

*Н.П. ПЕТРЕНКО***О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ИМПУЛЬСНОГО ТОКА В ОДНОВИТКОВОМ МАССИВНОМ СОЛЕНОИДЕ СЛОЖНОГО ПРОФИЛЯ**

Криволинейный контур профиля массивного одновиткового соленоида для создания заданного распределения импульсного магнитного поля на цилиндрической поверхности при магнитно-импульсной обработке металлов можно существенно упростить, аппроксимируя многоугольником. Распределение тока вблизи острых кромок таких соленоидов, соответствующих вершинам многоугольника, представляет теоретический и практический интерес. Однако в реальных условиях идеально острые кромки не достижимы и в высоковольтной и сильноточной технике их обычно скругляют, чтобы избежать локального перегрева. Такое скругление может вызывать перераспределение тока. Получены распределения импульсного тока в системе массивный одновитковый соленоид – соосный проводящий цилиндр при помощи численного решения интегрального уравнения для поверхностной плотности тока в приближении идеального поверхностного эффекта. При этом интегральное уравнение аппроксимировали системой линейных алгебраических уравнений на сетке, нанесенной на контур профиля соленоида и образующую цилиндра. Установлено, что аппроксимация точного контура многоугольником ведет к существенному перераспределению тока в соленоиде. Имеет место значительное возрастание поверхностной плотности тока вблизи кромок соответствующих вершинам многоугольника, величина внутреннего угла которых меньше π , и уменьшение поверхностной плотности тока, если величина такого угла больше π . Сделана оценка влияния скругления острых кромок дугами относительно малого радиуса на получаемые распределения поверхностной плотности тока. Показано, что увеличение радиуса скругления приводит к уменьшению максимальной плотности тока вблизи скругляемой кромки, если внутренний угол при соответствующей вершине меньше π . При этом, относительная величина этого уменьшения зависит преимущественно от величины угла и практически не зависит от расположения. Максимальное уменьшение наблюдается вблизи вершин, угол при которых равен $\pi/2$: плотность тока уменьшается в 2.5÷4 раза в зависимости от радиуса скругления. Для вершин, угол при которых больше π , характерно увеличение минимальной плотности тока вследствие усиления кольцевого эффекта и эффекта близости.

Ключевые слова: магнитно-импульсная обработка металлов, массивный одновитковый соленоид, контур профиля, распределение импульсного тока, поверхностный эффект, кольцевой эффект, эффект близости, скругление кромок.

*М.П. ПЕТРЕНКО***ПРО РОЗПОДІЛ ІМПУЛЬСНОГО СТРУМУ В ОДНОВИТКОВОМУ МАСИВНОМУ СОЛЕНОІДІ СКЛАДНОГО ПРОФІЛЮ**

Криволінійний контур профілю масивного одновиткового соленоїда для створення заданого розподілу імпульсного магнітного поля на циліндричній поверхні при магнітно-імпульсній обробці металів можна суттєво спростити, апроксимуючи багатокутником. Розподіл струму поблизу гострих кромок таких соленоїдів, відповідних вершинам багатокутника, становить теоретичний і практичний інтерес. Однак в реальних умовах ідеально гострі кромки недосяжні і в високовольтній та потужнострумівій техніці їх зазвичай округлюють, щоб уникнути локального перегріву. Таке округлення може викликати перерозподіл струму. Отримано розподіли імпульсного струму в системі масивний одновитковий соленоїд – співвісний провідний циліндр за допомогою чисельного рішення інтегрального рівняння для поверхневої густини струму в наближенні ідеального поверхневого ефекту. При цьому інтегральне рівняння апроксимували системою лінійних алгебраїчних рівнянь на сітці, нанесеній на контур профілю соленоїда та утворюючу циліндра. Встановлено, що апроксимація точного контуру багатокутним веде до суттєвого перерозподілу струму в соленоїді. Має місце значне зростання поверхневої густини струму поблизу кромок, величина відповідного внутрішнього кута при яких менше π , та зменшення поверхневої густини струму, якщо величина такого кута більше π . Зроблена оцінка впливу округлення гострих кромок дугами відносно малого радіусу на отримуваний розподіл поверхневої густини струму. Показано, що збільшення радіусу округлення призводить до зменшення максимальної густини струму, якщо внутрішній кут при відповідній вершині менше π . При цьому, відносна величина такого зменшення залежить переважно від величини кута і практично не залежить від розташування. Максимальне зменшення спостерігається поблизу вершин, кут при яких дорівнює $\pi/2$: густина струму зменшується в 2.5÷4 рази залежно від радіусу округлення. Для вершин, кут при яких більше π , характерно збільшення мінімальної густини струму внаслідок посилення кільцевого ефекту та ефекту близькості.

Ключові слова: магнітно-імпульсна обробка металів, масивний одновитковий соленоїд, контур профілю, розподіл імпульсного струму, поверхневий ефект, кільцевий ефект, ефект близькості, округлення кромок.

*M.P. PETRENKO***ABOUT THE PULSED CURRENT DISTRIBUTION IN THE MASSIVE SINGLE-TURN SOLENOID**

A curvilinear contour of a massive single-turn solenoid for generating a given distribution of pulse magnetic field on the cylindrical workpiece during magnetic pulse forming process can be significantly simplified using approximation by a polygon. The current distribution near the sharp edges of such solenoids is of theoretical and practical interest. However, in real conditions the ideally sharp edges are not achievable. Besides, in high-voltage and high-current equipment they are usually rounded to avoid local overheating. Therefore, the current redistribution may be caused by such rounding. The distributions of pulsed current in system of massive single-turn solenoid and coaxially placed conductive cylinder is received with help of numerical solution of integral equation for surface current density using ideal skin effect approximation. In this the integral equation is approximated by a system of linear algebraic equations on the grid applied on the solenoid profile contour and the cylinder generatrix. It is established that approximation of the exact contour by a polygon leads to the significant redistribution of the current in the solenoid. If the interior angle of corresponding vertex is less than π , the surface current density will be highly increased on the approach of the sharp edge. If the interior angle is more than π , the surface current density will be highly decreased on the approach of the sharp edge. Redistribution of the current due to rounding of the polygonal profile contour using arcs with different radius is considered. It is shown that increase in the arc radius leads to decrease in the maximum of surface current density near the edges if their interior angle is less than π . In this, the relative magnitude of such decrease depends mainly on the angle and is almost independent of the location. The maximum decrease corresponds to the vertices which angle is $\pi/2$, the current density decreased by 2.5÷4 times, depending on the radius of the rounding. If the interior angle is more than π the rounding leads to increase in the minimum current density due to strengthening of ring effect and proximity effect.

Keywords: magnetic pulse forming, massive single-turn solenoid, profile contour, pulse current distribution, skin effect, ring effect, proximity effect, edge rounding.

© Н.П. Петренко, 2019

Введение. Контур профиля массивного соленоида для обеспечения заданного распределения индукции магнитного поля на цилиндрической поверхности обрабатываемой заготовки, полученный при помощи методов [1,2], может иметь достаточно сложную форму (рис. 1, кривая 1). Для упрощения изготовления соленоида её можно аппроксимировать n -сторонним многоугольником (рис. 2), что не приводит к значительным изменениям распределения осевой составляющей индукции магнитного поля на поверхности цилиндрической заготовки [3]. Кромки таких соленоидов, соответствующие вершинам многоугольника, полагались «острыми». Однако на практике их скругляют и возникает вопрос, как это влияет на получаемое распределение индукции. Можно ожидать, что на кромках соленоида в сильном импульсном магнитном поле, необходимом для деформации заготовки, плотность тока резко возрастает, следствием чего является локальный перегрев. Для ослабления этого эффекта представляет интерес, во-первых, определение плотности тока на острых кромках, во-вторых, влияние их скруглений. В работе [4] было показано, что задача о распределении импульсного тока на поверхности тел вращения произвольной формы может быть сведена к решению интегрального уравнения, а в [5,6] авторами рассматривалось распределение импульсного тока на скругленных кромках соленоида прямоугольной формы.

Цель работы – исследование распределения тока в одновитковом массивном соленоиде, точный профиль которого аппроксимирован многоугольником, влияние на него, а также на получаемое распределение индукции магнитного поля скруглений острых кромок при резком поверхностном эффекте.

Распределение тока вдоль контура меридианного сечения соленоида. Для расчета распределений тока в системе соленоид-цилиндр и распределения индукции магнитного поля на поверхности цилиндра в приближении идеального поверхностного эффекта используем численное решение интегрального уравнения [7]

$$\int_l \eta(M) \sqrt{r_M} K(P, M) dl_M = \begin{cases} \frac{\Phi_0}{\mu_0 \sqrt{r_P}}, & P \in l_1 \\ 0, & P \in l_2 \end{cases} \quad (1)$$

где η – поверхностная плотность тока,
 P, M – точка наблюдения поля и точка с текущими координатами; $P, M \in l, l = l_1 + l_2$;
 l – суммарный контур;
 l_1 – контур профиля соленоида;
 l_2 – образующая поверхности цилиндра;
 dl_M – элемент суммарного контура;
 r_P, r_M – радиальные координаты точек P и M соответственно;
 $K(P, M) = (2/k-k)K(k) - (2/k)E(k)$ [8, с.304];
 $K(k), E(k)$ – полные эллиптические интегралы первого и второго рода модуля k [9];
 μ_0 – магнитная постоянная;

Φ_0 – магнитный поток на контуре соленоида, постоянная.

Для каждого варианта соленоида рассчитывается своё значение Φ_0 для обеспечения условия неизменности тока.

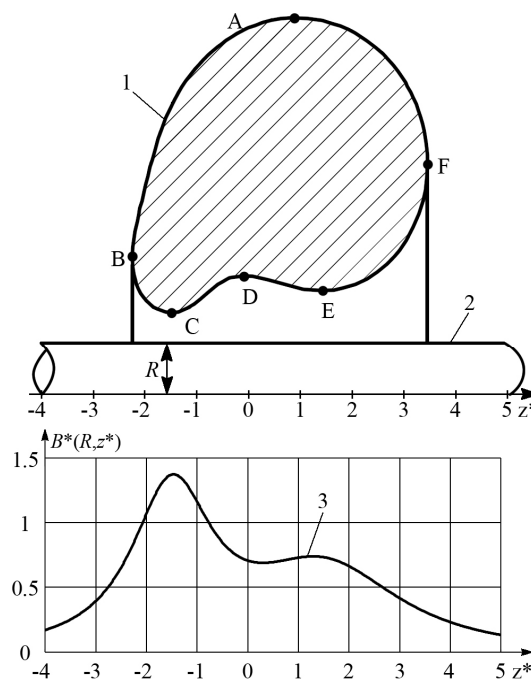


Рис. 1 – Точный профиль массивного соленоида (1) расположенного снаружи соосного бесконечно длинного проводящего цилиндра (2) и создаваемое им распределение индукции магнитного поля (3)

После решения уравнения (1) индукцию магнитного поля определяем по формуле

$$B(M) = -\mu_0 \eta(M), \quad (2)$$

которая является следствием граничного условия на поверхности раздела идеального сверхпроводника и непроводящей немагнитной среды [10]. Знак минус в правой части (2) обусловлен тем, что при $\Phi_0 > 0$ для $M \in l_2$ значения $\eta(M) < 0$, а $B(M) > 0$.

Интегральное уравнение (1) аппроксимировали системой алгебраических уравнений на равномерной сетке с шагом $h = 0.002$, нанесенной на контур профиля соленоида и образующую цилиндра, расчетную длину которого ограничивали величиной $l = 16R$.

На рис. 3 показаны развертки распределений поверхностной плотности тока в соленоиде точного (а) и аппроксимированного (б - $n = 10, z - n = 7$) профилей. Использовано обозначение $\eta^* = \eta/\eta_0$, где $\eta_0 = I/(2\pi R)$.

Для точного профиля характерны гладкость и расположение максимумов η^* над максимумами заданного распределения индукции магнитного поля (точки С и Е на кривой 1 рис. 1 и на рис. 3. а), что вполне объяснимо гладкостью контура профиля и проявлением кольцевого эффекта и эффекта близости [8, 10-12].

Возрастание η^* на кромках торцов соленоидов обычно называют краевым эффектом. В системе соленоид-цилиндр на краевой эффект влияют как кольцевой эффект, так и эффект близости, которые существенно изменяют η^* вблизи вершин многоугольного контура и вызывают перераспределение тока вдоль контура соленоида. Вблизи кромок, соответствующий внутренний угол при которых меньше π , наблюдается существенное возрастание поверхностной плотности тока. При $n=10$ наибольшее действие рассматриваемых эффектов и максимальные значения η^* наблюдаем у вершин C, D (рис. 2, *a* и рис. 3, *б*), находящихся на минимальном расстоянии от поверхности цилиндра. С увеличением указанного расстояния уменьшаются максимумы η^* (вершины H, B, G, I), а вблизи наиболее удаленных вершин A и J возрастание η^* невелико по сравнению с вершинами B и I вследствие ослабления указанных эффектов.

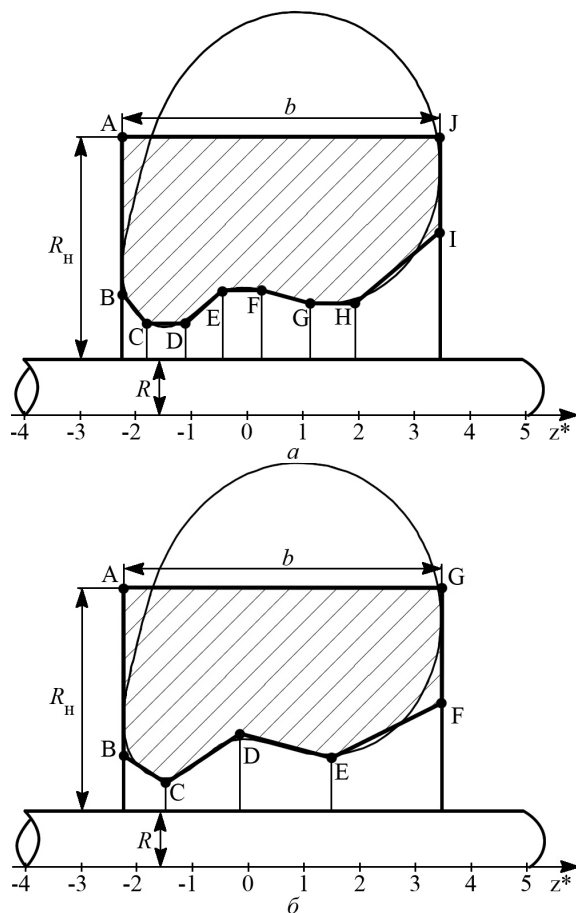


Рис.2. Аппроксимированные контуры профилей соленоида (*a* – $n = 10$, *б* – $n = 7$)

Установлено уменьшение η^* вблизи вершин E и F (рис. 2. *a* и рис. 3. *б*) внутренних углов, больших π . Расчеты показали такое же изменение η^* вблизи вершины D многоугольного контура при $n = 7$ (рис. 2, *б* и рис. 3. *з*), что можно объяснить ослаблением кольцевого эффекта и эффекта близости в сравнении с соседними вершинами контура.

Влияние скруглений кромок соленоида. Для исследования этого эффекта участки контура,

прилегающие к вершинам, аппроксимировали дугами окружностей относительно малого радиуса $R_{ск}$. Распределения поверхностной плотности тока при скруглении кромок становятся более гладкими (рис. 3, *в, д*) по сравнению с распределениями в соленоидах с острыми кромками (*б, з*).

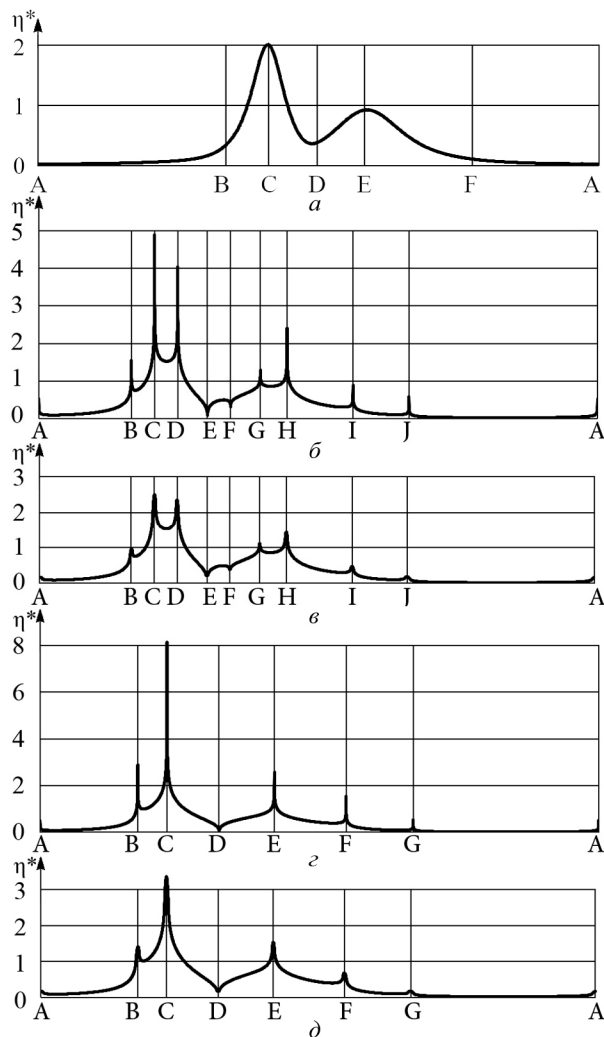


Рис.3. Распределения поверхностной плотности тока в соленоиде точного (*a*) и аппроксимированных профилей при $n = 10$ (*б* – без скругления, *в* – $R_{ск} = 0.1R$) и при $n = 7$ (*г* – без скругления, *д* – $R_{ск} = 0.1R$)

Детальное распределение поверхностной плотности тока вблизи точки C ($n = 7$) показано на рис. 4. Можно увидеть значительное уменьшение максимальной плотности тока и небольшое увеличение на краях скругляемого участка (пунктирные линии $C_{0.1}^I, C_{0.1}^{II}$ – границы дуги скругления при $R_{ск} = 0.1R$; $C_{0.2}^I, C_{0.2}^{II}$ – при $R_{ск} = 0.2R$). Рассматриваемое распределение симметрично относительно прямой, параллельной оси η^* и проходящей через точку C , что объясняется формой и расположением выбранной кромки. В общем случае такие распределения не симметричны.

Влияние скругления кромок аппроксимированного профиля зависит от величин углов и их расположения относительно цилиндра. Если величина этих углов меньше π , то, как правило, скругление

приводит к уменьшению максимума η^* (например, вершина C при $n = 10$). Если рассматриваемый угол больше π (вершины E, F при $n = 10$ и вершина D при $n = 7$), точки области скругления приближаются к цилиндру и плотность тока в них возрастает (рис. 3).

В таблице приведены численные значения поверхностной плотности тока в двух узловых точках сетки, прилегающих острой кромке, η_{σ}^* , а также максимальное значение на скруглении $\eta_{ск}^*$ ($1 - R_{ск} = 0.05R, 2 - 0.1, 3 - 0.2$). Установлено, что при помощи скругления относительно небольшого радиуса $R_{ск} = 0.05R$ можно существенно снизить максимум поверхностной плотности тока вблизи кромок на 10-60% процентов в зависимости от величины внутреннего угла, соответствующего кромке. Дальнейшее увеличение радиуса $R_{ск}$ вдвое приводит к уменьшению плотности тока на величину до 20% по сравнению с предыдущим вариантом скругления.

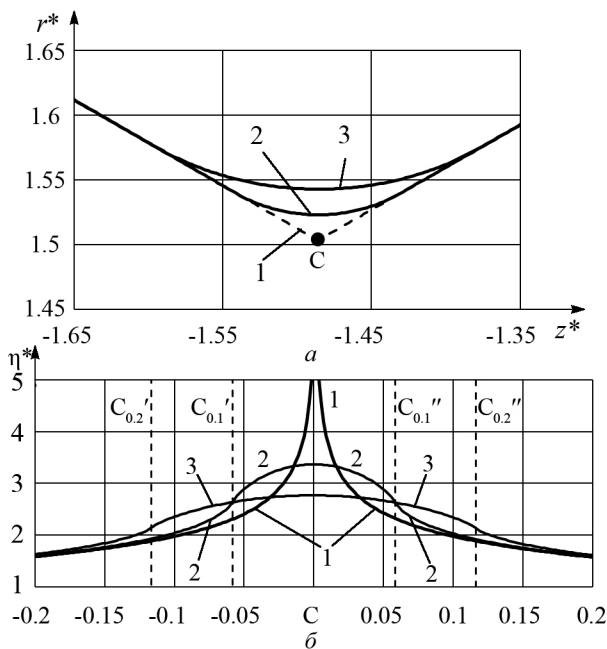


Рис. 4. Скругления кромки вершины C профиля $n = 7$ (а) и соответствующие распределения тока (б) (кривая 1 – не скругленный угол, 2- $R_{ск} = 0.1, 3 - 0.2$)

На рис.5 показано влияние величины внутреннего угла $\pi/2 \leq \alpha < \pi$ многоугольного профиля на относительное уменьшение максимумов поверхностной плотности тока для всех вершин обоих вариантов аппроксимации

$$\theta = \frac{|\eta_{\sigma_{ск}}^* - \eta_{ск}^*|}{\eta_{\sigma}^*}$$

где $\eta_{\sigma_{ск}}^*$ – максимальные значения поверхностной плотности тока вблизи острой кромки.

Пунктирными вертикальными линиями показаны значения внутренних углов при вершинах прямоугольного профиля: 4, 5, 6 – C, F, B ($n = 7$); 7, 8, 9, 10 – C, I, B, G ($n = 10$). Значения θ на оси ординат относятся к вершинам A, J ($n = 10$) и A, G ($n = 7$). Видим, что при увеличении величины

соответствующего внутреннего угла α уменьшается влияние скругления на плотность тока. Для вершин A, J ($n = 10$) и A, G ($n = 7$), угол при которых равен $\pi/2$ эта величина максимальна. Очевидно, что при величине внутреннего угла π такое влияние будет минимальным.

Таблица – Поверхностная плотность тока при скруглении вершин многоугольного профиля соленоида

Профиль	Вершина	α	η_{σ}^*	$\eta_{ск}^*$		
				1	2	3
$n=10$	A	$\pi/2$	0.5329 0.5379	0.2142	0.1721	0.1411
	B	2.469	1.5446 1.5446	1.0769	0.9609	0.8733
	C	2.245	4.8790 4.9022	2.9188	2.5084	2.1695
	D	2.408	4.0443 4.0286	2.6870	2.3610	2.0863
	E	3.875	0.0817 0.0817	0.1754	0.2173	0.2694
	F	3.409	0.3124 0.3125	0.3544	0.3785	0.4048
	G	2.874	1.2912 1.2923	1.1728	1.1115	1.0551
	H	2.438	2.4069 2.4006	1.6312	1.4375	1.2703
	I	2.275	0.8956 0.8917	0.5447	0.4706	0.4102
	J	$\pi/2$	0.5771 0.5710	0.2300	0.1852	0.1528
$n=7$	A	$\pi/2$	0.5174 0.5223	0.2082	0.1674	0.1376
	B	2.156	2.8778 2.9039	1.6387	1.4085	1.2445
	C	1.976	8.1474 8.1464	4.0779	3.3658	2.7652
	D	3.976	0.0484 0.0484	0.1278	0.1649	0.2135
	E	2.424	2.5966 2.5949	1.7455	1.5353	1.3534
	F	2.034	1.5383 1.5284	0.8015	0.6736	0.5738
	G	$\pi/2$	0.5501 0.5447	0.2195	0.1768	0.1460

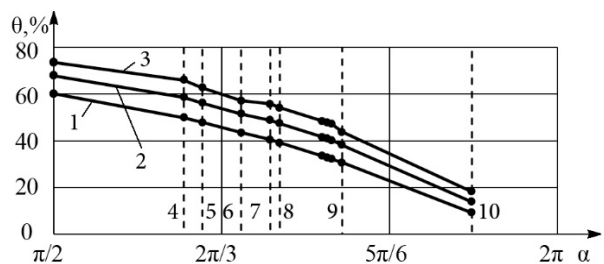


Рис. 5. Зависимость изменения максимума плотности тока от величины угла скругляемой вершины: кривая 1 – $R_{ск} = 0.05, 2 - 0.1, 3 - 0.2$.

Ранее было установлено, что расхождения, вызванные аппроксимацией точного профиля многоугольником составляют 4-8 процентов в зависимости от точности аппроксимации [3]. Расчеты

для случая скругленных кромок показали, что эти расхождения увеличились на десятки доли процента для обоих вариантов аппроксимации.

Отметим также незначительное возрастание индуктивности системы соленоид-цилиндр при увеличении радиуса скругления.

Выводы. 1. Аппроксимация криволинейного точного профиля массивного соленоида n -сторонним многоугольником вызывает перераспределение тока, которое характеризуется значительным увеличением поверхностной плотности тока вблизи вершин, угол при которых меньше π , и уменьшением – если такой угол больше π .

2. Установлено, что для вершин, внутренний угол которых меньше π , при скруглении кромок значительно уменьшается максимальное значение поверхностной плотности тока: максимальное уменьшение в 2,5-4 раза наблюдается, вблизи вершин, угол при которых равен $\pi/2$. При этом, относительная величина этого уменьшения зависит преимущественно от величины угла и практически не зависит от его расположения. Для вершин с внутренним углом больше π наблюдается возрастание поверхностной плотности тока, которое объясняется усилением кольцевого эффекта и эффекта близости, вследствие приближения точек скругленной кромки к внутреннему проводящему цилиндру.

Список литературы

1. Коновалов О.Я., Михайлов В.М., Петренко Н.П. Решение задачи продолжения магнитного поля с цилиндрической поверхности при помощи функции Грина. *Технічна електродинаміка*. 2016. №5. С. 11-13.
2. Коновалов О.Я. Определение формы соленоида по заданному граничному распределению поля. *Електронне моделювання. Київ: Інститут проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова НАН України*. 2009. №1, Т. 31. С. 116-127.
3. Mikhailov V.M., Petrenko M.P. Approximation of exact massive solenoid profile for generating pulsed magnetic field. *Технічна електродинаміка*. 2018. № 1. С. 13-16.
4. Шнеерсон Г.А. К расчету распределения переменного тока на поверхности тел вращения при резком скин-эффекте. *Журнал технической физики*. 1961. №1. С. 51-54.
5. Михайлов В.М., Мовмыга И.Н. Распределение тока на кромках отверстия соленоида с соосным цилиндром при резком скин-эффекте. *Техническая электродинамика*. 1988. №4. С. 16-19.
6. Горелик Е.И., Михайлов В.М., Мовмыга И.Н. Максимальная плотность тока на скругленных кромках отверстия соленоида. *Техническая электродинамика*. 1990. №4. С. 109-111.
7. Михайлов В.М. Расчет магнитного поля при резком скин-эффекте с помощью интегральных уравнений первого рода. *Электричество*. 1981. №8. С. 37-41.
8. Нейман Л.Р., Демирчян К.С. *Теоретические основы электротехники. Том 2*. Ленинград: Энергоиздат, 1981. 416 с.
9. Янке Е., Эмде Ф., Леш. Ф. *Специальные функции*. Москва: Наука, 1977. 344 с.
10. Шнеерсон Г.А. *Поля и переходные процессы в аппаратуре сверхсильных токов*. Ленинград: Энергоиздат, 1981. 200 с.
11. Бабат Г.И. *Индукционный нагрев металлов и его промышленное применение*. Москва, Ленинград: Энергия, 1965. 552 с.
12. Михайлов В.М. Определение профилей электродов и соленоидов для создания заданных распределений поля. *Технічна електродинаміка. Тематичний випуск: Проблеми сучасної електротехніки*. 2000. №6. С.13-16.

References (transliterated)

1. Konovalov O.Ya., Mikhailov V.M., Petrenko N.P. Reshenie zadachi prodolzheniya magnitnogo polya s tsilindricheskoj poverkhnosti pri pomoshchi funktsii Grina [Solution of the problem of the magnetic field continuation from cylindrical surface by using Green's function]. *Tekhnichna elektrodinamika*. 2016. no. 5. pp. 11-13.
2. Konovalov O.Ya. Opredelenie formy solenoida po zadannomu granichnomu raspredeleniyu polya. *Elektronne modelyuvannya. - Kyiv: Instytut problem modelyuvannya v energetitsi im. G.E. Pukhova NAN Ukraini*. 2009. no. 1, vol. 31. pp. 116-127.
3. Mikhailov V.M., Petrenko M.P. Approximation of exact massive solenoid profile for generating pulsed magnetic field. *Tekhnichna elektrodinamika*. 2018. no. 1. pp. 13-16.
4. Shneerson G.A. K raschetu raspredeleniya peremennogo toka na poverkhnosti tel vrashcheniya pri rezkom skin-effekte. *Zhurnal tekhnicheskoy fiziki*. 1961. no. 1. pp. 51-54.
5. Mikhailov V.M., Movmyga I.N. Raspredelenie toka na kromkakh otverstiya solenoida s soosnym tsilindrom pri rezkom pri rezkom skin-effekte. *Tekhnicheskaja elektrodinamika*. no.4. pp. 16-19.
6. Gorelik E.I., Mikhailov V.M., Movmyga I.N. Maksimal'naya plotnost' toka na skruglennykh kromkakh otverstiya solenoida. *Tekhnicheskaja elektrodinamika*. 1990. no. 4. pp. 109-111.
7. Mikhailov V.M. Raschet magnitnogo polya pri rezkom skin-effekte s pomoshch'yu integral'nykh uravneniy pervogo roda. *Elektrichestvo*. 1981. no. 8. pp. 37-41.
8. Neyman L.R., Demirchyan K.S. *Teoreticheskie osnovy elektrotehniki. vol. 2*. Leningrad: Energoizdat, 1981. 416p.
9. Yanke E., Emde F., Lesh. F. *Spetsial'nye funktsii*. Moscow: Nauka, 1977. 344 p.
10. Shneerson G.A. *Polya i perekhodnye protsessy v apparature sverkhstil'nykh tokov*. Leningrad: Energoizdat, 1981. 200 p.
11. Babat G.I. *Induktsionnyy nagrev metallov i ego promyshlennoe primenenie*. Moscow, Leningrad: Energiya, 1965. 552 p.
12. Mikhailov V.M. Opredelenie profiley elektrodov i solenoidov dlya sozdaniya zadannykh raspredeleniy polya. *Tekhnichna elektrodinamika. Tematichnyy vipusk: Problemi suchasnoy elektrotehniki*. 2000. no. 6. pp.13-16.

Поступила (received) 06.03.2019

Відомості про авторів / Сведения про авторов / About the authors

Петренко Микита Павлович (Петренко Никита Павлович, Petrenko Mykyta Pavlovych) – Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», аспірант кафедри інженерної електрофізики; м. Харків, Україна; ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7413-9908>; email: mykyta.petrenko@gmail.com.