

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA**



**TESIS**

**ANÁLISIS Y CONTROL DE LA DINÁMICA LATERAL  
DE AVIONES**

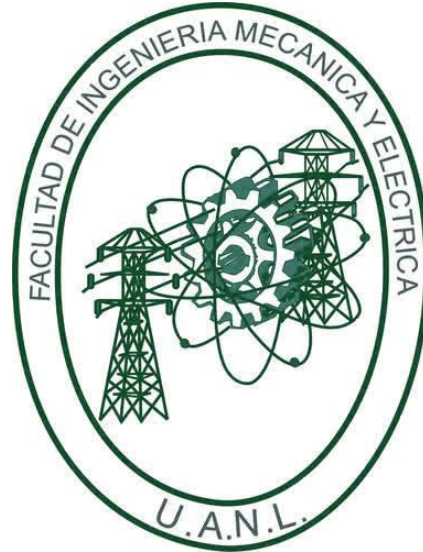
**POR**

**DANIEL LIBRADO MARTÍNEZ VÁZQUEZ**

**COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE  
DOCTOR EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA AERONÁUTICA**

**MAYO, 2018**

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN**  
**FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA**  
**SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO**



**TESIS**

**ANÁLISIS Y CONTROL DE LA DINÁMICA LATERAL  
DE AVIONES**

**POR**

**DANIEL LIBRADO MARTÍNEZ VÁZQUEZ**

**COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE  
DOCTOR EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA AERONÁUTICA**

**MAYO, 2018**

Universidad Autónoma de Nuevo León  
Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica  
Subdirección de Estudios de Posgrado

Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la Tesis «Análisis y control de la dinámica lateral de aviones», realizada por el alumno Daniel Librado Martínez Vázquez, con número de matrícula 1707092, sea aceptada para su defensa como requisito parcial para obtener el grado de Doctorado en Ciencias de la Ingeniería Aeronáutica.

El Comité de Tesis



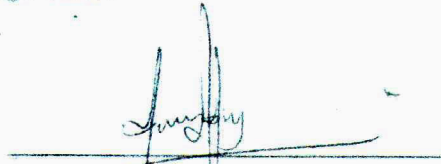
Dr. Eduardo Liceaga Castro

Director



Dr. Luis Antonio Amézquita Brooks

Codirector



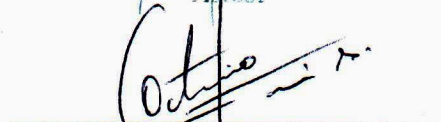
Dr. Jesús Ulises Liceaga Castro

Asesor



Dra. Diana Hernández Alcántara

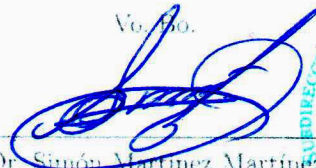
Asesor



Dr. Octavio García Salazar

Asesor

Vc. /bo.



Dr. Simón Martínez Martínez

Subdirección de Estudios de Posgrado



San Nicolás de los Garza, Nuevo León, agosto 2018

*Espero que la culminación de esta etapa me permita  
ayudar a mis prójimos de mejor manera.*

# AGRADECIMIENTOS

---

Agradezco a Dios por permitirme convivir con todas las personas que he conocido a lo largo de mi vida.

Gracias Nayibi, gracias Helena y gracias Olivia por brindarme su amor incondicional.

Eduardo, gracias por tolerarme, por el tiempo que me dedicaste y por formar parte de mi formación humana y académica.

Octavio y Luis, celebro todas nuestras vivencias compartidas y agradezco todo su apoyo.

Agradezco a los doctores Diana Hernández y Ulises Liceaga por la revisión de este escrito, en especial por sus amables comentarios.

Gracias a la UANL por brindarme la beca complementaria para cursar el doctorado y por ser el espacio para aprender una cultura diferente. Agradezco a todos los profesores de la UANL, en particular me permito agradecer a: Dra. Patricia Zambrano, Dr. J. Castillo, Dr. S. Martínez, Dr. A. Treviño, Dr. Ulises García y Dra. C. Gaona.

Gracias a todos mis compañeros, alumnos y estudiantes por permitirme conocer la utilidad humana y académica de mis estudios en Aeronáutica. Gracias Carlos Santana, Ruben Campos, Marco Torres, Fernando Aguilar, Carlos Vaquera, Diego Rivera, Victoria González, Claudia Muñoz, Eduardo Torres, Kimberly Torres y todos

aquellos cuyos nombres se me escapan.

# ÍNDICE GENERAL

---

<b>Agradecimientos</b>	<b>v</b>
<b>Resumen</b>	<b>xi</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Motivación . . . . .	1
1.2. Objetivo de la Tesis . . . . .	2
1.3. Hipótesis . . . . .	2
1.4. Límites de estudio . . . . .	3
1.5. Estado actual de la Ciencia . . . . .	3
1.5.1. Sistemas de control de aeronaves . . . . .	3
1.5.2. Análisis y Diseño por Canales Individuales - ICAD . . . . .	4
<b>2. Marco Teórico</b>	<b>6</b>
2.1. Análisis y Diseño por Canales Individuales . . . . .	6
2.1.1. ICAD: Desarrollo para un sistema de dos entradas y dos salidas . . . . .	8
2.2. Dinámica lateral-direccional del avión convencional. . . . .	14

---

2.2.1. Modelo de la dinámica lateral-direccional del avión convencional	15
2.3. Control de aeronaves . . . . .	16
<b>3. Resultados y Análisis</b>	<b>18</b>
3.1. Análisis de la robustez estructural en estado estacionario . . . . .	18
3.2. Análisis con cabeceo cero . . . . .	19
3.3. Análisis de la robustez estructural simbólica . . . . .	20
3.4. Ejemplo numérico: Interceptor F106B . . . . .	21
<b>4. Conclusiones</b>	<b>29</b>
4.1. Aplicaciones alternativas . . . . .	30
<b>A. Expresiones simbólicas de <math>\gamma(0)</math></b>	<b>31</b>
A.1. Modelo completo . . . . .	31
A.2. Modelo reducido a cabeceo cero . . . . .	33
<b>B. Aeronave F106B</b>	<b>34</b>



# ÍNDICE DE FIGURAS

---

2.1. Diagrama de bloques de un sistema de dos entradas y dos salidas con controlador descentralizado. . . . .	9
2.2. Diagrama de bloques de un sistema de dos entradas y dos salidas con controlador descentralizado, desde el punto de vista de ICAD. . . . .	10
3.1. Aeronave F106B. . . . .	22
3.2. Envolvente de vuelo de la aeronave F106B [55]. . . . .	23
3.3. Función de Estructura Multivariable, $\gamma_{pr}(s)$ . . . . .	23
3.4. Funciones de Estructura Multivariable, $\gamma_{\beta p}(s)$ y $\gamma_{\beta r}(s)$ . . . . .	24
3.5. Funciones de Estructura Multivariable, $\gamma(s)$ . . . . .	24
3.6. Diagrama de Bode de los canales individuales. . . . .	25
3.7. Diagrama de Nyquist de $\gamma(s)$ , $\gamma(s)h_1(s)$ y $\gamma(s)h_2(s)$ . . . . .	26
3.8. Respuesta al impulso. . . . .	26
3.9. Respuesta al escalón. . . . .	27
3.10. Respuesta al escalón de $\beta$ en todos los casos de la envolvente de vuelo. . . . .	27
3.11. Respuesta al escalón de $\phi$ en todos los casos de la envolvente de vuelo. . . . .	28

# ÍNDICE DE TABLAS

---

2.1. Estructura de polos y ceros de los canales. . . . .	11
2.2. Diferentes casos para los emparejamientos entrada-salida . . . . .	16
3.1. Análisis de $\gamma(s)$ y $\gamma(0)$ . . . . .	19
3.2. Análisis de $\gamma(s)$ y $\gamma(0)$ , cuando $\theta_0 = 0$ . . . . .	20

# RESUMEN

---

Daniel Librado Martínez Vázquez.

Candidato para obtener el grado de Doctorado en Ciencias de la Ingeniería Aeronáutica.

Universidad Autónoma de Nuevo León.

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica.

Título del estudio: ANÁLISIS Y CONTROL DE LA DINÁMICA LATERAL DE AVIONES.

Número de páginas: 43.

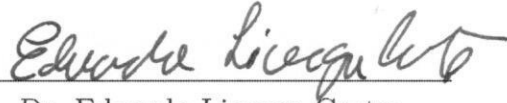
**OBJETIVOS Y MÉTODO DE ESTUDIO:** El objetivo general de esta tesis es analizar, mediante el marco de trabajo de *Individual Channel Analysis and Design*, ICAD, los acoplamientos dinámicos que se tienen en el movimiento lateral de aviones en configuración estándar.

El método de estudio fué totalmente analítico. Se escogió el modelo estándar para aviones en configuración convencional. Se analizaron cada uno de los 12 casos posibles de emparejamientos mediante el análisis de la *Multivariable Structure Function*. Se muestra un caso de estudio numérico para una aeronave militar.

**CONTRIBUCIONES Y CONCLUSIONES:** La contribución, y conclusión, principal es que el emparejamiento entre alerones con ángulo de alabeo y timón direccional con

ángulo de deslizamiento resulta ser el mejor posible para aviones de ala fija en configuración convencional. Este resultado es totalmente novedoso, está respaldado mediante análisis ICAD y simulaciones numéricas.

Firma del Director de Tesis:



Dr. Eduardo Liceaga Castro

## CAPÍTULO 1

# INTRODUCCIÓN

---

## 1.1 MOTIVACIÓN

En esta tesis se analiza el sistema lineal que modela el movimiento lateral de una aeronave de ala fija cuando se aplica un control descentralizado. Para dicho fin, es necesario elegir un modelo específico debido a que existen diversas versiones de acuerdo a las suposiciones de trabajo y al autor [38, 16, 49, 41, 12, 15]. En general, todos los modelos concuerdan en tener al ángulo de alabeo, velocidad angular en el eje cuerpo  $y$ , velocidad angular en el eje cuerpo  $x$ , y ángulo de deslizamiento lateral como variables de estado. A su vez, las variables de entrada convencionales son la deflexión diferencial en los alerones y la deflexión en el timón. Si se tomando la representación del sistema en una representación en matriz de transferencia de orden  $2 \times 2$ , existen 12 diferentes configuraciones entrada-salida.

Cuando se propone controlar determinada salida mediante la retroalimentación exclusiva de cierta entrada, se debe proponer un controlador descentralizado (diagonal en su representación en matriz de transferencia). Sin embargo, para sintetizar el controlador es necesario analizar la influencia cruzada de las retroalimentaciones de salida. Desde el punto de vista de control clásico, existen diferentes métodos reportados para analizar dichas interacciones cruzadas [24, 19]. El marco de trabajo

llamado ICAD (Individual Channel Analysis and Design - Análisis y Diseño por Canal Individual) es una herramienta que permite el análisis de sistemas multivariables y de sus acoplamientos cruzados internos cuando se utilizan controladores descentralizados. Ésto permite facilitar el correcto diseño del controlador que cumpla con parámetros frecuenciales clásicos de robustez (márgen de fase y márgen de ganancia) y desempeño (ancho de banda en lazo abierto).

Debido a que existen 12 diferentes configuraciones entrada-salida para el modelo matemático de la dinámica lateral, es importante buscar el mejor emparejamiento entrada-salida. En esta tesis, la búsqueda se realiza mediante el uso de cálculo simbólico y ICAD. Como resultado de la búsqueda, se logra concluir cual es el mejor emparejamiento entrada-salida para el modelo matemático de orden  $2 \times 2$ . Una serie de simulaciones numéricas, con datos confiables, se realiza para ejemplificar la conclusión.

## 1.2 OBJETIVO DE LA TESIS

Analizar, mediante el uso del Análisis y Diseño por Canales Individuales, la dinámica lateral de aeronaves de ala fija, de orden  $2 \times 2$ , sujetas a un control descentralizado para encontrar el mejor emparejamiento entrada-salida.

## 1.3 HIPÓTESIS

Es posible encontrar, mediante el uso del cálculo simbólico y del marco de trabajo conocido como ICAD, el emparejamiento de entrada-salida que muestre menor acoplamiento cruzado al controlar descentralizadamente el modelo matemático, de orden  $2 \times 2$ , de la dinámica lateral de una aeronave de ala fija.

## 1.4 LÍMITES DE ESTUDIO

En esta tesis se realizan las siguientes suposiciones de trabajo:

- El modelo matemático de una aeronave mediante ecuaciones diferenciales ordinarias lineales es válido.

Los límites de estudio se encuentran al violentar alguna de estas suposiciones.

## 1.5 ESTADO ACTUAL DE LA CIENCIA

### 1.5.1 SISTEMAS DE CONTROL DE AERONAVES

Desde el punto de vista de los diferentes tipos de controladores que existen, y a saber, no existe trabajo específico para determinar simbólicamente el mejor emparejamiento de entrada-salida para la dinámica lateral de aviones. El trabajo con mayor similitud, al trabajo aquí presentado, está dado por la *Teoría de Retroalimentación Cuantitativa* (QFT - Quantitative Feedback Theory) [44, 45, 46, 22, 60, 52]. Las similitudes encontradas entre ICAD y QFT son: i) el uso de herramientas clásicas para sintetizar controladores descentralizados lineales, y; ii) algunas aplicaciones enfocadas en aviones. Sin embargo, mientras que QFT realiza un esbozo inconcluso de las interacciones cruzadas del sistema, ICAD establece claramente la forma en que las interacciones cruzadas deben ser analizadas.

En cuanto a otras técnicas de control, este trabajo es similar a la *Planificación de Ganancias* [23, 50], *Modos Deslizantes* [20], *Síntesis  $\mu$*  [11], *control  $H_\infty$*  [36] y *Estructura de Valores Propios* [53]. La similitud es solo en el sentido en que se utiliza un modelo lineal para representar la dinámica del avión. Es importante mencionar que la diferencia principal entre estas técnicas y ICAD radica en que ICAD permite

conservar la visión de ingeniería a lo largo de todo el proceso (desde el análisis del modelo hasta la síntesis del controlador). Además, la robustez se puede medir con herramientas clásicas como margen de fase y margen de ganancia, la estabilidad mediante diagramas de Nyquist y el desempeño mediante anchos de banda.

Existen otras técnicas de control tanto lineales como no lineales que no tienen similitudes significativas con este trabajo. Para el lector interesado, existe un conjunto de excelentes referencias que tratan el tema del control de aeronaves desde muy diversos puntos de vista [38, 37, 54, 10, 35] [PODRIA SER QUE SE PONGAN MAS REFERENCIAS].

### 1.5.2 ANÁLISIS Y DISEÑO POR CANALES INDIVIDUALES - ICAD

Desde la primera aparición de ICAD [43], se han realizado trabajos para analizar y controlar sistemas como: submarinos [32, 31], helicópteros [33, 14, 59, 13], motores de inducción [6, 5, 8], vehículos terrestres [58, 61, 18], turboreactores [3] y aeronaves de ala fija son [4, 48, 40], entre otros.

En el trabajo realizado por Akbar, Leithead y O'Reilly [4] se presenta el diseño de un control para una avión de combate [51]. Los autores utilizan precompensadores y prealimentación para mejorar la robustez ante incertidumbre de la planta. Se utiliza un modelo numérico derivado del análisis de la dinámica longitudinal de un vehículo remotamente pilotado del que no fue posible obtener la referencia original [17]. Las señales de control son el ángulo del *elevon* y el ángulo del *canard*; las señales de salida son el ángulo de ataque y el ángulo de cabeceo.

Otro trabajo similar, realizado por Robertson, Leithead y O'Reilly [48], presenta un programa computacional, compatible con Matlab, para el analisis y control del modelo genérico de una aeronave de despegue y aterrizaje corto/vertical (GVAM - Generic Vertical/Short Take-off and Landing aircraft model). Se toma la dinámica longitudinal con el comando del plano de cola, el comando del acelerador y comando



del ángulo de la tobera como señales de control; como señales de salida se toma el ángulo de cabeceo, la velocidad viento y el ángulo de la trayectoria de vuelo.

Las diferencias fundamentales de los dos trabajos, previamente descritos, con esta tesis son: i) El uso del modelo de la dinámica longitudinal en contraste con el uso de la dinámica lateral de este trabajo, y; ii) El uso de un modelo totalmente numérico a comparación del uso de un modelo simbólico y numérico en esta tesis.

En el trabajo realizado por Murray y McGookin [40] se utiliza ICAD como complemento a la *Simulación Inversa No Lineal*. Los autores utilizan modelos numéricos y utilizan ICAD como herramienta para mejorar la comprensión en el funcionamiento de la Simulación Inversa No Lineal. Sin embargo, no exploran el modelo simbólico lineal del avión ni utilizan ICAD como la herramienta principal de su divulgación.

Existe trabajo nacional, realizado por Torres-Reyna [56], en donde se explora el uso de ICAD para controlar la dinámica lateral del avión. Es importante mencionar que, aunque el trabajo es muy interesante e ilustrativo, el autor no explora los acoplamientos desde el punto de vista simbólico.

Por lo tanto, se considera que no existe trabajo previo igual al trabajo presentado en esta tesis.

## CAPÍTULO 2

# MARCO TEÓRICO

---

### 2.1 ANÁLISIS Y DISEÑO POR CANALES INDIVIDUALES

El primer paso para diseñar un sistema de control debe ser analizar las especificaciones de desempeño impuestas por el usuario. En sistemas monovariantes, estas especificaciones pueden darse tanto mediante parámetros temporales (error en estado estacionario, máximo sobreimpulso, tiempo de establecimiento o tiempo de subida, entre otros), como mediante parámetros frecuenciales (ancho de banda, margen de ganancia y margen de fase). Sin embargo, para sistemas multivariantes es difícil dilucidar, en principio, la forma en que una entrada en particular afecta a una salida en particular y las interacciones internas entre entradas y salidas.

Con el fin didáctico de abordar primero los problemas más sencillos, se deben proponer emparejamientos (cada uno de estos entre una entrada en particular y una salida en particular) para utilizar la marco de trabajo ICAD. A cada emparejamiento entrada-salida,  $(r_i(s) - y_i(s))$ , se le llama *transmitancia del canal en lazo abierto*,  $c_i(s)$ . La finalidad de definir estos emparejamientos es lograr controlar la salida  $y_i(s)$  mediante la acción de la entrada  $r_i(s)$  cumpliendo todas las especificaciones de desempeño y tratando de minimizar la influencia de las otras entradas  $r_j(s)$ ,  $i \neq j$ . En primera instancia, el control que se propone es retroalimentado y descentralizado, es

decir, mediante un controlador en serie para cada par de entrada-salida  $r_i(s) - y_i(s)$  y con retroalimentación unitaria.

Cuando la respuesta de una salida  $y_i(s)$  ante una entrada  $r_j(s)$  ( $i \neq j$ ) es apreciable, se dice que la salida  $y_i(s)$  tiene un *acoplamiento fuerte* con la entrada  $r_j(s)$ . En caso contrario se dice que tiene un *acoplamiento débil*. A un sistema multivariable que exhibe todos sus acoplamientos débiles se le denomina *sistema desacoplado* y la tarea de diseñar un controlador descentralizado se trivializa a diseñar controladores monovariantes para cada canal.

Para la síntesis del controlador, el marco de trabajo ICAD hace uso del enfoque frecuencial, en particular de metodologías mediante diagramas de Nyquist y de Bode, para analizar los canales y diseñar los controladores apropiados. Esta elección se debe a que el enfoque Nyquist-Bode puede evaluar: i) El desempeño alcanzable por el sistema; ii) El desempeño del sistema en lazo cerrado con base en el sistema en lazo abierto; iii) Si las restricciones en desempeño son debidas al controlador o al sistema, y; iv) El balance entre diferentes especificaciones.

Como se verá mas adelante, la estructura dinámica de un sistema multivariable no solo depende de los polos en el semiplano derecho (PSD) y de los ceros en el semiplano izquierdo (CSD), sino también de los CSD de los elementos individuales de la matriz de transferencia, de la naturaleza de los acoplamientos y del comportamiento asintótico de la planta a altas frecuencias.

### 2.1.1 ICAD: DESARROLLO PARA UN SISTEMA DE DOS ENTRADAS Y DOS SALIDAS

Un sistema lineal invariante en el tiempo con dos entradas y dos salidas acepta una representación, mediante matriz de transferencia, de la siguiente forma

$$G(s) = \begin{bmatrix} g_{11}(s) & g_{12}(s) \\ g_{21}(s) & g_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

donde cada  $g_{ii}(s), i = 1, 2$  es una función polinomial, racional y analítica en la variable compleja  $s$ . Si se propone un controlador descentralizado (diagonal) de la forma

$$K(s) = \begin{bmatrix} k_1(s) & 0 \\ 0 & k_2(s) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

y despues de una serie de reducciones algebraicas o mediante diagramas de bloques [57, 56], se encuentra que las respuesta en lazo cerrado de los canales  $C_1(s)$  y  $C_2(s)$ , ante las referencias  $r_1(s)$  y  $r_2(s)$  son

$$y_1(s) = t_{11}(s)r_1(s) + t_{12}(s)r_2(s) \quad (2.3)$$

$$y_2(s) = t_{21}(s)r_1(s) + t_{22}(s)r_2(s) \quad (2.4)$$

donde

$$t_{ii}(s) = \frac{c_i(s)}{1 + c_i(s)} \quad (2.5)$$

$$t_{ij}(s) = h_j(s) \frac{g_{ij}(s)}{g_{jj}(s)} \frac{1}{1 + c_i(s)}; \quad i \neq j \quad (2.6)$$

con

$$c_i(s) = k_i(s)g_{ii}(s)(1 - \gamma(s)h_j(s)); \quad i \neq j \quad (2.7)$$

$$h_i(s) = \frac{k_i(s)g_{ii}(s)}{1 + k_i(s)g_{ii}(s)} \quad (2.8)$$

$$\gamma(s) = \frac{g_{12}(s)g_{21}(s)}{g_{11}(s)g_{22}(s)} \quad (2.9)$$

en donde se han definido la *Función de Estructura Multivariable* (MSF - Multivariable Structure Function),  $\gamma(s)$ , los *subsistemas en lazo cerrado*,  $h_i(s)$ , y la *transmiancia de los canales en lazo abierto*,  $c_i(s)$ .

Adicionalmente, la respuesta en lazo cerrado de los canales  $C_1(s)$  y  $C_2(s)$ , ante señales de perturbación a la salida  $d_1(s)$  y  $d_2(s)$  son

$$y_1(s) = s_{11}(s)d_1(s) + s_{12}(s)d_2(s) \quad (2.10)$$

$$y_2(s) = s_{21}(s)d_1(s) + s_{22}(s)d_2(s) \quad (2.11)$$

donde

$$s_{ii}(s) = \frac{1}{1 + c_i(s)} \quad (2.12)$$

$$s_{ij}(s) = -h_j(s) \frac{g_{ij}(s)}{g_{jj}(s)} \frac{1}{1 + c_i(s)} = -t_{ij}(s); \quad i \neq j \quad (2.13)$$

En esta representación, se ha descompuesto el sistema multivariable en dos sistemas monovariante que, en conjunto, son equivalentes al sistema original sin pérdida de información. Diagramas a bloques del sistema original y el sistema bajo el marco de trabajo ICAD se muestran en las figuras 2.1 y 2.2.

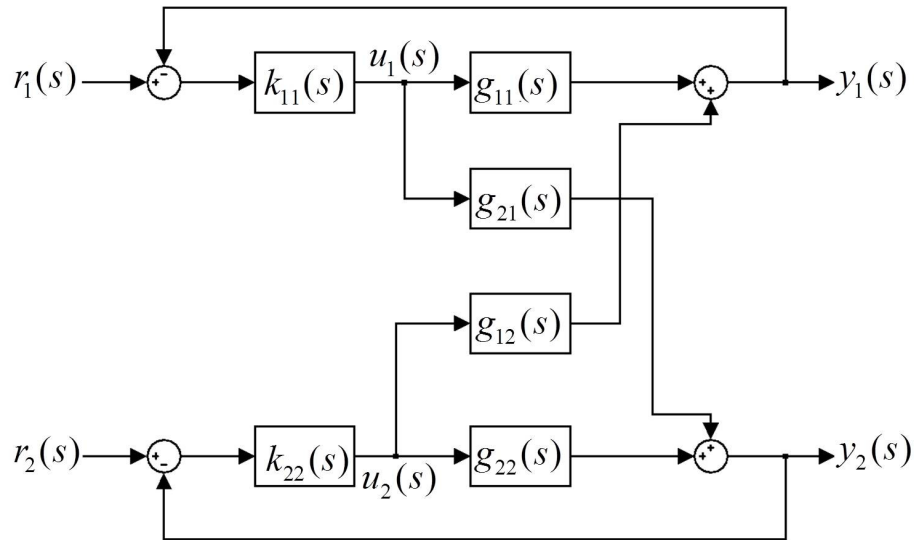


Figura 2.1: Diagrama de bloques de un sistema de dos entradas y dos salidas con controlador descentralizado.

De las ecuaciones (2.3) a (2.13) se puede analizar que el desempeño de la respuesta transitoria y el rechazo a perturbaciones de las salidas  $y_i(s)$  pueden ser caracterizadas, por completo, mediante la transmitancia de los canales en lazo abierto,  $c_i(s)$ , y se puede concluir que:

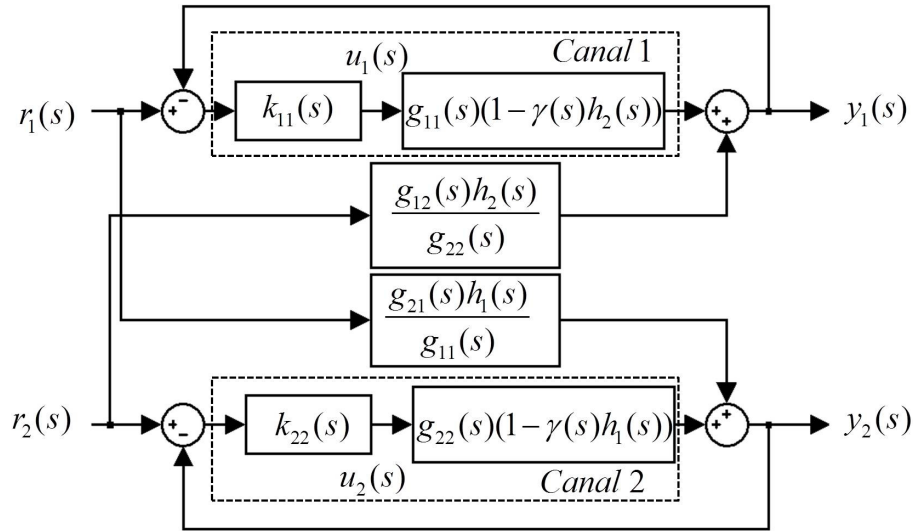


Figura 2.2: Diagrama de bloques de un sistema de dos entradas y dos salidas con controlador descentralizado, desde el punto de vista de ICAD.

1. Dadas entradas de referencia estables,  $r_i(s)$ , y perturbaciones estables,  $d_i(s)$ ; las salidas,  $y_i(s)$ , son estables si las transmitancias del canal en lazo cerrado,  $t_{ii}(s)$ , son estables.
2. El desempeño del seguimiento de trayectorias de la salida,  $y_i(s)$ , ante la entrada de referencia,  $r_i(s)$ , está dado por la transmitancia del canal en lazo cerrado,  $t_{ii}(s)$ .
3. El rechazo a perturbaciones,  $d_i(s)$ , está dado por la sensibilidad,  $s_{ii}(s)$ .
4. Tanto el rechazo a las entradas de referencia cruzada,  $r_j(s)$ , como el rechazo a las perturbaciones cruzadas,  $d_j(s)$ , están dados por la sensibilidad,  $s_{ii}(s)$ , modulada por el factor  $h_j(s)g_{ij}(s)/g_{jj}(s)$ .

Por lo tanto, al utilizar un controlador descentralizado, las transmitancias en lazo abierto,  $c_i(s)$ ,  $i = 1, 2$  pueden ser utilizadas para evaluar el desempeño obtenido por el controlador usando parámetros en el dominio de la frecuencia, como frecuencias de cruce de  $c_i(s)$  o anchos de banda de  $t_{ii}(s)$ . Los márgenes de ganancia y de fase pueden ser utilizados para medir el comportamiento transitorio pero existen

restricciones para ser utilizados para medir la robustez estructural del sistema en lazo cerrado.

Se sabe que el desempeño de un sistema estable y de fase mínima solo está restringido por la capacidad de los actuadores y por la incertidumbre en la representación matemática del sistema. Sin embargo, para un sistema con CSD o PSD, el desempeño en lazo cerrado está muy restringido; la ganancia en lazo abierto debe ser mayor a la unidad en la región de frecuencias cercanas al PSD, pero menor a la unidad en la región de frecuencias cercanas al CSD. Se puede decir, entonces, que la estructura de la planta afecta, inevitablemente, tanto al desempeño en lazo cerrado como a la estructura del controlador que debe ser implementado.

Análogamente, para el caso multivariable, la estructura de los controladores descentralizados,  $k_i(s)$ , esta influenciada por la estructura de las transmitancias en lazo abierto de los canales,  $c_i(s)$ . La estructura de polos y ceros de los canales, siempre y cuando no existan cancelaciones inestables, se puede resumir de acuerdo a lo que se establece en el Cuadro 2.1.

	Polos	Ceros
Canal $C_1(s)$	Polos de $\{g_{11}(s), g_{12}(s), g_{21}(s), h_2(s)\}$	Ceros de $(1 - \gamma(s)h_2(s))$
Canal $C_2(s)$	Polos de $\{g_{22}(s), g_{12}(s), g_{21}(s), h_1(s)\}$	Ceros de $(1 - \gamma(s)h_1(s))$

Tabla 2.1: Estructura de polos y ceros de los canales.

Al conocer los elementos de la función de transferencia del sistema,  $g_{ij}(s)$ , y al proponer la forma de los controladores,  $k_i(s)$ , se cuenta con la información de sus respectivos PSD y CSD. El número de PSD de los subsistemas en lazo cerrado,  $h_i(s)$ , se pueden determinar mediante un Diagrama de Nyquist de  $k_i(s)g_{ii}(s)$ ; por lo tanto, los PSD de los canales,  $C_i(s)$ , se pueden determinar completamente.

Sin embargo, los CSD de los canales,  $C_i(s)$  no son obvios, pero se puede determinar su número mediante los Diagramas de Nyquist de  $\gamma(s)h_j(s)$ . Si se conoce el número de PSD de  $\gamma(s)h_j(s)$ ,  $P$ , y además, el Diagrama de Nyquist de  $\gamma(s)h_j(s)$

tiene  $N$  encierros horarios excedentes al punto crítico  $(1, 0)$ , entonces el número de CSD de  $(1 - \gamma(s)h_j(s))$ ,  $Z$ , es  $Z = N + P$ .

Por lo tanto, la condición de fase mínima para el canal  $C_i(s)$  depende del análisis de  $\gamma(s)h_j(s)$ ,  $i \neq j$ . Además, cuando la estructura de  $\gamma(s)h_j(s)$  es la misma que la de  $\gamma(s)$  y la magnitud del controlador  $k_j(s)$  es alta, los CSD de  $(1 - \gamma(s)h_j(s))$  son, esencialmente, los CSD de  $(1 - \gamma(s))$ , es decir, los CSD del sistema original. Cabe mencionar que los ceros de cada canal son diferentes entre sí y son diferentes a los ceros de los elementos  $g_{ij}(s)$ .

Las propiedades que contiene el diagrama de Nyquist de  $\gamma(s)$  para el análisis de la estructura del sistema multivariable son: i) Su magnitud indica el nivel de acoplamiento cruzado; ii) Su proximidad con el punto  $(1, 0)$  indica el nivel de *mal acondicionamiento* del sistema; iii) Los PSD y los CSD de los elementos  $g_{ij}(s)$  significativos son aquellos que, a su vez, son PSD de  $\gamma(s)$ , y; iv) El número de PSD esta relacionado con el número de encierros al punto  $(1, 0)$ .

De forma similar, los diagramas de Nyquist de las funciones  $\gamma(s)h_j(s)$  contienen la siguiente información de la estructura del canal  $C_i(s)$ : i) Los PSD y los CSD de los elementos  $h_j(s)$  significativos son aquellos que, a su vez, son PSD de  $\gamma(s)h_j(s)$ ; ii) Tanto el número de PSD como de CSD estan relacionados con el número de encierros al punto  $(1, 0)$ , y; iii) Las funciones  $\gamma(s)h_j(s)$  son indicadores importantes del desempeño en lazo cerrado logrado en los canales  $C_i(s)$ .

Hasta este punto, se ha desarrollado la teoría básica de sistemas de dos entradas dos salidas desde el punto de vista de ICAD. Tratar de abarcar toda la teoría desarrollada para ICAD esta fuera de los límites de esta tesis. El lector interesado puede involucrarse con una gran cantidad información disponible; en forma resumida, la teoría de ICAD se ha desarrollado desde los aspectos fundamentales [24, 27, 26, 29], la teoría básica para sistemas cuadrados de orden arbitrario [25], el análisis utilizando prealimentación [28], el análisis de modelos descritos en espacio de estados [30], análisis de pasividad [42], análisis de robustez de sistemas pasivos [34], análisis



---

de la Función de Estructura Variable y la Matriz Ganancia Relativa [9], análisis de Control Tolerante a Fallos [21] y análisis de sistemas no cuadrados [7].

## 2.2 DINÁMICA LATERAL-DIRECCIONAL DEL AVIÓN CONVENCIONAL.

Existen diferentes modelos lineales que representan la dinámica lateral-direccional del avión convencional [55, 38, 16, 49, 12, 41, 15]. Por ejemplo, existen modelos que utilizan la velocidad lateral,  $v$ , mientras otros usan el ángulo de derrape,  $\beta$ . Algunos modelos usan el ángulo de guiñada,  $\psi$ , mientras que otros el ángulo de alabeo,  $\phi$ ; algunos modelos usan datos expresados en ejes cuerpo y otros los ejes estabilidad.

La revisión de la literatura revela un hecho remarcable en cuanto al uso de modelos de la dinámica lateral-direccional. En general, los modelos numéricos utilizan valores paramétricos derivados de suposiciones poco claras o que son referenciados a otros trabajos. Es decir, a opinión de este autor, existe la generalización de errores en las suposiciones de trabajo y del argumento *ad verecundiam*.

Sin embargo, con el avance de esta tesis, se ha clarificado la gran dificultad de obtener los parámetros numéricos. Para esto es necesario realizar las siguientes pruebas dentro de túnel de viento: i) pruebas aerodinámicas estáticas; ii) pruebas dinámicas, independientes en cada eje; iii) pruebas dinámicas con ejes mezclados, y; iv) pruebas dinámicas de vuelo libre; además de pruebas de identificación con pruebas de vuelo fuera del tunel de viento. Los parámetros numéricos necesarios deberían, por lo tanto, ser obtenidos mediante experimentos en túnel de viento y vuelos de prueba; además, deben ser ajustados al modelo matemático a utilizar.

Para poder realizar todas estas pruebas es necesario hacer una gran inversión económica y de trabajo humano de alta calidad. Pocas instituciones pueden realizar tales inversiones, por lo tanto, podría estar justificado el argumento *ad verecundiam* solo si los datos provienen de instituciones que han realizado experimentación aeronáutica confiable. Los errores en las suposiciones de trabajo no deben tener justificación.

Bajo este razonamiento, se ha decidido utilizar el modelo matemático, y los datos numericos, reportados por la NASA en un trabajo de recopilación de datos de dinámica de vuelo [55].

### 2.2.1 MODELO DE LA DINÁMICA LATERAL-DIRECCIONAL DEL AVIÓN CONVENCIONAL

El modelo simbólico de la dinámica lateral-direccional [55], que se utiliza en esta tesis, esta dada por la siguiente ecuación en espacio de estados:

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_v & \frac{W_0}{V_{T0}} & -\frac{U_0}{V_{T0}} & \frac{g}{V_{T0}} \cos \theta_0 \\ L'_\beta & L'_p & L'_r & 0 \\ N'_\beta & N'_p & N'_r & 0 \\ 0 & 1 & \tan \theta_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ p \\ r \\ \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{\delta_a}^* & Y_{\delta_r}^* \\ L'_{\delta_a} & L'_{\delta_r} \\ N'_{\delta_a} & N'_{\delta_r} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_r \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

donde las variables de estado son: el ángulo de derrape,  $\beta$ , la velocidad angular en el eje-cuerpo x,  $p$ , la velocidad angular en el eje-cuerpo z,  $r$ , y el ángulo de alabeo,  $\phi$ . Las variables de control son: la deflexión diferencial de los alerones,  $\delta_a$  y la deflexión del timon lateral,  $\delta_r$ . Las derivadas dimensionales de estabilidad son  $Y_v, L'_\beta, L'_p, L'_r, N'_\beta, N'_p, N'_r$ . Las derivadas dimensionales de control son  $Y_{\delta_a}^*, Y_{\delta_r}^*, L'_{\delta_a}, L'_{\delta_r}, N'_{\delta_a}$  y  $N'_{\delta_r}$ .  $V_{T0}$  es la velocidad viento total en estado estacionario,  $W_0$  es la velocidad lateral en estado estacionario,  $U_0$  es la velocidad de avance,  $g$  es el valor de la aceleración debida a la gravedad y  $\theta_0$  es el ángulo de cabeceo en estado estacionario.

En este modelo se realizan las siguientes suposiciones de trabajo: i) El modelo esta linealizado, mediante la técnica de pequeñas perturbaciones, alrededor de la condición compensada; ii) La aeronave está en vuelo nivelado; iii) El efecto giroscópico de los sistemas propulsivos es despreciable, y; iv) No hay perturbaciones por ráfagas de viento.

Existen ecuaciones complementarias que relacionan: i) La velocidad lateral,  $v$ ,

con el ángulo de derrape,  $\beta$ ; ii) La derivada del ángulo de guiñada,  $\dot{\psi}$  con la velocidad angular en el eje-cuerpo  $z$ ,  $r$ ,  $y$ ; iii) La velocidad viento total en estado estacionario,  $V_{T0}$ , con la velocidad lateral en estado estacionario,  $W_0$ , y con la velocidad de avance,  $U_0$ , a través del ángulo de ataque en estado estacionario,  $\alpha_0$ .

$$\begin{aligned} v &= V_{T0}\beta \\ \dot{\psi} &= \frac{r}{\cos \theta_0} \\ U_0 &= V_{T0} \cos \alpha_0 \\ W_0 &= V_{T0} \sin \alpha_0 \end{aligned}$$

Las matrices de transferencia simbólicas se pueden obtener mediante cálculo directo o están reportadas [55]. Es importante establecer que para obtener matrices cuadradas de orden 2x2 es posible tener 12 diferentes emparejamientos entrada-salida que se presentan en la Tabla 2.2. En dicha tabla, los primeros 6 emparejamientos son equivalentes a los segundos 6 emparejamientos, al alternar la entrada.

entrada \ caso	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\delta_a \rightarrow$	$\beta$	$\beta$	$\beta$	$p$	$p$	$r$	$p$	$r$	$\phi$	$r$	$\phi$	$\phi$
$\delta_r \rightarrow$	$p$	$r$	$\phi$	$r$	$\phi$	$\phi$	$\beta$	$\beta$	$\beta$	$p$	$p$	$r$

Tabla 2.2: Diferentes casos para los emparejamientos entrada-salida

## 2.3 CONTROL DE AERONAVES

Existe abundante literatura en el control de aeronaves [38, 16, 49, 12, 41, 15]; en donde cada autor propone esquemas para solucionar el problema de control. En general, las especificaciones del control en lazo cerrado para aeronaves se pueden expresar en una serie de requerimientos llamados *cualidades de manejo* [1, 39, 2]. Para lograr los estos requerimientos, es necesario, al menos: i) Asegurar la estabilidad en diferentes puntos de operación; ii) Asegurar un rechazo a perturbaciones aceptable;

iii) Asegurar que no existan oscilaciones excesivas, en la respuesta al impulso, y; iv) Asegurar cero error en estado estacionario.

Bajo esta perspectiva, la especificación impuesta para buscar el mejor emparejamiento entrada-salida es: i) Tener el menor acoplamiento en estado estacionario, y; ii) Tener la mejor robustez estructural. El lograr rechazo a perturbaciones, conseguir un amortiguamiento aceptable, lograr la velocidad de respuesta deseada, y obtener otras especificaciones depende de la aeronave específica, de la elección del esquema de control y de la sintonización del mismo.

Por lo tanto, en esta tesis se busca el emparejamiento entrada-salida con una MSF cuyo diagrama de Nyquist: i) este alejado del punto crítico  $(1,0)$ , y; ii) tenga la menor magnitud posible.

## CAPÍTULO 3

# RESULTADOS Y ANÁLISIS

---

### 3.1 ANÁLISIS DE LA ROBUSTEZ ESTRUCTURAL EN ESTADO ESTACIONARIO

La robustez estructural del sistema depende de la cercanía del diagrama de Nyquist de  $\gamma(s)$  con el punto crítico  $(1,0)$ . Si el diagrama de Nyquist se encuentra alejado del punto  $(1,0)$ , el sistema es robusto ante cambios paramétricos; es decir, es más difícil que cambie su estructura de polos y ceros. Para lograr una *regulación estructuralmente estable* es necesario, mas no suficiente, asegurar que  $\gamma(0)$  no esté cerca del valor 1.

Por lo tanto, se requiere del cálculo simbólico de  $\gamma(0)$  en cada uno de los diferentes emparejamientos. Sin embargo, dada la propia definición de  $\gamma(s)$ , los primeros 6 análisis son equivalentes a los 6 subsecuentes. En el Apéndice A se muestran los resultados de dicho cálculo y en la Tabla 3.1 se resume el análisis del comportamiento encontrado.

Se pueden establecer resultados importantes:

- No se puede lograr regulación simultánea, con cero error en estado estacionario (utilizando integradores), de las velocidades angulares en eje cuerpo,  $p$  y  $r$ .

Caso	Análisis $\gamma(s)$	Análisis de $\gamma(0)$
1: $\delta_a \rightarrow \beta, \delta_r \rightarrow p$	$\gamma_{\beta p}(s)$ : orden 6, bipropia	$\gamma_{\beta p}(0)$ : idéntica a $\gamma_{\beta r}(0)$
2: $\delta_a \rightarrow \beta, \delta_r \rightarrow r$	$\gamma_{\beta r}(s)$ : orden 6, bipropia	$\gamma_{\beta r}(0)$ : idéntica a $\gamma_{\beta p}(0)$
3: $\delta_a \rightarrow \beta, \delta_r \rightarrow \phi$	$\gamma_{\beta \phi}(s)$ : orden 5, bipropia	—
4: $\delta_a \rightarrow p, \delta_r \rightarrow r$	$\gamma_{pr}(s)$ : orden 6, bipropia	$\gamma_{pr}(0)$ : <b>exactamente 1</b>
5: $\delta_a \rightarrow p, \delta_r \rightarrow \phi$	$\gamma_{p\phi}(s)$ : orden 5, bipropia	$\gamma_{p\phi}(0)$ : idéntica a $\gamma_{r\phi}(0)$
6: $\delta_a \rightarrow r, \delta_r \rightarrow \phi$	$\gamma_{r\phi}(s)$ : orden 5, bipropia	$\gamma_{r\phi}(0)$ : idéntica a $\gamma_{p\phi}(0)$

Tabla 3.1: Análisis de  $\gamma(s)$  y  $\gamma(0)$ 

- Las dinámicas de  $p$  y  $r$  están *acopladas en regulación* y no existe forma de desacoplarlas a frecuencia cero.
- Para regulación, el nivel de acoplamiento es equivalente para  $p$  y  $r$ .

## 3.2 ANÁLISIS CON CABECEO CERO

Otro modelo muy extendido resulta al hacer la suposición de que el ángulo de cabeceo en estado estacionario,  $\theta_0$ , es cercano a cero. Este nuevo modelo surge al imponer  $\theta = 0$  en la Ecuación (2.14). En el Apéndice A se muestran los resultados simbólicos extendidos y en la tabla 3.2 se resume el nuevo análisis.

Los nuevos resultados se pueden establecer como:

- No se puede lograr regulación simultánea, con cero error en estado estacionario (utilizando integradores), de la velocidad angular en eje cuerpo,  $p$ , y el ángulo de alabeo,  $\phi$ .
- Las dinámicas de  $p$  y  $\phi$  están *completamente acopladas* y no existe forma de desacoplarlas en ninguna frecuencia.
- Para regulación, el nivel de acoplamiento es equivalente para  $p$  y  $\phi$ .

Caso	Análisis $\gamma(s)$ ( $\theta_0 = 0$ )	Análisis de $\gamma(0)$ ( $\theta_0 = 0$ )
1: $\delta_a \rightarrow \beta, \delta_r \rightarrow p$	$\gamma_{\beta p}(s)$ : orden 5, bipropia	$\gamma_{\beta p}(0)$ : idéntica a $\gamma_{\beta\phi}$
2: $\delta_a \rightarrow \beta, \delta_r \rightarrow r$	$\gamma_{\beta r}(s)$ : orden 6, bipropia	$\gamma_{\beta r}(0)$ : —
3: $\delta_a \rightarrow \beta, \delta_r \rightarrow \phi$	$\gamma_{\beta\phi}(s)$ : orden 5, bipropia	$\gamma_{\beta\phi}(0)$ : idéntica a $\gamma_{\beta p}$
4: $\delta_a \rightarrow p, \delta_r \rightarrow r$	$\gamma_{pr}(s)$ : orden 5, bipropia	$\gamma_{pr}(0)$ : inversa de $\gamma_{r\phi}(0)$
5: $\delta_a \rightarrow p, \delta_r \rightarrow \phi$	$\gamma_{p\phi}(s)$ : orden 0	$\gamma_{p\phi}(0)$ : <b>exactamente 1</b>
6: $\delta_a \rightarrow r, \delta_r \rightarrow \phi$	$\gamma_{r\phi}(s)$ : orden 5, bipropia	$\gamma_{r\phi}(0)$ : inversa de $\gamma_{pr}(0)$

Tabla 3.2: Análisis de  $\gamma(s)$  y  $\gamma(0)$ , cuando  $\theta_0 = 0$ 

- Regular  $p$  es equivalente a regular a  $\phi$ .

### 3.3 ANÁLISIS DE LA ROBUSTEZ ESTRUCTURAL SIMBÓLICA

El segundo análisis realizado resulta de una variación paramétrica del ángulo de cabeceo en estado estacionario,  $\theta_0$ . Al realizar esta variación, y tomando a  $\gamma(s)$  como indicador de la robustez estructural, el sistema muestra ciertos acoplamientos con un cambio apreciable en el **orden del indicador de la robustez estructural** del sistema. Es decir, en ciertos emparejamientos la función  $\gamma(s)$  muestra cambios abruptos de orden; por lo tanto, estos emparejamientos deben evitarse.

De esta proposición se concluye que es inconveniente utilizar el emparejamiento del caso 5 porque carece de robustez estructural y esta mal acondicionado.

Del primer análisis se deduce que el nivel de acoplamiento para regulación de  $p$  es equivalente al de  $r$ ; del segundo análisis se deduce que el nivel de acoplamiento para regulación de  $p$  es equivalente al de  $\phi$ . Si se permite aceptar que ambos casos representan el comportamiento del mismo sistema (bajo la variación de un solo parámetro), se inferiere una relación entre regular  $p$ ,  $r$  y  $\phi$ . Por lo tanto se puede



establecer que, al regular una de estas tres variables se regulan indirectamente las otras dos.

De esta inferencia se concluye que los casos 4 y 6 son inadecuados puesto que, con una variable que se regule (entre  $p$ ,  $r$  y  $\phi$ ), las otras dos variables pueden ser reguladas.

Por lo tanto, se concluye que el ángulo de derrape,  $\beta$ , es, convenientemente, una de las variables a controlar. De hecho, para lograr virajes coordinados es necesario asegurar que no exista derrape. Tener un derrape diferente de cero genera esfuerzos laterales indeseados en la estructura de la aeronave. Por lo tanto, mantener el ángulo de derrape cercano a cero es una sugerencia para el diseño del controlador.

La elección de la otra variable a controlar depende de la finalidad del control. Si se desea control de orientación en ejes cuerpo, entonces se debe utilizar  $p$  o  $r$ . Si se desea control de navegación en ejes inerciales, se debe utilizar  $\phi$  o  $r$  (cabe recordar que en el modelo matemático utilizado,  $r$  es prácticamente la derivada de  $\psi$ ). Sin embargo, se hace la recomendación de utilizar ángulos en vez de velocidades angulares puesto que  $\gamma(s)$  es de menor orden y, en los ejemplos numéricos realizados a lo largo de este trabajo, se ha visto que  $\gamma(s)$  tiene mejores prestaciones.

### 3.4 EJEMPLO NUMÉRICO: INTERCEPTOR F106B

Se presenta un ejemplo numérico del avión F-106B [55], «Delta Dart» que fue diseñado como un interceptor para la Fuerza Aérea de los Estados Unidos; a partir de 1983 fue convertido en aeronave teledirigida y fue retirado en 1998. En la Figura 3.1 se muestra la vista en planta de la aeronave.

Se tienen 12 diferentes conjuntos de parámetros que modelan numéricamente a la aeronave en los diferentes regímenes de vuelo. En estos puntos de operación se varía la altura desde el nivel del mar, hasta 40,000 ft; se tienen puntos de vuelo

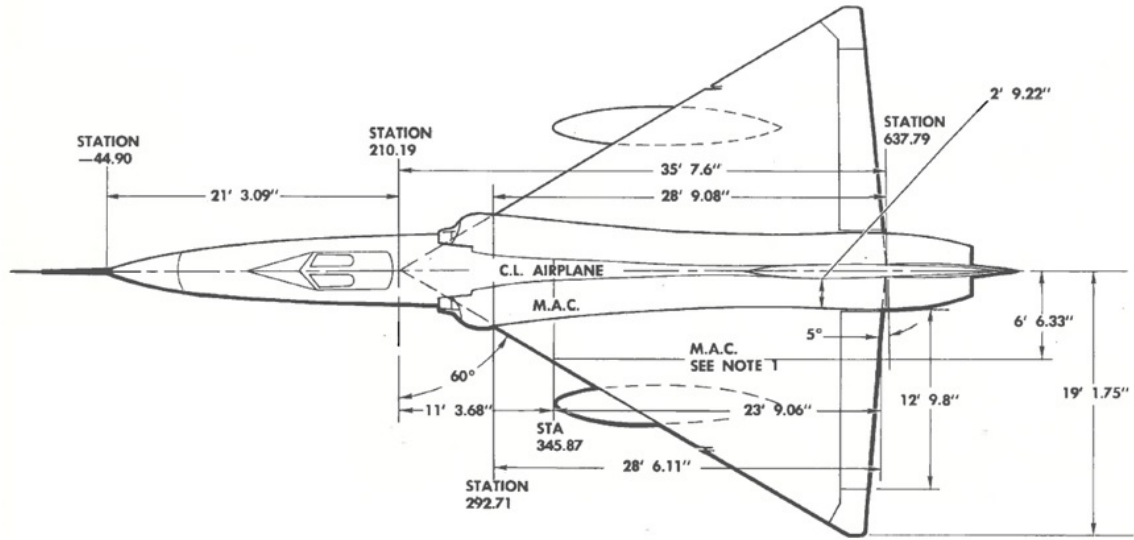


Figura 3.1: Aeronave F106B.

subsónico a Mach 0.2, hasta vuelo subsónico a Mach 2.0; se varía el peso de la aeronave y por consiguiente los ángulos de cabeceo y de ataque. En la Figura 3.2 se muestra la envolvente de vuelo con los puntos de operación.

Aunque la función  $\gamma_{pr}(s)$  puede ser diferente en cada punto de operación, según el análisis previo, su diagrama de Nyquist siempre debe comenzar en 1. En la Figura 3.3 se muestra el punto de inicio de cada una de las funciones  $\gamma_{pr}(s)$  en cada punto de operación.

El punto especificado como de «diseño óptimo» está dado a 20,000 ft, Mach de 0.755, peso de 30,000 lb y ángulo de ataque igual al ángulo de cabeceo de  $4.04^\circ$ .

Aunque los Diagramas de Nyquist las funciones  $\gamma_{\beta p}(s)$  y  $\gamma_{\beta r}(s)$  tienen forma diferente, el análisis dicta que siempre deben comenzar en el mismo punto; en la Figura 3.4 se puede verificar que se cumple para este caso numérico.

Por las razones establecidas anteriormente, se realizará el control con el emparejamiento del caso 9. En este punto de operación y con este emparejamiento, el sistema es inestable de fase mínima; existe un cero de transmisión en  $z_1 = -67.0034$  y polos en  $s_1 = -0.4307 + 2.4311i$ ,  $s_2 = -0.4307 - 2.4311i$ ,  $s_3 = -2.1923$  y  $s_4 = 0.0166$ .

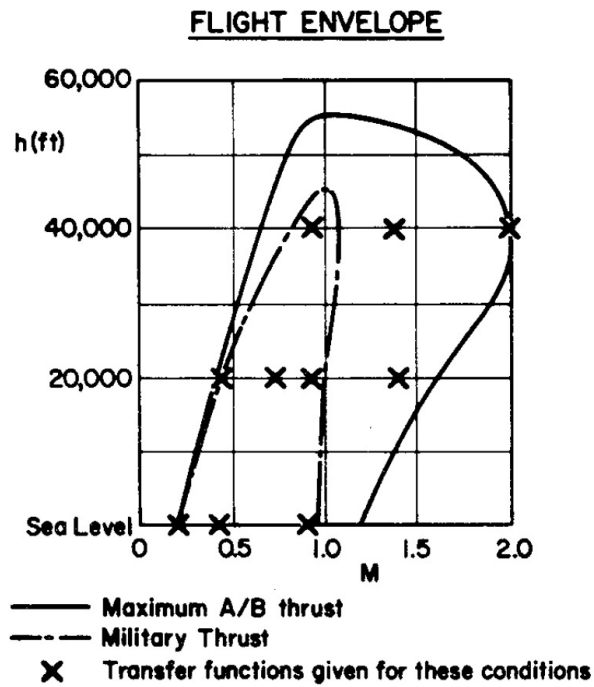


Figura 3.2: Envolverte de vuelo de la aeronave F106B [55].

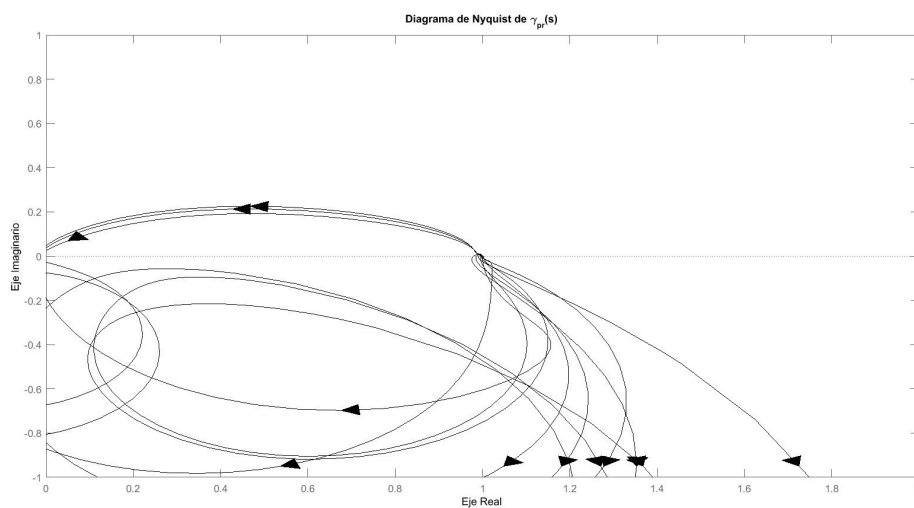


Figura 3.3: Función de Estructura Multivariable,  $\gamma_{pr}(s)$ .

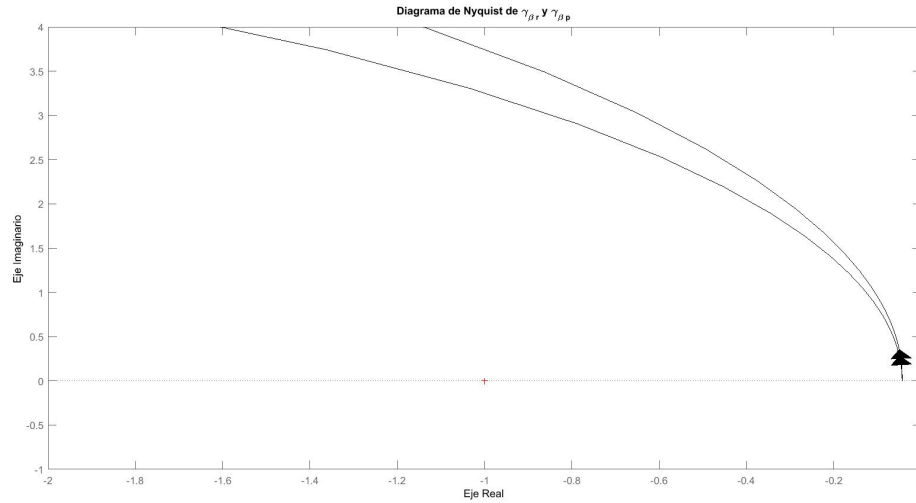


Figura 3.4: Funciones de Estructura Multivariable,  $\gamma_{\beta p}(s)$  y  $\gamma_{\beta r}(s)$ .

En este ejemplo numérico, la matriz de transferencia y todos los parámetros necesarios para hacer ICAD se reportan en el Apéndice B. La función  $\gamma_{\beta\phi}(s)$  se muestra en la Figura 3.3.

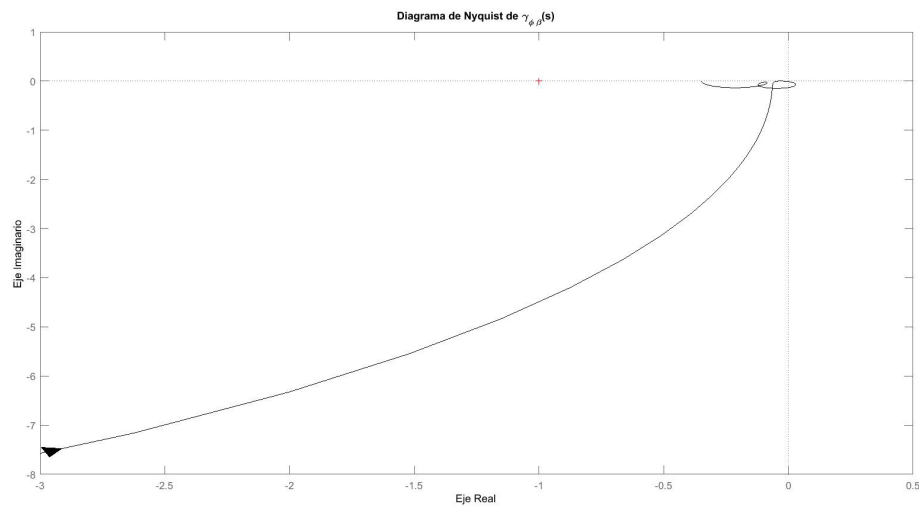


Figura 3.5: Funciones de Estructura Multivariable,  $\gamma(s)$ .

Los controladores sintetizados son

$$k_1 = \frac{-4.2(s + 2.2)(s + 0.001)}{s(s + 20)^2}$$

$$k_2 = \frac{80(s^2 + 0.8s + 6.2)}{s(s + 20)^2}$$

Con estos controladores se logra regulación con cero error en estado estacionario. Los diagramas de Bode de los canales se muestran en la Figura 3.6; el diagrama de Nyquist de  $\gamma(s)$ ,  $\gamma(s)h_1(s)$  y  $\gamma(s)h_2(s)$  se muestra en la figura 3.7 las respuestas al impulso y al escalón, del sistema en lazo cerrado, se muestran en las Figuras 3.8 y 3.9.

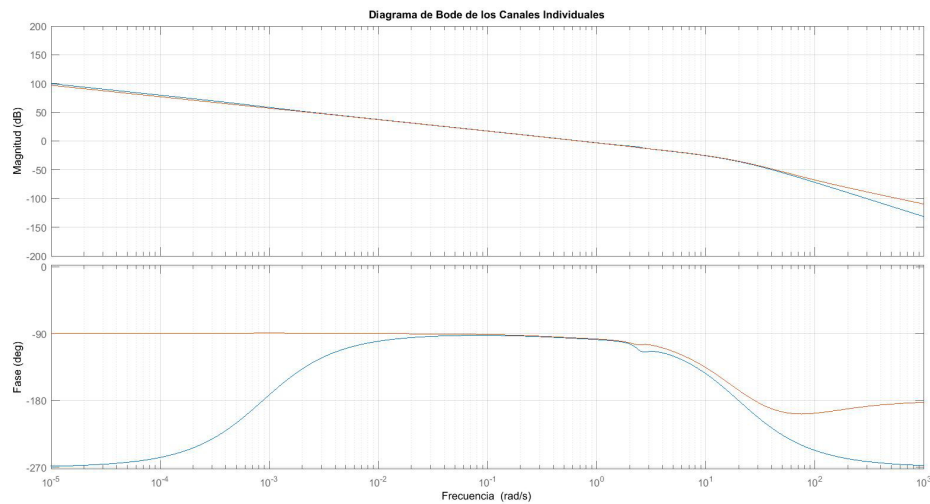


Figura 3.6: Diagrama de Bode de los canales individuales.

De los análisis de las gráficas anteriores, se puede corroborar que el diseño es estructuralmente robusto, cumple con las especificaciones mínimas para aeronaves y muestra buen desempeño temporal y frecuencial.

Se ha probado el controlador sintetizado en los 11 puntos restantes de la envolvente de vuelo. En todas las condiciones de operación resulta estable, sin embargo, el desempeño se degrada cuando el ángulo de cabeceo es mayor a 10°. En las Figuras 3.10 y 3.11 se muestran las respuestas al escalón de los 11 puntos restantes.

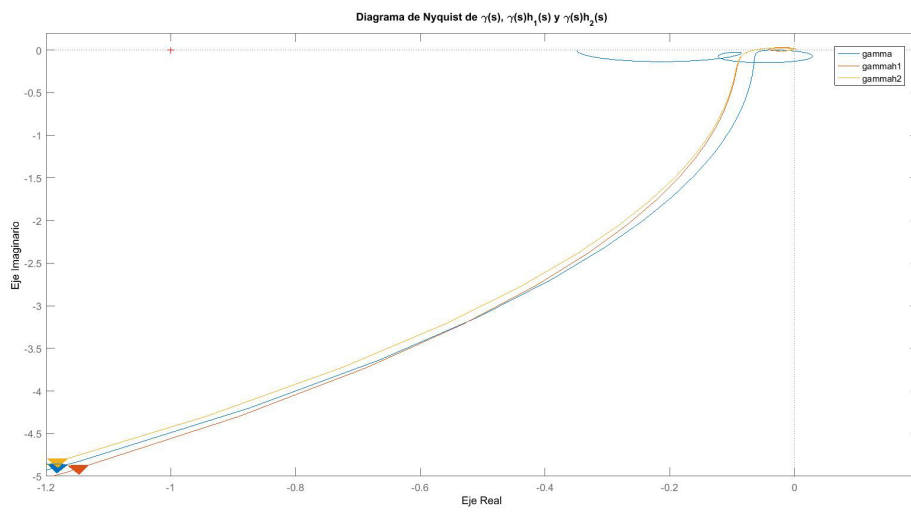


Figura 3.7: Diagrama de Nyquist de  $\gamma(s)$ ,  $\gamma(s)h_1(s)$  y  $\gamma(s)h_2(s)$

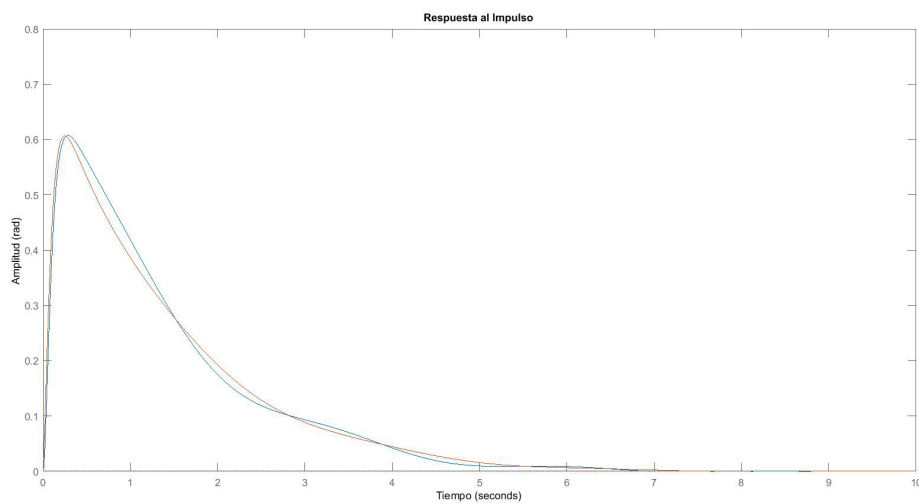


Figura 3.8: Respuesta al impulso.

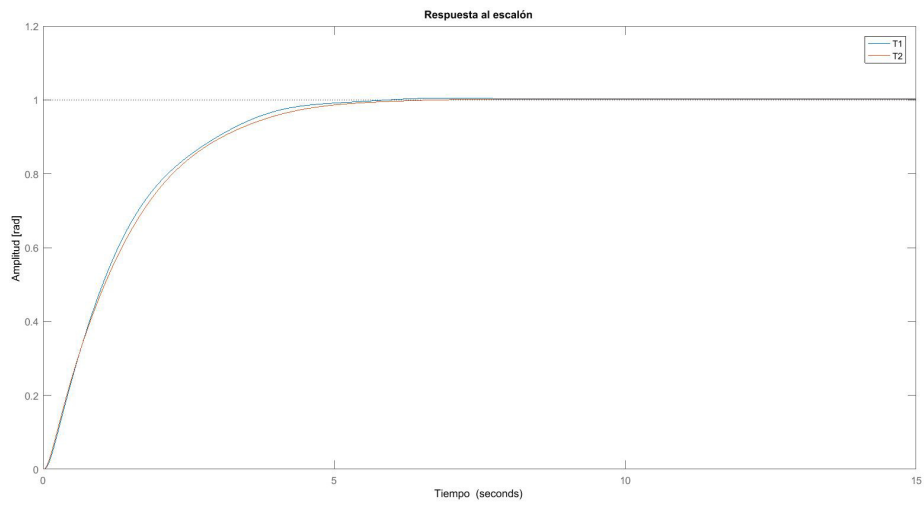


Figura 3.9: Respuesta al escalón.

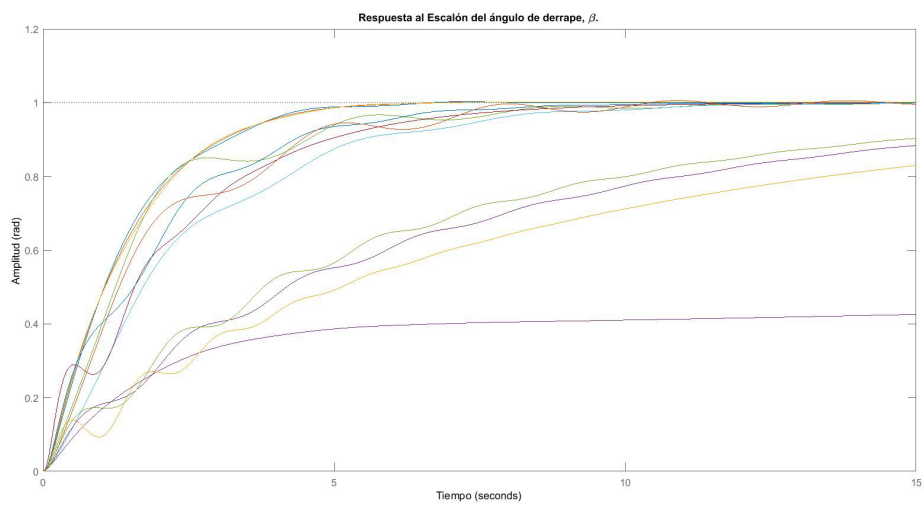


Figura 3.10: Respuesta al escalón de  $\beta$  en todos los casos de la envolvente de vuelo.

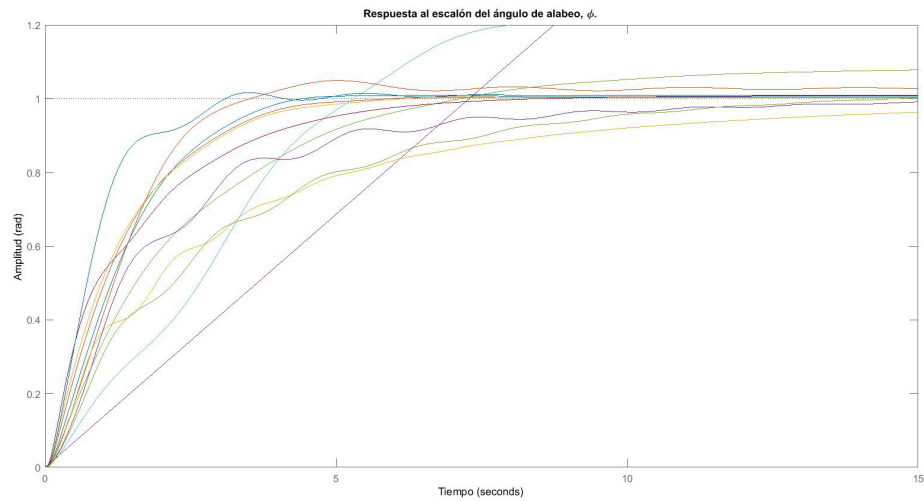


Figura 3.11: Respuesta al escalón de  $\phi$  en todos los casos de la envolvente de vuelo.

Se puede corroborar que el controlador sintetizado asegura, al menos, la estabilidad en todos los puntos de la envolvente de vuelo. Sin embargo, pierde desempeño cuando el ángulo de ataque es mayor a  $10^\circ$ .



## CAPÍTULO 4

# CONCLUSIONES

---

De forma sucinta, las conclusiones de este trabajo son:

- En este trabajo se detalla la aplicación simbólica del marco de trabajo ICAD en la dinámica lateral de aeronaves.
- Debe evitarse el uso simultáneo de  $p$  y  $r$  debido a que están sus dinámicas están acopladas para regulación.
- Debe evitarse el uso simultáneo de  $p$  y  $\phi$  porque, al hacerse cero el ángulo de cabeceo, sus dinámicas quedan acopladas totalmente.
- Las dinámicas de  $p$ ,  $r$  y  $\phi$  están interrelacionadas. Entre menor sea el ángulo de cabeceo, la dinámica de  $p$  y  $\phi$  se acoplan; a su vez, cambia radicalmente la dinámica del acoplamiento entre  $p$  y  $r$ .
- Se concluye que una de las salidas a controlar debe ser el ángulo de derrape,  $\beta$ .
- De acuerdo a la experiencia ganada, se recomienda utilizar las variables  $\beta$  y  $\phi$  si se requiere control de orientación.
- De acuerdo a la experiencia ganada, se recomienda utilizar las variables  $\beta$  y  $\psi$  si se requiere navegación.

## 4.1 APLICACIONES ALTERNATIVAS

En el transcurso de este trabajo, se han dilucidado algunas aplicaciones alternativas para el marco de trabajo ICAD en aeronaves; estas son:

- El uso de ICAD permite verificar si el modelo matemático ha sido correctamente identificado. Cuando se usa el modelo completo se tiene que la función de estructura multivariable del caso 3 siempre debe empezar en cero. Existen casos en donde ésto no se cumple y se puede concluir que el modelo no ha sido identificado correctamente.
- El correcto uso de ICAD permite sintetizar «controladores base» que estabilicen la aeronave en toda la envolvente de vuelo. Entonces, se puede buscar un esquema de planificación de ganancias o agregar esquemas adaptables al controlador base.

*En todo amar y servir.*

## APÉNDICE A

# EXPRESIONES SIMBÓLICAS DE $\gamma(0)$

---

### A.1 MODELO COMPLETO

Las expresiones para  $\gamma(0)$  para el modelo completo son

Caso 1:  $\delta_a \rightarrow \beta, \delta_r \rightarrow p$

$$\gamma_{\beta p}(0) = \frac{(L'_{\beta}N'_{\delta a} - L'_{\delta a}N'_{\beta})(L'_{\delta r}N'_r - L'_rN'_{\delta r} - L'_{\delta r}N'_p \tan \theta_0 + L'_pN'_{\delta r} \tan \theta_0)}{(L'_{\beta}N'_{\delta r} - L'_{\delta r}N'_{\beta})(L'_{\delta a}N'_r - L'_rN'_{\delta a} - L'_{\delta a}N'_p \tan \theta_0 + L'_pN'_{\delta a} \tan \theta_0)}$$

Caso 2:  $\delta_a \rightarrow \beta, \delta_r \rightarrow r$

$$\gamma_{\beta r}(0) = \gamma_{\beta p}(0)$$

Caso 3:  $\delta_a \rightarrow \beta, \delta_r \rightarrow \phi$

La expresión para  $\gamma_{\beta\phi}(0)$  se encuentra en la siguiente página

Caso 4:  $\delta_a \rightarrow p, \delta_r \rightarrow r$

$$\gamma_{pr}(0) = 1$$

Caso 5:  $\delta_a \rightarrow p, \delta_r \rightarrow \phi$

La expresión para  $\gamma_{p\phi}(0)$  se encuentra en la siguiente página

Caso 6:  $\delta_a \rightarrow r, \delta_r \rightarrow \phi$

$$\gamma_{r\phi}(0) = \gamma_{p\phi}(0)$$

$$\gamma_{\beta\phi}(0) = \frac{(L'_{\delta r} N'_r - L'_r N'_{\delta r} - L'_{\delta r} N'_p \tan \theta_0 + L'_p N'_{\delta r} \tan \theta_0)}{(L'_{\delta a} N'_r - L'_r N'_{\delta a} - L'_{\delta a} N'_p \tan \theta_0 + L'_p N'_{\delta a} \tan \theta_0)} *$$

$$\frac{(L'_\beta N'_r Y_{\delta a}^* - L'_r N'_\beta Y_{\delta a}^* - L'_{\delta a} N'_r Y_v + L'_r N'_{\delta a} Y_v + L'_\beta N'_{\delta a} \cos \alpha - L'_{\delta a} N'_\beta \cos \alpha - L'_\beta N'_p Y_{\delta a}^* \tan \theta_0 + L'_p N'_\beta Y_{\delta a}^* \tan \theta_0 + L'_{\delta a} N'_p Y_v \tan \theta_0 - L'_p N'_{\delta a} Y_v \tan \theta_0 + L'_\beta N'_{\delta a} \sin \alpha \tan \theta_0 - L'_{\delta a} N'_\beta \sin \alpha \tan \theta_0)}{(L'_\beta N'_r Y_{\delta r}^* - L'_r N'_\beta Y_{\delta r}^* - L'_{\delta r} N'_r Y_v + L'_r N'_{\delta r} Y_v + L'_\beta N'_{\delta r} \cos \alpha - L'_{\delta r} N'_\beta \cos \alpha - L'_\beta N'_p Y_{\delta r}^* \tan \theta_0 + L'_p N'_\beta Y_{\delta r}^* \tan \theta_0 + L'_{\delta r} N'_p Y_v \tan \theta_0 - L'_p N'_{\delta r} Y_v \tan \theta_0 + L'_\beta N'_{\delta r} \sin \alpha \tan \theta_0 - L'_{\delta r} N'_\beta \sin \alpha \tan \theta_0)}$$

$$\gamma_{p\phi}(0) = \gamma_{r\phi}(0) = \frac{(L'_\beta N'_{\delta r} - L'_{\delta r} N'_\beta)}{(L'_\beta N'_{\delta a} - L'_{\delta a} N'_\beta)} *$$

$$\frac{(L'_\beta N'_r Y_{\delta a}^* - L'_r N'_\beta Y_{\delta a}^* - L'_{\delta a} N'_r Y_v + L'_r N'_{\delta a} Y_v + L'_\beta N'_{\delta a} \cos \alpha - L'_{\delta a} N'_\beta \cos \alpha - L'_\beta N'_p Y_{\delta a}^* \tan \theta_0 + L'_p N'_\beta Y_{\delta a}^* \tan \theta_0 + L'_{\delta a} N'_p Y_v \tan \theta_0 - L'_p N'_{\delta a} Y_v \tan \theta_0 + L'_\beta N'_{\delta a} \sin \alpha \tan \theta_0 - L'_{\delta a} N'_\beta \sin \alpha \tan \theta_0)}{(L'_\beta N'_r Y_{\delta r}^* - L'_r N'_\beta Y_{\delta r}^* - L'_{\delta r} N'_r Y_v + L'_r N'_{\delta r} Y_v + L'_\beta N'_{\delta r} \cos \alpha - L'_{\delta r} N'_\beta \cos \alpha - L'_\beta N'_p Y_{\delta r}^* \tan \theta_0 + L'_p N'_\beta Y_{\delta r}^* \tan \theta_0 + L'_{\delta r} N'_p Y_v \tan \theta_0 - L'_p N'_{\delta r} Y_v \tan \theta_0 + L'_\beta N'_{\delta r} \sin \alpha \tan \theta_0 - L'_{\delta r} N'_\beta \sin \alpha \tan \theta_0)}$$

## A.2 MODELO REDUCIDO A CABECEO CERO

Las expresiones para  $\gamma(0)$  para los diferentes casos de emparejamiento, y con el modelo reducido cuando  $\theta_0 = 0$  son:

Caso 1:  $\delta_a \rightarrow \beta$ ,  $\delta_r \rightarrow p$

$$\gamma_{\beta p}(0) = \frac{(L'_{\delta r} N'_r - L'_r N'_{\delta r})}{(L'_{\delta a} N'_r - L'_r N'_{\delta a})} * \frac{(L'_\beta N'_r Y_{\delta a}^* - L'_r N'_\beta Y_{\delta a}^* - L'_{\delta a} N'_r Y_v + L'_r N'_{\delta a} Y_v + L'_\beta N'_{\delta a} \cos \alpha - L'_{\delta a} N'_\beta \cos \alpha)}{(L'_\beta N'_r Y_{\delta r}^* - L'_r N'_\beta Y_{\delta r}^* - L'_{\delta r} N'_r Y_v + L'_r N'_{\delta r} Y_v + L'_\beta N'_{\delta r} \cos \alpha - L'_{\delta r} N'_\beta \cos \alpha)}$$

Caso 2:  $\delta_a \rightarrow \beta$ ,  $\delta_r \rightarrow r$

$$\gamma_{\beta r}(0) = \frac{(L'_\beta N'_{\delta a} - L'_{\delta a} N'_\beta)(L'_{\delta r} N'_r - L'_r N'_{\delta r})}{(L'_\beta N'_{\delta r} - L'_{\delta r} N'_\beta)(L'_{\delta a} N'_r - L'_r N'_{\delta a})}$$

Caso 3:  $\delta_a \rightarrow \beta$ ,  $\delta_r \rightarrow \phi$

$$\gamma_{\beta \phi}(0) = \gamma_{\beta p}(0)$$

Caso 4:  $\delta_a \rightarrow p$ ,  $\delta_r \rightarrow r$

$$\gamma_{pr}(0) = \frac{(L'_\beta N'_{\delta a} - L'_{\delta a} N'_\beta)}{(L'_\beta N'_{\delta r} - L'_{\delta r} N'_\beta)} * \frac{(L'_\beta N'_r Y_{\delta r}^* - L'_r N'_\beta Y_{\delta r}^* - L'_{\delta r} N'_r Y_v + L'_r N'_{\delta r} Y_v + L'_\beta N'_{\delta r} \cos \alpha - L'_{\delta r} N'_\beta \cos \alpha)}{(L'_\beta N'_r Y_{\delta a}^* - L'_r N'_\beta Y_{\delta a}^* - L'_{\delta a} N'_r Y_v + L'_r N'_{\delta a} Y_v + L'_\beta N'_{\delta a} \cos \alpha - L'_{\delta a} N'_\beta \cos \alpha)}$$

Caso 5:  $\delta_a \rightarrow p$ ,  $\delta_r \rightarrow \phi$

$$\gamma_{p\phi}(s) = \gamma_{p\phi}(0) = 1$$

Caso 6:  $\delta_a \rightarrow r$ ,  $\delta_r \rightarrow \phi$

$$\gamma_{r\phi}(0) = \frac{1}{\gamma_{pr}(0)}$$

## APÉNDICE B

# AERONAVE F106B

---

El modelo matemática de la dinámica lateral direccional de la aeronave F106B, en el punto de «diseño óptimo» esta dado por [55] las siguientes matrices del espacio de estados

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} -0.2390 & 0.0706 & -0.9987 & 0.0409 \\ -8.7800 & -2.3000 & 1.6400 & 0 \\ 5.4200 & -0.0527 & -0.4980 & 0 \\ 0 & 1.0000 & 0.0706 & 0 \end{bmatrix} \\ B &= \begin{bmatrix} 0.0128 & 0.0094 \\ -26.1000 & 5.2300 \\ -3.6400 & -1.9100 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ C &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ D &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{B.1}$$

Los elementos de la matriz de transferencia son

$$\begin{aligned}
 g_{11}(s) &= \frac{-61.526(s^2 + 0.9191s + 6.418)}{(s + 2.192)(s - 0.01661)(s^2 + 0.8613s + 6.096)} \\
 g_{22}(s) &= \frac{0.0402(s + 83.97)(s + 2.107)(s - 0.0007469)}{(s + 2.192)(s - 0.01661)(s^2 + 0.8613s + 6.096)} \\
 g_{12}(s) &= \frac{9.3207(s^2 + 0.1888s + 3.037)}{(s + 2.192)(s - 0.01661)(s^2 + 0.8613s + 6.096)} \\
 g_{21}(s) &= \frac{0.0926(s + 17.97)(s + 3.576)(s - 0.2821)}{(s + 2.192)(s - 0.01661)(s^2 + 0.8613s + 6.096)}
 \end{aligned} \tag{B.2}$$

La Función de Estructura Multivariable es

$$\gamma(s) = \frac{-0.34896(s + 3.576)(s + 17.97)(s - 0.2821)(s^2 + 0.1888s + 3.037)}{(s + 2.107)(s + 83.97)(s - 0.0007469)(s^2 + 0.9191s + 6.418)} \tag{B.3}$$

# BIBLIOGRAFÍA

---

- [1] «Flying qualities of Piloted Airplanes», MIL-F-8785C Military Specification, 1980.
- [2] «Flying qualities of Piloted Aircraft», MIL-HDBK-1797 Handbook, Diciembre 1997.
- [3] AKBAR, M. A., W. E. LEITHEAD, J. O'REILLY y S. S. ROBERTSON, «Design of robust controllers for a 3-input 3-output supersonic aircraft powerplant using ICD», en *1994 Proceedings of IEEE International Conference on Control and Applications*, págs. 95–99 vol.1, Aug 1994.
- [4] AKBAR, M. A., W. E. LEITHEAD y J. O. O'REILLY, «Design of robust controllers for a fighter aircraft using individual channel design», en *Proceedings of 32nd IEEE Conference on Decision and Control*, págs. 430–435 vol.1, Dec 1993.
- [5] AMEZQUITA-BROOKS, L., E. LICEAGA-CASTRO y J. LICEAGA-CASTRO, «The Structural Robustness of the Induction Motor Stator Currents Subsystem», *Asian Journal of Control*, **16**(6), págs. 1632–1645.
- [6] AMEZQUITA-BROOKS, L., E. LICEAGA-CASTRO y J. LICEAGA-CASTRO, «Novel design model for the stator currents subsystem of induction motors», *Applied Mathematical Modelling*, **38**(23), págs. 5623–5634, 2014.
- [7] AMEZQUITA-BROOKS, L., L.-C. J. ULISES, E. LICEAGA-CASTRO, D. MARTINEZ-VAZQUEZ y O. GARCIA-SALAZAR, «Fundamental Analysisi of



- the Perturbation Rejection Characteristics of Single-Input-Multiple-Output systems Subject to Multiple Perturbations», *Mathematical Problems in Engineering*, **2017**, pág. 17, 2017.
- [8] AMEZQUITA-BROOKS, L. A., J. LICEAGA-CASTRO, E. LICEAGA-CASTRO y C. E. UGALDE-LOO, «Induction Motor Control: Multivariable Analysis and Effective Decentralized Control of Stator Currents for High-Performance Applications», *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, **62**(11), págs. 6818–6832, 2015.
- [9] AMEZQUITA-BROOKS, L. A., C. E. UGALDE LOO, E. LICEAGA-CASTRO y J. LICEAGA-CASTRO, «The multivariable structure function as an extension of the RGA matrix: relationship and advantages», *Cybernetics and Physics*, **2**(2), págs. 53–62, 2013.
- [10] BALAS, G. J., «Flight Control Law Design: An Industry Perspective», *European Journal of Control*, **9**(2), págs. 207 – 226, 2003.
- [11] BALAS, G. J., A. K. PACKARD, J. RENFROW, C. MULLANEY y R. T. M'KLOSKEY, «Control of the F-14 Aircraft Lateral-Directional Axis During Powered Approach», *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, **21**(6), 1998.
- [12] COOK, M. V., *Flight Dynamics Principles (Third Edition)*, Butterworth-Heinemann, 2012.
- [13] DUDGEON, G. y J. GRIBBLE, «Helicopter translational rate command using individual channel analysis and design», *Control Engineering Practice*, **6**(1), págs. 15 – 23, 1998.
- [14] DUDGEON, G., J. GRIBBLE y J. O'REILLY, «Individual channel analysis and helicopter flight control in moderate-and large-amplitude manoeuvres», *Control Engineering Practice*, **5**(1), págs. 33–38, 1997.
- [15] DURHAM, W., *Aircraft Flight Dynamics and Control*, Wiley, 2013.

- [16] ETKIN, B. y L. D. REID, *Dynamics of Flight: Stability and Control*, tercera edición, Wiley, Octubre 1995.
- [17] HARTMANN, G. L., M. F. BARRETT y C. S. GREENE, «Control design for an unstable vehicle», *Informe Técnico NAS4-2578*, NASA Dryden Flight Research Center, Diciembre 1979.
- [18] HERNANDEZ-ALCANTARA, D., L. AMEZQUITA-BROOKS, R. MORALES-MENENDEZ, O. SENAME y L. DUGARD, «The cross-coupling of lateral-longitudinal vehicle dynamics: Towards decentralized Fault-Tolerant Control Schemes», *Mechatronics*, 2017.
- [19] HOROWITZ, I., «Invited paper Survey of quantitative feedback theory (QFT)», *International Journal of Control*, **53**(2), págs. 255–291, 1991.
- [20] JAFAROV, E. M. y R. TASALTIN, «Robust sliding-mode control for the uncertain MIMO aircraft model F-18», *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, **36**(4), págs. 1127–1141, 2000.
- [21] KALLAKURI, P. S., L. H. KEEL y S. P. BHATTACHARYYA, «A measurement-based approach to designing fault-tolerant controllers for multivariable systems», *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, **30**(8-10), págs. 1355–1374.
- [22] KEATING, M. S., M. PACTER y C. H. HOUPIS, «FAULT TOLERANT CONTROL SYSTEM: QFT DESIGN», *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, **7**(6), págs. 551–559.
- [23] LEITH, D. y W. LEITHEAD, «Survey of gain-scheduling analysis and design», *International Journal of Control*, **73**(11), págs. 1001–1025, 2000.
- [24] LEITHEAD, W. y J. O'REILLY, «Performance issues in the individual channel design of 2-input 2-output systems Part 1. Structural issues», *International Journal of Control*, **54**(1), págs. 47–82, 1991.

- [25] LEITHEAD, W. E. y J. O'REILLY, «m-Input m-output feedback control by individual channel design Part 1. Structural issues», *International Journal of Control*, **56**(6), págs. 1347–1397, 1992.
- [26] LEITHEAD, W. E. y J. O'REILLY, «Performance issues in the individual channel design of 2-input 2-output systems Part 3. Non-diagonal control and related issues», *International Journal of Control*, **55**(2), págs. 265–312, 1992.
- [27] LEITHEAD, W. E. y J. O'REILLY, «Performance issues in the individual channel design of 2-input 2-output systems. Part 2. Robustness issues», *International Journal of Control*, **55**(1), págs. 3–47, 1992.
- [28] LEITHEAD, W. E. y J. O'REILLY, «New roles for feedforward in multivariable control by individual channel design», *International Journal of Control*, **57**(6), págs. 1357–1386, 1993.
- [29] LEITHEAD, W. E. y J. O'REILLY, «The role of single-loop subsystems in multivariable control by individual channel design of 2-input and 2-output systems», *International Journal of Control*, **57**(4), págs. 777–797, 1993.
- [30] LEITHEAD, W. E. y J. O'REILLY, «Investigation of the ICD structure of systems defined by state-space models», *International Journal of Control*, **60**(1), págs. 71–89, 1994.
- [31] LICEAGA-CASTRO, E., J. LICEAGA-CASTRO, C. E. UGALDE-LOO y E. M. NAVARRO-LOPEZ, «Efficient multivariable submarine depth-control system design», *Ocean Engineering*, **35**(17), págs. 1747–1758, 2008.
- [32] LICEAGA-CASTRO, E. y G. V. D. MOLEN, «A submarine depth control system design», *International Journal of Control*, **61**(2), págs. 279–308, 1995.
- [33] LICEAGA-CASTRO, J., C. VERDE, J. O'REILLY y W. E. LEITHEAD, «Helicopter flight control using individual channel design», *IEE Proceedings - Control Theory and Applications*, **142**(1), págs. 58–72, Jan 1995.

- 
- [34] LICEAGA-CASTRO, J. U., I. I. SILLER-ALCALA, E. LICEAGA-CASTRO y L. A. AMEZQUITA-BROOKS, «MIMO Passive Control Systems Are Not Necessarily Robust», *Journal of Control Science and Engineering*, **2015**, pág. 6, 2015.
- [35] LOMBAERTS, T. (editor), *Automatic Flight Control Systems: Latest Developments*, IntechOpen, 2012.
- [36] LUNGU, R., «Aircraft Landing Control Using the H-inf Control and the Dynamic Inversion Technique», en P. Ponce (editor), *Automation and Control Trends*, capítulo 5, InTech, Rijeka, 2016.
- [37] MAGNI, J.-F., S. BENNANI y J. TERLOUW (editores), *Robust flight Control: A Design Challenge, Lecture Notes in Control and Information Sciences*, tomo 224, Springer-Verlag, 1997.
- [38] MCLEAN, D., *Automatic Flight Control Systems*, Series in Systems and Control Engineering, Prentice Hall International (UK) Ltd, 1990.
- [39] MOORHOUSE, D. J. y R. J. WOODCOCK, «Guide for MIL-F-8785C, Military Specification - Flying qualities of Piloted Airplanes», AFWAL-TR-81-3109 o A119421, Mayo 1981.
- [40] MURRAY-SMITH, D. y E. MCGOOKIN, «A case study involving continuous system methods of inverse simulation for an unmanned aerial vehicle application», *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, **229**(14), págs. 2700–2717, 2015.
- [41] NAPOLITANO, M. R., *Aircraft Dynamics: From Modeling to Simulation*, John Wiley and Sons Ltd., 2011.
- [42] NAVARRO-LOPEZ, E. M. y E. LICEAGA-CASTRO, «Combining passivity and classical frequency-domain methods: An insight into decentralised control», *Applied Mathematics and Computation*, **215**(12), págs. 4426–4438, 2010.

- [43] O'REILLY, J. y W. E., «Multivariable control by 'individual channel design'», *International Journal of Control*, **54**(1), págs. 1–46, 1991.
- [44] PACTER, M., C. H. HOUPIS y D. W. TROSEN, «DESIGN OF AN AIR-TO-AIR AUTOMATIC REFUELING FLIGHT CONTROL SYSTEM USING QUANTITATIVE FEEDBACK THEORY», *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, **7**(6), págs. 561–580.
- [45] PHILLIPS, S. N., M. PACTER, C. H. HOUPIS y S. J. RASMUSSEN, «A QFT SUBSONIC ENVELOPE FLIGHT CONTROL SYSTEM DESIGN», *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, **7**(6), págs. 581–589.
- [46] RASMUSSEN, S. J. y C. H. HOUPIS, «DEVELOPMENT, IMPLEMENTATION AND FLIGHT TEST OF A MIMO DIGITAL FLIGHT CONTROL SYSTEM FOR AN UNMANNED RESEARCH VEHICLE DESIGNED USING QUANTITATIVE FEEDBACK THEORY», *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, **7**(6), págs. 629–642.
- [47] REGULATIONS, F. A., «FAA Federal Aviation Regulations, Part 23 Airworthiness Standards: Normal, Utility, Acrobatic and Commuter Category Airplanes», , 1991.
- [48] ROBERTSON, S. S., W. E. LEITHEAD y J. O'REILLY, «Design of controller for GVAM aircraft model using ICAD software», en *Control '96, UKACC International Conference on (Conf. Publ. No. 427)*, tomo 1, págs. 533–538 vol.1, Sept 1996.
- [49] ROSKAM, J., *Airplane Flight Dynamics and Automatic Flight Controls*, Darcorporation, 2001.
- [50] RUGH, W. J. y J. S. SHAMMA, «Research on gain scheduling», *Automatica*, **36**(10), págs. 1401 – 1425, 2000.

- [51] SAFONOV, M., A. LAUB y G. HARTMANN, «Feedback properties of multivariable systems: The role and use of the return difference matrix», *IEEE Transactions on Automatic Control*, **26**(1), págs. 47–65, February 1981.
- [52] SANTANDER, A. y J. ARANDA, «QFT FOR THE DESIGN OF AN AIRCRAFT FLIGHT CONTROL», *IFAC Proceedings Volumes*, **38**(1), págs. 138 – 143, 2005.
- [53] SRINATHKUMAR, S., *Eigenstructure Control Algorithms: Applications to aircraft/rotorcraft handling qualities design*, *IET Control Engineering Series*, tomo 74, The Institution of engineering and Technology, 2011.
- [54] TASK GROUP SCI-026, F. C. L. D., «Flight Control Design - Best Practices», *Reporte Técnico 29*, NATO, 2000.
- [55] TEPER, G. L., «Aircraft stability and control data», *Informe técnico*, NASA, 1969.
- [56] TORRES-REYNA, M. P., *Análisis de la Dinámica de Vuelo de Aeronaves y Diseño de Controlador*, Tesis de Maestría, Universidad Autónoma de Nuevo León, Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Agosto 2017.
- [57] UGALDE-LOO, C. E., *Control de Motores de Inducción Utilizando la Función de Estructura Multivariable*, Tesis de Maestría, Instituto Politécnico Nacional, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Mayo 2005.
- [58] VILAPLANA, M. A., O. MASON, D. J. LEITH y W. E. LEITHEAD, *Control of Yaw Rate and Sideslip in 4-Wheel Steering Cars with Actuator Constraints*, Springer Berlin Heidelberg, págs. 201–222, 2005.
- [59] W. DUDGEON, G. J. y J. J. GRIBBLE, «Helicopter attitude command attitude hold using individual channel analysis and design», *Journal of guidance, control, and dynamics*, **20**(5), págs. 962–971, 1997.

- 
- [60] WU, S.-F., M. J. GRIMBLE y W. WEI, «QFT based robust/fault tolerant flight control design for a remote pilotless vehicle», en *Proceedings of the 1999 IEEE International Conference on Control Applications (Cat. No.99CH36328)*, tomo 1, págs. 57–62 vol. 1, 1999.
- [61] YANG, B., M. WAN y Q. SUN, «Control of Handling Stability in Four-wheel Steering Vehicles based on Individual Channel Design», *Key Engineering Materials*, **480-481**, págs. 1074–1078, 2011.