Una presentación formal del falsacionismo

(*A formal presentation of falsificationism*)

Luis Felipe Bartolo Alegre[1]
Universidad Nacional Mayor de San Marcos
Contacto: luis.bartolo@unmsm.edu.pe
orcid.org/0000-0002-3312-6297

4 de agosto de 2019

Resumen

En este artículo presento los conceptos del falsacionismo prescindiendo del requisito de consistencia exigido por Popper. Esta omisión resulta en que (*i*) las teorías triviales son falsables en un sentido inapropiado del término, pero también que (*ii*) algunas teorías inconsistentes no triviales sean falsables en un sentido apropiado del término. Esto justifica una pequeña alteración a la definición de falsabilidad que excluye (*i*) pero permite (*ii*). En lugar de requerir que una teoría falsable sea consistente, la nueva definición requiere únicamente que la intersección de sus clases de corroboradores y falsadores potenciales sea vacía.

Palabras clave: Falsación; consistencia; teoría inconsistente

Abstract

In this paper I present the concepts of falsificationism omitting Popper's requirement of consistency. This omission makes (*i*) trivial theories falsifiable in an inappropriate sense of the term, but also (*ii*) some inconsistent non trivial theories in an appropriate sense of the term. This justifies a slight alteration of the definition of falsifiability that excludes (*i*) but allows (*ii*). Instead of requiring that a falsifiable theories be consistent, the new definition only requires that the intersection of its classes of potential corroborators and falsifiers be empty.

Keywords: Falsification; consistency; inconsistent theory

1. Introducción

El falsacionismo, refutacionismo o hipotético-deductivismo es la corriente epistemológica con más arraigo entre la comunidad científica (cf. Lorenzano, 1993). Si bien Popper no fue necesariamente el primero en defenderlo[2], su presentación es a menudo la más referida entre la comunidad epistemológica. La tesis central de este programa es que la investigación científica se da por un proceso en el que intentamos contrastar hipótesis, cuyo origen es irrelevante. A esta estrategia de investigación se le

[1] Quiero agradecer a Fabiola Cárdenas Maldonado, Miguel Merma Mora y Luis Piscoya Hermoza.
[2] Considérese los trabajos de Claude Bernard, y el de Jan Łukasiewicz (1970, pp. 1-15).

suele conocer como método deductivo, que es a menudo postulado como el método general de la investigación científica.

Tal influencia no se limita a las ciencias naturales pues también ha tenido una influencia directa o indirecta entre representantes de las ciencias sociales de varias tradiciones. Por mencionar el caso de la antropología cultural, autores como Llobera (1975) y Kaplan and Manners (1972, cap. 1) criticaron ciertos presupuestos empiristas o inductivistas que ubicaban la validez y objetividad de la disciplina en las observaciones de campo hechas por antropólogos individuales. En lugar de esto, propusieron adoptar la estrategia inversa de partir de conjeturas de largo alcance e incluso teorías axiomáticas que puedan ser después contrastadas en el trabajo de campo.

Me propongo aquí presentar formalmente los principales conceptos del falsacionismo, especialmente los de falsador potencial y teoría falsable. Estas definiciones tendrán la sorpresiva consecuencia de que algunas teorías inconsistentes sí podrían ser falsables, contrariamente a lo supuesto por Popper. En la sección 2 presento el lenguaje formal y las convenciones lógicas presupuestas en nuestro análisis. En la sección 3 discuto el problema de la base empírica de las teorías y concluyo con una caracterización de la clase de enunciados observacionales de nuestro lenguaje. En la sección 4 defino los conjuntos *corroboradores* y *refutadores potenciales* de una teoría, que son los que definen su base empírica. Finalmente, en la sección 5, presento la definición popperiana de teoría falsable y analizo cuales serían sus consecuencias si obviáramos su requisito de consistencia.

2. Lenguaje y consecuencia lógica

El análisis formal de teorías científicas presupone representar sus enunciados con un lenguaje formal de, al menos, primer orden. Definiré inductivamente el conjunto *Le* de fórmulas bien formadas partiendo de repertorios de signos agrupados en un conjunto de constantes individuales $\boldsymbol{C}$, un conjunto de variables de individuo $\boldsymbol{V}$, un conjunto de predicados $\boldsymbol{P}$, el conjunto de functores proposicionales $\{\neg,\vee,\wedge,\rightarrow,\leftrightarrow\}$, y el conjunto cuantificadores $\{\exists,\forall\}$.[3]

Def.

$$t_1,\ldots,t_n \in \boldsymbol{V} \;\&\; \mathrm{P} \in \boldsymbol{P} \Rightarrow \mathrm{P}t_1\ldots t_n \in \mathrm{A}, \text{ para P de aridad } n \tag{L1}$$

$$t_1,\ldots,t_n \in \boldsymbol{C} \;\&\; \mathrm{P} \in \boldsymbol{P} \Rightarrow \mathrm{P}t_1\ldots t_n \in \mathrm{A}, \text{ para P de aridad } n \tag{L2}$$

$$\alpha \in \mathrm{A} \Rightarrow \neg\alpha \in \mathrm{A} \tag{L3}$$

$$\alpha \in \mathrm{A} \Rightarrow (\alpha \vee \beta), (\alpha \wedge \beta), (\alpha \rightarrow \beta), (\alpha \leftrightarrow \beta) \in \mathrm{A} \tag{L4}$$

$$\alpha \in \mathrm{A} \;\&\; t \in \boldsymbol{V} \Rightarrow \exists t\, \alpha, \forall t\, \alpha \in \mathrm{A} \tag{L5}$$

$$\textit{Si} \text{ es la intersección de todos los A que satisfacen (L2–4)} \tag{L6}$$

$$\textit{Le} \text{ es la intersección de todos los A que satisfacen (L1–5)} \tag{L7}$$

El conjunto *Si* es el conjunto de enunciados singulares de *Le*, que será usado para caracterizar los enunciados observacionales.

Una relación de consecuencia $\vdash: \wp Le \rightarrow Le$ expresa que de un conjunto de fórmulas $\mathrm{A} \in \wp Le$ se sigue lógicamente una fórmula $\alpha \in Le$. Cuando una fórmula β se siga de un

[3] Prescindiré informalmente de los paréntesis cuando no resulte en una fórmula ambigua o de acuerdo con las convenciones usuales.

conjunto finito de fórmulas $\{\alpha_1, \ldots, \alpha_n\}$, abreviaremos $\{\alpha_1, \ldots, \alpha_n\} \vdash \beta$ con $\alpha_1, \ldots, \alpha_n \vdash \beta$. Cuando una fórmula α se siga de un conjunto vacío de premisas decimos que es una verdad lógica. En este caso, podemos abreviar $\{\} \vdash \alpha$ con $\vdash \alpha$. El conjunto de consecuencias lógicas de un conjunto A se representa con la notación $A^{\vdash}$, que se lee "A clausurado con respecto a $\vdash$".

Def. $$A^{\vdash} = \{\alpha \mid A \vdash \alpha\} \quad (1)$$

Esta operación es *extensiva* e *idempotente*.

Ax. $$A \subseteq A^{\vdash} \quad (Ex)$$

Ax. $$A^{\vdash} = A^{\vdash\vdash} \quad (Id)$$

La operación de substitución permite reemplazar, en una fórmula, ciertos términos o fórmulas por otros términos o fórmulas respectivamente. La notación de esta operación se puede definir como sigue.

- $\alpha_u{}^t$ es la fórmula resultante de reemplazar en α cada aparición no cuantificada de u por t, donde $t,u \in \boldsymbol{C} \cup \boldsymbol{V}$.
- $\alpha(\gamma/\beta)$ es la fórmula resultante de reemplazar en α cada aparición de β por γ, donde $\beta,\gamma \in Le$.

Los siguientes postulados lógicos son válidos en casi todas las lógicas. Por esto no los anclaré en mis teoremas —aunque a menudo los citaré en las demostraciones.

Ax. $$A \vdash \alpha \rightarrow \beta \;\&\; B \vdash \alpha \Rightarrow A \cup B \vdash \beta \quad (A1)$$

Ax. $$A \vdash \alpha \wedge \beta \Rightarrow A \vdash \beta \wedge \alpha \quad (A2)$$

Ax. $$A \vdash \alpha \wedge \beta \Rightarrow A \vdash \alpha \;\&\; A \vdash \beta \quad (A3)$$

Ax. $$\alpha \leftrightarrow \beta \stackrel{\text{def}}{=} (\alpha \rightarrow \beta) \wedge (\beta \rightarrow \alpha) \quad (A4)$$

Ax. $$A \vdash \alpha \leftrightarrow \alpha \quad (A5)$$

Ax. $$A \vdash \alpha \rightarrow \beta \;\&\; B \vdash \beta \rightarrow \alpha \Rightarrow A \cup B \vdash \alpha \leftrightarrow \beta \quad (A6)$$

Ax. $$A \vdash \alpha \leftrightarrow \beta \;\&\; B \vdash \gamma \Rightarrow A \cup B \vdash \gamma(\alpha/\beta) \quad (A7)$$

Los que ahora siguen, en cambio, no son reconocidos por algunas lógicas intuicionistas o mínimas, por lo que sí los anclaré en mis demostraciones.

Ax. $$A \vdash \alpha \rightarrow \neg\neg\alpha \quad (N1)$$

Ax. $$A \vdash \neg\neg\alpha \rightarrow \alpha \quad (N2)$$

Estas convenciones permiten especificar formalmente una propiedad de las teorías propuesta por la concepción sintáctica.

Def. $$T \text{ es una } \textit{teoría} \Rightarrow T = \Sigma^{\vdash}, \text{ para algún } \Sigma \subseteq Le \quad (Te)$$

$T^{\vdash}$ indica informalmente que los axiomas de T están clausurados con respecto a $\vdash$. Una propiedad considerada deseable de las teorías es la *consistencia*. Caracterizaré de consistente a todo conjunto, y por extensión a toda teoría, que no contenga dos fórmulas contradictorias α y $\neg\alpha$. Esto, por cierto, significa que mientras la contradicción y la no contradicción son relaciones entre pares fórmulas, la consistencia e inconsistencia son propiedades de conjuntos.[4]

Def. A es *consistente* $\Leftrightarrow$ *no* $(\alpha \in A \;\&\; \neg\alpha \in A)$ (*Con*)

Si A no es consistente, entonces es *inconsistente*, lo cual significa que $\alpha, \neg\alpha \in A$ para algún α. De las definiciones (1) y (*Con*) se sigue que una teoría inconsistente será cualquier teoría que implique dos enunciados contradictorios.

{} $T^{\vdash}$ es *inconsistente* $\Leftrightarrow T \vdash \alpha \;\&\; T \vdash \neg\alpha$, para algún α (2)

Como estamos por ver, en lógica clásica los conjuntos inconsistentes implican todas las fórmulas del lenguaje. Otra manera de decirlo es que el conjunto de consecuencias (lógicas) de un conjunto inconsistente es un *conjunto trivial*. Si un conjunto no es trivial, es *absolutamente consistente*.

Def. A es *trivial* $\Leftrightarrow A = Le$ (*Tr*)

De lo que se sigue que toda teoría trivial implica cualquier fórmula de *Le*.

{} $T^{\vdash}$ es *trivial* $\Leftrightarrow T \vdash \alpha$ (3)

Miró Quesada (1982, p. 67) propone que los principios de tercio excluido, no contradicción e identidad son los que caracterizan una lógica clásica. El principio de no contradicción es a menudo operacionalizado mediante el principio de explosión o *ex contradictione quodlibet* (ECQ), según el cual de una contradicción se sigue cualquier fórmula. El siguiente axioma presenta una versión de este principio.

Ax. $A \vdash \alpha \;\&\; A \vdash \neg\alpha \Rightarrow A \vdash \beta$ (*ECQ*)

De lo que se sigue que los conceptos de consistencia y no trivialidad son coextensivos para teorías.

{*ECQ*} $A^{\vdash}$ es *consistente* $\Leftrightarrow$ es *absolutamente consistente* (4)

Demostración. ($\Rightarrow$) Si $A^{\vdash}$ es consistente entonces para cada fórmula $\alpha \in A^{\vdash}$ tendríamos que $\neg\alpha \notin A^{\vdash}$, lo cual garantiza que $A^{\vdash}$ no es trivial. ($\Leftarrow$) Demostramos la contrapositiva

[4] En palabras de Perzanowski las "inconsistencias son primariamente locales (la inconsistencia de dos enunciados opuestos) y solo de manera secundaria son globales (de una teoría, etc.)" (2001, p. 6). Aquí uso el concepto contradicción para las proposiciones o fórmulas y reservo el de consistencia para las teorías y conjuntos de enunciados en general.

asumiendo que A $\vdash \alpha$ y A $\vdash \neg\alpha$. El axioma (*ECQ*) garantiza entonces que para todo β, A $\vdash \beta$. Ergo, A es trivial. ■

En estas condiciones, una teoría inconsistente no es indeseable por contradecirse, sino porque no existe un solo enunciado que sea incompatible con ella. Tal teoría no nos da ninguna guía sobre qué esperar o qué no esperar de su dominio. Si queremos evitar que una teoría inconsistente sea trivial, debemos prescindir del axioma (*ECQ*), lo que nos llevaría al dominio de las lógicas paraconsistentes. Aunque las teorías que aquí nos conciernen son consistentes, más adelante veremos que la formalización que aquí expongo del falsacionismo admitiría la falsabilidad de algunas teorías inconsistentes, siempre que prescindamos del axioma (*ECQ*).

3. La base empírica

El problema de la *base empírica* es quizá el principal problema de la epistemología de las ciencias fácticas. Este consiste en determinar cuánta y qué experiencia permite justificar o aceptar una teoría fáctica. Este problema se traslada automáticamente al de la aceptación de ciertos enunciados científicos de largo alcance como lo son las leyes científicas. Una ley científica como:

$$\text{Todos los cisnes son blancos.} \tag{5}$$

expresa que todos los individuos posibles de un conjunto —en este caso el de los cisnes— debe también pertenecer a otro —el conjunto de las cosas blancas. Este enunciado tiene la forma lógica de un enunciado universal, que es forma típica de las leyes científicas. Si representamos la propiedad de ser cisne con el predicado C, y la de ser blanco con el predicado B, entonces el enunciado (5) puede ser representado con la fórmula $\forall x(\mathrm{C}x \rightarrow \mathrm{B}x)$ de *Le*.

La respuesta del empirismo lógico fue su *criterio de verificación*, según el cual un enunciado solo tiene sentido en tanto sea verificable (cf. Carnap, 1931b, p. 236). De esto se sigue los enunciados de las ciencias fácticas solo tienen sentido en tanto sea posible conectarlos con experiencias que nos permitan determinar si son verdaderos. Tales experiencias se expresarían por medio de *enunciados protocolares*; i.e. enunciados que registran la experiencia sin meter de contrabando presupuestos para interpretar lo observado.[5] Una teoría que no remita a enunciados protocolares es pseudocientífica en esta concepción.

Ningún enunciado científico, sin embargo, denota las experiencias mismas de los científicos, por lo que no hay enunciados propiamente protocolares en ciencias fácticas. Podemos, no obstante, conectar algunos enunciados del lenguaje científico con ciertas experiencias, o incluso con enunciados protocolares, mediante ciertas teorías relativas a instrumentos de observación. Llamaré *enunciados observacionales* a los enunciados científicos de *Le* que pueden ser así ligados con la experiencia. El siguiente es un enunciado observacional ligado a (5).

$$\text{El cisne } a \text{ es blanco.} \tag{6}$$

[5] «[I]n das Protokoll keine indirekt gewonnenen Sätze aufnehmen würden.» (Carnap, 1931a, p. 437)

que afirma de un individuo de una clase —la de los cisnes— que también pertenece a otra —la de las cosas blancas. La fórmula de *Le* equivalente a (6) sería $Ca \wedge Ba$. ¿Cómo se justifica entonces la creencia en (5) a partir de enunciados como (6)?

Para responder esto debemos introducir la caracterización que Popper hace de las teorías científicas como sistemas de enunciados *parcialmente decidibles*, en el sentido de que son "lógicamente inverificables, pero sí *unilateralmente falsables*" (1932, p. 426). Esto se debe a la asimetría entre la posibilidad de falsar y verificar un enunciado universal. [6] Así, mientras verificar (5) requeriría la verificación de cada una de sus infinitas instancias, falsarlo solo requeriría de refutar una de sus contra-instancias expresada en un enunciado observacional como:

No es el caso que el cisne *a* es blanco. (6')

que indica que un individuo de cierta clase —la de los cisnes— no pertenece a otra clase —la de las cosas blancas—, y cuya fórmula de *Le* sería $\neg(Ca \wedge Ba)$. Todo enunciado observacional que, de ser verdadero, refute una teoría o ley es su *falsador potencial*. En este sentido, (6') es un falsador potencial de (5) —o cualquier teoría que lo implique— pues si (6') *fuera* verdadero, entonces (6) y (5) *serían* falsas.

También podemos llamar *corroborador potencial* de una teoría o ley a todo enunciado que exprese un caso especial de ellas. Así, (6) es un corroborador potencial de (5) y de cualquier teoría que la implique. Popper denomina *corroboración* de una teoría al proceso en el que verificamos sus consecuencias empíricamente contrastables. Es en este sentido que las "teorías no se pueden verificar; pero sí se pueden corroborar" (1935, p. 185).[7] Sin embargo, Popper no propone aceptar una teoría por haber sido suficientemente corroborada, sino por haber resistido varios intentos por falsarla.

Ahora, un lenguaje científico debe contener enunciados observacionales para que sus teorías los puedan implicar. Sin embargo, ninguna teoría predice por sí misma una situación observable. Para entender esto debemos distinguir con Lakatos (1978, cap. 1) dos tipos de afirmaciones científicas: (*i*) las leyes generales que conforman el *núcleo* de la teoría y (*ii*) las que son parte de su *cinturón de hipótesis auxiliares*. Es la conjunción de (*i*) y (*ii*) la que implica enunciados observacionales. Si consideramos que solo (*i*) caracterizan los enunciados de una teoría científica, esto significa que siempre necesitamos de asumir ciertos otros enunciados auxiliares como no problemáticos. Esto es lo que haré con el objeto de simplificar nuestra discusión.

[6] «Die Naturgesetze („Theorien") können widerspruchsfrei als „teilentscheidbare" (d. h. aus logischen Gründen zwar nicht verifizierbare, wohl aber *einseitig falsifizierbare*) echte Wirklichkeitsaussagen angesehen werden, die durch Falsifikationsversuche methodisch überprüft werden.» (1932, p. 426)

[7] Sobre el término "corroborar", véase la siguiente nota al pie de la edición inglesa: «Carnap translated my term 'degree of corroboration' ('*Grad der Bewährung*') [...] as 'degree of confirmation'. [...] I did not like this term, because some of its associations ('make firm'; 'establish firmly'; 'put beyond doubt'; 'prove'; 'verify': 'to confirm' corresponds more closely to '*erhärten*' or '*bestätigen*' than to '*bewähren*'). [...] I fell within his usage, thinking that words do not matter. [...] Yet it turned out that I was mistaken: the associations of the word 'confirmation' did matter, unfortunately, and made themselves felt: 'degree of confirmation' was soon used —by Carnap himself— as a synonym (or 'explicans') of 'probability'» (Popper, 2002, cap. 10, n. *1)

Esto dicho, un enunciado *observacional* puede ser un enunciado *singular*, como (6), o uno existencial, como:

Existe un cisne que es blanco. (7)

según el cual existe un individuo de cierta clase —la de los cisnes— que también pertenece a otra —la de las cosas blancas. La fórmula de *Le* equivalente a (7) es $\exists x(\mathrm{C}x \wedge \mathrm{B}x)$. Sin embargo, los enunciados existenciales no indican de qué individuo estamos hablando, cosa que sí hacen los singulares.

Aunque un enunciado observacional debe ser o bien singular o bien existencial, no todos los enunciados existenciales y singulares describen situaciones observables. Esto porque algunos enunciados singulares se pueden también expresar como universales, y viceversa. Considérese por ejemplo el enunciado:

Ernesto es puntual. (8)

Si representamos la propiedad de ser puntual con P y a Ernesto con la constante *e*, la fórmula de Le correspondiente a (8) sería $\mathrm{P}e$: un enunciado singular. Sin embargo, decir de alguien que es puntual equivale a decir que llega temprano en *toda* situación. De ahí que (8) sea equivalente a:

Para toda circunstancia *y*, Ernesto llega temprano en *y*. (9)

Si usamos el predicado diádico T para denotar la relación "*x* llega temprano en la situación *y*", la fórmula de *Le* correspondiente a (9) sería $\forall y\ \mathrm{T}ey$: un enunciado universal. Por lo tanto, (8) no es un enunciado observacional a pesar de ser un enunciado singular. Es posible construir un argumento similar para el caso de los enunciados existenciales.

En síntesis, los enunciados observacionales son simplemente aquellos enunciados (existenciales y singulares) que resultan describir situaciones observables. Tal observabilidad no precisa ser posible en el presente pues en algunos casos los sucesos a los que nos referimos no están a nuestro alcance espacio-temporal —como en los hechos históricos—, o no pueden ser determinados con los instrumentos de que disponemos en el presente.

Popper, sin embargo, propuso que la forma lógica de los enunciados observacionales —sus *enunciados básicos*— sea la de los enunciados existenciales para así representar la asimetría entre los enunciados teóricos y sus *falsadores potenciales*. De esta manera, la negación de todo falsador potencial no podría preservar su forma lógica, pues será una ley científica.[8]

Para nuestros propósitos, empero, es más conveniente la forma lógica de los enunciados singulares. De otro modo, la negación de un enunciado observacional no podrá ser también un enunciado observacional. Esto porque, mientras la negación de un enunciado

[8] «[W]ir müssen die logische Form der Basissätze so bestimmen, daß die Negation eines Basissatzes seinerseits kein Basissatz sein kann» (Popper, 1935, p. 58). "Enunciado básico" (*Basissatz*) es en este contexto sinónimo de "falsador potencial".

singular es otro enunciado singular —e.g. (6) y (6')—, la negación de un enunciado existencial, como:

No existe un cisne que sea blanco. (7')

es equivalente a un enunciado universal, como:

Todos los cisnes no son blancos. (7'')

Si ϕ fuera singular, $\neg\phi$ podría ser un enunciado observacional pues también sería singular. En cambio, si ϕ fuera existencial, $\neg\phi$ sería equivalente a un enunciado universal, por lo que sería lógicamente imposible de verificar.

Ahora, hay buenas razones para considerar que la negación de todo enunciado observacional singular es también un enunciado observacional. Para justificar esto solo debemos asumir, como Bobenrieth (1996, 2007), que observar $\neg\phi$ es simplemente observar una situación que sea incompatible con lo descrito por ϕ. De ahí que la única manera de observar $\neg\phi$ es observando lo descrito por otro enunciado observacional ψ, cuyo contenido empírico sea incompatible con el de ϕ. Debemos entonces preguntarnos en qué circunstancias puede haber un enunciado observacional ϕ tal que no exista un ψ que describa una situación incompatible con ϕ. Esto puede darse o bien porque (*i*) ϕ es una verdad analítica, en cuyo caso ϕ no sería observacional, o porque (*ii*) nuestro lenguaje no es lo suficientemente expresivo como para permitir que ϕ exista, lo cual significa que debemos usar otro lenguaje. Por lo tanto, si ϕ es un enunciado observacional singular, también $\neg\phi$ lo es. Los siguientes axiomas caracterizan las propiedades que necesitamos del conjunto *Ob* de enunciados observacionales de *Le*.

Ax. $Ob \subseteq Si$ (10)

Ax. $Ob \neq \{\}$ (11)

Ax. $\phi \in Ob \Leftrightarrow \neg\phi \in Ob$ (12)

De lo que se sigue que:

{11, 12} *Ob* es *inconsistente* (13)

Ahora extenderé el uso del nombre *Ob* para que también denomine una función $Ob : \wp Le \rightarrow \wp Ob$, donde el *Ob* de la derecha refiere al conjunto de enunciados observacionales recién definido. Así, *Ob*(A) devuelve el conjunto de enunciados observacionales singulares de A.

Def. $Ob(\mathrm{A}) = \mathrm{A} \cap Ob$ (14)

Con lo que podemos enunciar la siguiente propiedad satisfecha por toda teoría científica fáctica.

Ax. $Ob(\mathrm{T}) \neq \{\}$, para toda teoría T (15)

En adelante, el dominio de las variables sentenciales ϕ y ψ estará restringido a *Ob*. Así, siempre que digamos que algún ϕ o todo ψ satisfacen algo, se entenderá que estamos hablando de enunciados observacionales.

Las definiciones y axiomas presentados hasta ahora son obviamente insuficientes para hacer una caracterización adecuada de los enunciados observacionales. Para esto tendríamos que servirnos de lo que Hempel llama *términos observacionales*, que son predicados que denotan "propiedades o relaciones cuya presencia o ausencia en un caso dado puede ser intersubjetivamente determinada, en circunstancias apropiadas, mediante observación directa" (1952, p. 22). Tal estrategia, sin embargo, sólo haría innecesariamente más larga y complicada esta exposición.

4. Corroboradores y falsadores potenciales

Para definir formalmente las nociones de corroborador y refutador potencial introduciré los conceptos acontecimiento (*Ereignis*, *occurence*) y evento (*Vorgang*) en su presentación por Popper (1935, §23). Podemos definir un *acontecimiento* como aquello descrito por enunciado observacional, de manera que dos enunciados observacionales lógicamente equivalentes describen el mismo acontecimiento. De ahí que el acontecimiento representado por ϕ sea el conjunto de todos los enunciados observacionales equivalentes a ϕ.[9]

Def. $$Ac(\phi)^{\vdash} = \{\psi \mid \vdash \phi \leftrightarrow \psi\} \qquad (Ac)$$

De lo que se sigue inmediatamente que:

{} $$\phi \in Ac(\phi)^{\vdash} \qquad (16)$$

De cualquier $\psi \in Ac(\phi)^{\vdash}$ decimos que "ψ representa el acontecimiento $Ac(\phi)^{\vdash}$ ", pues decir que "el acontecimiento $Ac(\phi)^{\vdash}$ ha ocurrido" equivale a decir que "ϕ y todos los enunciados equivalentes a ϕ son verdaderos" (Popper, 1935, p. 48). Nótese que un acontecimiento es siempre un conjunto de enunciados observacionales equivalentes entre sí de acuerdo con una relación de consecuencia lógica. Si cambiamos la relación de consecuencia, podríamos alterar el conjunto, pues los criterios de equivalencia lógica podrían cambiar.

Intuitivamente, un acontecimiento refiere a un hecho que puede ser descrito por enunciados observacionales, de lo que se sigue que son verificables. Por lo tanto, si T $\vdash \phi$, la verificación de ϕ, y por lo tanto la de $Ac(\phi)^{\vdash}$, sería una corroboración de T. El conjunto de los corroboradores potenciales de una teoría T, o *Co*(T), se puede definir entonces como la unión de todos los acontecimientos predichos por T.

Def. $$Co(\mathrm{T}^{\vdash}) = \bigcup_{\phi \in \mathrm{T}^{\vdash}} Ac(\phi)^{\vdash} \qquad (Co)$$

---

[9] Aquí la definición original: «Ist p_k ein besonderer Satz (der Index *k* deutet die auftretenden Individualien, bzw. die individuellen Koordinaten an), so nennen wir die Klasse aller mit dem Satz p_k äquivalenten Sätze das ,,Ereignis P_k‘‘.» (Popper, 1935, p. 48)

Como corolario tenemos que el conjunto de corroboradores potenciales de una teoría es simplemente el conjunto de sus enunciados observacionales.

$$\{\} \qquad Co(\mathrm{T}^{\vdash}) = Ob(\mathrm{T}^{\vdash}) \qquad (17)$$

Demostración. (⇒) Según la definición (*Co*) que existe un $\psi \in \mathrm{T}^{\vdash}$ tal que $\phi \in Ac(\psi)^{\vdash}$, si $\phi \in Co(\mathrm{T}^{\vdash})$. Esto, por la definición (*Ac*) significa que $\vdash \psi \leftrightarrow \phi$, lo cual, por la definición (A4) del bicondicional y el postulado (A3), implica que $\vdash \psi \rightarrow \phi$. Pero como $\mathrm{T} \vdash \psi$ y $\vdash \psi \rightarrow \phi$, se sigue por el postulado (A1) que $\mathrm{T} \vdash \phi$, lo cual implica que $\phi \in Ob(\mathrm{T}^{\vdash})$. (⇐) Se sigue del teorema (16) y la definición (*Co*). ■

Asimismo, si una teoría inconsistente está clausurada con respecto a una relación explosiva, se sigue que el conjunto de sus corroboradores potenciales es el conjunto de todos los enunciados observacionales.

$$\{ECQ\} \qquad \mathrm{T}^{\vdash} \text{ es } \textit{inconsistente} \Rightarrow Co(\mathrm{T}^{\vdash}) = Ob \qquad (18)$$

Demostración. El teorema (4) garantiza que $\mathrm{T}^{\vdash} = Le$, para $\mathrm{T}^{\vdash}$ inconsistente, que reemplazando en el teorema (17) implica $Co(\mathrm{T}^{\vdash}) = Ob(Le)$. ■

$$\{ECQ, 11, 12\} \qquad \mathrm{T}^{\vdash} \text{ es } \textit{inconsistente} \Leftrightarrow Co(\mathrm{T}^{\vdash}) = Ob \qquad (19)$$

Demostración. (⇒) Teorema (18). (⇐) Si asumimos $Co(\mathrm{T}^{\vdash}) = Ob$, del teorema (13) se sigue $Co(\mathrm{T}^{\vdash})$ es inconsistente, lo cual por el teorema (17) implica que $Ob(\mathrm{T}^{\vdash})$ es inconsistente y, por la definición (14), que también lo es $\mathrm{T}^{\vdash}$. ■

A lo largo de su *Logik*, Popper caracteriza los falsadores potenciales de una teoría como enunciados empíricamente contrastables incompatibles con tal teoría. El sentido clásico en que se entiende esta compatibilidad es, por supuesto, el de la contradicción. Así, el conjunto de falsadores potenciales de una teoría T, o *Fa*(T), es la unión de los acontecimientos de las negaciones de los enunciados de *Ob*(T).

$$\textit{Def.} \qquad Fa(\mathrm{T}^{\vdash}) = \textstyle\bigcup_{\phi \in \mathrm{T}^{\vdash}} Ac(\neg\phi)^{\vdash} \qquad (Fa)$$

De lo que tenemos:

$$\{\} \qquad \mathrm{T} \vdash \phi \Rightarrow \neg\phi \in Fa(\mathrm{T}^{\vdash}) \qquad (20)$$

Demostración. De la definición (*Fa*) y el teorema (16). ■

$$\{\mathrm{N1}\} \qquad \phi \in Fa(\mathrm{T}^{\vdash}) \Rightarrow \mathrm{T} \vdash \neg\phi \qquad (21)$$

Demostración. Por la definición (*Fa*), de $\phi \in Fa(\mathrm{T}^{\vdash})$ se sigue $\phi \in Ac(\neg\psi)^{\vdash}$, para $\psi \in \mathrm{T}^{\vdash}$. Por el postulado (N1) tenemos que $\vdash \psi \rightarrow \neg\neg\psi$, por lo que (A1) garantiza que $\mathrm{T} \vdash \neg\neg\psi$. De la definición (*Ac*) y $\phi \in Ac(\neg\psi)^{\vdash}$ se deduce que $\vdash \neg\psi \leftrightarrow \phi$, lo cual por los postulados (A3), (A5) y (A7) y la definición (A4) del bicondicional implican que $\vdash \neg\neg\psi \rightarrow \neg\phi$. De esto y $\mathrm{T} \vdash \neg\neg\psi$ se sigue, por (A1), que $\mathrm{T} \vdash \neg\phi$. ■

$\{N1, N2\}$ $\qquad\qquad$ $T \vdash \neg\phi \Leftrightarrow \phi \in Fa(T^{\vdash})$ $\qquad\qquad$ (22)

Demostración. (⇒) Por el teorema (20) y los postulados (A6), (N1) y (N2). (⇐) Teorema (21). ■

$\{N1, N2\}$ $\qquad\qquad$ $T \vdash \phi \Leftrightarrow \neg\phi \in Fa(T^{\vdash})$ $\qquad\qquad$ (23)

Demostración. (⇒) Teorema (20) (⇐) Del teorema (21) y (N2). ■

Este concepto parece incompatible con las teorías inconsistentes pues si $\phi, \neg\phi \in T^{\vdash}$, tendremos que tanto ϕ cuanto $\neg\phi$ serán sus refutadores potenciales. Sin embargo, este no sería el caso si la teoría fuera *empíricamente consistente* (*EC*); i.e. si su subconjunto de enunciados observacionales fuera consistente.

Def. $\qquad\qquad$ A es *EC* ⇔ *Ob*(A) es *consistente* $\qquad\qquad$ (*EC*)

Si A no es empíricamente consistente, entonces es *empíricamente inconsistente*. Es perfectamente posible que una teoría $T^{\vdash}$ sea (teóricamente) inconsistente, pero empíricamente consistente. Si esto es así, poco importa que $T^{\vdash}$ implique incluso todos los enunciados teóricos o que sea *teóricamente trivial*, pues no tendremos dos enunciados observacionales contradictorios que sean refutadores potenciales de $T^{\vdash}$.

$\{N1, N2\}$ $\qquad\qquad$ $T^{\vdash}$ es *EC* ⇔ $Fa(T^{\vdash})$ es *consistente* $\qquad\qquad$ (24)

Demostración. Por las contrapositivas de cada lado y las definiciones (*EC*) y (*Con*) debemos demostrar que $\phi, \neg\phi \in Fa(T^{\vdash}) \Leftrightarrow \psi, \neg\psi \in T^{\vdash}$, para algún ϕ y ψ. Esto se sigue trivialmente de los teoremas (22) y (23). ■

No obstante, a menos que consideremos que algunos enunciados observacionales no satisfacen el principio de tercio excluido, la definición (*Fa*) refuta a priori cualquier que teoría empíricamente inconsistente. Asimismo, si la lógica en que la teoría inconsistente está clausurada es explosiva, toda fórmula empírica será su refutador potencial.

$\{ECQ, N1, N2\}$ $\qquad\qquad$ $T^{\vdash}$ es *inconsistente* ⇒ $Fa(T^{\vdash}) = Ob$ $\qquad\qquad$ (25)

Demostración. Por el teorema (22), para que $Fa(T^{\vdash}) = Ob$ basta que, para todo ϕ, $T \vdash \neg\phi$, lo que se sigue del axioma (*ECQ*). ■

$\{N1, 11, 12\}$ $\qquad\qquad$ $Fa(T^{\vdash}) = Ob \Rightarrow T^{\vdash}$ es *inconsistente* $\qquad\qquad$ (26)

Demostración. Se sigue trivialmente de los teoremas (13) y (21). ■

5. Falsabilidad

Los teoremas (25) y (26) señalan que, de acuerdo con el axioma (*ECQ*), toda teoría inconsistente es también trivial. Esta es la razón por la que Popper consideró la consistencia una condición necesaria para la falsabilidad. Esto no solo porque una teoría inconsistente sería falsa, sino porque al implicar todo enunciado, no prohíbe ninguno. Como consecuencia, ningún enunciado o conjunto de enunciados sería incompatible con ella. Esto se encuentra bien expresado en la edición inglesa de su *Logic*.

> Pero la importancia del requisito de consistencia será apreciada si nos damos cuenta de que un sistema contradictorio no es informativo. Esto es así porque podemos derivar cualquier conclusión que nos plazca de este. Así, ningún enunciado es señalado ni como incompatible ni como derivable, pues todos son derivables. (Popper, 2002, p. 72; cf. Hempel, 1990/2000, p. 79)

Popper restringe entonces su definición de falsabilidad solo a las teorías consistentes, de manera que una teoría consistente sea *lógicamente falsable* divide el conjunto de todos los enunciados observacionales entre dos conjuntos no vacíos: (i) el conjunto de *falsadores potenciales* de la teoría, i.e., enunciados no permitidos por la teoría, o inconsistentes con ella; y (ii) el conjunto de enunciados que la teoría permite, o que no la contradicen (Popper, 1935, §21) .

Sin embargo, Popper también estipula un mínimo de contenido empírico que toda teoría debe cumplir para ser falsable; para él no basta que la teoría prohíba algunos cuantos acontecimientos, es necesario que prohíba por lo menos un evento. Un *evento* expresa aquello que es "*típico* o *universal* de un acontecimiento" (1935, p. 48). Por ejemplo, dado el enunciado observacional "Alberto viste un polo azul", que representa el acontecimiento de que *Alberto viste un polo azul*, tenemos el evento *vestir un polo azul*, que es indiferente de Alberto o cualquier persona que lo pueda vestir.

Como ya vimos, los enunciados observacionales son enunciados singulares. Esto significa que, dado un predicado monádico P, un enunciado observacional sobre a será de la forma Pa. Sin embargo, P puede estar definido en función de un predicado diádico R y un objeto c en su dominio, de manera que Pa sea equivalente en definición a Rac. Por ejemplo, si a refiere a Alejandra, c a Carla y Rxy denota que "x juega ajedrez con y", lo típico o universal del acontecimiento denotado por Pa o Rac podría ser tanto (*i*) *jugar ajedrez con María* o (*ii*) *jugar ajedrez con Patricia*. Para evitar esta ambigüedad diremos que un evento representa lo general de un acontecimiento con respecto a cierto x de que trata tal acontecimiento. En su presentación original, Popper representa los eventos como clases de acontecimientos. Para no usar conjuntos de conjuntos, representaré los eventos como conjuntos que incluyen acontecimientos.[10]

Def. $$Ev(\phi,u)^{\vdash} = \bigcup_t Ac(\phi_u^t)^{\vdash}, \text{ donde } \phi_u^t \in Ob \qquad (Ev)$$

En síntesis, si el enunciado observacional Jac se lee "Alejandra juega ajedrez con Carla", entonces Jac representa el acontecimiento de que *Alejandra juega con Carla*, o $Ac(\mathrm{J}ac)^{\vdash}$, que es un subconjunto de los eventos *jugar con Carla* o $Ev(\mathrm{J}ac,a)^{\vdash}$ y *jugar con Alejandra* o $Ev(\mathrm{J}ac,c)^{\vdash}$. En términos similares a estos, Popper define que una teoría es falsable si

---

[10] Aquí la definición original: «Ein ,,Vorgang (P)'' ist die Klasse aller Ereignisse $P_k,P_l,...$ die sich nur durch die Verschiedenheit der Individualien unterscheiden» (1935, p. 48). En la edición inglesa, la definición de Popper dice "Let P_k, P_l,... be elements of a class of occurrences" (2002, p. 69), no la clase de todos los acontecimientos. Esto se contrapone con que los eventos "pueden ser descritos con la ayuda de nombres universales" (2002, p. 69). Es curioso que este error esté en la traducción inglesa hecha, aunque en colaboración, por el mismo Popper. He corroborado que la traducción castellana de Víctor Sánchez reproduce el mismo error. (Los énfasis son míos.)

prohíbe "al menos un evento" (1935, p. 49). Si restringimos el dominio a las teorías consistentes, la definición (*Fa*) satisface tal requisito.

Def. $\quad \mathrm{T}^{\vdash}$ es *falsable* $\Leftrightarrow Ev(\phi)^{\vdash} \subseteq Fa(\mathrm{T}^{\vdash})$, para algún ϕ $\quad$ (*F*)

Omitiendo la restricción de Popper una teoría inconsistente podría ser falsable, incluso si usamos el axioma (*ECQ*), pues prohibiría todos los eventos posibles. Como esto es absurdo, debemos analizar el caso especial en que la intersección entre los conjuntos corroboradores y falsadores potenciales de una teoría es vacío.

{} $\quad Co(\mathrm{T}^{\vdash}) \cap Fa(\mathrm{T}^{\vdash}) = \{\} \Rightarrow \mathrm{T}^{\vdash}$ es *EC* $\quad$ (27)

Demostración por contrapositiva. Por el teorema (17), de $\mathrm{T} \vdash \neg\phi$ se sigue que $\neg\phi \in Co(\mathrm{T}^{\vdash})$, y por el teorema (20), de $\mathrm{T} \vdash \phi$ se sigue que $\neg\phi \in Re(\mathrm{T}^{\vdash})$. ■

{N1} $\quad \mathrm{T}^{\vdash}$ es *EC* $\Leftrightarrow Co(\mathrm{T}^{\vdash}) \cap Fa(\mathrm{T}^{\vdash}) = \{\}$ $\quad$ (28)

Demostración. ($\Rightarrow$) Por el teorema (17), de $\phi \in Co(\mathrm{T}^{\vdash})$ se sigue $\mathrm{T} \vdash \phi$, y por el teorema (21), de $\phi \in Re(\mathrm{T}^{\vdash})$ se sigue $\mathrm{T} \vdash \neg\phi$, lo cual demuestra la contrapositiva. ($\Leftarrow$) Teorema (27). ■

Si aceptamos que algunas teorías inconsistentes pueden no serlo empíricamente, tendríamos que algunas teorías inconsistentes serían falsables de acuerdo con una definición ortodoxa de la falsabilidad. En conclusión, una definición más general de la falsabilidad sería:

Def. $\quad \mathrm{T}^{\vdash}$ es *falsable* $\Leftrightarrow Co(\mathrm{T}^{\vdash}) \cap Fa(\mathrm{T}^{\vdash}) = \{\}\ \&\ Ev(\phi)^{\vdash} \subseteq Fa(\mathrm{T}^{\vdash})$, para algún ϕ $\quad$ (*F'*)

que establece que una teoría es falsable syss no tiene enunciados que sean a la vez corroboradores y falsadores potenciales, y prohíbe al menos un evento. Esta definición, como podemos ver, tiene poco de heterodoxa o no clásica.

References

Bobenrieth Miserda, A. (1996). *Inconsistencias, ¿Por qué no? Un Estudio Filosófico Sobre la Lógica Paraconsistente*. Bogotá: Colcultura.

Bobenrieth Miserda, A. (2007). Paraconsistency and the consistency or inconsistency of the world. In J.-Y. Béziau, W. A. Carnielli, & D. M. Gabbay (Eds.), *Handbook of paraconsistency* [Proceedings of the 4th world congress on paraconsistency], 28–31 de jul. de 2003 (pp. 493–512). Logic and Cognitive Systems. IRIT, Toulouse. London: College Publications

Carnap, R. (1931a). Die physikalische Sprache als Universalsprache der Wissenschaft. *Erkenntnis*, *2*(1), 432–65.

Carnap, R. (1931b). Überwindung der Metaphysik durch logische Analyse der Sprache. *Erkenntnis*, *2*(1), 219–41.

Hempel, C. G. (1952). *Fundamentals of concept formation in empirical science*. International Encyclopedia of Unified Science. Chicago: University of Chicago Press.

Hempel, C. G. (2000). The irrelevance of the concept of truth for the critical appraisal of scientific theories. In R. Jeffrey (Ed.), *Selected philosophical essays* (pp. 75–84). Cambridge: Cambridge University Press. (Original work published 1990)

Kaplan, D. & Manners, R. A. (1972). *Culture theory*. New Jersey: Prentice-Hall.

Lakatos, I. (1978). *Philosophical papers: Vol. 1. The methodology of scientific research programmes* (J. Worrall & C. Gregory, Eds.). London: Cambridge University Press.

Llobera, J. R. (1975). Postcriptum: «Algunas tesis provisionales sobre la naturaleza de la antropología». In J. R. Llobera (Ed.), *La antropología como ciencia* (pp. 373–87). Barcelona: Anagrama.

Lorenzano, C. (1993). Hipotético-deductivismo. In C. U. Moulines (Ed.), *La ciencia: Estructura y desarrollo* (4, pp. 31–55). Madrid: Trotta.

Łukasiewicz, J. L. (1970). *Selected works* (L. Borkowski, Ed. & O. Wojtasiewicz, Trans.). Warszawa: North-Holland Publishing Company.

Miró Quesada, F. (1982). La filosofía de la lógica de N.C.A. da Costa. *Crítica*, *14*(42), 65–85.

Perzanowski, J. (2001). Parainconsistency, or inconsistency tamed, investigated and exploited. *Logic and Logical Philosophy: Paraconsistency*, Part III, (9), 5–24. [Proceedings of the Simposium of Parainconsistent Logic, Logical Philosophy, Informatics and Mathematics], 15-18 de jul. de 1998. Toruń University. doi:10.12775/LLP.2001.001

Popper, K. R. (1932). Ein Kriterium des empirischen Charakters theoretischer Systeme. *Erkenntnis*, *3*, 426–7. doi:10.2307/20011690

Popper, K. R. (1935). *Logik der Forschung: Zur Erkenntnistheorie der modernen Naturwissenschaft*. Wien: Springer. doi:10.1007/978-3-7091-4177-9

Popper, K. R. (2002). *The logic of scientific discovery* (K. R. Popper, J. Freed, & L. Freed, Trans.). New York: Science Editions.