles (figure 3.29) :

- i) test de cisaillement simple à  $45^\circ$ ,
- ii) traction suivie d'un cisaillement simple à  $45^\circ$ ,
- iii) traction suivie d'une rotation de corps rigide.

Pour les trois cas, l'allongement appliqué est le double de la longueur de l'élément ( $l/l_0 = 2$ ). La largeur de l'élément de membrane est de  $1\text{ mm}$ , sa rigidité en traction  $E_i$  dans les deux sens ( $i = 1, 2$ ) est de  $34500\text{ MPa}$  et il n'y a pas de rigidité en cisaillement. Les déformations après extension dans la première direction ( $\epsilon_1$ ), l'angle de cisaillement final ( $\gamma_f$ ) et les contraintes finales sont extraits de la simulation numérique (tableau 3.6) et comparés aux résultats de Khan [Khan et al., 2010].

Les trois tests élémentaires donnent des résultats identiques à ceux de la littérature. L'angle de

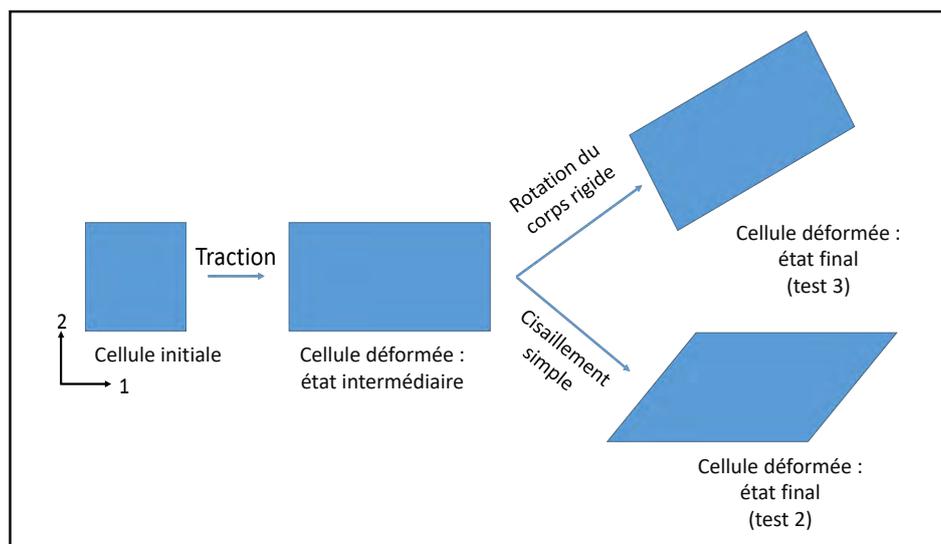


FIGURE 3.28 – Cinématique des tests élémentaires pour un élément continu

cisaillement pour les tests 1 et 2 est de  $45^\circ$  (figures 3.29 et 3.30), alors que pour le test 3, il reste à  $0^\circ$ . Ces résultats correspondent bien à la déformation physique du tissu. Pour le cisaillement simple, l'angle de cisaillement est de  $45^\circ$  et pour une rotation rigide, il vaut  $0^\circ$ . La cellule élémentaire est bien déformée pour le test de cisaillement alors qu'elle ne l'est pas dans le cas de la rotation rigide. D'autre part, dans le cas de la tension simple (tests 2 et 3) dans le sens des fibres, la déformation est de 0,69, ce qui correspond à la théorie en grande déformation (figure 3.30 et 3.31).

Pour un cisaillement simple les contraintes calculées dans les directions 1 et 2 ne sont pas égales à zéro. En effet, la direction 2 est contrainte (aucun déplacement dans la direction 2 n'est autorisé), cela implique des contraintes dans ces deux directions. La valeur calculée est identique à la valeur donnée par Khan. Pour la phase de traction (test 3), seules les fibres dans la direction 1 sont déformées. La contrainte dans la direction 1 est de  $2,45 \cdot 10^4 \text{ MPa}$  alors que dans la direction 2 elle est de  $0 \text{ MPa}$ . Les tests élémentaires permettent de calculer les contraintes, les déformations et l'angle de cisaillement d'un tissu déformé hypoélastiquement. Les contraintes de tension obtenues correspondent exactement à la solution attendue dans le cas d'une loi reliant les contraintes de Cauchy et les déformations logarithmiques. Cette approche permet de calculer la caractéristique réelle et de la valider vis-à-vis de la littérature. Elle décrit bien le comportement en tension et il n'y a pas de tension parasite liée à la rotation de corps rigide. Cela permet aussi de vérifier l'objectivité du comportement, et de prouver l'absence de contraintes parasites malgré la rotation importante appliquée (figure 3.31).

			Tenseur des contraintes calculés	Tenseur des contraintes de Khan
Test n°	$\varepsilon_1$	$\gamma_f(^{\circ})$	$\sigma_f = \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix}_{MPa}$	$\sigma_{fK} = \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix}_{MPa}$
1	/	45	$\sigma_f = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1,23E+04 \\ 0 \end{Bmatrix}$	$\sigma_{fK} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 1,23E+04 \\ 0 \end{Bmatrix}$
2	0,69	45	$\sigma_f = \begin{Bmatrix} 2,45E+04 \\ 1,23E+04 \\ 0 \end{Bmatrix}$	$\sigma_{fK} = \begin{Bmatrix} 2,45E+04 \\ 1,23E+04 \\ 0 \end{Bmatrix}$
3	0,69	0	$\sigma_f = \begin{Bmatrix} 2,45E+04 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$	$\sigma_{fK} = \begin{Bmatrix} 2,45E+04 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$

Tableau 3.6 – Résultats numériques pour les tests élémentaires sur l'élément continu

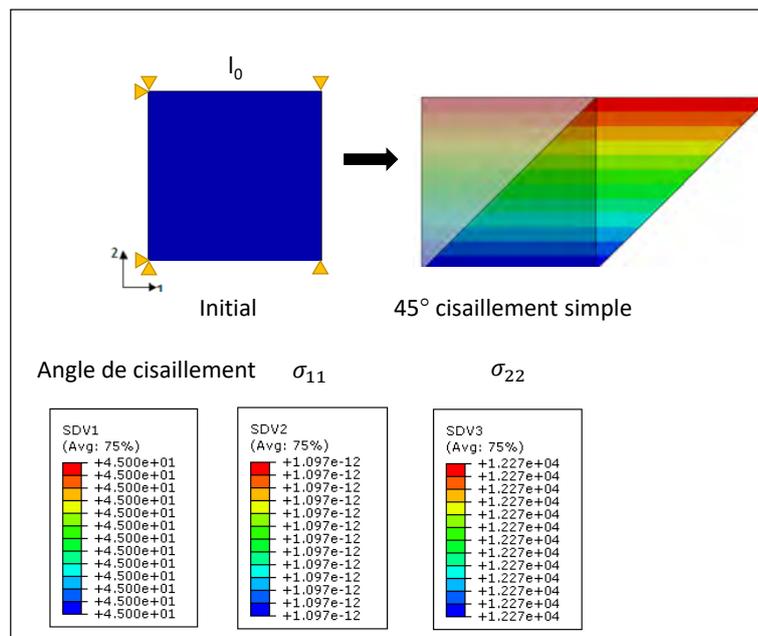


FIGURE 3.29 – Test N°1 : Cisaillement simple sur élément membrane hypoélastique

### 3.4.4.2 Tests élémentaires de l'élément hybride discret

#### Essai de cisaillement simple

Dans le cadre de la validation de l'approche hybride discrète, le test élémentaire  $n^{\circ}1$  est réalisé sur une cellule élémentaire de  $1\text{ mm} \times 1\text{ mm}$  et d'épaisseur  $1\text{ mm}$  (figure 3.32). L'allongement imposé est égal à la longueur de la cellule. La différence avec le test de validation de

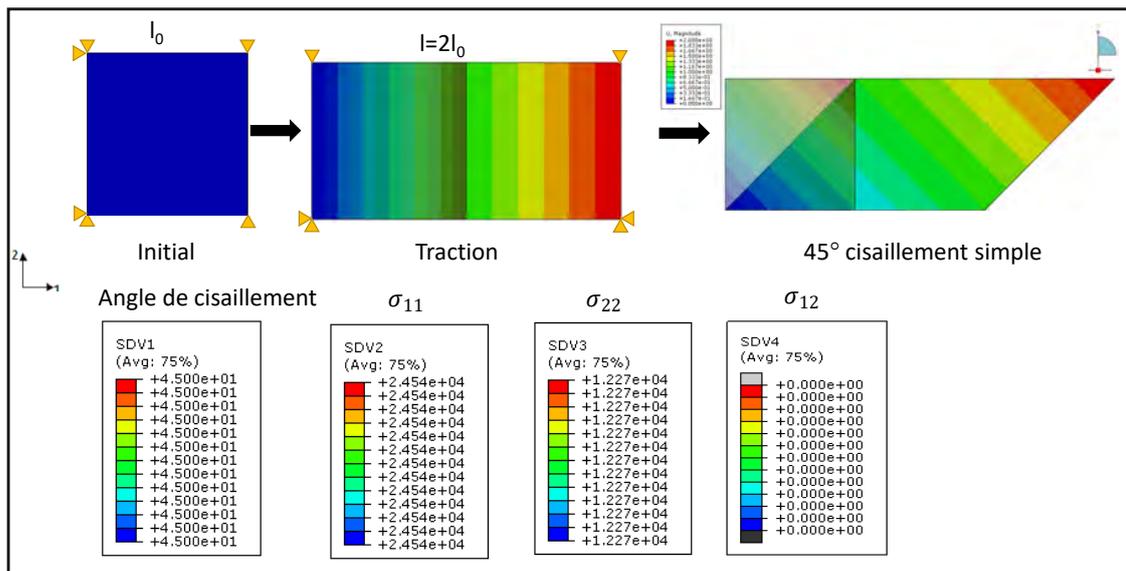


FIGURE 3.30 – Test N°2 : Traction suivie d'un cisaillement simple sur élément membrane hypoélastique

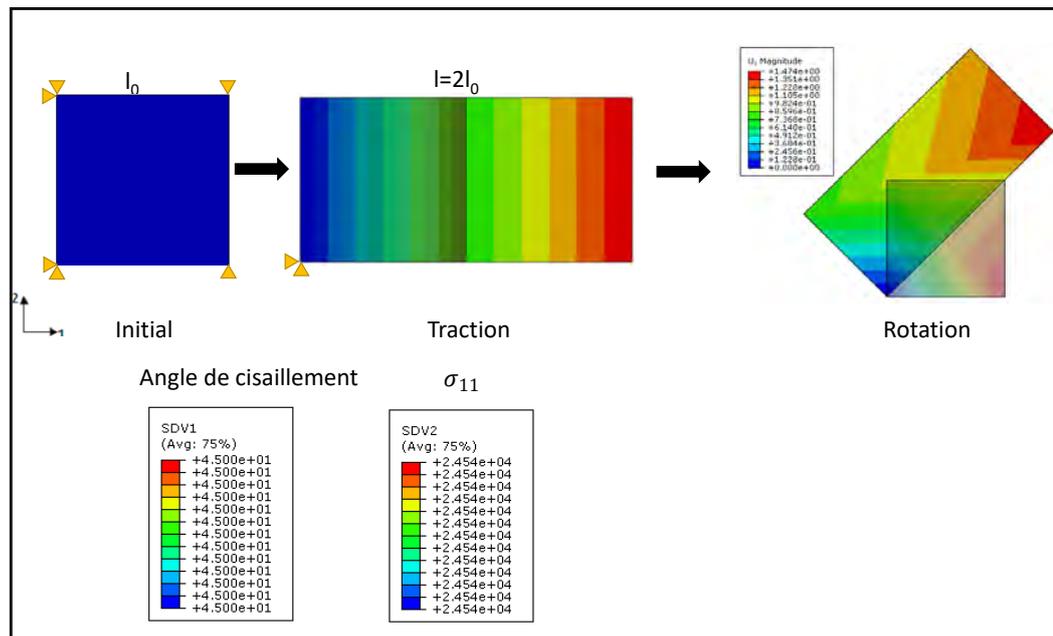


FIGURE 3.31 – Test N°3 : Traction suivie d'une rotation rigide sur élément membrane hypoélastique

l'élément continu vient de fait que la membrane n'a pas de rigidité en cisaillement et une très faible rigidité à la traction :  $E_{11}$  et  $E_{22}$  sont égaux à 3,9 MPa. La rigidité en traction est modélisée par une raideur linéaire du connecteur égale à 12,25 GPa.

Les résultats sont présentés dans le tableau 3.7 et sur la figure 3.33. L'angle de cisaillement calculé est égal à  $45^\circ$  et les contraintes calculées sont de  $2,45 \cdot 10^4 \text{ MPa}$  et  $1,23 \cdot 10^4 \text{ MPa}$ , respectivement dans les directions 1 et 2. En comparaison avec les tests élémentaires précédents sur cellules continues hypoélastiques seulement, les deux approches donnent les mêmes résultats. Nous pouvons ainsi valider l'approche hypoélastique discrète hybride pour cette sollicitation élémentaire.

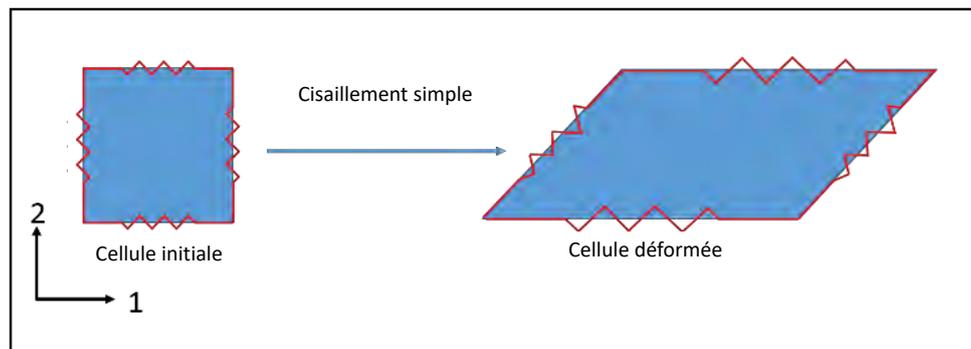


FIGURE 3.32 – Cinématique du test élémentaire de cisaillement simple pour la cellule hybride discrète

Test n°	$\gamma_f(^{\circ})$	Tenseur des contraintes $\sigma_f = \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix}_{MPa}$
1	45	$\sigma_f = \begin{Bmatrix} 2,45E+04 \\ 1,23E+04 \\ 0 \end{Bmatrix}_{MPa}$

Tableau 3.7 – Résultats calculés pour des tests élémentaires sur une seule cellule de la méthode hybride discrète.

### Essai de Bias test

Nous avons exploité la démarche de développement du premier modèle pour d'une part valider la deuxième sous routine VUMAT HHE, et d'autre part, identifier leurs paramètres. Un essai de biais test a été mis dans une boucle d'optimisation afin de déterminer les caractéristiques des

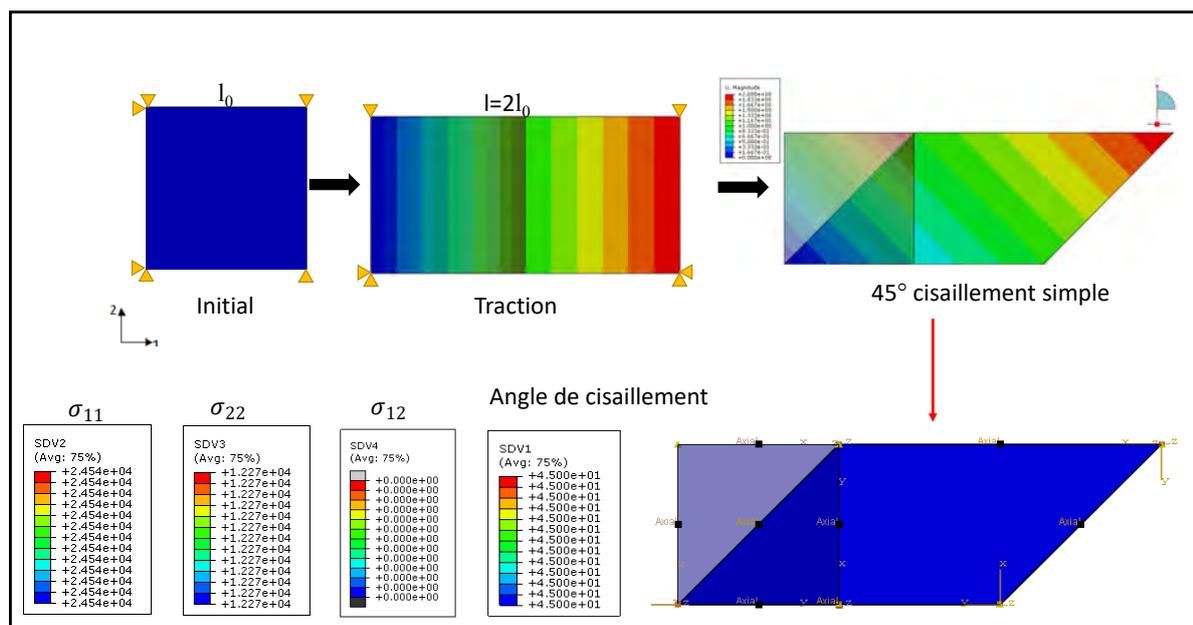


FIGURE 3.33 – Test N°1 : Traction suivie d'un cisaillement simple un élément hybride

éléments continus. L'éprouvette modélisée est de forme rectangulaire. Un déplacement unidirectionnel de 39 mm est imposé sur le bord opposé au blocage (figure 3.34). Le modèle est maillé avec un élément membrane quadrilatère à intégration réduite (M3D4R). L'orientation des fibres est alignée avec les bords de l'élément. Le choix du type de maillage de l'éprouvette en biais a été justifié par Boisse dans [Boisse et al., 2017], qui montre l'orientation des fibres et la suppression des bords de l'éprouvette, afin de ne pas perturber les résultats numériques.

Les paramètres des éléments continus sont le module d'élasticité, l'épaisseur et le module de cisaillement dans le plan, respectivement  $E$ ,  $e$  et  $G_{12}$ . Notre tissu est considéré comme équilibré ( $E_{11} = E_{22}$ ). Deux variantes de cette modélisation ont été évaluées. Le premier modèle correspond en comportement hypoélastique hybride de la membrane avec la rigidité en cisaillement dans le plan  $G_{12}$  considérée comme constante. Le second, avec le module de cisaillement non linéaire  $G$ , déterminé dans le chapitre 2. Dans les deux approches, la rigidité non linéaire des connecteurs est fixée à partir de l'identification en tension donnée par le comportement (équation 3.57).

Les paramètres de l'élément membrane sont réalisés pour un cas linéaire et non linéaire de comportement en cisaillement. Cependant, pour le modèle hybride hypoélastique, nous n'avons utilisé que les comportements non linéaires des connecteurs qui permettent de prendre en considération le pied des courbes Force-déplacement identifié expérimentalement. Les résultats ob-

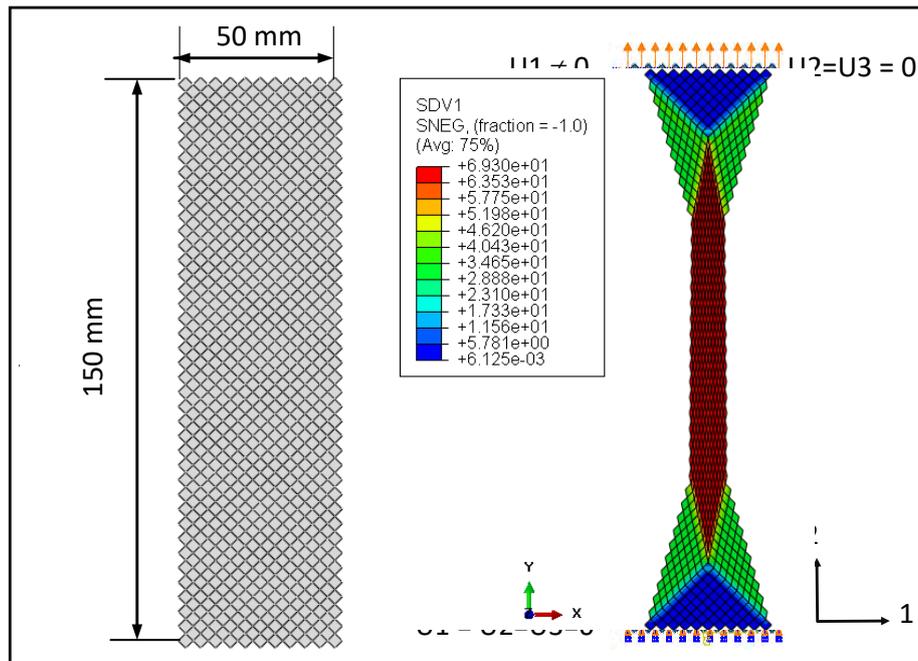


FIGURE 3.34 – Modèle numérique de l'essai de Biais test, géométrie, maillage et conditions aux limites

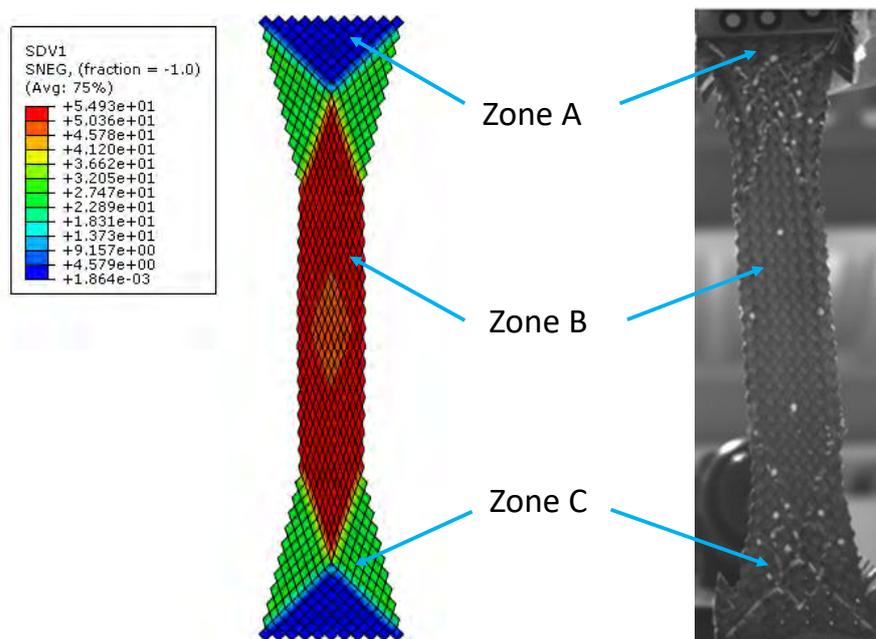


FIGURE 3.35 – Évolution de l'angle de cisailment pour un essai de biais

tenus sont les suivants :

- module de traction élastique pour les directions de chaîne et trame de l'élément continu,  
 $E_{11} = E_{22} = 3,9 \text{ MPa}$ ,
- masse volumique du tissu,  $\rho = 9,766 \cdot 10^{-10} \text{ T mm}^{-3}$ ,

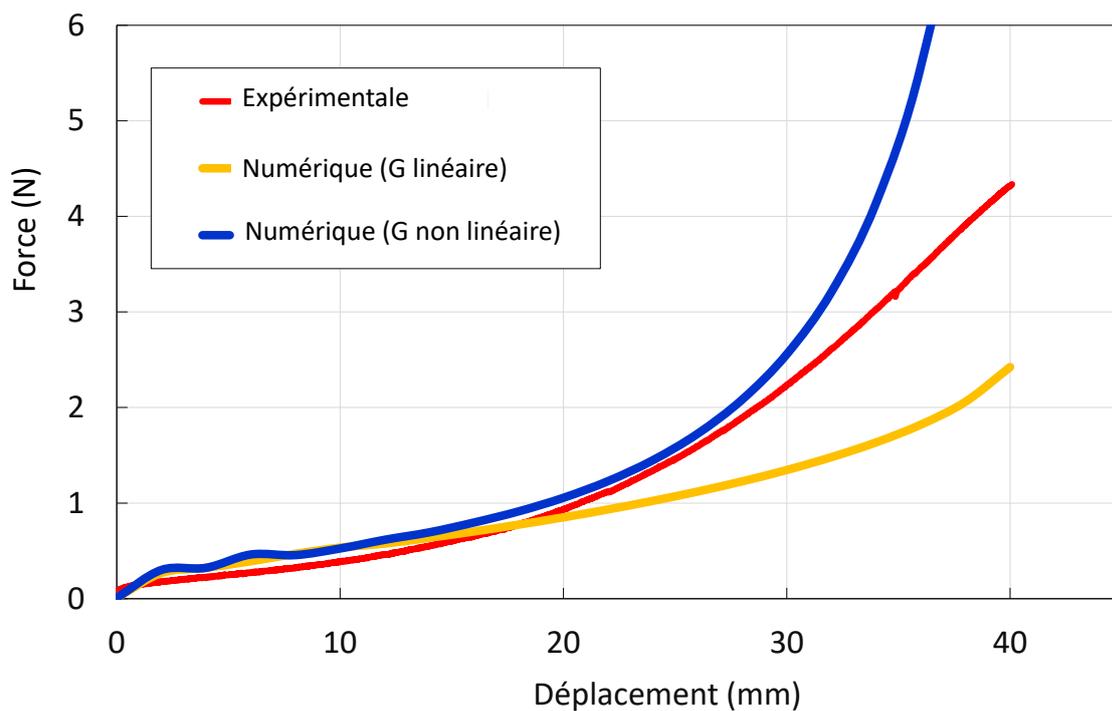


FIGURE 3.36 – Évolution de la force en fonction de l'angle de cisailment dans la zone utile pour un essai de bias

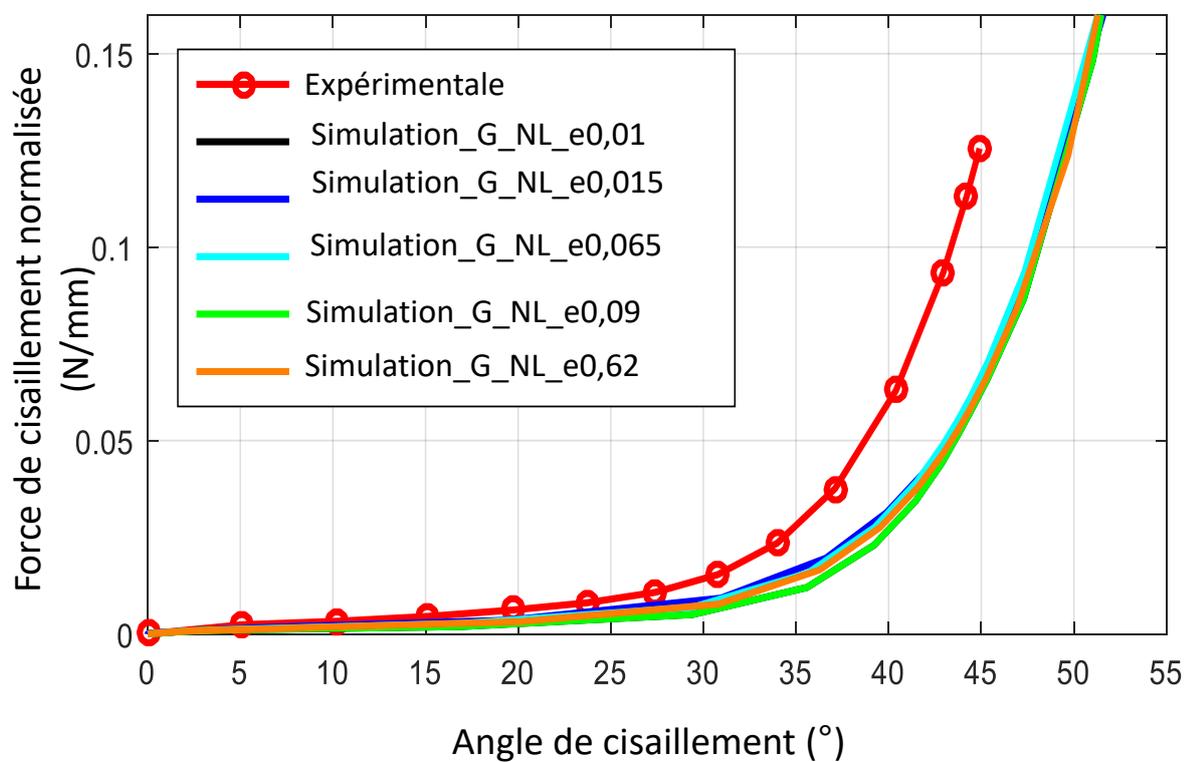


FIGURE 3.37 – Comparaison de la force normalisée par rapport à l'angle de cisailment (rigidité de cisailment non linéaire), pour différentes valeur d'épaisseur du modèle

- épaisseur du tissu,  $e = 0,62 \text{ mm}$ ,
- rigidité en cisaillement dans le plan,  $G_{12}$ , tissu 48600 C 1300 2.20) pour le cas non linéaire, et  $G = 1,5 \text{ MPa}$  pour le cas linéaire .
- rigidité non linéaire associée aux connecteurs est définie par l'équation 3.57
- nombre de connecteurs,  $N = 1520$
- taille des éléments  $l_0 = 2,69 \text{ mm}$

La figure 3.36 montre que le modèle hybride discret hypoélastique linéaire suit bien le comportement du tissu jusqu'au déplacement de l'ordre de  $21 \text{ mm}$ , correspondant au début de l'apparition du glissement pour l'essai biais. Pour le modèle utilisant une forme non linéaire de  $G$ , la concordance des courbes augmente quasiment jusqu'à  $28 \text{ mm}$ . Ensuite, elle se rigidifie progressivement. Une autre simulation numérique du test d'extension de biais réalisée avec le modèle hybride discret hypoélastique et un module de cisaillement non linéaire, a permis de révéler les différentes zones de cisaillement rapportées dans la littérature [Dridi, 2010, Boisse et al., 2017]. La comparaison entre les valeurs expérimentales et numériques (charge normalisée et angle de cisaillement, figure 3.37) montre qu'elles sont en bonne concordance avant d'atteindre l'angle de blocage. Au de là de cet angle, les courbes divergent car le modèle numérique ne prend pas en compte le compactage transversal et le verrouillage qui génère des frottements. Une étude de la sensibilité vis à vis de l'épaisseur montre sa non influence. Ainsi nous pouvons choisir choisissons pour valeur de l'épaisseur du tissu sa valeur réelle, soit  $0,62 \text{ mm}$ .

## 3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons tout d'abord présenté un modèle hybride discret élastique isotrope, avec une reprogrammation du modèle dans un sous routine VUMAT-HEIL. Ce modèle décrit le comportement linéaire ou non-linéaire en traction du tissu, par l'intermédiaire d'éléments 1D. Le comportement linéaire en cisaillement est décrit par un élément continu 2D dont les données matériaux sont le module d'élasticité  $E$  et le coefficient de poisson  $\nu$ . Leurs valeurs respectives sont  $20 \text{ MPa}$  ce modèle a été validé sur des tests élémentaires en traction et cisaillement et comparé aux résultats de la littérature. Une analyse de sensibilité sur la valeur de  $K_c$  a été réalisée, dans le cadre d'un comportement linéaire en traction, et a montré une indépendance de la réponse du connecteur. Cela valide donc le découplage Traction-cisaillement. Dans un second temps, un modèle numérique hybride discret hypoélastique très précis a été dé-

veloppé et implémenté (sous routine VUMAT-HHNL) pour analyser la déformation des tissus. Ce deuxième modèle est composé de connecteurs  $1D$ , ayant un comportement non-linéaire en traction, et d'un élément  $2D$  continu de membrane, ayant un comportement hypoélastique. La détermination des comportement linéaires a été faite par identification inverse en utilisant des polynômes d'ordre 4 et 5. Le développement du comportement hypoélastique a été validé sur des tests élémentaires et comparé aux résultats issus de la bibliographie. Le modèle hybride hypoélastique a ensuite subi des tests de validation sur cellule élémentaire et une simulation du test de traction biais. Il s'en est suivi une étude de sensibilité au comportement non-linéaire en cisaillement et à l'épaisseur du tissu. La prise en compte du comportement hypoélastique permet en compte du comportement hypoélastique permet la meilleure prise en compte des rotations des fibres comparée à l'approche élastique. La prise en compte du comportement non-linéaire en cisaillement permet d'avoir une description plus réaliste de l'essai de cisaillement critique. Le modèle hybride discret hypoélastique n'est pas sensible à l'épaisseur réelle du tissu peut être intégrée dans la simulation.

Le modèle discret hypoélastique non linéaire est développé pour des matériaux ayant deux directions orthogonales d'anisotropie forte. Ce modèle est capable de prédire les contraintes dans les fibres et de déterminer avec une grande précision, les angles de cisaillement basés sur la modification de l'orientation des fibres en grande déformation.

Dans le chapitre suivant des chargements plus complexes seront étudiées afin de valider le bon fonctionnement du modèle pour la simulation de l'étape de préformage des renforts tissus sec.

# Chapitre 4

## Identification et tests de mise en forme

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>128</b>
<b>4.2</b>	<b>Stratégie d'optimisation des calculs pour la mise en forme</b>	<b>128</b>
4.2.1	Contact de type cinématique	129
4.2.2	Contact de type pénétration	130
<b>4.3</b>	<b>Identification des paramètres du modèle hybride proposé</b>	<b>131</b>
4.3.1	Identification de la loi de comportement en traction	131
4.3.2	Identification de la loi de comportement en cisaillement	131
<b>4.4</b>	<b>Estampage d'un hémisphère</b>	<b>131</b>
4.4.1	Paramètres et démarche de mise en forme	132
4.4.2	Estampage à 0°/90°	134
4.4.3	Estampage à ± 45°	137
<b>4.5</b>	<b>Comparaison VUMAT-HEIL et VUMAT-HHNL</b>	<b>141</b>
<b>4.6</b>	<b>Analyse de sensibilité du modèle proposé</b>	<b>143</b>
4.6.1	Influence de l'effort de serre-flan	145
4.6.2	Influence de la vitesse du poinçon	145
4.6.3	Influence de la variation du coefficient de frottement	146
<b>4.7</b>	<b>Conclusion</b>	<b>147</b>

---

## 4.1 Introduction

Dans l'étape de mise en forme des renforts tissés, le renfort subit de fortes déformations, notamment de cisaillement dans le plan. La valeur maximale du cisaillement provoque à l'apparition des défauts comme le flambement ou les plis, après blocage des mèches du renfort. Les simulations de mise en forme des renforts tissés sont étudiées dans plusieurs travaux [Cai et al., 1994, Buet-Gautier and Boisse, 2001]. Elles sont nécessaires dans la phase de préformage de renforts secs. Selon la géométrie de la pièce, la mise en forme de renforts influe directement sur les orientations, la densité et la continuité des renforts, qui ont des effets directs sur la perméabilité, ainsi que sur le comportement global de la future pièce en composite. Il est nécessaire d'optimiser les paramètres du procédé de mise en forme en grande déformation, et de limiter les défauts qui peuvent être rencontrés au cours de la phase de préformage. Dans ce chapitre, nous présentons une stratégie d'identification des différents paramètres utilisés dans l'approche hybride discrète développée. En outre, nous cherchons à valider, et à évaluer la capacité de la routine VUMAT-HHNL développée pour l'estampage de formes de grandes dimensions et à géométries complexes. Deux types de formulations seront développées. La première formulation tient compte du comportement en traction traduite par la rigidité des connecteurs, tandis que la seconde intègre également la rigidité en cisaillement. Ensuite, une corrélation expérience/simulation sera réalisée pour valider les résultats numériques. Une étude de sensibilité des paramètres du modèle sera mise en œuvre pour simuler le comportement en déformations des renforts tissés. Cette étude est réalisée à l'aide d'essais d'emboutissage hémisphérique.

## 4.2 Stratégie d'optimisation des calculs pour la mise en forme

Dans la suite de la stratégie numérique d'optimisation des calculs énoncés dans la section 3.3 du chapitre 3, l'amélioration des calculs de mise en forme nécessite la mise en place des lois de contact entre les différents éléments de l'assemblage (interaction mécanique). Pour optimiser le temps des calculs il faut :

- ajuster les surfaces de contact,
- appliquer les paramètres adéquats.

Dans les calculs en dynamique explicite, deux algorithmes de contact peuvent être appliqués : cinématique ou par pénétration. Par ailleurs, chacun de ces algorithmes à des avantages et des

inconvenients.

### 4.2.1 Contact de type cinématique

Le contact cinématique est indépendant du pas du temps. Il est basé sur la prédiction et la correction de la configuration du modèle dans Abaqus [ABAQUS, 2014] (figure 4.1). Ce type d'algorithme, aussi appelé maître/esclave, permettra, à chaque incrément, la prédiction de la configuration du modèle sans tenir compte des conditions de contact. Les nœuds esclaves, pénétrant la surface maîtresse, sont déterminés dans la nouvelle configuration. La profondeur de pénétration des nœuds dans la surface maîtresse et la force nécessaire, opposée à la pénétration, sont calculées pendant l'incrément de temps. En fonction de la nature de la surface maîtresse, surface analytique ou élément, deux configurations existent :

- Dans le premier cas, les efforts de résistance de chaque nœud esclave sont appliqués comme un effort généralisé sur le corps rigide associé. En outre, le poids de chaque nœud esclave en contact est ajouté au corps rigide pour déterminer le poids total des interfaces en contact (interactions). Ces efforts généralisés et les poids ajoutés seront utilisés dans la suite pour calculer l'accélération corrigée pour la surface maîtresse. Finalement, cette accélération, pour les nœuds esclaves, est déterminée par le mouvement corrigé de la surface maîtresse,
- Dans le second cas, les efforts de résistance des nœuds esclaves sont distribués à tous les nœuds de la surface maîtresse. Le poids de chaque nœud esclave en contact est distribué et ajouté à leur propre poids pour la détermination du poids total des interfaces ou des interactions en contact.

Toutes ces données, pour chaque nœud de la surface maîtresse, permettent de calculer l'accélération de correction pour les nœuds esclaves. Ces dernières sont calculées en utilisant la prédiction de pénétration pour chaque nœud, l'incrément de temps et l'accélération de correction pour les nœuds de la surface maîtresse. Enfin, l'accélération de correction donne la configuration adéquate dans laquelle les contraintes de contact sont appliquées [Wendling, 2013, ABAQUS, 2014].

Dans les applications de mise en forme, les surfaces impliquées dans le contact cinématique ont des restrictions à prendre en considération. À titre d'exemple, les surfaces rigides doivent être maîtresses. De plus, dans le cas des surfaces définies par les nœuds, elles doivent être esclaves. En outre, la normale à la surface maîtresse doit être dirigée vers la surface esclave, ce

qui confirme l'absence des vides et des pénétrations.

#### 4.2.2 Contact de type pénétration

La formulation de contact par pénétration permet de prendre en compte plus de types de contact que le contact cinématique, mais les contraintes de contact sont moins strictes et des pénétrations des surfaces en contact peuvent apparaître, ce qui implique des rigidités supplémentaires qui peuvent influencer sur le pas de temps. Pour gérer les problèmes d'interpénétration, un effort s'opposant à la pénétration des nœuds esclaves dans la surface maîtresse est appliqué sur ces nœuds. De même, un effort égal et opposé est appliqué sur la surface maîtresse au point de pénétration. Au même titre que pour le contact cinématique, la surface maîtresse peut, soit être une surface analytique, soit être une surface maillée. Dès lors, deux configurations existent. Dans le premier cas, l'effort est appliqué sous forme de forces et moments sur le corps rigide associé. Dans le second, l'effort est distribué aux nœuds des faces maîtresses pénétrés. Dans ces deux cas, il n'existe pas de résistance des nœuds maîtres dans la surface esclave. Pour éviter au maximum la pénétration, il faut raffiner le maillage de la surface esclave. Dans nos simulations, la comparaison qualitative des deux formulations de contact cinématique et pénétration n'a pas été étudiée de façon approfondie. Cependant, de façon à minimiser l'interpénétration, nous avons choisi le cas de la formulation cinématique avec un comportement tangentiel isotrope (frottement isotrope).

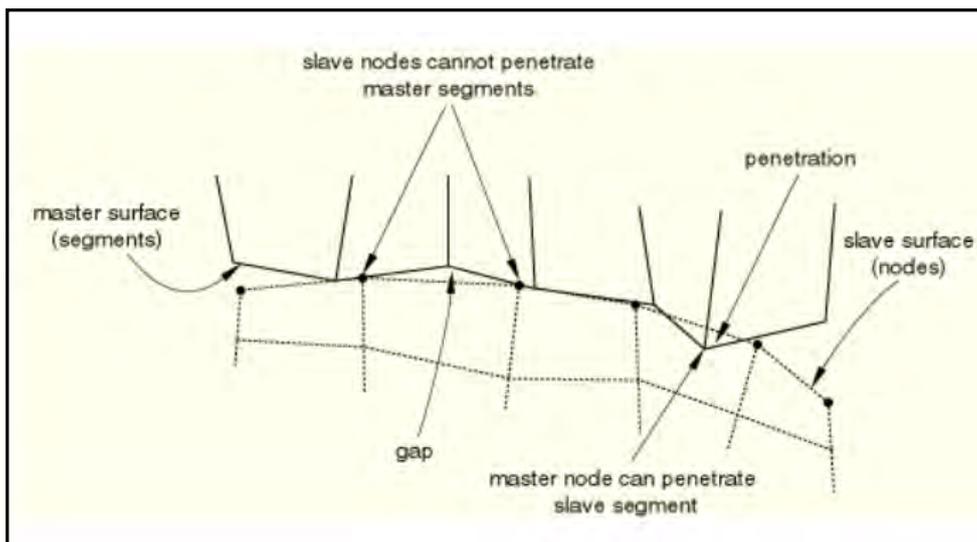


FIGURE 4.1 – Principe de contact cinématique (simple maître /esclave) [ABAQUS, 2014]

### 4.3 Identification des paramètres du modèle hybride proposé

Deux modes de déformations sont nécessaires pour l'identification des paramètres du tissu. Une de tension pour déterminer la loi force/déplacement, qui dépend de la discrétisation de notre renfort, et qui sera associée aux connecteurs. La deuxième, de cisaillement, pour déterminer la relation contrainte/déformation, qui sera associée à l'élément de membrane.

#### 4.3.1 Identification de la loi de comportement en traction

À partir de l'essai de traction, on détermine la rigidité du tissu  $K_t$ . Ensuite, on détermine le comportement du chaque connecteur en fonction des dimensions du tissu. Pour nos simulations de mise en forme, le comportement des connecteurs est non linéaire. Il est identifié à l'aide des équations 3.55 et 3.56 et est donné par :

$$F_t = 7,77 \cdot 10^{-2} + 5,43 \cdot 10^1 u_t + 1,91 \cdot 10^4 u_t^2 + 5 \cdot 10^6 u_t^3 - 5 \cdot 10^7 u_t^4 \quad (4.1)$$

#### 4.3.2 Identification de la loi de comportement en cisaillement

Pour le cas du cisaillement, l'identification de ce comportement représente le cœur du problème pour la mise en forme en grande déformation. Cette étude se décompose en deux parties :

- Une partie de caractérisation expérimentale, qui a déjà été réalisée dans le chapitre 2 par l'essai de traction en biais et la normalisation de cet essai. L'objectif a donc été de déterminer la loi de comportement de cisaillement présenté par l'effort de cisaillement normalisé en fonction de l'angle de cisaillement (équation 2.14),
- Une partie numérique, dans le but de vérifier la représentation de la rigidité en cisaillement issue de la caractérisation expérimentale (figure 3.36) et (3.37).

### 4.4 Estampage d'un hémisphère

La mise en forme des renforts à l'aide d'un poinçon hémisphérique est l'un des procédés de référence dans le formage des renforts tissés [Jaufrès et al., 2010, Jacquot et al., 2016]. Dans le même contexte, et afin de montrer la capacité de prédiction du comportement des renforts tissés par l'approche hybride discrète hypoélastique proposée, le procédé d'emboutissage a été simulé dans Abaqus/Explicit. Les éléments hybrides ont été générés automatiquement à l'aide

d'un algorithme développé en Python. Cet algorithme permet de générer le maillage, et mettre en position de manière automatique les connecteurs suivant les dimensions préférentielles du tissu.

#### 4.4.1 Paramètres et démarche de mise en forme

Nous avons réalisé la simulation de l'emboutissage à partir de trois éléments : le poinçon, le serre-flan et la matrice. Les dimensions des outils sont présentées sur la figure 4.2. Le poinçon a un rayon de 50 mm, la matrice à un évidement de rayon de 55,4 mm. Le rayon de courbure qui relie la surface verticale et horizontale de la matrice est de 6 mm. La force totale appliquée sur le serre-flan est de 238,45 N. La vitesse de déplacement de poinçon lors des essais est de  $50 \text{ mm s}^{-1}$ . Dans la méthode de résolution dynamique explicite, nous imposons un déplacement linéaire, ce qui revient à une vitesse de déplacement constante. Le déplacement du poinçon est de 54 mm. Le tissu a été maillé par des éléments hybrides discrets modélisés par des corps déformables dans la simulation (des éléments membranes de type M3D4R et des connecteurs non linéaires), tandis que le poinçon, le serre-flan et la matrice ont été définis par des corps analytiques rigides. La préforme est de forme carrée avec des côtés de 260 mm. Deux orientations ont été testées : la première avec une orientation des fibres à  $0^\circ/90^\circ$  et la seconde à  $\pm 45^\circ$ . Les positions des éléments sont illustrées sur la figure 4.3. Les fibres sont en noir et le poinçon est dessiné en rouge. Afin d'optimiser le temps des calculs et étant données les symétries du problème, nous avons effectué la modélisation sur un quart de la géométrie. La figure 4.4 présente un exemple de modèle éléments finis développé pour la mise en forme hémisphérique dans le cas d'une orientation à  $\pm 45^\circ$ . Les conditions aux limites qui traduisent la symétrie du renfort tissé et du serre-flan sont aussi appliquées : le tissu est bloqué le long de ses bords où les axes de symétrie des différents éléments passent. Trois couples de surface (tissu/matrice, tissu/serre-flan, poinçon/tissu) pour chaque contact maître/esclave ont été définis. Un coefficient de frottement de 0,2 a été fixé. Cette valeur a été utilisée dans les travaux de Khan comme valeur moyenne [Khan et al., 2010]. Les conditions de contact sont cinématiques (où l'interpénétration des corps est interdite, selon les règles de contact général d'Abaqus). Les rigidités non linéaires des connecteurs et de la membrane, pour un élément de dimensions  $2,69 \text{ mm} \times 2,69 \text{ mm}$ , et considérant un comportement élastique non linéaire en cisaillement  $G_{12}(\gamma)$ , sont présentées dans le tableau 4.1. Pour valider les résultats numériques, nous avons exploité l'étude expérimentale qui a été réalisée au Laboratoire Gemtex, pour des essais d'emboutissage hémis-

sphérique. Ensuite, pour valider les routines développées dans le cas de la mise en forme, nous proposons de comparer les résultats de simulations et expérimentaux dans les deux configurations  $0^\circ/90^\circ$  et  $\pm 45^\circ$ .

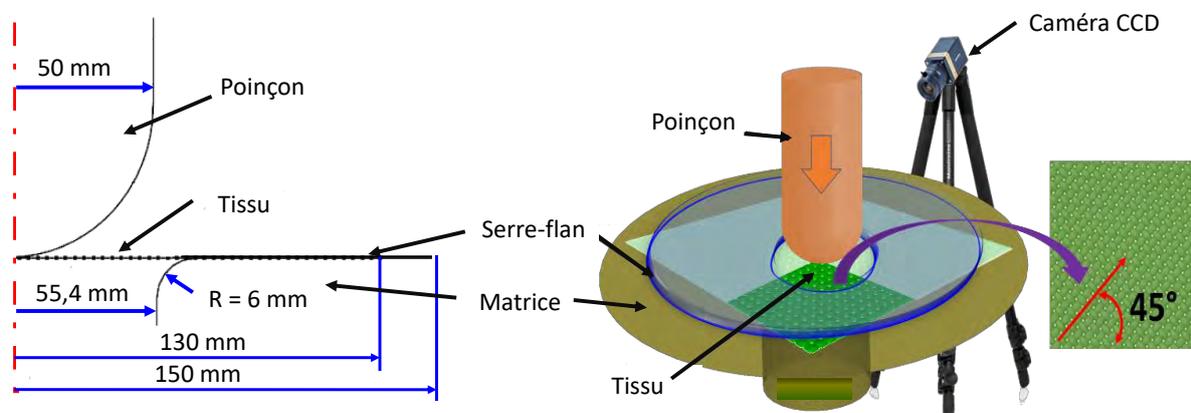


FIGURE 4.2 – Géométrie du dispositif d'emboutissage du laboratoire Gemtex

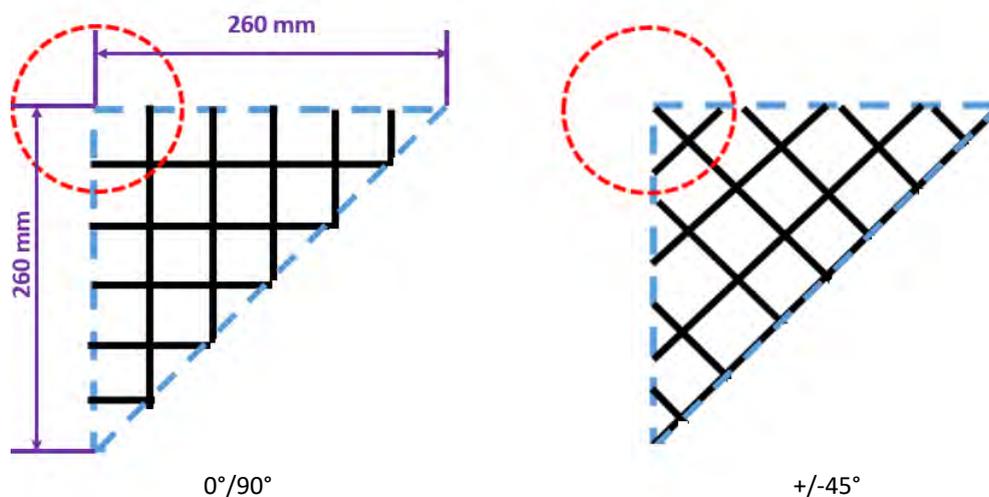


FIGURE 4.3 – Orientation des fibres pour le préformage

Type d'élément	Taille d'élément $l_0$ (mm)	Épaisseur d'élément $e$ (mm)	Rigidité/rigidité élastique $K(u)$ (N/mm), $E_1$ , et $E_2$ (MPa)	Rigidité de cisaillement $G_{12}$ (MPa)
connecteurs	2,69	/	$K(u)$ (Eq. 4.1)	/
membrane	2,69	0,62	$E_1 = E_2 = 3,9$	(Eq. 2.14)

Tableau 4.1 – Données de la simulation : cisaillement non linéaire

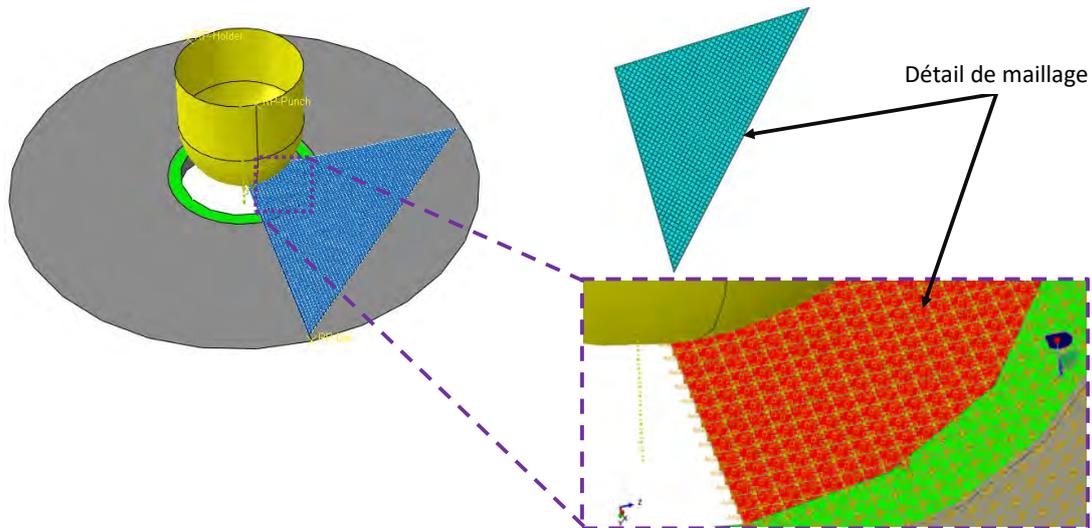


FIGURE 4.4 – Modèle éléments finis de la mise en forme hémisphérique

#### 4.4.2 Estampage à $0^\circ/90^\circ$

Le premier modèle réalisé porte sur l'emboutissage d'un pli à  $0^\circ$  avec l'approche hybride discrète hypoélastique non linéaire HHNL développée dans le chapitre précédent. La figure 4.5 a présente une vue de dessus du renfort après mise en forme, tandis que la figure 4.5 b) représente la vue de dessus numérique. La figure 4.5 représente aussi la forme globale de l'embouti à  $0^\circ/90^\circ$ . D'un point de vue qualitatif, nous pourrions comparer les angles locaux de cisaillement obtenus expérimentalement et numériquement, ainsi que l'avalement maximal mesuré sur le bord du renfort.

##### 4.4.2.1 Angles locaux de cisaillement à $0^\circ/90^\circ$

Numériquement, le cisaillement est déduit à partir de l'angle entre deux connecteurs, chacun caractérisant une direction de mèche, comme déjà présenté dans l'équation 3.74. La figure 4.6 présente les résultats de simulation du modèle hypoélastique non linéaire HHNL, et des mesures locales des angles de cisaillement dans des différentes zones de l'embouti. Ces premiers résultats de validation de VUMAT-HHNL montrent une confrontation entre les valeurs localisées des angles de cisaillement. D'un point de vue quantitatif, les figures 4.6 b et c, nous permettent d'identifier plusieurs zones de cisaillement. Nous constatons que dans la zone de cisaillement maximal, l'angle de cisaillement expérimental est de  $36,64^\circ$  alors que l'angle numérique est de

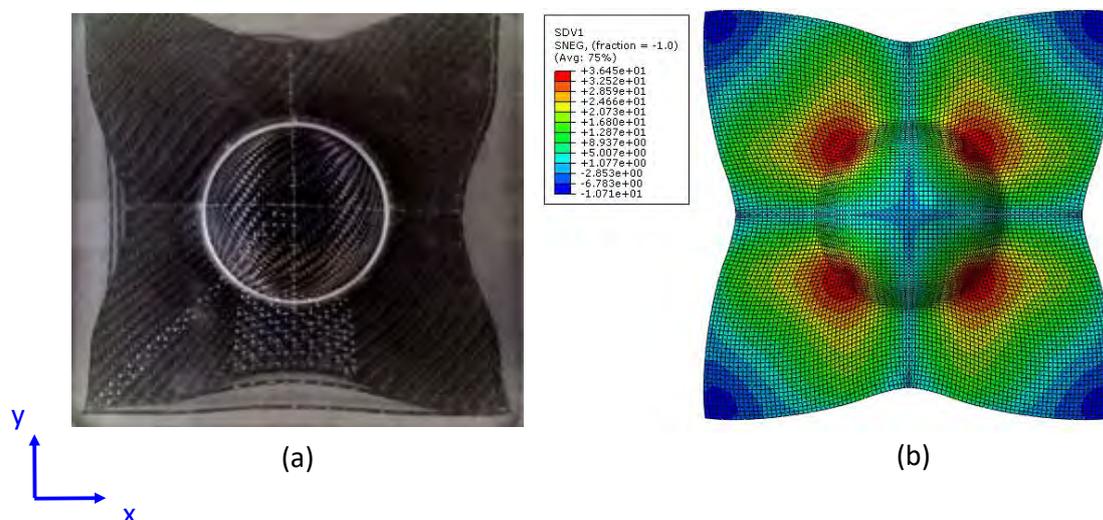


FIGURE 4.5 – Vue de dessus du renfort après mise en forme : (a) simulation, (b) expérimental 37°.

Le tableau 4.2 met en comparaison les mesures des angles de cisaillement obtenus expérimentalement et numériquement par le modèle hybride discret hypoélastique, dont le comportement de rigidité est non linéaire. De manière globale le modèle estime correctement la répartition des angles dans différentes zones de l'embouti déformé : l'approche est très intéressante dans la zone critique (zone transitoire) où l'écart relatif est de l'ordre de 1%. Pour la zone plane, lieu où la valeur des angles de cisaillement est de 8°, aucun écart n'est détecté.

$\gamma_{exp}$ (°)	$\gamma_{num}$ (°)	Écart relatif (%)
0	1	/
5	5	0
8	8	0
17	16,8	-1,2
21	20,7	-1,4
37	36,64	-1

Tableau 4.2 – Comparaison du cisaillement expérimental et numérique mesuré pour une orientation 0°/90°

#### 4.4.2.2 Avalement maximal 0°/90°

L'avalement maximal est la mesure de la différence entre l'état non-embouti et embouti de la demi-longueur pour chaque direction de la mèche. La figure 4.7 représente la préforme

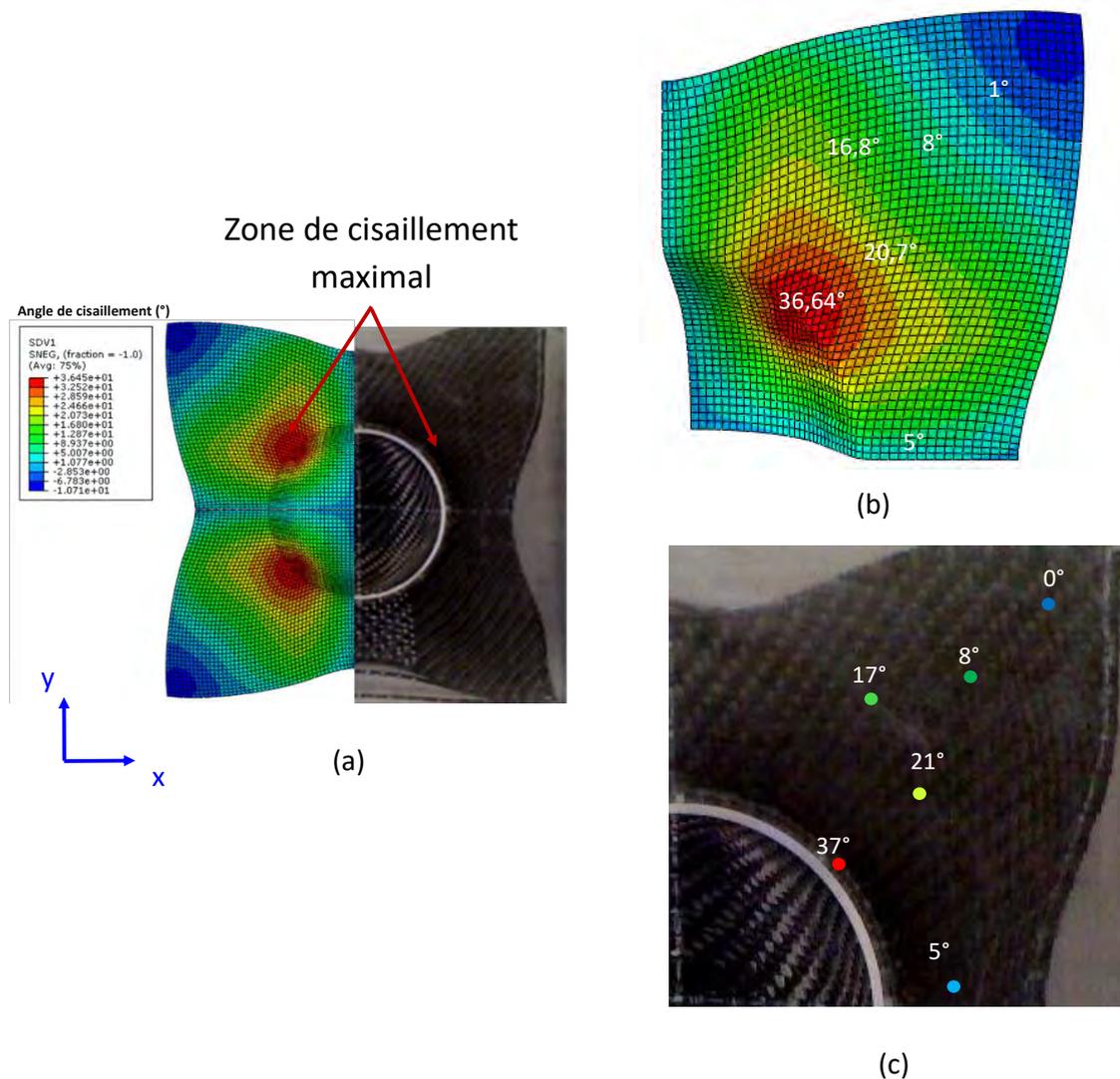


FIGURE 4.6 – Comparaison entre la déformée simulée et le contour mesuré pour l'orientation  $0^\circ/90^\circ$  : (a) superposition de l'éprouvette et de la simulation, (b) Valeurs numériques de l'angle de cisaillement, (c) Valeurs expérimentales de l'angle de cisaillement

à l'état initial et à l'état déformée. L'avalement peut être considéré comme l'écart entre les deux configurations dans la direction des mèches. Les résultats de l'avalement maximal sont répertoriés dans le tableau 4.3 :

	Avalement expérimental (mm)	Avalement numérique (mm)	Écart relatif (%)
chaîne	12,53	11	12,2
Trame	12,53	11	12,2

Tableau 4.3 – Comparatif de l'avalement maximal expérimental et numérique pour  $0^\circ/90^\circ$

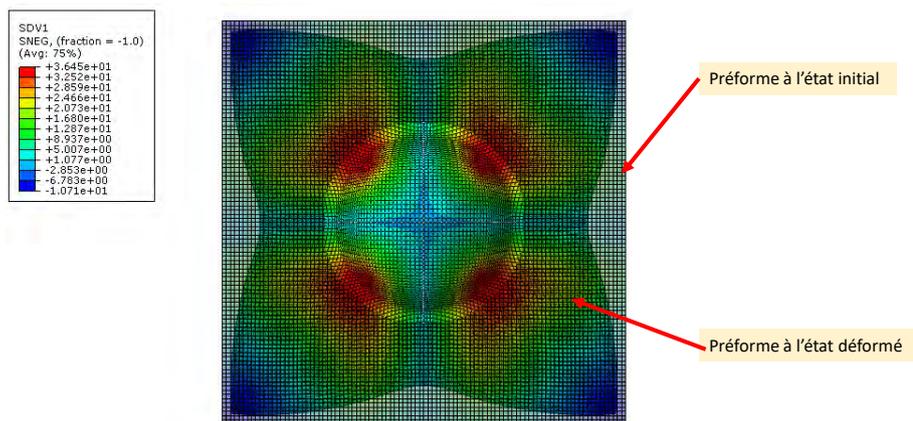


FIGURE 4.7 – Résultat global du modèle HHNL pour l'orientation  $0^\circ/90^\circ$

Il s'avère que dans les deux cas, numérique et expérimentale, la zone ayant subi l'avalement maximal se situe au milieu de chaque bord de la préforme. Cette remarque est tout à fait cohérente puisque les fils ayant le plus déplacement se situe au centre de la préforme. La première constatation qualitative est que le modèle numérique et le résultat expérimental identifient la même zone de cisaillement maximal, comme illustrée dans la figure 4.6. Une deuxième analyse quantitative peut être réalisée sur le contour. La figure 4.6 représente la corrélation entre les résultats de la simulation numérique et le contour scanné de l'éprouvette déformée. La figure 4.8 présente le contour tracé dans les deux directions X et Y. Nous observons que la forme du contour est quasiment identique entre les résultats expérimentaux et numériques. Cependant, il montre des écarts maximaux de l'ordre de 8 mm et de 10 mm pour les directions X et Y. Ces écarts sont expliqués par la différence des conditions aux limites réelles du serre-flan et celle du modèle numérique. De plus, dans la figure 4.8 on peut remarquer que sur les bords libres, il y a apparition de glissement de fibres qui rendent le post-traitement difficile.

#### 4.4.3 Estampage à $\pm 45^\circ$

Le cisaillement des renforts tissés est le mode de déformation principal des renforts secs. Deux études numériques sont réalisées et comparées à l'expérimental dans le cas de l'emboutissage hémisphérique : comportement élastique et comportement hypoélastique en cisaillement. Les paramètres identifiés de l'élément continu et des connecteurs sont regroupés respectivement pour le cas linéaire et le cas non-linéaire dans les tableaux 4.4 et 4.1. Le tissu est modélisé par une membrane maillée avec des éléments M3D4R (figure 4.4). À partir des deux résultats

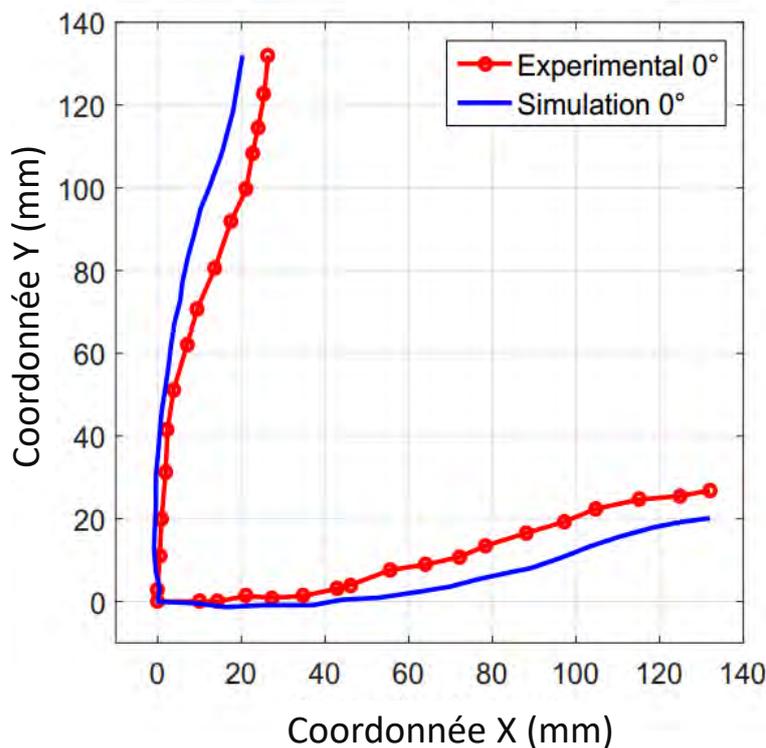


FIGURE 4.8 – Résultat numérique et expérimental des contours d'un quart de l'emboutie à  $-0^{\circ}$ - $90^{\circ}$

obtenus figure 4.9, on remarque que le comportement de cisaillement est similaire en terme de déformée et de localisation de l'angle de cisaillement maximal. Cependant, il est à noter que sa valeur diffère d'une simulation à l'autre. Dans le cas de l'approche du cisaillement linéaire, l'angle maximal atteint est  $46^{\circ}$  alors pour l'approche non-linéaire, il est de  $45,5^{\circ}$ . La différence est de l'ordre de 1%. Cela montre l'influence de la non-linéarité de cisaillement sur l'angle de cisaillement. On cherche, par la suite, à comparer les résultats numériques avec les résultats expérimentaux. La figure 4.10 présente la vue de dessus déformée de la préforme obtenue par

Type d'élément	Taille d'élément $l_0$ (mm)	Épaisseur d'élément $e$ (mm)	Raideur / rigidité élastique $K(u)$ ( $N.mm^{-1}$ ), $E_1$ , et $E_2$ (MPa)	Rigidité de cisaillement $G_{12}$ (MPa)
connecteurs	2,69	/	$K(u)$ (Eq. 4.1)	/
membrane	2,69	0,62	$E_1 = E_2 = 3,9$	1,5

Tableau 4.4 – Données de la simulation : cisaillement linéaire

la simulation et par l'expérience. Cette figure montre que, de façon qualitative, la simulation prédit d'une façon cohérente la forme emboutie. Afin de valider plus finement les simulations sur les formes obtenues, dans le cas des orientations à  $\pm 45^{\circ}$ , nous nous intéressons aux angles de cisaillement locaux dans le tissu.

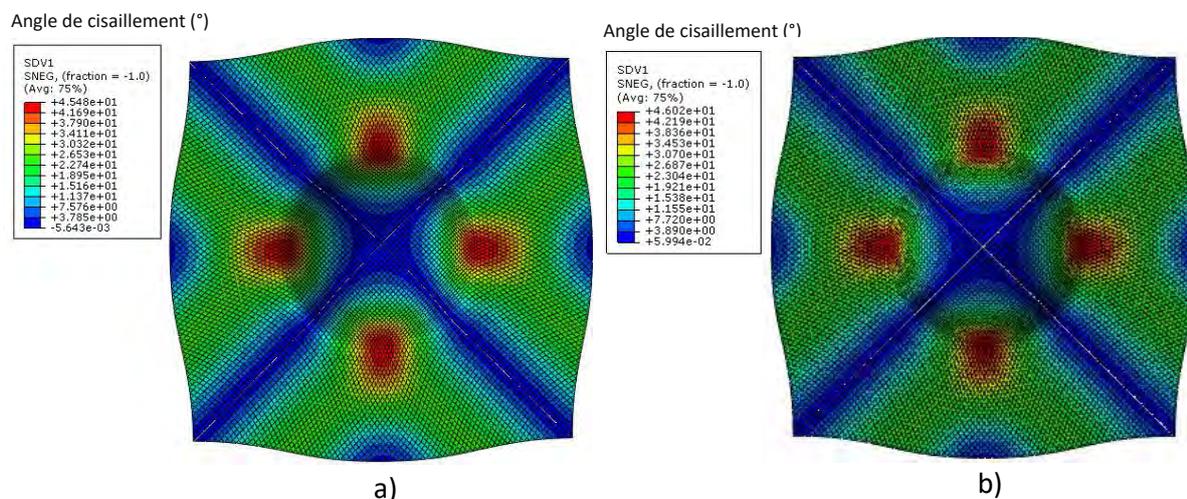


FIGURE 4.9 – Résultat numérique du cisaillement : a) approche non linéaire et b) approche linéaire

#### 4.4.3.1 Angles locaux de cisaillement à $\pm 45^\circ$

Nous étudions, dans ce paragraphe, les angles de cisaillement locaux estimés par la simulation du modèle non linéaire en cisaillement, et les angles expérimentaux selon un trajet de mesure. La figure 4.11 présente le regroupement de deux moitiés de préforme obtenues. La répartition de l'angle de cisaillement numérique suivant le trajet de mesure est identifié. Les angles de cisaillement sont mesurés en 4 points (points rouges sur la figure 4.11). Cette mesure n'est effectuée que sur la face plane des tissus en raison de l'existence d'une seule caméra (perpendiculaire à la préforme initiale du tissu) lors des expériences. Dans la simulation, les angles de cisaillement sont mesurés à la même position tel que présenté sur la figure 4.11. L'écart entre l'angle simulé et l'angle expérimental est inférieur à  $1^\circ$  au niveau de ces 4 points, dans le cas d'un comportement non linéaire en cisaillement, ce qui montre le fort pouvoir prédictif et la justesse de la simulation numérique.

#### 4.4.3.2 Avalement à $\pm 45^\circ$

La forme globale de la préforme à  $\pm 45^\circ$  diffère de celle à  $0^\circ/90^\circ$  et est représentée sur la figure 4.12. Cette figure montre la rentrée des coins de la préforme, ce qui correspond à l'avalement maximal des fibres de la diagonale. De même, nous avons comparé les deux bordures

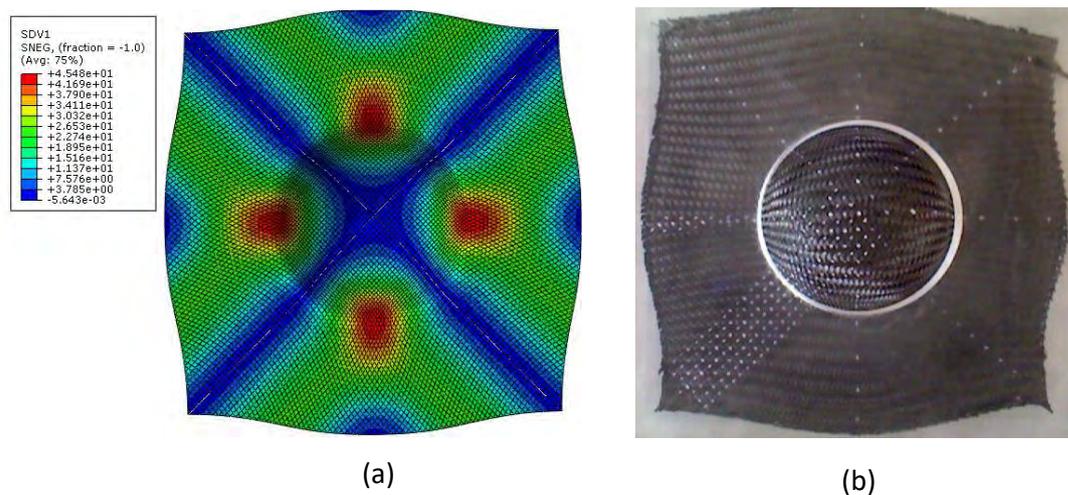


FIGURE 4.10 – Vue de dessus du renfort après mise en forme : (a) simulation, (b) expérimental

obtenues. La figure 4.13 représente une comparaison des deux contours. Les résultats obtenus sont identiques pour les coordonnées en X et quasiment identiques pour les coordonnées en Y. La différence obtenue est probablement liée aux conditions de découpage du tissu ou à une légère différence des conditions aux limites, entre le modèle et le montage expérimental.

Pour conclure sur la validité du modèle discret hypoélastique, les résultats de simulation, pour les orientations  $0^\circ/90^\circ$  et  $\pm 45^\circ$  montrent que la déformée est clairement influencée par l'orientation des fibres, ce qui a pu être observé dans le travail de référence sur les tissés minces de Gelin [Gelin et al., 1996].

Ces simulations ont été réalisées sur un quart de géométrie, par symétrie à la fois de l'outillage et du matériau. Elles permettant de déterminer la tension dans les mèches et leur position.

#### 4.4.3.3 Effort d'emboutissage à $\pm 45^\circ$

La figure 4.14 montre l'évolution de la force d'emboutissage en fonction du déplacement du poinçon. Les deux courbes montrent globalement la cohérence entre les résultats numériques et expérimentaux pour l'essai d'emboutissage à  $\pm 45^\circ$ . La valeur maximale numérique est de 430 N tandis que la valeur expérimentale est de 414 N. L'écart relatif est donc de 3,7%, ce qui est fortement acceptable. En ce qui concerne les profils, la montée en charge initiale est

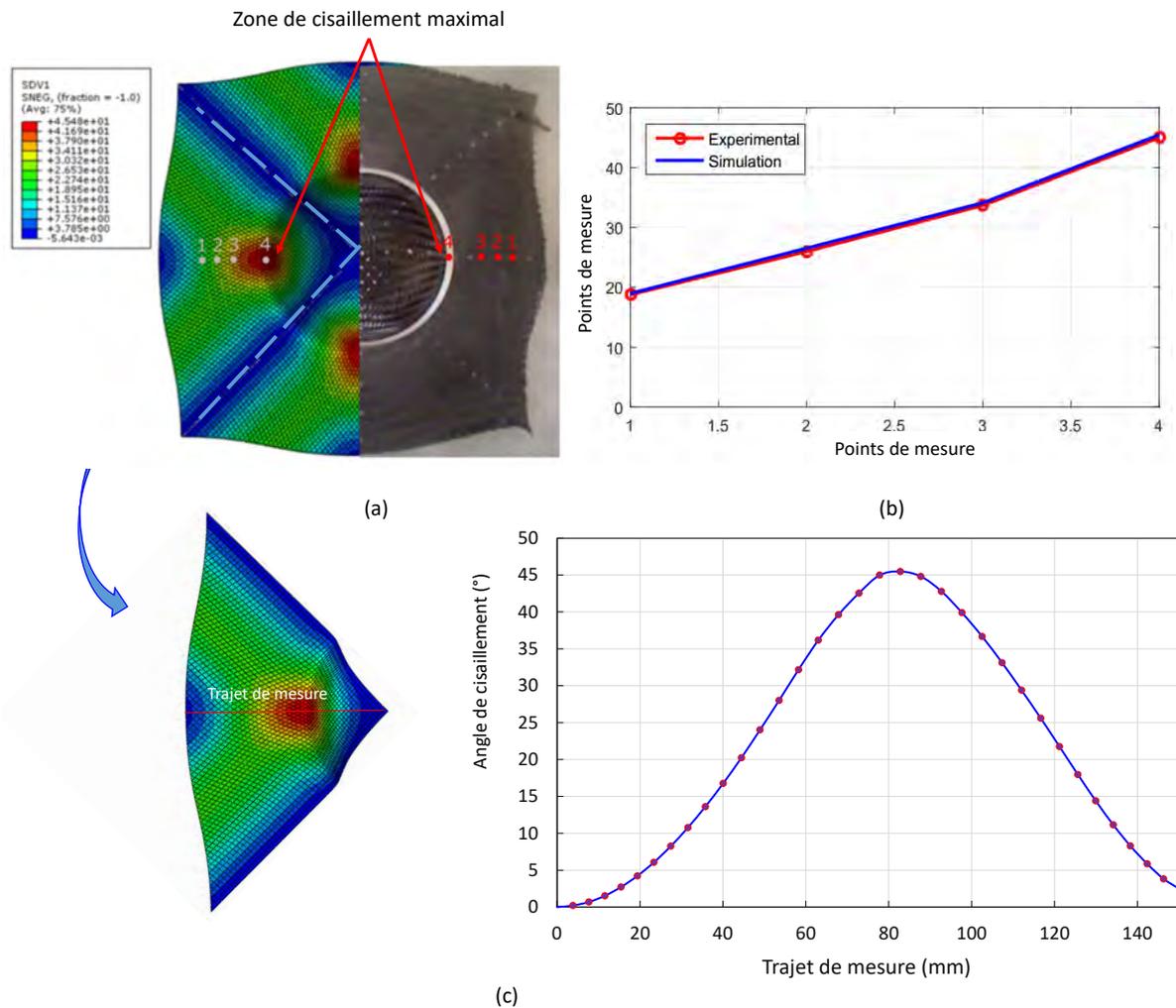
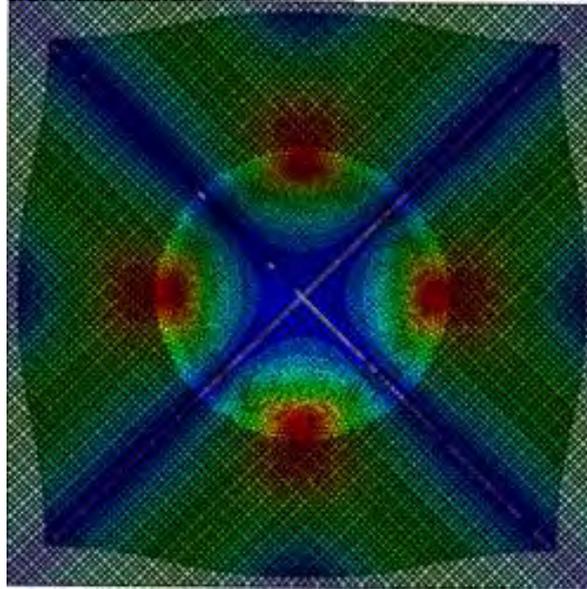
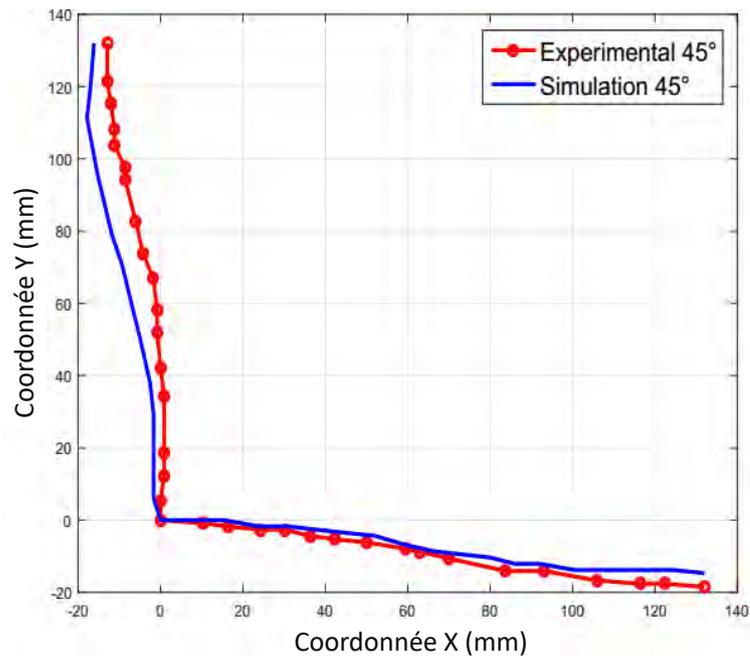


FIGURE 4.11 – Comparaison entre la déformée simulée et la contour mesuré pour orientation  $\pm 45^\circ$  : (a) superposition de l'éprouvette et de la simulation, (b) comparaison expérimentale et numérique sur 4 points de mesure, (c) évolution de l'angle de cisaillement selon le trajet de mesure

plus importante pour le numérique mais la tendance s'inverse à partir d'un déplacement égal à 35 mm.

## 4.5 Comparaison VUMAT-HEIL et VUMAT-HHNL

Nous avons réalisé une comparaison des deux routines développées de deux approches hybrides discrètes élastique et hypoélastique. La première avec le comportement de cisaillement isotrope et la seconde avec une rigidité en cisaillement non linéaire dans le cas du renfort orienté

FIGURE 4.12 – Résultat global du modèle HHNL pour l'orientation  $\pm 45^\circ$ FIGURE 4.13 – Résultat numérique et expérimental des contours d'un quart de l'emboutie à  $\pm 45^\circ$ 

à  $\pm 45^\circ$ . La figure 4.15 présente les résultats numériques et expérimentaux de ces deux modèles. Cette figure montre que de façon globale, les résultats de simulation des deux routines permettent de prédire les angles de cisaillement dans les différentes zones de l'éprouvette. Cependant, les résultats de simulation diffèrent nettement pour le modèle hybride discret élastique :

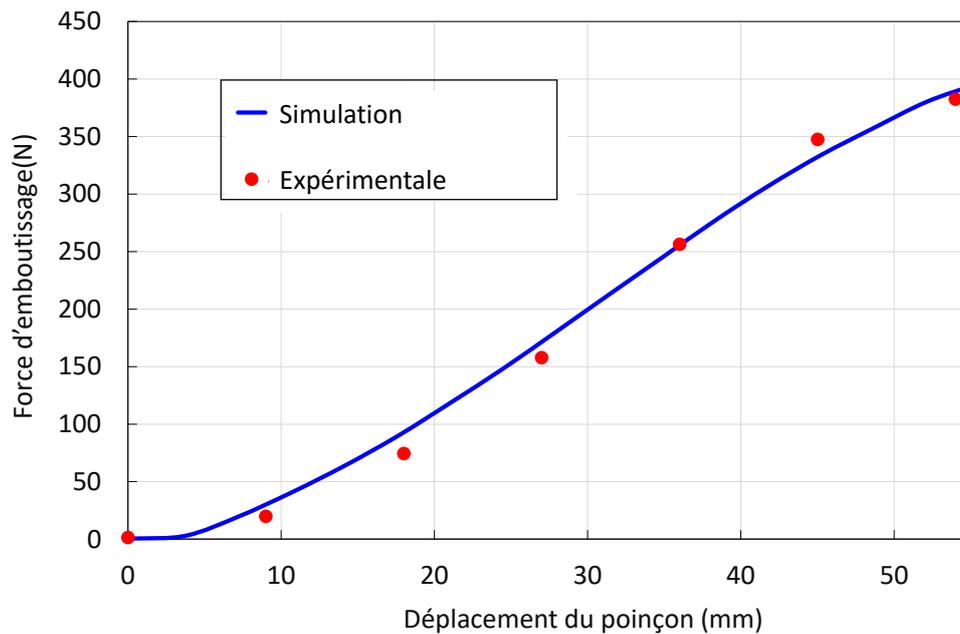


FIGURE 4.14 – Évolution de la force d'emboutissage en fonction du déplacement du poinçon pour l'orientation  $\pm 45^\circ$

une sous-estimation de l'angle de cisaillement apparaît dans la zone critique de l'hémisphère. Néanmoins, les résultats donnés par le modèle hybride discrète hypoélastique est plus réaliste. Les angles de cisaillement ont été mesurés sur un trajet identifié à  $45^\circ$ . On peut noter que dans le cas du modèle hybride discrète hypoélastique, la simulation fournit une bonne prédiction de l'angle de cisaillement (figure 4.16). L'angle de cisaillement maximal donné par le modèle hybride discrète hypoélastique est  $45,48^\circ$ , ce qui représente le même angle donnée par l'expérience. De plus, ce modèle semble mieux prédire la zone non cisailée, ainsi que les contours de l'éprouvette. Le modèle hybride discret élastique semble surestimer légèrement la surface de la zone de transition par rapport à la surface réelle.

## 4.6 Analyse de sensibilité du modèle proposé

Cette section vise à étudier l'influence de certains paramètres du modèle hybride proposé pour la mise en forme de renforts. Les paramètres du procédé considérés sont l'effort de serrage, la vitesse de déplacement du poinçon, et le coefficient de frottement. Nous disposons, pour tous les tests numériques, des variations de l'angle de cisaillement le long du trajet de mesure

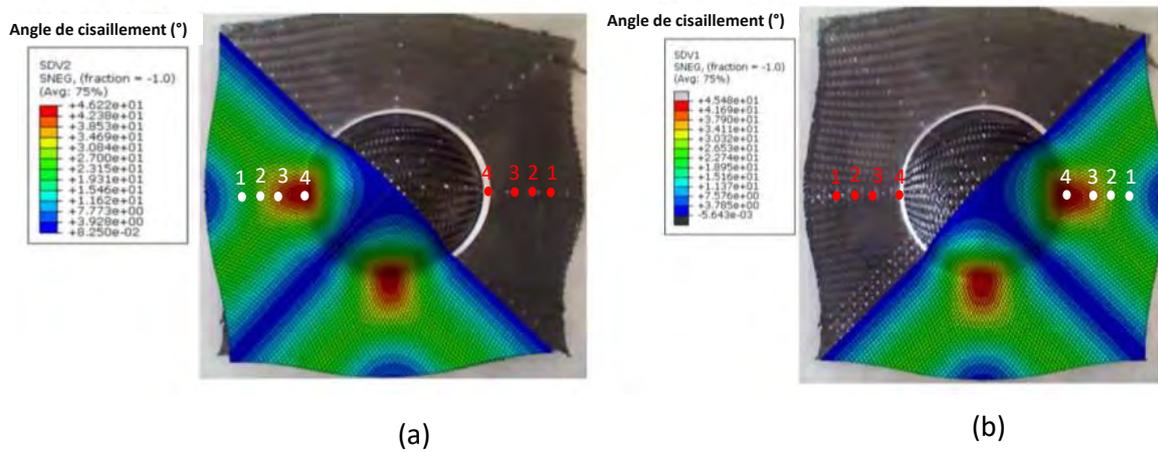


FIGURE 4.15 – Résultat numérique et expérimental : (a) hybride discrète élastique, (b) hybride discrète hypoélastique

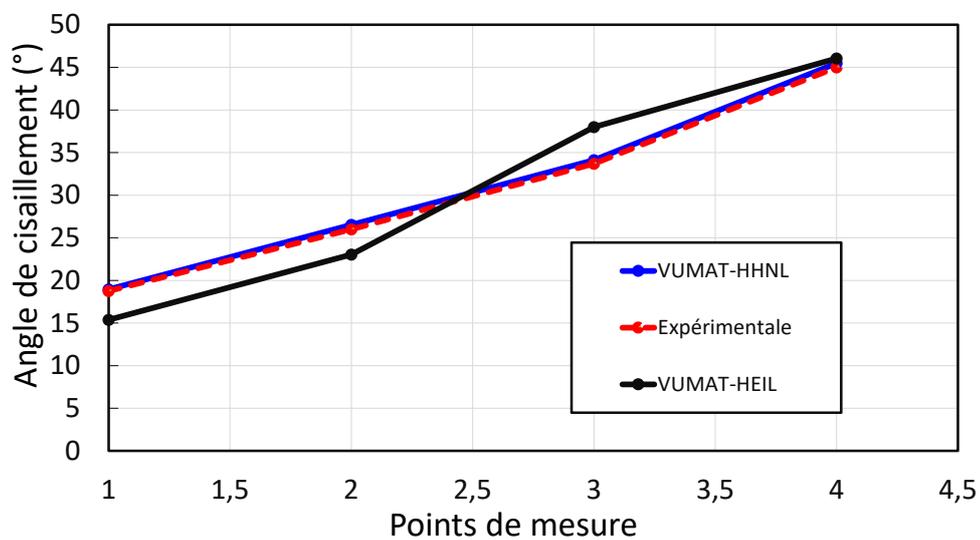


FIGURE 4.16 – Évolution des angles de cisaillement HEIL, HHNL, Expérimental)

identifié dans la figure 4.11. Dans les trois études, les mesurandes seront identiques à celles utilisées précédemment : angle de cisaillement, et géométrie.

### 4.6.1 Influence de l'effort de serre-flan

Le serre-flan a un rôle important dans le procédé d'estampage des tissus. Il est principalement utilisé pour assurer une répartition homogène des efforts. Le modèle hybride hypoélastique discret a été testé pour trois valeurs de l'effort de serre-flan (50N, 119N, 238,45 N). La figure 4.17 montre clairement l'influence de la variation de cet effort sur la distribution des angles de cisaillement. Ces variations sont plus visibles au niveau de la zone de transition. Par conséquent, l'angle de cisaillement maximal diminue à mesure que l'effort de serre à blanc augmente. Cependant, la variation infime et est de l'ordre de 2%). Pour un effort de serre-flan de 50 N, l'angle de cisaillement est de  $46,5^\circ$  alors que pour 238,45 N, il n'est que de  $45^\circ$ . En effet, une augmentation de l'effort de serre-flan génère une pression plus importante, perpendiculaire au plan du tissu. Ceci limite la rotation des connecteurs et par la suite le cisaillement.

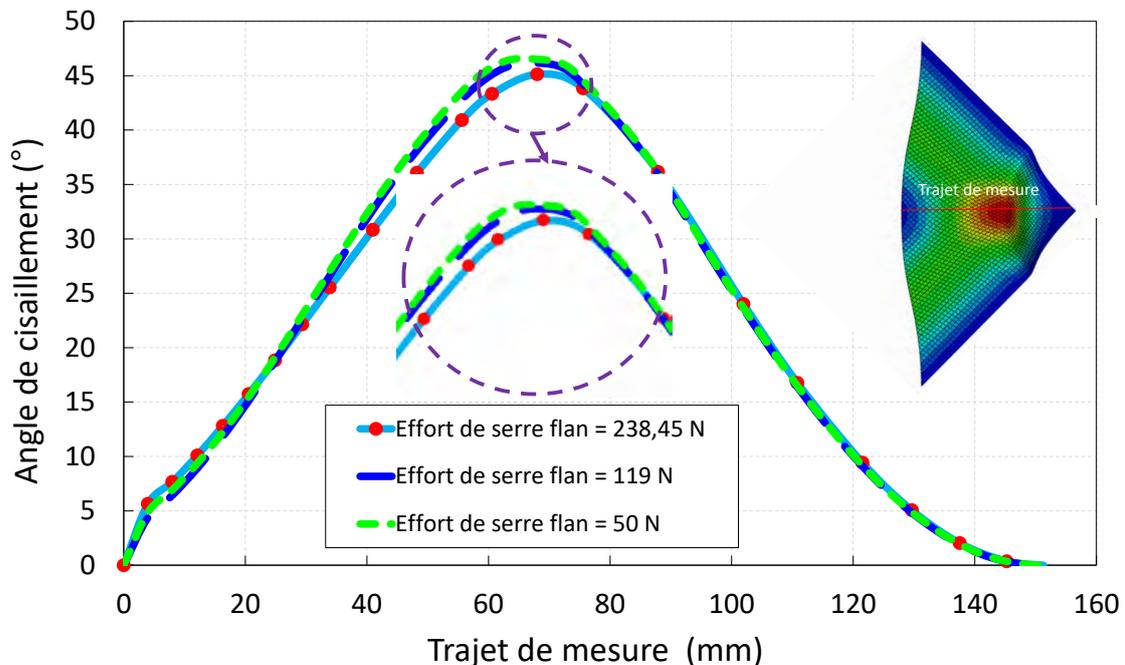


FIGURE 4.17 – Variations des angles de cisaillement au sein du renfort pour différentes valeurs d'effort de serre-flan

### 4.6.2 Influence de la vitesse du poinçon

De nombreux travaux dans la littérature indiquent que la vitesse du poinçon détermine la vitesse de déformation et influence de manière significative les résultats de déformation en cisaillement lors de la mise en forme des renforts tissés [Dong et al., 2000, Khan et al., 2016]. Dong a prouvé que les vitesses de déformation ont une influence majeure sur les angles de

cisaillement mesurés le long d'une trajectoire dans la pièce. On étudie dans ce paragraphe, différentes vitesses de poinçon 40, 55 et 60  $m s^{-1}$ . La figure 4.18 présente les résultats de l'angle de cisaillement en fonction de trajet radial mesuré pour les trois vitesses considérées. On constate que le paramètre de vitesse du poinçon a une influence remarquable sur la stabilité numérique des calculs. Prenons pour exemple l'essai à 40  $m s^{-1}$  où une zone qui s'étend sur 20 mm le long du trajet de mesure n'est pas cisailée en fin d'essai. De plus, dans cette configuration, l'angle de cisaillement est fortement impacté (29° contre 45° pour une vitesse de 55  $m s^{-1}$ ). Une explication pourrait résulter dans les coefficients d'amortissement ( $\alpha$ ,  $\beta$ ) introduits pour le calcul de la matrice d'amortissement. Pour les deux vitesses  $V = 55 m s^{-1}$  et  $V = 60 m s^{-1}$ , la différence de résultat de l'angle de cisaillement maximale est de l'ordre de 5°. D'autre part, la vitesse de poinçon a aussi un impact sur le temps des calculs. Le temps CPU réduit lorsque la vitesse de mise en forme est élevée.

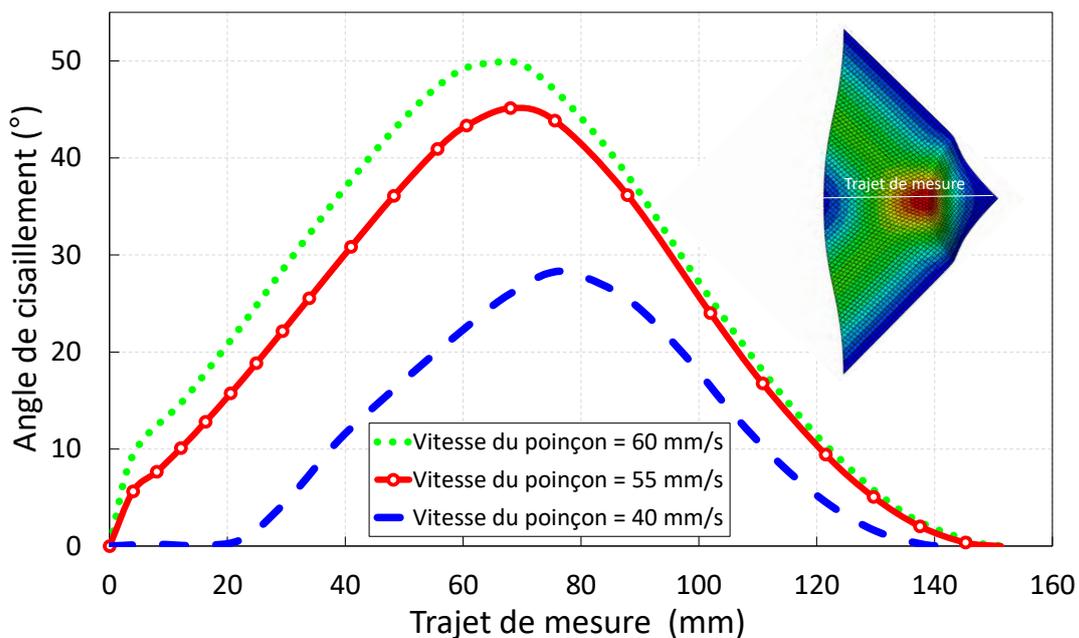


FIGURE 4.18 – Variation des angles de cisaillement au sein du renfort pour différentes vitesses du poinçon

### 4.6.3 Influence de la variation du coefficient de frottement

L'autre paramètre du procédé d'estampage qui peut influencer de manière significative sur la géométrie finale, est le coefficient de frottement du tissu avec les outils. Dans le modèle d'estampage, il y a trois interactions : tissu/matrice, tissu/serre-flan, poinçon/tissu. Ces interactions

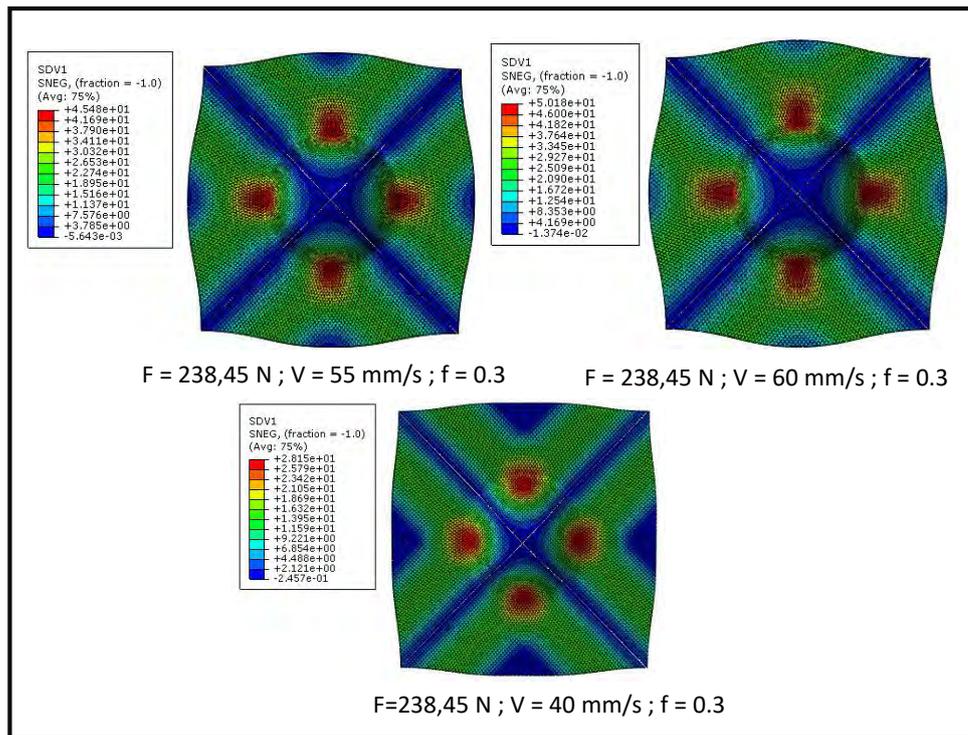


FIGURE 4.19 – Variation des angles de cisaillement au sein du renfort pour différentes vitesses du poinçon

sont définies par un coefficient de friction introduit sous forme de friction de Coulomb. Généralement, les coefficients de frottement pour les renforts tissés sont compris entre 0,1 et 0,3 [Hivet et al., 2013]. Cependant, afin de montrer l'effet du coefficient de frottement sur l'évolution de l'angle de cisaillement, différentes valeurs ont été utilisées ( $f = 0,15$ ;  $f = 0,3$ ;  $f = 0,5$ ). Dans nos modèles, le coefficient de frottement supérieur à 0,5 distord largement les éléments et rend les résultats non présentables. De plus, la question de la représentation physique du coefficient de frottement supérieur à 0,5 peut être posée. La configuration implique un frottement classique sans singularité, ce qui exclut la notion de frottement fort. La figure 4.20 montre la sensibilité de ce paramètre par rapport à la forme finale déformée. La valeur de l'angle de cisaillement maximal augmente si le coefficient de frottement diminue. Cette étude paramétrique de coefficient de frottement donne des résultats en accord avec la littérature [Khan et al., 2010].

## 4.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les différents tests nécessaires pour l'identification des paramètres du modèle hybride discrète hypoélastique, et aussi une stratégie d'optimisation

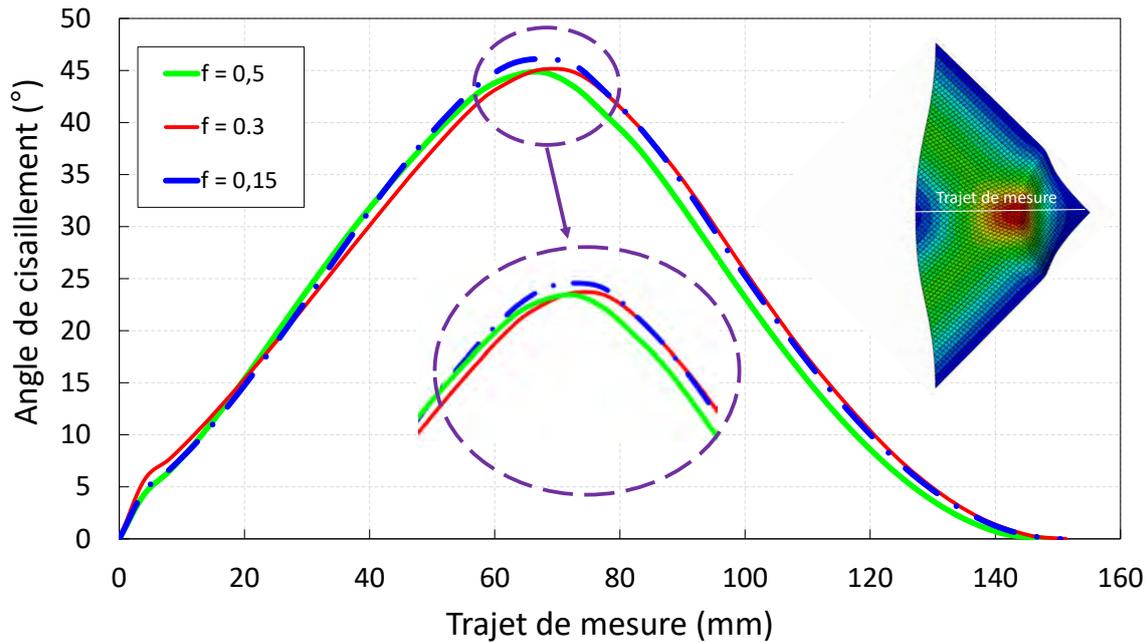


FIGURE 4.20 – Variation des angles de cisaillement au sein du renfort pour différents coefficients de frottement

des calculs en dynamique explicite. Une variété de tests d'estampage numérique sont effectués pour vérifier l'implémentation de la routine développée. Les différents tests sont réalisés suivant les principales orientations des fibres. Une analyse, comportant le contour déformé obtenu, les angles de cisaillement, et les tensions au niveau des fibres a été effectué. D'autre part, une comparaison hybride hypoélastique dans le cas où le cisaillement est isotrope ou non linéaire a été réalisée. Par ailleurs, cette étude montre l'importance de la non-linéarité du tissu en cisaillement. Une étude de sensibilité a été réalisée en clôture de chapitre. Elle prend en compte l'effort de serre-flan, la vitesse du poinçon et le coefficient de frottement. Les différents résultats obtenus sont cohérents avec les résultats expérimentaux de la littérature.

# Conclusions et Perspectives

Dans ce manuscrit, nous nous sommes intéressés à l'étude de la mise en forme des préformes fibreuses tissées. L'objectif principal a été le développement d'une nouvelle approche numérique fiable, qui limite le nombre de paramètres d'entrée des modèles et qui tienne compte du comportement non linéaire en tension et en cisaillement de la préforme. L'intérêt ici est bien de rester proche des modes de déformations expérimentaux du renfort tissé. De plus, le modèle a pour objectif le découplage des sollicitations de traction et de cisaillement ainsi que la prise en compte de l'épaisseur physique comme donnée d'entrée de la modélisation. L'étude s'est intéressée tant aux aspects numérique qu'expérimental. La validation expérimentale du modèle a été réalisée dans le cas d'un tissu carbone 2D, de type sergé 2x2, lors de la mise en forme hémisphérique.

Dans le premier chapitre, une étude bibliographique a été réalisée et a permis de présenter les renforts textiles dans leur globalité. Elle a pu mettre en avant les défauts liés à la mise en forme, tels que les plis, les désalignements, le glissement entre fibres ou bien même la flexion dans le plan. Cette étude de la littérature a aussi permis de mettre en avant les différents essais de caractérisation des renforts tissés ainsi que les difficultés et limitations expérimentales liées à cette caractérisation. Ce chapitre s'est conclu par une vaste recherche sur les approches numériques pour la modélisation du comportement mécanique des renforts. Elle a mis en avant les trois approches possibles : continue, semi-discrète ou discrète. Elle nous a ainsi permis de faire le choix de développer une approche hybride discrète, découplant le comportement en tension et en cisaillement par l'intermédiaire d'éléments discrets et continus. De plus, dans le but d'avoir un nombre réduit de paramètres pour les modélisations, sans dégrader la précision des résultats, différentes lois de comportement ont été analysées et notre choix s'est porté sur l'utilisation d'une loi de comportement hypoélastique pour les éléments continus.

Le chapitre 2 a traité de la caractérisation expérimentale du tissu utilisé dans ces travaux, c'est-à-dire le tissu carbone sergé 2x2 *Hexforce*©48600C1300. Les caractérisations en traction et en cisaillement ont été faites par l'intermédiaire d'essais sur des éprouvettes de 270 mm x 50 mm munies de talons collés à l'aide d'une colle époxyde structurale. Ces essais ont été instrumentés et suivis par la méthode de suivi de pixels de façon à mesurer les déplacements et les rotations au niveau des fibres. La caractérisation en traction a été réalisée dans les deux directions chaîne et trame, avec une sollicitation dans l'axe des fibres. Les courbes expérimentales ont fait apparaître un comportement non-linéaire du tissu en traction, avec trois phases distinctes. La première est la mise en tension des fibres du tissu qui sont initialement ondulées. La seconde phase traduit un comportement linéaire avec une rigidité du tissu  $K_t = 4800 \text{ N mm}^{-1}$  tandis que la dernière phase traduit la ruine de l'éprouvette. La charge maximale atteinte est de l'ordre de 10,3 kN. Les rigidités sens chaîne et trame sont identiques : le tissu est donc équilibré. La caractérisation en cisaillement a été réalisée par l'intermédiaire de l'essai de traction biais. Le suivi d'essai par l'intermédiaire du suivi de pixel a permis un calcul des angles de cisaillement sur toute l'éprouvette. L'hypothèse de trois zones distinctes de cisaillement (non-cisaillée, semi-cisaillée et purement cisaillée) a été vérifiée. Cependant, un léger cisaillement a été détecté dans la zone classiquement considérée comme non-cisaillée. L'essai a permis de comparer l'évolution des angles de cisaillement avec l'approche cinématique, ce qui montre la concordance du comportement du tissu avec une des approches théoriques. L'effort de cisaillement a ensuite été normalisé et la non-linéarité de ce dernier vis-à-vis de l'angle de cisaillement a été traduite par un polynôme d'ordre 5. Ce comportement non-linéaire a fait apparaître trois zones distinctes : une zone de positionnement, une zone de transition, puis une zone de détissage. L'angle de blocage pour le tissu utilisé a une valeur de 38°.

Le chapitre 3 a concerné les développements numériques du travail. Tout d'abord, l'approche hybride discrète a été précisée et mise en œuvre au moyen de l'utilisation d'éléments 1D discrets pour le comportement en traction et d'éléments 2D continus pour le comportement en cisaillement. Les éléments discrets choisis sont des connecteurs axiaux tandis que les éléments continus utilisés sont des membranes. Cette approche a tout d'abord été mise en œuvre avec un comportement élastique linéaire en cisaillement pour les éléments 2D. Cette approche a été validée par des cas-tests et des résultats expérimentaux de la bibliographie, pour un comportement de connecteurs linéaire et non-linéaire. Nous avons mis en évidence que ce type d'approche n'a

besoin, comme données d'entrée matériau, que des propriétés élastiques de la coque et de la rigidité du connecteur. Dans le cas de la modélisation de l'essai de cisaillement, le modèle est insensible à la valeur de rigidité du connecteur. D'autre part, la rigidité du connecteur est fortement supérieure à celle de la membrane, ce qui met en avant le découplage traction-cisaillement. Cette approche est cependant très sensible à l'épaisseur choisie de la membrane, qui devient un paramètre numérique. Une fois le concept d'approche hybride discrète validé, il a été décidé de modifier le comportement de la membrane de façon à être plus en conformité avec l'expérience. L'approche hypoélastique, adaptée au cas des grandes déformations a ainsi été développée. Pour cela, une routine Fortran a été implémentée dans le code de calcul Abaqus. Le comportement hypoélastique développé a été évalué et validé sur des cas tests issus de la littérature, sur une cellule élémentaire de membrane. L'approche hybride discrète hypoélastique a ensuite été validée dans sa globalité. Une cellule élémentaire, composée d'une membrane hypoélastique et de 4 connecteurs, a été testée en cisaillement simple. Le résultat est identique au résultat de la cellule élémentaire de membrane. L'approche a donc été validée et a mis en évidence un découplage entre la traction et le cisaillement. Pour finir, une phase d'identification inverse des propriétés non-linéaires en traction et en cisaillement basée sur les résultats expérimentaux du chapitre 2 a été menée. Le modèle hybride discret hypoélastique a montré pour la non-linéarité en cisaillement un meilleur comportement que le modèle de référence et ce même au-delà de l'apparition du glissement. L'approche hybride discrète hypoélastique non-linéaire a montré une insensibilité à la valeur de l'épaisseur. Ce modèle, ne nécessitant que peu de paramètres d'entrée ( $E_{11}$ ,  $E_{22}$ ,  $\nu$ ,  $G(\gamma)$  et  $K_c(u)$ ) peut aussi intégrer l'épaisseur réelle du tissu.

Dans le chapitre 4, l'approche développée a été mise en œuvre pour la modélisation de forme complexe. L'emboutissage hémisphérique est le cadre d'étude pour ce chapitre. Les résultats ont été comparés aux essais expérimentaux réalisés au laboratoire GEMTEX de Roubaix. Deux directions de préforme ont été étudiées :  $0^\circ$  et  $45^\circ$ . la comparaison met en avant que les zones de cisaillement critique sont bien identifiées et que l'écart relatif entre les valeurs expérimentale et numérique de l'angle de cisaillement est de l'ordre de 2%. En ce qui concerne les contours expérimentaux et numériques, ils sont similaires. Lorsque l'on s'intéresse aux avalements, les écarts sont bien plus importants et avoisinent les 15%. Cette étude se termine par une étude de sensibilité numérique vis-à-vis de l'effort de serre-flan, du coefficient de frottement outil-pli et de la vitesse de montée du poinçon.

L'approche hybride discrète hypoélastique non-linéaire a été évaluée sur un essai d'emboutissage hémisphérique et a donné des résultats probants. Elle a aussi montré le faible nombre de paramètres d'entrée du modèle et l'indépendance à l'épaisseur.

Ce dernier point est très important dans une démarche de validation numérique de l'emboutissage multiplis et pourrait constituer une perspective intéressante à ce travail. Cela pourrait prendre la forme d'étude comparative expérimentation / simulation de l'emboutissage hémisphérique d'empilements de renforts textiles. Une autre perspective à plus court terme concerne l'extension de l'approche développée au cas de la mise en forme de formes complexes. Il serait intéressant de valider le modèle sur des géométries non développables plus sévères, telles celles exposées au chapitre 1. Il serait alors possible par exemple, d'évaluer finement l'effet de la vitesse de pénétration de l'outillage. Nous avons pu voir que notre approche pouvait calculer les efforts dans les connecteurs. Il serait envisageable d'implémenter, à partir de ces données, dans le code Fortran un critère de décohésion fibre-matrice.

Actuellement, l'estampage peut être réalisée sur des fibres sèches, sur des flancs thermoplastiques ou bien sur des préformes pré-imprégnées. La simulation de ces mises en forme peuvent être réalisées par notre approche en modifiant la loi de comportement de l'élément continu. Une amélioration intéressante serait l'implémentation du comportement viscoélastiques, à différentes températures, pour simuler l'influence du comportement visqueux des résines lors de l'étape de mise en forme.

# Annexe A

## A.1 Caractéristiques de 48600 C 1300

Désignation	48600 C 1300
Nature du matériau	Carbone
Densité de filament	1,8 g/cm <sup>2</sup>
Types du fil de chaîne	T700SC 12K 50C
Types du fil de trame	T700SC 12K 50C
Masse linéique du fil	800 Tex (gr/km)
Armure	Sergé 2/2
Nombre du fil de chaîne	3,7 fil /cm
Nombre du fil de trame	3,7 fil /cm

Tableau A.1 – Renfort textile pour composite Hautes Performances 48600 C 1300 [Hexcel, 2015]

## A.2 Implémentation de la formulation Hypo-élastique dans Abaqus

À chaque étape de temps  $n$ , le code fournit les matrices suivantes :  $[F^{n+1}]_{GN_i^0}$  ;  $[U^{n+1}]_{GN_i^0}$  ;  $[\sigma^n]_{GN_i^n}$  ;  $[d\varepsilon]_{GN_i^{n+1/2}}$

1. Calcul de la matrice inverse U :

$$\begin{aligned} \underline{\underline{U^{n+1}}}^{-1}_{g_n^0 \otimes g_n^0} &= \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} \\ U_{21} & U_{22} \end{bmatrix} \\ \underline{\underline{U^{n+1}}}^{-1}_{GN_i^0 \otimes GN_i^0} &= \frac{1}{U_{11} \cdot U_{22} - U_{12} \cdot U_{21}} \begin{bmatrix} U_{22} & -U_{12} \\ -U_{21} & U_{11} \end{bmatrix} = \det U \cdot \begin{bmatrix} U_{22} & -U_{12} \\ -U_{21} & U_{11} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

2. Calcul des composantes du tenseur de rotation R

$$\begin{aligned} \underline{\underline{R^{n+1}}} &= \underline{\underline{F^{n+1}}} \underline{\underline{U^{n+1}}}^{-1} \\ \underline{\underline{F^{n+1}}} &= \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{bmatrix} \\ \underline{\underline{R^{n+1}}} &= \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{bmatrix} \cdot \det U \cdot \begin{bmatrix} U_{22} & -U_{12} \\ -U_{21} & U_{11} \end{bmatrix} \\ \underline{\underline{R^{n+1}}} &= \det U \cdot \begin{bmatrix} F_{11}U_{22} - F_{12}U_{21} & F_{12}U_{11} - F_{11}U_{12} \\ F_{21}U_{22} - F_{22}U_{21} & F_{22}U_{11} - F_{21}U_{12} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Stockage des données des composants du tenseur de rotation R :

$$\underline{\underline{R^{n+1}}} = \begin{bmatrix} R_1 & R_2 \\ R_3 & R_4 \end{bmatrix}$$

$$R_1 = \det U (F_{11}U_{22} - F_{12}U_{21}) ;$$

$$R_2 = \det U (F_{12}U_{11} - F_{11}U_{12}) ;$$

$$R_3 = \det U (F_{21}U_{22} - F_{22}U_{21}) ;$$

$$R_4 = \det U (F_{22}U_{11} - F_{21}U_{12})$$

3. Actualisation de la base de Green-Naghdi GN

$$\underline{\underline{GN}}^0_{01} = \underline{\underline{GN}}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} ; \underline{\underline{GN}}^0_{02} = \underline{\underline{GN}}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\underline{GN}}_{1,2} = \underline{\underline{R}} \cdot \underline{\underline{GN}}^0_{1,2}$$

4. Calcul des directions matérielles :

$$\underline{\underline{F}}_1 = \frac{\underline{\underline{F}} \cdot \underline{\underline{GN}}^0_{1,2}}{\|\underline{\underline{F}} \cdot \underline{\underline{GN}}^0_{1,2}\|} ; \underline{\underline{F}}_2 = \frac{\underline{\underline{F}} \cdot \underline{\underline{GN}}^0_{2,2}}{\|\underline{\underline{F}} \cdot \underline{\underline{GN}}^0_{2,2}\|}$$

$$\underline{\underline{F}}_{1,1} = \frac{F_{11}}{\sqrt{F_{11}^2 + F_{21}^2}} ; \underline{\underline{F}}_{1,2} = \frac{F_{21}}{\sqrt{F_{11}^2 + F_{21}^2}} ; \underline{\underline{F}}_{2,1} = \frac{F_{12}}{\sqrt{F_{12}^2 + F_{22}^2}} ; \underline{\underline{F}}_{2,2} = \frac{F_{22}}{\sqrt{F_{12}^2 + F_{22}^2}}$$

5. Calcul des valeurs de  $\cos(\theta)$  et  $\sin(\theta)$

$$\overrightarrow{GN}_1 \begin{pmatrix} GN_{1,1} \\ GN_{1,2} \end{pmatrix} ; \overrightarrow{F}_1 \begin{pmatrix} F_{1,1} \\ F_{1,2} \end{pmatrix} ; \overrightarrow{GN}_2 \begin{pmatrix} GN_{2,1} \\ GN_{2,2} \end{pmatrix} \overrightarrow{F}_2 \begin{pmatrix} F_{2,1} \\ F_{2,2} \end{pmatrix} ;$$

$$\cos \theta_1 = \frac{GN_{1,1} \cdot F_{1,1} + GN_{1,2} \cdot F_{1,2}}{\sqrt{GN_{1,1}^2 + GN_{1,2}^2} \sqrt{F_{1,1}^2 + F_{1,2}^2}} ;$$

$$\sin \theta_1 = \frac{GN_{1,1} \cdot F_{1,1} - GN_{1,2} \cdot F_{1,2}}{\sqrt{GN_{1,1}^2 + GN_{1,2}^2} \sqrt{F_{1,1}^2 + F_{1,2}^2}}$$

$$\cos \theta_2 = \frac{GN_{2,1} \cdot F_{2,1} + GN_{2,2} \cdot F_{2,2}}{\sqrt{GN_{2,1}^2 + GN_{2,2}^2} \sqrt{F_{2,1}^2 + F_{2,2}^2}}$$

$$\sin \theta_2 = \frac{GN_{2,1} \cdot F_{2,1} - GN_{2,2} \cdot F_{2,2}}{\sqrt{GN_{2,1}^2 + GN_{2,2}^2} \sqrt{F_{2,1}^2 + F_{2,2}^2}}$$

6. Calcul de l'angle de cisaillement exprimé en radians ou en degrés par la relation

$$\gamma = 2\theta_0 - 2\theta$$

7. Calcul des deux matrices de transformation T1 et T2

$$[T_1]_{(gn, \bar{f}_1)} = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\sin \theta_1 \\ \sin \theta_1 & \cos \theta_1 \end{bmatrix} ; [T_2]_{(gn, \bar{f}_2)} = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 \end{bmatrix}$$

$$[T_1]^T = \begin{bmatrix} T_1^1 & T_2^1 \\ T_3^1 & T_4^1 \end{bmatrix} ; [T_2]^T = \begin{bmatrix} T_1^2 & T_3^2 \\ T_2^2 & T_4^2 \end{bmatrix} ;$$

Avec :

$$T_1^1 = \cos \theta_1 ; T_2^1 = -\sin \theta_1 ; T_3^1 = \sin \theta_1 ; T_4^1 = \cos \theta_1$$

$$T_1^2 = \cos \theta_2 ; T_2^2 = -\sin \theta_2 ; T_3^2 = \sin \theta_2 ; T_4^2 = \cos \theta_2$$

8. Calcul des incréments de déformation dans la base matérielle :

$$[d\varepsilon]_{F_1} = [T_1]^T \cdot [d\varepsilon]^{GN} \cdot [T_1]$$

$$[d\varepsilon]^{GN} = \begin{bmatrix} d\varepsilon_{11}^{GN} & d\varepsilon_{12}^{GN} \\ d\varepsilon_{21}^{GN} & d\varepsilon_{22}^{GN} \end{bmatrix}$$

$$[d\varepsilon]_{F_1} = \begin{bmatrix} d\varepsilon_{11}^{F_1} & d\varepsilon_{12}^{F_1} \\ d\varepsilon_{21}^{F_1} & d\varepsilon_{22}^{F_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1^1 & T_3^1 \\ T_2^1 & T_4^1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} d\varepsilon_{11}^{GN} & d\varepsilon_{12}^{GN} \\ d\varepsilon_{21}^{GN} & d\varepsilon_{22}^{GN} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_1^1 & T_2^1 \\ T_3^1 & T_4^1 \end{bmatrix}$$

$$d\varepsilon_{11}^{F_1} = (T_1^1 \cdot d\varepsilon_{11}^{GN} + T_3^1 \cdot d\varepsilon_{12}^{GN}) \cdot T_1^1 + (T_1^1 \cdot d\varepsilon_{12}^{GN} + T_3^1 \cdot d\varepsilon_{22}^{GN}) \cdot T_3^1$$

$$d\varepsilon_{22}^{F_1} = (T_2^1 \cdot d\varepsilon_{11}^{GN} + T_4^1 \cdot d\varepsilon_{12}^{GN}) \cdot T_2^1 + (T_2^1 \cdot d\varepsilon_{12}^{GN} + T_4^1 \cdot d\varepsilon_{22}^{GN}) \cdot T_4^1$$

$$d\varepsilon_{12}^{F_1} = (T_1^1 \cdot d\varepsilon_{11}^{GN} + T_3^1 \cdot d\varepsilon_{12}^{GN}) \cdot T_2^1 + (T_1^1 \cdot d\varepsilon_{12}^{GN} + T_3^1 \cdot d\varepsilon_{22}^{GN}) \cdot T_4^1$$

$$[d\varepsilon]_{F_2} = [T_2]^T \cdot [d\varepsilon]^{GN} \cdot [T_2]$$

$$[d\varepsilon]^{GN} = \begin{bmatrix} d\varepsilon_{11}^{GN} & d\varepsilon_{12}^{GN} \\ d\varepsilon_{21}^{GN} & d\varepsilon_{22}^{GN} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
[d\varepsilon]^{F_2} &= \begin{bmatrix} d\varepsilon_{11}^{F_2} & d\varepsilon_{12}^{F_2} \\ d\varepsilon_{21}^{F_2} & d\varepsilon_{22}^{F_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_1^2 & T_3^2 \\ T_2^2 & T_4^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} d\varepsilon_{11}^{GN} & d\varepsilon_{12}^{GN} \\ d\varepsilon_{21}^{GN} & d\varepsilon_{22}^{GN} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_1^2 & T_2^2 \\ T_3^2 & T_4^2 \end{bmatrix} \\
d\varepsilon_{11}^{F_2} &= (T_1^2 \cdot d\varepsilon_{11}^{GN} + T_3^2 \cdot d\varepsilon_{12}^{GN}) \cdot T_1^2 + (T_1^2 \cdot d\varepsilon_{12}^{GN} + T_3^2 \cdot d\varepsilon_{22}^{GN}) \cdot T_3^2 \\
d\varepsilon_{22}^{F_2} &= (T_2^2 \cdot d\varepsilon_{11}^{GN} + T_4^2 \cdot d\varepsilon_{12}^{GN}) \cdot T_2^2 + (T_2^2 \cdot d\varepsilon_{12}^{GN} + T_4^2 \cdot d\varepsilon_{22}^{GN}) \cdot T_4^2 \\
d\varepsilon_{12}^{F_2} &= (T_1^2 \cdot d\varepsilon_{11}^{GN} + T_3^2 \cdot d\varepsilon_{12}^{GN}) \cdot T_2^2 + (T_1^2 \cdot d\varepsilon_{12}^{GN} + T_3^2 \cdot d\varepsilon_{22}^{GN}) \cdot T_4^2
\end{aligned}$$

9. Actualisation des composantes des incréments de contraintes dans la base matérielle :  
Connaissant l'état de contraintes à un instant  $t_n$  et les champs de déplacement aux instants  $t_n$  et  $t_{n+1}$ , il s'agit de calculer l'état de contraintes à l'instant  $t_{n+1}$ . Les incréments de contraintes, dans les deux directions des fibres F1 et F2 ( $dS11f1$ ,  $dS22f1$ ,  $dS12f1$  et  $dS11f2$ ,  $dS22f2$ ,  $dS12f2$ ) sont ensuite calculés grâce aux composantes du tenseur de constitution qui lie les incréments de déformation aux incréments de contraintes par rapport aux deux bases utilisées. Les incréments de contraintes, dans les deux directions des chaines et trames  $\bar{F}_1$  et  $\bar{F}_2$  :

$$\begin{aligned}
[d\sigma]_{F_1} &= [C]_{F_1} \times [d\varepsilon]_{F_1} \\
\begin{bmatrix} d\sigma_{11}^{F_1} \\ d\sigma_{22}^{F_1} \\ d\sigma_{12}^{F_1} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} E_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} d\varepsilon_{11}^{F_1} \\ d\varepsilon_{22}^{F_1} \\ d\varepsilon_{12}^{F_1} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$[C]_{F_1}$  : Tenseur de rigidité par rapport à la base (F1, F1/||F1||)

$$\left\langle \begin{aligned} d\sigma_{11}^{F_1} &= E_{11} d\varepsilon_{11}^{F_1} \\ d\sigma_{22}^{F_1} &= 0 \\ d\sigma_{12}^{F_1} &= G_{12} d\varepsilon_{12}^{F_1} \end{aligned} \right\rangle$$

$$\begin{aligned}
[d\sigma]_{F_2} &= [C]_{F_2} \times [d\varepsilon]_{F_2} \\
\begin{bmatrix} d\sigma_{11}^{F_2} \\ d\sigma_{22}^{F_2} \\ d\sigma_{12}^{F_2} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_{22} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} d\varepsilon_{11}^{F_2} \\ d\varepsilon_{22}^{F_2} \\ d\varepsilon_{12}^{F_2} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$[C]_{F_2}$  : Tenseur de rigidité par rapport à la base (f2, F2/||F2||)

$$\left\langle \begin{aligned} d\sigma_{11}^{f_2} &= 0 \cdot d\varepsilon_{11}^{f_2} + E_{12} d\varepsilon_{11}^{f_2} \\ d\sigma_{22}^{f_2} &= E_{11} d\varepsilon_{11}^{f_2} + E_{22} d\varepsilon_{22}^{f_2} \\ d\sigma_{12}^{f_2} &= G_{12} d\varepsilon_{12}^{f_2} \end{aligned} \right\rangle$$

Définition des variables d'état : les contraintes dans les directions des fibres sont suivies sous la forme de SDVs : Sf11, Sf22 and Sf12. Les variables d'état dépendantes de la solution (SDV) sont utilisées dans le sous-programme du matériau pour suivre et Stocker des valeurs telles que les contraintes de fibres, les contraintes et les angles de cisaillement entre les incréments de temps.

$$\begin{aligned}(\sigma_{11}^{F_1})^{n+1} &= (\sigma_{11}^{F_1})^n + d\sigma_{11}^{F_1} \\ (\sigma_{22}^{F_2})^{n+1} &= (\sigma_{22}^{F_2})^n + d\sigma_{11}^{F_2} \\ (\sigma_{12})^{n+1} &= (\sigma_{12})^n + \frac{1}{2}(d\sigma_{12}^{F_1} + d\sigma_{12}^{F_2})\end{aligned}$$

10. Les contraintes dans les deux directions des fibres sont calculées puis projetées dans la base de GN grâce à la transformation

$$\begin{aligned}[\sigma]_{new}^{GN} &= [T_1] \cdot [\sigma]_{new}^{F_1} \cdot [T_1]^T + [T_2] \cdot [\sigma]_{new}^{F_2} \cdot [T_2]^T \\ \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{bmatrix}_{gn} &= \begin{bmatrix} T_1^1 & T_2^1 \\ T_3^1 & T_4^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11}^{f_1} & \sigma_{12}^{f_1} \\ \sigma_{12}^{f_1} & \sigma_{22}^{f_1} \end{bmatrix}_{f_1} \begin{bmatrix} T_1^1 & T_3^1 \\ T_2^1 & T_4^1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_1^2 & T_2^2 \\ T_3^2 & T_4^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11}^{f_2} & \sigma_{12}^{f_2} \\ \sigma_{12}^{f_2} & \sigma_{22}^{f_2} \end{bmatrix}_{f_2} \begin{bmatrix} T_1^2 & T_3^2 \\ T_2^2 & T_4^2 \end{bmatrix} = \\ & \begin{bmatrix} T_1^1(T_1^1\sigma_{11}^{f_1} + T_2^1\sigma_{12}^{f_1}) + T_2^1(T_1^1\sigma_{12}^{f_1} + T_2^1\sigma_{22}^{f_1}) & T_3^1(T_1^1\sigma_{11}^{f_1} + T_2^1\sigma_{12}^{f_1}) + T_4^1(T_1^1\sigma_{12}^{f_1} + T_2^1\sigma_{22}^{f_1}) \\ T_1^1(T_3^1\sigma_{11}^{f_1} + T_4^1\sigma_{12}^{f_1}) + T_2^1(T_3^1\sigma_{12}^{f_1} + T_4^1\sigma_{22}^{f_1}) & T_3^1(T_3^1\sigma_{11}^{f_1} + T_4^1\sigma_{12}^{f_1}) + T_4^1(T_3^1\sigma_{12}^{f_1} + T_4^1\sigma_{22}^{f_1}) \end{bmatrix} + \\ & \begin{bmatrix} T_1^2(T_1^2\sigma_{11}^{f_2} + T_2^2\sigma_{12}^{f_2}) + T_2^2(T_1^2\sigma_{12}^{f_2} + T_2^2\sigma_{22}^{f_2}) & T_3^2(T_1^2\sigma_{11}^{f_2} + T_2^2\sigma_{12}^{f_2}) + T_4^2(T_1^2\sigma_{12}^{f_2} + T_2^2\sigma_{22}^{f_2}) \\ T_1^2(T_3^2\sigma_{11}^{f_2} + T_4^2\sigma_{12}^{f_2}) + T_2^2(T_3^2\sigma_{12}^{f_2} + T_4^2\sigma_{22}^{f_2}) & T_3^2(T_3^2\sigma_{11}^{f_2} + T_4^2\sigma_{12}^{f_2}) + T_4^2(T_3^2\sigma_{12}^{f_2} + T_4^2\sigma_{22}^{f_2}) \end{bmatrix} + \\ \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{22} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} T_1^1(T_1^1\sigma_{11}^{f_1} + T_2^1\sigma_{12}^{f_1}) + T_2^1(T_1^1\sigma_{12}^{f_1} + T_2^1\sigma_{22}^{f_1}) + T_1^2(T_1^2\sigma_{11}^{f_2} + T_2^2\sigma_{12}^{f_2}) + T_2^2(T_1^2\sigma_{12}^{f_2} + T_2^2\sigma_{22}^{f_2}) \\ T_3^1(T_3^1\sigma_{11}^{f_1} + T_4^1\sigma_{12}^{f_1}) + T_4^1(T_3^1\sigma_{12}^{f_1} + T_4^1\sigma_{22}^{f_1}) + T_3^2(T_3^2\sigma_{11}^{f_2} + T_4^2\sigma_{12}^{f_2}) + T_4^2(T_3^2\sigma_{12}^{f_2} + T_4^2\sigma_{22}^{f_2}) \\ T_3^1(T_1^1\sigma_{11}^{f_1} + T_2^1\sigma_{12}^{f_1}) + T_4^1(T_1^1\sigma_{12}^{f_1} + T_2^1\sigma_{22}^{f_1}) + T_3^2(T_1^2\sigma_{11}^{f_2} + T_2^2\sigma_{12}^{f_2}) + T_4^2(T_1^2\sigma_{12}^{f_2} + T_2^2\sigma_{22}^{f_2}) \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Avec  $\sigma_{22}^{f_1} = 0$  ;  $\sigma_{11}^{f_2} = 0$

✓ Fin boucle sur les points de Gauss.

# Bibliographie

- [ABAQUS, 2014] ABAQUS, F. (2014). Abaqus 6.14 documentation. *Dassault Syst Provid Google Scholar*. [xii](#), [129](#), [130](#)
- [Abbassi, 2008] Abbassi, F. (2008). *Fédération des connaissances de mise en forme dans une plateforme de prototypage virtuel*. PhD thesis, Toulouse, INPT. [ix](#), [56](#)
- [Abbassi et al., 2011] Abbassi, F., Elfaleh, I., Mistou, S., Zghal, A., Fazzini, M., and Djilali, T. (2011). Experimental and numerical investigations of a thermoplastic composite (carbon/pps) thermoforming. *Structural Control and Health Monitoring*, 18(7) :769–780. [ix](#), [44](#), [46](#)
- [Aimene, 2007] Aimene, Y. (2007). Approche hyper-élastique pour la simulation des renforts fibreux en grandes transformations. *Département Mécanique. Lyon, INSA Lyon*. [viii](#), [15](#), [33](#)
- [Allaoui et al., 2011] Allaoui, S., Boisse, P., Chatel, S., Hamila, N., Hivet, G., Soulat, D., and Vidal-Salle, E. (2011). Experimental and numerical analyses of textile reinforcement forming of a tetrahedral shape. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 42(6) :612–622. [44](#)
- [Alruhban, 2013] Alruhban, A. (2013). *Contribution à l'analyse de la déformabilité de renforts tricotés*. PhD thesis, Lille 1. [17](#), [19](#), [24](#)
- [Badel, 2008] Badel, P. (2008). Analyse mésoscopique du comportement mécanique des renforts tissés de composites utilisant la tomographie aux rayons x. *Institut National des Sciences Appliquées de Lyon*. [viii](#), [27](#), [30](#)
- [Badel et al., 2009] Badel, P., Gauthier, S., Vidal-Sallé, E., and Boisse, P. (2009). Rate constitutive equations for computational analyses of textile composite reinforcement mechanical behaviour during forming. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 40(8) :997–1007. [ix](#), [44](#), [46](#), [108](#)

- [Bathe et al., 1997] Bathe, K., Guillermin, O., Walczak, J., and Chen, H.-Y. (1997). Advances in nonlinear finite element analysis of automobiles. *Computers & structures*, 64(5-6) :881–891. [83](#)
- [Beetz Jr and Budd, 1983] Beetz Jr, C. and Budd, G. (1983). Strain modulation measurements of stiffening effects in carbon fibers. *Review of Scientific Instruments*, 54(9) :1222–1226. [16](#)
- [Bel et al., 2012] Bel, S., Boisse, P., and Dumont, F. (2012). Analyses of the deformation mechanisms of non-crimp fabric composite reinforcements during preforming. *Applied Composite Materials*, 19(3-4) :513–528. [66](#)
- [Berthelot, 1999] Berthelot, J.-M. (1999). Matériaux composites. *Edition TEC et DOC, Paris*,. [7](#)
- [Bilbao, 2008] Bilbao, E. d. (2008). *Analyse et identification du comportement en flexion des renforts fibreux de composites*. PhD thesis, Orléans. [27](#)
- [Boisse, 2004] Boisse, P. (2004). *Mise en forme des renforts fibreux de composites*. Ed. Techniques Ingénieur. [vii](#), [11](#), [12](#), [16](#), [17](#)
- [Boisse, 2010] Boisse, P. (2010). *Simulations of Woven Composite Reinforcement Forming*. Polona Dobnik Dubrovski. [viii](#), [35](#), [36](#)
- [Boisse et al., 1997] Boisse, P., Borr, M., Buet, K., and Cherouat, A. (1997). Finite element simulations of textile composite forming including the biaxial fabric behaviour. *Composites Part B : Engineering*, 28(4) :453–464. [13](#), [15](#)
- [Boisse et al., 1995] Boisse, P., Cherouat, A., Gelin, J. C., and Sabhi, H. (1995). Experimental study and finite element simulation of a glass fiber fabric shaping process. *Polymer composites*, 16(1) :83–95. [20](#), [70](#)
- [Boisse et al., 2009] Boisse, P., Hamila, N., Badel, P., and Vidal-Salle, E. (2009). Simulations éléments-finis de la déformation de textiles aux échelles macro et mésoscopique. *Mechanics & Industry*, 10(1) :15–19. [ix](#), [44](#), [46](#)
- [Boisse et al., 2017] Boisse, P., Hamila, N., Guzman-Maldonado, E., Madeo, A., Hivet, G., and Dell’Isola, F. (2017). The bias-extension test for the analysis of in-plane shear properties of textile composite reinforcements and prepregs : a review. *International Journal of Material Forming*, 10(4) :473–492. [122](#), [125](#)

- [Boisse et al., 2011] Boisse, P., Hamila, N., Vidal-Sallé, E., and Dumont, F. (2011). Simulation of wrinkling during textile composite reinforcement forming. influence of tensile, in-plane shear and bending stiffnesses. *Composites Science and Technology*, 71(5) :683–692. [13](#), [44](#)
- [Boisse et al., 2006] Boisse, P., Zouari, B., and Daniel, J.-L. (2006). Importance of in-plane shear rigidity in finite element analyses of woven fabric composite preforming. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 37(12) :2201–2212. [27](#)
- [Bornert et al., 2009] Bornert, M., Brémand, F., Doumalin, P., Dupré, J.-C., Fazzini, M., Grediac, M., Hild, F., Mistou, S., Molimard, J., Orteu, J.-J., et al. (2009). Assessment of digital image correlation measurement errors : methodology and results. *Experimental mechanics*, 49(3) :353–370. [57](#)
- [brandt j, 2004] brandt j (2004). The research requirements of the transport sectors to facilitate an increased usage of composite materials part i : The composite material research requirements of the aerospace industry. In *European Commission under contract G4RT-CT-2001-05054-EADS Deutschland GmbH*. Corporate research center. [vii](#), [2](#)
- [Brault, 2013] Brault, R. (2013). *Étude du comportement mécanique des matériaux composites par corrélation volumique : Application à l'analyse des effets du cisaillement transverse*. PhD thesis, École Doctorale Mécanique, Énergétique, Génie civil et Procédés (Toulouse); 154236012.
- [Bretagne et al., 2005] Bretagne, N., Valle, V., and Dupré, J. (2005). Development of the marks tracking technique for strain field and volume variation measurements. *NDT & E International*, 38(4) :290–298. [57](#)
- [Buet Gautier, 1998] Buet Gautier, K. (1998). *Analyse et simulation du comportement mécanique des renforts composites tissés*. PhD thesis, Orléans. [vii](#), [16](#), [17](#), [18](#)
- [Buet-Gautier and Boisse, 2001] Buet-Gautier, K. and Boisse, P. (2001). Experimental analysis and modeling of biaxial mechanical behavior of woven composite reinforcements. *Experimental mechanics*, 41(3) :260–269. [128](#)
- [Cai et al., 1994] Cai, Z., Jenny, Z. Y., and Ko, F. K. (1994). Formability of textile preforms for composite applications. part 2 : Evaluation experiments and modelling. *Composites Manufacturing*, 5(2) :123–132. [128](#)
- [Cao et al., 2008] Cao, J., Akkerman, R., Boisse, P., Chen, J., Cheng, H., De Graaf, E., Gorczyca, J., Harrison, P., Hivet, G., Launay, J., et al. (2008). Characterization of mechanical

- behavior of woven fabrics : experimental methods and benchmark results. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 39(6) :1037–1053. [11](#), [16](#), [17](#), [23](#), [24](#), [51](#), [56](#), [64](#), [68](#), [70](#), [91](#)
- [Charmetant, 2011] Charmetant, A. (2011). *Approches hyperélastiques pour la modélisation du comportement mécanique de préformes tissées de composites*. PhD thesis, INSA de Lyon. [vii](#), [viii](#), [11](#), [12](#), [28](#), [34](#)
- [Chen et al., 2009] Chen, Q., Boisse, P., Hamila, N., Saouab, A., Park, C., and Bréard, J. (2009). A finite element method for the forming simulation of the reinforcements of thermoplastic composite. *International Journal of Material Forming*, 2(1) :213. [ix](#), [46](#)
- [Cherouat and Billoët, 2000] Cherouat, A. and Billoët, J. (2000). Finite element model for the simulation of pre-impregnated woven fabric by deep-drawing and laying-up processes. *J. Adv. Mater.*, 32 :42–53. [viii](#), [41](#), [42](#)
- [Cherouat and Billoët, 2001] Cherouat, A. and Billoët, J. L. (2001). Mechanical and numerical modelling of composite manufacturing processes deep-drawing and laying-up of thin pre-impregnated woven fabrics. *Journal of materials processing technology*, 118(1-3) :460–471. [13](#), [15](#)
- [Cherouat and Borouchaki, 2009] Cherouat, A. and Borouchaki, H. (2009). Present state of the art of composite fabric forming : geometrical and mechanical approaches. *Materials*, 2(4) :1835–1857. [ix](#), [44](#), [46](#)
- [Daghboudj et al., 2008] Daghboudj, S., Satha, H., and Benzarti, M. (2008). Etude du comportement des renforts tissés au cisaillement (cas d’un renfort ncf de carbone par le bias test). In *5th ICMSE international congress on Materials Science and Engineering Guelma-Algeria (22-24 November 2008)*. [63](#)
- [Daghia et al., 2011] Daghia, F., Abisset, E., and Ladevèze, P. (2011). Modélisation des composites stratifiés jusqu’à rupture : rôle des mécanismes élémentaires et leurs interactions. In *17èmes Journées Nationales sur les Composites (JNC17)*, page 107. [viii](#), [24](#), [26](#), [27](#), [70](#)
- [Dalal, 2012] Dalal, M. (2012). *Contribution à l’étude de la saturation des tissus simples et multicouches : tissus 2D et 3D*. PhD thesis, Université de Haute Alsace-Mulhouse. [20](#), [21](#)
- [De Luycker, 2009] De Luycker, E. (2009). *Simulation et expérimentation en mise en forme de renforts composites 3D interlocks*. PhD thesis. [vii](#), [13](#), [14](#), [21](#), [23](#), [24](#), [34](#), [40](#), [41](#)

- [Dong et al., 2000] Dong, L., Lekakou, C., and Bader, M. (2000). Solid-mechanics finite element simulations of the draping of fabrics : a sensitivity analysis. *Composites Part A : Applied science and manufacturing*, 31(7) :639–652. [145](#)
- [Dridi, 2010] Dridi, S. (2010). Essais de caractérisation des structures tissées. *Thèse de Doctorat en mécanique, INSA de Lyon, France 28 Juin*. [8](#), [24](#), [125](#)
- [Duhovic et al., 2011] Duhovic, M., Mitschang, P., and Bhattacharyya, D. (2011). Modelling approach for the prediction of stitch influence during woven fabric draping. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 42(8) :968–978. [44](#)
- [Dumont et al., 2008] Dumont, F., Weimer, C., Soulat, D., Launay, J., Chatel, S., and Maison-Le-Poec, S. (2008). Composites preforms simulations for helicopters parts. *International journal of material forming*, 1(1) :847–850. [ix](#), [44](#), [46](#)
- [Duong, 2008] Duong, A. V. (2008). *Etude expérimentale du comportement mécanique de renforts composites tissés lors de la mise en forme sur géométries non développables*. PhD thesis, Orléans. [13](#)
- [Durville, 2010] Durville, D. (2010). Simulation of the mechanical behaviour of woven fabrics at the scale of fibers. *International journal of material forming*, 3(2) :1241–1251. [viii](#), [29](#), [30](#)
- [El-Hajjar and Petersen, 2011] El-Hajjar, R. F. and Petersen, D. R. (2011). Gaussian function characterization of unnotched tension behavior in a carbon/epoxy composite containing localized fiber waviness. *Composite structures*, 93(9) :2400–2408. [14](#)
- [Euvrard, 1994] Euvrard, D. (1994). Résolution numérique des équations aux dérivées partielles. *collection Masson*, pages 58–61. [83](#)
- [Fazzini, 2009] Fazzini, M. (2009). *Développement de méthodes d'intégration des mesures de champs*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse. [ix](#), [55](#), [56](#)
- [Fazzini et al., 2007] Fazzini, M., Wehbe, T., Dessein, G., Arnaud, L., and Seguy, S. (2007). Stéréo-corrélation d'image : Application aux vibrations d'une paroi mince en usinage. In *Colloque MÃ©thodes et Techniques Optiques pour l'Industrie, CMOI*. [ix](#), [57](#), [58](#)
- [Florimond, 2013] Florimond, C. (2013). *Contributions à la modélisation mécanique du comportement de mèches de renforts tissés à l'aide d'un schéma éléments finis implicite*. PhD thesis, Lyon, INSA. [vii](#), [25](#)

- [Florimond et al., 2013] Florimond, C., Vilfayeau, J., Vidal-Sallé, E., and Boisse, P. (2013). Modélisation numérique du procédé de tissage de renforts fibreux pour matériaux composites. In *18èmes Journées Nationales des Composites (JNC 18)*, pages 10–pages.
- [Garnier, 2011] Garnier, C. (2011). *Etude du comportement dynamique des structures composites réalisées par LRI : application à l'impact et à la fatigue*. PhD thesis. [1](#), [2](#)
- [Gatouillat, 2010] Gatouillat, S. (2010). *Approche mésoscopique pour la mise en forme des renforts de composites tissés*. PhD thesis, Thèse de l'INSA de Lyon. [16](#), [51](#)
- [Gatouillat et al., 2013] Gatouillat, S., Bareggi, A., Vidal-Sallé, E., and Boisse, P. (2013). Meso modelling for composite preform shaping–simulation of the loss of cohesion of the woven fibre network. *Composites Part A : Applied science and manufacturing*, 54 :135–144. [viii](#), [13](#), [19](#), [30](#), [32](#)
- [Gelin et al., 1996] Gelin, J., Cherouat, A., Boisse, P., and Sabhi, H. (1996). Manufacture of thin composite structures by the rtm process : numerical simulation of the shaping operation. *Composites science and technology*, 56(7) :711–718. [140](#)
- [Gherissi et al., 2016] Gherissi, A., Abbassi, F., Ammar, A., and Zghal, A. (2016). Numerical and experimental investigations on deep drawing of g1151 carbon fiber woven composites. *Applied Composite Materials*, 23(3) :461–476. [vii](#), [13](#), [23](#)
- [Goiescu et al., 2013] Goiescu, C., Weleman, H., Garnier, C., Fazzini, M., Brault, R., Péronnet, E., and Mistou, S. (2013). Damage investigation in cfrp composites using full-field measurement techniques : combination of digital image stereo-correlation, infrared thermography and x-ray tomography. *Composites Part B : Engineering*, 48 :95–105.
- [Gokarneshan and Alagirusamy, 2009] Gokarneshan, N. and Alagirusamy, R. (2009). Weaving of 3d fabrics : A critical appreciation of the developments. *Textile Progress*, 41(1) :1–58. [11](#)
- [Grangeat, 2002] Grangeat, P. (2002). *La tomographie : fondements mathématiques, imagerie microscopique et imagerie industrielle*. Paris, France : Lavoisier, page 287.
- [Guzman-Maldonado, 2016] Guzman-Maldonado, E. (2016). *Modélisation et simulation de la mise en forme des matériaux composites préimprégnés à matrice thermoplastique et à fibres continues*. PhD thesis, Ph. D thesis, Université de Lyon. [7](#)
- [Hagege, 2004] Hagege, B. (2004). *Simulation du comportement mécanique des milieux fibreux en grandes transformations : application aux renforts tricotés*. PhD thesis, Arts et Métiers ParisTech. [13](#), [109](#)

- [Hamila, 2007] Hamila, N. (2007). *Simulation de la mise en forme des renforts composites mono et multi plis*. PhD thesis, Villeurbanne, INSA. [viii](#), [20](#), [34](#)
- [Hamila and Boisse, 2008] Hamila, N. and Boisse, P. (2008). Simulations of textile composite reinforcement draping using a new semi-discrete three node finite element. *Composites Part B : Engineering*, 39(6) :999–1010. [40](#)
- [Han et al., 2015] Han, S. H., Cho, E. J., Lee, H. C., Jeong, K., and Kim, S. S. (2015). Study on high-speed rtm to reduce the impregnation time of carbon/epoxy composites. *Composite Structures*, 119 :50–58. [2](#)
- [Harrison, 2016] Harrison, P. (2016). Modelling the forming mechanics of engineering fabrics using a mutually constrained pantographic beam and membrane mesh. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 81 :145–157. [ix](#), [43](#)
- [Harrison et al., 2004] Harrison, P., Clifford, M. J., and Long, A. (2004). Shear characterisation of viscous woven textile composites : a comparison between picture frame and bias extension experiments. *Composites Science and Technology*, 64(10-11) :1453–1465. [71](#)
- [Hexcel, 2015] Hexcel (2015). Hexcel, hexflow 48600 c1300. [xiv](#), [51](#), [153](#)
- [Hivet and Boisse, 2005] Hivet, G. and Boisse, P. (2005). Consistent 3d geometrical model of fabric elementary cell. application to a meshing preprocessor for 3d finite element analysis. *Finite Elements in Analysis and Design*, 42(1) :25–49. [viii](#), [30](#), [31](#)
- [Hivet et al., 2013] Hivet, G., Vidal-Sallé, E., and Boisse, P. (2013). Analysis of the stress components in a textile composite reinforcement. *Journal of Composite Materials*, 47(3) :269–285. [147](#)
- [Horrocks and Anand, 2000] Horrocks, A. R. and Anand, S. C. (2000). *Handbook of technical textiles*. Elsevier.
- [Hu and Zhang, 1997] Hu, J.-L. and Zhang, Y.-T. (1997). The kes shear test for fabrics. *Textile research journal*, 67(9) :654–664. [20](#)
- [Jacquot et al., 2016] Jacquot, P.-B., Wang, P., Soulat, D., and Legrand, X. (2016). Analysis of the preforming behaviour of the braided and woven flax/polyamide fabrics. *Journal of Industrial Textiles*, 46(3) :698–718. [131](#)
- [Jaufrès et al., 2010] Jaufrès, D., Sherwood, J. A., Morris, C. D., and Chen, J. (2010). Discrete mesoscopic modeling for the simulation of woven-fabric reinforcement forming. *International Journal of Material Forming*, 3(2) :1205–1216. [viii](#), [34](#), [42](#), [86](#), [92](#), [131](#)

- [Johnson, 1995] Johnson, A. (1995). Rheological model for the forming of fabric-reinforced thermoplastic sheets. *Composites Manufacturing*, 6(3-4) :153–160. [24](#)
- [Kawabata et al., 1973] Kawabata, S., Niwa, M., and Kawai, H. (1973). 4—the finite-deformation theory of plain-weave fabrics. part ii : The uniaxial-deformation theory. *Journal of the textile institute*, 64(2) :47–61. [viii](#), [30](#), [31](#)
- [Khan et al., 2008] Khan, M. A., Mabrouki, T., Gauthier, S., Vidal-Salle, E., and Boisse, P. (2008). Preforming simulation of the reinforcements of woven composites : continuous approach within a commercial code. *International Journal of Material Forming*, 1(1) :879–882. [44](#)
- [Khan et al., 2010] Khan, M. A., Mabrouki, T., Vidal-Sallé, E., and Boisse, P. (2010). Numerical and experimental analyses of woven composite reinforcement forming using a hypoelastic behaviour. application to the double dome benchmark. *Journal of materials processing technology*, 210(2) :378–388. [viii](#), [13](#), [34](#), [36](#), [37](#), [117](#), [132](#), [147](#)
- [Khan et al., 2016] Khan, M. A., Saleem, W., Asad, M., and Ijaz, H. (2016). A parametric sensitivity study on preforming simulations of woven composites using a hypoelastic computational model. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 35(3) :243–257. [145](#)
- [Launay et al., 2007] Launay, J., Duong, A., Hivet, G., VALLE, V., and ALLAOUI, S. (2007). La mesure des déformations pour l'étude du comportement et la mise en forme des renforts de composites. *18ème Congrès Français de Mécanique (Grenoble 2007)*. [2](#)
- [Lebrun et al., 2003] Lebrun, G., Bureau, M. N., and Denault, J. (2003). Evaluation of bias-extension and picture-frame test methods for the measurement of intraply shear properties of pp/glass commingled fabrics. *Composite structures*, 61(4) :341–352. [64](#)
- [Lim and Ramakrishna, 2002] Lim, T.-C. and Ramakrishna, S. (2002). Modelling of composite sheet forming : a review. *Composites Part A : Applied science and manufacturing*, 33(4) :515–537. [viii](#), [33](#)
- [Lin et al., 2007] Lin, H., Wang, J., Long, A., Clifford, M., and Harrison, P. (2007). Predictive modelling for optimization of textile composite forming. *Composites Science and Technology*, 67(15-16) :3242–3252. [44](#)
- [Lomov et al., 2008] Lomov, S. V., Boisse, P., Deluycker, E., Morestin, F., Vanclooster, K., Vandepitte, D., Verpoest, I., and Willems, A. (2008). Full-field strain measurements in textile

- deformability studies. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 39(8) :1232–1244. [26](#)
- [Long et al., 2006] Long, A., Skordos, A., Harrison, P., Clifford, M., and Sutcliffe, M. (2006). Optimisation of sheet forming for textile composites using variable peripheral force. In *Proceedings of 27th International conference SAMPE EUROPE, Paris, France*, pages 26–27. [ix](#), [44](#), [46](#)
- [Lu et al., 2018] Lu, H., Guo, L., Liu, G., Zhong, S., Zhang, L., and Pan, S. (2018). Progressive damage investigation of 2.5 d woven composites under quasi-static tension. *Acta Mechanica*, pages 1–14. [vii](#), [10](#)
- [Mack and Taylor, 1956] Mack, C. and Taylor, H. (1956). 39—the fitting of woven cloth to surfaces. *Journal of the Textile Institute Transactions*, 47(9) :T477–T488. [32](#)
- [Maldonado, 2016] Maldonado, E. G. (2016). *Modélisation et simulation de la mise en forme des composites préimprégnés à matrice thermoplastiques et fibres continues*. PhD thesis, Université de Lyon. [6](#), [11](#), [19](#)
- [Mamalis et al., 1997] Mamalis, A., Manolakos, D., and Baldoukas, A. (1997). Simulation of sheet metal forming using explicit finite-element techniques : effect of material and forming characteristics : part 1. deep-drawing of cylindrical cups. *Journal of materials processing technology*, 72(1) :48–60. [86](#)
- [Mathieu, 2014] Mathieu, S. (2014). *Modélisation du comportement mécanique lors du procédé de mise en forme et pyrolyse des interlocks CMC*. PhD thesis, INSA de Lyon. [17](#), [80](#)
- [Mrazova, 2013] Mrazova, M. (2013). Advanced composite materials of the future in aerospace industry. *Incas bulletin*, 5(3) :139. [1](#)
- [Najjar, 2012] Najjar, W. (2012). *Contribution à la simulation de l'emboutissage de préformes textiles pour applications composites*. PhD thesis, Paris, ENSAM. [viii](#), [x](#), [xiv](#), [13](#), [43](#), [86](#), [96](#), [98](#), [100](#)
- [Najjar et al., 2012] Najjar, W., Legrand, X., Pupin, C., Dal Santo, P., and Boude, S. (2012). A simple discrete method for the simulation of the preforming of woven fabric reinforcement. In *Key Engineering Materials*, volume 504, pages 213–218. Trans Tech Publ. [42](#)
- [Orliac, 2012] Orliac, J.-G. (2012). *Analyse et simulation du comportement anisotrope lors de la mise en forme de renforts tissés interlock*. PhD thesis, INSA de Lyon. [35](#)

- [Ouagne et al., 2011] Ouagne, P., Soulat, D., Hivet, G., Allaoui, S., and Duriatti, D. (2011). Analysis of defects during the preforming of a woven flax reinforcement. *Advanced composites letters*, pages 105–108. [vii](#), [ix](#), [2](#), [13](#), [14](#), [44](#), [46](#)
- [Pan et al., 2007] Pan, B., Xie, H., Guo, Z., and Hua, T. (2007). Full-field strain measurement using a two-dimensional savitzky-golay digital differentiator in digital image correlation. *Optical Engineering*, 46(3) :033601.
- [Peirce, 1930] Peirce, F. T. (1930). 26—the “handle” of cloth as a measurable quantity. *Journal of the Textile Institute Transactions*, 21(9) :T377–T416. [27](#)
- [Peng and Cao, 2005] Peng, X. and Cao, J. (2005). A continuum mechanics-based non-orthogonal constitutive model for woven composite fabrics. *Composites part A : Applied Science and manufacturing*, 36(6) :859–874. [34](#), [46](#)
- [Potter et al., 2008] Potter, K., Khan, B., Wisnom, M., Bell, T., and Stevens, J. (2008). Variability, fibre waviness and misalignment in the determination of the properties of composite materials and structures. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 39(9) :1343–1354. [14](#)
- [Prodromou and Chen, 1997] Prodromou, A. and Chen, J. (1997). On the relationship between shear angle and wrinkling of textile composite preforms. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 28(5) :491–503. [13](#)
- [Rebelo et al., 1992] Rebelo, N., Nagtegaal, J., Taylor, L., and Passman, R. (1992). Comparison of implicit and explicit finite element methods in the simulation of metal forming processes. In *ABAQUS Users Conf., Newport, RI*. [84](#), [85](#)
- [Ruiz and Trochu, 2005] Ruiz, E. and Trochu, F. (2005). Comprehensive thermal optimization of liquid composite molding to reduce cycle time and processing stresses. *Polymer composites*, 26(2) :209–230. [12](#)
- [Sadough et al., 2006] Sadough, S., Biglari, F., Agahi, A., and Shirani, M. (2006). Initial blank design in thermoplastic reinforced sheet drawing based on sensitivity analysis. *Report No. CIFMA01-IFCAM01*. [ix](#), [46](#), [47](#)
- [Serré, 1970] Serré, J.-L. (1970). Les matériaux composites. *Matériaux & Techniques*, 53(2) :39–41. [7](#)

- [Sherwood et al., 2012] Sherwood, J., Fetfatsidis, K., Gorczyca, J., and Berger, L. (2012). Fabric thermostamping in polymer matrix composites. In *Manufacturing Techniques for Polymer Matrix Composites (PMCs)*, pages 139–181. Elsevier. [vii](#), [18](#), [19](#), [86](#)
- [Sidoroff, 1980] Sidoroff, F. (1980). Mécanique des milieux continus. [80](#), [81](#)
- [Smolinski et al., 1996] Smolinski, P., Sleith, S., and Belytschko, T. (1996). Stability of an explicit multi-time step integration algorithm for linear structural dynamics equations. *Computational Mechanics*, 18(3) :236–244. [83](#)
- [Soulat et al., 2009] Soulat, D., Allaoui, S., and Chatel, S. (2009). Experimental device for the preforming step of the rtm process. *International Journal of Material Forming*, 2 :181–184. [2](#), [13](#)
- [Sze and Liu, 2005] Sze, K. and Liu, X. (2005). A new skeletal model for fabric drapes. *International Journal of Mechanics and Materials in Design*, 2(3-4) :225–243. [viii](#), [41](#)
- [Tchebychev, 1962] Tchebychev, P. (1962). Sur la coupe des vêtements (1878). *Œuvres II, Chelsea*. [32](#)
- [Tephany, 2014] Tephany, C. (2014). *Analyse de la formabilité de renforts composites à base de fibres naturelles*. PhD thesis, Université d’Orléans. [xi](#), [xiv](#), [16](#), [17](#), [42](#), [44](#), [86](#), [96](#), [99](#), [100](#)
- [Terekhina, 2011] Terekhina, S. (2011). *Comportement en fretting de composite CFRP Hex-TOOL TM et de sa matrice Bismaléimide*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon. [1](#)
- [Vidal-Sallé et al., 2011] Vidal-Sallé, E., Aimène, Y., and Boisse, P. (2011). Use of a hyperelastic constitutive law for dry woven forming simulations. In *AIP Conference Proceedings*, volume 1353, pages 883–888. AIP. [44](#)
- [Vilfayeau, 2014] Vilfayeau, J. (2014). *Modélisation numérique du procédé de tissage des renforts fibreux pour matériaux composites*. PhD thesis, INSA de Lyon. [vii](#), [9](#)
- [Wang et al., 1998] Wang, J., Page, J., and Paton, R. (1998). Experimental investigation of the draping properties of reinforcement fabrics. *Composites Science and Technology*, 58(2) :229–237. [20](#)
- [Wang et al., 2012] Wang, P., Hamila, N., and Boisse, P. (2012). Prédiction par simulation des défauts de plissement lors de la mise en forme des matériaux composites mono et multiplis. *Matériaux & Techniques*, 100(6-7) :591–599. [viii](#), [20](#), [40](#)
- [Wendling, 2013] Wendling, A. (2013). *Simulation à l’échelle mésoscopique de la mise en forme de renforts de composites tissés*. PhD thesis, INSA de Lyon. [11](#), [85](#), [86](#), [129](#)

- [Wright, 1998] Wright, J. P. (1998). Numerical stability of a variable time step explicit method for timoshenko and mindlin type structures. *Communications in Numerical Methods in Engineering*, 14(2) :81–86. [85](#)
- [Xue et al., 2003] Xue, P., Peng, X., and Cao, J. (2003). A non-orthogonal constitutive model for characterizing woven composites. *Composites part A : Applied Science and manufacturing*, 34(2) :183–193. [viii](#), [37](#)
- [Youssef, 2005] Youssef, M. (2005). *Milieux fibreux tissés : modélisation et simulation de la mise en forme des CFRTP à géométrie non développable*. PhD thesis, Polytech'Orléans/ENSAM Paris. [16](#), [19](#), [24](#)
- [Yu et al., 2005] Yu, W.-R., Harrison, P., and Long, A. (2005). Finite element forming simulation for non-crimp fabrics using a non-orthogonal constitutive equation. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 36(8) :1079–1093. [ix](#), [44](#), [47](#)
- [Yu et al., 2003] Yu, W. R., Zampaloni, M., Pourboghrat, F., Chung, K., and Kang, T. J. (2003). Sheet hydroforming of woven frt composites : non-orthogonal constitutive equation considering shear stiffness and undulation of woven structure. *Composite Structures*, 61(4) :353–362. [44](#)
- [Zhou et al., 2004] Zhou, G., Sun, X., and Wang, Y. (2004). Multi-chain digital element analysis in textile mechanics. *Composites science and Technology*, 64(2) :239–244. [29](#)
- [Zhu et al., 2007] Zhu, B., Yu, T., and Tao, X. (2007). Large deformation and slippage mechanism of plain woven composite in bias extension. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 38(8) :1821–1828. [66](#)